

Remerciements

Ce sont pour vous les premières lignes à lire avant bien d'autres. Pour moi, ce sont les dernières à écrire. Celles-ci pour rappeler qu'une mémoire n'est pas seulement un mémoire de plus de cent pages mais avant tout un travail qui n'aurait pu être mené à bien sans l'aide de nombreuses personnes.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers Mr : BOUSSAHEL Mounir, Maître de Conférences(A), mon encadreur, pour sa disponibilité, sa rigueur, son soutien et son engagement durant la réalisation de cette thèse.

Je tiens à remercier Mr : N.GUESMIA , Maitre Assistant (A) d'université de M'sila d'avoir accepté d'examiner ce travail avec bienveillance et de faire partie du jury .

Je voudrais également remercier vivement M^{elle} : S.KALLI , Maitre de Conférence (B) à l'université de M'sila pour avoir accepté de participer à ce jury de mémoire.

Mes remerciements à mes enseignants KALLI,NAKAB,METATLA,MAIRECHE, REDHOUANE, DEGHEFEL,DHABABI, BOUSSANDAL

Je tiens aussi à remercier spécialement BELHADJ Fateh

Enfin, on dit à :

Ma promotion :

Houda , Basma , Somia KARA , Rokia , Samah , Fatima , Kawthar,Ahlam , Monira ,Samya, Samira,Fatoum ,Aida , la vie est belle avec vous.

Ma famille : Mes parents , mes frères et mes sœurs 1000 Mercis

Table des matières

Introduction	8
1 Le Modèle standard	10
1.1 Introudiction	10
1.2 Les particules élémentaires du modèle standard	10
1.2.1 Les Fermions	10
1.2.2 Les Bosons	12
1.3 Le Lagrangien du modèle standard	13
1.3.1 QCD " Quantum ChromoDynamics "	13
1.3.2 La théorie électrofaible	14
1.4 La brisure spontanée de la symétrie :	17
1.5 Masses des bosons de jauge	19
1.6 Masses des fermions	22
1.7 Sources de la violation CP dans le modèle standard	23
1.7.1 Matrice de Cabibo	24
1.7.2 Matrice de Cabibo-Kobayashi-Maskawa	27
2 Le Modèle de Seesaw	33
2.1 Introduction	33
2.2 Neutrino de Dirac et de Majorana	33
2.3 Les Termes de masse	34
2.3.1 Terme de masse de Dirac	34
2.3.2 Terme de masse de Majorana	34
2.4 Nombre Leptonique	35
2.5 Le mécanisme de Seesaw	36
2.5.1 La matrice de Seesaw	36
2.5.2 Le modèle à une saveur de neutrino	36
2.6 L'oscillation	39
2.6.1 Matrice PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata)	39

3	Le modèle 331	41
3.1	Introuduction	41
3.2	Description du modèle 331	41
3.3	Les bosons de jauge dans le modèle 331	43
3.4	Le schéma de la brisure spontané de la symétrie (SSB)	44
4	Large violation de la saveur leptonique dans le modèle 331	46
4.1	Introuduction	46
4.2	Le modèle 331 minimale	46
4.3	Brisure spontanée de la symétrie	47
4.4	Les masses des bosons de jauge	49
4.5	La violation des saveurs leptonique (LVF) dans le modèle 331 minimal	51
	Conclusion	54
	Annexe : A	57

Table des figures

1-1	La forme du potentiel pour le cas $\mu^2 \geq 0$	18
1-2	La forme du potentiel pour le cas $\mu^2 < 0$	19
1-3	Désintégration d'un pion en un antimuon et un neutrino muonique.	25
4-1	diagramme fe feyman pour le désintégration $l_i^- \rightarrow l_i^+ l_k^- l_k^-$	53

Liste des tableaux

1.1	L'organisation des fermions en trois familles avec leur charge, isospin faible, projection de l'isospin faible et hypercharge respectives. L'antiparticule associée à chaque fermion possède une charge opposée. Les fermions ont pour valeur de spin $1/2$	12
1.2	Les bosons associés aux trois interactions décrites par le Modèle Standard de la physique des particules avec charge . Ces bosons sont de spin 1. Le boson de Higgs induit par le mécanisme de Higgs est de spin nul	13
1.3	Les masses des bosons en Gev	22
1.4	Les masses des fermions en Mev	23
2.1	l'influence d'un champ sur les neutrinos.	35
3.1	les étapes de brisures dans le modèle 331	45

Introduction

Apparu durant les années 1970 un modèle dit Standard, ce modèle de physique des particules est une théorie forte à cause de ses avantages et ses succès. Il a permis de décrire un très grand nombre des résultats expérimentaux couvrant une large échelle d'énergie et a reçu des confirmations expérimentales spectaculaires avec, entre autres, la découverte des courants neutres en 1973 puis celle des bosons W et Z en 1983 ou encore celle du quark top en 1995 [1]. Cependant, il est aujourd'hui certain qu'il ne s'agit que d'une théorie effective de basse énergie. En effet des faiblesses aussi bien théoriques qu'expérimentales au sein du Modèle Standard ainsi que dans ses rapports avec la cosmologie sont apparues avec les années. Ainsi, l'observation d'oscillations entre les différentes saveurs de neutrinos implique l'existence de masses pour ceux-ci alors que le Modèle Standard les considère comme des particules non massives. Parmi d'autres possibilités, ces masses peuvent être générées en ajoutant un nombre minimal de particules par le biais de mécanismes sous le nom de "seesaw".

La présence d'une nouvelle physique à hautes énergies comme le modèle 331, l'extensions du modèle standard par l'existence de particules exotiques, permis de résoudre plusieurs problèmes du modèle standard comme le nombres de générations , l'oscillation, etc. Donc dans ce mémoire, on va essayer de trouver les solutions des problèmes dans le cadre de ce modèle.

Ce travail de mémoire comporte quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, on va essayer de décrire le modèle standard d'une façon générale où on donne une description sur les interactions et comment sont engendrées et comment le modèle peut donner une masse aux bosons de jauge et aux fermions. Et on va essayer de trouver les sources de la violation CP dans ce modèle,

Dans le deuxième chapitre, nous avons essayé d'expliquer la petite masse de neutrinos et la violation du nombre leptonique par le modèle de Seesaw,

Dans le troisième chapitre, on va faire une description générale sur les modèles 331selon les valeurs de β .

Enfin, dans le dernier chapitre, on va essayer de spécifier le modèle 331 pour $\beta = \sqrt{3}$, et on va essayer d'étudier la violation de la saveur leptonique dans ce cadre

Chapitre 1

Le Modèle standard

1.1 Introduction

Tous les phénomènes observés à ce jour impliquent les particules subatomiques pouvant être décrites par le modèle dit standard. Il était formulé par Glashow, Weinberg et Salam vers la fin des années 1960[2, 3, 4] le Modèle Standard décrit les interactions fortes, faibles et électromagnétiques dans le cadre de la théorie quantique des champs, une description qui est renormalisable. Il constitue une théorie de jauge dont le groupe de symétrie est $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le premier groupe, $SU(3)_c$ est le groupe de jauge de la chromodynamique quantique (QCD, pour Quantum ChromoDynamics) qui décrit les interactions fortes. Le facteur $SU(2)_L \times U(1)_Y$ est le groupe de jauge unifiant les interactions faibles et électromagnétiques dans la théorie électrofaible. Dans les mêmes années, Higgs, Englert et Brout ont fait l'hypothèse de l'existence d'un champ qui a été appelé champ de Higgs, qui brise spontanément la symétrie électrofaible jusqu'à une échelle de 100 GeV (10^{-16} cm). et qui génère la masse aux bosons lourds ainsi que les fermions du modèle standard.

1.2 Les particules élémentaires du modèle standard

1.2.1 Les Fermions

Ce sont des particules de spin demi-entier qui obéissent à la statistique de Fermi Dirac. Les fermions sont donc soumis au principe d'exclusion de Pauli, qui leur impose de ne pouvoir se trouver dans le même état quantique.

Les fermions sont les particules constituantes de la matière.

On peut distinguer deux types de fermions :

– les quarks : ils sont au nombre de 6 et sont nommés u (up), d (down), c (charm), s (strange), b (bottom), t (top). La découverte de ce dernier en 1995 [1] au Tevatron est un symbole du pouvoir prédictif du Modèle Standard. Les quarks, ne pouvant exister à l'état libre, s'assemblent et forment les hadrons. Il existe deux types de hadrons (observés) : les baryons (combinaison de trois quarks) et les mésons (paire quark anti-quark) ;

– les leptons : aussi au nombre de six, ils comprennent e^- (électron), μ^- (muon), τ^- (tau) et trois neutrinos associés : ν_e, ν_μ et ν_τ

On peut ranger ces particules en trois familles , dans lesquelles les fermions sont regroupés en doublets d'isospin faible de chiralité gauche et en singulets d'isospin faible de chiralité droite (comme le montre le tableau 1.1[5]). Par exemple, la première famille comprend les quarks u et d , ainsi que e^- et ν_e . En passant de la famille i à $i + 1$, la masse des particules augmente et donc les particules de la première famille sont les plus stables. En effet, on observe que la matière ordinaire est constituée des fermions de la première famille. Les particules des familles d'ordre supérieure sont issues de processus astrophysiques ou peuvent être générées dans les collisionneurs de particule.

Le Modèle Standard permet aussi l'existence d'anti-particules. Ces anti-particules sont les reflets de la particule correspondante (même masse, spin) à la différence près que leur charge électrique est opposée.

Fermions	1 ^{ère} famille	2 ^{ème} famille	3 ^{ème} famille	charge	I	I ₃	Y
Quarks	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$	+2/3 -1/3	1/2	+1/2 -1/2	1/3
	u_R	c_R	t_R	+2/3	0	0	3/4
	d_R	s_R	b_R	-1/3			-2/3
Leptons	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L^- \end{pmatrix}$	0 -1	1/2	+1/2 -1/2	-1
	e_R^-	μ_R^-	τ_R^-	-1	0	0	-2

TAB. 1.1 – L'organisation des fermions en trois familles avec leur charge, isospin faible, projection de l'isospin faible et hypercharge respectives. L'antiparticule associée à chaque fermion possède une charge opposée. Les fermions ont pour valeur de spin 1/2 .

1.2.2 Les Bosons

Ce sont des particules de spin entier qui obéissent à la statistique de Bose-Einstein.

L'échange d'un boson entre deux particules élémentaires de spin quelconque constitue une interaction.

Il existe 4 types d'interactions fondamentales :

- l'électromagnétisme : elle agit entre toutes les particules ayant une charge électrique par le biais du photon (noté γ). Elle permet par exemple, la cohésion des atomes en liant les électrons et le noyau des atomes ;

- l'interaction faible : elle agit sur tous les fermions à l'aide des "courants" chargés W^+, W^- (notés W^\pm) et le "courant" neutre Z_0 . Elle est responsable de la radio-activité _ qui transforme un neutron en proton ;

- l'interaction forte : elle agit sur les particules ayant une charge de couleur (rouge, bleu ou vert) : les quarks et les gluons. Ces derniers, au nombre de 8, sont les bosons d'échange de l'interaction forte. Cette interaction est la cause du confinement des quarks dans les hadrons. En effet la force "forte" augmente lorsque les particules "colorées" s'éloignent. L'habillage des quarks dans une interaction donnée (appelé hadronisation) entraîne des états neutres de couleur et ce phénomène est à l'origine des "jets" de particules observés dans les détecteurs de physique des particules ;

- la gravitation : elle agit sur toutes les particules massives. Cette interaction a pour boson d'échange le graviton (particule de masse nulle, de charge électrique nulle et de spin 2) mais il n'y a toujours pas de preuve expérimentale directe de son existence. De plus, c'est la seule interaction qui ne soit pas encore incluse dans le Modèle Standard.

boson	spin	interaction fondamentale	particules sensibles	charge
Higgs (H)	0	mécanisme BEHHGK	massives	0
photon (γ)	1	électromagnétisme	chargées	0
gluon ($g_i, i \in \{1, \dots, 8\}$)	1	interaction forte	quarks	0
W^\pm, Z^0	1	interaction faible	quarks & leptons	$\pm 1, 0$
graviton (G)	2	gravitation	toutes	0

TAB. 1.2 – Les bosons associés aux trois interactions décrites par le Modèle Standard de la physique des particules avec charge . Ces bosons sont de spin 1. Le boson de Higgs induit par le mécanisme de Higgs est de spin nul .

Le Modèle Standard nécessite l'existence d'une particule supplémentaire : le boson de Higgs , qui est une résonance compatible avec l'hypothèse de l'existence à 125 GeV le 4 juillet 2012

Le tableau (1.2) résume l'ensemble des bosons du Modèle Standard [5].

1.3 Le Lagrangien du modèle standard

1.3.1 QCD " Quantum ChromoDynamics "

la chromodynamique quantique (QCD) est une théorie de jauge du groupe $SU(3)_c$ qui décrit l'interaction forte. L'indice c fait référence à la charge de couleur des quarks et des gluons, et la densité de Lagrangien [6] décrit comme suite :

$$\mathcal{L}_{SU(3)_c} = F_{\mu\nu}^a F^{a,\mu\nu} + \Sigma \bar{q}_{r\alpha}^i \gamma_\mu D_\mu q_r^i \quad (1.1)$$

Avec

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad (1.2)$$

Où

g_s : La constante de couplage de jauge QCD.

$F_{\mu\nu}^a$: est le tenseur de champs pour des champs de gluons.

$G_\mu^a (a = 1, \dots, 8)$: Sont les gluons associés par l'interaction forte.

$f_{abc} (a, b, c = 1, \dots, 8)$: sont les constantes de structure anti-symétrique définir par : $Tr [\lambda^a, \lambda^b] = 2i f_{abc} \lambda^c$

λ : les matrices de $SU(3)_c$, sont normalisées par : $Tr (\lambda^a, \lambda^b) = 2\delta^{ab}$, alors $Tr [\lambda^a, \lambda^b] = 4i f_{abc}$

Le second terme de lagrangien est la dérivé covariante de jauge pour les quarks : q_r avec r : le saveur , et $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ les trois couleurs (rouge ,bleu ,vert)

$$D_{\mu\beta}^{\alpha} = (D_{\mu})_{\alpha\beta} = \partial_{\mu}\delta_{\alpha\beta} + ig_s G_{\mu}^a T_{\alpha\beta}^i \quad (1.3)$$

Où $T^i = \lambda^i/2$: matrice triplet (3×3)

1.3.2 La théorie électrofaible

La théorie électrofaible est basé sur le lagrangien $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U_{em}(1)$ [6] tel que

$U(1)_Y$ est le groupe d'hypercharge.

$SU(2)_L$ est le groupe d'isospin et décrit l'interaction faible.

Les deux groupes précédents unifiés pour former la théorie électrofaible ,qui basé sur le lagrangien suivant :

$$\mathcal{L}_{SU(2)_L \times U(1)_Y} = L_{U_{em}(1)} = L_G + L_{\phi} + L_f + L_{Yuk} \quad (1.4)$$

Secteur de jauge

La partie de jauge de lagrangien est :

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (1.5)$$

Où :

W_{μ}^a : ($a = 1, 2, 3$) Le champs de jauge du groupe $SU(2)$

B_{μ} : Le champs de jauge du groupe $U(1)$

Avec les tenseurs des champs sont :

$$B_{\mu} = \partial_{\mu}B_{\nu} - \partial_{\nu}B_{\mu}$$

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_{\mu}W_{\nu}^a - \partial_{\nu}W_{\mu}^a - g\varepsilon_{abc}W_{\mu}^b W_{\nu}^c \quad (1.6)$$

Où :

B_{μ} : Le champs du boson vecteur de $U(1)$ associé à la faible hypercharge

$$Y = Q - I_3 \quad (1.7)$$

Avec Q est l'opérateur de charge électrique et I_3 le troisième composante de l'isospin faible du groupe $SU(2)$

g, g' sont les constantes de couplage associées aux groupes $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$, respectivement

ε_{abc} : La constante de structure définie par la relation de commutation entre les générateurs T^a du groupe $SU(2)$ tel que : $[T^a, T^b] = \varepsilon^{abc}T^c$, où $T^a = \frac{1}{2}\sigma^a$

σ^a : ($a = 1, 2, 3$) sont les matrices de Pauli

Secteur scalaire

La partie scalaire de lagrangien est :

$$\mathcal{L}_\phi = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi) \quad (1.8)$$

Où : $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \sim (1, 2, 1)$ est le complexe scalaire de Higgs qui est un doublet de $SU(2)$ avec ϕ^+ , ϕ^0 les champs scalaires des charges électriques positive et nulle respectivement.

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a + i \frac{g'}{2} B_\mu \quad (1.9)$$

D_μ : La dérivée covariante de jauge

$V(\phi)$: Le potentiel de Higgs

La combinaison d'invariance du $SU(2) \times U(1)$ et la renormalisabilité limitée V à la forme :

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.10)$$

Pour $\mu^2 < 0$ il y aura brisure spontanée de symétrie, le terme λ décrit les interactions auto-interactions entre les champs scalaires, la stabilité du vide nécessite $\lambda > 0$.

Secteur fermionique

La partie fermionique de lagrangien est :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f = & \sum_{m=1}^F (\bar{q}_{mL} i \gamma_\mu D_\mu q_{mL} + \bar{l}_{mL} i \gamma_\mu D_\mu l_{mL} + \bar{u}_{mR} i \gamma_\mu D_\mu u_{mR} \\ & + \bar{d}_{mR} i \gamma_\mu D_\mu d_{mR} + \bar{l}_{mR} i \gamma_\mu D_\mu l_{mR} + \bar{\nu}_{mR} i \gamma_\mu D_\mu \nu_{mR}) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Tel que :

m : l'indice de la famille et $F \geq 3$ le nombre des familles gauche.

L, R : les projections chiraux, gauche (Left) et droite (Right) respectivement.

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \psi \quad (1.12)$$

$$\psi_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \psi \quad (1.13)$$

Les quarks et les leptons gauche sont :

$$q_{mL} = \begin{pmatrix} u_m \\ d_m \end{pmatrix}_L, \quad l_m = \begin{pmatrix} \nu_m \\ e_m^- \end{pmatrix}_L \quad (1.14)$$

Transforme eu doublets du groupe $SU(2)$, tandis que les champs droites u_{mR}, d_{mR}, e_{mR}^- et ν_{mR} sont singulets du groupe $U(1)$.

Les dérivés covariant de jauge sont :

$$D_\mu q_{mL} = (\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\sigma} \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{2} B_\mu) q_{mL} \quad (1.15)$$

$$D_\mu l_{mL} = (\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\sigma} \vec{W}_\mu - \frac{ig'}{2} B_\mu) l_{mL} \quad (1.16)$$

$$D_\mu u_{mR} = (\partial_\mu + \frac{2ig'}{3} B_\mu) u_{mR} \quad (1.17)$$

$$D_\mu d_{mR} = (\partial_\mu - \frac{ig'}{3} B_\mu) d_{mR} \quad (1.18)$$

$$D_\mu e_{mR}^- = (\partial_\mu - ig' B_\mu) e_{mR}^- \quad (1.19)$$

$$D_\mu \nu_{mR} = \partial_\mu \nu_{mR} \quad (1.20)$$

Secteur de Yukawa

La partie de Yukawa de lagrangien est :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk} = & \sum_{m,n=1}^F (Y_{mn}^u \bar{q}_{mL} \tilde{\phi} u_{nR} + Y_{mn}^d \bar{q}_{mL} \phi d_{nR} \\ & + Y_{mn}^l \bar{l}_{mL} \phi e_{nR} + Y_{mn}^\nu \bar{l}_{mL} \tilde{\phi} \nu_{nR}) + \text{c.h} \end{aligned} \quad (1.21)$$

c.h : le conjugué hermétique.

Avec la matrice Y_{mn} décrire les couplages de Yukawa entre un doublet de Higgs ϕ et les différentes saveurs m et n de quarks et leptons.

$$\tilde{\phi} = i\sigma^2 \phi^+ = \begin{pmatrix} \phi^{0+} \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

$\tilde{\phi}$: le champs de Higgs conjuguée

L'absence de neutrino right ne permet pas d'avoir des interactions de Yukawa pour les neutrinos.

1.4 La brisure spontanée de la symétrie :

La nécessité de respecter l'invariance de jauge tout en maintenant les différences entre les états gauches et droitiers de la matière par l'interaction faible compliquent l'ajout des termes de masses. Il faut faire appel à la brisure spontanée du potentiel par le mécanisme de Higgs [7, 8], le mécanisme de Higgs brisé seulement le groupe symétrique $SU(2)_L \times U(1)_Y$ en $U_{em}(1)$ et n'affecte pas pour le groupe $SU(3)_c$ car c'est une symétrie parfaite.

On choisit le potentiel renormalisable le plus simple qui brise la symétrie :

$$V(\phi) = \mu^2 |\phi|^2 + \lambda(|\phi|^2)^2 \quad (1.23)$$

Avec $\lambda > 0$ et $|\phi|^2 = \phi^+ \phi$

L'état fondamentale d'un champ qui correspond à l'état de vide et défini comme étant la valeur du champ qui correspond au minimum de potentiel $V(\phi)$, il peut prendre deux formes différentes tout dépendant du signe de μ^2

- Si μ^2 positif ($\mu^2 \geq 0$) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(\phi^+ \phi)}{\partial(\phi^+ \phi)} &= 0 \implies \mu^2 + 2\lambda(\phi^+ \phi) = 0 \\ &\implies (\phi^+ \phi) = 0 \end{aligned} \quad (1.24)$$

On dit alors qu'il n'y a pas qu'un VEV (Vacuum Expectation Value). La forme du potentiel pour le cas $\mu^2 \geq 0$:

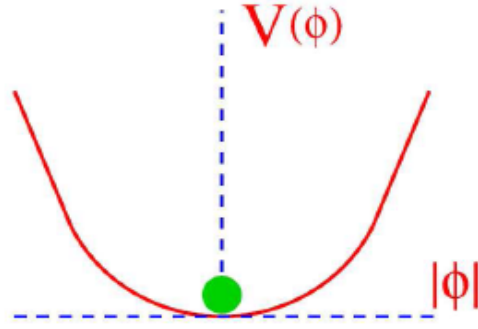


FIG. 1-1 – La forme du potentiel pour le cas $\mu^2 \geq 0$

- Si μ^2 négatif ($\mu^2 < 0$) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(\phi^+\phi)}{\partial(\phi^+\phi)} &= 0 \implies \mu^2 + 2\lambda(\phi^+\phi) = 0 & (1.25) \\ \implies (\phi^+\phi) &= -\frac{\mu^2}{2\lambda} = |\phi|^2 \end{aligned}$$

$$\implies \phi = \pm \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}}$$

pour $v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$ donc $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}v$

Le potentiel présente la forme d'un « chapeau mexicain ». illustrée à la figure 1-2

Donc les états de vide correspondant :

$$\langle 0|\phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

v : la valeur moyenne du champ de Higgs dans le vide.

Le développement du champs de Higgs autour de sa valeur moyenne dans le vide est donné par :

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

$h(x)$: le champ du boson de Higgs est un champ scalaire, ce qui implique que le Higgs est un boson de spin nul.

On remplace (1.27) dans (1.23) on trouve :

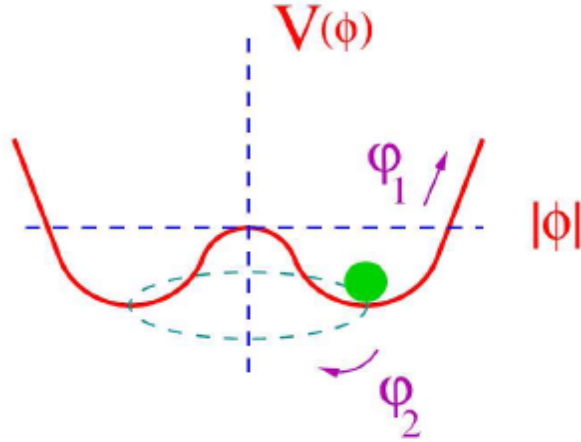


FIG. 1-2 – La forme du potentiel pour le cas $\mu^2 < 0$

$$\begin{aligned}
 V(\phi) &= \frac{\mu^2}{2}(v + h(x))^2 + \frac{\lambda}{4}(v + h(x))^4 & (1.28) \\
 &= \frac{\mu^2}{2}(v^2 + h^2 + 2vh) + \frac{\lambda}{4}(v^4 + 6v^2h^2 + 4v^3h + h^4 + 4vh^3) \\
 &= h^2\left(\frac{\mu^2}{2} + \frac{3}{2}\lambda v^2\right) + h(\mu^2v + \lambda v^3) + \lambda v h^3 + \frac{\lambda}{4}h^4 \\
 &\quad + \left(\frac{\mu^2}{2} + \frac{\lambda}{4}v^4\right)
 \end{aligned}$$

On élimine le second terme et on remplace $v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$ dans (1.28) on trouve :

$$V(\phi) = h^2\left(\frac{1}{2}(-2\mu^2)\right) + \lambda v h^3 + \frac{\lambda}{4}h^4 \quad (1.29)$$

Le premier terme est un terme de masse pour le Higgs donc :

$$m_H = -2\mu^2 \quad \text{avec} \quad \mu^2 < 0 \quad (1.30)$$

1.5 Masses des bosons de jauge

A partir le terme cinétique de lagrangien scalaire (1.8) on estime les masses des bosons de jauge par le remplacement du champs de Higgs par sa valeur moyenne le « VEV » (1.26) donc :

$$(D^\mu \phi)^+(D_\mu \phi) \rightarrow M_W^2 W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \quad (1.31)$$

La dérivée covariante est :

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_W \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a + \frac{ig}{2} B_\mu \quad (1.32)$$

Et $\sigma^a = (a = 1, 2, 3)$ tel que :

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

Avec $\partial_\mu v = 0$

$$(D_\mu \phi) = (\partial_\mu + ig_W \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a + \frac{ig}{2} B_\mu) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

On remplace (1.33) dans (1.34) on trouve que :

$$(D_\mu \phi) = \begin{pmatrix} \frac{ig_W}{2} (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \frac{v}{\sqrt{2}} \\ (-\frac{ig_W}{2} W_\mu^3 + \frac{ig}{2} B_\mu) \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

Même méthode pour $(D^\mu \phi)^+$ qui devient :

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi)^+ &= (\partial^\mu + ig_W \frac{\sigma^a}{2} W^{a\mu} + \frac{ig}{2} B^\mu) \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{ig_W}{2} (W^{1\mu} + iW^{2\mu}) \frac{v}{\sqrt{2}} & (\frac{ig_W}{2} W^{3\mu} - \frac{ig}{2} B^\mu) \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.36)$$

On a d'une part :

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \pm iW_\mu^2) \quad (1.37)$$

Donc :

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi)^+(D_\mu \phi) &= L_{masse}^{GB} = \frac{g_W^2}{8} v^2 W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{1}{8} v^2 (g_W^2 W_\mu^3 W^{3\mu} \\ &\quad + g^2 B_\mu B^\mu - 2g_W g B_\mu W^{3\mu}) \end{aligned} \quad (1.38)$$

Après le premier terme de (1.38) on trouve que la masse de W^\pm est :

$$M_W^2 = \frac{g_W^2}{4} v^2 \quad (1.39)$$

Pour trouver les masses des autres bosons de jauge γ et Z^0 on utilise la matrice de rotation paramétrée par un angle θ_W de mélange tel que :

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

Donc

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu$$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu$$

On utilise la matrice de rotation inverse pour trouver la relation de W_μ^3 et B_μ , tel que :

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ +\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} = 1$$

Donc

$$W_\mu^3 = \cos \theta_W Z_\mu + \sin \theta_W A_\mu \quad (1.41)$$

$$B_\mu = -\sin \theta_W Z_\mu + \cos \theta_W A_\mu \quad (1.42)$$

On définit :

$$\cos \theta = \frac{g_W}{\sqrt{g + g_W^2}} \quad , \quad \sin \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g + g_W^2}}$$

On remplace (1.41) et (1.42) dans la second terme de (1.38) on trouve :

$$\frac{1}{8} v^2 [(g + g_W^2) Z_\mu Z^\mu + 0 A_\mu A^\mu] \quad (1.43)$$

Les masses générées pour les bosons physiques W_\pm , Z^0 , A_μ (le photon γ) et le boson de Higgs sont :

Particules(bosons)	γ	W	Z	H	g
Masses (Gev)	$< 10^{-27}$	80.4	91.2	$m_H \in [114; 158] \cup [175; 185]$	0

TAB. 1.3 – Les masses des bosons en Gev .

$$M_W^2 = \frac{g_w^2}{4}v^2 \quad , \quad M_Z^2 = \frac{v^2}{4}(g+g_w^2) \quad , \quad M_A^2 = 0 \quad , \quad m_H = -2\mu^2$$

Tel que les déférents masse des bosons représenté dans le tableau (1.3)

1.6 Masses des fermions

Pour le moment, seuls les bosons de jauge possèdent une masse grâce au mécanisme de Higgs. Ce dernier permet également de donner une masse aux fermions du Modèle Standard par leurs couplages au boson de Higgs. Donc en utilisant le Lagrangien de Yukawa qui décrit ces couplages :

$$\mathcal{L}_{Yuk} = Y_{mn}^u \bar{q}_{mL} \tilde{\phi} u_{nR} + Y_{mn}^d \bar{q}_{mL} \phi d_{nR} + Y_{mn}^l \bar{l}_{mL} \phi e_{nR} + c.h$$

Où les notations pour les champs des leptons et des quarks sont celles définies par la relation (1.14). En faisant le même développement que pour les bosons de jauge, les fermions acquièrent une masse donnée par [9] :

$$m_f = Y_f \frac{v}{\sqrt{2}} \tag{1.44}$$

Tel que les masse des fermions représenté dans le tableau (1.4)

Particules(Leptons)	e^-	ν_e	μ	ν_μ	τ	ν_τ
Masses (Mev)	0.511	$< 2.10^{-6}$	106	< 0.19	1777	< 18.2
Particules(Quarks)	u	d	s	c	b	t
Masses (Mev)	1.7 – 3.3	4.1 – 5.8	80 – 130	1270	4190	$172. 10^3$

TAB. 1.4 – Les masses des fermions en Mev .

1.7 Sources de la violation CP dans le modèle standard

L'origine de la violation CP est directement inscrite dans la description actuelle du Modèle Standard dans le secteur des quarks. Cette partie montre comment la symétrie CP peut être violée en considérant 3 générations de particules fondamentales. Tel que l'ensemble du quarks sont :

$$\begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L, \quad U_R, \quad D_R$$

Avec $U = \{u, c, t\}$ et $D = \{d, s, b\}$

Masse des quarks

Dans la nature, on observe que la masse des quarks sont toutes différents, or dans le lagrangien de la théorie, ils n'acquièrent pas directement de masse comme c'est le cas pour les bosons de jauge en introduisant le champ de Higgs. Il faut pour cela ajouté des termes de couplage entre les fermions et le champ de Higgs en introduisant un potentiel de Yaukawa [9] :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = (Y_{ij}^u \begin{pmatrix} \bar{U}_L^i & \bar{D}_L^i \end{pmatrix} \phi U_R^i + Y_{ij}^d \begin{pmatrix} \bar{U}_L^i & \bar{D}_L^i \end{pmatrix} \phi D_R^i) \quad (1.45)$$

Où i et j correspond au 3 familles et Y_{ij}^u, Y_{ij}^d sont les matrices complexes 3×3

En développant autour de la valeur dans le vide du champ de Higgs, on obtient :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = M_{ij}^u \bar{U}_L^i U_R^j + M_{ij}^d \bar{D}_L^i D_R^j \quad (1.46)$$

Où $M^{u(d)} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^{u(d)}$: sont les matrices de masse des quarks « up » et « down » respectivement.

Les champs des quarks du lagrangien sont des états propres de l'interaction électrofaible mais pas état propre de masse. Les matrices de masse M^q qui ne sont donc ni diagonales ni réelles. peuvent être exprimés en fonction des matrices de

masse diagonales grace à quatre matrices complexes unitaires $V_{L,R}^{u,d}$, comme suit :

$$M_{diag}^u = V_L^{u+} M^u V_R^u \quad (1.47)$$

$$M_{diag}^d = V_L^{d+} M^d V_R^d \quad (1.48)$$

Finalement, le lagrangien de Yukawa s'écrit comme une somme de terme de masse :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = M_{diag}^u \bar{U}'_L U'_R + M_{diag}^d \bar{D}'_L D'_R \quad (1.49)$$

Où

$$U'_L = V_L^{u+} U_L \quad , \quad D'_L = V_L^{d+} D_L \quad , \quad U'_R = V_R^{u+} U_R \quad , \quad D'_R = V_R^{d+} D_R$$

Couplage des courants chargés aux quarks

Dans le lagrangien, le terme d'interaction du courant chargé W^\pm avec les quarks est de la forme :

$$L_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{U}'_L \gamma^\mu D'_L W_\mu^+ + \text{ch} \quad (1.50)$$

En remplaçant dans cette expression les états propres de saveur par leur définition en fonction des états propres de masse, on obtient :

$$L_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{U}'_L V_L^u \gamma^\mu V_L^{d+} D'_L W_\mu^+ + \text{ch} \quad (1.51)$$

1.7.1 Matrice de Cabibo

Dans le cadre de l'universalité de l'interaction faible, on fait l'hypothèse que les doublets de quarks interagissent de la même manière de les doublets d'isospin de la même génération « deux génération ».

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad , \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

Ainsi, par courant chargé, l'électron ne peut interagir qu'avec neutrino électrique et de même le quark « up » n'interagira qu'avec le « down ».

Si cette hypothèse explique bien la désintégration du pion en anti muon voir figure (1-3)

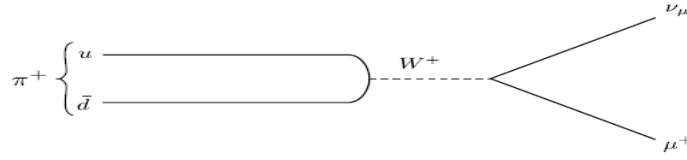


FIG. 1-3 – Désintégration d'un pion en un antimuon et un neutrino muonique.

$$\pi^+(u\bar{d}) \rightarrow \mu^+\nu_\mu \quad (1.53)$$

Où un quark « up » interagit avec un quark « down » (1-3) elle n'explique pas la désintégration du kaon en anti muon [10] :

$$K^+(u\bar{s}) \rightarrow \mu^+\nu_\mu \quad (1.54)$$

Plutôt que de remettre en cause l'universalité de l'interaction faible, Cabibo à préféré que les états propres de l'interaction faible n'étaient pas les quarks d et s , mais des combinaisons linéaire de ces derniers.

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = V_{cb} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

Donc dans le cas des deux générations, le lagrangien du courant changé est :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} &= \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{U}_L \quad \bar{D}_L \right) V_L^u \gamma^\mu V_L^{d+} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + \text{ch} \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{U}_L \quad \bar{D}_L \right) \gamma^\mu V_L^u V_L^{d+} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + \text{ch} \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{U}_L \quad \bar{D}_L \right) \gamma^\mu V_{cb} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + \text{ch} \end{aligned} \quad (1.56)$$

Avec

$$V_{cb} = V_L^u V_L^{d+} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{pmatrix} \quad (1.57)$$

Où V_{cb} : est la matrice de Cabibo

Pour obtenir les éléments de la matrice de Cabibo on utilise la matrice unitaire tel que :

$$V^+ V = V^+ V = 1 \quad (1.58)$$

Après (1.58), on obtient les termes des éléments de la matrice V_{cb} qui s'écrivent comme suit [11] :

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 = 1 \quad (1.59)$$

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* = 0 \quad (1.60)$$

$$V_{cd}V_{ud}^* + V_{cs}V_{us}^* = 0 \quad (1.61)$$

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 = 1 \quad (1.62)$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 = 1 \quad (1.63)$$

$$V_{ud}^*V_{us} + V_{cd}^*V_{cs} = 0 \quad (1.64)$$

$$V_{us}^*V_{ud} + V_{cs}^*V_{cd} = 0 \quad (1.65)$$

$$|V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 = 1 \quad (1.66)$$

On introduit un angle θ_c tel que :

$$|V_{ud}| = \cos \theta_c = c \quad (1.67)$$

$$|V_{us}| = \sin \theta_c = s \quad (1.68)$$

Après (1.62) et (1.63) on trouve :

$$|V_{us}| = c \quad , \quad |V_{us}| = s \quad (1.69)$$

Alors on peut écrire V_{cb} comme suit :

$$V_{cb} = \begin{pmatrix} ce^{i\alpha_{11}} & se^{i\alpha_{12}} \\ se^{i\alpha_{21}} & ce^{i\alpha_{22}} \end{pmatrix} \quad (1.70)$$

Maintenant, on détermine les phases à partir des autres équations, si on prend par exemple l'équation (1.60) on peut trouver que :

$$e^{i\alpha_{21}} = -e^{i(\alpha_{11}-\alpha_{12}+\alpha_{22})} \quad (1.71)$$

On a remplacé (1.71) dans (1.70) on obtient :

$$V_{cb} = \begin{pmatrix} ce^{i\alpha_{11}} & se^{i\alpha_{12}} \\ -se^{i(\alpha_{11}-\alpha_{12}+\alpha_{22})} & ce^{i\alpha_{22}} \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

Finalement on a obtenu une matrice 2×2 avec un seul angle et trois phases. Si on élimine les trois phases restantes on obtient :

$$V_{cb} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i(\alpha_{22}-\alpha_{12})} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ce^{i\alpha_{11}} & 0 \\ 0 & ce^{i\alpha_{12}} \end{pmatrix} \quad (1.73)$$

Donc, on peut avoir une nouvelle matrice V'_{cb} avec un angle et 0 phase [9] :

$$V'_{cb} = \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \quad (1.74)$$

Pour deux familles (cas de deux générations) des particules, il n'y a pas de violation de CP. Donc pour trouver les sources de la violation CP il faut étudier le cas de trois familles de particules « trois générations ».

1.7.2 Matrice de Cabibo-Kobayashi-Maskawa

Historiquement quand la violation de CP a été mise en évidence, seuls trois quarks avaient été découverts, les quarks u , d , s , Cabibo avait introduit en 1963 l'angle θ_c pour expliquer les transitions $u \rightarrow d$ et $u \rightarrow s$ intervenant dans les désintégrations des kaons. Un an après, la violation de CP était découverte, or comme l'on vu il faut que le couplage soit complexe pour qu'elle puisse exister. Les couplages de Cabibo étaient cependant réels ne pouvaient pas expliquer l'observation expérimentale. L'idée de Kobayashi et Maskawa en 1973 fut de remarquer qu'en considérant trois quarks supplémentaires pour former trois familles. Le couplage

du courant changée de quarks avec les bosons W^\pm est :

$$\begin{aligned}
-L_{CC} &= \frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{c}_L & \bar{t}_L \end{pmatrix} \gamma^\mu V_L^u V_{LL}^{d+} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} W_\mu^+ + \text{ch} \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{c}_L & \bar{t}_L \end{pmatrix} \gamma^\mu V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} W_\mu^+ + \text{ch}
\end{aligned} \tag{1.75}$$

On écrit symboliquement la matrice CKM pour trois générations de quarks comme une matrice 3×3 complexe

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{uc} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \tag{1.76}$$

Chaque élément a pour indices un quark up et un quark down et caractérise leur couplage par un boson W^\pm . Pour obtenir les éléments du matrice CKM on utilise la matrice unitaire tel que [11] :

$$V^\dagger V = V^\dagger V = 1$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1 \tag{1.77}$$

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0 \tag{1.78}$$

$$V_{ud}V_{td}^* + V_{us}V_{ts}^* + V_{ub}V_{tb}^* = 0 \tag{1.79}$$

$$V_{cd}V_{ud}^* + V_{cs}V_{us}^* + V_{cb}V_{ub}^* = 0 \tag{1.80}$$

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1 \tag{1.81}$$

$$V_{cd}V_{td}^* + V_{cs}V_{ts}^* + V_{cb}V_{tb}^* = 0 \tag{1.82}$$

$$V_{td}V_{ud}^* + V_{ts}V_{us}^* + V_{tb}V_{ub}^* = 0 \tag{1.83}$$

$$V_{td}V_{cd}^* + V_{ts}V_{us}^* + V_{tb}V_{cb}^* = 0 \tag{1.84}$$

$$|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1 \tag{1.85}$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 1 \tag{1.86}$$

$$V_{ud}^*V_{us} + V_{cd}^*V_{cs} + V_{td}^*V_{ts} = 0 \tag{1.87}$$

$$V_{ud}^*V_{ub} + V_{cd}^*V_{cb} + V_{td}^*V_{tb} = 0 \tag{1.88}$$

$$V_{us}^* V_{ud} + V_{cs}^* V_{cd} + V_{ts}^* V_{td} = 0 \quad (1.89)$$

$$|V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 = 1 \quad (1.90)$$

$$V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} = 0 \quad (1.91)$$

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0 \quad (1.92)$$

$$V_{ub}^* V_{us} + V_{cb}^* V_{cs} + V_{tb}^* V_{ts} = 0 \quad (1.93)$$

$$|V_{ub}|^2 + |V_{cb}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1 \quad (1.94)$$

Paramétrisation de la matrice CKM

La paramétrisation standard de la matrice CKM utilise directement les trois angles d'Euler et la phase unique, et on va faire une paramétrisation sur les équations diagonales (1.77), (1.81), (1.85), (1.86), (1.90), (1.94).

On introduit le premier angle θ_{13} de sorte que :

$$|V_{ub}| = \sin \theta_{13} = s_{13} \quad (1.95)$$

D'après (1.77), (1.94) on trouve :

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 = c_{13}^2 \quad (1.96)$$

$$|V_{cb}|^2 + |V_{tb}|^2 = c_{13}^2 \quad (1.97)$$

Ceci nous motive pour introduire deux autres angles θ_{12} et θ_{23} tel que :

$$|V_{ud}|^2 = c_{13}^2 c_{12}^2 \quad , \quad |V_{us}|^2 = c_{13}^2 s_{12}^2 \quad (1.98)$$

$$|V_{cb}|^2 = c_{13}^2 s_{23}^2 \quad , \quad |V_{tb}|^2 = c_{13}^2 c_{23}^2 \quad (1.99)$$

Cette méthode est la seule qui nous permet d'interpréter ces angles comme des angles de rotation.

On introduit un autre paramètre, on choisit une phase δ car il y'a seulement 4 équations indépendantes parmi les 6 équations tel que :

$$|V_{cd}|^2 = |s_{13}c_{23} + s_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta}|^2 \quad (1.100)$$

$$|V_{cs}|^2 = |c_{12}c_{23} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta}|^2 \quad (1.101)$$

$$|V_{td}|^2 = |s_{13}s_{23} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta}|^2 \quad (1.102)$$

$$|V_{ts}|^2 = |c_{12}s_{23} + c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta}|^2 \quad (1.103)$$

Maintenant, on va déterminer les phases des éléments de V d'après les équations restantes. On définit ces phases comme suit :

$$V_{ud} = c_{12}c_{13}e^{i\alpha_{11}} \quad (1.104)$$

$$V_{cd} = (s_{12}c_{23} + s_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta})e^{i\alpha_{21}} \quad (1.105)$$

$$V_{ub} = s_{13}e^{i(\alpha_{13}-\delta)} \quad (1.106)$$

Et après (1.78) on trouve :

$$\begin{aligned} & c_{12}c_{13}(s_{12}c_{23} + s_{23}s_{13}c_{12}e^{-i\delta})e^{i(\alpha_{13}-\alpha_{21})} \\ & + s_{12}c_{13}(c_{12}c_{23} + s_{23}s_{13}s_{12}e^{-i\delta})e^{i(\alpha_{12}-\alpha_{22})} \\ & + c_{13}s_{23}s_{13}e^{-i\delta}e^{i(\alpha_{13}-\alpha_{23})} = 0 \end{aligned} \quad (1.107)$$

Ceci est valide pour n'importe quel θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} et δ .

Pour θ_{12} on a respectivement :

$$e^{i(\alpha_{11}-\alpha_{21})} = e^{i(\alpha_{13}-\alpha_{33})}, \quad e^{i(\alpha_{11}-\alpha_{21})} = -e^{i(\alpha_{12}-\alpha_{32})} \quad (1.108)$$

Tous les autres équations ne sont pas indépendantes et n'introduisent pas de nouvelles conditions. Ainsi permet les $9\alpha_{ij}$, il existe seulement 5 indépendants.

On choisit α_{11} , α_{12} , α_{13} , α_{23} et α_{33} .

La forme générale de V est écrite comme suit :

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i(\alpha_{23}-\alpha_{13})} & \\ & & e^{i(\alpha_{23}-\alpha_{33})} \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{13} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} e^{i\alpha_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_{13}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.109)$$

on prend :

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{13} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

Tel que $V = V_{CKM}$, est la matrice de Cabibo-Kobayashi et Maskawa, que l'on peut écrire sous la forme de produit de trois matrices de rotation.

$$V_{CKM} = R_{23}(\theta_{23}, 0)R_{13}(\theta_{13}, \delta)R_{12}(\theta_{12}, 0) \quad (1.110)$$

Avec :

$$R_{23}(\theta_{23}, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \quad (1.111)$$

$$R_{13}(\theta_{13}, \delta) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{23} & 0 & \sin \theta_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13}e^{i\delta} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \quad (1.112)$$

$$R_{12}(\theta_{12}, 0) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.113)$$

La matrice CKM prend la forme suivante :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{13} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.114)$$

Où $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ et $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, $i, j = 1, 3$

La violation de CP n'apparaît donc que si δ est différent de 0, π , et si θ_{ij} est différent de 0 et $\frac{\pi}{2}$. La matrice ne dépend finalement que de quatre paramètres physiques indépendants : 1 phase complexe et 3 angles de rotation réels, C'est cette phase complexe qui permet à l'interaction faible de violer la symétrie CP.

Une matrice de mélange équivalente à la matrice CKM existe pour les neutrinos, on l'appelle la matrice PMNS, voir le chapitre 2

Malgré les nombreux succès remportés par le modèle standard et la confirmation expérimentale de la vaste majorité de ses prédictions, plusieurs pensent que ce modèle ne constitue qu'une première étape vers une théorie plus complète

Le modèle standard, bien qu'en accord remarquable avec la quasi totalité des

observations expérimentales réalisées à l'échelle d'énergie des interactions électro-faibles, ne peut décrire la physique à une énergie arbitrairement élevée et souffre du problème de l'oscillation. Pour tenter de résoudre les insuffisances du modèle standard, de nombreux modèles ont été construits au-delà du modèle standard. Parmi ces modèles le modèle 331 aura plus de détails dans le chapitre 03. Et l'observer que le neutrino droit n'étant pas inclus dans le modèle standard, qu'il s'agit du mécanisme de seesaw qu'on expliquera par la suite.

Chapitre 2

Le Modèle de Seesaw

2.1 Introduction

Les neutrinos dans le modèle standard introduits comme des particules uniquement gauches et de masses nulles. Cela correspond à des choix et non à des impératifs théoriques. Nous avons par exemple pu créer un terme de masse pour les neutrinos avec le mécanisme de brisure de symétrie en introduisant des neutrinos droits.

En effet contrairement au cas de photon qui est de masse nulle à cause de la symétrie $U_{em}(1)$, rien n'empêche le neutrino d'avoir une masse non nulle.

Ce choix s'explique par le fait qu'à l'époque où le modèle standard a été développée, il n'y avait aucune indication expérimentale d'une masse non nulle pour le neutrino, cependant, cela a changé avec les expériences sur les oscillations des saveurs des neutrinos à la fin de vingtième siècle.

Malgré cette découverte expérimentale, l'origine de la masse des neutrinos pourraient être différente du mécanisme présente ici. En effet les limites expérimentales actuelles donnent des masses maximums très faibles pour les neutrinos. Ces masses étant bien plus faible que celle des autres particules, il semblerait étrange que le même phénomène soit à la l'œuvre, sans justification de la faible masse obtenu pour les autres particules du modèle standard peuvent également être postulés in tel modèle, le mécanisme de Seesaw, va être présenté dans les paragraphes suivantes.

2.2 Neutrino de Dirac et de Majorana

Si les neutrinos sont massifs et s'il existe des neutrinos de chiralité droite ν_R stériles, l'extension la plus immédiate du modèle standard électrofaible à trans-

former les neutrinos de Weyl à deux composantes en particules de Dirac à quatre composantes, c'est-à-dire un neutrino de Dirac possède 4 degrés de liberté (particule et anti-particule $\times 2$ états d'hélicite).

Et selon la théorie de Majorana, le neutrino et l'anti-neutrino forment une seule et même particule, donc n'en possède que deux composantes (2 états d'hélicite), avec deux champs de Majorana (gauche et droite).

2.3 Les Termes de masse

2.3.1 Terme de masse de Dirac

Il s'agit du terme de masse utilisé dans le modèle standard, il est de la forme :

$$\mathcal{L}_D = -m_D \bar{\psi} \psi \quad (2.1)$$

$$\mathcal{L}_D = -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) \quad (2.2)$$

Où le spineur ψ est défini par $\psi = \nu_L + \nu_R$

Ce terme nécessite un neutrino droit. Comme pour les autres fermions présenté au chapitre 1 par exemple l'électron. ce terme de masse peut être généré grâce à la brisure spontanée de symétrie en ajoutant un terme d'interaction de Yukawa qui couplerait $\bar{\nu}$ et ν à un champs de Higgs ϕ :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = Y_\nu \bar{l}_L \phi \nu_R + c.h \quad (2.3)$$

2.3.2 Terme de masse de Majorana

Dans le cas des neutrinos de Majorana [12], les termes de masse sont construits en couplant un neutrino de Weyl à son conjugué de charge :

-Un terme de masse de Majorana gauche :

$$\mathcal{L}_{M_L} = -\frac{m_L}{2} (\bar{\nu}_L (\nu_L)^c + (\bar{\nu}_L)^c \nu_L) \quad (2.4)$$

-Un terme de masse de Majorana droit :

$$\mathcal{L}_{M_R} = -\frac{M_R}{2} (\bar{\nu}_R (\nu_R)^c + (\bar{\nu}_R)^c \nu_R) \quad (2.5)$$

-Et il est possible d'utiliser ces deux termes en même temps :

Champ	Agissant sur ν	Agissant sur $\bar{\nu}$
ν	annihilation	création
$\bar{\nu}$	création	annihilation
$(\nu)^c$	création	annihilation
$(\bar{\nu})^c$	annihilation	création

TAB. 2.1 – l’influence d’un champ sur les neutrinos.

$$\mathcal{L}_M = -\frac{M_L}{2} (\bar{\nu}_L (\nu_L)^c + (\bar{\nu}_L)^c \nu_L) - \frac{M_R}{2} (\bar{\nu}_R (\nu_R)^c + (\bar{\nu}_R)^c \nu_R) \quad (2.6)$$

Où $\psi^c = C(\bar{\psi})^T$ Et C est l’opérateur de conjugaison de charge (habituellement $C = i\gamma^2\gamma^0$) qui satisfait la relation : $C^{-1} \gamma^\mu C = -(\gamma^\mu)^T$ et T représente l’opération de transposition matricielle.

Un spinneur est un spinneur de Majorana si il est égal à son conjugué de Majorana :

$$\psi = \psi^c = C(\bar{\psi})^T$$

2.4 Nombre Leptonique

Nous pouvons définir un nombre leptonique L , valant 1 pour les leptons et -1 pour les anti-leptons. Alors, pour les neutrinos :

$$L(\nu) = 1 \quad , \quad L(\bar{\nu}) = -1$$

Ce nombre quantique est conservé dans toutes les interactions du modèle standard. Cela revient à dire que dans le cadre du modèle standard, la différence entre le nombre de leptons et d’anti-leptons est la même avant et après n’importe quel processus. Ce n’est par contre pas le cas si il y a un terme de masse de Majorana. Pour cela, il nous faut regarder l’influence d’un champ sur les neutrinos, qui peut être résumé par le tableau (2.1)

Il apparaît qu’un champ et son conjugué de Majorana ont des effets opposés lorsqu’ils agissent sur un autre champ. Or entre un terme de masse de Dirac et un terme de masse de Majorana, l’un des champs est changé en son conjugué de Majorana. Ces deux termes de masse vont avoir des effets différents.

– Terme de masse de Dirac

$$\mathcal{L}_D = -m_D \bar{\nu} \nu$$

En faisant agir ce terme sur des neutrinos, nous obtenons : $\nu \rightarrow \nu$ et $\bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu}$

-Ce terme de masse conserve le nombre leptonique.

- Terme de masse de Majorana (2.6)

Son action sur les neutrinos est donc : $\nu \rightarrow \bar{\nu}$, $\bar{\nu} \rightarrow \nu$

-Pour le terme de Majorana ce qui donne $\Delta L = \pm 2$. Donc le nombre leptonique n'est pas conservé. En particulier, si il y a un terme de masse de Majorana dans le lagrangien, des processus violant la conservation du nombre leptonique L pourront être observés.

2.5 Le mécanisme de Seesaw

Les termes de masse de Majorana (2.6) peuvent être utilisée pour construire un modèle expliquant la faible masse des neutrinos détectés par rapport aux masses des autres leptons, et le fait que seuls des neutrinos d'hélicité gauche sont observés. Ce modèle porte le nom de mécanisme de Seesaw [12, 13]

2.5.1 La matrice de Seesaw

Ce modèle part d'une théorie contenant à la fois des termes de masse de Dirac (2.1) et de Majorana (2.6), le terme de masse peut alors mis sous la forme :

$$\mathcal{L}_{masse} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{hc} \quad (2.7)$$

Où la matrice M vaut :

$$M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Comme dans le cas ordinaire, les particules physiques sont obtenus en diagonalisant, parfois appelée matrice de Seesaw. Nous allons détailler le mécanisme dans le cas à une saveur de neutrino

2.5.2 Le modèle à une saveur de neutrino

Les valeurs propres de (2.8) sont les solutions des polynômes suivant :

On pose :

$$P(X) = \det(M - XI_2) = 0 \quad (2.9)$$

Où :

$P(X)$: est un polynome de degré 2

X : est le valeur propre de M

I_2 : est la matrice unitaire 2×2

Donc (2.9) devient :

$$\begin{aligned} P(X) &= \det \left[\begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} - X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = 0 \\ &= \begin{vmatrix} m_L - X & m_D \\ m_D & m_R - X \end{vmatrix} = 0 \\ &= (m_L - X)(m_R - X) - m_D^2 = 0 \end{aligned}$$

Le polynpme est :

$$X^2 - (m_L + m_R)X + m_L m_R - m_D^2 = 0$$

Alors le discriminant est :

$$\Delta = (m_L + m_R)^2 - 4(m_L m_R - m_D^2) \quad (2.10)$$

Nous faisons l'hypothèse qu'il existe une hiérarchié entre les différentes termes de M (2.8) :

$$m_R = M' \gg m_D \gg m_L \approx 0$$

En prenant comme ordre de grandeur pour m_D la masse des leptons chargés :

$$m_e \leq m_D = m_l \leq m_\tau$$

Nous nous plaçons ensuite dans la limite où $m_L = 0$, ce qui revient à dire que seul un terme de masse droit de Majorana a été ajouté. Le discriminant (2.10) se simplifie alors en :

$$\Delta = M'^2 + 4m_D^2$$

Ce qui permet d'obtenir deux particules de masses :

$$\begin{aligned} m_{1,2} &= \frac{1}{2} \left(M' \pm \sqrt{M'^2 + \frac{4m_D^2}{M'^2}} \right) \\ m_{1,2} &\approx \frac{1}{2} \left(M' \pm M' \left(1 + \frac{2m_D^2}{M'^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Nous prendrons pour les masses des particules :

$$M_N = M$$

$$m_\nu = (-) \frac{m_D^2}{M^2} \quad (2.12)$$

(le signe moins de m peut être éliminé par une redéfinition des champs). Ceci nous permet d'obtenir la relation du seesaw :

$$M m_\nu = m_D^2 \quad (2.13)$$

et ainsi $M \gg m_D$ implique $m_\nu \ll m_D$

Le principe du mécanisme de seesaw est donc le suivant : en supposant qu'il existe un neutrino de masse M très supérieure aux masses des autres particules du modèle standard (quarks, électrons, muons, taus), un second neutrino de masse très inférieure à cette gamme de masse est obtenu.

Nous pouvons illustrer ce principe par un exemple numérique, en considérant que l'échelle de masse de Dirac est de l'ordre de la masse du quark top, et que la masse du neutrino lourd est de l'ordre des énergies de grande unification :

$$m_D \sim m_{top} \approx 175 \text{ Gev} \quad M \sim \text{GUT scale} \approx 10^{15} \text{ Gev}$$

La relation du seesaw (2.13) nous donne alors un neutrino léger de masse

$$m_\nu \sim 3 \times 10^{-2} \text{ ev}$$

Pour trouver les particules physiques (les états propres de masse), il faut diagonaliser explicitement M (2.8). Nous obtenons ainsi deux neutrinos physiques :

- le neutrino léger $\nu_1 = \nu_L^c + \nu_L - \rho(\nu_R + \nu_R^c)$ de masse $\frac{m_D^2}{M}$
- le neutrino lourd $\nu_2 = \nu_R + \nu_R^c + \rho(\nu_L^c + \nu_L)$ de masse M . Ce neutrino est parfois noté

N plutôt que ν en notant $\rho = \frac{m_D}{M} \ll 1$

Ces deux particules physiques sont des particules de Majorana ($\nu_1^c = \nu_1$, $\nu_2^c = \nu_2$). Enfin, le neutrino léger est constitué en grande partie de ν_L et le neutrino lourd de ν_R , de par la valeur de ρ .

2.6 L'oscillation

Il est admis que les neutrinos peuvent osciller, c'est-à-dire changer de saveur au cours de leur propagation, violant ainsi allègrement le principe de conservation du nombre leptonique de famille.

En 1967, Pontecorvo prédit que les oscillations entre les saveurs de neutrinos devraient conduire à un déficit sur Terre des neutrinos produits par le Soleil, ce que confirment par nombre d'expériences depuis les premiers résultats publiés en 1968, et après en 1998 par l'observation du SuperKamiokande, et surtout en 2001 par SNO (Sudbury Neutrino Observatory).

2.6.1 Matrice PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata)

Les oscillations sont possibles car les états propres de saveur des neutrinos, $|\nu_l\rangle$ ($l \in \{e; \mu; \tau\}$), observables expérimentalement (états propres de l'interaction), sont différents des états propres de masse (états propres de la propagation), $|\nu_i\rangle$ ($i \in \{1; 2; 3\}$). Ils s'écrivent comme une combinaison linéaire de ces derniers, au travers de la matrice de mélange PMNS :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Avec

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$$\nu_l = \sum_{k=1}^3 U_{lk} \nu_k \quad (2.16)$$

Où U la matrice de mélange unitaire de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata. Cette matrice est formellement très semblable à la matrice CKM qui régit le mélange des quarks. Donc l'interprétation de la matrice PMNS est simple si on l'écrit suivant la forme habituelle :

$$U = UM$$

M est une matrice diagonale contenant uniquement des phases. Cette matrice n'existe que si les neutrinos sont des particules de Majorana.

U est une matrice 3×3 unitaire, elle contient donc six phases indépendantes.

Trois de ces phases sont les angles de mélange θ_{ij} . Il reste alors trois phases indépendantes. Si les neutrinos sont des particules de Dirac, une redéfinition des champs permet de réduire le nombre de ces phases à une seule, la phase de violation de CP δ . Cela n'est par contre pas possible si les neutrinos sont des particules de Majorana. Il y a dans ce cas deux phases supplémentaires, α_1 et α_2 qui sont placées dans la matrice M :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_2} \end{pmatrix}$$

Seule la partie U a une influence sur les probabilités d'oscillations, nous allons donc nous concentrer sur celle-ci. Elle peut être prise comme étant le produit de 3 rotations avec une phase :

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

la phase δ . C'est le seul terme non réel de U , elle pourrait donc expliquer les différences de probabilité d'oscillation pour les neutrinos et les anti-neutrinos mentionnées dans la partie sur la symétrie CP. Pour cette raison elle est appelée phase de violation CP.

En effectuant les produits matriciels et en négligeant M , nous obtenons :

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

Chapitre 3

Le modèle 331

3.1 Introduction

Malgré les nombreux succès du modèle standard, le MS est néanmoins considéré comme imparfait, tout d'abord, il a un trop grand nombre de paramètres, 19, qui sont fixés arbitrairement, il n'explique pas les différences observés dans le spectre de masse des fermions (en particulier la hiérarchie de masse qui fait que le quark top soit beaucoup plus lourd que l'électron), il ne dit rien sur la masse observée des neutrinos et leur oscillation et aussi le nombre de générations (3 familles). De plus, il ne fait pas intervenir la quatrième interaction de la nature « la gravitation », pour plus de détails voir [14]

Une alternative très connue pour résoudre ces problèmes, consiste à élargir la symétrie de jauge, comme le modèle de grande unification $SU(5)$ de Georgi et Glashow qui unifie les interactions et prédit la quantification de la charge électrique, et aussi le groupe E_6 , qui peut également unifier les interactions et pourrait expliquer les masses des neutrinos, ... etc.

Pourtant, ces modèles, ne peuvent pas expliquer l'origine des familles de fermions, une alternative très intéressante pour expliquer l'origine des générations provient de l'annulation des anomalies chirales. En particulier, les modèles avec le groupe de jauge $Gr_{331} = SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_X$, appelé aussi « modèle 331 ».

3.2 Description du modèle 331

Dans ce chapitre, nous présentons un certain nombre de modèle 331 [15, 16, 17, 18, 19] et en particulier les différentes représentations des fermions, selon les valeurs de β voir équation (3.1)

Afin de construire un modèle de jauge basé sur le groupe $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_X$, tout d'abord, nous devons s'assurer à ce qu'il décrit l'interaction électromagnétique qui exige que le secteur $SU(3)_L \times U(1)_X$ contienne le sous groupe $U(1)_Q$, le générateur Q est défini comme suit :

$$Q = T_3 + \beta T_8 + X \quad (3.1)$$

Où : T_3 et T_8 sont des générateurs diagonaux de $SU(3)_L$ tel que :

$$T^a = \frac{1}{2} \lambda^a \quad , \quad (a = 1, \dots, 8) \quad (3.2)$$

λ^a : sont les matrices de Gell-Mann habituelles.

$$\lambda^3 = \text{diag}(1, -1, 0) \quad , \quad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag}(1, 1, -2) \quad (3.3)$$

En plus, T_9 qui génère $U(x)$, peut être commodément défini comme $T_9 = 1/\sqrt{6}$ avec cette définition, les générateurs, satisfait la même relation que les huit générations de $Su(3)$:

$$\text{Tr}[T^a T^b] = \frac{1}{2} \delta^{ab} \quad (3.4)$$

Dans le cas des antitriplets, se représentant comme 3^* , les générateurs sont $T^{*a} = -(T^a)^T$, avec T signifié le transposé.

$I = \text{diag}(1, 1, 1)$: est la matrice unitaire.

X : est le nombre quantique associée à $U(1)_X$ et est en relation avec le paramètre libre β .

Cependant, il n'est pas possible d'identifier une version unique d'un modèle 331, à cause de certaines conditions que nous devons imposer sur le modèle et qui vont restreindre les valeurs possibles de β :

1- Ce modèle contient au moins les particules phénoménologiques connues (avec tous leurs degrés de liberté) et leurs interactions.

2- Annule les anomalies (de sorte que c'est une théorie renormalisable).

3- Le secteur scalaire doit permettre une SSB selon le schéma $331 \rightarrow 321 \rightarrow 31$, et que les particules supplémentaires sont plus lourdes que celles du MS.

Le choix de β est imposé par la définition de la charge électrique des particules exotique (au delà du MS).

On peut mettre les quarks (q) et les leptons (l) dans les représentations suivantes [16, 18] :

$$\psi_L = \begin{aligned} q_L &: (3, 3, X_q^L) = (3, 2, X_q^L) \oplus (3, 1, X_q^L) \\ l_L &: (1, 3, X_l^L) = (1, 2, X_l^L) \oplus (1, 1, X_l^L) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\psi_L^* = \begin{aligned} q_L^* &: (3, 3^*, X_q^L) = (3, 2^*, X_q^L) \oplus (3, 1, X_q^L) \\ l_L^* &: (1, 3^*, X_l^L) = (1, 2^*, X_l^L) \oplus (1, 1, X_l^L) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\psi_R = \begin{aligned} q_R &: (3, 1, X_q^R) \\ l_R &: (1, 1, X_l^R) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Où la notation $(3, 2, X)$, $(1, 2, X)$ correspond aux particules du MS, et $(3, 1, X)$, $(1, 1, X)$ sont associées à des particules au delà du MS. Les deux possibilités 3 et 3^* pour les multiplets $SU(3)_L$ sont incluses dans le secteur de la saveur car le même nombre de triplets de fermions et antitriplets doit être présent pour annuler les anomalies.

Une manière d'y parvenir est de choisir deux familles de quarks dans une représentation irréductible $3(3^*)$ et l'autre famille de quarks dans l'autre représentation, et les trois familles leptonique dans la représentation $3^*(3)$. De cette façon, nous garantissons une représentation vectorielle des fermions par rapport au groupe $SU(3)_L$, c'est-à-dire un modèle sans anomalies chirales.

3.3 Les bosons de jauge dans le modèle 331

Les bosons de jauge associés au groupe $SU(3)_L$ sont dénotés par W^a ($a = 1, \dots, 8$), qui se transforme en fonction de la représentation du groupe, alors que le boson de jauge de $U(1)_X$ est noté par X .

En conséquence, les dérivées covariantes agissant sur les différents champs, s'écrivent comme suit [15, 17] :

$$\begin{aligned} * \text{ Triplet } \psi_L &: D_\mu \psi_L = \partial_\mu \psi_L - ig W_\mu^a T^a \psi_L - ig_X X X_\mu T^9 \psi_L \\ * \text{ Anti triplet } \psi_L^* &: D_\mu \psi_L^* = \partial_\mu \psi_L^* + ig W_\mu^a (T^a)^T \psi_L^* - ig_X X X_\mu T^9 \psi_L^* \\ * \text{ Singulet } \psi_R &: D_\mu \psi_R = \partial_\mu \psi_R - ig_X X X_\mu T^9 \psi_R \end{aligned} \quad (3.8)$$

Où g, g_X : sont les constantes de couplage.

La matrice $W^a T^a$ peut être réarrangé comme suit :

$$W_\mu = W_\mu^a T^a = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & \sqrt{2} W_\mu^+ & \sqrt{2} K_\mu^{Q_1} \\ \sqrt{2} W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & \sqrt{2} K_\mu^{Q_2} \\ \sqrt{2} K_\mu^{-Q_1} & \sqrt{2} K_\mu^{-Q_2} & -\frac{2}{\sqrt{3}} W_\mu^8 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Où :

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \pm iW_\mu^2) \quad (3.10)$$

$$K_\mu^{\pm Q_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 \pm iW_\mu^5) \quad (3.11)$$

$$K_\mu^{\pm Q_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^6 \pm iW_\mu^7) \quad (3.12)$$

Où W^3, W^8 : correspond à des bosons de jauge neutres.

W_μ^\pm : les bosons de jauge chargé du MS

Donc nous avons trois champs de jauge de charges $Q = 0$ (qui se combinent pour former le photon et les bosons Z, Z'), deux champs avec $Q = \pm 1(W^\pm)$ et quatre champs de charges qui dépendent du choix de β ($K_\mu^{Q_1}, K_\mu^{Q_2}$) :

$$Q_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta \quad (3.13)$$

$$Q_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta \quad (3.14)$$

3.4 Le schéma de la brisure spontané de la symétrie (SSB)

La brisure spontané de la symétrie suit le schéma suivant :

$$SU(3)_L \otimes U(1)_X \rightarrow SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q \quad (3.15)$$

Où ces transitions laissent un boson de jauge de masse nulle (photon), et huit massif (trois faibles et cinq exotiques). Les géométries qui doivent être brisés à chaque fois imposent une restriction sur les champs scalaires possibles. Ainsi nous avons besoin le terme de Yukawa pour donner des masses aux fermions, et ces termes doivent être des invariants de 331, nous trouvons que les champs scalaires, peuvent être dans les représentations $6, 3^*$ ou 3 .

On peut résumé les étapes de brisures dans le tableau (3.1) pour des différentes valeurs de β et X .

		$\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\beta \neq \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$
$1^{\text{ère}} SSB$	$\langle \chi \rangle_0$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{\chi_3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{\chi_3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{\chi_3} \end{pmatrix}$
	X_χ	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{\beta}{\sqrt{3}}$
$2^{\text{ème}} SSB$	$\langle \rho \rangle_0$	$\begin{pmatrix} 0 \\ v_{\rho_2} \\ v_{\rho_3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ v_{\rho_2} \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ v_{\rho_2} \\ 0 \end{pmatrix}$
	X_ρ	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\sqrt{3}}$
	$\langle \eta \rangle_0$	$\begin{pmatrix} v_{\eta_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} v_{\eta_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} v_{\eta_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
	X_η	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\sqrt{3}}$

TAB. 3.1 – les étapes de brisures dans le modèle 331 .

Chapitre 4

Large violation de la saveur leptonique dans le modèle 331

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous étudions la violation de la saveur leptonique dans le cadre du modèle 331 minimal [20, 21]. Ce modèle suggéré par Frampton et par Pisano et Pleitez. Dans notre étude on s'intéresse au modèle qui inclut des quarks avec des charges exotiques, on prend $\beta = \sqrt{3}$ "the minimal model", L'annulation des anomalies de jauge requiert l'existence de trois familles et dépend fortement de l'existence de trois couleurs. L'anomalie chirale est présente dans chaque génération de fermions, mais elle s'annule lorsque les contributions individuelles sont additionnées. Les nouveaux bosons de jauge chargés sont connus comme des dileptons car ils portent deux unités de nombres de leptons. La violation des saveurs leptoniques peut être induite au niveaux supérieurs et dans les secteurs de jauge scalaire.

4.2 Le modèle 331 minimale

Les trois générations de leptons de ce modèle sont les mêmes que celles du SM et sont regroupées dans des représentations comme des antitriplets 3^* de $SU(3)_L$:

$$l_{1,2,3} = \left(\begin{array}{c} e \\ \nu_e \\ e^c \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \mu \\ \nu_\mu \\ \mu^c \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \tau \\ \nu_\tau \\ \tau^c \end{array} \right) : (1, 3^*, 0). \quad (4.1)$$

Les deux premières générations de quarks sont regroupées comme des triplets :

$$Q_{1,2} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ D \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \\ S \end{pmatrix} : (3, 3, -1/3). \quad (4.2)$$

Où les champs D et S correspondent à deux nouveaux quarks, singulets sous $SU(2)_L$ et portant une charge électrique de $-4/3$. La troisième génération de quarks est représentée

comme antitriplet :

$$Q_3 = \begin{pmatrix} b \\ t \\ T \end{pmatrix} : (3, 3^*, 2/3). \quad (4.3)$$

où encore une fois le champ T correspond à un quark exotique portant une charge électrique de $5/3$. D'autre part, les quarks droitiers sont indiquées comme suit :

$$d^c, s^c, b^c : (3^*, 1, 1/3), \quad D^c, S^c : (3^*, 1, 4/3). \quad (4.4)$$

$$u^c, c^c, t^c : (3^*, 1, -2/3), \quad T^c : (3^*, 1, -5/3). \quad (4.5)$$

4.3 Brisure spontanée de la symétrie

Comme on a discuté dans le chapitre 3(3.15) la symétrie électrofaible $SU(3)_L \times U(1)_X$ brisée selon le schéma suivant :

$$SU(3)_L \otimes U(1)_X \xrightarrow{\langle \phi_Y \rangle} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \phi_1 \rangle, \langle \phi_2 \rangle, \langle H \rangle} U(1)_Q \quad (4.6)$$

Dans la première étape de la SSB, lorsque le groupe $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ est brisé au groupe électrofaible habituel $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, les trois nouveaux quarks D , S et T acquièrent des masses. Ces quarks exotiques sont des singulets du groupe $SU(2)_L$, donc ne se couplent pas aux bosons de jauge W . Cependant, ils se couplent à la fois avec les bosons de jauge Z et Z' .

D'autre part, le secteur de Higgs du modèle 331 minimal se compose de trois

tripléts et un sextet de $SU(3)_L$:

$$\phi_Y = \begin{pmatrix} \Phi_Y \\ \varphi^0 \end{pmatrix} : (1, 3, 1) \quad ; \quad \phi_1 = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Delta^- \end{pmatrix} : (1, 3, 0) \quad ; \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_2 \\ \rho^{--} \end{pmatrix} : (1, 3, -1) \quad , \quad (4.7)$$

$$H = \begin{pmatrix} T & \frac{\tilde{\Phi}_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{\tilde{\Phi}_3}{\sqrt{2}} & \eta^{--} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Dans ce qui précède, $\Phi_Y = (\Phi_Y^{++}, \Phi_Y^+)$ est le boson de Goldstone doublet "mangé" par les dileptons avec hypercharge 3

$\Phi_i = (\phi_i^+, \phi_i^0)$ ($i = 1, 2, 3$) sont tous les doublets de $SU(2)_L$ avec hypercharge 1, 1 et 1 où $\tilde{\Phi}_i = i\tau^2 \Phi_i^*$, et T est un $SU(2)_L$ triplet avec $Y = 2$:

$$T = \begin{pmatrix} T^{++} & \frac{T^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{T^+}{\sqrt{2}} & T^0 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Pour briser $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ dans $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, seul le triplet scalaire ϕ_Y de $SU(3)_L$ est nécessaire avec une valeur moyenne non nulle dans le vide (VEV) :

$$\langle \phi_Y \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

L'hypercharge est identifiée comme une combinaison linéaire des générateurs brisés T_8 et X :

$$Q = T_3 + \sqrt{3}T_8 + XI \quad (4.11)$$

La deuxième étape de SSB se produit à l'échelle de Fermi et est réalisé par les deux triplets ϕ_1 et ϕ_2 , avec les valeurs des (VEV) suivant :

$$\langle \phi_1 \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ u_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \langle \phi_2 \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Le sextet H est nécessaire de prévoir des masses réalistes pour les leptons.

4.4 Les masses des bosons de jauge

Les bosons de jauge acquièrent des masses après la brisure spontanée de la symétrie, le terme de masse s'écrit alors :

$$L_{masse}^{GB} = (D_\mu \langle \phi_Y \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_Y \rangle) + (D_\mu \langle \phi_1 \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_1 \rangle) + (D_\mu \langle \phi_2 \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_2 \rangle) \quad (4.13)$$

Avec la dérivée covariante correspondante devient :

$$D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^a T^a - ig_X \frac{X}{\sqrt{6}} X_\mu \quad (4.14)$$

On remplace dans (4.14) par (3.9), et (3.13),(3.14) par $\beta = \sqrt{3}$ on trouve :

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + t\sqrt{\frac{2}{3}}XX_\mu & \sqrt{2}W_\mu^+ & \sqrt{2}K_\mu^{+2} \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + t\sqrt{\frac{2}{3}}XX_\mu & \sqrt{2}K_\mu^{+1} \\ \sqrt{2}K_\mu^{-2} & \sqrt{2}K_\mu^{-1} & -\frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + t\sqrt{\frac{2}{3}}XX_\mu \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Avec

$$t = \frac{g_X}{g} \quad (4.16)$$

On remplace les Vev's (4.10) et (4.12) dans (4.13) on obtient pour la première brisure :

$$\begin{aligned} (D_\mu \langle \phi_Y \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_Y \rangle) &= \frac{g^2}{4}u^2K_\mu^{+2}K^{\mu+2} + \frac{g^2}{4}u^2K_\mu^{+1}K^{\mu+1} \\ &+ \frac{g^2}{8}u^2\left(\frac{4}{9}W_\mu^8W^{\mu 8} + \frac{2}{3}t^2X^2X_\mu X^\mu + 2\sqrt{\frac{2}{3}}tXX_\mu W_\mu^8\right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

La deuxième brisure donne :

$$\begin{aligned} (D_\mu \langle \phi_1 \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_1 \rangle) &= \frac{g^2}{4}u_1^2W_\mu^+W^{\mu+} + \frac{g^2}{4}u_1^2K_\mu^{-1}K^{\mu-1} \\ &+ \frac{g^2}{8}u_1^2(W_\mu^8W^{\mu 8} + \frac{2}{3}t^2X^2X_\mu X^\mu + 2\sqrt{\frac{2}{3}}tXX_\mu W_\mu^8) \\ (D_\mu \langle \phi_2 \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi_2 \rangle) &= \frac{g^2}{4}u_2^2K_\mu^{-2}K^{\mu-2} + \frac{g^2}{4}u_2^2W_\mu^-W^{\mu-} + \frac{g^2}{8}u_2^2(W_\mu^3W^{\mu 3} \\ &+ \frac{1}{3}W_\mu^8W^{\mu 8} + \frac{2}{3}t^2X^2X_\mu X^\mu + \frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^3W^{\mu 8} \\ &+ 4\sqrt{\frac{2}{3}}tXX_\mu W_\mu^3) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Dans le secteur neutre, les champs de jauge (W^3, W^8, X) définissent trois états

propres de masse (A, Z, Z') par la rotation suivante :

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_W & \sqrt{3}s_W & \sqrt{1-4s_W^2} \\ c_W & -\sqrt{3}s_W t_W & -t_W \\ 0 & -\frac{\sqrt{1-4s_W^2}}{c_W} & \sqrt{3}t_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ W_\mu^8 \\ X_\mu \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Avec

$$\begin{pmatrix} Z_{1\mu} \\ Z_{2\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{331} & -\sin \theta_{331} \\ \sin \theta_{331} & \cos \theta_{331} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Tel que

$$X_\mu, W_\mu^8, W_\mu^3 \xrightarrow{\theta_{331}} Z_\mu, B_\mu, W_\mu^3 \xrightarrow{\theta_W} Z_\mu, Z'_\mu, A_\mu \quad (4.21)$$

Où

$$\sin \theta_{331} = \frac{g}{\sqrt{g^2 + \frac{1}{2}g_X^2}} \quad (4.22)$$

$$\cos \theta_{331} = \sqrt{3} \tan \theta_W \quad (4.23)$$

Les masses des bosons de jauge deviennent :

$$M_{K^{+2,+1}}^2 = \frac{g^2}{4}u^2, \quad M_{K^{-1}}^2 = \frac{g^2}{4}u_1^2, \quad M_{K^{-2}}^2 = \frac{g^2}{4}u_2^2, \quad (4.24)$$

$$M_{W^+}^2 = \frac{g^2}{4}u_1^2, \quad M_{W^-}^2 = \frac{g^2}{4}u_2^2 \quad (4.25)$$

$$M_\gamma^2 = 0, \quad M_Z^2 = \frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_W} (u_1^2 + u_2^2), \quad M_{Z'}^2 = \frac{g^2 u^2 \cos^2 \theta_W}{3(1 - 4 \sin^2 \theta_W)} \quad (4.26)$$

Dileptons

Les dileptons sont définis comme des bosons scalaires ou vectoriels se couplant minimalement aux leptons du modèle standard et dans certains modèles, à des quarks exotiques portant un nombre leptonique non-nul. On distingue deux classes différentes de dileptons selon que leur nombre leptonique est donné par $L = 0$ ou $L = 2$. Généralement, on s'intéresse plutôt à la seconde classe, puisque le signal provenant de la désintégration des dileptons caractérisés par $L = 0$ est très similaire à celui qui est produit par les bosons de jauge du modèle standard.

4.5 La violation des saveurs leptonique (LVF) dans le modèle 331 minimal

Dans le groupe $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ les leptons sont représentés comme 3_0^* , les formes leptoniques bi-linéaire $\psi\psi$ se transforment comme des $3_0^* \otimes 3_0^* = 3_0 + 6_0^*$. Donc peuvent avoir un couplage de Yukawa des leptons avec le triplet ϕ et le sextet H . Nous écrivons l'interaction de Yukawa comme :

$$-\mathcal{L} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_i^{\alpha'} h_s^{ij} \psi_j^{\beta c} H_{\alpha\beta}^* - \frac{1}{2} \bar{\psi}_i^{\prime a} h_a^{ij} \psi_j^{\beta c} \phi^\gamma \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} + hc \quad (4.27)$$

Où

i, j : sont des indices de familles et $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$: indices du groupe $SU(3)$.

h_s : matrice de couplage de Yukawa est symétrique. h_a : matrice de couplage de Yukawa antisymétrique.

$$\bar{\psi}_i^a = \sum_{\alpha=1}^3 \bar{\psi}_{Li}^{\alpha'} = l(\text{leptons}) = (\bar{L}_{iL}^1, \bar{L}_{iL}^2, \bar{L}_{iL}^3, \bar{L}_{iR}^1, \bar{L}_{iR}^2, \bar{L}_{iR}^3) \quad (4.28)$$

Et

$$\psi_j^{\beta c} = \sum_{\beta=1}^3 \psi_{Lj}^{\beta c} = (L_{jL}^{1c}, L_{jL}^{2c}, L_{jL}^{3c}, L_{jR}^{1c}, L_{jR}^{2c}, L_{jR}^{3c}) \quad (4.29)$$

La représentation des particules du modèle est :

$$\begin{pmatrix} L_{iL}^1 \\ L_{iL}^2 \\ L_{iL}^3 \\ L_{iR}^1 \\ L_{iR}^2 \\ L_{iR}^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_L & \mu_L & \tau_L \\ \nu_{eL} & \nu_{\mu L} & \nu_{\tau L} \\ e_L^c & \mu_L^c & \tau_L^c \\ e_R & \mu_R & \tau_R \\ \nu_{eR} & \nu_{\mu R} & \nu_{\tau R} \\ e_R^c & \mu_R^c & \tau_R^c \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Avec $i, j = \overline{1, 3}$

Par le remplacement de (4.7), (4.8) et (4.28), (4.29) et (4.30) dans (4.27), l'interaction de Yukawa devient (on prend une partie du lagrangien pour expliquer la violation du nombre leptonique, pour les autres termes voir annexe A) :

$$-\mathcal{L} = \bar{L}_L [h_s \Phi_3 + h_a \Phi_1] e_R + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{L}_L h_s \tilde{T} L_L^c - \frac{1}{2} \bar{L}_L h_a (i\tau^2) L_L^c \Delta^- + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{e}_R^c h_s e_R \eta^{++} + hc \quad (4.31)$$

L'interaction qui se trouvent dans la première ligne donne deux doublet de Higgs du modèle standard et les nouvelles interactions de la deuxième ligne donne les interactions scalaires du modèle 331, donc la violation de la saveur leptonique se produit à travers les interactions des bosons de jauge des dileptons $\tilde{T}, \Delta^-, \eta^{++}$ qui portent tous deux unités de nombre de leptons.

D'autre part on va voir un autre couplage de leptons avec les bosons de jauge doublements chargés ($L = 2$) Y^{++}, Y^+ le lagrangien d'interaction devient (voir l'annex A)

A partir de ce couplage on peut avoir plusieurs interactions violant la saveur leptonique, si on prend la désintégration $l_i^- \rightarrow l_i^+ l_k^- l_k^-$ voir la figure (4-1) qui se produit par l'interaction suivante :

$$\mathcal{L} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jL}^{1c} Y^{++} + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jL}^{1c} Y^+ \quad (4.32)$$

Où :

$$L'_{R,L} = U_{R,L} L_{R,L} \quad , \quad \nu_{L'} = U_L \nu_L \quad (4.33)$$

Donc (4.32) devient

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{1c} Y^{++} + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{1c} Y^+ \quad (4.34) \\ \mathcal{L} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{e} \quad \bar{\mu} \quad \bar{\tau} \right)_L \gamma_\mu V_{ij}^Y \begin{pmatrix} e^c \\ \mu^c \\ \tau^c \end{pmatrix}_L Y^{++} + \frac{g}{\sqrt{2}} \left(e \quad \mu \quad \tau \right)_L \gamma_\mu V_{ij}^Y \begin{pmatrix} e^c \\ \mu^c \\ \tau^c \end{pmatrix}_L Y^+ \end{aligned}$$

Avec

$$V^Y = U_R^T U_L$$

V^Y : est la matrice de mélange entre les saveurs

Donc l'interaction des dileptons chargés viole la saveur leptonique. Puisque les dileptons ne portent pas de nombre leptonique spécifique, seul le nombre total, $L \equiv L_e + L_\mu + L_\tau$ est conservé (en l'absence d'anomalies).

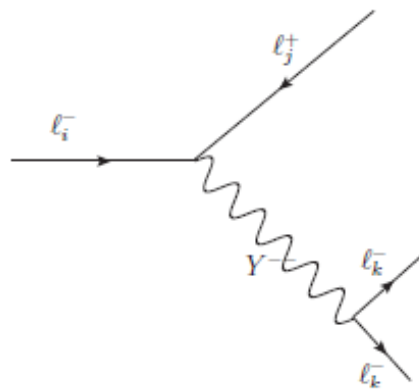


FIG. 4-1 – diagramme feynman pour le désintégration $l_i^- \rightarrow l_i^+ l_k^- l_k^-$

Conclusion

Le thème principal de ce mémoire est la recherche de violation de la saveur leptonique qui est aujourd'hui un des meilleurs moyens de rechercher de manière indirecte la physique au-delà du Modèle Standard. Ces canaux étant fortement supprimés dans le Modèle Standard, leur simple détection serait une marque de nouvelle physique.

Pour cela on a choisi de d'étudier deux extensions du Modèle Standard, la première extension est le mécanisme de Seesaw qui est à montrer que la saveur leptonique violée dans le secteur des leptons neutres par le phénomène d'oscillation des neutrinos, la deuxième extension basé sur le modèle 331, tel que on a trouvé que la violation de la saveur leptonique se produit à travers les interactions des bosons de jauge dileptons avec les leptons du modèle standard, alors que cette violation montre qu'il ya une oscillation.

Annexe A :

Lagrangien d'interaction de Yukawa(chapitre 4) :

1- Lagrangien d'interaction qui résulte par le couplages de Yukawa du leptons avec le triplet ϕ et le sextet H

$$-\mathcal{L} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\psi}'_i h_s^{ij} \psi_j'^{\beta c} H_{\alpha\beta}^* - \frac{1}{2} \bar{\psi}'_i h_a^{ij} \psi_j'^{\beta c} \phi^\gamma \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} + hc$$

$$\begin{aligned} -\mathcal{L} = & \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i,j=1}^3 (\bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jL}^{r1c} H_{11}^* + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jL}^{r2c} H_{12}^* + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jL}^{r3c} H_{13}^* \\ & + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jR}^{r1c} H_{11}^* + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jR}^{r2c} H_{12}^* + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jR}^{r3c} H_{13}^* \\ & + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jL}^{r1c} H_{21}^* + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jL}^{r2c} H_{22}^* + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jL}^{r3c} H_{23}^* \\ & + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jR}^{r1c} H_{21}^* + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jR}^{r2c} H_{22}^* + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jR}^{r3c} H_{23}^* \\ & + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jL}^{r1c} H_{31}^* + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jL}^{r2c} H_{32}^* + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jL}^{r3c} H_{33}^* \\ & + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jR}^{r1c} H_{31}^* + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jR}^{r2c} H_{32}^* + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jR}^{r3c} H_{33}^* \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 \sum_{\gamma=1}^3 (\bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jL}^{r1c} \phi^\gamma \varepsilon_{11\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jL}^{r2c} \phi^\gamma \varepsilon_{12\gamma} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jL}^{r3c} \phi^\gamma \varepsilon_{13\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jR}^{r1c} \phi^\gamma \varepsilon_{11\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jR}^{r2c} \phi^\gamma \varepsilon_{12\gamma} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r1} h_s^{ij} L_{jR}^{r3c} \phi^\gamma \varepsilon_{13\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jL}^{r1c} \phi^\gamma \varepsilon_{21\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jL}^{r2c} \phi^\gamma \varepsilon_{22\gamma} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jL}^{r3c} \phi^\gamma \varepsilon_{23\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jR}^{r1c} \phi^\gamma \varepsilon_{21\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jR}^{r2c} \phi^\gamma \varepsilon_{22\gamma} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r2} h_s^{ij} L_{jR}^{r3c} \phi^\gamma \varepsilon_{23\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jL}^{r1c} \phi^\gamma \varepsilon_{31\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jL}^{r2c} \phi^\gamma \varepsilon_{32\gamma} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jL}^{r3c} \phi^\gamma \varepsilon_{33\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jR}^{r1c} \phi^\gamma \varepsilon_{31\gamma} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jR}^{r2c} \phi^\gamma \varepsilon_{32\gamma} + \bar{L}_{iL}^{r3} h_s^{ij} L_{jR}^{r3c} \phi^\gamma \varepsilon_{33\gamma} + c.h \end{aligned}$$

Avec

$$\varepsilon_{123} = \varepsilon_{231} = \varepsilon_{312} = 1$$

$$\varepsilon_{321} = \varepsilon_{132} = \varepsilon_{213} = -1$$

$$\varepsilon_{111} = \varepsilon_{222} = \varepsilon_{333} = 0$$

2- Lagrangien d'interaction des bosons chargé Y^{++}, Y^+ dileptons avec les leptons devient :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jL}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jL}^{2c} Y^{++} + L_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jL}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jR}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jR}^{2c} Y^{++} + L_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jR}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jL}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jL}^{2c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jL}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jR}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jR}^{2c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jR}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jL}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jL}^{2c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jL}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jR}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jR}^{2c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jR}^{3c} Y^{++} \\ & + \frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jL}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jL}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jL}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jR}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jR}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu L_{jR}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jL}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jL}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jL}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jR}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jR}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^{r2} \gamma_\mu L_{jR}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jL}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jL}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jL}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jR}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jR}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^{r3} \gamma_\mu L_{jR}^{3c} Y^+) + c.h \\ \\ \mathcal{L} = & -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{2c} Y^{++} + L_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{2c} Y^{++} + L_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{2c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{2c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{2c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{3c} Y^{++} \\ & + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{1c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{2c} Y^{++} + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{3c} Y^{++}) \\ & + \frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{2c} Y^+ + L_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{3c} Y^+ \\ & \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{2c} Y^+ + L_{iL}^1 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^2 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jL}^{3c} Y^+ \\ & + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{1c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{2c} Y^+ + \bar{L}_{iL}^3 \gamma_\mu V_{ij}^Y L_{jR}^{3c} Y^+) \end{aligned}$$

Par exemple si on prend le premier terme , on remplace par la représentation des particules left (droite) on obtient :

$$\begin{aligned}
&= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{e} \quad \bar{\mu} \quad \bar{\tau} \right)_L \gamma_\mu V_{ij}^Y \left[\begin{pmatrix} e^c \\ \mu^c \\ \tau^c \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \nu_e^c \\ \nu_\mu^c \\ \nu_\tau^c \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \nu_e^c \\ \nu_\mu^c \\ \nu_\tau^c \end{pmatrix}_L \right] Y^{++} \\
&+ \left(\bar{\nu}_e \quad \bar{\nu}_\mu \quad \bar{\nu}_\tau \right)_L \gamma_\mu V_{ij}^Y \left[\begin{pmatrix} e^c \\ \mu^c \\ \tau^c \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \nu_e^c \\ \nu_\mu^c \\ \nu_\tau^c \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_L \right] Y^{++} \\
&+ \left(\bar{e}^c \quad \bar{\mu}^c \quad \bar{\tau}^c \right)_L \gamma_\mu V_{ij}^Y \left[\begin{pmatrix} e^c \\ \mu^c \\ \tau^c \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \nu_e^c \\ \nu_\mu^c \\ \nu_\tau^c \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_L \right] Y^{++}
\end{aligned}$$

Bibliographie

- [1] S. Abachi et al. [DØ Collaboration], "Observation of the Top Quark", Phys. Rev. Lett. 74, 2632 (1995).
- [2] S. L. Glashow, "Partial Symmetries of Weak Interactions", Nucl. Phys. 22 (1961) 579–588.
- [3] S. Weinberg, "A Model of Leptons", Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1264–1266.
- [4] A. Salam, in Elementary Particle Theory, p. 367. Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968.
- [5] I. Marleau, introduction à la physique des particules, 2003.
- [6] PAUL LANGACKER, introduction to the standard model and electroweak physics. arXiv : 0901.0241v1[hep-ph] 2 jan 2009.
- [7] Mikhail Shaposhnikov, Champs Quantiques Relativistes, 2007
- [8] Matthew B. Robinson, Karen R. Bland, Gerald B. Cleaver, and Jay R. Dittmann, A Simple Introduction to Particle Physics ,Part I - Foundations and the Standard Model arXiv : 0810.3328v1[hep-ph] 18 Oct 2008.
- [9] R.N. Mohapatra, Unification and supersymmetry : The frontiers of quark-lepton physics, Springer-verlag, New York, 2003, 1992, 1986.
- [10] Harold Erbin, Angle de Cabibbo, matrice CKM et mécanisme GIM, 13 mai 2011
- [11] Andrija Rasin, Diagonalization of Quark Mass Matrices and the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix, International Center for Theoretical Physics, Strada Costiera 11, 34100 Trieste, Italy. hep-ph/9708216.
- [12] R.N. Mohapatra and A.Y. Smirnov, NEUTRINO MASS AND NEW PHYSICS. Annu. Rev. Nucl. Sci 2006.65 :569.628
- [13] Biswajit Adhikarya and Probir Roy, Neutrino Yukawa textures within type-I see-saw. arXiv : 1211.0371v1[hep-ph] 2 Nov 2012
- [14] Bertrand Dion, Production de Leptoquarks et de bileptons dans des collisionneurs hadroniques : Signaux et Bruits. Mai 1999

- [15] Andrzej J. Buras^{a,b}, Fulvia De Fazio^c, Jennifer Girrbach^{a,b}, Maria V. Carlucci, The Anatomy of Quark Flavour Observables in 331 Models in the Flavour Precision Era. arXiv : 1211.02411237v2[hep-ph] 16 Nov 2012
- [16] Rodolfo A. Diaz^a, R. Martinez, F. Ochoa, $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ models for arbitrary and families with mirror fermions. arXiv : hep-ph/0411263v3 3 Aug 2005
- [17] E. Catano M., R. Martinez, and F. Ochoa, Neutrino masses in a 331 model with right-handed neutrinos without doubly charged Higgs via inverse and double seesaw mechanisms. arXiv : 1206.1966v2[hep-ph] 14 Sep 2012
- [18] Rodolfo A. Diaz, R. Martinez, and F. Ochoa, The scalar sector of the $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ model. arXiv : hep-ph/0309280v2 12 Mar 2004
- [19] Fredy Ochoa and R. Martinez, Family Dependence in $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ models. arXiv : hep-ph/0505027v2 6 Aug 2005
- [20] James T. Liu, Daniel Ng, Lepton flavor changing processes and CP violation in the 331 model. arXiv : hep-ph/9401228v1 10 Jan 1994
- [21] I. Cortés-Maldonado, A. Moyotl^a, G. Tavares-Velasco, Lepton flavor violating decay $Z \rightarrow l_i^\pm l_j^\mp$ in the 331 model