

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



**UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA**  
**FACULTE DE TECHNOLOGIE**  
**DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE**

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME**  
**MASTER EN AUTOMATIQUE**

**OPTION : AUTOMATIQUE**

**THEME**

---

**Observateurs non linéaires : application sur un TRMS**

---

**Proposé et dirigé par :**  
**Mr. GHELLAB Mohamed Zinelaabidine**

**Présenté par :**  
**BENZAHAIA Yasmina**

**Année Universitaire : 2015/2016**

**N° d'ordre : AUT\_199**

# الإهداء

"قل إن صلاتي ونسكي ومحياي ومماتي لله رب العالمين وبذلك أمرت وأنا من المسلمين "

بعد إتمام هذه المذكرة بمشيئة الله وقدرته وبعد أن رست سفينة مشواري الدراسي على شواطئ الختام  
أتقدم بهذا الإهداء:

إلى اللذين مهما قلت فيهما لا أوفيهما حقهما إلى من عندهما تتوقف الكلمات وتختنق العبارات إلى من يعجز  
القلم أن يخطهما إلى من حبهما يفوق الوصف ولا يعرفه العرف والداي الكريمين.

إلى من ذاقت مر الحياة وحلوها إلى من كرست حياتها من أجل نجاحنا إلى من تسدد خطاي سندي في الحياة  
ودنياي إلى من لم تبخل على بشيء إلى من كانت سندا وغطاء ومرشدة وناصحة إلى من أقف عاجزة في  
وصفها إلى من بدونها نصبح لا شيء أمي العزيزة.

إلى الذي رغم غيابه عنا إلا أنه دائما في قلوبنا يضيء دربنا بذكراه الطيبة إلى روح أبي الطاهرة  
إلى الشمعة التي تضيء لي ظلمة الحياة إلى من ابتسامتها تفتح لي الآمال: أمي الثانية بختة.

إلى خالي طيب الذي كان سندا ودعما لي في مشواري

إلى من انتشلني من كل ضيق وكانوا لي خير رفقاء إلى من قاسموني حلو الحياة ومرها إلى أخي وأخواتي:  
لبنى، ياسين، منة الله، زهرة.

إلى رفيقات دربي إلى من قضيت معهن أجمل اللحظات: خولة، ريمة،  
شيماء، احلام، ابتسام، خلود، نوال.

إلى كل من ساهم معي في إنجاز هذا البحث ولو بكلمة طيبة

و أخيرا ارجو من كل من استفاد من هذه المذكرة ان يدعو بالرحمة و المغفرة لروح اخي

**بلقاسم الطاهرة ...**

بن زهية ياسمينة

## Remerciement

---

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au département génie électrique M'sila.

Mes remerciements vont tout premièrement à Dieu tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donnée durant toutes ces longues années.

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance et nos chaleureux remerciements à notre promoteur Monsieur **GHELLAB Mohamed Zinelaabidine**, qui nous a guidé et orienté tout au long de la réalisation de ce travail en prodiguant ses précieux conseils et ses vifs en couragement et surtout sa gentillesse.

Nos sincères remerciements aux messieurs les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en participant au jugement de ce travail.

Nous tenons à remercier vivement toutes personnes qui nous ont aidé à élaborer et réaliser ce mémoire, ainsi à tous ceux qui nous aidés de près ou de loin à accomplir ce travail.

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants du département de génie électrique qui ont contribué à notre formation.

Enfin nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour le soutien tout moral et matériel...

# Table des matières

<b>Table des matières</b> .....	I
<b>Liste des figures</b> .....	IV
<b>Liste des tableaux</b> .....	VI
<b>Nomenclature</b> .....	VII
<b>Introduction générale</b> .....	1

## Chapitre I

### *Observabilité et observateurs*

I.1. Introduction.....	3
I.2. Observabilité.....	4
I.2.1. Observabilité d'un système linéaire.....	4
I.2.2. Observabilité d'un système non linéaire.....	5
I.2.2.1. Condition de rang d'observabilité .....	5
I.3. Classification des observateurs .....	6
I.3.1. Observateur des systèmes linéaires.....	6
I.3.1.1. Observateur de luenberger .....	7
I.3.1.2. Filtre de Kalman.....	8
I.3.1.3. Observateur à entrée inconnue .....	9
I.3.1.4. Observateur mode glissant.....	10
I.4. Observateur des systèmes non linéaires .....	12
I.4.1. Observateur de luenberger étendu .....	13
I.4.2. Filtre de kalman étendu.....	13
I.4.3. Observateur à grand gain.....	13
A- 1 <sup>ère</sup> approche.....	13
B- 2 <sup>ème</sup> approche.....	15
C-Observateur à grand gain de type Luenberger .....	17
I.4.4. Observateur mode glissant.....	18
I.4.4.1. Théorie des observateurs mode glissant .....	18
I.4.4.2. Etape de dimensionnement de l'observateur .....	18
I.4.4.3. Observateur à mode glissant étape par étape .....	20
I.5. Conclusion.....	22

**Chapitre II**

*Présentation du simulateur de vol d'hélicoptère*

II.1. Introduction.....	23
II.2. Principe de vol d'un hélicoptère.....	24
II.3. Description.....	24
II.3.1 Propulseur.....	25
II.3.2. Commande des moteurs.....	26
II.3.3. les oncodeurs optique.....	26
II.3.4. La base du TRMS .....	26
II.3.5. Boîtier marche/arrêt.....	27
II.3.6. Le (SCSI BOX) .....	27
II.3.7. Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711 .....	28
II.8. Environnement de développement .....	28
II.4. Modélisation du TRMS.....	30
II.4.1.Modèle dynamique .....	30
II.4.2. Sous-système d'élévation.....	31
II.4.2.1. Moment gravitationnel .....	32
II.4.2.2. Moment de la force aérodynamique.....	33
II.4.2.3. Moment des forces centrifuge .....	33
II.4.2.4. Moment de friction.....	34
II.4.2.5. Moment d'inertie.....	34
II.4.3. Sous-système d'azimut.....	34
II.4.3.1. Moment de la force aérodynamique.....	35
II.4.3.2. Moment de friction.....	35
II.4.3.3. Moment d'inertie.....	36
II.4.4. Modélisation des propulseurs .....	36
II.5. Modèle d'état.....	38
II.6. Modèle découplé.....	39
II.6.1. Modèle 1 DDL verticale.....	39
II.6.2. Modèle 1DDL horizontal.....	40
II.7. Paramètre du modèle.....	40
II.7.1. Caractéristique non linéaires .....	41
II.7.2. Paramètres physique déterminer par identification .....	41
II.7.3. Paramètres physiques.....	42
II.7.4. Constantes du temps et gains statiques .....	42
II.8. Réponse en boucle ouvert du modèle TRMS .....	43
II.9. Interprétation des résultats.....	43
II.10. Conclusion.....	44

**Chapitre III**  
**Synthèse des observateurs non linéaire**

III.1. Introduction.....	45
III.2. Synthèse de l'observateur mode glissant.....	46
III.2.1. Résultat de simulation.....	47
III.3. synthèse de l'observateur à grand gains .....	49
III.3.1. Résultat de simulation.....	50
III.4. Implémentation et résultats expérimentaux .....	52
III.5. Implémentation des observateurs .....	52
III.5.1. Résultat expérimental de l'observateur mode glissant.....	53
III.5.2. Résultat expérimental de l'observateur à grand gain .....	56
III.6. Conclusion.....	58
Conclusion générale.....	59
Références bibliographiques.....	60

## Liste des figures

---

### Chapitre I

Figure I.1. Schéma structurel de l'observateur de luenberger .....	8
Figure I.2. Schéma fonctionnel de l'observateur à mode glissant.....	19

### Chapitre II

Figure II.1. Principe de vol d'un hélicoptère .....	24
Figure II.2. hélicoptère à deux degré de liberté TRMS .....	25
Figure II.3. Schéma synoptique du fonctionnement du propulseur .....	25
Figure II.4. Encodeurs optiques référence .....	26
Figure II.5. La basse du TRMS.....	27
Figure II.6. Branchement des différentes connecteurs .....	27
Figure II.7. Processus de génération du code exécutable.....	30
Figure II.8. Librairie de la carte d'acquisition.....	30
Figure II.9. Configuration du TRMS.....	31
Figure II.10. Forces de gravité agissant sur le TRMS.....	32
Figure II.11. Moments de la force aérodynamique et de friction .....	33
Figure II.12. Moment des forces dans le plan horizontal .....	35
Figure II.13. Schéma bloc des propulseurs .....	37
Figure II.14. Schéma bloc du TRMS.....	39
Figure II.15. schéma block du modèle verticale .....	43
Figure II.16. Schéma block du modèle horizontale .....	43

### Chapitre III

Figure III.1. Angle d'azimut mesurée et estimer avec condition initial $\alpha_{h0}$ et tension $U_v = -0.5, U_h = 1$ Volt.....	47
Figure III.2. Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.....	48
Figure III.3. Angle d'élévation mesurée et estimer avec condition initial $\alpha_{v0}$ et tension $U_v = -0.5, U_h = 1$ Volt.....	48
Figure III.4. Erreur d'estimation de l'angle d'élévation .....	49
Figure III.5. Angle d'azimut mesurée et estimer avec condition initial $\alpha_{h0}$ et tension $U_v = -0.5, U_h = 1$ Volt.....	50
Figure III.6. Erreur d'estimation de l'angle d'azimut .....	50
Figure III.7. Angle d'élévation mesurée et estimer avec condition initial $\alpha_{v0}$ et tension $U_v = -0.5, U_h = 1$ Volt.....	51

Figure III.8. Erreur d'estimation de l'angle d'élévation .....	51
Figure III.9. initialisation à la position (0.0) .....	52
Figure III.10. Schéma bloc illustrative de l'observateur appliqué au TRMS.....	53
Figure III.11. Résultat de poursuite de trajectoire en forme sinusoïdale pour l'angle d'azimut.....	54
Figure III.12. Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.....	54
Figure III.13. Résultat de poursuite de trajectoire en forme sinusoïdale pour l'angle d'élévation.....	54
Figure III.14. Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.....	54
Figure III.15. Résultat de poursuite de trajectoire de référence en échelon pour l'angle d'azimut.....	55
Figure III.16. Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.....	55
Figure III.17. Résultat de poursuite de trajectoire de référence en échelon pour l'angle d'élévation.....	55
Figure III.18. Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.....	55
Figure III.19. Résultat de poursuite de trajectoire en forme sinusoïdale pour l'angle d'azimut.....	56
Figure III.20. Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.....	56
Figure III.21. Résultat de poursuite de trajectoire en forme sinusoïdale pour l'angle d'élévation.....	56
Figure III.22. Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.....	56
Figure III.23. Résultat de poursuite de trajectoire de référence en échelon pour l'angle d'azimut.....	57
Figure III.24. Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.....	57
Figure III.25. Résultat de poursuite de trajectoire de référence en échelon pour l'angle d'élévation.....	57
Figure III.26. Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.....	57

## Liste des tableaux

---

### Chapitre II

Tableau II.1. Caractéristiques non linéaires dans le modèle d'un système TRMS.....	41
Tableau II.2. Paramètre physique déterminés par identification .....	41
Tableau II.3. Paramètre physique.....	42
Tableau II.4 Constantes de temps et gains statique du système TRMS.....	42

## Nomenclatures

---

$M_v$  : Somme des moments dans le plan vertical.

$J_v$  : Somme des moments d'inertie par rapport à l'axe horizontal.

$\alpha_v$  : Angle d'élévation de la tige.

$M_{v1}$  : Moment de la gravitation.

$M_{v2}$  : Moment de la force aérodynamique.

$M_{v3}$  : Moment de la centrifuge.

$M_{v4}$  : Moment de friction.

$M_{vt}$  : Moment correspondant aux forces de gravités.

$m_{mv}$  : Masse du rotor principal.

$m_m$  : Masse de la partie principale de la tige.

$m_{tr}$  : Masse du rotor secondaire.

$m_t$  : Masse de la partie secondaire de la tige.

$m_{cb}$  : Masse du contrepoids.

$m_b$  : Masse de la tige du contrepoids.

$l_m$  : Longueur de la partie principale de la tige.

$l_t$  : Longueur de la partie secondaire de la tige.

$l_b$  : Longueur de la tige contrepoids.

$l_{cb}$  : Distance entre le contrepoids et l'articulation.

$g$  : Accélération gravitationnelle.

$M_{v2}$  : Moment de la force aérodynamique développé par le rotor principale.

$\omega_m$  : vitesse angulaire du rotor principale

$F_v(\omega_m)$  : exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du moteur.

$\Omega_h$  : Vitesse angulaire de la tige autour de l'axe vertical.

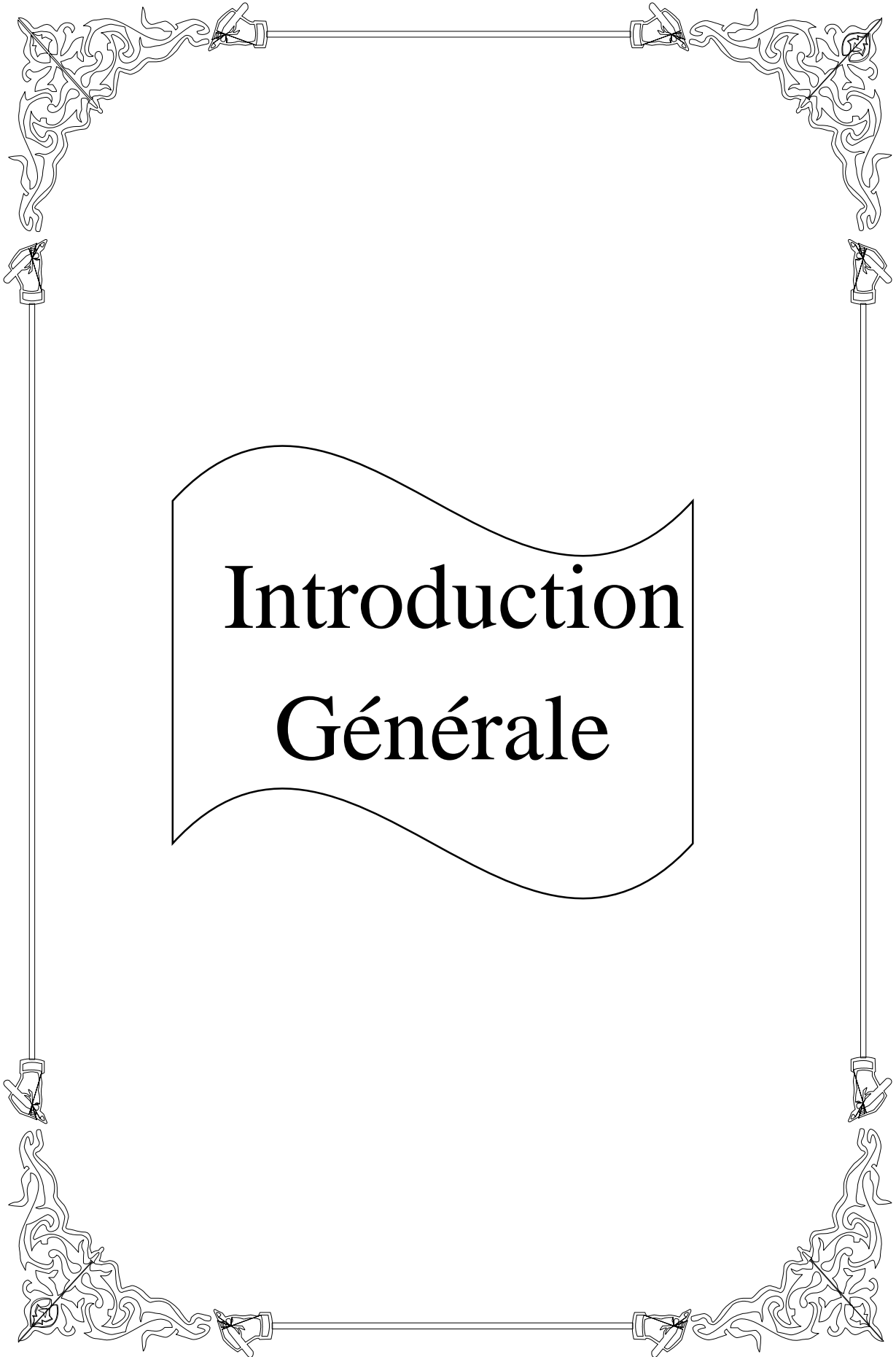
$\alpha_h$  : est l'angle d'azimut de la tige.

- $\Omega_v$  : vitesse angulaire autour de l'axe horizontal.
- $k_v$  : Constante de friction.
- $r_{ms}$  : Le rayon de l'hélice principale.
- $r_{ts}$  : Le rayon de l'hélice secondaire.
- $M_h$  : est la somme des moments des forces agissantes dans le plan horizontal.
- $J_h$  : est la somme des moments d'inertie par rapport à l'axe vertical.
- $\omega_t$  : vitesse angulaire du rotor secondaire.
- $F_h(\omega_t)$  : exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor secondaire.
- $k_h$  : Constante de friction.
- $\omega$  : vitesse angulaire du moteur (rad/s).
- $u$  : Tension de commande (V).
- $I$  : moment d'inertie.
- $R$  : résistance de l'armature.
- $k_b$  : Constante de la f.e.m.
- $k_i$  : Constante de couple.
- $T_L$  : Couple résistant généré par la charge.
- $P_h(U_{hh}), P_v(U_{vv})$  : Caractéristiques des frottements.
- $T_{mr}$  : Constante du temps du moteur principal.
- $T_{tr}$  : Constante du temps du moteur secondaire.
- $k_{mr}$  : Gain statique du moteur principal.
- $k_{tr}$  : Gain statique du moteur secondaire.
- $J_{tr}$  : Moment d'inertie dans le moteur secondaire.
- $J_{mr}$  : Moment d'inertie dans le moteur principale.
- $S_v$  : Moment angulaire dans le plan vertical.
- $S_h$  : Moment angulaire dans le plan horizontal.
- TRMS : Twin Rotor Mimo System.





بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



**Introduction  
Générale**

## Introduction générale

---

Une bonne maîtrise d'un procédé passe en générale par une information fiable sur ce dernier [1]. Alors, la connaissance de l'état à chaque instant est indispensable pour, par exemple, la synthèse d'une commande, le diagnostic et la détection des défauts des procédés industriels. Par ailleurs, en considérant des contraintes économiques et technologiques ou même de faisabilité, on a intérêt à minimiser le nombre de capteurs pour réduire le coût d'instrumentation et de maintenance. L'exploitation des capteurs logiciels pour la conduite des procédés industriels se trouve, dans ces conditions nécessaire.

Un capteur logiciel peut être décrit comme étant l'association d'un capteur physique à un algorithme (appelé observateur) permettant de délivrer, à partir des mesures fournies par le capteur physique et des entrées appliquées au système, des estimations en ligne des différentes variables d'état.

La synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires est complètement caractérisée par des conditions nécessaires et suffisantes bien établies. En effet, les premiers travaux sur les observateurs, publiés vers les années soixante par Kalman et Luenberger, s'intéressent aux systèmes linéaires invariants au cours de temps [2]. Cependant, le problème d'estimation d'état des systèmes non linéaires reste sans solution dans un grand nombre de cas et cela, malgré les nombreuses méthodes proposées dans ce sens. En effet, les systèmes non linéaires ont des représentations d'état très variées, qui exploitent la structure et les propriétés de la fonction non linéaire qui intervient dans le modèle du système. Il semble donc difficile a priori, étant donné l'état des travaux actuels, de trouver une théorie générale sur l'estimation d'état non linéaire, qui unifierait les approches déjà établies. La technique basée sur les modes glissants permet la synthèse d'observateur pour de nombreuses classes de systèmes non linéaires tel que les systèmes Lipschitziens, les systèmes à forme triangulaire et même, sous certaines conditions, les systèmes à fortes non linéarités. L'utilisation des observateurs à mode glissant pour les systèmes non linéaires est motivée par leur robustesse aux incertitudes paramétriques [3]. Un autre observateur très répandu dans la littérature est l'observateur à grand gain, la principale caractéristique de cet observateur, est sa simplicité d'implémentation puisque l'observateur est une copie de la dynamique du système avec un gain dont son expression peut être explicitement calculée. De plus, le réglage de l'observateur peut être achevé via le choix d'un seul paramètre de synthèse. Cependant, l'observateur à grand gain souffre d'un inconvénient majeur qui se résume dans la détermination de son unique paramètre de synthèse. En effet, quelques essais sont nécessaires pour un choix judicieux d'un gain assurant le compromis entre la vitesse de convergence et la robustesse vis-à-vis des bruits de mesures [2].

Les systèmes aéronautiques sont devenus aujourd'hui si difficiles et complexes qu'on ne puisse pas réaliser leurs commandes par des techniques classiques. En effet, des chercheurs automaticiens se sont penchés sur ces problèmes de commande, pour cela plusieurs prototypes ont été réalisés dans le but de tester de nouvelles techniques de commande. Le simulateur d'hélicoptère (TRMS) est l'un de ces prototypes sur lequel nous allons travailler [4].

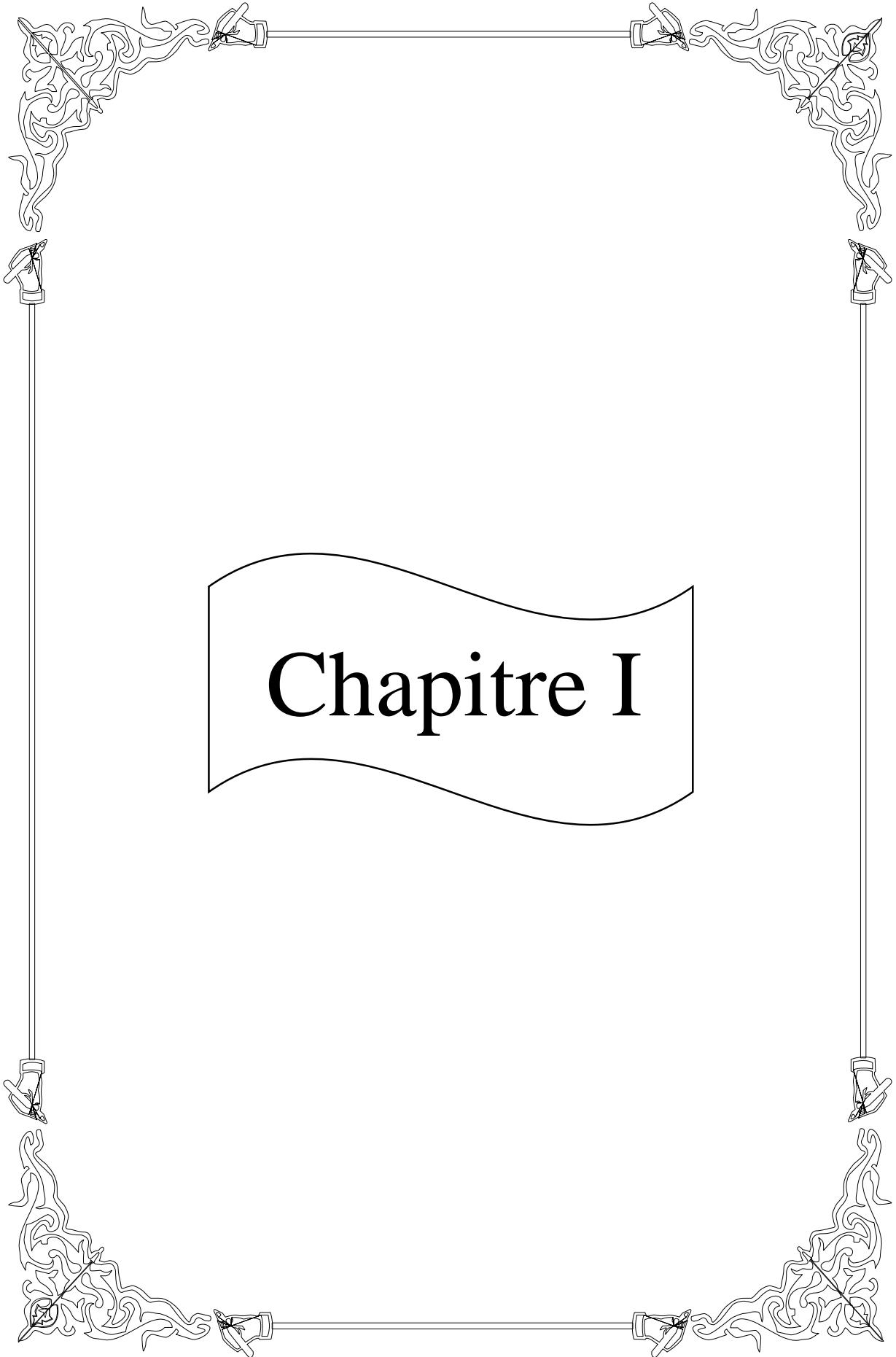
L'objectif de notre mémoire est d'appliquer des observateurs non linéaires sur un hélicoptère à deux degrés de liberté (TRMS).

Notre mémoire s'articule autour de trois chapitres :

**Le premier chapitre** présente quelques concepts généraux sur l'observabilité et les observateurs des systèmes linéaires et non linéaires, dans la suite, en fait une étude particulière dédiée aux observateurs mode glissant et grand gain, et on détaille la procédure de ces synthèses pour différentes classes de systèmes.

**Le deuxième chapitre** est consacré à la présentation et à la modélisation d'un drone à deux degrés de liberté (TRMS).

**Le troisième chapitre** présente la synthèse des observateurs mode glissant et grand gain pour la reconstruction d'état d'un TRMS présenté par un modèle non linéaire.



# Chapitre I

---

# Observabilité et observateurs

---

## I.1. Introduction

Pour commander de nombreux procédés industriels, on fait appel aux outils de l'automatique (algorithme de commande, de surveillance, de diagnostic, de rejet de perturbation et de stabilité). La réalisation des objectifs de commande nécessite à chaque instant la connaissance du vecteur d'état du procédé.

L'état d'un système est l'ensemble minimum de variables permettant de décrire son évolution. Par exemple, l'état d'un système électromécanique est composé de différentes positions et vitesses ainsi que des tensions et des courants électriques qui génèrent les couples moteurs. Malheureusement, dans les systèmes complexes, la mesure en ligne de toutes les variables d'état est souvent impossible pour des raisons pratiques, économiques, physiques ou de fiabilité. Pour contourner ce problème, on fait appel à des algorithmes d'estimation en ligne de ces variables non mesurées (observateur ou capteur logiciels). Ces algorithmes reposent sur un modèle de connaissance (modèle mathématique formé par les équations dynamiques décrivant le procédé) et un certain nombre de mesures issues de capteurs physiques (mesures donnant une information pertinente sur l'évolution du procédé). Ces mesures en ligne sont reliées à l'état du procédé par des lois mathématiques qui permettent de mesurer la sensibilité de la mesure par rapport à l'état du système (observabilité). Dans le cas des systèmes linéaires invariants et explicites, le problème de l'observabilité est résolu. La seule condition nécessaire et suffisante demandée est la condition de rang de la matrice d'observabilité du système.

L'observateur est un algorithme mathématique qui permet de reconstituer les états internes d'un système à partir uniquement des données accessibles, c'est-à-dire les entrées imposées et la sortie mesurée. En général, l'observateur se fait en deux phases ; la première est une étape d'estimation et la seconde est une étape de correction. L'estimation se fait par le calcul des états à partir du modèle proche du système original, et la correction se fait par la réduction de la différence entre les états estimés et ceux mesurés soit que l'on multiplie par un gain soit en minimisant cette différence par des méthodes d'optimisation [5].

Dans ce chapitre, nous allons introduire les différentes notions d'observabilité pour les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires, et nous avons cité les différents types de l'observateur.

## I.2 Observabilité

L'observabilité d'un processus est un concept très important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées (via la notion de distinguabilité). Les résultats classiques que l'on peut trouver dans la littérature [3].

### I.2.1 Observabilité des systèmes linéaires

Soit un système continu décrit par l'équation d'état déterministe suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Où les vecteur  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$ ,  $y \in R^p$  représentent respectivement l'état, la commande et la sortie du système. Les matrices A, B et C sont des matrices de dimension appropriées.

La propriété d'observabilité du système linéaire (I.1) peut être formalisée de la façon suivante :

➤ **Définition 1 : Observabilité**

Le système (I.1) est observable si, étant donné l'instant  $t_0$ , il existe un instant  $t_1$  fini tel que la connaissance de  $y(t_0, t_1)$  et  $u(t_0, t_1)$  permette de déterminer de manière unique l'état  $x(t_0) = x_0$  et ceci quel que soit l'entrée du système.

➤ **Définition 2 : Reconstructible**

Un état  $x_1$  est dite reconstructible à l'instant  $t_1$  si, quel que soit  $u(t)$ , il existe  $t_0 \leq t_1$  tel que la connaissance de  $u(t)$  et de  $y(t)$  avec  $t \in [t_0, t_1]$  permette de déterminer  $x_1 = x(t_1)$ .

Si tout état est reconstructible à l'instant  $t_1$ , le système est dit complètement reconstructible.

On remarque clairement que dans la définition 1, le problème est de retrouver la condition initiale de l'état  $x(t_0) = x_0$  à partir d'information postérieures à celle-ci. Par contre dans la deuxième définition le problème est de déterminer l'état à partir d'informations antérieures à celle-ci.

Une fois l'état initial est retrouvé, on peut estimer facilement l'état à tout instant ce qui nous permet facilement de concevoir la loi de commande du processus.

Pour tester l'observabilité du système (I.1), on peut appliquer le test de rang de la matrice d'observabilité, définie comme suit :

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}, \quad \text{rang}(O) = \text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{I.2})$$

La condition du rang utilisée pour étudier l'observabilité est définie comme suit :

➤ **Définition 3 : condition de rang**

Le système linéaire (I-1) est observable, si le rang de la matrice d'observabilité  $O$  est égal à la dimension  $n$  de ce système. Dans le cas où le rang de la matrice inférieur à  $n$  on parle alors, d'observabilité partielle [3].

## I.2.2. Observabilité d'un système non linéaire

On appelle observabilité d'un système, la possibilité d'évaluer le vecteur d'état  $x$  à partir de mesures effectuées. On dit qu'un système est observable à l'instant  $t_1$  si à partir de la connaissance du vecteur de sortie  $y$  et du vecteur d'entrée  $u$ , il est possible en un temps fini  $t_2 \succ t_1$ , de déterminer l'état  $x(t_1)$ .

Contrairement au cas des systèmes linéaires, le concept de l'observabilité des systèmes non linéaires est délicat à aborder. L'une des différences majeures avec les systèmes linéaires est que l'observabilité des systèmes non linéaires peut dépendre de l'entrée [6].

### I.2.2.1 Condition de rang d'observabilité

La condition de rang d'observabilité des systèmes non linéaires est une condition duale à la condition d'observabilité des systèmes linéaires.

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

L'application d'observabilité s'écrit par :

$$Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^0 h(x, u) \\ L_f^1 h(x, u) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ L_f^{n-1} h(x, u) \end{bmatrix} = q(x, u) \quad (\text{I.4})$$

Où l'opérateur d'observabilité s'écrit par :

$$L_f h = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial u} * \frac{\partial u}{\partial t}, L_f^1 h = L_f (L_f^1 h), L_f^0 h = h \tag{I.5}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \\ \vdots \\ u \end{bmatrix}, q(x, u) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_n(x) \end{bmatrix} \tag{I.6}$$

Le système est globalement observable si l'application d'observabilité (I.7) peut être résolue en fonction de x dans tout le domaine de définition .il est, par contre souvent impossible d'établir les conditions physique nécessaires à l'existence de l'inverse  $q^{-1}$ .

Tout fois, il a été démontré dans [7] que le système non linéaire (I.3) est localement faiblement observable, si la matrice jacobéenne de q(x, u) donner par :

$$Q(x, U) = \frac{\partial q}{\partial x} \tag{I.7}$$

Est régulière dans tout le domaine de définition de x et U i.e.

$$rang Q(x, U) = n \forall x \in M_x \text{ et } M_u^n .$$

En introduisant la notion des dérivées de Lie, la matrice  $Q(x, U)$  s'écrit :

$$Q(x, u) = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_n(x) \end{bmatrix} \tag{I.8}$$

Avec :

$$\begin{cases} h_1(x) = h(x) \\ h_2(x) = L_f^1 h(x) = \frac{\partial h_1(x)}{\partial x} f(x, u) \\ h_n(x) = L_f^{n-1} h(x) = \frac{\partial h_{n-1}(x)}{\partial x} f(x, u) \end{cases} \tag{I.9}$$

### I.3 Classification des observateurs

Il existe de nombreuses techniques d'observation. Elles sont différents en fonction de la nature du système considéré linéaire ou non linéaire.

#### I.3.1 Observateur des systèmes linéaires

Pour les systèmes linéaires, l'observabilité ne dépend pas de l'entrée appliquée u(t). En conséquence, si un système est observable pour l'entrée nulle ( $u(t) = 0, \forall t \geq 0$ ), alors il est observable pour toute entrée. Pour ce cas bien étudié, il existe des algorithmes parfaitement développés, dits observateurs de type Kalman-Luenberger. Ce type d'estimation s'applique aux

systèmes linéaires observable entièrement, ou observable partiellement mais tels que tous les pôles de la partie inobservable sont stables. On dit alors que le système est détectable. Dans un cadre déterministe, le choix du gain (qui règle la dynamique de l'observateur par retour de sortie) n'est pas unique. En pratique, le choix se fait en fonction de la vitesse de convergence désirée. Par contre, dans un cadre stochastique, où l'on suppose que la dynamique du système et les mesures sont affectées par le bruit centrés dont on connaît les statistiques, il existe un gain optimal unique qui minimise la variance de l'erreur d'estimation. L'estimateur ainsi obtenu port le nom de filtre de Kalman [8].

Une solution simple et optimale au problème de l'estimation de l'état des systèmes linéaires a été proposée par Luenberger dans le cadre déterministe, et par Kalman dans le cadre stochastique.

Dans les deux cas, on considère le modèle dynamique du système linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Lw(t) \\ y = Cx(t) + v(t) \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

Où :

$x(t) \in R^n$  Représente le vecteur d'état.

$u(t) \in R^m$  Est le vecteur d'entrée.

$y \in R^p$  Dénote le vecteur de sortie.

Les matrices A, B et C ont des dimensions appropriées.

$w(t) \in R^r$  Et  $v(t) \in R^p$  sont deux bruits blancs gaussiens d'espérance nulle, de covariances respectives Q et R

Ces bruits sont supposés non corrélés.

Les conditions initiales sont définies par  $x(0) = x_0$ .

### I.3.1.1 Observateur de Luenberger [7] [9]

La théorie de l'observateur de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. On se place dans le cas déterministe, où les bruits  $w$  et  $v$  sont nuls, Luenberger propose l'observateur suivant pour le système (I.10) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x}(t) + Bu(t) + k(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) + v(t) \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

La dynamique de l'erreur d'estimation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  a pour expression :

$$\dot{e}(t) = (A - kC)e(t) \quad (\text{I.12})$$

En utilisant une technique de placement des pôles, il suffit alors de choisir le gain K de l'observateur de tel sorte que les valeurs propres de la matrice A-KC soient dans le demi-plan complexe gauche.

Pour ce type d'observateur, une grande liberté est laissée au choix des valeurs propres, mais en pratique on choisit une dynamique d'erreurs plus rapide que celle du processus.

Cependant, on ne peut le prendre infiniment grandeurs par ce que on ne peut utiliser que des gains réalisables et l'augmentation de la bande passante du reconstitueur ne permet plus de négliger le bruit qui deviennent prépondérants en hauts fréquences.

Il faut noter qu'en présence des bruits  $w, v$  la dynamique de l'erreur est :

$$\dot{e}(t) = (A - kC)e(t) + Lw(t) - kv(t) \tag{I.13}$$

Cette erreur est donc sensible aux bruits par l'intermédiaire des deux fonctions de transfert.

$$(sI - A + kC)^{-1}L (-sI + A - kC)^{-1}k \tag{I.14}$$

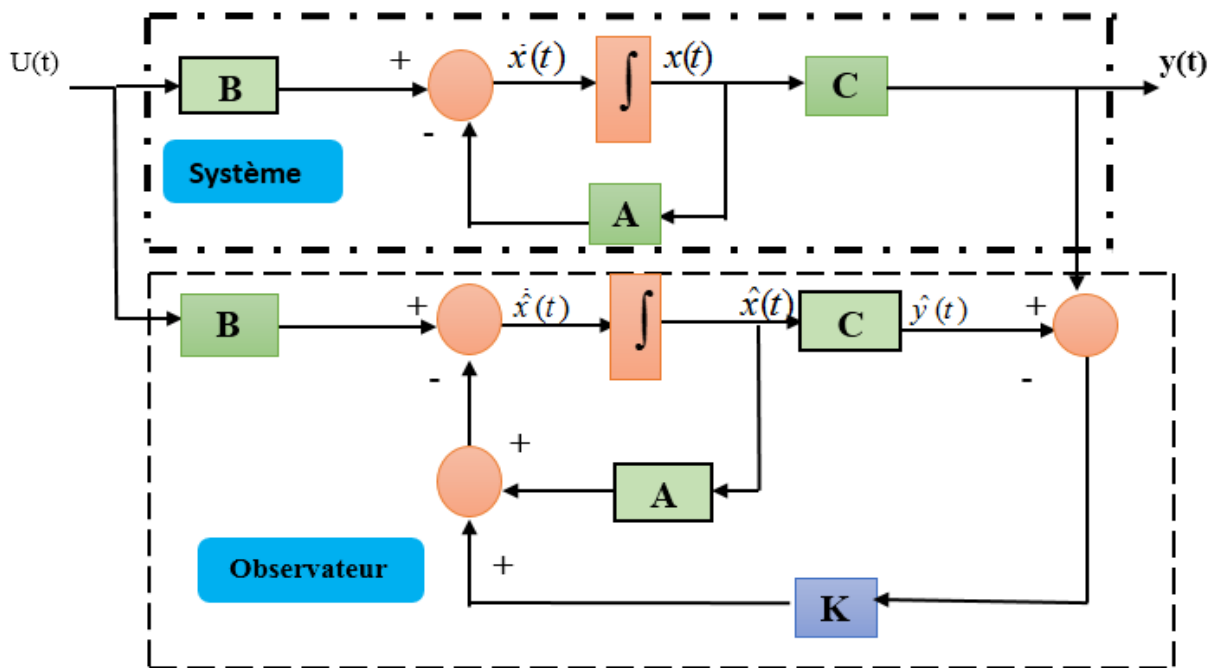


Figure I.2. Schéma structural de l'observateur de Luenberger [3].

### I.3.1.2. Filtre de Kalman

La théorie de l'observation de Kalman nécessite la résolution d'une équation de Ricati. Kalman utilise les propriétés statiques des bruits  $w$  et  $v$  et propose la structure d'observateurs suivante:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x}(t) + Bu(t) + ky(t) - C\hat{x}(t) \tag{I.15}$$

En minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation En minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation  $P = [e(t)e(t)^T]$  on obtient l'expression du gain de l'observateur :

$$k = PC^T R^{-1} \tag{I.16}$$

P est solution de l'équation de Ricati :

$$AP + PA - PC^T R^{-1}CP + LQL^T \tag{I.17}$$

Sous certaines conditions, on peut montrer que la matrice P tend vers une limite et que le filtre est stable, ce qui permet éventuellement de conserver pour K sa valeur en régime permanent. [3]

### I.3.1.3 Observateur à entrée inconnue [3]

La théorie d'observateur à entrée inconnue est applicable à la classe des systèmes linéaires (I.1). Seulement cette fois, les entrées inconnues interviennent dans le modèle du système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

Où  $d(t) \in \mathbb{R}^q$  est une entrée inconnue et E est une matrice de rang plein de dimension appropriée.

Pour le système (I.18), on dit qu'un observateur est à entrée inconnue si l'erreur d'estimation tend vers zéro en présence d'entrées inconnues. Sa structure est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

Où  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état de l'observateur et  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état estimé du système, les matrices F, T, K et H qui seront déterminées pour stabiliser l'observateur et découpler les entrées inconnue. En posant  $K = K_1 + K_2$ , la dériver de l'erreur d'estimation par rapport au temps sera donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{e}(t) &= (A - HCA - K_1C)e - [F - (A - HCA - K_1C)z(t) - [T - (I - HC)]Bu(t) - \\ & (I - HC)Ed(t) - [K_2 - (A - HCA - K_1C)H]y(t) \end{aligned} \quad (\text{I.20})$$

Ainsi les conditions permettant le découplage de l'entrée inconnue sont :

$$\begin{aligned} (I - HC)E &= 0 \\ T &= I - HC \\ F &= A - HCA - K_1C \\ K_2 &= FH \\ K &= K_1 + K_2 \end{aligned} \quad (\text{I.21})$$

Si ces conditions sont satisfaites alors l'erreur dynamique sera :

$$\dot{e}(t) = Fe(t) \quad (\text{I.22})$$

Afin que l'erreur d'estimation tende asymptotiquement vers zéros, les valeurs propres de F doivent être à partie réelle négative.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'un tel observateur pour un système décrit par l'équation (I.18) sont :

$$\blacktriangleright \text{Rang}(CE) = \text{Rang}(E).$$

➤  $(C, A_1)$  Est stable  $A_1 = A - E[(CE)^T CE]^{-1}(CA)^T CA$ .

La première condition signifie que le nombre de lignes linéairement indépendantes de la matrice  $C$  ne doit pas être inférieur au nombre de colonnes linéairement indépendantes de la matrice, c'est – à-dire, le nombre de mesures indépendantes doit être supérieur ou égale au nombre d'entrée inconnue à découpler.

### I.3.1.4 Observateur mode glissant [3] [6]

Considérons le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (I.23)$$

Où :

$x \in R^n$  Représente le vecteur d'état.

$u \in R^m$  Est le vecteur d'entrée.

$y \in R^p$  Dénote le vecteur de sortie.

Les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  ont des dimensions appropriées.

On suppose que la partie  $(A, C)$  observable.

La reconstruction des variables d'état est basée sur les sorties mesurées, un changement de coordonnées peut être effectué pour que les sortie apparaissant directement comme des composantes du vecteur d'état. Sans perte de généralité la matrice de sortie peut être réécrite comme suit :

$$C = [C_1 \quad C_2] \quad (I.24)$$

Avec :

$$C_1 \in R^{n \times (n-p)}$$

$$C_2 \in R^{p \times p}$$

Est le déterminant de  $C_2$  est non nul.

En respectant ces conditions, une matrice de transformation non singulière  $T$  permet de réécrire respectivement les matrices de sortie, d'état et de commande dans les nouvelles coordonnées comme suit :

$$\tilde{C} = CT^{-1} = [0 \quad I_p]$$

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \\ \tilde{B} &= TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \\ T &= \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Le système linéaire (I.23) peut être mis sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}y(t) + B_1u(t) \\ \dot{y} = A_{21}x_1(t) + A_{22}y(t) + B_2u(t) \end{cases} \quad (\text{I.25})$$

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = Tx(t)$$

$$x_1(t) \in \mathbf{R}^{n-p}$$

L'observateur mode glissant proposé pour ce type de système est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{y}(t) + B_1u(t) + LK\text{sign}(\hat{y}_i(t) - y_i(t)) \\ \dot{\hat{y}} = A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{y}(t) + B_2u(t) - K\text{sign}(\hat{y}_i(t) - y_i(t)) \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

Avec :

$L \in \mathbf{R}^{(n-p) \times p}$  Est le gain de l'observateur.

$K \succ 0$

$\hat{y}_i(t)$  Et  $y_i(t)$  sont respectivement les composants des vecteurs  $\hat{y}(t)$  et  $y(t)$ .

Les erreurs d'estimation d'état et de sortie sont donnée par :

$$\begin{cases} e_1(t) = \hat{x}_1(t) - x_1(t) \\ e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t) \end{cases} \quad (\text{I.27})$$

A partir des équations (II.27), (II.26) et (II.25), la dynamique des erreurs d'estimation s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_y(t) + LK\text{sign}(\hat{y}_i(t) - y_i(t)) \\ \dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) - K\text{sign}(\hat{y}_i(t) - y_i(t)) \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

La paire  $(A_{11}, A_{21})$  est observable car la partie  $(A, C)$  est observable. Par conséquent, le gain  $L$  peut être choisi tel que les valeurs propres de la matrice  $A_{11} + LA_{21}$  soient dans le demi-plan gauche du plan complexe.

Définissons maintenant un nouveau changement de variables tel que :

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = T_L \begin{bmatrix} x_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix}, \quad T_L = \begin{bmatrix} I_{n-p} L \\ 0I_p \end{bmatrix} \quad (\text{I.29})$$

Avec ce changement de variables, la dynamique des erreurs d'estimation s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_1(t) = \tilde{A}_{11}e_1(t) + \tilde{A}_{12}e_y(t) \\ \dot{e}_y(t) = A_{21}\tilde{e}_1(t) + \tilde{A}_{22}e_y(t) - v(t) \end{cases} \quad (\text{I.30})$$

Où :

$$\begin{aligned} \tilde{e}_1(t) &= e_1(t) + Le_y(t) \text{ Et } \tilde{A}_{11} = A_{11} + LA_{21}, \\ \tilde{A}_{12} &= A_{12} + LA_{22} - \tilde{A}_{11}L \text{ Et } \tilde{A}_{22} = A_{22} - A_{21}L. \end{aligned}$$

Donc après un temps fini, l'erreur  $e_y(t)$  et sa dérivée seront nulles et on aura à partir l'équation (II.30) :

$$\tilde{e}_1(t) = \tilde{A}_{11}\tilde{e}_1(t) \quad (\text{I.31})$$

Avec un choix correct du gain (un gain qui stabilise  $\tilde{A}_{11}$ ) le système d'équation (II.30) est stable et  $\tilde{e}_1(t) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ , ce qui veut dire que  $\hat{x}_1(t) \rightarrow x_1(t)$  et  $x_2(t)$  peut être reconstruite dans le système de coordonnées original par :

$$\hat{x}_2(t) = C_2^{-1}(y(t) - C_1\hat{x}_1(t)) \quad (\text{I.32})$$

Dans la pratique la difficulté major de cette approche réside dans choix d'un gain approprié  $K$  pour établir un régime glissant dans un temps fini. Certains auteurs montrent la nécessité modifiée le gain  $K$  pendant l'intervalle de temps pour réduire les fortes commutations.

## I.4. Observateur des systèmes non linéaires

Une fois l'observabilité du système non linéaire (I.3) est assurée, on passe à la synthèse de l'observateur.

La plupart des observateurs synthétisés pour les systèmes non linéaires et qui existent dans la littérature ont la structure suivante [10] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + \rho(y, \hat{x}) \\ y = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (\text{I.33})$$

C'est-à-dire une copie du modèle plus un terme correcteur  $\rho(y, \hat{x})$  qui établit la convergence de l'état estimé  $\hat{x}$  vers l'état réel  $x$  en un temps fini.

En général le gain d'observation et la stabilité de l'observateur synthétisé pour les systèmes non linéaires dépendent de l'entrée [11].

La synthèse des observateurs pour les systèmes non linéaires reste un sujet encore ouvert pour la recherche.

### I.4.1. Observateur de Luenberger étendu

L'observateur de Luenberger étendu intervient, soit au niveau du système original avec un gain constant, soit par le biais d'un changement de coordonnées avec un gain dépendant de l'état à estimer.

Dans le premier cas un modèle linéarisé est nécessaire, et le gain de l'observateur est calculé par placement de pôles. Ce type d'observateur ne peut être utilisé que lorsqu'on est sûr que l'état restera au voisinage de l'état d'équilibre.

Pour cette raison, l'utilisation de cet observateur peut être compromise par les instabilités qui peuvent se révéler si l'on s'éloigne du point de fonctionnement.

Dans le deuxième cas, les méthodes de changement de coordonnées ne concernent qu'une classe restreinte de systèmes non linéaires.

En effet, beaucoup d'approche utilisant les changements de coordonnées nécessitent l'intégration d'un ensemble d'équations aux dérivées non linéaire, ce qui est souvent très délicat à réaliser. De ce fait, l'utilisation de solution approchées est envisageable [3].

### I.4.2. Filtre de Kalman étendu

Le filtre de Kalman étendu est l'une des technique d'estimation les plus populaires et largement étudié dans le domaine d'estimation d'état des systèmes dynamique non linéaires.

Ce filtre étendu consiste à utiliser les équations du filtre de Kalman standard au modèle non linéaire linéarisé par la formule de Taylor au premier ordre.

Ce filtre étendu a été appliqué avec succès sur différents types de procédés non linéaires.

Malheureusement, les preuves de stabilité et de convergence établies dans le cas des systèmes linéaires, ne peuvent être étendues de manière générale au cas des systèmes non linéaires.

Une des classes les plus connues des observateurs robustes des systèmes physiques non linéaires est celle des observateurs modes glissant [12] [3].

### I.4.3 Observateur à grand gain

On peut citer différente approche de l'observateur à grand gain pour les systèmes non linéaires.

#### A : 1<sup>ère</sup> approche

Les techniques dites à grande gain peuvent être appliquées sans transformation du système initiale. Dans ce cas, la conception de l'observateur se fait directement à partir de la structure du système. Cette technique utilise la théorie de stabilité de Lyapunov pour adapter les techniques développées dans le cas linéaire. La méthode présentée dans [13] donne des conditions suffisantes de convergence de l'état estimé vers l'état réel du système, pour la classe des systèmes non linéaires décrits par le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + f(u(t), x(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{I.34})$$

La dynamique de l'état comporte une partie linéaire non commandée et une partie non linéaire commandée, vérifiant en général la condition de Lipschitz par rapport à  $x$

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq K \|x_1 - x_2\| \quad (\text{I.35})$$

L'observateur à grand gain possède la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + f(\hat{x}(t), u(t)) + k(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (\text{I.36})$$

L'appellation grand gain provient de la structure de l'observateur : lorsque la fonction non linéaire possède une grande constante de Lipschitz, la moindre erreur entre l'état réel est l'état estimé va se répercuter et croître. Par conséquent, le gain  $k$  de l'observateur (I.36) doit être important pour compenser cette amplification de l'erreur.

La dynamique de l'erreur d'estimation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  se déduit de (I.34) et (I.36) :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + f(x(t), u(t)) - f(\hat{x}(t), u(t)) \quad (\text{I.37})$$

Il a été démontré dans [23] que si le gain  $k$  est choisi telle que :

$$k > \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} \quad (\text{I.38})$$

Où  $k$  est la constante de Lipschitz de  $f(x(t), u(t))$ ,  $\lambda_{\min}(Q)$  et  $\lambda_{\max}(P)$  sont les valeurs propres maximales et minimales.  $Q$  est une matrice symétrique définie positive et  $P$  est une matrice définie positive, solution de l'équation de Lyapunov :

$$(A - kC)^T P + (A - kC) = -Q \quad (\text{I.39})$$

Alors (I.35) est un observateur asymptotique du système non linéaire (I.34).

La synthèse de l'observateur consiste à ajuster les matrices  $P$ ,  $Q$  et  $k$  de façon à garantir l'égalité (I.39). Ensuite, on vérifie si la condition (I.38) est satisfaite. Ainsi, et malgré l'intérêt du résultat, cette méthode n'est pas constructive, elle ne donne aucune indication sur le choix d'un gain satisfaisant la condition (I.38) cette approche a été étendue par plusieurs auteurs. Pour simplifier le problème on peut remplacer la matrice  $Q$  par une matrice identité ; et cela revient à choisir un gain  $k$  qui satisfait :

$$k > \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \quad (\text{I.40})$$

Ces techniques dites à grand gain sont très répandues dans la littérature. Il s'agit principalement de techniques de vérification, qui permettent d'établir des conditions suffisantes de convergence de l'état estimé vers l'état réel. La structure de l'observateur non linéaire est une structure de Luenberger étendue au cas non linéaire [3].

B- 2<sup>ème</sup> approche

Pour les systèmes non linéaires, il n'existe pas de solution générale pour estimer l'état du système. Une des difficultés théoriques de la synthèse d'observation est due à l'existence d'entrées rendant le système inobservable, ce qui est en effet un phénomène typique dans la cadre non linéaire. A partir du moment où il n'existe pas de méthode systématique pour la synthèse d'un observateur pour un système non linéaire, il est donc intéressant de pratiquer un changement de coordonnées sur le système original afin de lui trouver un système « équivalent » ayant une structure pour laquelle on sait construire un observateur [14].

On considère une classe de système mono-sorti affiné en la commande de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x) \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (\text{I.41})$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$  est l'état instant  $t$ ,  $u = (u_1, \dots, u_m) \in \mathbb{R}^m$  est le signal de commande et  $y \in \mathbb{R}^p$  est la sortie mesurée qui est corrélée avec l'état  $x(t)$  par  $y = h(x)$ .

On suppose de plus qu'il existe un domaine physique  $\Omega \in \mathbb{R}^n$  d'évolution de l'état, qui est le domaine d'intérêt du système.

Les résultats suivants ont été développés par (Gauthier et Bornard, 1981) [15]. La première opération consiste à écrire le système sous une forme canonique observable. Supposant que (I.41) soit observable pour toute entrée (uniformément observable), que  $u = 0$  une entrée universelle, que la Jacobien du vecteur.

$$z = \Phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_{f_0} h(x) \\ \vdots \\ L_{f_0}^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.42})$$

Par rapport à  $x$ , représenté par  $\partial z / \partial x$ , soit de rang  $n$  en point  $x^0$ , et que  $z$  choisie est un difféomorphisme de  $\Omega$  sur  $z$ ,  $L_{f_0} h(x)$  étant la dérivée de Lie du vecteur  $h(x)$  par rapport à  $f_0(x)$ .

Ainsi, le changement de coordonnées  $\Phi(x)$  détermine, sur un voisinage de  $x^0$ , un système local de coordonnées dans lequel (I.40) s'écrit sous la forme canonique :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_z + \psi(z) + \sum_{i=1}^m u_i \Phi_i(z) \\ y(t) = C(z) \end{cases} \quad (\text{I.43})$$

$$\text{Où : } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & & & & \\ \dots & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & & & & \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}, \psi(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \psi_n(z) \end{bmatrix} \text{ et } C = [1, 0, \dots, 0]$$

Les éléments  $\Phi_i(z)$  s'écrivent de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1(z) = \Phi_1(z_1) \\ \Phi_2(z) = \Phi_2(z_1, z_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Phi_{n-1}(z) = \Phi_{n-1}(z_1, \dots, z_{n-1}) \end{array} \right. \quad (\text{I.44})$$

C'est cette structure triangulaire de  $\Phi(z)$  qui est la propriété remarquable caractérisant les systèmes multi entrées mono-sortie pour toute entrée. Se fondant sur cette forme canonique d'observabilité, les auteurs (Gauthier 1992) [16] ont proposé un observateur exponentiel donné par :

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + \psi(\hat{z}) + \sum_{i=1}^m u_i \Phi_i(\hat{z}) - S_\theta^{-1} C^T (C\hat{z} - y) \quad (\text{I.45})$$

Où  $S_\theta$  est une matrice  $n \times n$  qui est la solution unique de l'équation de Lyapunov

$$\theta S_\theta + A^T S_\theta + S_\theta A = C^T C \quad (\text{I.46})$$

$\theta \succ 0$  Étant le paramètre de réglage de l'observateur. Plus généralement, les coefficients de  $S_\theta$  son de la forme :

$$(S_\theta)_{ij} = \frac{S_{ij}}{\theta^{i+j-1}} \quad (\text{I.47})$$

Où  $S_{ij}$  est un coefficient combinatoire connu.

En revenant aux coordonnées originales, cet observateur se met sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f_0(\hat{x}(t)) + \sum_{i=1}^m u_i(t) g_i(\hat{x}(t)) - \left[ \frac{\partial \Phi(\hat{x}(t))}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} S_\theta^{-1} C^T [C\hat{x}(t) - y(t)] \quad (\text{I.48})$$

Dans (Gauthier et al. 1992), les auteurs ont démontré que l'erreur d'estimation  $\|\hat{x}(t) - x(t)\|$  converge exponentiellement vers zéro si la valeur du paramètre  $\theta$  est choisie suffisamment grande.

**C-observateur à grand gain de type Luenberger**

Il existe une grande classe d'observateurs non linéaires qui présentent d'excellentes propriétés globales : ce sont les observateurs grand-gain dont la référence historique est l'article de Gauthier-Hammouri-Othman [18] et pour lesquels la référence la plus complète est [19]. Contrairement au filtre de Kalman étendu, ces observateurs sont des observateurs globaux à convergence exponentielle. En revanche, il ne s'applique qu'à une classe restreinte de systèmes non linéaires. Afin de simplifier cette introduction, considérons les seuls systèmes à une observation ( $q=1$ ), la classe considérée est constituée des systèmes de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, u) \\ \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, x_3, u) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{dx_{n-1}}{dt} = f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ \frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ y = h(x_1, u) \end{array} \right. \quad (I.49)$$

Où pour tout  $1 \leq i < n$ ,  $\frac{\partial f_i}{\partial x_{i+1}}(x_1, \dots, x_i, x_{i+1}, u) \neq 0$  (i.e. ne s'annule jamais quels que soit les valeurs de  $x$  et de  $u$ ).

Cette forme de système s'appelle la forme canonique d'observabilité. Une remarque triviale et que ces systèmes sont effectivement observables puisque la connaissance de  $y$  et de ces  $n-1$  premières dérivées donne successivement  $x_1, x_2$  jusqu'à  $x_n$ . Une remarque moins triviale est que beaucoup de systèmes observables (les systèmes uniformément infinitésimalement observables) peuvent se mettre sous cette forme. Les théorèmes qui caractérisent précisément les systèmes pouvant se mettre sous forme canonique d'observabilité sont donnés dans le livre de Gauthier-Kupka [19].

Les observateurs grand-gain de type Luenberger s'écrivent sous la forme :

$$\frac{d\xi}{dt}(t) = f(\xi(t), u(t)) + k_\theta (y(t) - h(\xi(t), u(t))) \quad (I.50)$$

$\xi(t)$  l'état estimer de  $x(t)$ .

Où  $k_\theta = \Delta_\theta k$ ,  $\Delta_\theta$  est une matrice diagonale dont les coefficients diagonaux sont  $(\Delta_\theta)_{j,j} = \theta^j$  où  $\theta$  est un paramètre supposé grand et  $k$  est une matrice fixée, caractérisée par une équation de type Lyapunov.

$$k = \text{coef}(C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^p) \quad , \quad C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!} \quad (I.51)$$

$n$  : l'ordre du système,  $p$  : nombre des éléments du système.

Alors :

### **Théorème [19] :**

Pour tout  $a > 0$ , il existe  $\theta$  assez grand de sorte que pour tout  $x(0) \in X$ , pour tout  $\xi(0) \in X$ , il existe un polynôme de degré  $k$ , tel que

$$\|x(t) - \xi(t)\| \leq k(a)e^{-at} \|x(0) - \xi(0)\| \quad (\text{I.52})$$

Ce théorème exprime le fait que les observateurs grand-gain de type Luenberger sont des observateurs exponentiellement convergents, et ce résultat est global si le système s'écrit globalement sous la forme (I.49) [17].

## **I.4.4 Observateurs mode glissant**

### **I.4.4.1 Théorie des observateurs mode glissant**

Tout comme la commande par modes glissants, le principe des observateurs à mode glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre  $n$  à converger vers une variété  $s$  de dimension  $(n-p)$  dite surface de glissement ( $p$  étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité et l'invariance de cette surface sont assurées par la condition de glissement.

Dans le cas des observateurs à mode glissant, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation  $\tilde{x} = \hat{x} - x$ .

A partir de leurs valeurs initiales  $\tilde{x}(0)$ , ces erreurs doivent converger vers les valeurs d'équilibre en deux étapes : un mode d'atteindre très dynamique où la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie du système réel et la sortie de l'observateur (les mesures) :  $\tilde{y} = \hat{y} - y$  sont nulles, et un mode de glissement où la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement définie par  $\tilde{y} = 0$  [20].

### **I.4.4.2 Etapes de dimensionnement de l'observateur**

Considérons un système d'état non linéaire affine d'ordre  $n$  :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{I.53})$$

L'observateur à mode glissant d'un tel système est défini avec la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - \Lambda \Gamma_s \quad (\text{I.54})$$

Où :

- $\hat{x} \in R^n$  représente l'estimée du vecteur d'état  $x$ .
- $u$  est le vecteur de commande.
- $f(\hat{x}, u)$  est l'estimée de la fonction  $f(x, u)$  à l'aide des  $\hat{x}_{i, j=1, \dots, n}$ .

- $\Lambda$  est une matrice  $n \times p$  contenant les gains correctifs de l'observateur.
- $\Gamma_s$  est le vecteur de dimension  $p \times 1$  défini tel que :

$$\Gamma_s = [\text{sign}(\tilde{y}_1), \text{sign}(\tilde{y}_2), \dots, \text{sign}(\tilde{y}_p)]^T \text{ Avec } \tilde{y}_i = \hat{y}_i - y_i \text{ et } i=1, \dots, p \quad (I.55)$$

Soient  $\tilde{y} = \hat{y} - y$  le vecteur relatif aux erreurs d'observation de la sortie et  $\tilde{x} = \hat{x} - x$  celui du vecteur d'état.

La surface de glissement est définie alors par :

$$s = \tilde{y} = \hat{y} - y \approx 0 \quad (I.56)$$

Nous pouvons à présent déduire la dynamique des erreurs d'observation :

$$\dot{\tilde{x}} = \dot{\hat{x}} - \dot{x} = \Delta f - \Lambda \Gamma_s \quad (I.57)$$

Avec :

$$\Delta f = f(\hat{x}, u) - f(x, u) \quad (I.58)$$

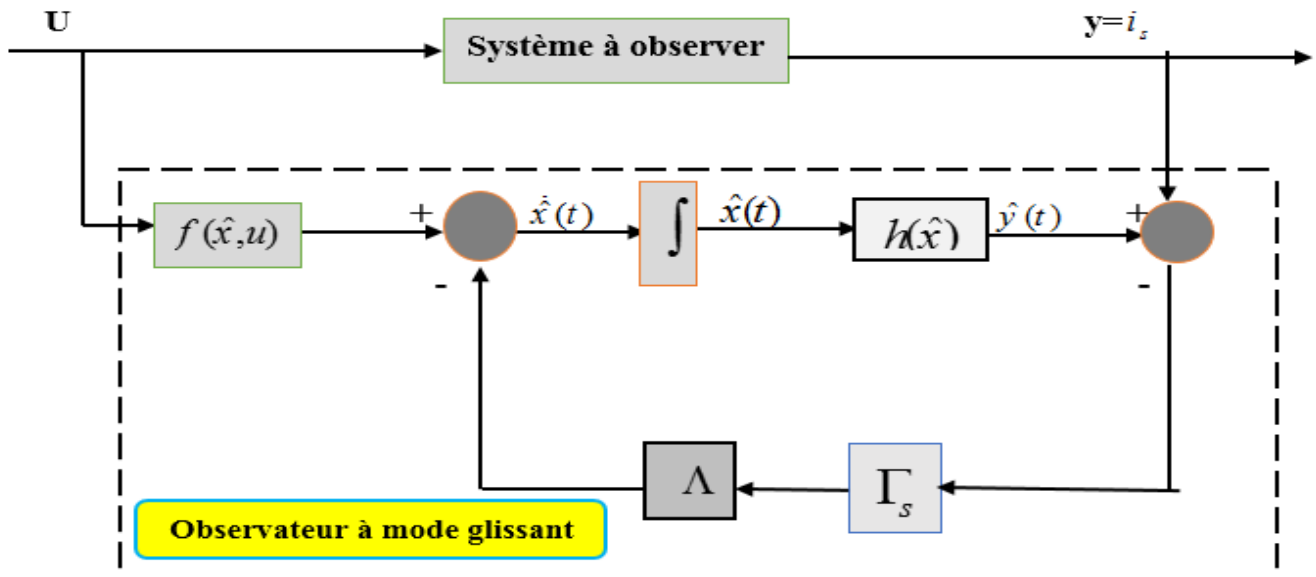


Figure II.1 schéma fonctionnel de l'observateur à mode glissant [6].

La surface de glissement, permettant la synthèse d'un observateur à mode glissant, doit satisfaire la condition d'attractivité  $s\dot{s} < 0$  et la condition d'invariance.

$$\begin{cases} \dot{s}(x) = 0 \\ s(x) = 0 \end{cases} \quad (I.59)$$

La condition d'attractivité est assurée si la fonction de Lyapunov  $v(s) = \frac{1}{2}s^T s$ , vérifie  $\dot{v}(s) < 0$ , quand  $s \neq 0$ , et la condition d'invariance est satisfaite à l'aide des termes correctifs  $\Lambda$  de l'équation (I.54).

Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue signe appliqué à l'erreur de sortie. L'étude de la stabilité et de la convergence pour tels observateurs, est basée sur l'utilisation des fonctions Lyapunov.

### I.4.4.3 Observateur à mode glissant étape par étape

L'observateur à mode glissant étape par étape a été développé pour des systèmes pouvant se mettre sous la forme, appelé forme triangulaire d'observation, suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + g_1(x_1, u) \\ \dot{x}_2 = x_3 + g_2(x_1, x_2, u) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + g_n(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ y = x_1 \end{array} \right. \quad (\text{I.60})$$

Où  $f_n$  et  $g_i$  pour  $i=1, \dots, n$ , sont des fonctions scalaires,  $x_i$  sont les états du système,  $u$  est le vecteur d'entrée et  $y$  est la sortie. La structure de l'observateur proposé est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}_1 = x_2 + g_1(x_1, u) + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + g_2(x_1, \bar{x}_2, u) + \lambda_2 \text{sign}_2(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = \hat{x}_n + g_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{n-1}, u) + \lambda_{n-1} \text{sign}_{n-1}(\bar{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \dot{\hat{x}}_n = f_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + g_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n, u) + \lambda_n \text{sign}_n(\bar{x}_n - \hat{x}_n) \\ y = x_1 \end{array} \right. \quad (\text{I.61})$$

Où les variables  $\bar{x}_i$  sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_1 = x_1 \\ \bar{x}_i = \hat{x}_i + \lambda_{i-1} \text{sign}_{\text{eq}, i-1}(\bar{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1}) \end{array} \right. \quad \text{Pour } i > 1 \quad (\text{I.62})$$

Avec  $\text{sign}_{\text{eq}}$  désigne la fonction  $\text{sign}(\cdot)$  classique filtrée par un filtre passe bas ; la fonction  $\text{sign}_i$  est définie de manière à imposer que le terme correctif ne soit actif que si  $\bar{x}_j - \hat{x}_j = 0$  pour  $j = 1, \dots, i$  c'est-à-dire, s'il existe  $j \in \{1, \dots, i-1\}$  tel que  $\bar{x}_j - \hat{x}_j \neq 0$  alors la fonction  $\text{sign}_i$  est mise à zéro sinon elle est égale à ma fonction  $\text{sign}(\cdot)$  usuelle. La convergence des erreurs d'observation en temps fini n'est assurée que si le système est à entrées bornées et à états bornés (BIBS) pour une durée finie. Si cette condition est vérifiée alors les  $\lambda_i$  peuvent être choisis tel que l'état de l'observateur  $\hat{x}$  converge en un temps fini vers l'état  $x$  réel du système. Cependant cette convergence se fait par étapes [3] [21] :

**Étape 1 :**

Dans cette étape on assure la convergence de  $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$  vers zéro dans un temps  $t < t_i$ . Pour  $i > 1$  toutes les fonctions  $sign_i$  sont égales à zéro, les dynamiques des erreurs d'observation  $e = x - \hat{x}$  sont donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 sign_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{e}_2 = e_3 + g_2(x_1, x_2, u) - g_2(x_1, \hat{x}_2, u) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{e}_{n-1} = \dot{e}_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) - g_{n-1}(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1}, u) \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ -g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) \end{array} \right. \quad (I.63)$$

L'entrée  $u$  et les états sont bornés. Par conséquent les états du système ne divergent pas et les erreurs d'observation sont aussi bornées. On considère la fonction de Lyapunov  $V_1 = \frac{e_1^2}{2}$  alors :

$$\dot{V}_1 = e_1(e_2 - \lambda_1 sign(e_1)) \quad (I.64)$$

En choisissant  $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$ , l'erreur d'observation  $e_1$  converge vers zéro en un temps fini  $t_1$ . Après cet instant,  $e_1$  reste égale à zéro et on obtient alors  $e_2 = \lambda_1 sign(x_1 - \hat{x}_1)$  ce qui implique que  $\bar{x}_2 = x_2$ .

**Étape 2 :**

L'objectif de cette étape est d'atteindre la surface de glissement  $e_2 = x_2 - \hat{x}_2 = 0$ . Pour rester sur la surface  $e_1 = 0$ , il faut que  $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$ , mais cela est vérifié de part le fait que  $e_2$  est strictement décroissant après  $t_1$ . Les dynamiques des erreurs d'observation sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 sign_1(x_1 - \hat{x}_1) = 0 \\ \dot{e}_2 = e_3 + g_2(x_1, x_2, u) - g_2(x_1, \hat{x}_2, u) - \lambda_2 sign(x_1 - \hat{x}_1) = e_3 - \lambda_2 sign(e_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{e}_{n-1} = \dot{e}_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) - g_{n-1}(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1}, u) \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ -g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) \end{array} \right. \quad (I.65)$$

En choisissant la fonction de Lyapunov  $V_2 = \frac{e_1^2}{2} + \frac{e_2^2}{2}$  on aura :

$$\dot{V}_2 = e_1(e_2 - \lambda_1 \text{sign}(e_1)) + e_2(e_3 - \lambda_1 \text{sign}(e_2)) = e_2(e_3 - \lambda_1 \text{sign}(e_2)) \quad (\text{I.66})$$

Si  $\lambda_2 \succ |e_3|_{\max}$  alors  $e_2$  converge vers zéro après un temps fini  $t_2 \succ t_1$ . L'erreur d'observation est strictement décroissante durant le période  $[t_2, t_1]$  ce qui implique que la condition imposée dans la première étape sur  $\lambda_1$  doit être vérifiée aussi après  $t_1$ . En fin, après un temps fini  $t_2$ ,  $\bar{x}_3 = x_3$ .

Ainsi, étape par étape nous obtenons la convergence de toutes les composantes de l'erreur d'observation vers zéro et celles de  $\hat{x}$  vers  $x$  pour tous  $i \prec n$ , sous condition que  $\lambda_i \succ |e_{i+1}|_{\max}$  durant  $[t_i, t_{i+1}]$ .

### Etape n :

Cette étape commence à l'instant  $t_{n-1}$ , à cet instant  $e_k = 0$  pour tous  $k \prec n$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) = 0 \\ \dot{e}_2 = e_3 - \lambda_2 \text{sign}(x_2 - \hat{x}_2) = 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{e}_{n-1} = e_n + \lambda_{n-1} \text{sign}(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) = 0 \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) - \lambda_n \text{sign}_n(\bar{x}_n - \hat{x}_n) = -\lambda_n \text{sign}_n(e_n) \end{array} \right. \quad (\text{I.67})$$

De la même façon on choisit la fonction de Lyapunov  $V_n = \frac{e_1^2}{2} + \frac{e_2^2}{2} + \dots + \frac{e_n^2}{2}$ . On obtient donc  $\dot{V}_n = e_n(-\lambda_n \text{sign}(e_n))$ .

Ainsi,  $e_n$  converge vers zéro en un temps fini  $t_n \succ t_{n-1}$  pour toutes valeurs de  $\lambda_n \succ 0$ , si évidemment toutes les conditions sur  $\lambda_k, k \prec n$ .

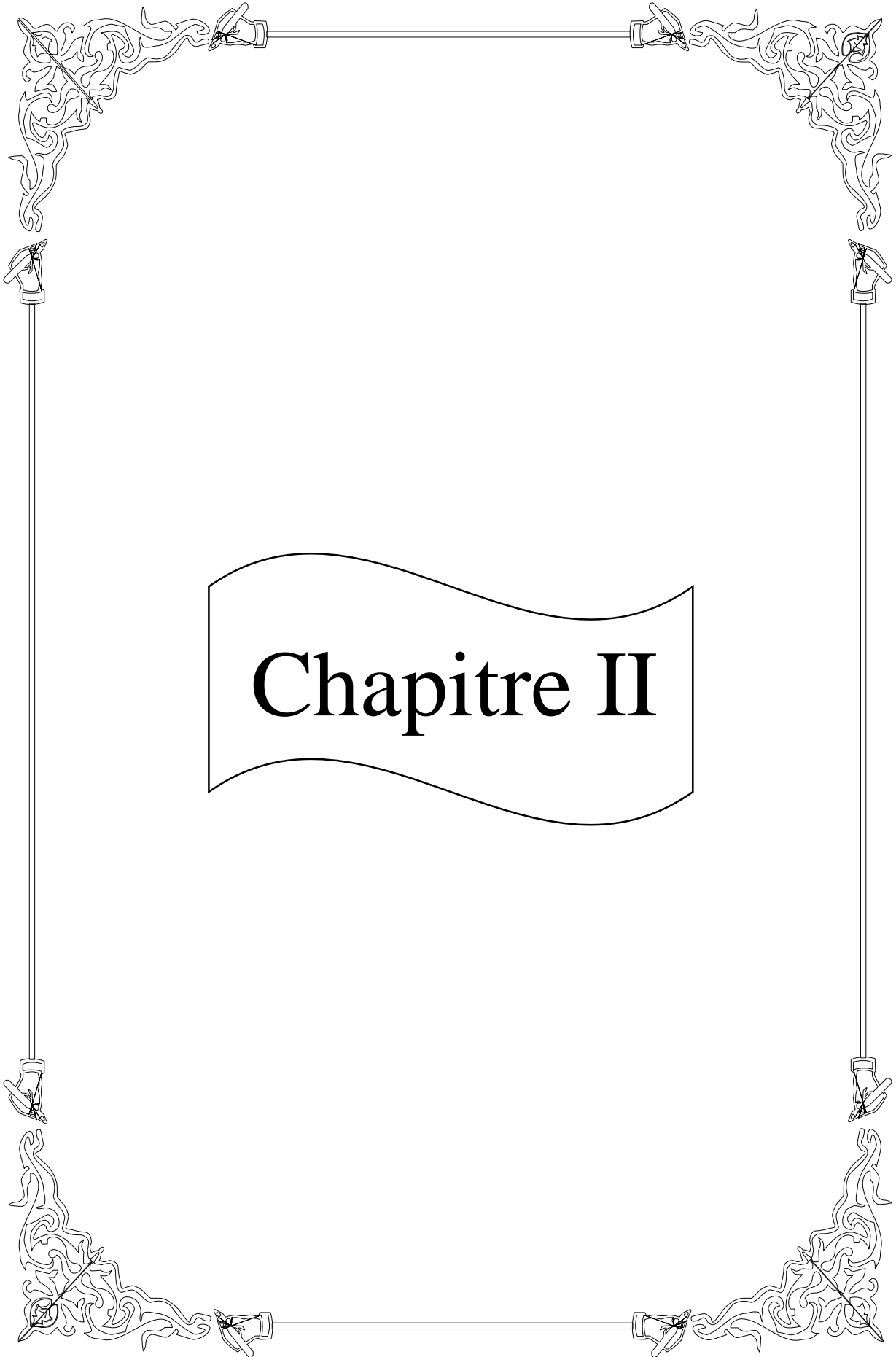
## I.5 Conclusion

Dans ce premier chapitre nous avons donnée quelque notion de base relative à l'observabilité, tel que l'observabilité, et la condition nécessaire sur le rang d'observabilité ceci est important dans la synthèse d'un observateur. Après nous avons cité différents catégories des observateurs, chacun de ces observateurs est. La plupart du temps, spécifique à un modèle mathématique particulier et répond à des conditions propres à lui.

Le chapitre suivant fait l'objet de la modélisation et la description d'un hélicoptère à deux degrés de liberté (TRMS).



# Chapitre I



# Chapitre II

## Présentation du simulateur de vol d'hélicoptère

---

### II.1 Introduction

En raison d'une modernisation incessante des outils de production, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes et sophistiqués au point où il n'est plus possible d'implémenter des loi de commande directement sur ceux-ci en parallèle, le développement de puissance permet l'élaboration de système miniature.

Plusieurs prototypes sont mis en œuvre dans le but de tester les commandes avant de les transférer sur le système réel. Le simulateur d'hélicoptère (TRMS) est l'un de ces prototypes qui support l'implémentation des diverses commande pour ensuite les appliquer sur les procédés aéronautiques [22].

Pour effectuer l'analyse et la synthèse dynamique, il est nécessaire de connaître les relations entre les grandeurs d'entrées et de sortie. L'ensemble de ces relations constitue le modèle mathématique du système. L'efficacité de ce modèle repose sur une analogie entre le comportement des objets physiques et celui des formules mathématique.

Dans l'automatique, modéliser un système consiste à établir un ensemble de relations mathématiques qui permettent de décrire avec précision suffisante les interactions entre le système et son environnement. Lorsque les relations citées auparavant sont issues des équations de la physique, le modèle obtenu est dit modèle de connaissance, ces relations découlent des observations disponibles sur le système. On aboutit aussi au modèle de représentation, en passant par l'identification [23].

Nous présent dans ce chapitre, en première temps un petit aperçu sur le principe du vol des hélicoptères (TRMS), ensuite nous commence par une modélisation détaillée du simulateur, on présente les modèles découplés et on terminera par une simulation en boucle ouvert.

## II.2 Principe du Vol d'un Hélicoptère [22]

Un hélicoptère est un aéronef à voilure tournant dans lequel les rotors procurent à eux seuls la propulsion et la sustentation pendant toutes les phases du vol. Chaque rotor dit de sustentation, à axe sensiblement vertical, est une sorte de grande hélice à pas variable, et comporte de deux à huit surfaces aérodynamiques appelées pales, qui servent à déplacer l'appareil à la fois dans le plan vertical et dans le plan horizontal.

### ➤ Déplacement dans le plan vertical

Pour faire varier l'altitude de l'hélicoptère, on joue à la fois sur la variation de la vitesse du moteur et sur le pas de l'hélice. Cependant l'inertie d'une grande hélice est importante et un temps est nécessaire pour obtenir une modification de la vitesse demandée. On préfère alors la technologie du pas variable, la vitesse angulaire du rotor étant constante.

### ➤ Comment ça marche ?

La portance (sustentation) d'un aéronef est créée par l'écoulement de l'air autour de sa voilure. Le profil asymétrique d'une pale conduit à des vitesses relatives différentes entre sa partie inférieure et sa partie supérieure, la différence de pression ainsi générée induit une force résultante. En augmentant le pas (l'inclinaison) des pales, on provoque une augmentation de la portance et vice versa.

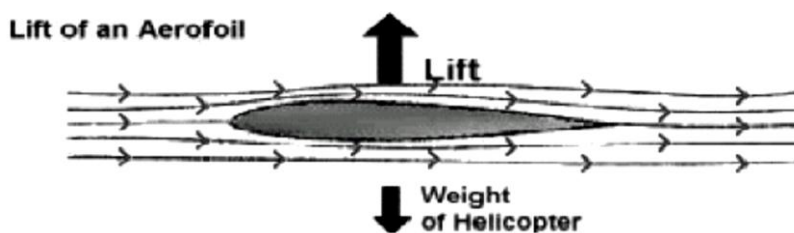


Figure II.1 Principe de vol d'un hélicoptère [16]

### ➤ Déplacement dans le plan horizontal

Pour déplacer l'hélicoptère dans une direction ou une autre, on bascule légèrement le rotor dans la direction souhaitée. La force de sustentation, perpendiculaire au plan fermé par le rotor en rotation vu de côté et auparavant verticale, va donc être inclinée et « tirer » l'hélicoptère dans le sens désiré. Cette modification est obtenue en augmentant de façon sélective l'incidence des pales. La commande qui provoque ces modifications est appelée commande de pas cyclique.

## II.3. Description

Le TRMS (Twin Rotor MIMO System) (figure II.2) est un système physique aérodynamique conçu pour le développement et l'implémentation de nouvelles lois de commandes. Ceci inclut, la modélisation de la dynamique du système, l'identification, l'analyse et la conception de divers contrôleurs par des méthodes classiques et modernes. Le comportement du TRMS ressemble à celui d'un hélicoptère, de point de vue commande ; c'est un système non linéaire d'ordre supérieur possédant des couplages significatifs [25]. Il comprend les éléments suivants [24] :

- Une poutre qui peut pivoter sur sa base de telle manière qu'elle puisse tourner librement dans le plan vertical et horizontal.

- Deux propulseurs (principal et secondaire) fixés aux deux extrémités de la poutre, ils sont formés d'une hélice, un moteur à courant continu ainsi qu'un bouclier pour des raisons de sécurité.
- Un contrepois fixé sur la tige à son pivot, son rôle est de diminuer les vibrations (oscillations) de la poutre.
- Une tour pour maintenir la poutre.
- Une base comprenant des circuits électroniques pour l'adaptation, synchronisation et filtrage des signaux entrants et sortants.
- Un boîtier de marche/arrêt des moteurs.

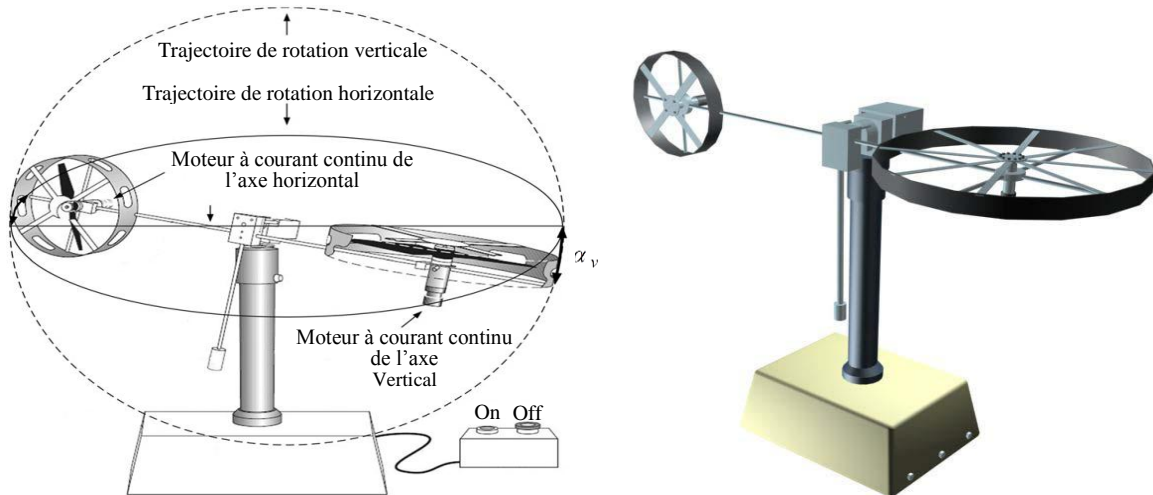


Fig. II.2 –Hélicoptère à deux degré de liberté TRMS [26].

Le modèle du TRMS est multi-variable à deux entrées et deux sorties (MIMO 2\*2). Les sorties étant l'angle d'élévation et l'angle d'azimut, les entrées étant les tensions appliquées aux deux moteurs. L'articulation sphérique permet à la poutre de pivoter simultanément dans le plan horizontal et vertical, c'est un système à deux degrés de liberté, mais on peut restreindre le mouvement à un degré de liberté par de 2 vis (Figure II.2) [27].

### II.3.1 Propulseur

Le TRMS possède deux propulseurs, un principal qui agit dans le plan vertical, et l'autre secondaire qui agit dans le plan horizontal. Chaque propulseur est composé d'une hélice. Ces derniers sont entraînés par des moteurs à courant continu (marque MAXON), couplés avec des tachymètres. La tension de commande varie entre  $\pm 2.5$  V, le signe de la tension indique le sens de rotation [24].

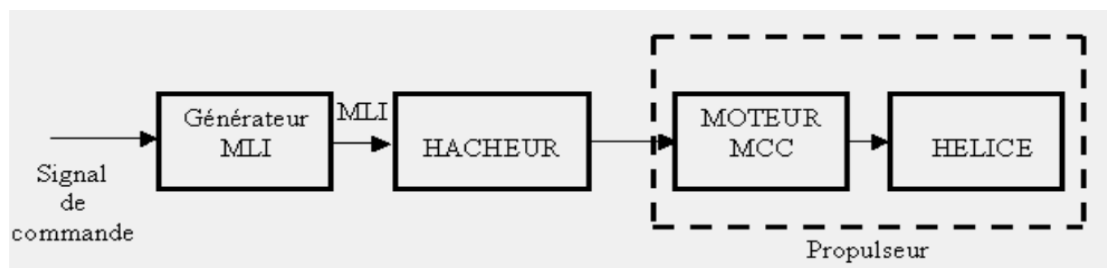


Figure II.3 Schéma synoptique du fonctionnement du propulseur [25].

### II.3.2 Commande des moteurs

Le principe des moteurs électriques à courant continu utilisés est que leurs vitesses de rotation est proportionnelle à la tension qui leur est appliquée. Le mécanisme utilisé est un hacheur, qui est un convertisseur statique alimenté par une source de tension continue qui produit aux bornes du moteur une tension de valeur moyenne réglable. Ce hacheur est commandé par des trains d'impulsions (MLI) qui sont générés à partir du signal de commande provenant du PC à travers la carte d'acquisition [24].

### II.3.3 Les encodeurs optiques

Le TRMS à deux capteurs pour mesurer l'orientation de la poutre dans l'espace, ils se situent à l'intérieur du pivot sphérique de la poutre. Il s'agit de deux encodeurs optiques incrémentaux : le principe de fonctionnement est le suivant [figure II.4] :

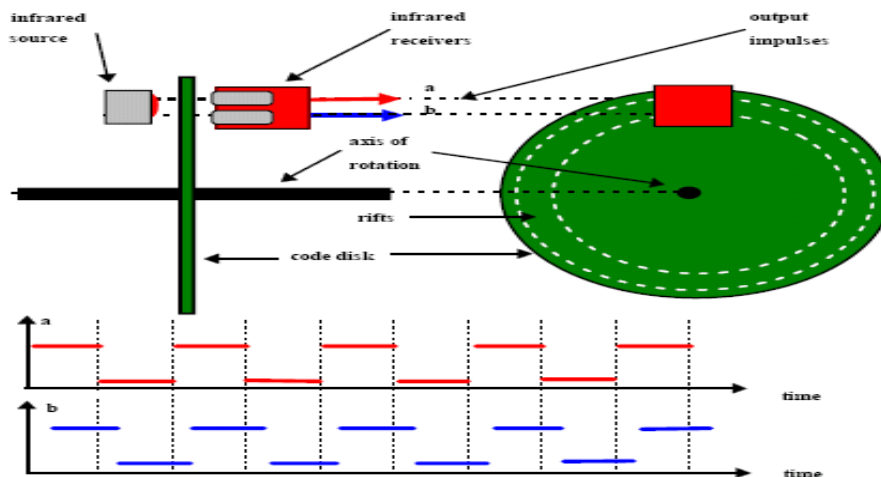


Figure II.4 : encodeurs optiques Référence [25].

Les faisceaux lumineux émis par les deux photos diodes (A et B) passent par deux anneaux de fentes sur le disque. Les fentes ont une différence de phase, de sorte que la tension des récepteurs (A et B) soit des ondes rectangulaires avec une différence de phase. Le signe de la différence de phase permet de déterminer la direction de la rotation.

### II.3.4 La base du TRMS

À l'arrière de la base on trouve les différentes connectiques (figure II.5) :

- **Connecteur ON / Off** : fiche DIN pour connecter la boîte de l'intercepteur ON/OFF des moteurs **Sélecteur 110/220v**.
- **Fiche d'alimentation 110/220 V**.
- **Connecteur CN1** : il se branche avec le PL1 de la boîte d'adaptation, avec une large nappe 40 pistes. Les signaux sont ceux des deux capteurs de positions, c'est des signaux digitaux sur 16 bits.
- **Connecteur CN2** : il se branche avec PL3, avec une nappe 20 pistes. Les signaux sont les tensions de commandes des deux moteurs.
- **Connecteur CN3** ; il se branche avec PL2, avec une nappe 20 pistes. Les signaux sont ceux des tachymètres.

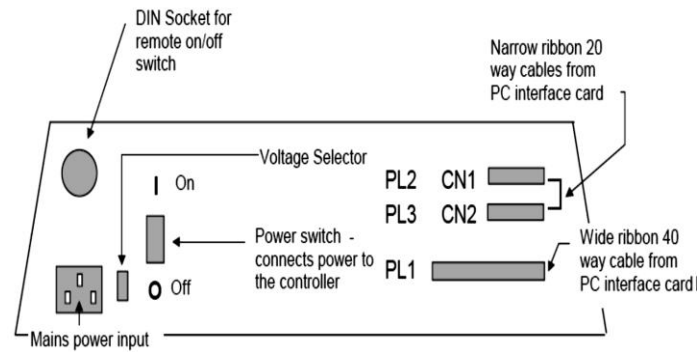


Figure II.5 : la base du TRMS [25].

### II.3.5 Boîtier marche/arrêt

C'est un petit boîtier avec deux boutons poussoirs pour, l'un vert pour fermer le circuit d'amplification des moteurs, et l'autre rouge pour l'ouvrir et couper l'alimentation, son rôle principal est de protéger les moteurs en cas de mauvaise manœuvre par l'utilisateur. Il est connecté à l'arrière de la base du TRMS. [24]

### II.3.6 Le (SCSI BOX)

La (SCSI BOX) (figure II.6). a comme rôle d'adapter les signaux entre la carte d'acquisition et les différents connecteurs de la base du TRMS, et aussi séparer ces différents signaux en fonction de leurs types. La boîte dispose de quatre connecteurs : [24]

- Un connecteur 68 pins pour connecter le câble global 68 pin SCSI de la carte d'acquisition.
- Un grand connecteur PL1 pour les entrées digitales des capteurs de positions (deux encodeurs optiques).
- Un petit connecteur PL2 pour les sorties analogiques (deux tensions de commandes des moteurs).
- Un autre petit connecteur PL3 pour les entrées analogiques (retour tachymétrique des deux moteurs).

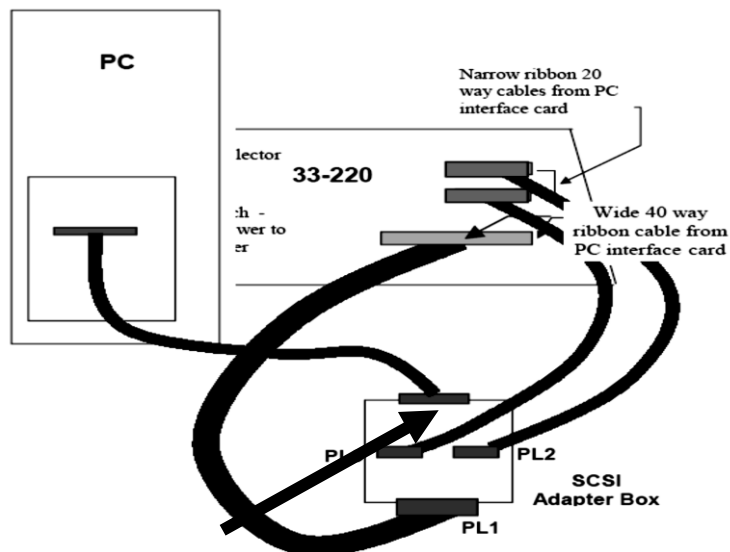


Figure II.6 : branchement des différents connecteurs.

### II.3.7 Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711 [pci1711]

C'est une carte d'acquisition universelle qui s'installe sur le port PCI du PC de commande et dispose de connecteurs extérieurs pour des entrées/sorties analogiques et digitaux. Ces principales caractéristiques sont : [24]

- La fonction Plug & Play.
- 16 entrées analogiques configurables 16 simples (single-ended) ou source flottante.
- Convertisseurs A/D industriels normalisés à approximations successives.
- 12 bits utilisés pour la conversion des entrées analogiques.
- La fréquence maximale d'échantillonnage est de 100KHz.
- Gamme des entées analogiques est programmables et contrôlable par software.
- Chaque canal à sa gamme individuelle stockée dans la RAM de la carte.
- 2 sorties analogiques (convertisseur D/A).
- 16 canaux d'entées digitales.
- 16 canaux de sorties digitales.
- Un compteur/timer programmable.
- Scanne automatique des gains/canaux.

Son principal rôle dans notre application, c'est qu'elle permet la commande digitale d'un système continu à travers un PC, en convertissant les signaux analogiques on numériques et vice-versa. Dans notre cas, on utilise :

- Deux sorties analogiques (convertisseur D/A) pour délivrer les tensions de commandes de références.
- Les entrées digitales des deux encodeurs optiques pour mesurer l'angle d'élévation et d'azimut de la poutre.
- Deux entrées analogiques (convertisseur A/D) pour récupérer le retour tachymétrique des deux moteurs.

### II.3.8 Environnement de développement

Ce banc d'essai utilise une approche novatrice d'implémentation, qui jouit d'une flexibilité accrue et d'une architecture totalement ouvert, cette approche est appelée HIL pour « Hardware-Int he Loop ». Ou bien « Rapid Prototyping ».

Cette approche élimine l'étape entre la synthèse du régulateur en simulation, et son implémentation réelle sur un système embarqué spécialisé. Cette dernière cause des pertes de temps considérables, en testant et en calibrant à nouveau le régulateur implémenté.

Avec le « hard-inthe-loop », on teste directement le contrôleur qu'on a synthétisé en simulation sur le système physique réel, avec un simple PC de développement. En effet, tout ce qu'on a besoin est :

- Un PC standard (pour le développement et pour la commande).
- Une carte d'acquisition pour la conversion A/D et D/A.
- Le système physique à commander.
- Les logiciels nécessaires.

Les logiciels utilisés sont :

**MATLAB :**

Il joue le rôle d'une plateforme, où tous les autres composants s'exécutent, c'est l'environnement le plus utilisé dans le monde par les ingénieurs, il fournit plusieurs routines sophistiquées de calculs numériques.

**SIMULINK :**

C'est un langage de haut niveau graphique, avec lequel on programme avec des objets ou blocks, ces objets peuvent être soit des blocks standards ou des blocks spécialisés écrits par l'utilisateur comme des S-fonctions.

**REAL TIME WORKSHOP (RTW) :**

C'est le programme le plus important, il génère automatiquement du code source C++ optimisé, à partir du modèle Simulink. De plus, ce code est paramétrable pour plusieurs targets 'cible' d'implémentation. Dans notre cas le target est un processeur Pentium sous WINDOWS comme système d'exploitation.

**COMPILATEUR C++ :**

Il compile le code généré par real time workshop et fait l'édition des liens pour générer un exécutable qui communique avec la cible d'implémentation (target), dans notre cas, le compilateur est VISUAL C++ 6.0 PRO.

**REAL TIME WINDOWS TARGET :**

Dans le cas d'un environnement WINDOWS, ce petit Kernel (noyau), est essentiel, son rôle est primordial, il assure le temps réel pour notre régulateur. Car WINDOWS est un OS événementiel donc il n'est pas temps réel. Il s'exécute comme un service résident dans le niveau zéro (mode noyau) et intercepte les interruptions matérielles avant WINDOWS, ensuite, il communique avec l'exécutable du régulateur et interface avec le système physique à travers la carte d'acquisition. Il contrôle donc le flux de données et de signaux du modèle (maintenant exécutable) vers le système physique et vice versa.

On a besoin aussi, des bibliothèques, ou drivers de la carte d'acquisition, pour les intégrer dans notre programme.

Voici ci-dessus un schéma (figure II.7) qui illustre la relation qui existe entre les différents modules :

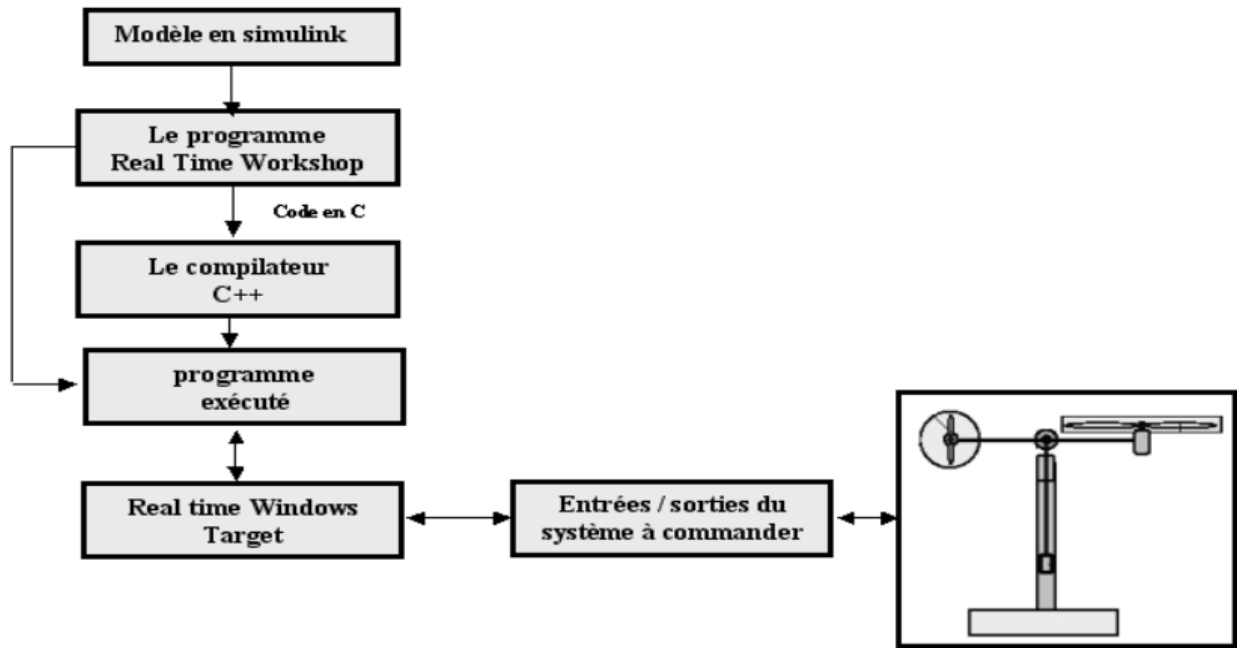


Figure II.7 processus de génération du code exécutable [28].

Pour passer d'un régulateur simulé vers un programme temps réel, il suffit juste d'ajouter dans le modèle de simulation sous SIMULINK, les différents blocs des entrées sorties de la carte d'acquisition (ANALOG INPUT, ANALOG OUTPUT, ENCODER CHANNEL...etc.).

Pour notre carte d'acquisition voici la librairie utilisée :

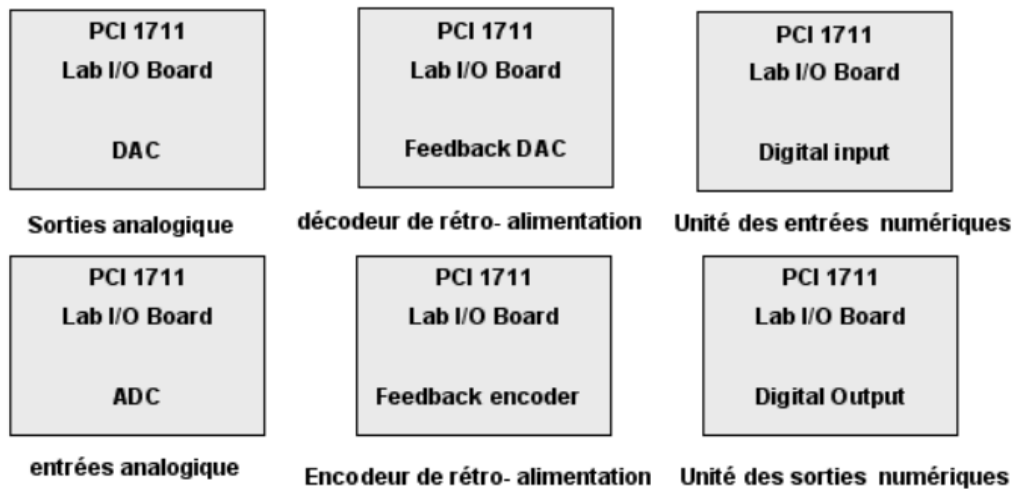


Figure II.8 librairie de la carte d'acquisition [28].

## II.4 Modélisation du TRMS

### II.4.1 Modèle dynamique [29] [22]

Un modèle non linéaire représentant la mécanique du TRMS est rigoureusement obtenu par les équations fondamentales de la dynamique (loi de newton).

Les forces de frottements ainsi que les forces aérodynamiques créées par les rotors sont obtenues par identification.

Le modèle physique est développé sous certaines hypothèses simplificatrices :

- Les dynamiques du sous-système du rotor sont des équations différentielles du premier ordre.
- Les frottements sont de type visqueux.
- Le sous-système hélice air peut être décrit par les lois d'écoulement.

**Hypothèses du système propulseur :**

- La résistance R de l'armature est supposée constante.
- La constante du temps électrique est négligée devant la constante du temps mécanique. [30] [26] [31]

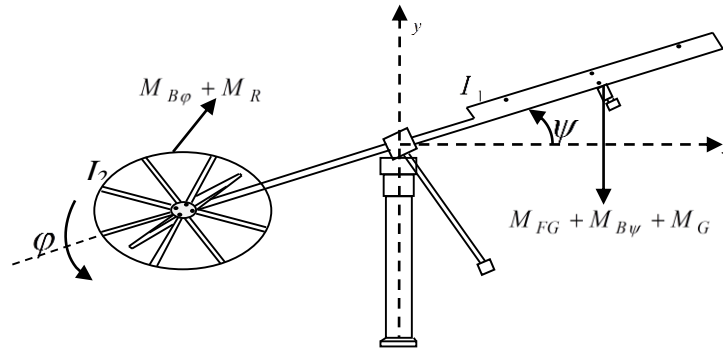


Fig. II.9– Configuration du TRMS

Les deux rotors sont commandés par des moteurs électriques à vitesse variable permettant au système de tourner dans un plan vertical et horizontal (tangage et lacet). La configuration du TRMS est illustrée dans la figure (II.9).

**II.4.2 Sous système d'élévation**

D'abord, considérons la rotation de la poutre dans le plan vertical ; c'est-à-dire autour de l'axe horizontal. En appliquant la seconde loi de Newton on obtient :

$$M_v = J_v \frac{d^2 \alpha_v}{dt^2} \tag{II.1}$$

Avec :

$$M_v = \sum_{i=1}^4 M_{vi} \tag{II.2}$$

$$J_v = \sum_{i=1}^8 J_{vi} \tag{II.3}$$

L'équation (II.1) peut être écrite sous la forme :

$$J_v \ddot{\alpha}_v = M_{v1} + M_{v2} + M_{v3} + M_{v4} \tag{II.4}$$

Où :

$M_v$  : Somme des moments dans le plan vertical.

$J_v$  : Somme des moments d'inertie par rapport à l'axe horizontal.

$\alpha_v$  : Angle d'élévation de la tige.

$M_{v1}$  : Moment de la gravitation.

$M_{v2}$  : Moment de la force aérodynamique.

$M_{v3}$  : Moment de la centrifuge.

$M_{v4}$  : Moment de friction.

Les différents moments sont calculés comme suit :

### II.4.2.1 Moment gravitationnel $M_{v1}$

Pour déterminer le moment de la gravitation appliqués à la poutre et qui la mettent en rotation autour de l'axe horizontale, on considère la situation illustrée dans la figure (II.10).

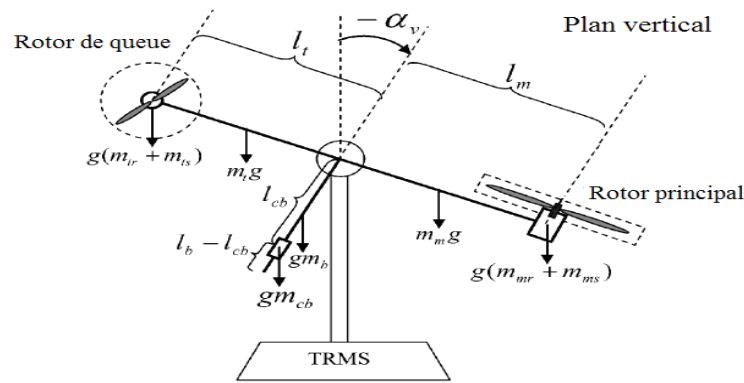


Figure II.10 forces de gravité agissant sur le TRMS

$$M_{v1} = g \left\{ \begin{aligned} & \left[ \left( \frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t - \left( \frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \cos \alpha_v \\ & - \left( \frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \sin \alpha_v \end{aligned} \right\} \quad (II.5)$$

Qui peut être écrire :

$$M_{v1} = g \{ [A - B] \cos \alpha_v - C \sin \alpha_v \} \quad (II.6)$$

Avec :

$$\begin{cases} A = \left( \frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t \\ B = \left( \frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \\ C = \left( \frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \end{cases} \quad (II.7)$$

Où :

$M_{vt}$  : Moment correspondant aux forces de gravités.

- $m_{mv}$  : Masse du rotor principal.  
 $m_m$  : Masse de la partie principale de la tige.  
 $m_{tr}$  : Masse du rotor secondaire.  
 $m_t$  : Masse de la partie secondaire de la tige.  
 $m_{cb}$  : Masse du contrepoids.  
 $m_b$  : Masse de la tige du contrepoids.  
 $l_m$  : Longueur de la partie principale de la tige.  
 $l_t$  : Longueur de la partie secondaire de la tige.  
 $l_b$  : Longueur de la tige contrepoids.  
 $l_{cb}$  : Distance entre le contrepoids et l'articulation.  
 $g$  : Accélération gravitationnelle.

### II.4.2.2 Moment de la force aérodynamique $M_{v2}$

Pour déterminer les moments des forces propulsives appliquées à la tige on considère la situation suivante illustrée dans la figure (II.11).

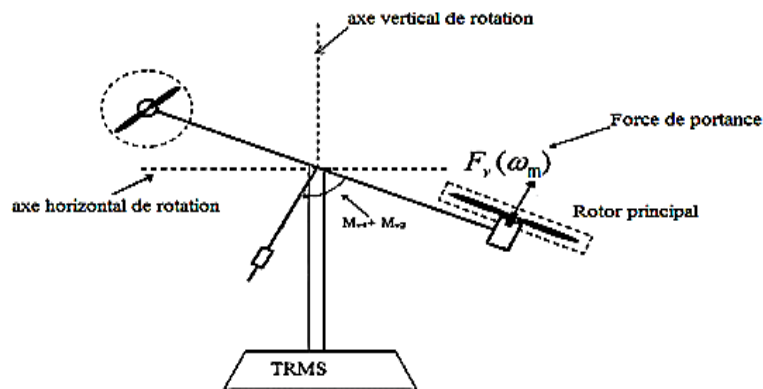


Figure II.11. Moments de la force aérodynamique et de friction

$$M_{v2} = l_m F_v(\omega_m) \quad (\text{II.8})$$

Où :

$M_{v2}$  : Moment de la force aérodynamique développé par le rotor principale.

$\omega_m$  : vitesse angulaire du rotor principale

$F_v(\omega_m)$  : exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du moteur. Elle doit être mesurée expérimentalement.

### II.4.2.3 Moment des forces centrifuge $M_{v3}$

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 \begin{bmatrix} \left( \frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t - \left( \frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \\ - \left( \frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \end{bmatrix} \sin \alpha_v \cos \alpha_v \quad (\text{II.9})$$

$$\Omega_h = \frac{d\alpha_h}{dt} \quad (\text{II.10})$$

$\Omega_h$  : Vitesse angulaire de la tige autour de l'axe vertical et  $\alpha_h$  est l'angle d'azimut de la tige. On peut écrire (II.9) sous forme compacte :

$$M_{v3} = \Omega_h^2 (A + B + C) \sin \alpha_v \cos \alpha_v \quad (\text{II.11})$$

#### II.4.2.4 Moment de friction $M_{v4}$

$$M_{v4} = -\Omega_v k_v \quad (\text{II.12})$$

Avec :

$$\Omega_v = \frac{d\alpha_v}{dt} \quad (\text{II.13})$$

$\Omega_v$  : vitesse angulaire autour de l'axe horizontal.

$k_v$  : Constante de friction.

#### II.4.2.5 Moment d'inertie $J_v$

D'après la figure (II.11) on peut déterminer le moment d'inertie par rapport à l'axe horizontal.

On Remarque que ce moment est indépendant de l'angle d'élévation :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{v1} = m_m l_m^2 \\ J_{v2} = m_m \frac{l_m^2}{3} \\ J_{v3} = m_{cb} l_{cb}^2 \\ J_{v4} = m_b \frac{l_b^2}{3} \\ J_{v5} = m_r l_r^2 \\ J_{v6} = m_t \frac{l_t^2}{3} \\ J_{v7} = \frac{m_{ms}}{2} r_{ms}^2 + m_{ms} l_m^2 \\ J_{v8} = m_{ts} r_{ts}^2 + m_{ts} l_t^2 \end{array} \right. \quad (\text{II.14})$$

Où :

$r_{ms}$  : Le rayon de l'hélice principale.

$r_{ts}$  : Le rayon de l'hélice secondaire.

#### II.4.3 Sous système d'azimut

De la même façon, on peut décrire le mouvement de la tige autour de l'axe vertical. Le mouvement horizontal peut être décrit comme étant un mouvement de rotation d'un solide :

$$M_h = J_h \frac{d^2 \alpha_h}{dt^2} \quad (\text{II.15})$$

Où :

$M_h$  : est la somme des moments des forces agissantes dans le plan horizontal, et  $J_h$  est la somme des moments d'inertie par rapport à l'axe vertical.

Ainsi :

$$M_h = \sum_{i=1}^2 M_{hi} \quad (\text{II.16})$$

$$J_h = \sum_{i=1}^8 J_{hi} \quad (\text{II.17})$$

### II.4.3.1 Moment de forces aérodynamique

Pour déterminer les moments de forces appliquées à la tige, on considère le cas présent dans la figure (II.12).

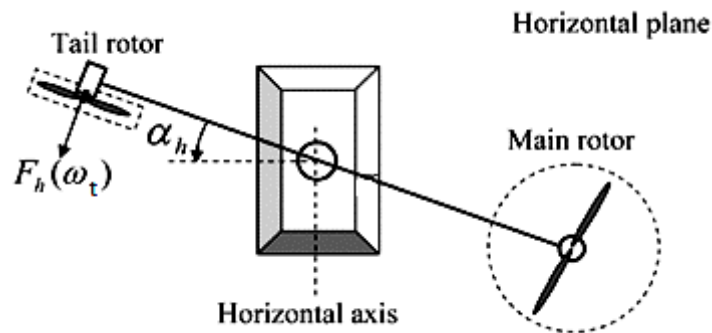


Figure II.12. Moment des forces dans le plan horizontal

$$M_{h1} = l_t F_h(\omega_t) \cos \alpha_v \quad (\text{II.18})$$

Où :

$\omega_t$  : vitesse angulaire du rotor secondaire.

$F_h(\omega_t)$  : exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor secondaire.

### II.4.3.2 Moment de friction

Il est défini par la loi suivante :

$$M_{h2} = -\Omega_h k_h \quad (\text{II.19})$$

Avec :

$k_h$  : Constante de friction.

### II.4.3.3 Moment d'inertie

Les moments d'inertie relative à l'axe vertical sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{h1} = \frac{m_m}{3} (l_m \cos \alpha_v)^2 \\ J_{h2} = \frac{m_t}{3} (l_t \cos \alpha_v)^2 \\ J_{h3} = \frac{m_b}{3} (l_b \sin \alpha_v)^2 \\ J_{h4} = m_{tr} (l_t \cos \alpha_v)^2 \\ J_{h5} = m_{mr} (l_m \cos \alpha_v)^2 \\ J_{h6} = m_{cb} (l_{cb} \sin \alpha_v)^2 \\ J_{h7} = \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 + m_{ts} (l_{tr} \cos \alpha_v)^2 \end{array} \right. \quad (\text{II.20})$$

Ou sous forme compacte :

$$J_h(\alpha_v) = D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F \quad (\text{II.21})$$

Où :

D, E et F sont des paramètres constants :

$$\left\{ \begin{array}{l} D = \frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \\ E = \left( \frac{m_m}{3} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left( \frac{m_t}{3} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t^2 \\ F = m_{ms} r_{ms}^2 + \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 \end{array} \right. \quad (\text{II.22})$$

### II.4.4 Modélisation des propulseurs (hélices et moteurs)

Le TRMS possède deux propulseurs constitués chacun d'un moteur à courant continue à aimant permanent plus une hélice, un pour le rotor principal et l'autre pour le rotor secondaire (de queue).

On considère le modèle simple d'une MCC avec une charge extérieure :

$$I \dot{\omega} = \frac{k_i}{R} (u - k_b \omega) - T_L \quad (\text{II.23})$$

Avec :

$\omega$  : vitesse angulaire du moteur (rad/s).

$u$  : Tension de commande (V).

$I$  : moment d'inertie.

$R$  : résistance de l'armature.

$k_b$  : Constante de la f.e.m.

$k_i$  : Constante de couple.

$T_L$  : Couple résistant généré par la charge.

La charge  $T_L$ , ici représente les frottements mécaniques et les frottements aérodynamiques générés par la rotation de l'hélice avec l'air. Ces frottements sont difficilement modélisables.

Elles dépendent de la forme et des dimensions de chaque hélice. Dans le TRMS, l'hélice du rotor principale est différente de celle de rotor secondaire.

Pour cela, on a introduit une nouvelle variable  $U_{vv}$  pour le vertical et  $U_{hh}$  pour l'horizontal ainsi que deux fonctions non linéaires dans les caractéristique statiques seront déterminées expérimentalement. Comme l'illustre la figure(II.13).

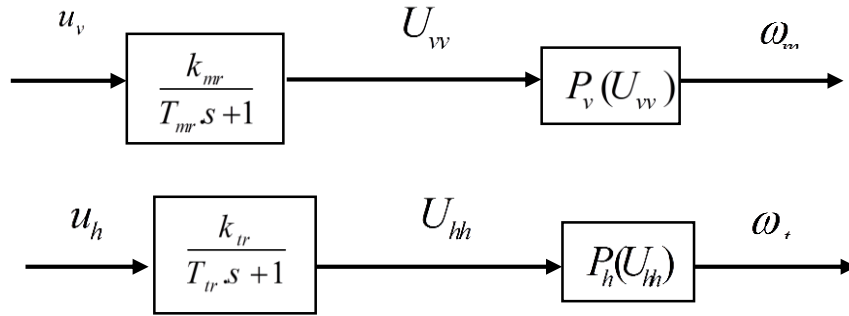


Figure II.13. Schéma bloc des propulseurs.

Le modèle ci-dessus représente la dynamique des propulseurs est obtenu en substituant le système non linéaire par la connexion en série d'un système dynamique linéaire et d'une non linéarité statique (figure II.13).

➤ Système dynamique linéaire :

$$\begin{cases} G_v = \frac{k_{mr}}{T_{ms}s + 1} \\ G_h = \frac{k_{tr}}{T_{tr}s + 1} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

➤ Non linéarités statiques :

$P_v(U_{vv})$  Et  $P_h(U_{hh})$  sont les caractéristiques des frottements, déterminées expérimentalement.

Ainsi les sous-systèmes propulseurs sont décrits par des équations différentielles du premier ordre avec des fonctions non linéaires à la sortie :

$$\begin{cases} \frac{dU_{vv}}{dt} = \frac{1}{T_{mr}} (-U_{vv} + k_{mr}U_v) \\ \omega_m = P_v(U_{vv}) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

$$\begin{cases} \frac{dU_{hh}}{dt} = \frac{1}{T_{tr}} (-U_{hh} + k_{tr}U_h) \\ \omega_t = P_h(U_{hh}) \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Où :

$T_{mr}$  : Constante du temps du moteur principal.

$T_{tr}$  : Constante du temps du moteur secondaire.

$k_{mr}$  : Gain statique du moteur principal.

$k_{tr}$  : Gain statique du moteur secondaire.

## II.5 Modèle d'état

En utilisant les relations mathématiques développées précédemment, on peut réécrire les équations régissant le mouvement du système comme suite :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_v}{dt} = I_m F_v(\omega_m) - \Omega_v k_v + g((A - B) \cos \alpha_v - C \sin \alpha_v) - \frac{1}{2} \Omega_h^2 (A + B + C) \sin 2\alpha_v \\ \frac{d\alpha_v}{dt} = \Omega_v \\ \Omega_v = \frac{S_v + J_{tr} \omega_t}{J_v} \\ \frac{dS_h}{dt} = I_t F_h(\omega_t) \cos \alpha_v - \Omega_h k_h \\ \frac{d\alpha_h}{dt} = \Omega_h \\ \Omega_h = \frac{S_h + J_{mr} \omega_m \cos \alpha_v}{J_h(\alpha_v)} \end{array} \right. \quad (\text{II.27})$$

Où :

$J_{tr}$  : Moment d'inertie dans le moteur secondaire.

$J_{mr}$  : Moment d'inertie dans le moteur principale.

$S_v$  : Moment angulaire dans le plan vertical.

$S_h$  : Moment angulaire dans le plan horizontal.

En choisissant :

- Vecteur d'entrée :  $U = [U_v \ U_h]^T$
- Vecteur de sortie :  $Y = [\alpha_v \ \alpha_h]^T$
- Vecteur d'état :  $X = [\alpha_v \ S_v \ u_{vv} \ \alpha_h \ S_h \ u_{hh}]^T$

On obtient une représentation d'état non linéaire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X} = f(X) + g(X)U \\ Y = h(X) \end{array} \right. \quad (\text{II.28})$$

Représentation d'état :

$$\left\{ \begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \frac{x_2 + J_{tr} P(x_6)}{J_v} \\
 \dot{x}_2 &= I_m F_v(P_v(x_3)) - k_v \left[ \frac{x_2 + J_{tr} P_h(x_6)}{J_v} \right] + g((A - B) \cos(x_1) - C \sin(x_1)) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \left[ \frac{x_5 + J_{mr} P_v(x_3) \cos(x_1)}{J_h(x_1)} \right]^2 + (A + B + C) \sin(2x_1) \\
 \dot{x}_3 &= \frac{1}{T_{mr}} (-x_3 + k_{mr} u_1) \\
 \dot{x}_4 &= \frac{x_5 + J_{mr} (P_v(x_3)) \cos(x_1)}{J_h(x_1)} \\
 \dot{x}_5 &= I_t F_h(P_h(x_6)) \cos(x_1) - k_h \left[ \frac{x_5 + J_{mr} P_v(x_3) \cos(x_1)}{J_h(x_1)} \right] \\
 \dot{x}_6 &= \frac{1}{T_{tr}} (-x_6 + k_u u_2)
 \end{aligned} \right. \quad (II.29)$$

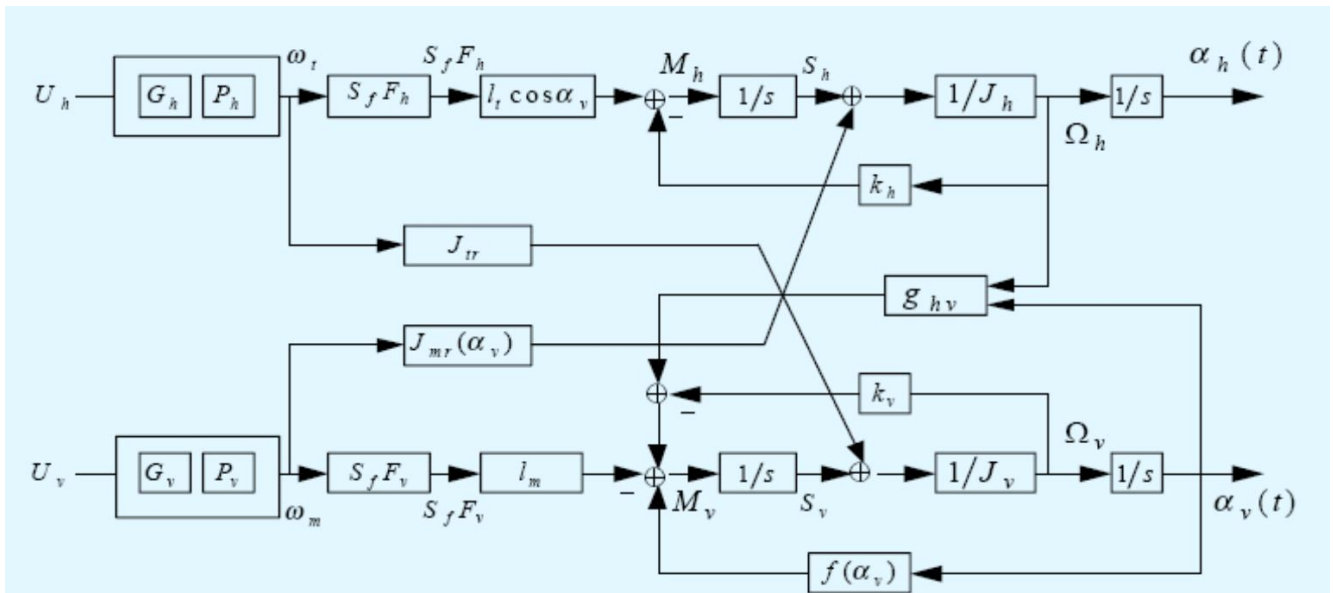


Figure II.14. Schéma bloc du TRMS

## II.6 Le modèle découplé

En contraignant le mouvement de la tige dans un seul plan soit l'horizontal ou le vertical, on obtient deux sous modèles chacun ayant un degré de liberté.

### II.6.1 Modèle 1 DDL vertical

Ce modèle est dérivé du modèle couplé, en fixant l'angle d'azimut  $\alpha_h$ , et posant  $u_h = 0$ .

On choisit le vecteur d'état suivant :

$$X = [\alpha_v, S_v, u_{vv}]^T$$

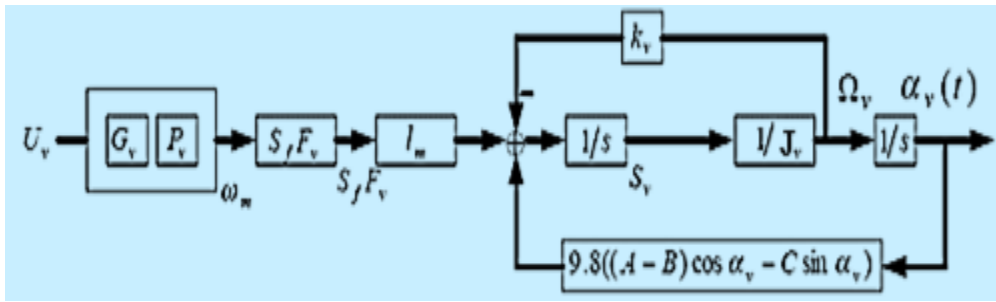


Figure II.15 schéma bloc du modèle vertical

La représentation d'état est alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{J_v} x_2 \\ \dot{x}_2 = I_m F_v (P_v(x_3)) - k_v x_2 + g((A - B) \cos(x_1) - C \sin(x_1)) \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{mr}} (-x_3 + k_{mr} u_v) \end{cases} \quad (II.30)$$

**Remarque :**

Le modèle vertical obtenu ne dépend pas de l'angle d'azimut  $\alpha_h$ .

**II.6.2 Modèle 1 DDL horizontal**

De la même façon que pour le modèle vertical, dans le modèle couplé on pose  $\alpha_v = \alpha_{v,0}$  et  $\alpha_v = 0$ . Et on choisit  $X = [\alpha_h S_h u_{hh}]^T$  comme vecteur d'état.

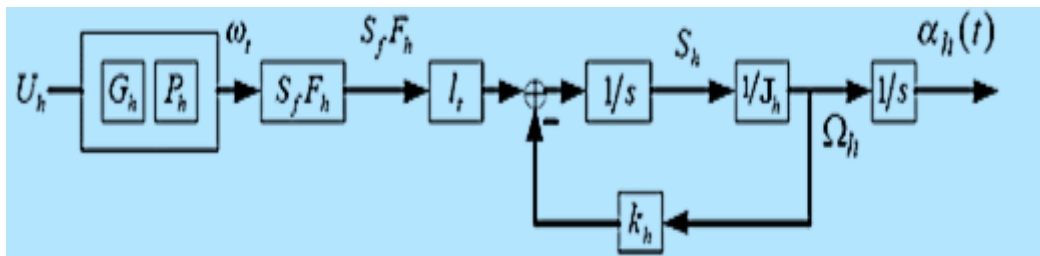


Figure II.16 schéma bloc du modèle horizontal

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{J_h(\alpha_{v,0})} x_2 \\ \dot{x}_2 = I_t F_h (P_h(x_3)) \cos(\alpha_{v,0}) - k_h x_2 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{tr}} (-x_3 + k_u u_h) \end{cases} \quad (II.31)$$

**II.7 Paramètres du modèle**

Pour simuler les modèles précédents, on doit d'abord déterminer les paramètres du modèle, qu'on peut les diviser en trois catégories :

- Caractéristiques non linéaires.
- Paramètres physiques.
- Constantes de temps et gains statiques.

### II.7.1 Caractéristique non linéaire

Caractéristique	Description	Expression
$F_v(\omega_m)$	Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor principale.	$0.072183.\omega_v^3 - 0.0027708.\omega_v^2 + 0.19151.\omega_v$
$F_h(\omega_t)$	Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor secondaire.	$0.07254.\omega_h^3 - 0.075899.\omega_h^2 + 0.037587.\omega_h$
$P_v(U_{vv})$	Exprime la dépendance de la vitesse angulaire du rotor principale de la tension $U_{vv}$ .	$\arctan(3U_{vv})$
$P_h(U_{hh})$	Exprime la dépendance de la vitesse angulaire du rotor secondaire de la tension $U_{hh}$ .	$\arctan(U_{hh})$

Tableau II.1 Caractéristique non linéaire dans le modèle d'un système TRMS [28]

### II.7.2 Paramètres physiques déterminés par identification

Il existe quelques paramètres physiques qui sont déterminés par une identification paramétrique, le tableau suivant illustre ces paramètres ainsi que ses valeurs numériques :

Paramètre	Description	Valeur numérique
$k_v$	constant	0.003
$k_h$	constant	0.015

Tableau II.2 Constante de frottement [25]

## II.7.3 Paramètre physique

Paramètre	Description	Valeur numérique
$m_{tr}$	Masse du rotor secondaire.	0.206[kg]
$m_{mr}$	Masse du rotor principale.	0.228[kg]
$m_{cb}$	Masse du contrepoids.	0.068 [kg]
$m_t$	Masse de la partie secondaire de la tige.	0.0155 [kg]
$m_{mr}$	Masse de la partie principale de la tige.	0.0145 [kg]
$m_b$	Masse de la tige du contrepoids.	0.022 [kg]
$m_{ts}$	Masse de l'hélice secondaire.	0.165 [kg]
$m_{ms}$	Masse de l'hélice principale.	0.225 [kg]
$l_t$	Longueur de la partie secondaire de la tige.	0.25 [m]
$l_m$	Longueur de la partie principale de la tige.	0.24 [m]
$l_b$	Longueur de la tige de contrepoids.	0.26 [m]
$l_{cb}$	Distance entre le contrepoids et l'articulation	0.13 [m]
$r_{ms}$	Rayon de l'hélice principale.	0.155 [m]
$r_{ts}$	Rayon de l'hélice secondaire.	0.10 [m]

Tableau II.3 Paramètre physique du système TRMS [28].

## II.7.4 Constantes de temps et gains statique

Paramètre	Description	Valeur numérique
$T_{mr}$	Constante de temps du moteur principal.	1.432
$T_{tr}$	Constante de temps du moteur secondaire.	0.382
$k_{mr}$	Gain statique du moteur principal.	1
$k_{tr}$	Gain statique du moteur secondaire.	1

Tableau II.4 Constantes de temps et gains statique du système TRMS [28].

### II.8 Réponse en boucle ouverte du modèle du TRMS

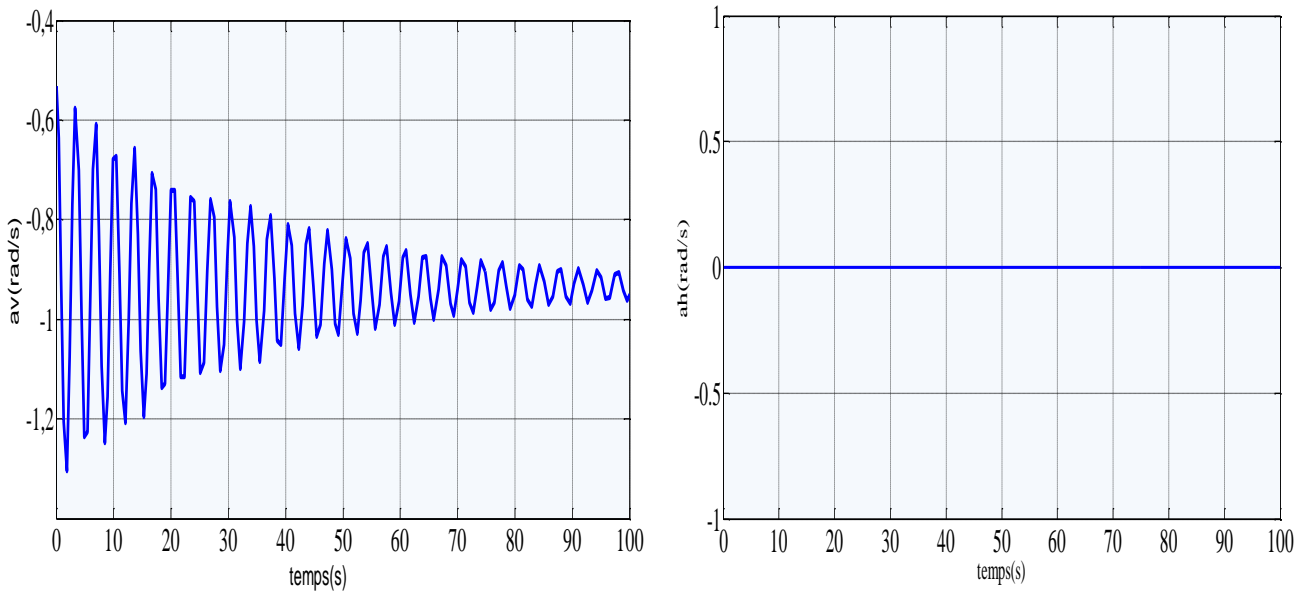


Figure II.17 –Réponses libres du modèle du TRMS.

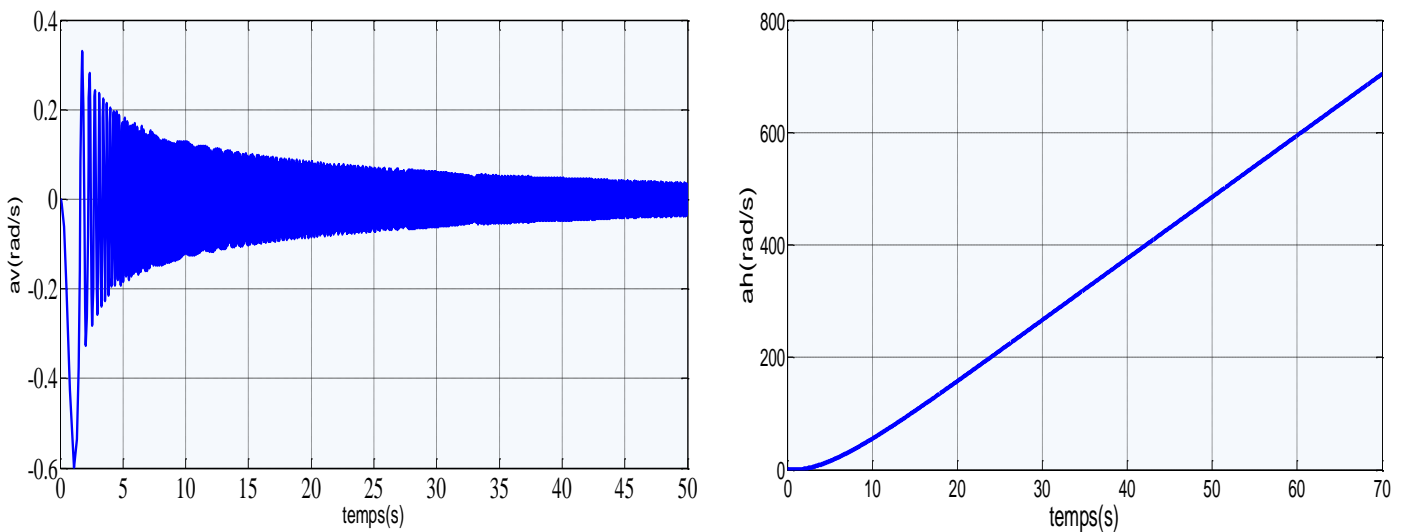


Figure II.18 Réponses du modèle de TRMS pour  $U_h=U_v=0.5$  volt et  $a_v=a_h=0$  rad.

### II.9 Interprétations des résultats

La réponse du sous-système d'élévation est oscillatoire amortie, cela est due aux forces gravitationnelles qui agissant uniquement sur le plan vertical, et pour poussent le simulateur à se stabiliser en un point d'équilibre  $\alpha_v = -0.93 \text{ rad}$ , par contre, le sous-système d'azimut reste dans sa position d'origine tant qu'il n'y pas d'excitation du rotor de queue.

Lorsqu'on excite le système, le sous-système vertical tend vers un nouveau point d'équilibre car la commande de 0.5 volt n'est pas suffisante pour l'élever vers un angle supérieur. Cependant, le sous-système horizontal a le comportement d'un intégrateur, il diverge même pour de petites excitations. Ceci est dû essentiellement à la faible inertie du mouvement horizontal où il n'y a pas de force de gravité qui s'oppose au mouvement.

## **II.10 Conclusion**

Dans ce chapitre, on a établi un modèle mathématique du simulateur d'hélicoptère TRMS, celle-ci a abouti à une représentation d'état non linéaire et fortement couplé, ce qui nous a poussés à procéder au découplage en deux sous-systèmes. Selon les deux plans verticale et horizontal. Cette modélisation nous permettra par la suite de concevoir à appliquer un observateur.



**Chapitre III**

---

## Synthèse des observateurs non linéaire

---

### III.1 Introduction

Lorsque les paramètres du système sont inconnus ou changent au cours du temps, l'utilisation des observateurs simples pour l'estimation d'état devient difficile. Cela est dû au fait qu'on doit estimer simultanément l'état et les paramètres du système [3]. Dans ce cas les observateurs mode glissant et grand gains sont les mieux appropriés.

Notre choix de ce type des observateurs se justifie par les bonnes propriétés qui peuvent être obtenues et parmi lesquelles nous citerons :

Pour l'observateur mode glissant :

- Une convergence en temps fini vers la surface de glissement  $s(x) = \hat{y} - y = 0$  si entre autre les conditions d'attractivité vers cette surface son vérifiées.
- Une réduction de dimension du système d'observation à  $n - p$  états avec  $n$  la dimension de l'état  $x$ , et  $p$  la dimension du vecteur de sortie.
- Comme la fonction signe est équivalente à un grand gain au voisinage de l'origine, nous obtenons une certaine robustesse vis-à-vis d'erreurs de modèle et de perturbations bornées.

L'exploitation de ces propriétés, et l'utilisation d'observateurs à mode glissant à structures particulières, nous permettent d'obtenir des dynamiques d'erreurs d'observation plus simple et plus facilement stabilisables pour des formes de système plus large que la forme injection de sortie. Ainsi, pour des systèmes qui se mettent sous forme d'observation triangulaire [10].

Pour l'observateur à grand gain [8] :

- Robustesse et sensibilité de l'observateur à grand gain. En présence d'erreurs de modélisation bornées, l'observateur à grand gain ne converge plus mais reste à erreur bornée, la borne sur l'erreur d'estimation étant proportionnelle aux bornes des erreurs de modélisation. En outre, en en présence de bruits à variance bornée.
- Extensions aux problèmes multi- sorties autonomes généraux et non autonomes dans des cas particuliers. Cette extension est possible grâce à l'existence d'une forme canonique d'observabilité.
- Dans le cas des perturbations soit interne ou externe, la convergence est très loin à la réalité.

Dans ce chapitre nous allons présenter la synthèse des observateurs mode glissant et grand gain pour estimer l'état d'un drone à deux degré de liberté (TRMS).

### III.2 synthèse de l'observateur mode glissant classique

Pour le modèle du système étudié l'observateur en mode glissant qui fait les erreurs observées tend vers zéro en un temps fini est une copie du système plus une partie corrective. Peut-être écrit comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}_1 = \frac{\hat{x}_2 + J_{tr} P(\hat{x}_6)}{J_v} - K_1 \text{sign}(s_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = I_m F_v(P_v(\hat{x}_3)) - k_v \left[ \frac{\hat{x}_2 + J_{tr} P_h(\hat{x}_6)}{J_v} \right] + g((A - B) \cos(\hat{x}_1) - C \sin(\hat{x}_1)) \\ - \frac{1}{2} \left[ \frac{\hat{x}_5 + J_{mr} P_v(\hat{x}_3) \cos(\hat{x}_1)}{J_h(\hat{x}_1)} \right]^2 + (A + B + C) \sin(2\hat{x}_1) - K_2 \text{sign}(s_1) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \frac{1}{T_{mr}} (-\hat{x}_3 + k_{mr} u_1) - K_3 \text{sign}(s_1) \\ \dot{\hat{x}}_4 = \frac{\hat{x}_5 + J_{mr} (P_v(\hat{x}_3)) \cos(\hat{x}_1)}{J_h(\hat{x}_1)} - K_4 \text{sign}(s_2) \\ \dot{\hat{x}}_5 = I_t F_h(P_h(\hat{x}_6)) \cos(\hat{x}_1) - k_h \left[ \frac{\hat{x}_5 + J_{mr} P_v(\hat{x}_3) \cos(\hat{x}_1)}{J_h(\hat{x}_1)} \right] - K_5 \text{sign}(s_2) \\ \dot{\hat{x}}_6 = \frac{1}{T_{tr}} (-\hat{x}_6 + k_u u_2) - K_6 \text{sign}(s_2) \end{array} \right. \quad (\text{III.1})$$

$$\text{Avec :} \quad s_1 = \hat{x}_1 - x_1 \quad (\text{III.2})$$

$$s_2 = \hat{x}_4 - x_4 \quad (\text{III.3})$$

$K_1, K_2, K_3$  et  $K_4, K_5, K_6$  sont les gains de l'observateur.

Les dynamiques des erreurs sont exprimées par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_1 \\ \dot{e}_4 = \dot{\hat{x}}_4 - \dot{x}_4 \end{array} \right. \quad (\text{III.4})$$

Pour étudier la convergence en temps fini de notre observateur, on considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1(x) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{III.5})$$

Alors :

$$\dot{V}_1(x) = e_1 \dot{e}_1 \quad (\text{III.6})$$

Et :

$$\dot{e}_1 = -k_1 \text{sign}(e_1) \quad (\text{III.7})$$

$$\dot{V}_1(x) = e_1 (-K_1 \text{sign}(e_1)) \quad (\text{III.8})$$

$$\dot{V}_1(x) = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (-K_1 \text{sign}(e_1)) < 0 \tag{III.9}$$

Pour  $e_4$  :  $\dot{V}_2(x) = e_4 \dot{e}_4 \tag{III.10}$

$$\dot{e}_4 = -k_4 \text{sign}(e_4) \tag{III.11}$$

$$\dot{V}_2(x) = e_4 (-K_4 \text{sign}(e_4)) \tag{III.12}$$

$$\dot{V}_2(x) = e_4 \dot{e}_4 = e_4 (-K_4 \text{sign}(e_4)) < 0 \tag{III.13}$$

### III.2.1 Résultat de simulation

Pour la validation de cet observateur en simulation, des tests ont été réalisés sous Matlab/Simulink sur les gains de l'observateur.

Les gains de l'observateur choisis sont :  $k_1 = 0.4, k_2 = 0.6, k_3 = 0.5$   
 $k_4 = 2, k_5 = 1.75, k_6 = 1.5$

La figure III.1 montre l'angle d'azimut mesurée et observée à travers un observateur mode glissant obtenu à partir du modèle d'état non linéaire du TRMS.

La figure III.2 montre clairement l'erreur d'observation de l'angle d'azimut, et nous informe sur le temps de convergence de l'observateur  $t < 1.55s$ .

La figure III.3 montre l'angle d'élévation mesurée et observée à travers l'observateur mode glissant proposé.

La figure III.4 montre clairement l'erreur d'observation de l'angle d'élévation du TRMS, avec un temps de convergence  $t < 2.5s$ .

Les résultats de simulation sont mentionnés dans les figures suivantes :

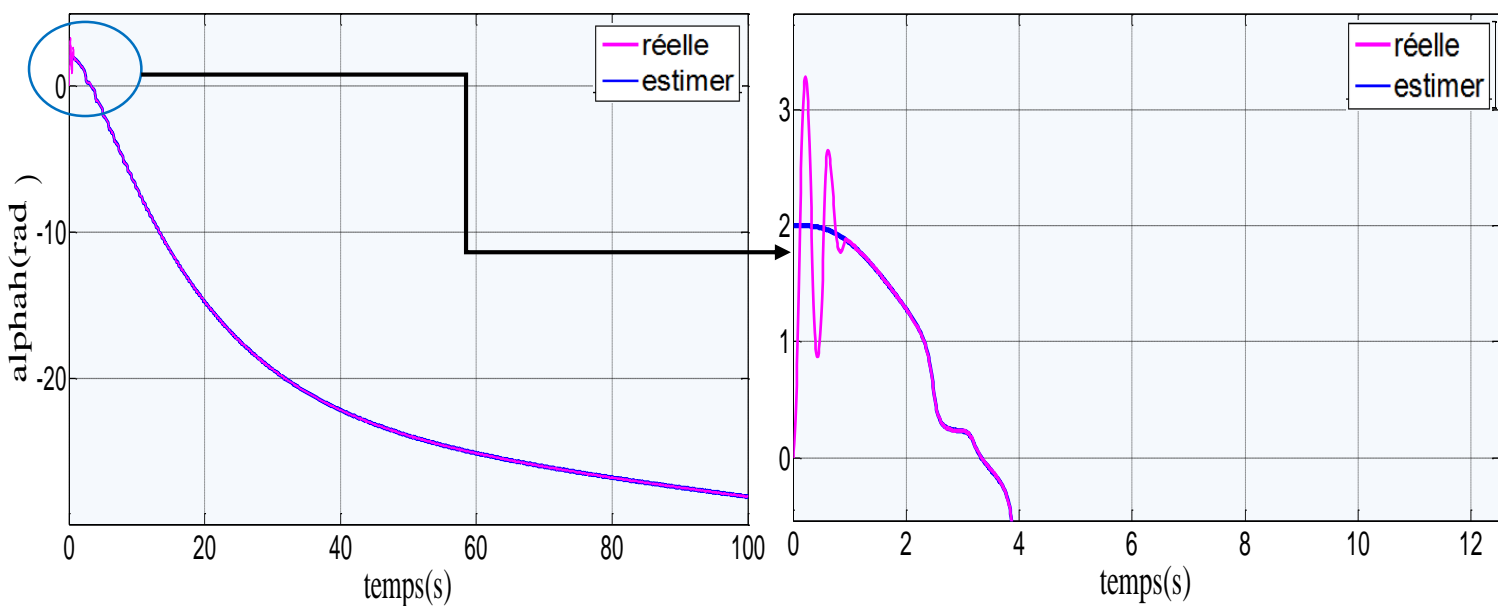


Figure III.1 Angle d'azimut mesurée et estimée avec condition initiale  $\alpha_{h0}$  et tension  $U_v = -0.5, U_h = 1$  volt.

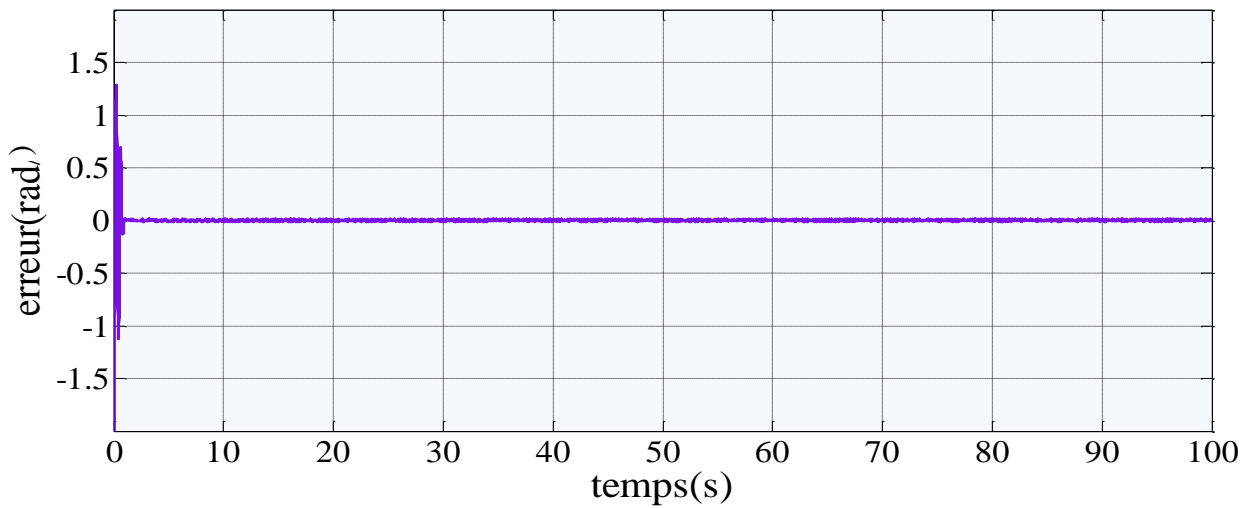


Figure III.2 Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.

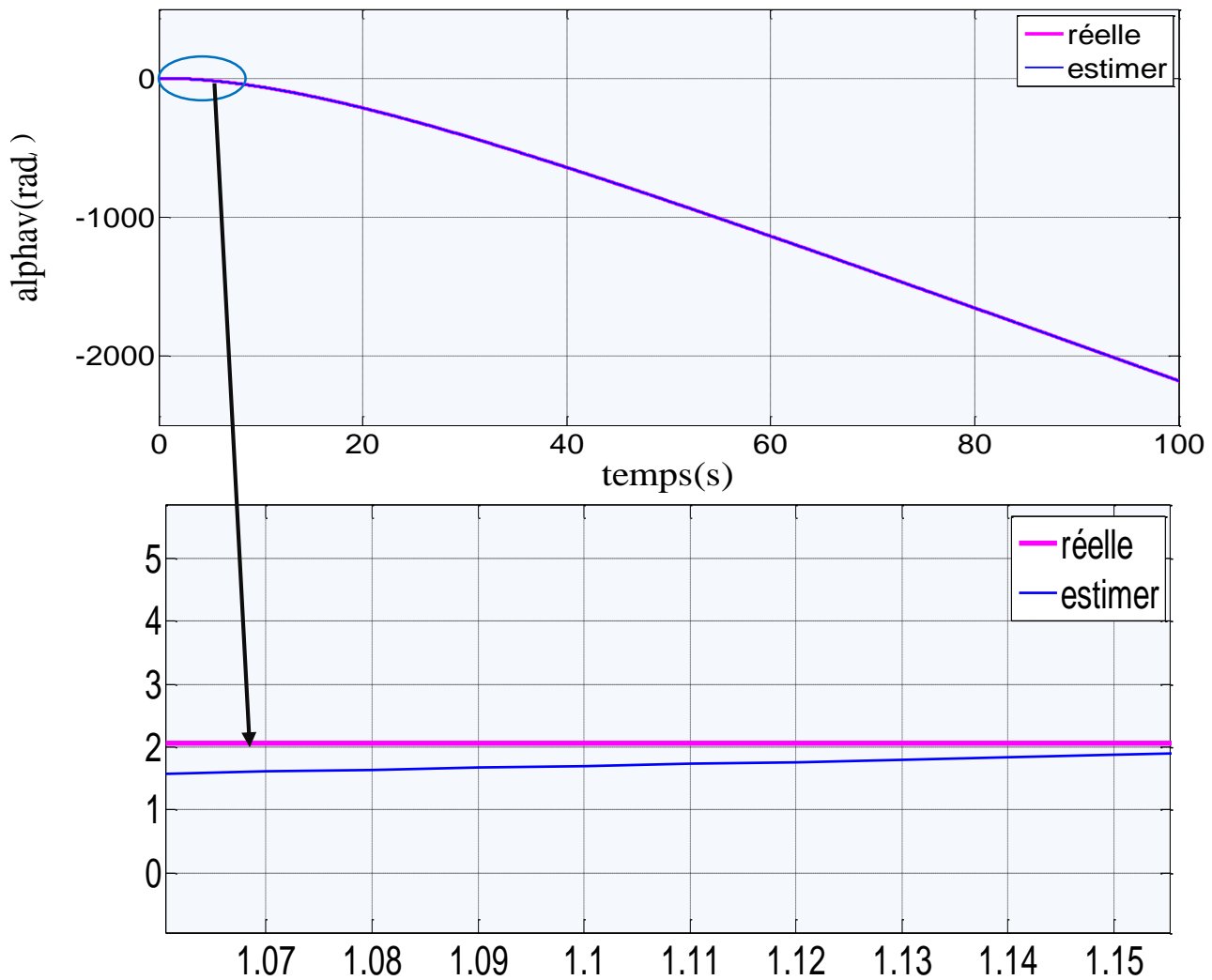


Figure III.3 Angle d'élévation mesurée et estimé avec condition initial  $\alpha_{v_0}$  et tension  $U_v = -0.5, U_h = 1$  volt.

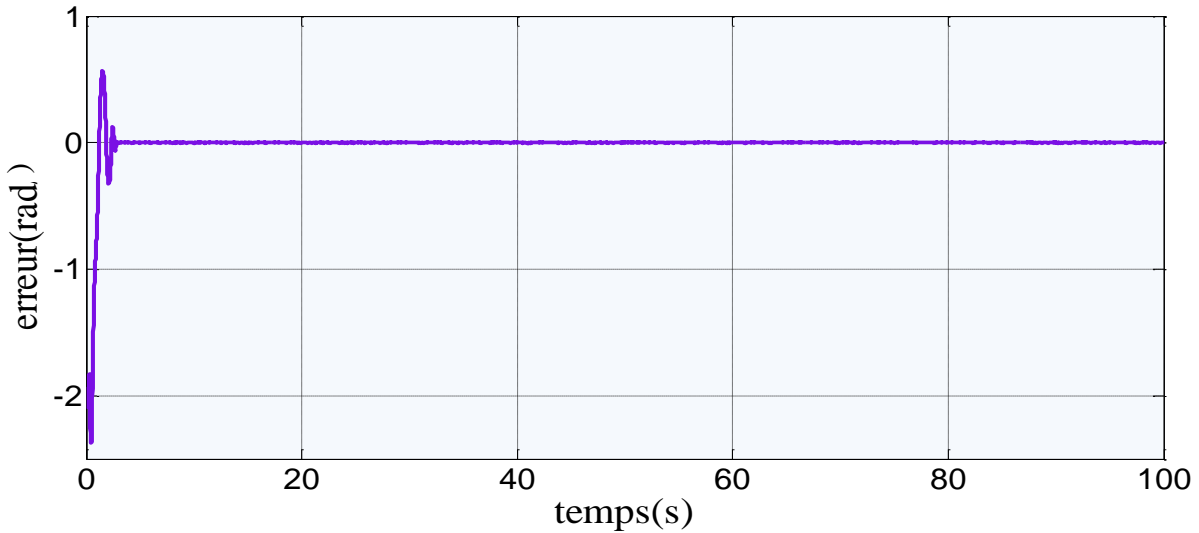


Figure III.4 Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.

Les résultats de la simulation obtenus montrent clairement l'efficacité et la robustesse de l'observateur mode glissant appliqué au drone à deux degrés de liberté (TRMS) pour estimer leurs états. La synthèse de ce type d'observateurs prouve que la convergence de cette dernière dépend essentiellement de la valeur du gain de l'observateur dont le choix reste une tâche difficile.

### III.3 synthèse de l'observateur à grand gain

Pour appliquer ce type d'observateur au TRMS on a besoin d'utiliser le modèle découplé, pour développer à chaque sous modèle une observateur.

#### ➤ Observateur à grand gain pour le sous- système vertical

L'équation de l'observateur devient :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \frac{1}{2}\hat{x}_2 - 3\theta(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = I_m F_v(P_v(\hat{x}_3)) - k_v \hat{x}_2 + g((A - B)\cos(\hat{x}_1) - C\sin(\hat{x}_1)) - 3\theta^2(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \frac{1}{T_{mr}}(-\hat{x}_3 + k_{mr}u_v) - \theta^3(\hat{x}_1 - x_1) \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

#### ➤ observateur à grand gain pour le sous-système horizontal

L'équation de l'observateur devient :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \frac{1}{J_h(\alpha_{v0})}\hat{x}_2 - 3\theta(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = I_t F_h(P_h(\hat{x}_3))\cos(\alpha_{v0}) - k_h \hat{x}_2 - 3\theta^2(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \frac{1}{T_{tr}}(-\hat{x}_3 + k_u u_h) - \theta^3(\hat{x}_1 - x_1) \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

### III.3.1 Résultat de simulation

Les figures III.5 III.6 III.7 III.8 montre les résultats de l'application d'observateur à grand gain au modèle de TRMS.

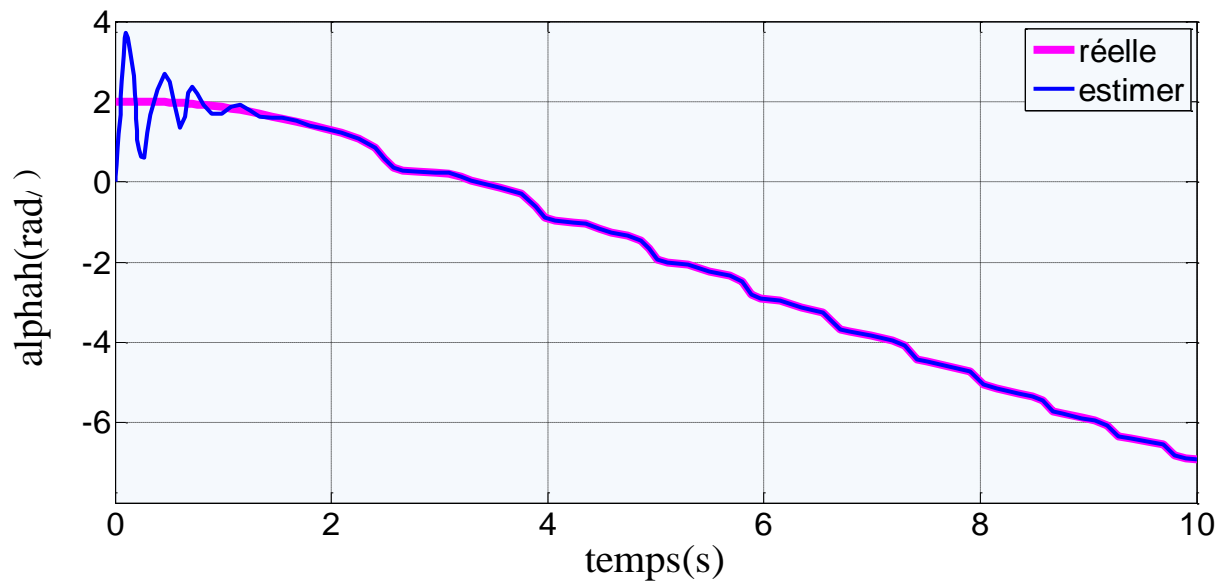


Figure III.5 Angle d'azimut mesurée et estimer avec condition initial  $\alpha_{h_0}$  et tension  $U_v = -0.5, U_h = 1$  volt.

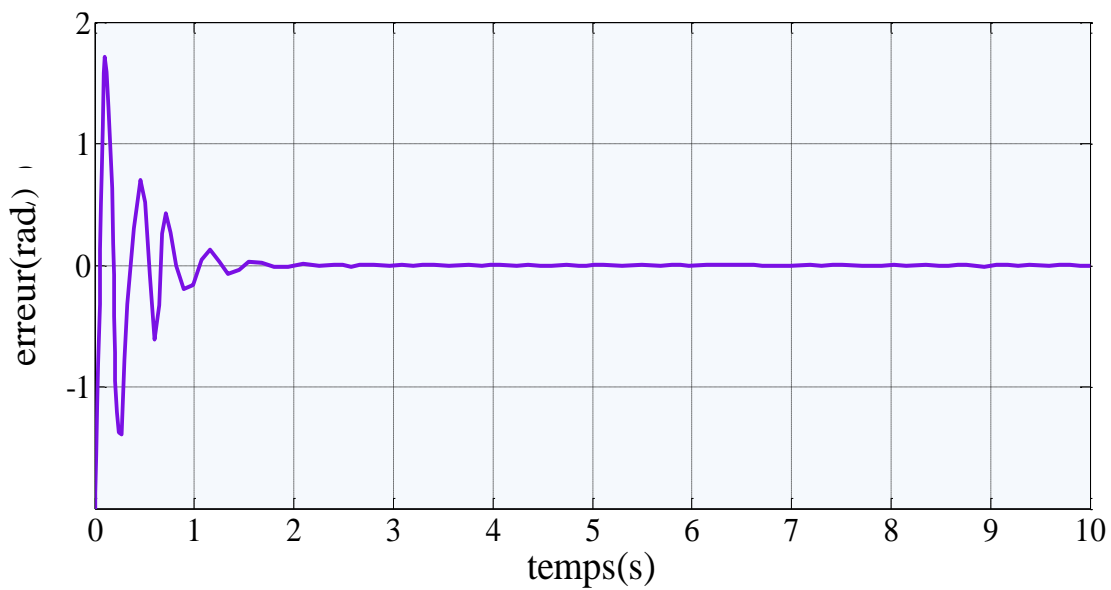


Figure III.6 Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.

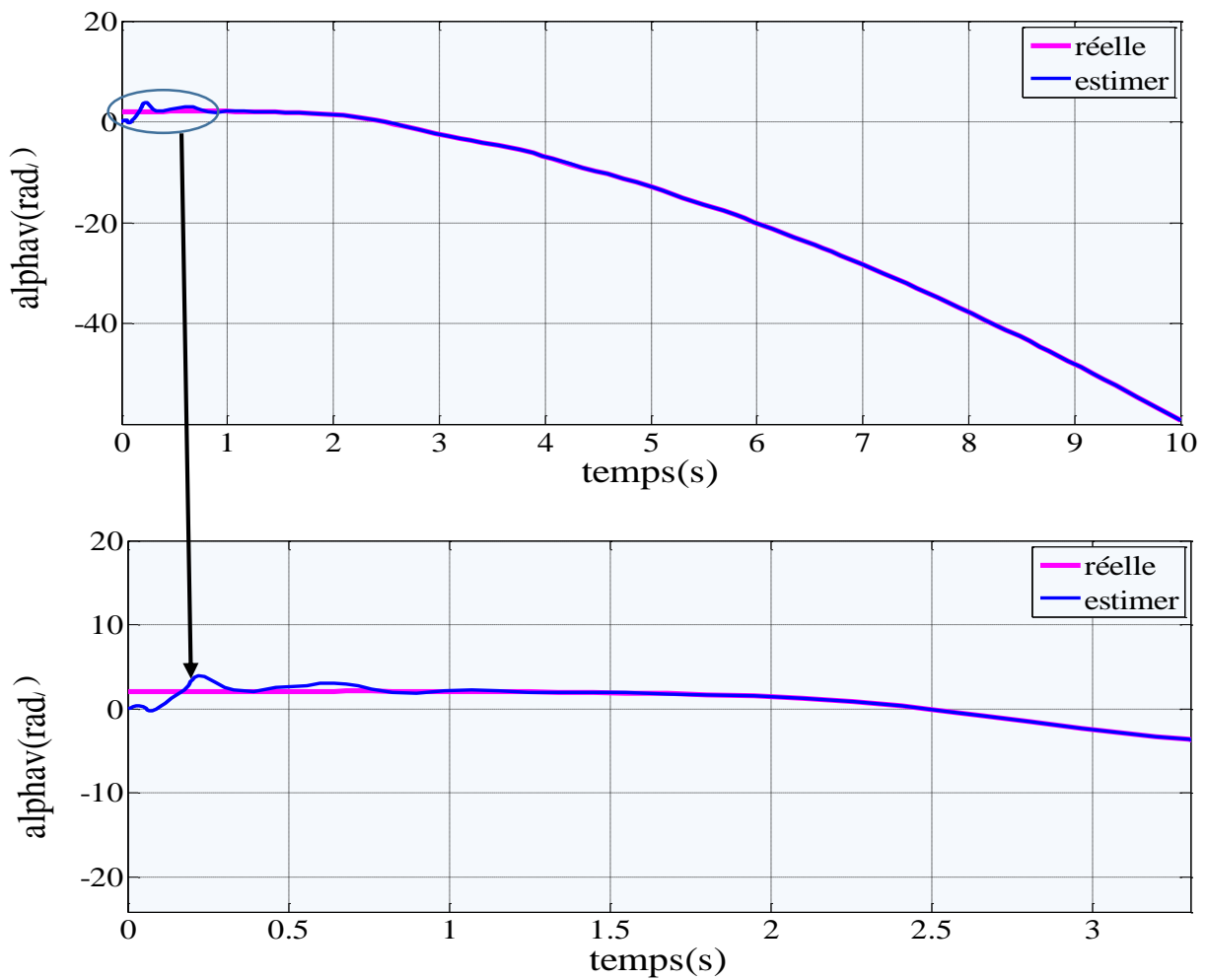


Figure III.7 Angle d'élévation mesurée et estimer avec condition initial  $\alpha_{v_0}$  et tension  $U_v = -0.5, U_h = 1$  volt.

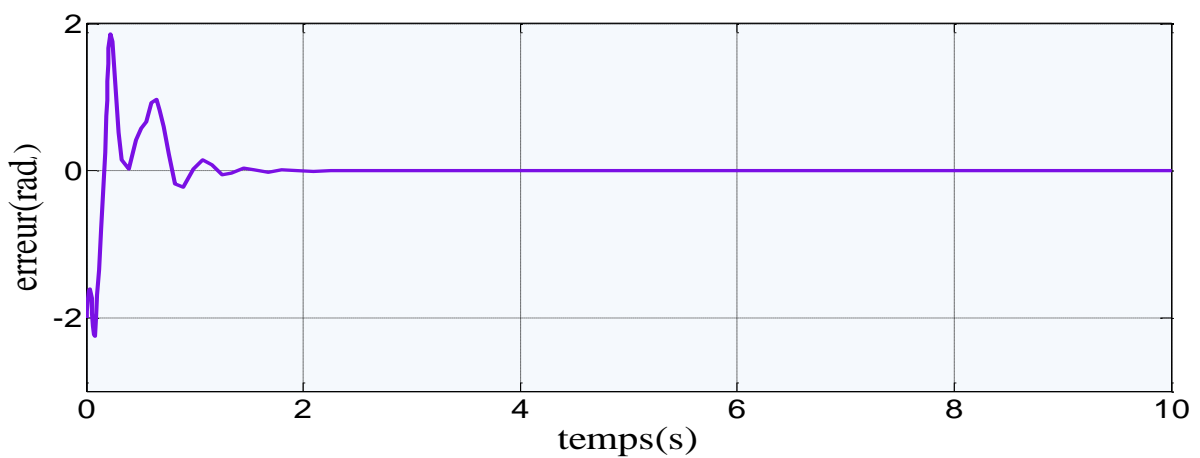


Figure III.8 Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.

### III.4 Implémentation et résultats expérimentaux

Dans cette partie nous avons exposés les résultats expérimentaux obtenus par l'implémentation en temps réel des observateurs non linéaires mode glissant et grand gain avec une commande PID sur un TRMS.

Ces observateurs sont testés pour vérifier l'efficacité et la convergence en temps fini.

Les capteurs utilisés pour les angles d'élévation et d'azimut sont des capteurs optiques incrémentaux. Ces derniers doivent être initialisés avant l'exécution d'un programme.

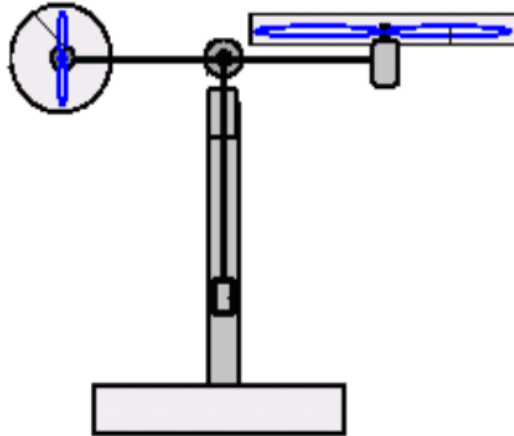


Figure III.9 Initialisation à la position (0,0).

### III.5 Implémentation des observateurs

Le modèle mathématique obtenu au chapitre II est sujet à des variations paramétriques qui n'ont pas été prises en compte lors de la modélisation. Parmi ces perturbations figure la force de torsion des câbles d'alimentation des moteurs et des capteurs. De plus, la structure est composée de parties qui ne peuvent être fixées rigidement, comme les boucliers de protection des hélices qui vibrent lors de la rotation de ces dernières.

Par exemple, la structure est composée de parties qui ne peuvent être fixées rigidement, comme les boucliers de protection des hélices qui vibrent lors de la rotation de ces dernières, sans compter la position dans laquelle est placé le simulateur par rapport aux murs, qui renvoient l'air généré par les propulseurs.

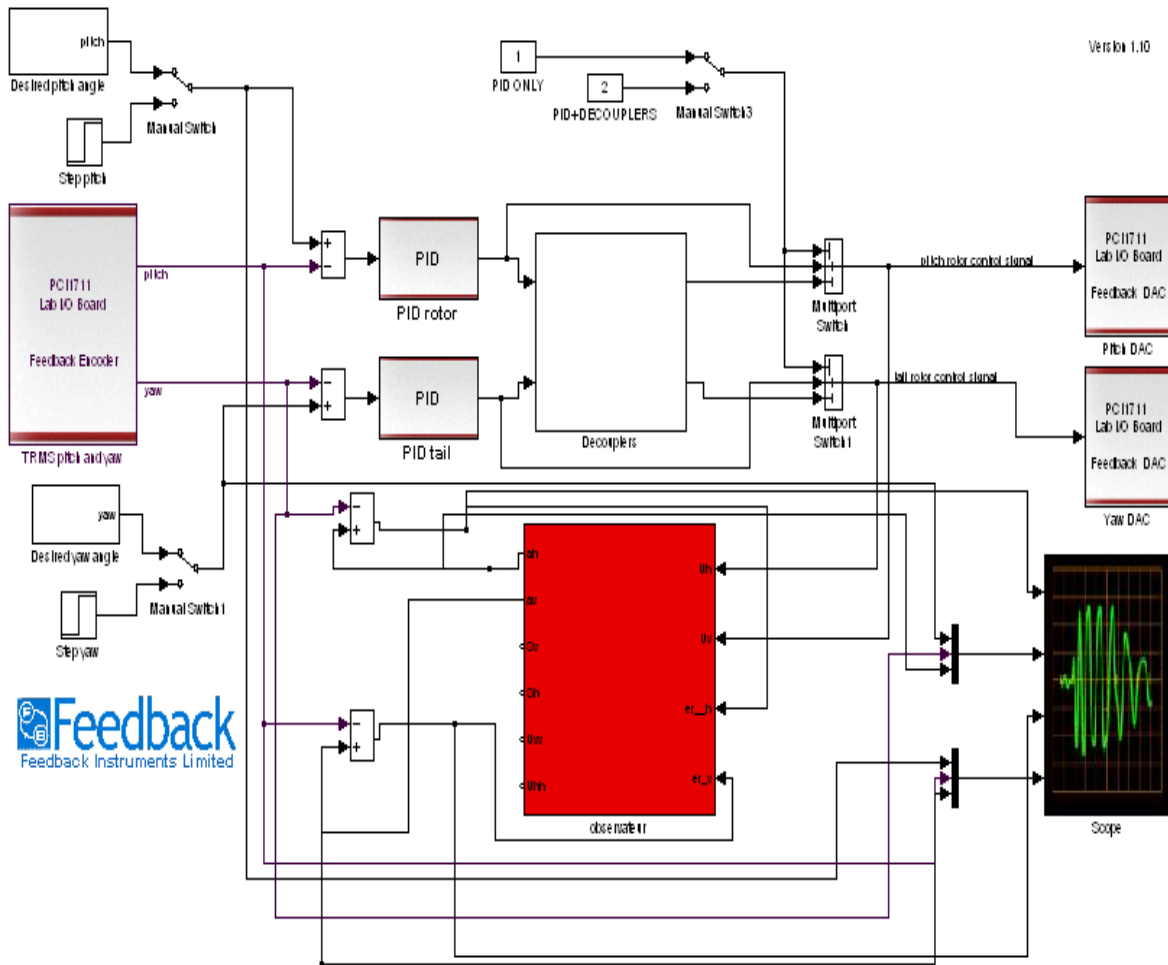


Figure III.10. schéma bloc illustrative de l'observateur appliqué au TRMS.

### III.5.1 Résultat expérimental de l'observateur mode glissant

Les figures ci-dessous représentent les résultats obtenus après l'implémentation d'un observateur mode glissant sur le simulateur d'hélicoptère au sein du laboratoire

Les résultats obtenus en utilisant des trajectoires sinusoïdale et ceux en utilisant des trajectoires de référence échelon

Les gains de l'observateur :

$$k_1 = 1.5$$

$$k_2 = 1.7$$

$$k_3 = 1.2$$

$$k_4 = 1.3$$

$$k_5 = 1.5$$

$$k_6 = 1.2$$

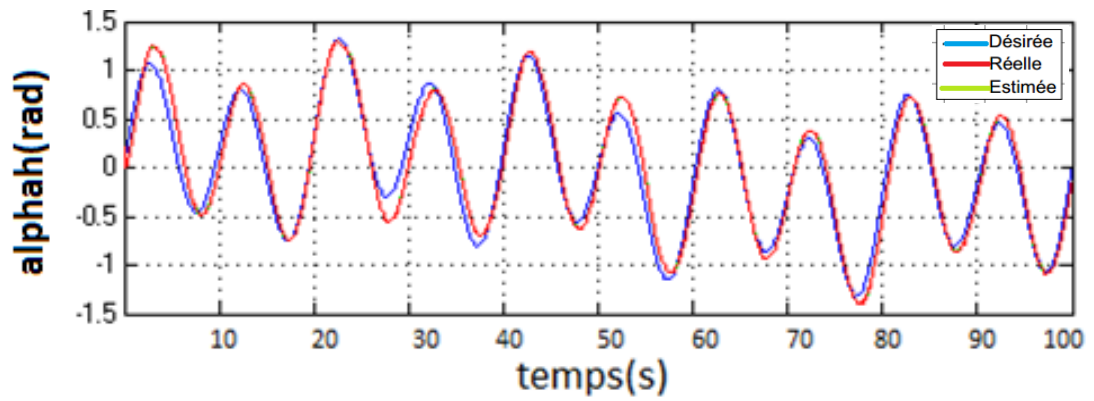


Figure III.11 Résultat de poursuite de trajectoire en forme sinusoïdale pour l'angle

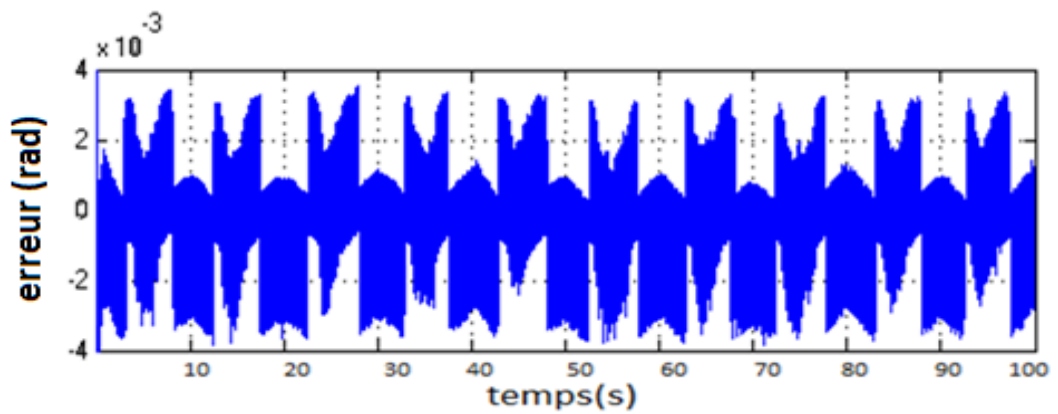


Figure III.12 erreur d'estimation de l'angle d'azimut.

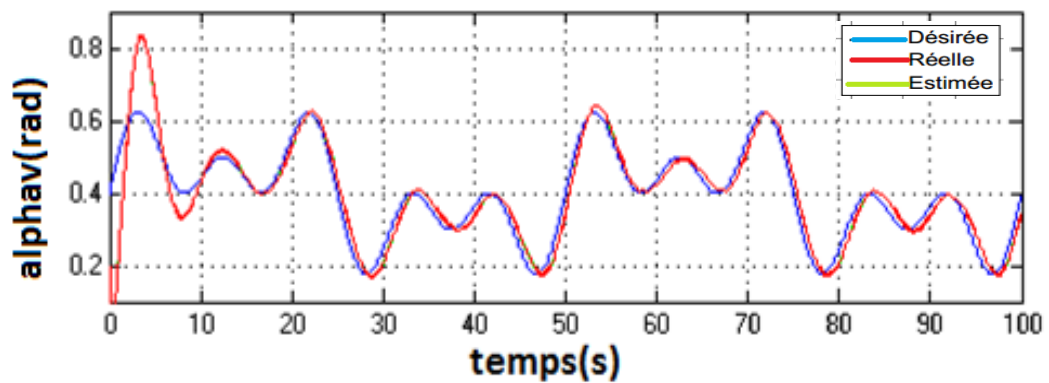


Figure III.13 Résultat de poursuite de trajectoire en forme sinusoïdale pour l'angle d'élévation

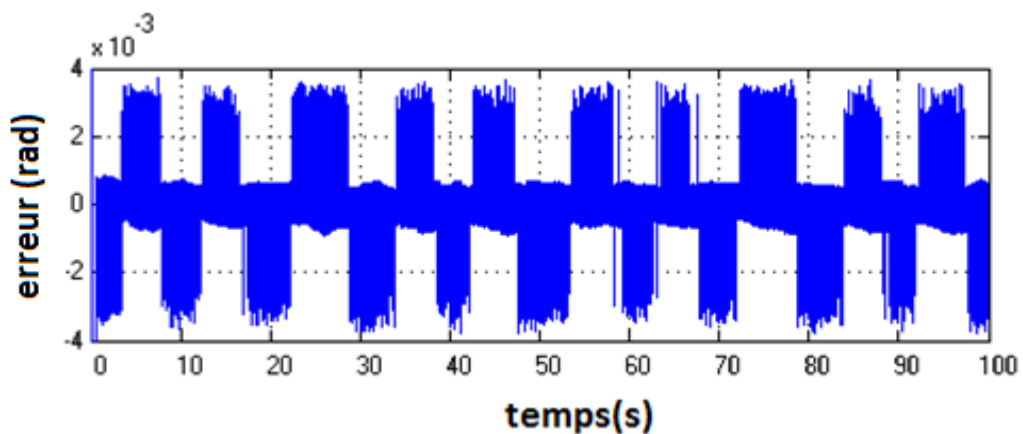


Figure III.14 erreur d'estimation de l'angle d'élévation.

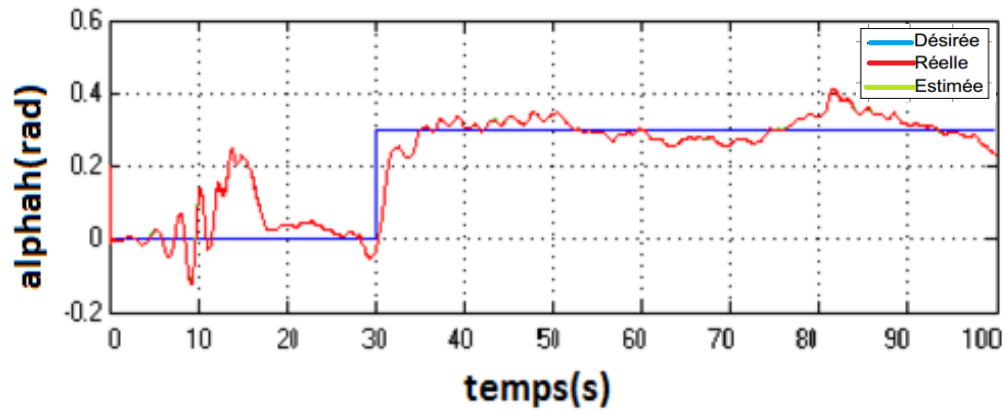


Figure III.15 Résultat de poursuite de trajectoire de références en échelon pour l'angle d'azimut.

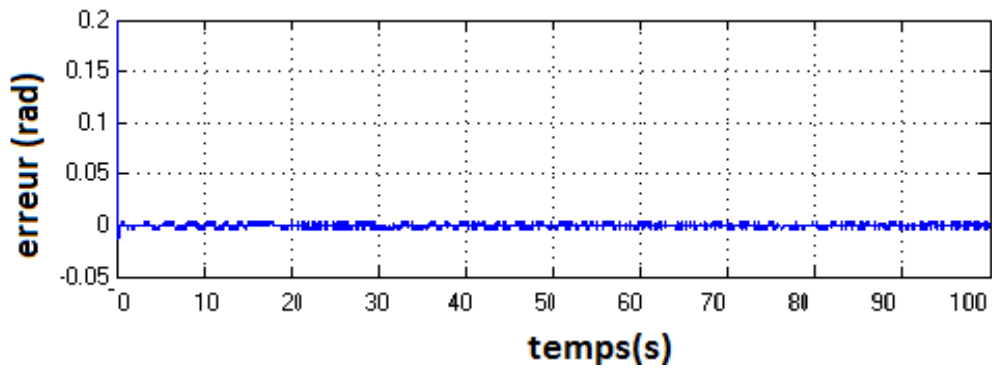


Figure III.16 erreur d'estimation de l'angle d'azimut.

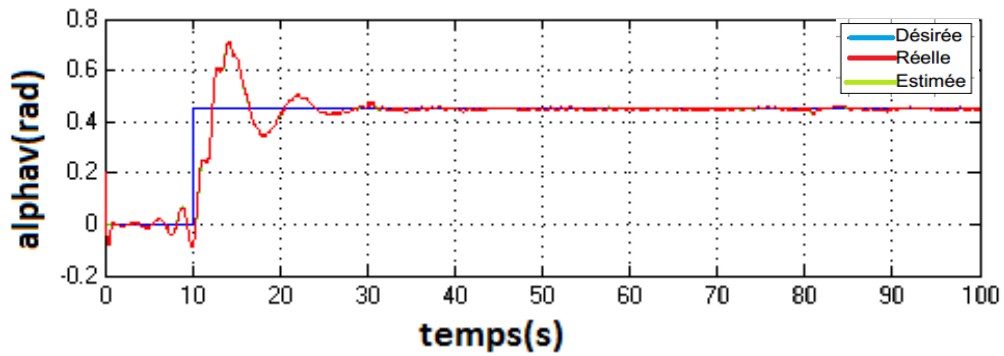


Figure III.17 Résultat de poursuite de trajectoire de référence en échelon pour l'angle d'élévation.

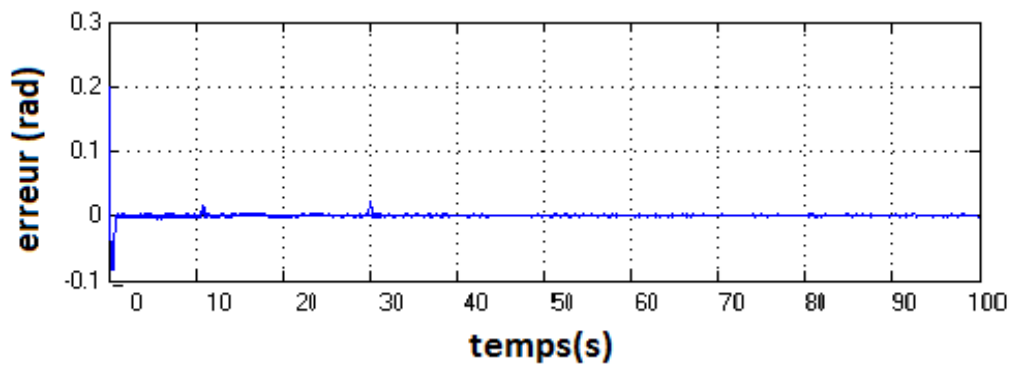


Figure III.18 Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.

### III.5.2 Résultat expérimental de l'observateur à grand gain

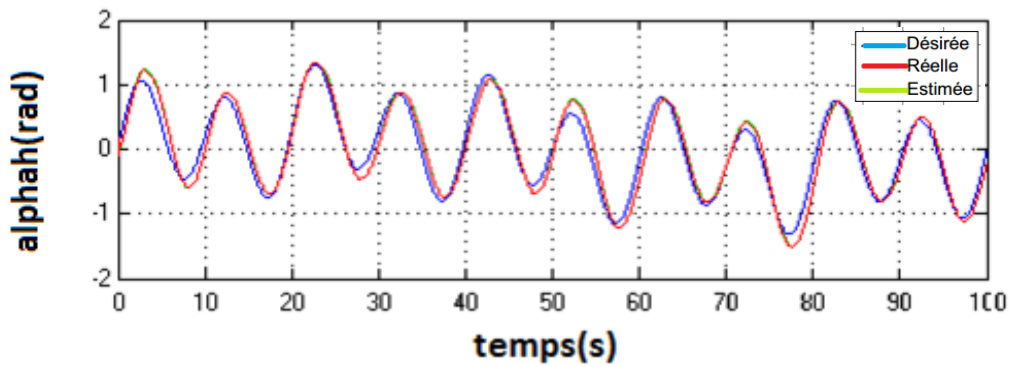


Figure III.19 Résultat de poursuite de trajectoire en forme sinusoïdale pour l'angle d'azimut.

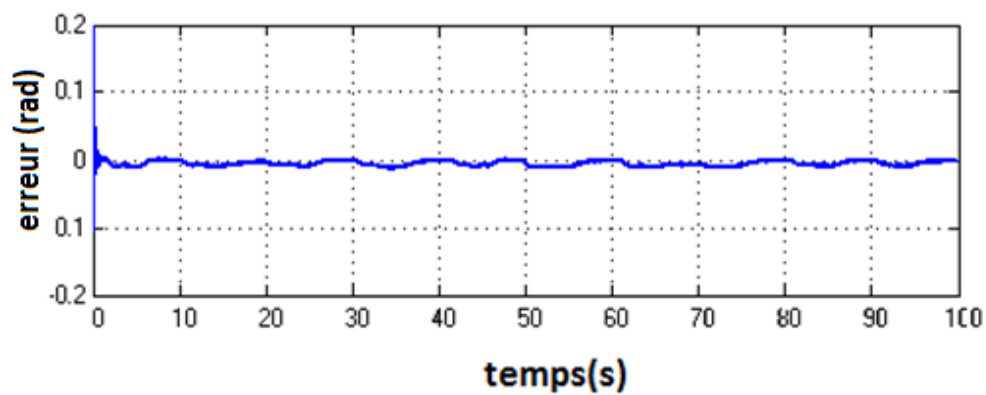


Figure III.20 Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.

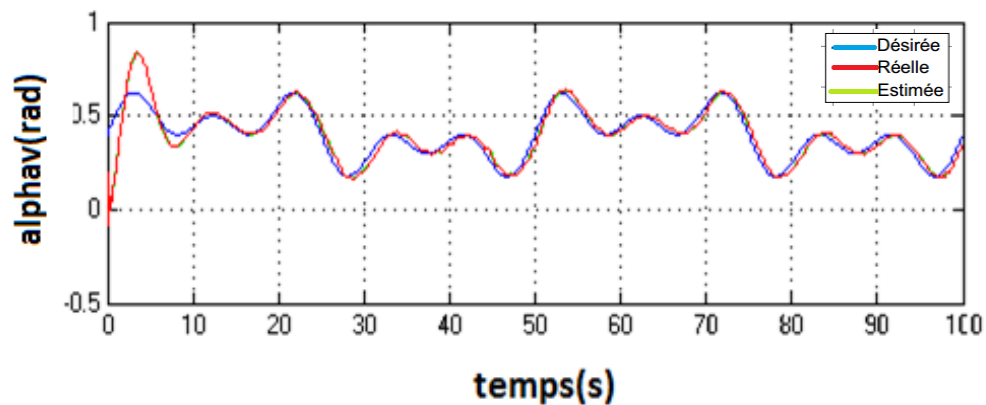


Figure III.21 Résultat de poursuite de trajectoire en forme sinusoïdale pour l'angle d'élévation.

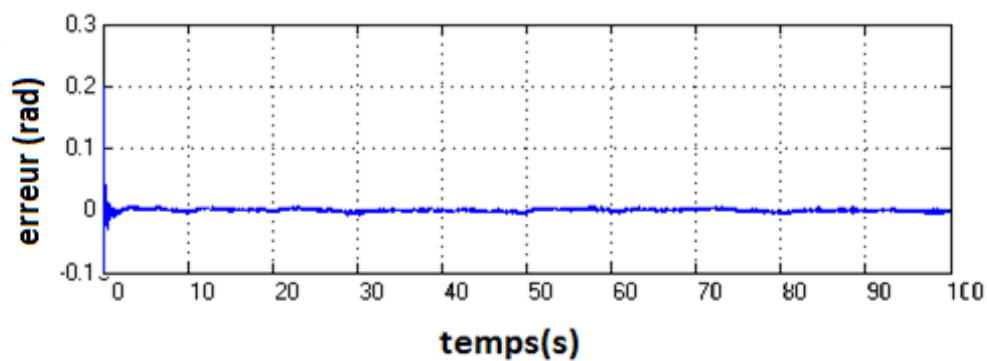


Figure III.22 Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.

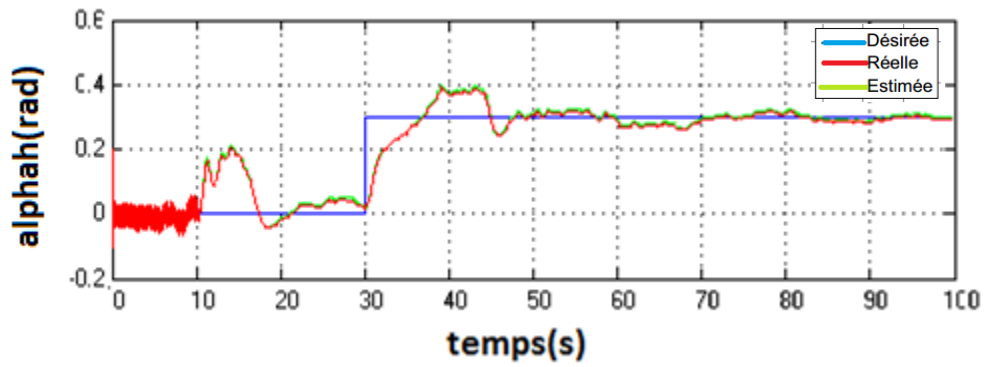


Figure III.23 Résultat de poursuite de trajectoire de référence en échelon pour l'angle d'azimut.

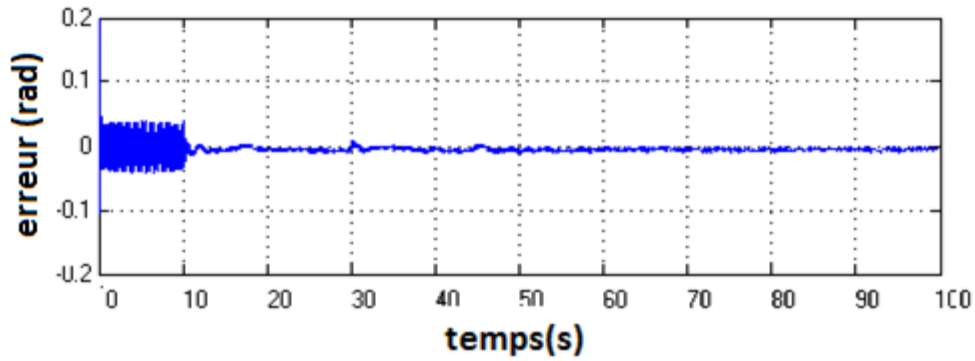


Figure III.24 Erreur d'estimation de l'angle d'azimut.

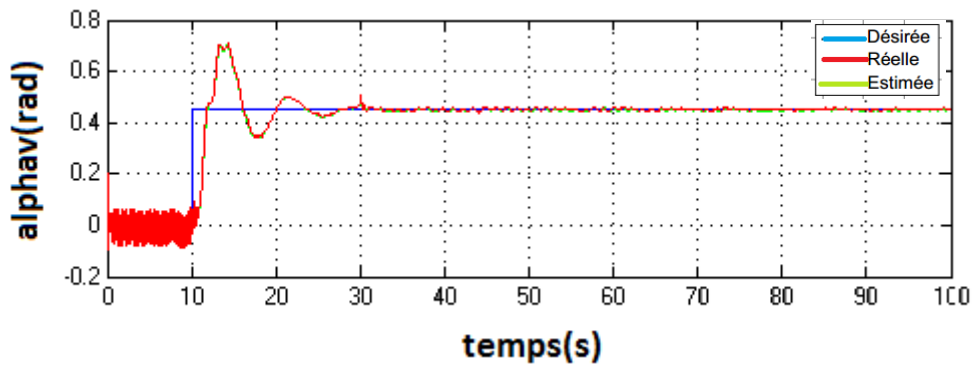


Figure III.25 Résultat de poursuite de trajectoire de référence en échelon pour l'angle d'élévation.

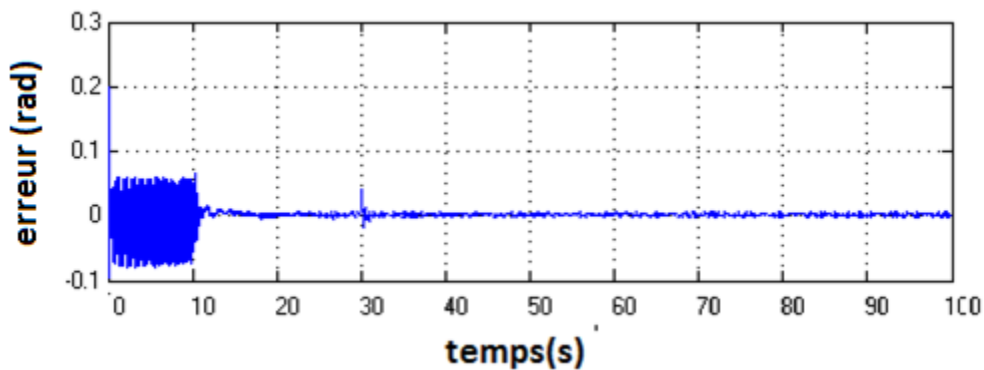


Figure III.26 Erreur d'estimation de l'angle d'élévation.

Les résultats obtenus d'après l'application expérimentale des observateurs au TRMS montrent clairement que les erreurs de poursuite et les amplitudes du dépassement sont plus faibles. En outre, les temps de réponses, qui caractérisent le régime transitoire, sont aussi faibles. Les résultats montrent aussi que les réponses du TRMS sont plus au moins lisses, on comparaison avec celles dans la simulation ces dernières est lisses.

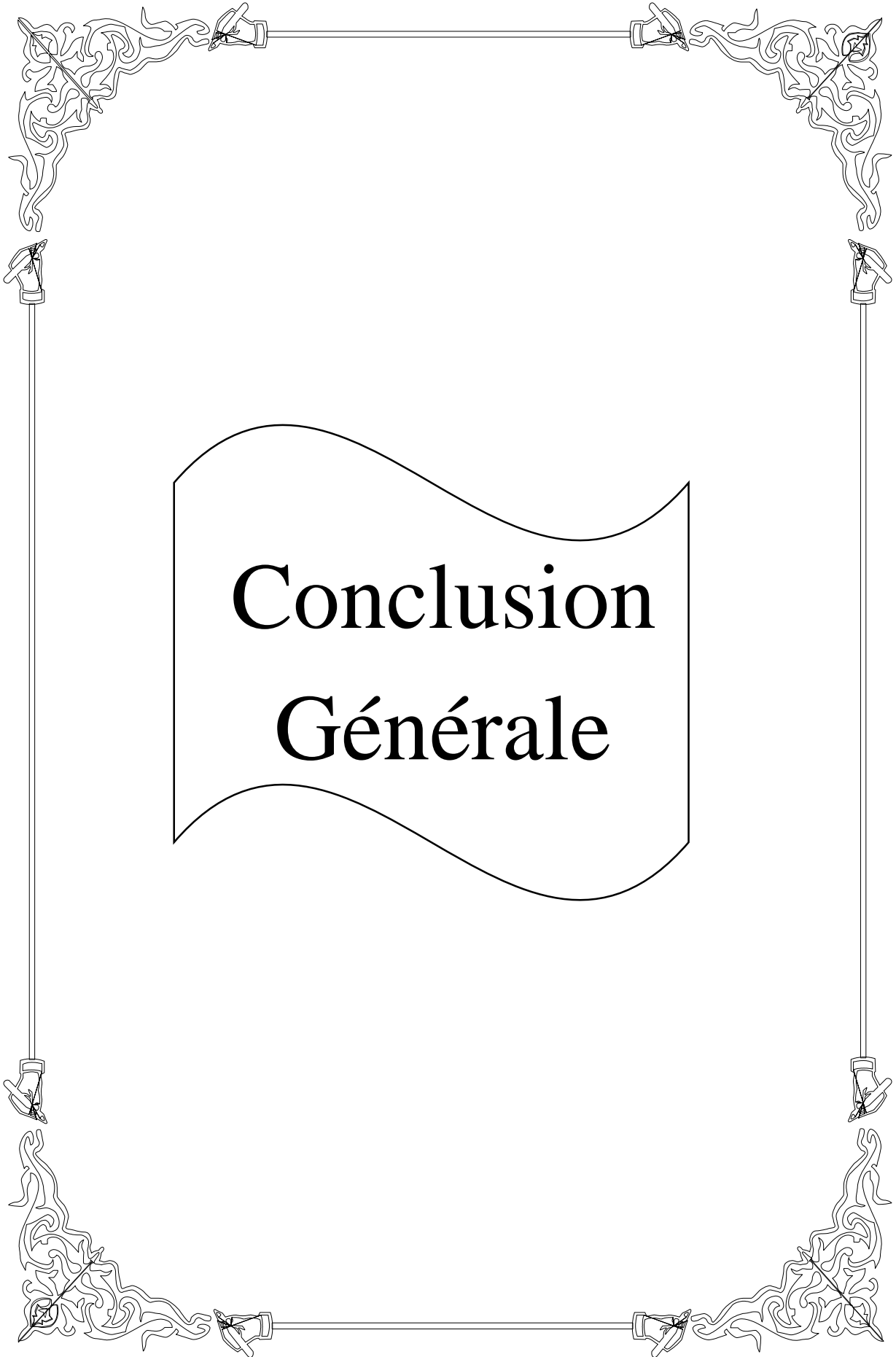
Les résultats de simulation et de pratique montrent que le modèle dynamique obtenue dans le chapitre II est le modèle réelle du TRMS est presque identifie.

### **III.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, en a appliqué la synthèse des observateurs mode glissant et grand gain pour estimer les états du TRMS (Twin Rotor Mimo Système).

Les résultats de la simulation et de la pratique qu'on a obtenue prouvent la convergence en un temps fini, l'efficacité et la robustesse de ces deux observateurs.

La synthèse d'un observateur pour les systèmes non linéaire n'est pas chose aisé. En effet, à chaque classe de système, nous pouvons considérer qu'il existe au moins un type d'observateur.



**Conclusion  
Générale**

## Conclusion générale

---

Dans ce mémoire nous avons abordé le problème d'estimation d'état des systèmes physiques généralement non linéaires par l'utilisation des observateurs qui sont considérés comme des capteurs informatique.

Les systèmes non linéaires ont des représentations d'état très variées qui exploitent la structure et les propriétés de la fonction non linéaire qui intervient dans le modèle du système. Il semble donc difficile à priori, de trouver une théorie générale sur l'estimation d'état non linéaire. Qui unifierait les approches déjà établies.

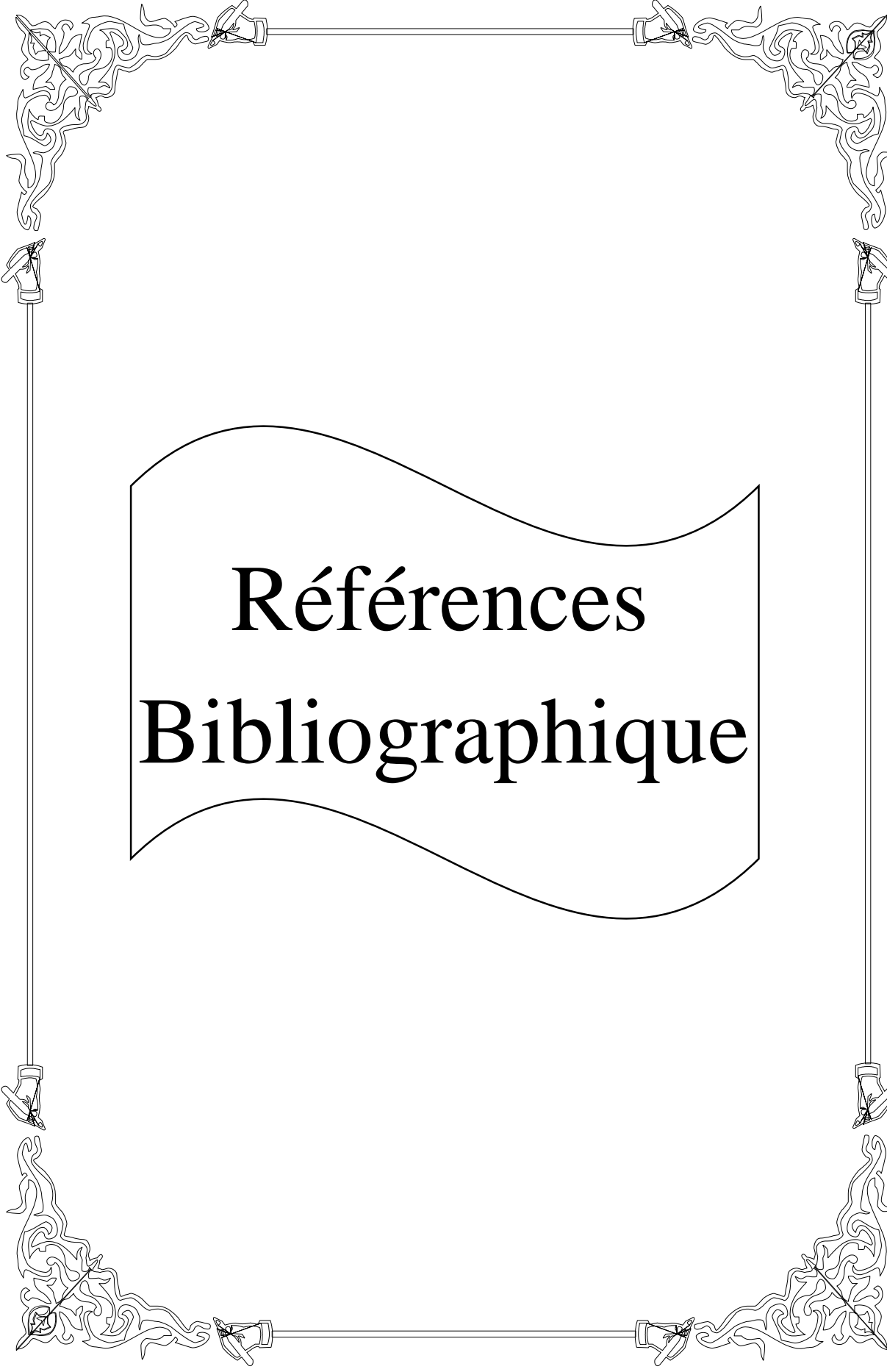
La technique d'observation basée sur les modes glissants est l'approche qui a le plus de tendance de à se généraliser sur des classes assez larges de systèmes non linéaires. La dynamique des erreurs d'estimation à converger vers la surface de glissement et évoluer ensuite sur cette surface avec des dynamiques imposées, les observateurs à mode glissant s'appliquent sur divers systèmes linéaires et non linéaires.

Une des travaux développés dans ce mémoire, ont porté sur la synthèse d'un observateur de type grand gain pour un TRMS. Ces observateurs présentent plusieurs avantages ; à savoir une convergence exponentielle prouvée théoriquement ainsi qu'un réglage aisé du gain via le choix d'un seul paramètre. Cependant, le majeur inconvénient de ce type d'observateurs est l'assurance d'un compromis entre la rapidité de l'estimation et la sensibilité aux bruits de mesure affectant les mesures des entrées et/ou sorties accessibles.

Les résultats expérimentaux montrent l'efficacité des observateurs pour l'estimation des états du TRMS « angle d'élévation et angle d'azimut » et pour la poursuite des trajectoires références malgré la présence des phénomènes non modéliser, comme la forces de torsion des câbles et quelques paramètres incertains telle que les forces aérodynamiques des hélices et les caractéristiques non linéaires des propulseurs. C'est résultat montrent clairement la convergence en temps fini, et la robustesse de ce type des observateurs.

La perspective que nous pouvons lancer au terme de ce travail est l'utilisation des observateurs mode glissant d'ordres supérieurs pour avoir des meilleurs résultats et résoudre surtout le problème de chattering.





Références  
Bibliographique

## Références bibliographiques

- [1] A.Zemouche, « sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires », Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2007.
- [2] M.Oueder « synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires » Thèse de Doctorat, Université de CEAN/BASSE-NORMANDIE, 16 Juillet 2012.
- [3] NAIT SLIMANI Boukhalfa, « Synthèse d'observateurs: application au diagnostic de Défauts » mémoire de magister. Université de Tizi ouzou.
- [4] Alma, A. «commande à base d'observateurs d'état non linéaires d'un simulateur d'hélicoptère», mémoire de magister, Département du Génie Electrique, spécialité automatique, école nationale polytechnique, Alger, Algérie, juin 2006.
- [5] A.E.Rostane « observateur à mode glissant d'ordre supérieur et inversion à gauche » mémoire de master, Université de Tlemcen 19 mai 2013.
- [6] H.Bouchareb « observateur non linéaire mode glissant » Mémoire de Magister “université ferhat abbas I-UFAS (Alger), 19/09/2013.
- [7] R. HERMAN. «Nonlinear controllability and observability ». IEEE Trans. Autom.Contr., AC-:728-740, 1977.
- [8] AIPING.XU. « Observateur adaptatifs non linéaires et diagnostic de pannes » thèse Doctorat, Université de Rennes 1, 26 September 2002.
- [9] DG. Luenberger, “An introduction to observers,”IEEE Trans. Automatic control.1971.
- [10] Mohammed Chakib Sosse Alaoui, « Commande et Observateur par Modes glissants d'un Système de pompage et d'un bras manipulateur », thèse de doctorat. Université Sidi Mohammed Ben Abdellah. Maroc. 2009.
- [11] Malek GHANES, « Observation et commande de la machine Asynchrone sans capteur Mécanique», thèse de doctorat. Ecole Centrale de Nantes. 2005.
- [12] W. Perruquetti, J.P. Barbot, «Sliding Mode Control in Engineering»,Marcel Dekker.2002.
- [13] S.Raghavan et J.K.HERDRICK. «Observer design for a class of nonlinear systems». International,1994.
- [14] M.Benzekri. « Synthèse d'observateur pour un séchoir », Rapport de stage de fin d'études de Master ST mention Sciens de l'information, des dispositifs et des systèmes, parcours Génie des systèmes Automatisés, UCBL1 France, 2004-2005.
- [15] J.P. Gauthier and G. Bornard. «Observability for any  $u(t)$  of Class of Nonlinear systems». IEE Transactions on automatic Control, vol. 26:pp.922-926, 1981.

## Références bibliographiques

---

- [16] J.P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. "A simple observer for nonlinear systems. Applications to bioreactors. IEE Trans. On automatic control, 37(6):875-880, 1992.
- [17] E.Busvelle. «Sur les observateurs des systèmes non- linéaires», Université de Bourgogne Dijon France, juin 2004.
- [18] J.P. Gauthier, H. Hammouri, and S, Asimple observer for nonlinear systems, IEE Trans. Aut. Control, 37, pp. 875-880, (1992).
- [19] J.P.Gauthier, I. Kupka, Deterministic observation theory and applications  
Cambridge University Press, 2001.
- [20] B .Farida « Conception de stratégies de commande et d'observateur pour un convertisseur multicellulaire Approche hybride » mémoire de magister en Automatique de l'ENP 12/03/2008.
- [21] M.E.Larbi. « Synthèse des observateurs pour un drone Hélicoptère », thèse de Doctorate, Université d'Oran, 07/05/2015.
- [22] A.hakima, B.dounia « commande hybride tolérante aux défauts. Application au simulateur d'hélicoptère TRMS » mémoire de master école national polytechnique 10, avenue Hassen Badi BP182El-Harrach, juin 2009.
- [23] F.Faris. F.Hachid. « Synthèse et implementation pratique de lois de commande non linéaires: Application à un simulateur d'hélicoptère », mémoire de master Ecole Nationale Polytechnique, 10, AV.Hassen Badi, El-Harrach, Algérie, juin 2015.
- [24] Mohamed Z, G.:« Commande à structure variable appliquée au simulateur de vol d'hélicoptère », mémoire de magister, département de Génie Electrique, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, Alger, 2010.
- [25] Alouani, F., « Commande par Logique Flou Appliquée aux pendules inversés et au Simulateur de Vol d'Hélicoptère : Simulation et Expérimentation», mémoire de magister, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université de Mohamed Boudiaf de M'sila(2006) .
- [26] S, Zeghlache., M, Chemachema., and A, Bouguerra. «Feedback Linearization Control of a Helicopter-like Twin Rotor MIMO System in Coupled Configuration», 12<sup>th</sup> International conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering, Sousse, Tunisia, pp. 348–357, 2011.
- [27] Astrom, K.J. and Wittenmark, B. : «Adaptive control», Addison-Wesley, New York, 1995.
- [28] D.RAI: «TwinRotor Mimo System advanced Teaching Manual 1 33-007-4M5».Feedback Instruments Ltd, UK. 1997.
- [29] Twin Rotor MIMO System Control Experiments Manual 33-949S, Ed01 122006, Feedback Part No. 1160-33949S, Feedback Instruments Ltd., Park Road, Crow borough, East Sussex, TN6 2QR, UK, 2006.

- [30] Twin Rotor MIMO System Control Experiments Manual 33-007-4M5, E. Sussex, England, 1997.

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME**

**MASTER EN AUTOMATIQUE**

**SPECIALITE : AUTOMATIQUE**

**Proposé et dirigé par : Mr. GHELLAB Mohammed Zinelaabidine**

**Présenté par : BENZAHIA Yasmina**

## **Thème**

# **Observateurs non linéaires : application sur un TRMS**

### **Résumé**

Les capteurs peuvent être très chers et leur intégration très complexe dans certains procédés industriels. Les grandeurs non mesurées estimées à l'aide d'observateurs vont nous permettre de réduire le prix de production en nous évitant de placer des capteurs. Dans le cas linéaire l'observabilité se détermine classiquement par une condition de rang et les observateurs pour de tels systèmes sont généralement de type Luenberger, par contre dans le cas non linéaire, l'observabilité se détermine de multiple façons mais la pensée classique conduit à une condition de rang avec de petits arrangements. Dans ce travail on présente une application des observateurs non linéaires (mode glissant et grand gain) pour reconstruire l'état d'un TRMS (Twin Rotor Mimo System). Un premier volet aborde une étude théorique des observateurs. Le second volet est consacré à la présentation du simulateur, ses constituants et son modèle mathématique. Le dernier volet aborde la conception de ces deux observateurs au TRMS et les résultats de simulation et de la pratique.

### **Mots clés**

Système non linéaire, observateur mode glissant, observateur à grand gain, TRMS (Twin Rotor Mimo Système), résultat expérimentale.

**N° d'ordre : AUT\_199**