REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MIMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE :RESEAUX ELECTRIQUES

THEME

Modélisation D'un Système De Lévitation Electromagnétique Par La Méthode Des Volumes Finis

Proposé et dirigé par :

Mr. Hani BENGUESMIA

Présenté par :

Abd errahmane CHERGUI

Année Universitaire : 2015/2016

N° d'ordre :REs_228

Dédicaces

Plus que tout, je voudrais dédier ce travail à mes parents
pour leur encouragement, leur patience et leur amour
...ils sont l'origine de tout ce que j'ai accompli de bide bien .
A tout mes frères et ma famille.
A tous ce qu'ils ont aimé me voir ce jour là.

A.Chergui

Remerciement

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier tout premièrement Allah le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donné durant toutes ces longues années.

Ainsi, nous tenons également à exprimer nos vifs remerciements à mon encadreur pour avoir d'abord proposé ce thème, pour suivi continuel tout le long de la réalisation de ce mémoire et qui n'a pas cessée de nous donner ses conseils.

Nous tenons à remercier vivement toutes personnes qui nous ont aidé à élaborer et réaliser ce mémoire et spécialement, durant notre stage, ainsi à tous ceux qui nous a aidés de prés ou de loin à accomplir ce travail.

Nous remercions également ***Mr. Abdou*** *Enseignante à l'université de M'sila,* ***Mr. Lamari*** *Enseignant à l'université de M'sila,* ***Mr. Ladghem Chikouche*** *Enseignant à l'université de M'sila pour ses conseils durant le poster, ses encouragements et ses qualités humaines.*

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants et le chef de département Génie électrique qui a contribué à notre formation Par ailleurs, Nos remerciements à tous les membres du jury qui ont accepté de juger notre travail.

En fin, nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour le soutien moral.

Table Des Matières

Table de Matières

Table de matière I
Table de figures III
Notations et symboles IV
Introduction Générale 1

Chapitre I : Généralité Sur La Lévitation Magnétique

I.1. Introduction 5
I.2.Définition de lévitation 5
I.2.1. Lien entre supraconducteurs et lévitation 7
I.3. Principe de la lévitation magnétique 7
I.4. Classification des lévitations magnétiques 7
I.4.1. Les lévitations magnétiques passives 7
I.4.1.1. Paliers à aimants permanents 7
I.4.1.2. Paliers à réluctance variable 8
I.4.2. Lévitation stabilisée par l'effet gyroscopique 9
I.4.3. Lévitation des corps diamagnétiques 10
I.4.4. Lévitation magnétique utilisant un circuit LC 12
I.4.5. Lévitation supraconductrice 12
I.4.6. Lévitation électrodynamique à champ alternatif 13
I.4.7. Lévitation magnétique active ou lévitation électromagnétique 14
I.4.7.1 Système expérimental de lévitation électromagnétique 14
I.5. Les applications de lévitation électromagnétique 15
I.5.1. Train à lévitation électromagnétique 15
I.5.1.1. Principe de fonctionnement 16
I.5.1.2. Avantages 18
I.5.1.3. Inconvénients 18
I.5.2. Médecin 18
I.6. Conclusion 19

Chapitre II :Equations relatives aux champs électromagnétiques

II.1.Introduction 21
II.2. Diverses opérateurs 21
II.2.1. En coordonnées cartésiennes 21
II.2.1.1. Gradient d'un scalaire 21
II.2.1.2. Divergence d'un vecteur 22
II.2.2. En coordonnées cylindriques 22
II.2.2.1. Gradient d'un scalaire 22
II.3. Modèles mathématiques des problèmes électromagnétismes 23
II.3.1. Lois fondamentales 23
II.3.1.1. Loi de Faraday 23
II.4. Equations de MAXWELL 24
II.5. Modèles électromagnétiques 27
II.5.1. Modèle électrostatique 27

II.5.2. Modèle électrocinétique 28
II.5.3. Modèle magnétostatique 28
II.5.3.1. Modèle magnétostatique scalaire 28
II.5.3.2. Modèle magnétostatique vectoriel 29
II.6. Modèle magnétodynamique 30
II.7 Formulation du modèle magnétodynamique 30
II.8. Modèle magnétodynamique en 2D axisymétrique 32
II.10.Conclusion 34

Chapitre III :Méthode Des Volumes Finis 2D Axisymétrique

III.1.introduction 36
III.2. Les méthodes numériques 36
III.2.1.Méthode des différences finis 36
III.2.2.Méthode des éléments finis 37
III.2.3. Méthode des volumes finis 38
III.2.3.1.Description d'un volume fini 38
III.3.Méthode des volumes finis en 2D axisymétrique 38
III.4.Méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques 41
III.4.1.Méthodes directes 42
III.4.2.Méthodes itératives 42
III.4.2.1.Méthode de Jacobi 42
III.4.2.2.Méthode de Gauss Seidel 43
III.5.Conclusion 43

Chapitre IV :Application Et Résultats

IV.1. Introduction 45
IV.2. Le problem TEAM Workshop 28 46
IV.3. Application de la MVF sur le problème TEAM Workshop28 47
IV.4. Résultats de la modélisation 48
IV.5.Interprétation 52
IV.6. Conclusion 54
Conclusion générale 56
Références bibliographiques 58
Résumé

Liste Des Figures

Liste Des Figures

Chapitre I :Généralités Sur La Lévitation Magnétique

Figure I.1 Lévitation par supraconducteur 6
Figure I.2 Paliers à aimants permanents 8
Figure I.3 Verre Position des dents d'un palier à réluctance variable 8
Figure I.4 Centreur à réluctance variable 9
Figure I.5 Butée à réluctance variable 9
Figure I.6 Toupie levitron 10
Figure I.7 Grenouille en lévitation 11
Figure I.8 Principe de la suspension électromagnétique à circuit résonant 12
Figure I.9 Lévitation électrodynamique a courant alternatif 12
Figure I.10 Système expérimental de lévitation électromagnétique 15
Figure I.11 Lévitation d'un aimant au-dessus d'un disque supraconducteur 16
Figure I.12 Train à lévitation électrodynamique (MAGLEV) 17
Figure I.13 Principe de MAGLEV 18
Figure I.14 Principe du fonctionnement du train à partir des électroaimants 18
Figure I.15 Prototype d'un IRM ouvert utilisant les matériaux supraconducteur à haute température critique 19

Chapitre II: Equations Relatives Aux Champs Electromagnétiques

Figure II.1. Force de Laplace 33

Chapitre III :Méthode Des Volumes Finis 2D Axisymétrique

Figure III.1 Configuration géométrique en 2D 36
Figure III.2 Un domaine d'étude discrétisé en Elément finis 37
Figure III.3. Description d'un volume fini 38
Figure III.4.Schéma de maillage régulier 39

Chapitre IV:Application Et Résultats

Figure IV.1.Organigramme du programme de calcul 45
Figure IV.2. Description du problème TEAM Workshop 28 46
Figure.IV.3. Dimensionnement (en mm) électrodynamique de dispositif de lévitation 47
Figure IV.4. Modèle géométrique du dispositif étudié 47
Figure IV.5. Courant source des deux bobines Js (A) 48
Figure .IV.6. Partie réelle du potentiel vecteur magnétique A 49
Figure IV.7. Partie imaginaire du potentiel vecteur magnétique AA 49
Figure IV.8. Partie réelle de l'induction magnétique :Composante Br(T) 50
Figure IV.9. Partie réelle de l'induction magnétique :Composante Bz(T) 50
Figure IV.10. Densité des courants induits Jind (A/m²) 51
Figure IV.11. L' induction magnétique B 51
Figure IV.12. La force électromagnétique exercée sur la plaque Alu 52
Figure.IV.13. Montre la relation entre Fp et la vitesse v 53

Notations Et Symboles

Notations et Symboles

ε : La permittivité électrique.

ε_0 : Permittivité absolue du vide [F/m].

μ : La perméabilité magnétique[H/m].

μ_0 : Perméabilité magnétique absolue du vide [H/m].

μ_r : Perméabilité relative du milieu [H/m].

$\overrightarrow{J_c}$: La densité du courant de conduction [A/m^2].

$\vec{V}$: Vecteur vitesse des pièces conductrices susceptible de se déplacer [m/s]

σ : Conductivité électrique [s/m]

$\overrightarrow{J_s}$: La densité du courant de source [A/m^2].

$\sigma.\vec{E}$: Densité des courants induits du champ électrique E [A/m^2]

$\sigma(\vec{V} \wedge \vec{B})$: Densité des courants induits par mouvement [A/m^2]

$\vec{E}$: Champ électrique [V/m].

$\vec{B}$: Induction magnétique [T].

$\vec{D}$: Induction électrique [A.s/m^2].

$\overrightarrow{J_t}$: Densité du courant électrique totale [A/m^2].

ρ : La densité charge électrique [Coulomb/m^2].

$\overrightarrow{J_D}$: La densité du courant de déplacement négligeable a basse fréquence [A/m^2].

Fp : Force de Laplace [N]

I : courant électrique (A)

l : longueur du conducteur (m)

α : l'angle (I, B) (rad).

f: fréquence [Hz]

Introduction Générale

Introduction Générale

Plusieurs travaux ont été mis au point pour la modélisation des problèmes lies aux équations de Maxwell afin dévaluer les grandeurs électromagnétiques. Cette modélisation apparaît comme une tache nécessaire lors de la conception d'un système électromagnétique tel que les actionneurs.

Maxwell est celui qui a réussi à mettre au point un modèle théorique unifié et qui décrit tous les phénomènes et les interactions électromagnétiques au moyen d'un ensemble de quatre équations. [1] La modélisation est un outil indispensable pour l'analyse, la prédiction de comportement et l'optimisation des dispositifs ; elle aide à réduire au minimum le temps et le coût de conception. Dans ce contexte, le but des outils numériques est de garantir des résultats précis de la simulation avec le moindre coût en termes de temps de calcul et de consommation de mémoire. [2] Les phénomènes électromagnétiques sont représentés par des équations aux dérivées partielles. En général, la résolution de ces équations se fait à l'aide des méthodes numériques qui font appel à des techniques de discrétisation qui transforment les équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques dans le domaine d'étude compte tenu des conditions aux limites.[3]

De nos jours, beaucoup d'outils de simulation basés sur les méthodes numériques de discrétisation sont disponibles. Généralement, c'est la méthode des éléments finis MEF qui est employée. Cette technique a montré son efficacité dans plusieurs travaux de modélisation. Néanmoins, on peut trouver d'autres méthodes numériques dont l'exploitation est prometteuse, tel que la méthode des volumes finis MVF. La méthode des volumes finis se montre très prometteuse du point de vue rapidité de calcul et de précision. Pour ses raisons la méthode des volumes finis est choisie comme méthode de discrétisation, elle a l'avantage de simplicité de développement, nécessitant un modeste bagage mathématique.[4]

Cependant les systèmes à lévitation électrodynamique comportent des parties mobiles. Afin de prendre ce mouvement en considération, plusieurs techniques de maillage ont été développées, telle que le remaillage total/partiel qui nécessite un outil automatique de génération de maillage qui peut perturber la solution. En outre, le maillage non-conforme, récemment pris une grande place dans la modélisation des systèmes présentant des parties mobiles.[5]

Le principe de la MVF consiste dans un premier temps à découper la géométrie d'étude en volumes élémentaires ; en 3D ces volumes peuvent être des tétraèdres, prismes ou hexaèdres. Dans les applications de génie électrique on trouve souvent l'élément hexaédrique associé à la MVF. En effet, l'élément hexaédrique est avantageux par rapport aux autres éléments en termes de temps de calcul et

précision d'après **Ahmed CHERIET et Hicham ALLAG**. **[6].**

Cette méthode a pourtant été peu ou pas du tout utilisée par les électrotechniciens au contraire des différences finies et surtout, actuellement, des éléments finis.

L'objectif de ce travail consiste à la modélisation par la méthode des volumes finis en 2D axisymétrique le problème de lévitation électromagnétique afin de prédire leur comportement en régime permanant.

Ce mémoire est structuré comme suit :

Dans le premier chapitre nous avons présenté une généralité sur lévitation électromagnétique, définition, principe ainsi quelques applications.

Deuxième chapitre, nous présentons une rappelle sur les équations relatives aux champs magnétique .

Le chapitre avant dernier est consacré à la présentation et à la formalisation de l'équation électromagnétique dans le cas Axisymétrique par la méthode des volumes finis.

Au cour de quatrième chapitre nous représentons Les résultats de la méthode numérique développés.

Et nous terminons notre travail par une conclusion générale qui représente une synthèse global de notre travail.

Chapitre I :

Généralités Sur La Lévitation Magnétique

I.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de donner un aperçu général sur la lévitation magnétique. Après un bref notions fondamentales nécessaires à la compréhension de la lévitation magnétique. La seconde partie présente quelque application de la lévitation magnétique.

I.2. Définition de lévitation

Si l'on sort du contexte scientifique, la lévitation est une élévation sans appui, ni intervention matérielle ou physique d'un corps au-dessus du sol. Le seul point commun entre cette définition et celle de la lévitation magnétique est l' « **élévation** ».

La lévitation d'un être ou d'un objet est le fait de se déplacer ou de rester en sustentation au-dessus du sol, sous l'effet d'une force, connue ou inconnue, plus forte ou égale à la gravitation.

En physique, la lévitation est une technique permettant de soustraire un objet à l'action de la pesanteur. Pour cela, on cherche à compenser le poids de l'objet par une force créée par l'intermédiaire de différents procédés. Il existe donc des formes de lévitation électrostatiques et électrodynamiques, de la lévitation acoustique, de la lévitation aérodynamique, ou encore grâce à un faisceau laser, mais également magnétiques.[7]

La lévitation fondée sur le phénomène magnétique est probablement le principe de lévitation le plus répandu. Ses atouts restent le faible coût, la facilité de mise en œuvre ou encore la robustesse.

De plus, la lévitation magnétique se décline sous plusieurs formes différentes rendant son utilisation d'autant plus attrayante. Ces formes variées sont issues des investigations des chercheurs pour contourner l'impossibilité imposée par le théorème d'Earnshaw.

Ce théorème a été publié par Earnshaw en 1839, il démontre qu'une particule polarisée plongée dans un champ électrostatique ne peut pas trouver une position d'équilibre stable, ce théorème a été étendu à différents corps magnétiques.[8]

La lévitation magnétique est elle aussi réalisable de différentes manières.

Nous présentons en tout trois procédés qui nous permettent d'étudier le phénomène :

- Utilisation d'aimants permanents,
- Utilisation d'électroaimants,
- La supraconductivité.

Les aimants permanents et les électroaimants sont certainement les outils les plus simples à utiliser pour étudier ce phénomène de lévitation magnétique.

➢ Un aimant est un objet fabriqué dans un matériau magnétique dur, ayant pour caractéristique particulière d'exercer une force d'attraction sur tout matériau ferromagnétique,

On peut définir plus simplement le principe des aimants permanents: l'aimant possède deux pôles, nord et sud, et crée autour de lui un champ magnétique. Un aimant cherche toujours à s'orienter dans le sens de ce champ magnétique.

- Un électroaimant est un appareil destiné à produire un champ magnétique élevé, ceci grâce à une alimentation électrique. Un électroaimant est constitué d'un bobinage, et souvent, d'une pièce en matériau ferromagnétique appelé circuit magnétique. Quand ce bobinage est parcouru par un courant, il crée un champ magnétique canalisé par le circuit magnétique.
- La supraconductivité fut découverte en 1911 aux Pays-Bas par H. Kamerlengh Onnes. Au début du siècle, on savait que la résistance des métaux chutait de façon linéaire avec la température, jusqu'à une vingtaine de degrés kelvin. Mais l'on constata qu'en refroidissant le mercure à très basse température, celui-ci passait subitement dans un état où il n'offre plus aucune résistance au passage du courant électrique ; c'est le début de l'histoire de la supraconductivité. Il est un phénomène qui a lieu à des températures très basses et pour lequel un métal perd toute résistance électrique. Alors si on place un aimant permanent au-dessus des supraconducteurs devenus des diamagnétiques parfaits à la température critique, l'aimant lui-même est alors repoussé et lévite au-dessus du supraconducteur. [9]

I.2.1.Lien entre supraconducteurs et lévitation :

Supraconducteur => création d'un champ magnétique => interaction avec le champ associé à l'aimant=> lévitation de l'aimant au-dessus supraconducteur (car température du supraconducteur au-dessous de sa valeur critique)=> stabilité de la lévitation car certaines lignes de champs pénètrent tout de même le supraconducteur (« flux pinning »).[10]

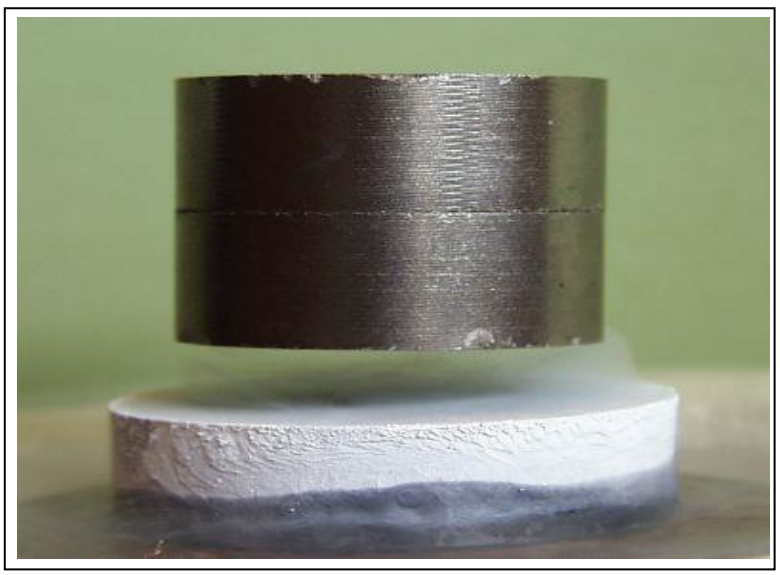


Figure I.1 Lévitation par supraconducteur
(Un aimant flotte au-dessus d'un supraconducteur)

I.3. Principe de la lévitation magnétique:

Le principe de la lévitation magnétique est de chercher à compenser le poids du mobile par une force créée par des aimants. Cette compensation de la gravité permet la lévitation–élévation et maintien d'un objet au-dessus du sol sans l'intervention d'un quelconque appui.

Pour compenser cette gravité, deux (02) principes de lévitation existent par le biais du magnétisme :

-La suspension électromagnétique –attraction magnétique de solénoïdes (Transrapid)

- La suspension électrodynamique–répulsion par supraconductivité (train de Maglev), mais la lévitation par supraconductivité requiert une température des aimants maintenue constante à -200°C environ. On ne parlera donc ici que de suspension (ou sustentation) magnétique.

Seule une très brève introduction sera donc faite ici sur la supraconductivité.[11]

I.4. Classification des lévitations magnétiques

I.4.1. Les lévitations magnétiques passives

Les paliers magnétiques passifs PMP sont les plus simples à réaliser. Ils sont autonomes et leur Fonctionnement ne nécessite aucun apport d'énergie venant de l'extérieur.

Les paliers magnétiques passifs peuvent se présenter sous deux formes:

- Les paliers à aimants permanents,
- Les paliers à reluctances variables.

I.4.1.1. Paliers à aimants permanents:

Ils sont constitués au minimum de deux bagues d'aimants permanents en interaction, l'une des bagues étant fixe tandis que l'autre est solidaire du rotor. En fonction des directions d'aimantation des deux bagues il est possible d'obtenir, avec la même géométrie, soit un centreur, soit une butée.

Dans le cas de la Figure I.2.a, si la bague intérieure se décale radialement, la bague extérieure la repousse vers le centre, il s'agit donc d'un centreur.

Dans le cas de la Figure I.2.b, si la bague intérieure se décale axialement, la bague extérieure la rappelle dans son plan de symétrie. Il s'agit donc d'une butée.

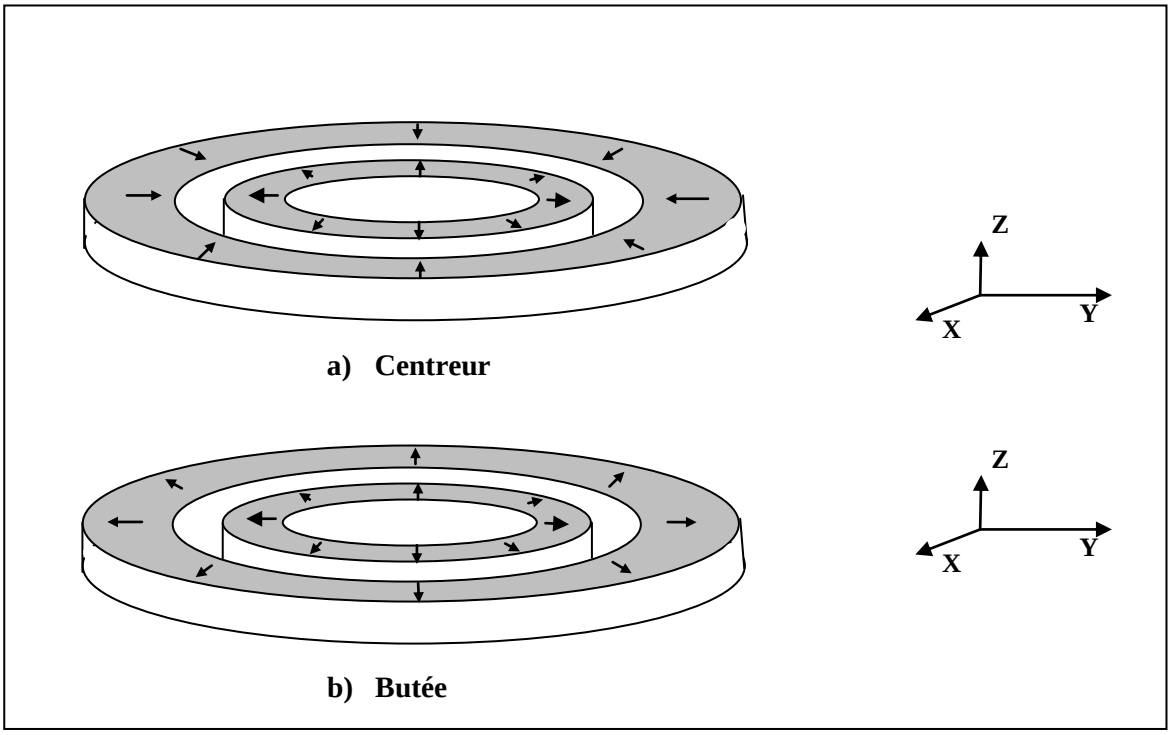


Fig. I.2. Paliers à aimants permanents

I.4.1.2. Paliers à réluctance variable

Ces paliers ne fonctionnent pas sur un principe d'interaction directe entre aimants, ils sont composés de deux circuits magnétiques indépendants, l'un est lié à la partie mobile tandis que l'autre est lié à la partie fixe (Fig.I.3). Les circuits magnétiques sont composés de deux dents en vis-à-vis, la moitié de ces dents est placée sur la partie statique du palier, tandis que l'autre sur la partie mobile du palier, une différence de potentiel magnétique est créé entre ces dents soit par une bobine, soit par un aimant, cette différence de potentiel magnétique crée un flux qui circule entre les dents, ce flux engendre une pression qui tend à rapprocher les dents. Lorsque l'on décale latéralement ces dernières l'une par rapport à l'autre, on observe un allongement des lignes de champ est donc une variation de l'énergie du système. Les dents cherchent alors à se réaligner afin de minimiser cette énergie .

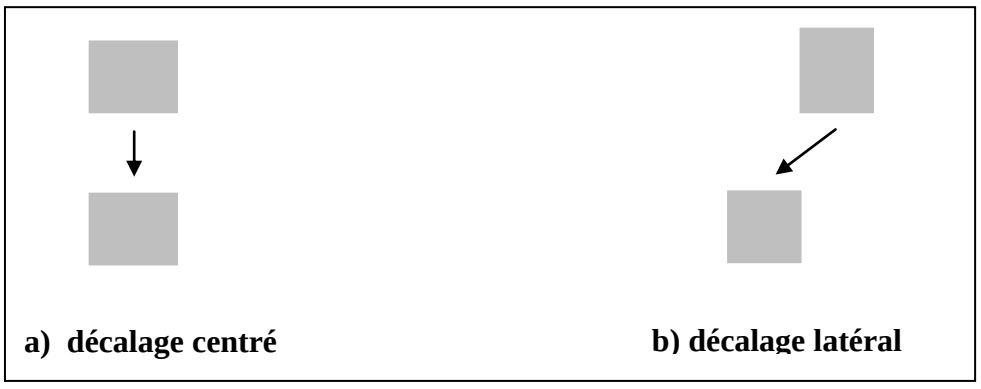


Figure.I.3. Position des dents d'un palier à réluctance

Les intérêts de cette technologie à réluctance variable sont :

- ✓ Utilisation d'aimants de forme simple,
- ✓ Augmentation de l'effort par le nombre de dents,
- ✓ Fonctionnement uniquement en mode d'attraction .

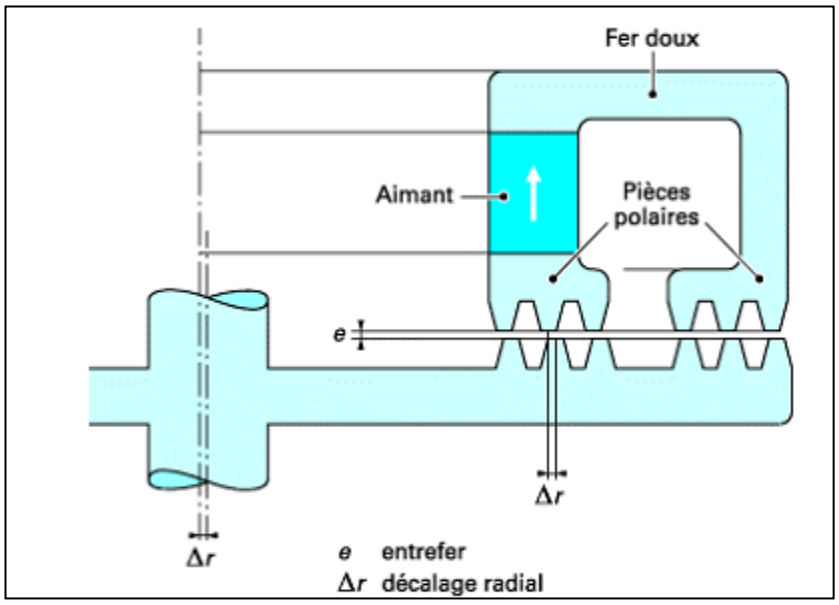


Figure. I.4. Centreur à réluctance variable.

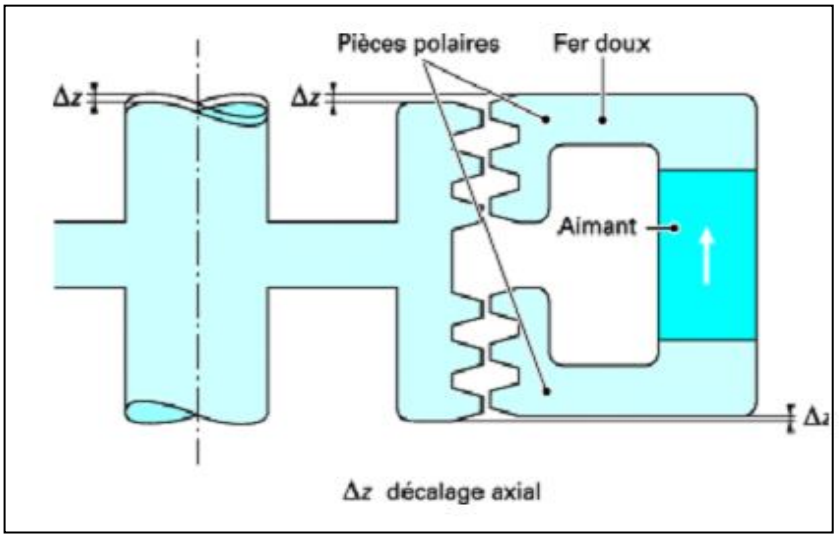


Figure. I.5. Butée à réluctance variable.

I .4.2.Lévitation stabilisée par l'effet gyroscopique

Il a été démontré récemment, que la suspension dynamiquement stable peut être réalisée en utilisant uniquement des aimants permanents.[8]

Cela ne contredit pas le théorème d'Earnshaw qui est valable uniquement pour les **systèmes fixes** et ne considère pas des effets dynamiques causés par la rotation. La rotation est capable de stabiliser la lévitation, cet effet est connu sous le nom de « l'effet **gyroscopique** ». C'est ainsi que nous pouvons

trouver dans le commerce, des toupies capables de tourner quelques minutes à plusieurs centimètres au-dessus d'un socle magnétique. (Fig.I.6).

Malheureusement, les suspensions ou les lévitations utilisant ce principe, ont été jugée difficile à mettre en œuvre en pratique, en raison de la faiblesse en rendement et en capacité de charge et aussi, la stabilité est très sensible aux variations de nombreux paramètres incluant le poids du rotor, aimantation rémanente des aimants et, surtout, la vitesse de rotation. La suspension est stable que dans une étroite plage de vitesse [5].



Figure. I.6. Toupie levitron.

Ce type de lévitation est donc très simple à mettre en œuvre, mais a deux inconvénients:

- L'équilibre obtenu n'est pas très stable, la stabilité est très sensible aux variations de nombreux paramètres incluant le poids du rotor, l'aimantation rémanente des aimants et la vitesse de rotation. La lévitation est stable que dans une étroite plage de vitesse.
- La partie en lévitation doit obligatoirement être en rotation [5,8].

I .4.3.Lévitation des corps diamagnétiques:

Pour comprendre ce phénomène, il faut rappeler quelques principes. Toute matière réagit à un champ magnétique mais elle le fait différemment selon qu'elle est diamagnétique, paramagnétique ou ferromagnétique. La plupart des substances, et en particulier tous les composés organiques (bois, plastiques, tissus animaux), sont diamagnétiques, c'est-à-dire que, dans un champ magnétique,

leur orientation est contraire à celle de ce champ. Les matériaux paramagnétiques sont moins courants :

ce sont quelques gaz, dont l'oxygène, quelques métaux, dont le chrome et l'aluminium, ils s'aimantent dans le même sens que le champ, mais de façon beaucoup plus faible. Enfin, les ferromagnétiques sont encore plus rares, ce sont le fer, le nickel le cobalt, et certains alliages dont la réaction à un champ magnétique est très marquée. Ils s'orientent en accord avec le champ.

Avec les matériaux diamagnétiques et paramagnétiques, il faut des champs très intenses pour que les effets soient manifestes. Eric Beaugnon et son équipe, du Centre de Recherches sur les Très Basses Températures à Grenoble, ont utilisé, pour faire léviter des gouttes d'eau et des souris, un double électro-aimant capable de produire des inductions magnétiques allant jusqu'à 27 Tesla. Cet électro-aimant est constitué d'une bobine de cuivre d'axe vertical, entourée d'une bobine supraconductrice refroidie à l'hélium liquide ; celle-ci ne présente plus aucune résistance au passage du courant ; on peut donc y faire circuler des intensités très élevées, qui engendrent un champ magnétique d'une puissance considérable [8].

D'autres travaux très remarquables dans le laboratoire de Némegue, ont été réalisés par Berry Et Geim[12]. Il s'agit bien de faire léviter des grenouilles (Figure I.7), sauterelles et d'autres petites créatures, à l'intérieur d'un solénoïde produisant des inductions magnétiques jusqu'à 16 T.

Le type de lévitation par diamagnétisme est stable (théorème d'Earnshaw), puisque la lévitation est totalement passive, sans apport d'énergie extérieur, contrairement à la sustentation fondée sur le ferromagnétisme (lévitation électromagnétique).



Fig.I.7. Grenouille en lévitation.

L'inconvénient principal de ce type de lévitation est que la force en question est faible, et il faut un champ intense appliqué à des objets de masse réduite pour que les effets soient manifestés. Deplus, l'intensité du champ diminue beaucoup dès qu'on s'éloigne du centre des bobines, et l'expérience se limite donc à une très petite zone à l'intérieur du tube inducteur [8,13].

I.4.4. Lévitation magnétique utilisant un circuit LC

Pour les suspensions électromagnétiques explicites (paragraphe précédent), un capteur extérieur est utilisé pour mesurer la distance ou l'entrefer entre le corps suspendu et l'électro aimant, contrairement à la méthode implicite, on profite de la variation d'impédance due à l'éloignement ou l'approchement de l'objet suspendu pour la création d'un circuit résonnant à l'aide d'un condensateur déjà existant dans le circuit électrique (Figure I.8).

Le point de fonctionnement doit coïncider avec la pente ascendante de la courbe de résonance du courant afin de pouvoir l'attirer. L'allure de la force en Figure I.7 est celle de la force sans circuit résonant. La force réelle exercée sur l'objet est proportionnelle au carré du courant F=h(i2), [14].

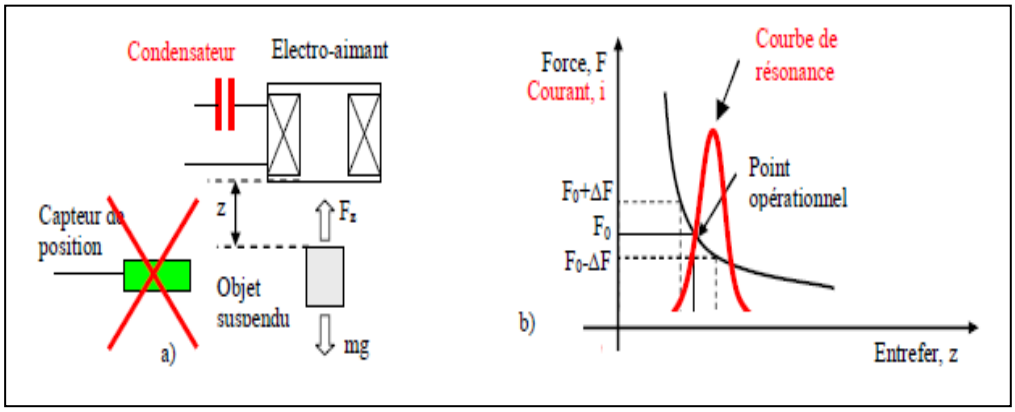


Figure I.8 Principe de la suspension électromagnétique à circuit résonant

a) Configuration physique, b) Caractéristique (Force- distance)

Cette technique été appliquée de façon sérieuse à partir de 1960, à l'université de Virginie et aussi par le groupe industriel General Electric, le circuit LC est appliqué aussi aux paliers magnétiques tournants qui sont, en effet, très proche des paliers magnétiques actifs (PMA) dans le sens où ils s'appuient également sur des bobines avec des courants qui varient selon la position du rotor et qui exigent également des câblages externes et des alimentations. Par contre, le plus grand avantage par rapport à la plupart des PMA, c'est que les paliers à circuit "LC" sont simples et n'ont pas de capteurs de position, mais les inconvénients résident surtout dans la faiblesse du rendement, dans la capacité de charge et dans la rigidité. En outre les PMA peuvent aussi être conçus de manière à fonctionner sans capteur de position explicite. Enfin, Pour toutes ces raisons, les paliers à circuit "LC" ne peuvent pas rivaliser avec les PMA.

I.4.5. Lévitation supraconductrice

Une autre approche pour réaliser une lévitation stable sans contact consiste à utiliser des corps magnétiques avec lesquels le théorème d'Earnshaw peut être facilement contourné.
Il s'agit des matériaux supraconducteurs. La lévitation supraconductrice se réalise sous deux formes différentes.

La première utilise un effet spécifique aux supraconducteurs: l'effet Meissner, tandis que la seconde concerne la création des forces répulsives entre les aimants supraconducteurs et des courants induits par mouvement dans des plaques conductrices. Ce deuxième principe est le plus utilisé, notamment dans le domaine de transport.

I.4.6. Lévitation électrodynamique à champ alternatif

La Lévitation électrodynamique est applicable aux matériaux conducteurs, comme l'aluminium et le cuivre. Selon le principe de Lenz, tout conducteur soumis à un champ alternatif (un champ magnétique alternatif généré par un courant alternatif, ou par le mouvement d'un aimant permanent) est parcouru par des courants produisant un champ induit tendant à s'opposer à la cause qui lui à donné naissance. Des interactions naissent alors entre la partie induite et la partie inductrice (la création des forces répulsives).

Ce type de lévitation est mieux adapté aux supraconducteurs qui sont capables de fournir des champs intenses par rapport aux conducteurs normaux (cuivre, aluminium,…etc). Les procédés de refroidissement et le coût des supraconducteurs eux-mêmes, nous conduisent souvent à chercher des solutions alternatives. Or pour avoir des courants induits dans des objets conducteurs, il suffit de les placer à proximité des bobines alimentées par des sources de tension ou de courant variables.
L'inconvénient majeur de cette méthode vient de la puissance importante qu'il est nécessaire de fournir à la bobine. Cette puissance engendre un échauffement important de la partie suspendue et de l'inducteur [5,15].

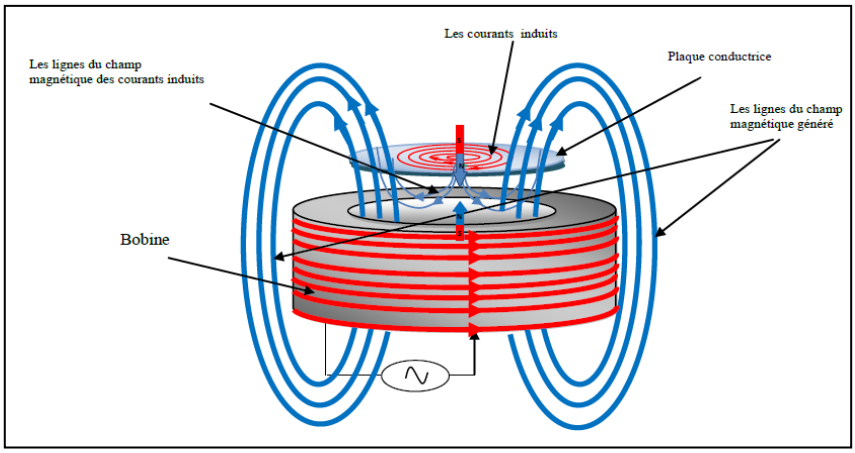


Figure I.9. Lévitation électrodynamique a courant alternatif

I.4.7. Lévitation magnétique active ou lévitation électromagnétique

I.4.7.1 Système expérimental de lévitation électromagnétique

Il tes constitué de deux bobines (bob1 et bob2) et une plaque en Aluminium (Alu) alignés coaxialement (Figure I.10). La plaque en aluminium est mise en lévitation au-dessus des deux bobines. Le nombre de spires de la bobine intérieure est de 960 et 576 spires pour la bobine extérieure. Les deux bobines sont connectées en série. La masse de la plaque Aluminium est de 0,107 kg et se déplace vers le haut dans l'air. Le problème consiste à prédire le mouvement de la plaque Aluminium. Pour t <0, la plaque repose sur les bobines. Après alimentation des bobines (t>0) une force répulsive est exercée sur la plaque lévitant celle-ci. Dans les résultats expérimentaux, après un court régime transitoire, la plaque atteint une hauteur fixe de lévitation d=11,3mm.

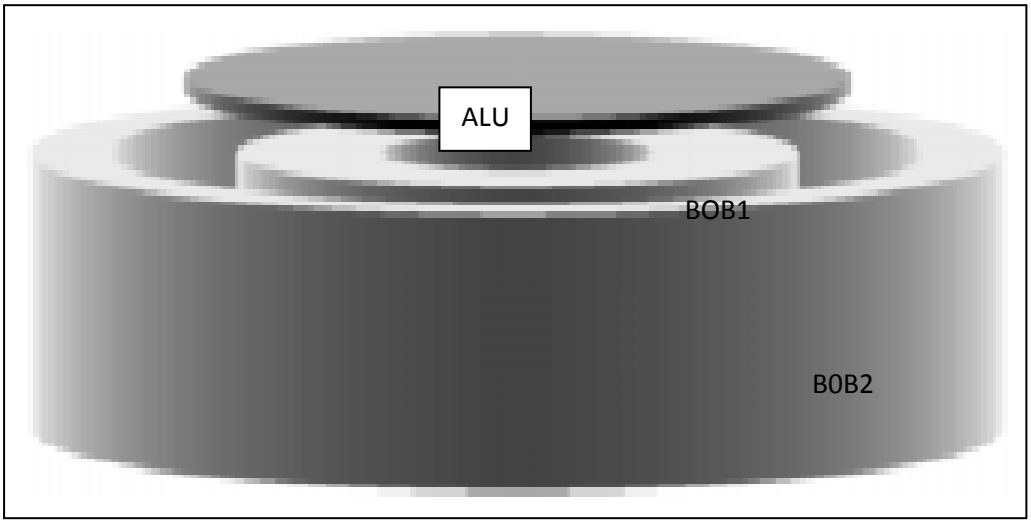


Figure.I.10. Système expérimental de lévitation

- La force de lévitation: Lorsque nous plaçons un aimant permanent sur un supraconducteur refroidi en dessous de sa température critique, le champ magnétique généré par l'aimant ne peut pas pénétrer dans l'échantillon; l'aimant est donc repoussé de la surface de l'échantillon et se met à léviter au dessus du supraconducteur, en équilibre sous l'action de la force magnétique et de la force de gravitation. L´aimant qui lévite reste en équilibre stable au-dessus du supraconducteur. Cet équilibre est une manifestation du piégeage des vortex, ou "flux pinning". Certaines lignes de champ de l'aimant ont pénétré le supraconducteur et le « retiennent » de façon stable au-dessus de l'aimant.[5]

Si nous refroidissons l'échantillon supraconducteur sans la présence de l'aimant et que ce dernier est ensuite approché, une force de répulsion apparaît et augmente lorsque la distance entre les deux diminue. Cette force appelée « force de lévitation » se développe suite à l'apparition de courants d'écrantage qui s'opposent à la pénétration du flux magnétique .

Pour des champs magnétiques supérieurs au champ critique, le flux pénètre le supraconducteur sous forme de vortex. Lorsque la force de lévitation est suffisante pour compenser le poids de l'aimant, celui-ci flotte (Figure I. 8).[16]

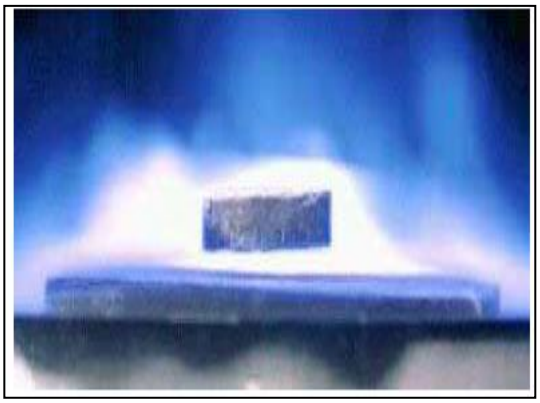


Figure I.11. Lévitation d'un aimant au-dessus d'un disque supraconducteur.

Earnshaw a montré qu'il est impossible d'obtenir la lévitation stable d'un corps uniquement avec des aimants. En revanche, il existe de nombreuses solutions pour contourner ce problème. Une solution élégante consiste à utiliser un matériau diamagnétique, qui contrairement au ferromagnétique, repousse les lignes de champ.

La lévitation d'un aimant au dessus d'un supraconducteur a un caractère stable. Quand l'aimant est déplacé de sa position de stabilité, il provoque une variation de flux ce qui induit le déplacement des vortex. Or ces derniers sont piégés, ils ne peuvent donc pas se mettre en mouvement aisément. Cela induit une force d'attraction qui tend à ramener l'aimant dans sa position d'équilibre. [16]

I.5.Les applications de lévitation électromagnétique

Une des applications les plus remarquables est celle du train à lévitation magnétique à l'aide d'aimants supraconducteurs (Maglev). Le fonctionnement de ces trains repose sur la répulsion entre deux pôles identiques combinée à l'attraction magnétique qui s'exerce entre deux pôles différents. Il existe déjà plusieurs lignes d'essai et des prototypes en Allemagne, au Japon, aux Etats-Unis et très récemment en Chine, ainsi que le modèle brésilien en cours de construction. Les roues du véhicule sont remplacées par des massifs supraconducteurs embarqués et les rails par des aimants permanents, ainsi le train, les principales applications sont les suivantes:

I.5.1.Train à lévitation électromagnétique

Dans les années 1960 débutent les études des trains, appelés *Maglev* (*MAGnetic LEVitation train*)fig(I.12)

Ils : * flottent grâce à la présence d'un champ magnétique.

* sont propulsés par la force de champs magnétiques.

* sont ultrarapides (vitesses → 550 km/h).

* en utilisant une quantité d'énergie minime.

* sont plus écologiques.

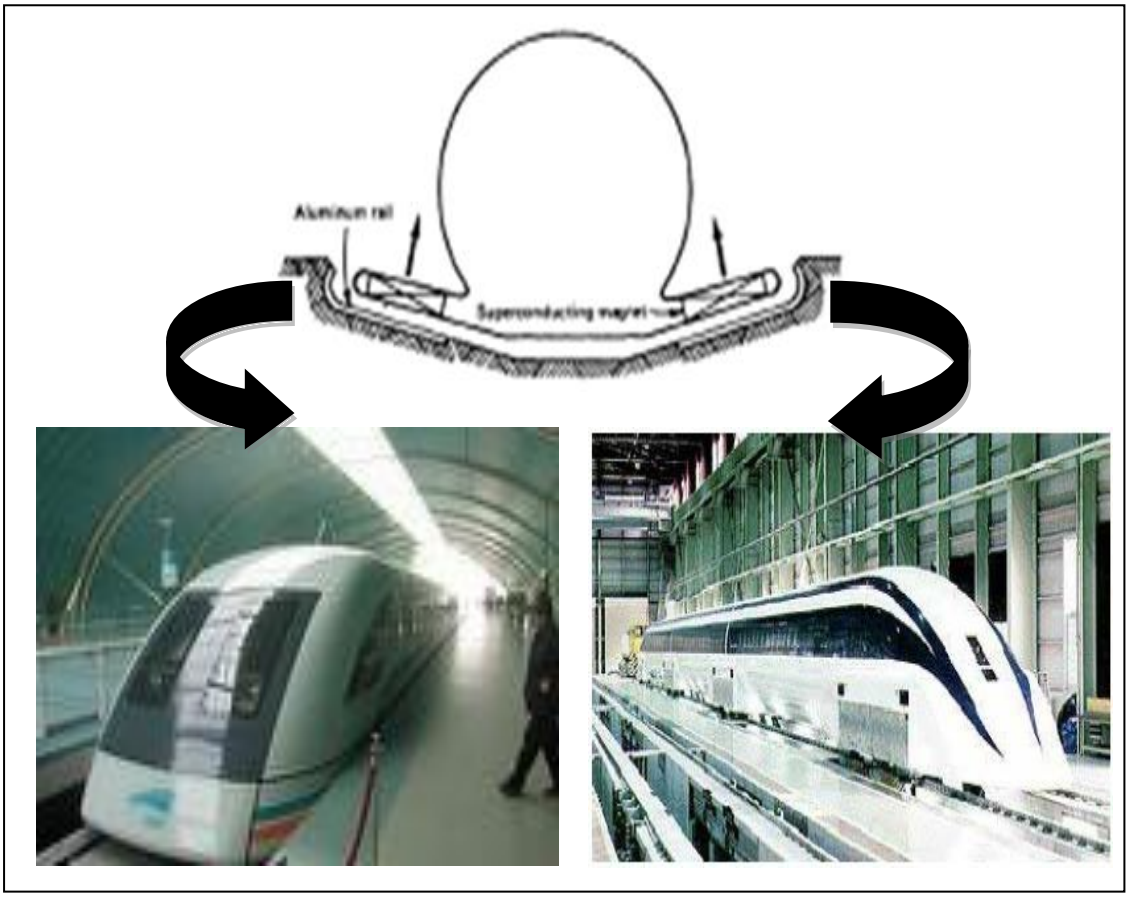
Mais :

* leur coût de construction est très élevé.

*ce moyen de transport encore en cours de développement est un engin très rapide qui néglige toute force de friction.

Les Chinois sont les premiers à inaugurer, en janvier 2003, un train à grande vitesse commercial qu'on appelle *Maglev* ou *Transrapid*. Ce train, fabriqué par une compagnie allemande, relie le centre-ville de Shanghai à l'aéroport. [17]

Il effectue ce trajet d'environ 30 kilomètres en sept minutes seulement.

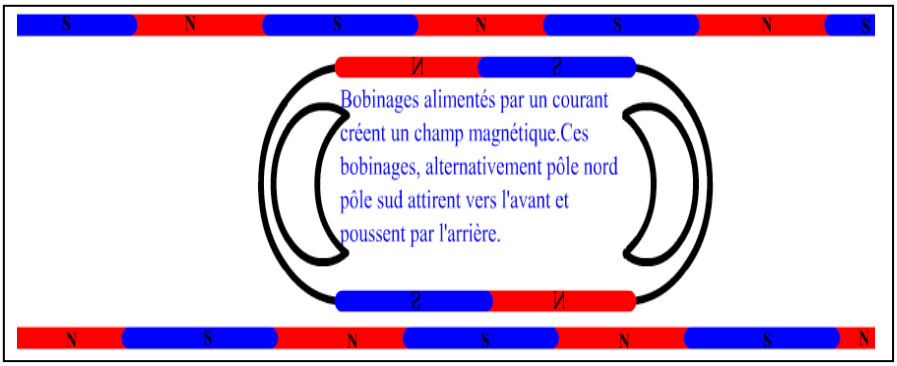


FigureI.12. Train à lévitation électrodynamique **(MAGLEV)**

❖ **Principe de fonctionnement:**

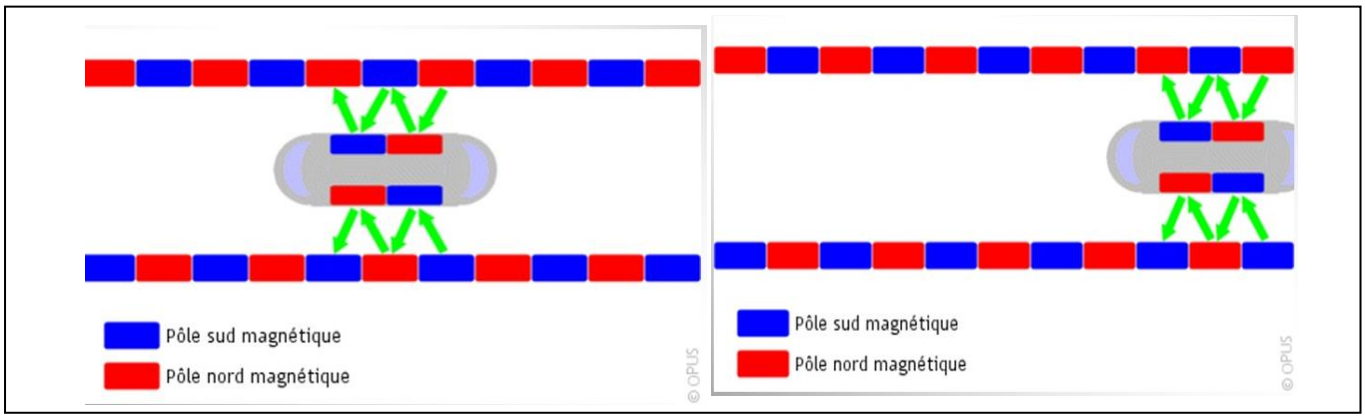
deux pôles magnétiques semblables se repoussent tandis que deux pôles magnétiques contraires s'attirent. Sur la base du train, des électroaimants sont installés pour lui permettre de flotter au-dessus des rails métalliques à une distance d'environ 1 cm.

Ainsi, le train peut flotter, même s'il n'est pas en mouvement. Pour avancer, des électroaimants sont placés de manière à ce qu'on retrouve sur le côté du train une succession de pôles magnétiques alternés (NSNS…) (figI.13.). Les électroaimants sur les rails sont placés de la même manière. Les pôles Nord du train sont alors attirés par les pôles Sud et repoussés par les pôles Nord des rails. Si on inverse le sens du courant qui parcourt les électroaimants des rails, on inverse aussi la polarisation de tous les électroaimants. Les électroaimants à bord du train sont alors attirés vers des électroaimants des rails qui se trouvent un peu plus loin, et le train se déplace. On peut donc propulser le train en faisant parcourir un courant alternatif dans les électroaimants des rails.



FigureI.13.principe de MAGLEV

Pour avancer, des électroaimants sont placés de manière à ce qu'on retrouve sur le côté du train une succession de pôles magnétiques alternés (NSNS…). Les électroaimants sur les rails sont placés de la même manière comme le montre la Figure I.14. Les pôles Nord du train sont alors attirés par les pôles Sud et repoussés par les pôles Nord des rails. Si nous inversons le sens du courant qui parcourt les électroaimants des rails, nous inversons aussi la polarisation de tous les électroaimants. Les électroaimants à bord du train sont alors attirés par les électroaimants constituant les rails et vice versa, le train se déplace ainsi par translation. Nous pouvons donc propulser le train en faisant parcourir un courant alternatif dans les électroaimants des rails.[17]



FigureI.14. Principe du fonctionnement du train à partir des électroaimants.

I.5.1.1. Avantages:

Par rapport aux chemins de fer traditionnels, les trains à susetentation magnétique présentent de nombreux avantages :

- Vitesses plus élevées ;
- Meilleurs accélération ;
- Franchissment de pente plus fortes ;
- Risque presque de déraillement dans construction tell que le transrapide ;
- A vitesse égale , ils produisant moins de bruit (mais à la surprise générale ,une étude néerladaide de l' instut de recherche néerlandais TNO sur le Maglev révéle que le train magnétique n' est pas aussi silencieux que promis) ;
- Meilleur rendement énergétique (consommations proportionnellement plus faibles)

I.5.1.2. Inconvénients:

- Prix de construction des voies très important ;
- En effet le maglev lévite grâce à des aimants contenus sur les wagons et à des bobines conductrices dans les rails. Ces aimants sont fait de niobium et de titane et sont refroidis à -269°C (4,5 K) par de l'hélium liquide pour pouvoir conserver leurs supraconductivité ;
- Incompatibilité avec les réseaux traditionnels ;
- Peu adapté au fret lourd.

I.4.2.Médecine :

La très forte intensité des champs magnétiques nécessaire aux techniques telles que l'IRM (Imagerie par Résonance Magnétique (Figure 15)) ou la RMN (Résonance Magnétique Nucléaire) est produite par des bobines supraconductrices qui sont aussi plus petites que les bobines classiques. L'IRM, application industrielle des aimants supraconducteurs, est utilisée pour améliorer le diagnostic médical, mais aussi dans les recherches biologiques pour des études non intrusives du métabolisme. Elle n'utilise en effet aucun produit d'injection. Les propriétés magnétiques intéressantes sont également utilisées en imagerie neuronale. L'acquisition des variations de champ magnétique engendrées par l'activité des neurones pose des problèmes importants compte tenu de la faiblesse des champs mesurés. Ce champ magnétique est globalement un milliard de fois plus faible que le bruit magnétique généré par le champ magnétique terrestre et le bruit urbain. L'apparition d'un nouveau type de détecteur, construit autour d'un SQUID (Superconducting Quantum Interference Device) a permis la mise au point de capteurs plus efficaces. Depuis, ce système supraconducteur permet la mesure de variations extrêmement faibles de courant circulant dans la boucle. [16]

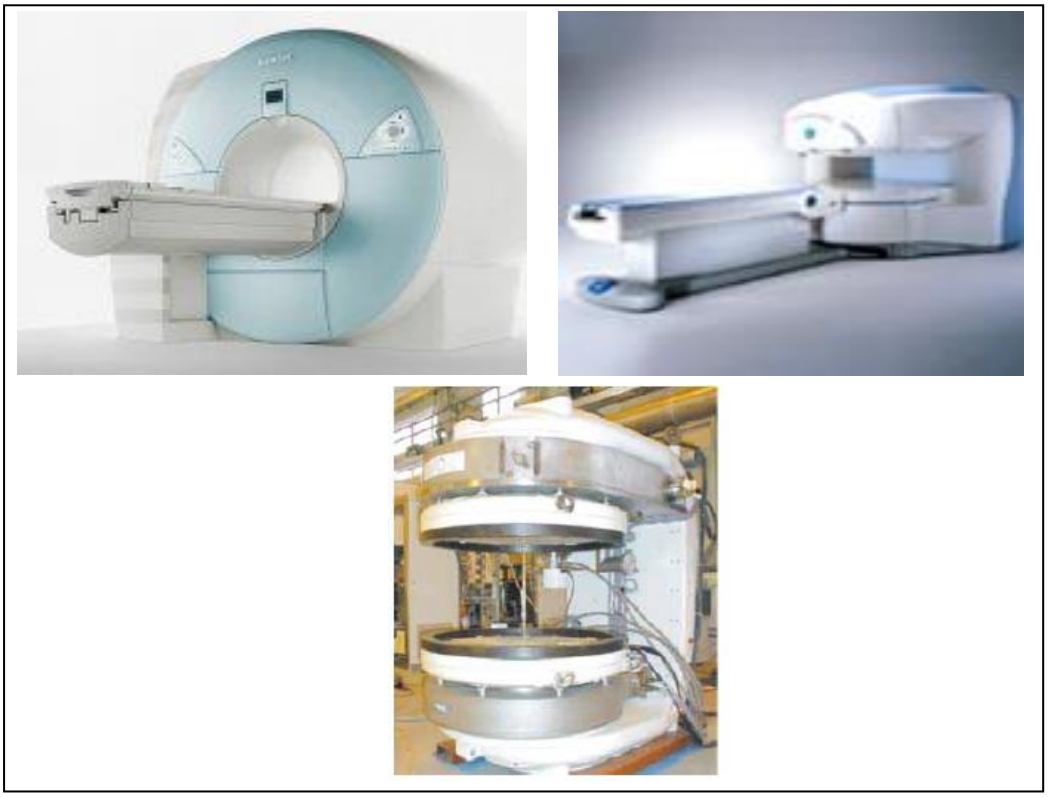


Figure I.15. Prototype d'un IRM ouvert utilisant les matériaux supraconducteur à haute température critique

I.6.Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un état de l'art sur les différents types de lévitation ou de suspension magnétique, présentant quelques réalisations, les avantages et les inconvénients vis-à-vis de la stabilité, du coût….etc.

Chapitre II:

Equations Relatives Aux Champs Electromagnétiques

II.1.Introduction

Il y a plus d'un siècle, James Clerc Maxwell (1831-1879)a développé une théorie regroupant toutes les lois qui gouvernent les phénomène électrique et magnétique.

Dans le présent chapitre introductif nous donnant un rappel sur les formulations et les notions utilisées dans la modélisation des phénomènes électromagnétiques en particulier les systèmes de lévitation électromagnétique. Ainsi l'influence de champ électrique ou magnétique ou leur combinaison détermine le fonctionnement des machines tournantes, les transformateurs et l'appareillage de coupure en haute ou en basse tension. La connaissance du champ permet dans tous les dispositifs électromagnétiques d'avoir accès au calcul de ses performances globales et au détail des conditions de fonctionnement, soit en régime permanant ou en régime transitoire.

II.2. Diveres opérateurs

II.2.1. En coordonées cartisiennes

II.2.1.1. Gradient d'un scalaire:

Soit :

$$\vec{r} = x\,\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} + z\,\vec{k} \tag{II.1}$$

le vecteur position du point où la grandeur scalaire U est mesurée à l'instant t. Le gradient est un opérateur qui associe au champ scalaire U, le champ vectoriel de coordonnés $(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z})$. En introduisant l' opérateur vectoriel symbolique appelé NABLA **:**

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \tag{II.2}$$

Définissons le grdient de la fonction scalaire U par :

$$\overrightarrow{gradU} = \vec{\nabla}\mathrm{U} = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}}\vec{\mathrm{i}} + \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{y}}\vec{J} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k} \tag{II.3}$$

Ou sous la forme :

$$\overrightarrow{grad}U = \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} & \vec{\imath} \\ \frac{\partial U}{\partial y} & \vec{\jmath} \\ \frac{\partial U}{\partial z} & \vec{k} \end{cases} \quad \text{(II.4)}$$

II.2.1.2. Divergence d'un vecteur

Soit :

$$\vec{a} = a_x\vec{\imath} + a_y\vec{\jmath} + a_z\vec{k} \quad \text{(II.5)}$$

un champ vectoriel, la divergence de ce champ est un scalaire :[1,18]

$$div\ \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \quad \text{(II.6)}$$

II.2.1.3. Rotationnel d'un vecteur

L'opérateur notationnel d'un champ vectoriel, noté par 'rot', est un champ vectoriel donné par la relation suivante :

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{a} = \vec{\nabla} \Lambda \vec{a} = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\vec{\imath} + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\vec{\jmath} + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial x}\right)\vec{k} \quad \text{(II.7)}$$

Le rotationnel peut etre ecrit sous la forme :

$$\overrightarrow{rot}\vec{a} = \begin{cases} \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} & \vec{\imath} \\ \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} & \vec{\jmath} \\ \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} & \vec{k} \end{cases} \quad \text{(II.8)}$$

II.2.2. En coordonées cylindriques

II.2.2.1. Gradient d'un scalaire

Le gradient d'une fonction scalaire f(r,φ z) s'exprime ainsi par :

$$\overrightarrow{grad}\mathrm{f} = \vec{\nabla}\mathrm{f} = \frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \mathrm{r}}\overrightarrow{\mathrm{U_r}} + \frac{1}{\mathrm{r}}\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \varphi}\overrightarrow{\mathrm{U_\varphi}} + \frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \mathrm{z}}\overrightarrow{\mathrm{U_z}} \quad \text{(II.9)}$$

L'opérateur 'grad' peut être écrit sous la forme :

$$\overrightarrow{grad}f = \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial r} & \overrightarrow{U_r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi} & \overrightarrow{U_\varphi} \\ \frac{\partial f}{\partial z} & \overrightarrow{U_z} \end{cases} \overrightarrow{gradt}f = \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial r} & \overrightarrow{U_r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi} & \overrightarrow{U_\varphi} \\ \frac{\partial f}{\partial z} & \overrightarrow{U_z} \end{cases} \quad \text{(II.10)}$$

II.2.2.2. Divergence d'un vecteur

La divergence d'un champ vectoriel A (r,φ , z) s'exprime ainsi :

$$div\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial rA_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad \text{(II.11)}$$

II.2.2.3. Rotationnel d'un vecteur

Le rotationnel d'un champ vectoriel A(r,φ z) s'exprime par la forme :

$$\overrightarrow{rot}\vec{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\vec{U}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\vec{U}_\varphi + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial rA_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right)\vec{U}_z \quad \text{(II.12)}$$

Ou sous la forme suivante :

$$\overrightarrow{rot}\vec{A} = \begin{cases} \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) & \overrightarrow{U_r} \\ \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) & \overrightarrow{U_\varphi} \\ \frac{1}{r}\left(\frac{\partial rA_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right) & \overrightarrow{U_z} \end{cases} \quad \text{(II.13)}$$

II.3. Modèles mathématiques des problèmes électromagnétismes

II.3.1. Lois fondamentales

II.3.1.1. Loi de Faraday

La variation du flux magnétique passant à travers une surface quelconque S limitée par un contour est égale à la force électromotrice induite :

$$e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \text{(II.14)}$$

Cette force électromotrice (e) induite dans un circuit conducteur (C) placé dans un champ électrique ($\vec{E}$) est donné par l'intégrale curviligne suivant:[18]

$$e = \oint_c \vec{E}\, d\vec{l} \tag{II.15}$$

$d\vec{l}$: Élément de contour C.

D'après le théorème de Stockes on a :

$$e = \oint_c \vec{E}\, d\vec{l} = \int \overrightarrow{rot}\, \vec{E}.d\vec{s} \tag{II.16}$$

Le flux magnétique à travers une surface S est donnée par :

$$\phi = \int_S \vec{B}\, d\vec{S} \tag{II.17}$$

Le développement de l'équation II.16 conduit à :

$$e = \oint_C \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}\,.d\vec{s} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} \tag{II.18}$$

Alors :

$$e = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} \tag{II.19}$$

A partir des équations (II.16) et (II.19) nous avons :

$$-\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} = \int_s \overrightarrow{rot}\, \vec{E} d\vec{s} \tag{II.20}$$

Finalement on abouti à :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{II.21}$$

Cette équation représente la deuxième équation du système de Maxwell.

II.3.1.2. Loi d'Ampère

L'intégrale curviligne de $\vec{H}$ sur le long d'un contour fermé C est égale au courant I encerclé par ce contour :

$$I = \oint_s \vec{j}\, d\vec{s} \tag{II.22}$$

Alors :

$$\oint^{c} \vec{H} d\vec{l} = \int^{s} \vec{j} d\vec{s} \tag{II.23}$$

D'après la loi de stockes :

$$\oint^{c} \vec{E} d\vec{l} = \int^{s} \overrightarrow{rot}\vec{H} d\vec{s} \tag{II.24}$$

Soit :

$$\int_s \overrightarrow{rot}\vec{H}d\vec{s} = \int_s \vec{j}d\vec{s}$$

(II.25)

Enfin on obtient l'équation :

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{j_t} \quad \text{(II.26)}$$

Cette équation représente la première équation du système de Maxwell.

II.3.1.3. Théorème de la divergence de l'induction magnétique B

Le flux magnétique à travers une surface quelconque fermée (S) est toujours nul :

$$\oint_s \vec{B}.d\vec{s} = \vec{0} \quad \text{(II.27)}$$

D'après le théorème d'Ostrogradski-Green :

$$\oint_S \vec{B}d.\vec{S} = \oint_v divB = 0 \quad \text{(II.28)}$$

D'où :

$$div\vec{B} = 0 \quad \text{(II.29)}$$

II.4. Equations de MAXWELL

Les équations générales qui décrivent les problèmes électromagnétiques sont celles de MAXWELL. Elles constituent un système d'équations aux dérivées partielles qui lient les phénomènes magnétiques, caractérisés par le champ magnétique $\vec{H}$ et l'induction magnétique$\vec{B}$, aux phénomènes électriques caractérisés par le champ électrique $\vec{E}$ et l'induction électrique$\vec{D}$. Ces équations sont :[17]

$\overrightarrow{rot}\,H = \vec{J_t} = \vec{J_c} + \vec{J_D}$ (Loi d'Ampère) (II.30)

$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (Loi de Faraday) (II.31)

(II.32)

$div\,\vec{B} = 0$ (Théorème de convergence) (II.33)

$divD = \rho$ (Théorème de Gauss)

A ces quartes équations on ajoute les équations qui décrient le comportement du milieu :

$$\overrightarrow{J_c} = \overrightarrow{J_s} + \sigma\vec{E} + \sigma(\vec{V}\Lambda\vec{B}) \quad \text{(II.34)}$$

$$\overrightarrow{J_D} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{(II.35)}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad \text{(II.36)}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad \text{(II.37)}$$

Avec :

$\overrightarrow{J_c}$: La densité du courant de conduction [A/m^2].

$\vec{V}$: Vecteur vitesse des pièces conductrices susceptible de se déplacer [m/s]

σ : Conductivité électrique [s/m]

$\vec{J_s}$: La densité du courant de source [A/m^2].

$\sigma.\vec{E}$: Densité des courants induits du champ électrique E [A/m^2]

$\sigma(\vec{V}\Lambda\vec{B})$: Densité des courants induits par mouvement [A/m^2]

$\vec{E}$: Champ électrique [V/m].

$\vec{B}$: Induction magnétique [T].

$\vec{D}$: Induction électrique [A.s/m^2].

$\vec{J_t}$: Densité du courant électrique totale [A/m^2].

ρ : La densité charge électrique [Coulomb/m^2].

$\vec{J_D}$: La densité du courant de déplacement négligeable a basse fréquence [A/m^2].

ε : La permittivité électrique.

μ : La perméabilité magnétique.

σ : La conductivité électrique.

II.5. Modèles électromagnétiques

Les équations de MAXWELL se découplent donnant des modèles plus simples, tels que :

- Modèle électrostatique,
- Modèle électrocinétique,
- Modèle magnétostatique,
- Modèle magnétodynamique.[18]

II.5.1. Modèle électrostatique

Dans ce modèle la répartition des charges électriques ne dépend pas de temps (régime stationnaire : cas de courant continu) de ce faite le champ magnétique crée ne varie pas dans le temps :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \tag{II.38}$$

Les équations de ce modèle se simplifient comme suit :

$$div\vec{D} = \rho \tag{II.39}$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{0} \tag{II.40}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \tag{II.41}$$

La relation (II.40) permet de définir une fonction potentiel scalaire V, telle que :

$$\vec{E} = \overrightarrow{grad}\, V \tag{II.42}$$

Le modèle se ramène alors à l'équation :

$$div(\varepsilon\, \overrightarrow{grad} V) + \rho = 0 \tag{II.43}$$

II.5.2. Modèle électrocinétique

Ce modèle concerne les problèmes d'étude de la répartition des courant dans les conducteurs hétérogènes (connexions, jeu de barres , contacts….) soumis a des tensions continues dont le terme $\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$ reste nul.

Ce modèle régit par les équations suivantes :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{0} \quad \text{(II.44)}$$

$$div\vec{J} = 0 \quad \text{(II.45)}$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \quad \text{(II.46)}$$

L'équation (II.44) implique que le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire V :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \quad \text{(II.47)}$$

Et en tenant compte de l'équation (II.46) on trouve :

$$\vec{J} = -\sigma\overrightarrow{grad}\, V \quad \text{(II.48)}$$

Remplaçant cette dernière équation dans (II.45), on abouti alors a l'équation finale qui représente ce modèle :

$$div\left(\sigma\overrightarrow{grad}V\right) = 0 \quad \text{(II.49)}$$

II.5.3. Modèle magnétostatique

II.5.3.1. Modèle magnétostatique scalaire

Dans ce modèle on admet que les courants électriques sont négligeables dans la pièce à étudier et que le champ magnétique ne dépend pas de temps :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad \text{(II.50)}$$

On abouti aux relations suivantes :

$$div\vec{B} = 0 \quad \text{(II.51)}$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{0} \quad \text{(II.52)}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \overrightarrow{B_r} \quad \text{(II.53)}$$

$\overrightarrow{B_r}$ est l'induction magnétique rémanente pour les aimants.

Dans ce cas le champ dérive d'un potentiel magnétique scalaire ($\emptyset$) :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{grad}\emptyset \quad \text{(II.54)}$$

Les équations de ce modèle sont regroupées pour former l'équation globale suivante :[5]

$$div\left(\mu\overrightarrow{grad}\emptyset\right) = div\overrightarrow{B_r} \quad \text{(II.55)}$$

II.5.3.2. Modèle magnétostatique vectoriel

Comme le modèle précédent on suppose que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps le terme $\frac{\partial B}{\partial t}$ reste toujours nul et les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ sont découplés. Ce modèle peut être décrit par le système d'équations :

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad \text{(II.56)}$$

$$div\vec{B} = 0 \quad \text{(II.57)}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r \quad \text{(II.58)}$$

La relation $div\vec{B} = 0$ permet de définir une fonction vectorielle $\vec{A}$ appelée potentiel vecteur magnétique :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A} \quad \text{(II.59)}$$

Pour que cette fonction soit totalement définie, il faut également fixer sa divergence, on ajoute alors la condition :

$$div\vec{A} = 0 \quad \text{(II.60)}$$

Cette condition est appelée Jauge Coulomb.

D'où l'équation finale est :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\vec{A}\right) = \vec{J} + \overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\vec{B}_r\right) \quad \text{(II.61)}$$

II.6 Modèle magnétodynamique

Contrairement aux modèles précédents, le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ n'est pas nul. Par conséquent les phénomènes magnétiques et électriques sont couplés, c'est à dire que la variation de champ magnétique dans le temps induit des courant de Foucault et des forces électromotrices ce qui est le cas de tous les dispositifs dans les tensions électriques sont variables dans le temps. La connaissance du potentiel $\vec{A}$ implique la connaissance de toutes les grandeurs physiques. Soit :[8]

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A} \tag{II.62}$$

D'où :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{II.63}$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{j} \tag{II.64}$$

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A} \tag{II.65}$$

A ces équations on ajoute :

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \tag{II.66}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \tag{II.67}$$

C'est à partir de ces équations de ce modèle que nous pouvons déterminer l'évolution des phénomènes électromagnétique dans un dispositif ou l'ensemble des champs présents sont en fonction explicite de l'espace et du temps. L'utilisation de ce modèle est très répondue dans l'étude des machines électriques, des dispositifs du chauffage par induction, des transformateurs ….etc.[8]

II.7 Formulation du modèle magnétodynamique

On se basant sur l'équation (II.31) du système de Maxwell et en tenant compte de :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A} \tag{II.68}$$

Alors, on peut formuler l'équation qui décrit l'évolution spatiale et temporelle des phénomènes électromagnétiques :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{rot}\vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{rot}\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \quad \text{(II.69)}$$

D'où :

$$\Rightarrow \overrightarrow{rot}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad \text{(II.70)}$$

Ceci implique que le terme $\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ drive donc d'un potentiel scalaire électrique U, tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad}U \Rightarrow \vec{E} = -\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}U\right) \quad \text{(II.71)}$$

D'où :

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}U\right) \quad \text{(II.72)}$$

A partir de l'équation (II.31) et de l'équation (II.37) nous avons :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\vec{B}\right) = \vec{J} \quad \text{(II.73)}$$

A partir des équations (II.30) et (II.34) nous avons :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) = \overrightarrow{J_s} + \sigma\vec{E} + \sigma\left(\vec{\vartheta} \wedge \overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) \quad \text{(II.74)}$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) = \overrightarrow{J_s} - \sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}\,U\right) + \sigma\left(\vec{\vartheta} \wedge \overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) \quad \text{(II.75)}$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) + \sigma\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma\overrightarrow{grad}\,U - \sigma\left(\vec{\vartheta} \wedge \overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) = \overrightarrow{J_s} \quad \text{(II.76)}$$

Le potentiel vecteur $\vec{A}$ ne peut pas être défini par la seule condition $\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A}$ on doit fixer sa divergence pour assurer l'unicité de la solution. On ajoute alors la condition $div\vec{A} = 0$ appelée Jauge de Coulomb. Soit :

$$\begin{cases} \overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) + \sigma\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma\overrightarrow{grad}\,U - \sigma\left(\vec{\vartheta} \wedge \overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right) = \overrightarrow{J_s} \\ div\,\vec{A} = 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right)+\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}+\sigma\overrightarrow{grad}\;U-\sigma\left(\vec{\vartheta}\wedge\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right)=\overrightarrow{J_s} \qquad \text{(II.77)}$$

Les termes $-\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$ et $\sigma(\vec{\vartheta}\wedge\overrightarrow{rot}\vec{A})$ représentent les densités des courants induits et traduisent le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques. Dans le cas ou la pièce est immobile par rapport a l'inducteur et en négligeant le terme gradU, l'équation (II.19) devient

$$\begin{cases}\overrightarrow{rot}\left(v\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right)+\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}=\vec{J}_s\\ div\vec{A}=0\end{cases} \qquad \text{(II.78)}$$

II.8. Modèle magnétodynamique en 2D axisymétrique

Lorsque le courant est orienté suivant la direction φ $(o\varphi)$, il s'agit de la composante (A_φ) du vecteur $\vec{A}$. Dans une telle configuration les courants sont perpendiculairement au plan d'étude (r, z) les différentes grandeurs vectorielles s'écrivent alors de la manière suivante :[18][19][20][21]

$$\overrightarrow{J_s}:\begin{cases}0 & \overrightarrow{er}\\ J_\varphi & \overrightarrow{e\varphi}\\ 0 & \overrightarrow{ez}\end{cases}\quad \vec{E}:\begin{cases}0 & \overrightarrow{er}\\ E_\varphi & \overrightarrow{e\varphi}\\ 0 & \overrightarrow{ez}\end{cases}\quad \vec{A}:\begin{cases}0 & \overrightarrow{er}\\ A_\varphi & \overrightarrow{e\varphi}\\ 0 & \overrightarrow{ez}\end{cases}\quad \vec{B}:\begin{cases}B_r & \overrightarrow{er}\\ 0 & \overrightarrow{e\varphi}\\ B_z & \overrightarrow{ez}\end{cases}\quad H:\begin{cases}H_r & \overrightarrow{er}\\ 0 & \overrightarrow{e\varphi}\\ H_z & \overrightarrow{ez}\end{cases} \qquad \text{(II.79)}$$

Comme le vecteur $\vec{A}$ est confondu avec son composant A_φ sa divergence est donc naturellement nulle (Jauge de coulomb) $div\vec{A}=0$. Sachant qu'en coordonnées cylindriques axisymétriques nous avons :

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A}=\frac{1}{r}\begin{vmatrix}e_r & e_\varphi & e_z\\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial\varphi} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_r & A_\varphi & A_z\end{vmatrix} \qquad \text{(II.80)}$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{A}=\frac{1}{r}\left[-\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial z}\right]\vec{e}_r+\left(\frac{1}{r}.0\right)\vec{e}_\varphi+\frac{1}{r}\left[-\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\overrightarrow{e_z} \qquad \text{(II.81)}$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{A}=\frac{1}{r}\left[-\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial z}\right]\vec{e}_r+\frac{1}{r}\left[-\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\overrightarrow{e_z} \qquad \text{(II.82)}$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{A}\right)=\left[-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial\left(rA_\varphi\right)}{\partial r}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(v\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\right]\overrightarrow{e_\varphi} \qquad \text{(II.83)}$$

Remplaçant la grandeur rA_φ par A^*, l'équation électromagnétique (II.78) en coordonnées cylindriques devient :

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu}{r}\frac{\partial A^*}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\nu}{r}\frac{\partial A^*}{\partial r}\right)-\frac{\sigma}{r}\frac{\partial A^*}{\partial t}=-J_s \qquad \text{(II.84)}$$

C'est une équation aux dérivées partielles (EDP) qui décrive le comportement électromagnétique d'un dispositif 2D axisymétrique.

II.9. Force de Laplace

Une portion de circuit parcourue par un courant et placée dans un champ magnétique est soumise à une force appelée force électromagnétique ou force de Laplace. Le sens de la force électromagnétique dépend du sens du courant électrique dans le conducteur ainsi que du sens du champ magnétique. On utilise pour cela une règle, il s'agit encore de la règle de la main droite mais sous une autre forme :

Prenez votre main droite, dirigez votre pouce dans le sens du courant, votre index dans le sens du champ magnétique, alors votre majeure tenue perpendiculairement aux autres doigts donne le sens de la force de Laplace.[5]

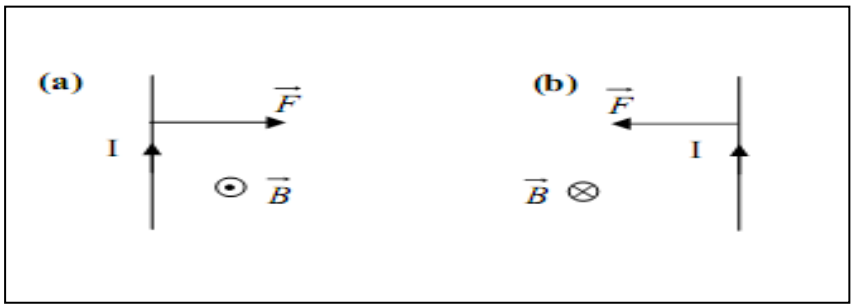


Figure II.1. Force de Laplace

Dans la **Figure II.1.a.** le champ magnétique est dirigé vers le lecteur, la force de Laplace est donc dirigée vers la droite. Dans la **Figure. II.1.b**. le champ magnétique est dirigé vers la feuille, la force de Laplace est donc dirigée vers la gauche.

La valeur de cette force dépend du produit de l'induction magnétique (B) et du courant électrique (I).

Egalement, elle dépend de la longueur du conducteur siège de cette force (l) et de l'angle qu'il fait avec l'induction, soit :

$$F = I.l.B.\sin(\alpha) \quad \text{(II.85)}$$

F : Force de Laplace [N]

I : courant électrique (A)

l : longueur du conducteur (m)

B : induction magnétique (T)

α : l'angle (I, B) (rad).[17]

II.10.Conclusion

Dans cette partie nous avons présenté les équations fondamentales nécessaire qui reliées aux champs électromagnétique, La résolution des équations électromagnétiques par la méthode des volumes finis 2D axisymétrique fera l'objet du prochain chapitre, j'ai de simplifié les choses la maximum pour mieux comprendre.

Chapitre III :
Méthode Des Volumes Finis 2D Axisymétrique

III.1.Introduction

Pour résoudre les équations aux dérivées partielle (EDP) ; différentes méthodes ont été développées. Elles sont analytiques, numériques ou mixtes (semi-analytique), tel que la méthode des différences finis (MDF), la méthode des éléments finis (MEF), la méthode des volumes finis (MVF). Ces méthodes ont été améliorées tjrs par l'avènement de l'informatique moderne. Ces méthodes aussi permettent de modéliser les géométries les plus complexes et de prendre en compte les phénomènes physiques.

A travers le troisième chapitre nous avons voir en première lieu les différentes méthodes numériques, en deuxième lieu nous présentons la méthode des volumes finis en 2D axisymétrique.

III.2. Les méthodes numériques

Les méthodes numériques les plus utilisées dans la résolution des phénomènes électromagnétiques sont :

III.2.1.Méthode des différences finies:

C'est une méthode basée sur le théorème de Taylor où l'on remplace l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences.

Le domaine d'étude est découpé au moyen d'une grille carrée dans le cas bidimensionnel et une grille cubique dans le cas tridimensionnel, l'équation à résoudre est écrite pour chaque point ou nœud de maillage, pour cela on aura un système d'équations possédant un nombre d'équations égal au nombre de nœuds.

La figure (III.1) représente un exemple de maillage pour le cas bidimensionnel.[1]

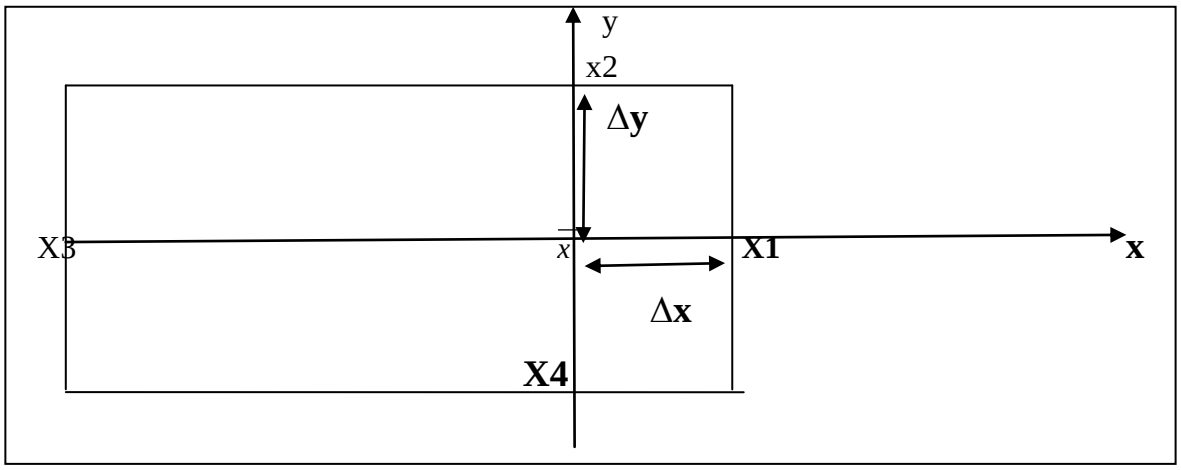


Figure III.1 Configuration géométrique en 2D.

Où $\bar{x}$ est le point d'évaluation et x1, x2, x3 et x4 étant les nœuds du maillage.

II.2.2.Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est plus générale car elle est mieux adaptée aux géométries complexes et aux matériaux non linéaires.

Dans cette méthode on cherche à exprimer une formulation intégrale basée sur l'une des deux approches suivantes :

• La méthode variationnelle, qui consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement, l'énergie du système étudié. Cette méthode n'est donc applicable que si on connaît une fonctionnelle équivalente au problème différentiel que l'on veut résoudre.

• La méthode des résidus pondérés ou méthode projective qui consiste à minimiser le résidu induit par l'approximation de la fonction inconnue.

La méthode des éléments finis consiste à subdiviser le domaine d'étude en domaines élémentaires appelés éléments finis, comme le montre la figure (III.2) et à exprimer l'inconnue sur chaque élément par les fonctions d'interpolation simples en fonction des valeurs de l'inconnue en chacun des sommets de cet élément. L'inconnue devra vérifier globalement les conditions de continuité à l'interface et au passage d'un milieu à un autre.

Pour des structures bidimensionnelles, les éléments de maillage sont souvent des triangles, tandis que dans les problèmes tridimensionnels, les éléments sont de forme tétraédrique ou prismatique. L'avantage de s'adapter aux géométries complexes et la prise en considération des non linéarités ont fait que la méthode des éléments finis soit très utilisée en électromagnétisme bien qu'elle soit quelque peu difficile à mettre en œuvre puisqu'elle requiert une grande capacité de mémoire et un temps de calcul important.[19]

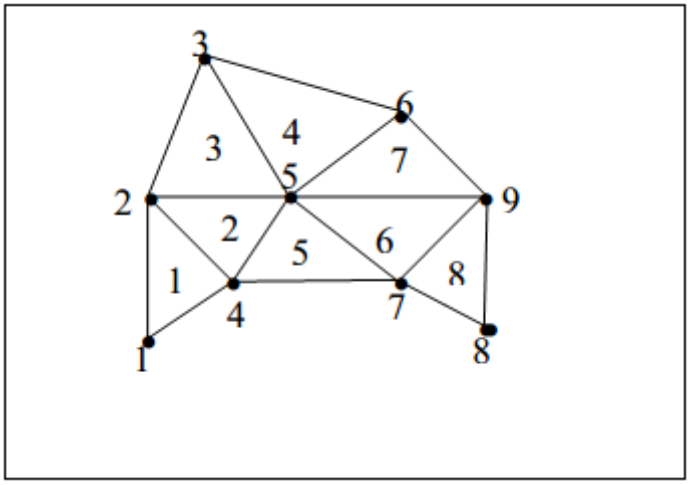


Figure III.2 Un domaine d'étude discrétisé en Elément finis.

III.2.3. Méthode des volumes finis

La MVF est une méthode de discrétisation. Elle est utilisée, en particulier en mécanique des fluides ou elles est apparue il ya une vingtaine d'années .depuis la méthode volume finis à connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation d'autres branches l'ingénierie scientifique :la thermique l'électromagnétique …….etc.[18]

III.2.3.1.Description d'un volume fini

Un volume fini entoure chaque nœud de maillage (figure.III.3) dont celui-ci est entouré par quatre voisins : Nord (N), Sud (S), Est (E) et Ouest (W). Le volume fini est délimité par les facettes e : Est, w : Ouest, n : Nord, s : Sud.

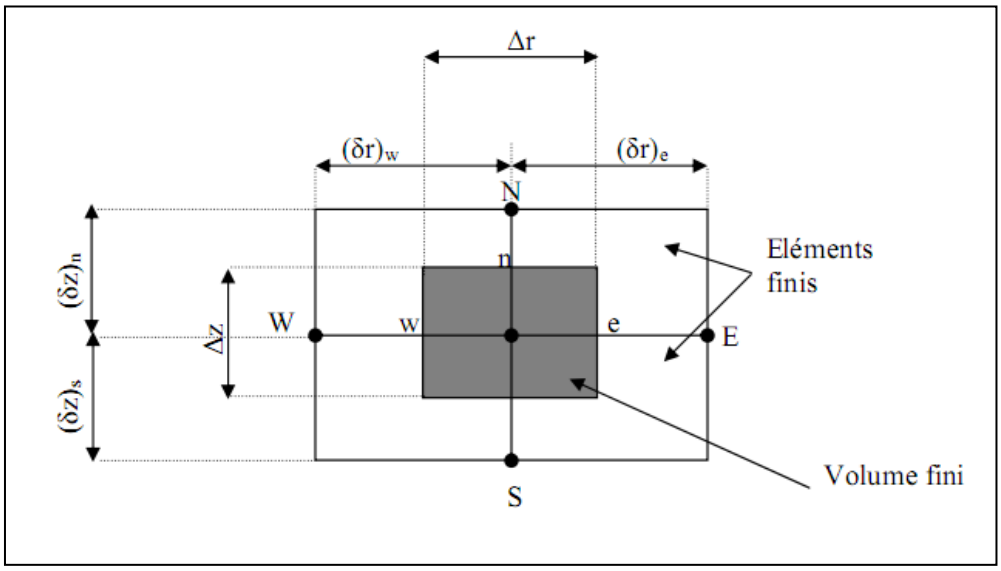


Figure III.3. Description d'un volume fini

III.3.Méthode des volumes finis en 2D axisymétrique

Dans cette section, on va appliquer la MVF sur le modèle magnétodynamique donné par l'équation II.84. La résolution par la MVF consiste dans un premier temps à générer le maillage (Figure III.4).[1, 5, 8, 17, 18, 19]

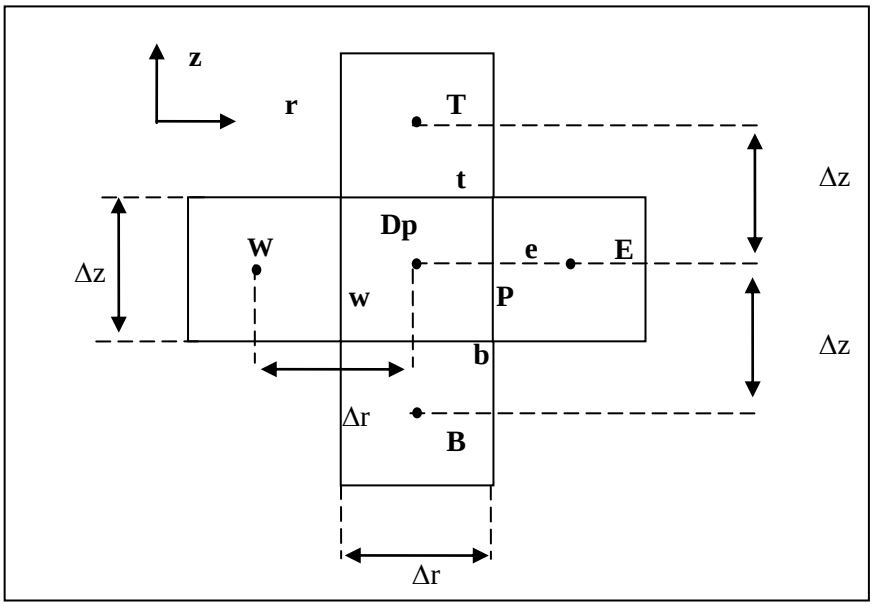


Figure III.4. Schéma de maillage régulier

Ensuite, l'intégration de l'équation magnétodynamique dans un volume élémentaire Dp :

$$\iint_{rz} \frac{\partial}{\partial r}\frac{\nu}{r}\frac{\partial A^*}{\partial r}drdz + \iint_{rz} \frac{\partial}{\partial z}\frac{\nu}{r}\frac{\partial A^*}{\partial z}drdz - \iint_{rz} \frac{\nu}{r}\frac{\partial A^*}{\partial t}drdz = -\iint_{rz} J_{s\varphi}drdz \qquad \text{(III.1)}$$

Calcul du premier terme intégral de III.1 :

$$\int_w^e \int_b^t \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{u_0}\frac{1}{r}\frac{\partial A^*}{\partial r}\right)drdz$$

$$= \frac{1}{u_0}\int_b^t \frac{1}{r_e}\frac{\partial A^*}{\partial r_e} - \frac{1}{r_w}\frac{\partial}{\partial r_w}dz$$

$$= \frac{1}{u_0}\int_b^t \frac{1}{r_e}\frac{A^*_E - A^*_P}{\Delta_r}dz - \frac{1}{r_w}\frac{A^*_p - A^*_w}{\Delta_r}dz$$

$$\frac{\Delta_z}{\mu_0}\left(\frac{1}{r_e}\frac{A^*_E - A^*_p}{\Delta_r} - \frac{1}{r_w}\frac{A^*_p - A^*_w}{\Delta_r}\right) \qquad \text{(III.2)}$$

Calcul du deuxième terme intégral de III.1 :

$$\int_r \int_z \frac{1}{\mu_0}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial A^*}{\partial z}drdz$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \int_w^e \frac{1}{r_t} \frac{A^*_T - A^*_p}{\Delta_z} - \frac{1}{r_b} \frac{A^*_P - A_B{}^*}{\Delta_Z} dr$$

$$\frac{\Delta_r}{\mu_0} \left(\frac{1}{r_t} \frac{A^*_T - A^*_p}{\Delta_z} - \frac{1}{r_b} \frac{A^*_p - A_B{}^*}{\Delta_z} \right) \quad \text{(III.3)}$$

Calcul du troisième terme intégral de III.1 :

$$\int_r \int_z \frac{v}{r} \frac{\partial A^*}{\partial t} drdz = \int_w^e \int_b^t \frac{v}{\mu_0} jwA^* drdz$$

$$\frac{v}{r_p} jw A^*_p \Delta_r \Delta_z \quad \text{(III.4)}$$

Calcul du quatrième terme intégral de III.1 :

$$\int_r \int_z J_{s\varphi} drdz = J_{s\varphi} \Delta_r \Delta_z \quad \text{(III.5)}$$

Finalement on obtient :

$$\frac{\Delta_z}{\mu_0} \left(\frac{1}{r_e} \frac{A^*_E - A^*_P}{\Delta_r} - \frac{1}{r_w} \frac{A^*_P}{\Delta_r} \right) + \frac{\Delta_r}{\mu_0} \left(\frac{1}{r_t} \frac{A^*_T - A^*_P}{\Delta_z} - \frac{1}{r_b} \frac{A^*_p - A_B{}^*}{\Delta_z} \right) - \frac{v}{r_p} jw A^*_p \Delta_r \Delta_z$$

$$= -J_{s\varphi} \Delta_r \Delta_z \quad \text{(III.6)}$$

On pose :

$$a_e = \Delta_z \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r_e} \frac{1}{\Delta_r}$$

$$a_w = \Delta_z \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r_w} \frac{1}{\Delta_r}$$

$$a_t = \Delta_r \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r_t} \frac{1}{\Delta_z}$$

$$a_b = \Delta_r \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r_b} \frac{1}{\Delta_z}$$

$$a_p = j \frac{v}{r_p} w \Delta_r \Delta_z$$

$$C_{Sp} = J_{Sp} \Delta_r \Delta_z$$

L'équation (III.6) devient :

$$(a_e + a_w + a_t + a_b + a_p)A^*{}_p = a_e A_E{}^* + a_w A^*{}_{\mathrm{W}} + a_t A^*{}_{\mathrm{T}} + a_b A_B{}^* + C_{Sp} \quad \text{(III.7)}$$

On pose :

$$\left(a_e + a_w + a_t + a_b + a_p\right) = a_{pp} \quad \text{(III.8)}$$

D'où :

$$a_{pp} A^*{}_p = a_e A_E{}^* + a_w A^*{}_{\mathrm{W}} + a_t A^*{}_{\mathrm{T}} + a_b A_B{}^* + C_{Sp} \quad \text{(III.9)}$$

La forme finale de l'équation du potentiel vecteur magnétique A peut être écrite comme suit :

$$A^*{}_p = 1/a_p p(a_e A_E{}^* + a_w A^*{}_w + a_t A^*{}_T + a_b A_B{}^* + C_S p) \quad \text{(III.10)}$$

L'induction magnétique B peut être obtenue à partir de :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\,\vec{A} \quad \text{(III.11)}$$

Dont les composantes de B sont :

$$\begin{matrix} \overrightarrow{er} \\ \overrightarrow{e\varphi} \\ \overrightarrow{ez} \end{matrix} \quad \text{(III.12)}$$

Avec :

$$\begin{cases} B_r = -\dfrac{\partial A^*{}_{\varphi}}{\partial z} \\ B_z = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial (r A^*{}_{\varphi})}{\partial r} \end{cases} \quad \text{(III.13)}$$

III.4.Méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équations algébriques linéaires obtenus après avoir appliquer la méthode des volumes finis (Equation III.10), il existe deux grandes familles de méthodes :

- Les méthodes directes.
- Les méthodes itératives.[1, 5, 17, 18, 19]

III.4.1.Méthodes directes

Ces méthodes conduisent à une solution en un nombre fini d'étape. Cependant, comme l'ordinateur représente chaque nombre par un ensemble limité de digits, les méthodes directes sont précis mais demandant beaucoup d'espace mémoire.[19]

III.4.2.Méthodes itératives

Pour les matrices d'ordre élevé, comportant de nombreux éléments nuls (matrices creuses), on utilise les méthodes itératives qui font passer d'un estimé $\mathbf{X^{(k)}}$ de la solution à un autre estimé $\mathbf{X^{(k+1)}}$ de cette solution. Après un nombre fini d'itérations, on obtient la solution du système algébrique dont la l'inconnue est déterminée avec certain précision. Parmi les méthodes itératives les plus rencontrées on cite :[117,18,19]

III.4.2.1.Méthode de Jacobi

Elle est basée sur la solution de la forme suivante :

$$X_i^{(k+1)} = \left[b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j^k \right] \Big/ a_{ij} \qquad ; (i \neq j), i = 1, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots n \qquad \text{(III.14)}$$

Pour une valeur initiale X_i^0 (k = 0), on itère comme suit :

$$X_i^{(k+1)} = \left[b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j^0 \right] \Big/ a_{ij} \qquad ; (i \neq j), i = 1, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots n \qquad \text{(III.15)}$$

Si la condition suivante est vérifiée :

$$| X_i^{(k+1)} - X_i^{(k)} | < Pr \qquad \text{(III.16)}$$

On arrête le processus d'itération. Dans ce cas, on dit que l'inconnue X est calculée avec une précision pr.

III.4.2.2.Méthode de Gauss Seidel

Cette méthode consiste à transformer le système [A].[X] = [B] comme suit :

$$X_i^{k+1} = \left[b_i - \sum_{j=1}^{(i-1)} a_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{J-(i+1)}^{n} a_{ij} X_j^{k} \right] \Big/ a_{ij} \qquad ;i=1,\ldots\ldots\ldots\ldots n \qquad \text{(III.17)}$$

En donnant aux inconnues X_i^k des valeurs initiales X_i^0 (k = 0), souvent $X_i^0 = 0$

Le processus sera arrête si

$$\left| X_i^{(k+1)} - X_i^{k} \right| / \left| X_i^{k} \right| < P_r \qquad \text{(III.18)}$$

Pr est la précision imposée par l'utilisateur.

L'application de l'algorithme de Gauss Seidel sur l'équation (III.10), qui constitue la formulation de notre modèle conduit à l'écriture suivante:

$$A*_p^{(k+1)} = \frac{1}{app}(a_e A*_E^{(k)} + a_w A*_W^{(k)} + a_t A*_T^{(k)} + a_b A*_B^{(k)} + C_{SP}) \qquad \text{(III.19)}$$

III.5.Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre les méthodes numériques ainsi les méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques qui permettra de résoudre les problèmes électromagnétiques, et a cause de leur robustesse nous avons choisi la MVF en 2D axisymétrique, pour résoudre notre problème électromagnétique. Le chapitre suivant, sera consacré à la présentation les résultats des simulations obtenus à partir des codes numériques développés et implémentés sous l'environnement MATLAB.

Chapitre IV:
Application Et Résultats

IV.1. Introduction

Dans ce présent chapitre nous proposons comme application un système à lévitation Électromagnétique, Il s'agit d'un électro-aimant constitué d'un circuit magnétique, une bobine et un noyau plongeur, nous étudions, le comportement électromagnétique de tout le système.

En matière de résultats, la variation spatiale des grandeurs locales : le potentiel magnétique vecteur (champ magnétique), l'induction magnétique, le champ magnétique,…etc., sont largement présentées et discuter. Ensuite, la variation des grandeurs à caractère globales : la force magnétique globale **s**erais largement présentée et discuter aussi. Le programme de calcul développé sous Matlab peut être résumé par l'organigramme de la Figure IV.1.

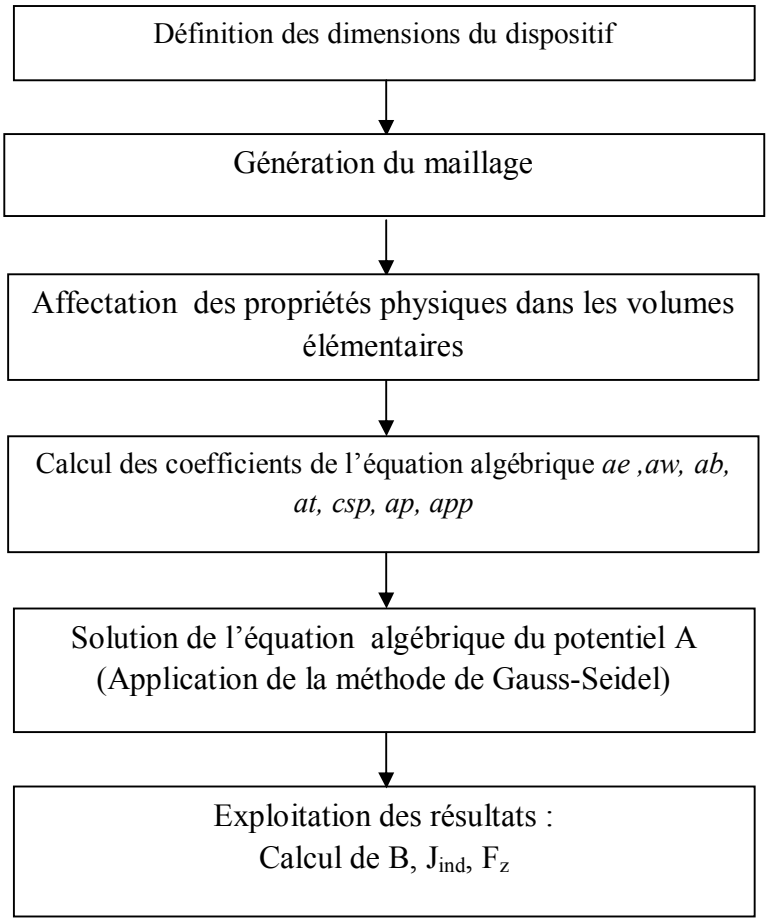


Figure IV.1. Organigramme du programme de calcul

IV.2. Le problem TEAM Workshop 28

Ce problème consiste a un problème de lévitation électromagnétique concret. La solution de ce problème consiste à déterminer la hauteur de lévitation de la plaque Aluminium (d). Dans la Figure IV.2. Sont montrés les différentes forces exercées sur la plaque ainsi le dimensionnement de dispositif de lévitation.(Figure IV.3).[3,5]

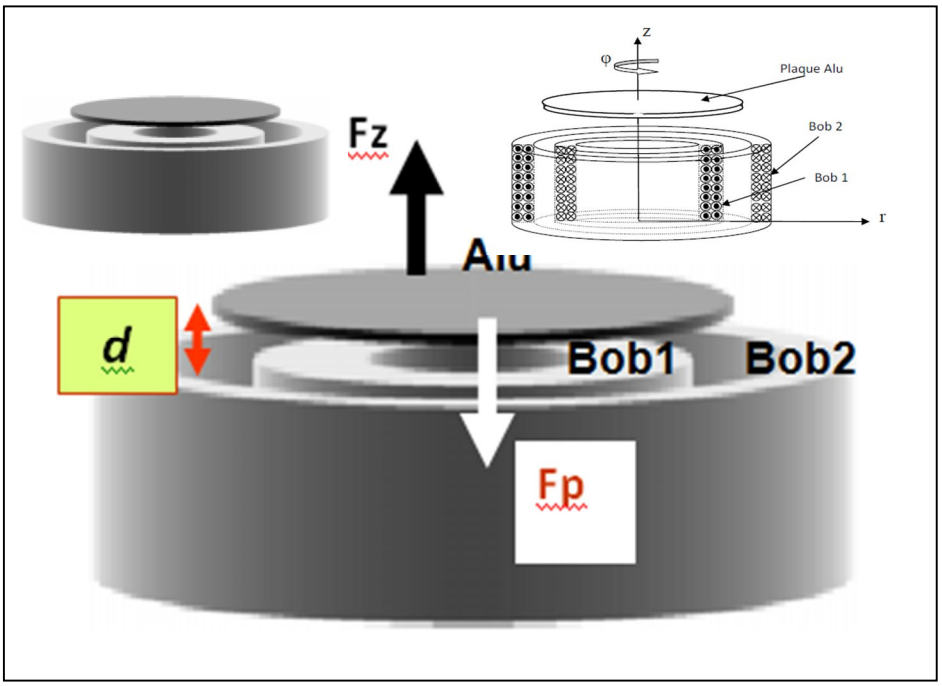


Figure IV.2. Description du problème TEAM Workshop 28.

Fz (N) : Force de lévitation électromagnétique (Force de Laplace).

Fp (N) : Poids de la plaque Alu.

d (m) : Hauteur de lévitation de la plaque.

Bob1: Bobine 1 (courant +).

Bob2 : Bobine 2 (courant -).

Alu : Plaque d'aluminium.

Propriétés physiques de TEAM Workshop 28 :

- La conductivité électrique de la plaque $3*10^7$ S/m.
- Poids de la plaque 0.107Kg.
- Valeur maximale du courant source 20A.
- Nombre de spires de la bobine intérieure 960.
- Nombre de spires de la bobine extérieure 576.
- Hauteur initiale de la plaque 3.8mm.

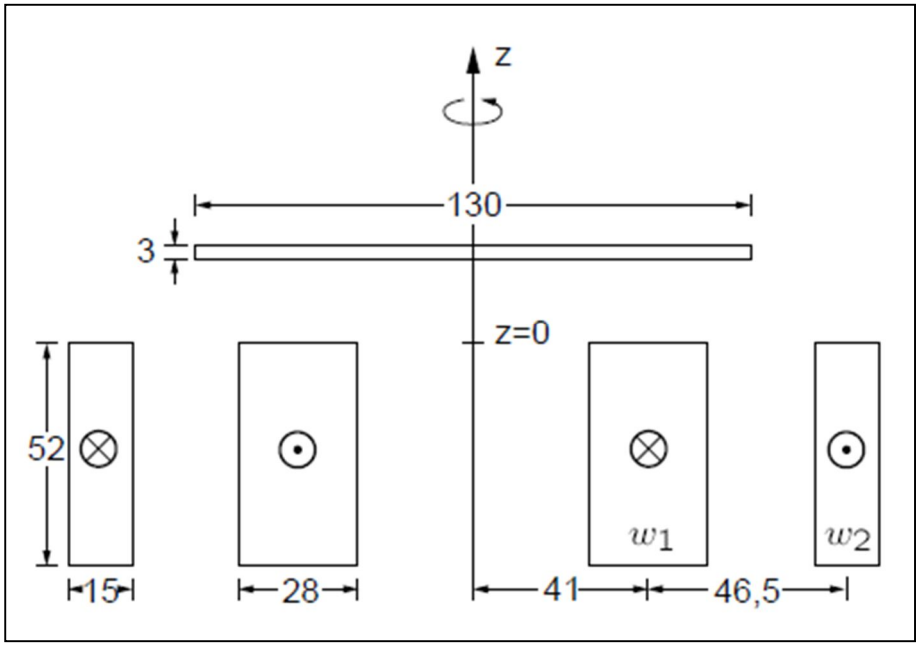


Figure.IV.3. Dimensionnement (en mm) électrodynamique de dispositif de lévitation.

IV.3. Application de la MVF sur le problème TEAM Workshop28

Vu de sa forme axisymétrique, le modèle géométrique est donné sur la Figure IV.3.

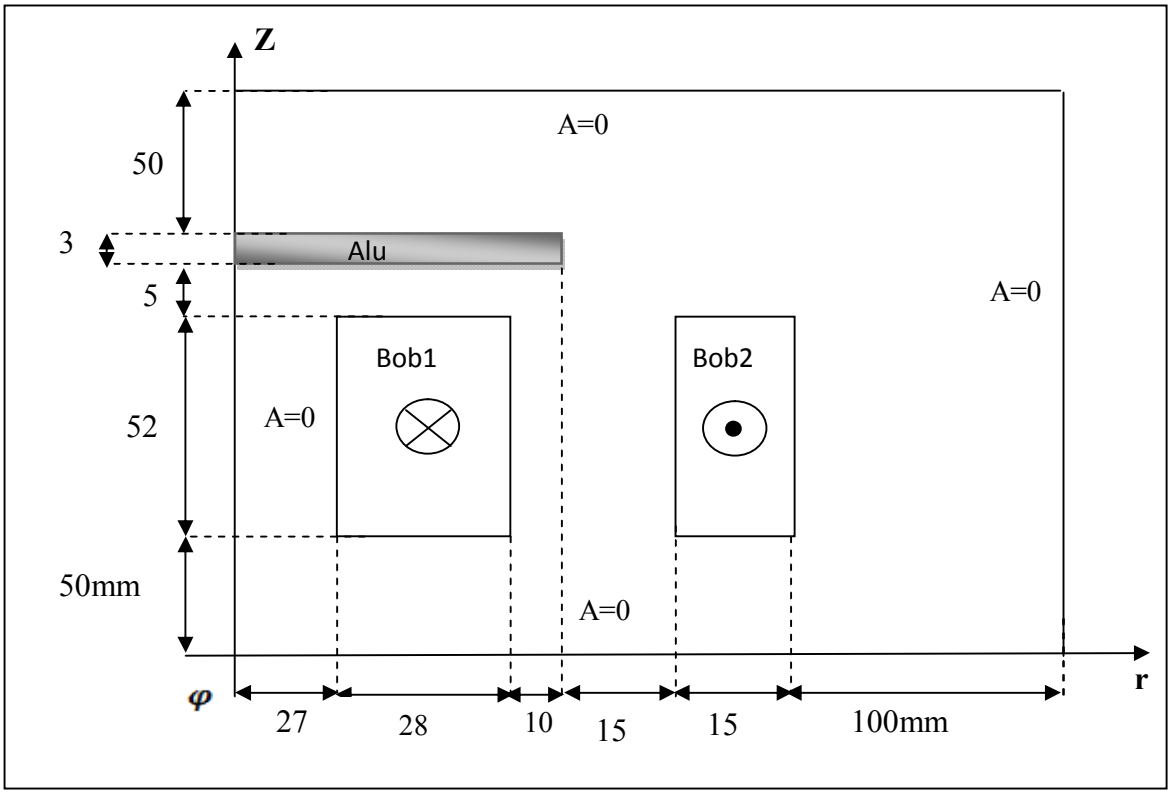


Figure IV.4. Modèle géométrique du dispositif étudié

IV.4. Résultats de la modélisation

Le problème que nous allons étudier consiste à la résolution des équations du modèle magnétostatique, pour ce cas le problème team workshop 28 a été choisi, mais avec des petits changements car notre étude est en axisymétrique. Le dispositif étudié est illustré dans la figure (IV.1).

Ce chapitre est consacré à la représentation des grandeurs suivantes :

Courant de source des deux bobines (FigureIV.5)

- Le potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ (Figure IV.6, Figure IV.7),
- L'induction magnétique $\vec{B}$ (Figure IV.8, Figure IV.9, Figure IV.11),
- La densité du courant induit (courant de Foucault) $\vec{j}_{ind}$ (Figure IV.10),
- La force électromagnétique exercée sur la plaque (force de Laplace) $\vec{F}_Z$ (Figure IV.12)

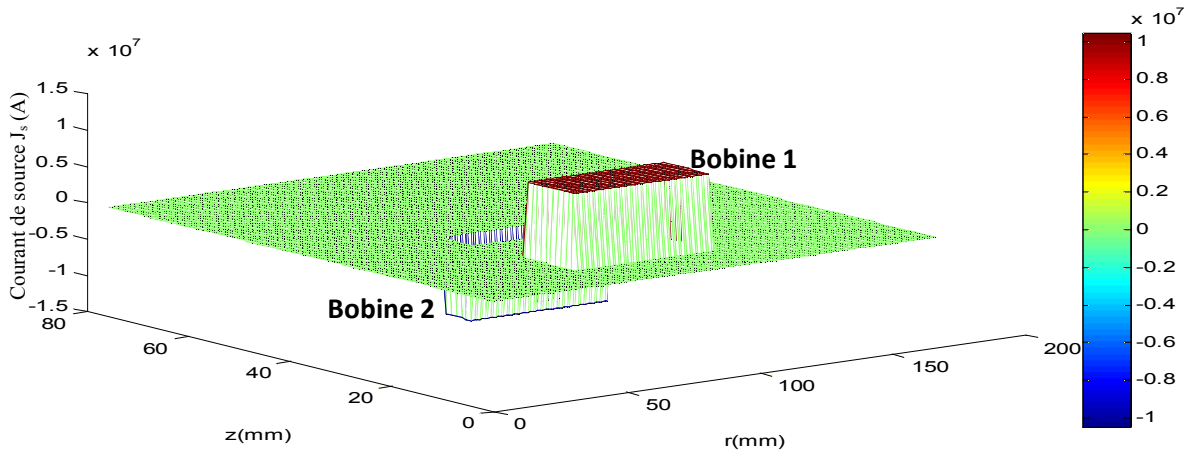


Figure IV.5. Courant source des deux bobines J_s(A).

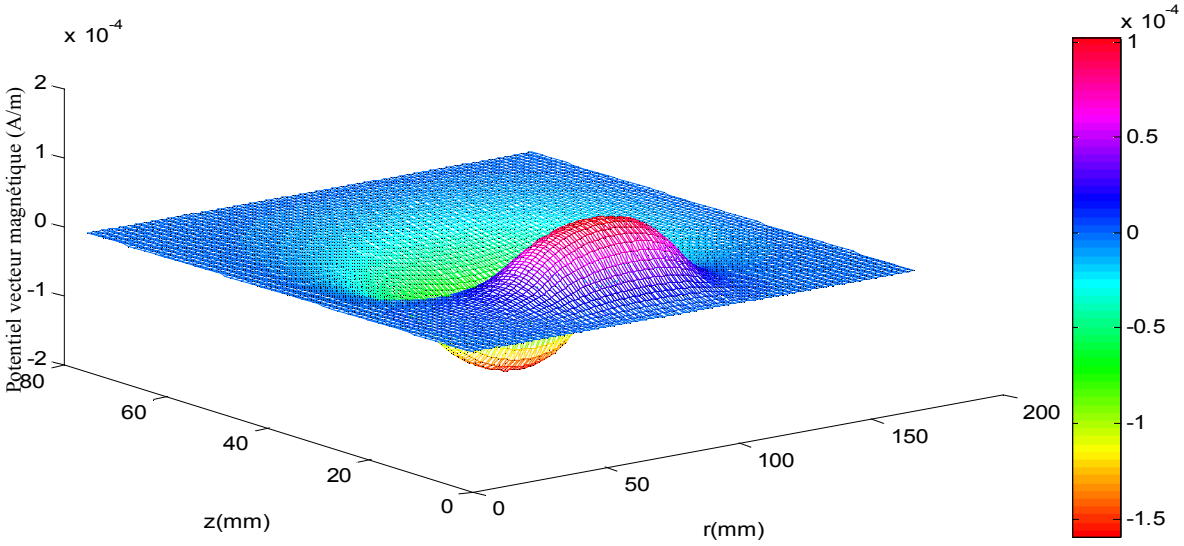


Figure .IV.6. Partie réelle du potentiel vecteur magnétique A.

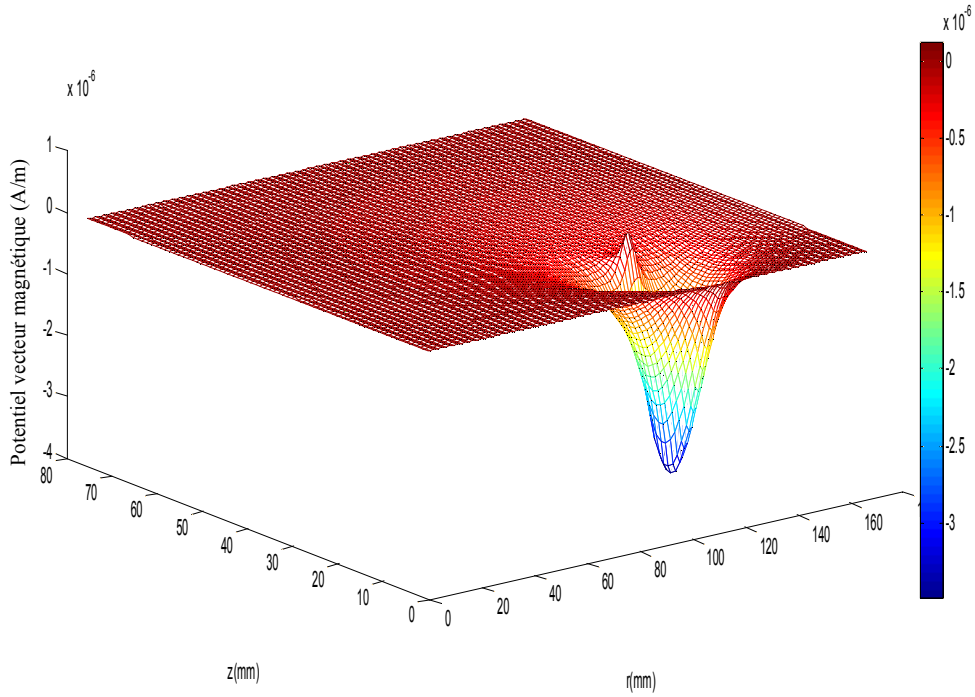


Figure IV.7. Partie imaginaire du potentiel vecteur magnétique AA.

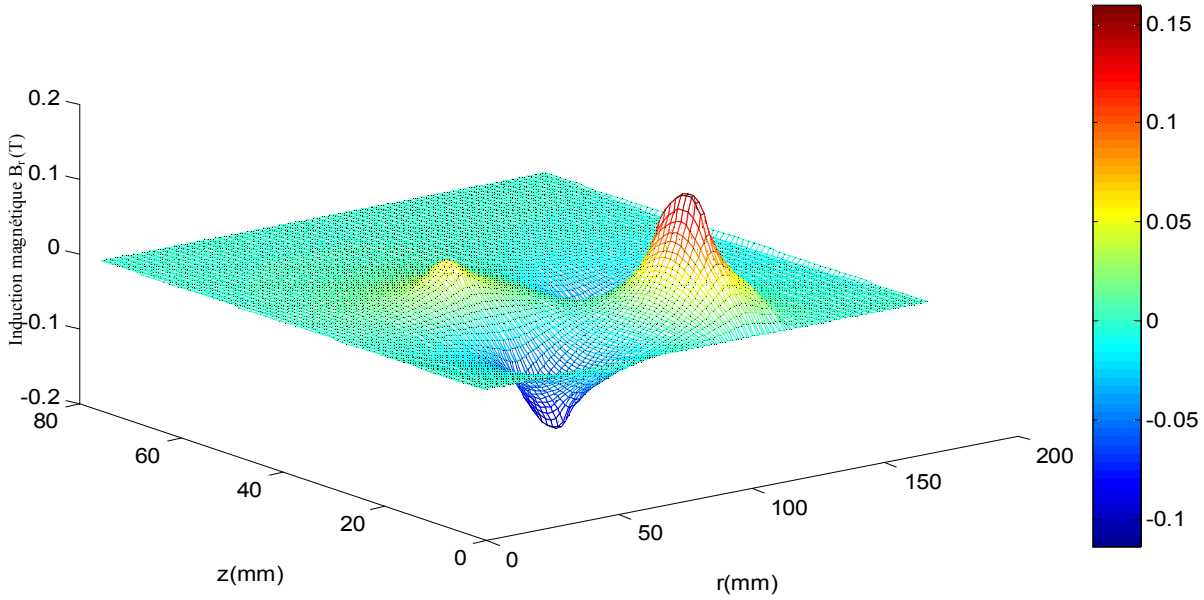


Figure IV.8. Partie réelle de l'induction magnétique :composante Br(T)

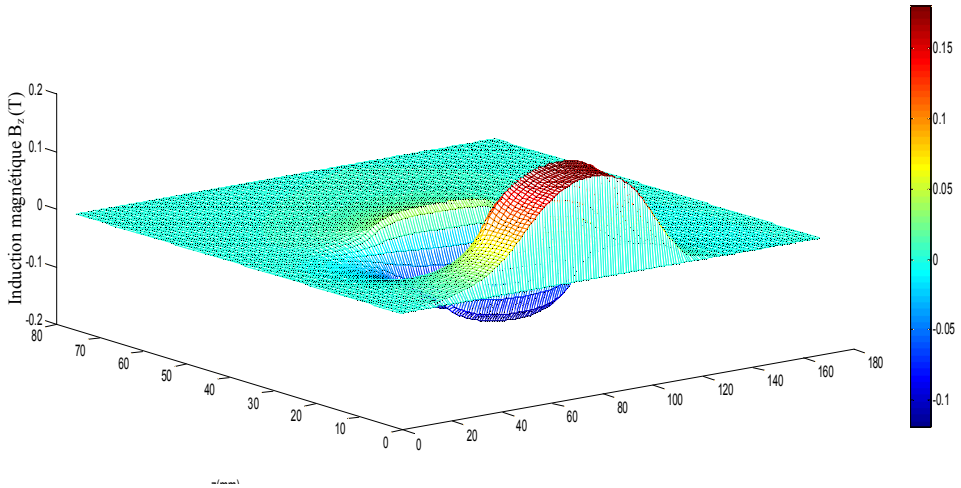


Figure IV.9. Partie réelle de l'induction magnétique :composante Bz(T)

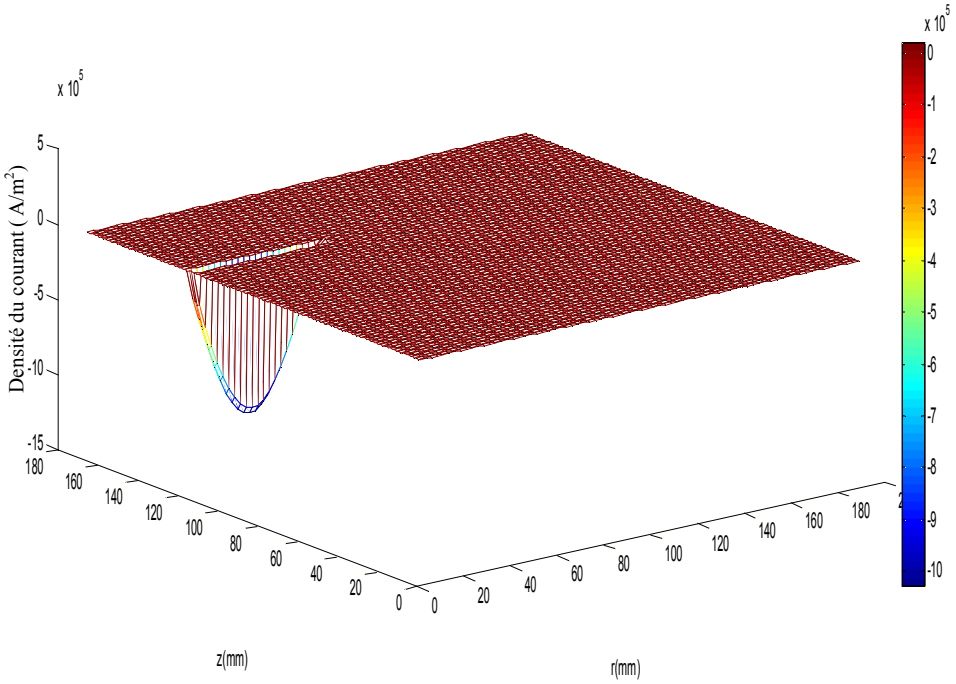


Figure IV.10. Densité des courants induits J_{ind} (A/m²)

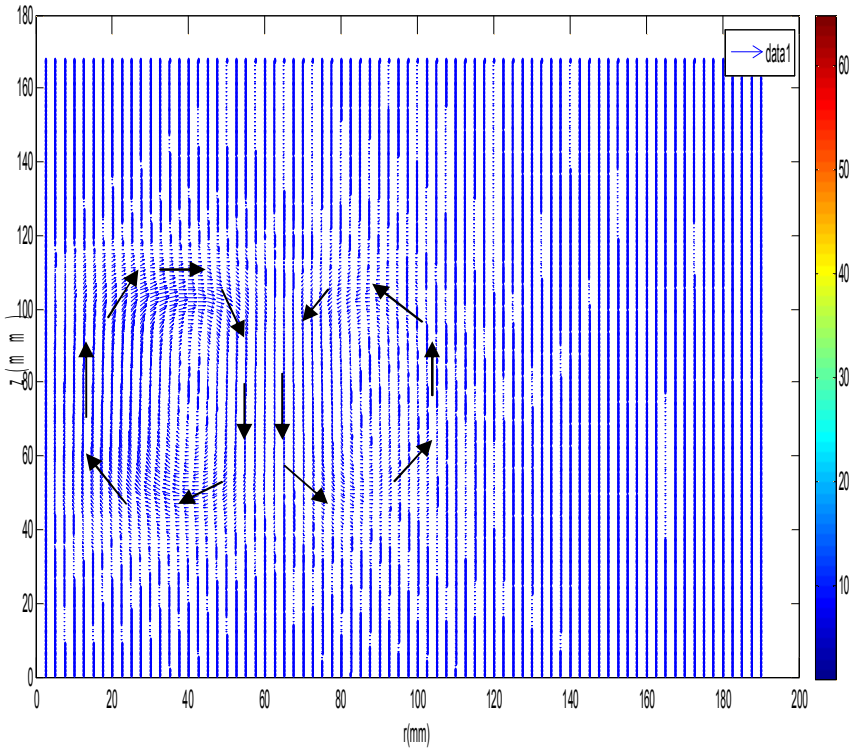


Figure IV.11..L' induction magnétique B

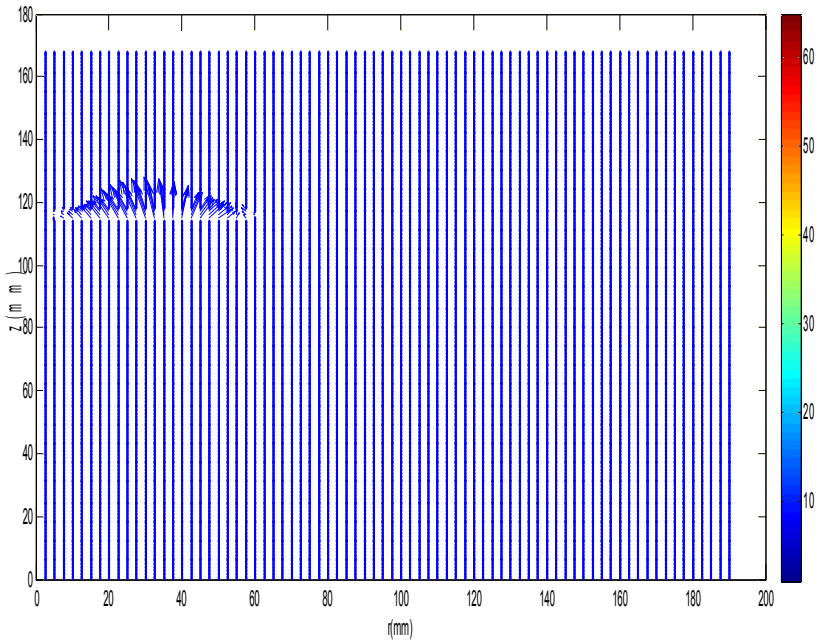


Figure IV.12. La force électromagnétique exercée sur la plaque Alu.

IV.5.Interprétations:

La Figure.IV.5 montre la densité de courant source J_s. donnée par la relation suivante:

$$J_s(t) = \pm \frac{N}{S} I \qquad \text{(IV.1)}$$

Avec N : nombre de spires. S : surface de la bobine dans le plan (r, z), I: valeur efficace du courant, source. L'insigne ± dépend de la direction du courant dans la bobine.

Les figures (IV.6-7), montrent la répartition spatiale de potentiel magnétique, réel et imaginaire, d'après ces figures on remarque que le potentiel vecteur magnétique est important environ $(0,5\text{-}1)*10^{-4}$ A/m, car je prend une entrefer fixe et égale 5mm. Aussi on remarque que la variation de potentiel est concave pour la partie imaginaire et elliptique pour la partie réel. Le potentiel vecteur magnétique c'est une image des courants de source.

Les figures (IV.8-9) ,montrent respectivement la variation spatiale des grandeurs de la composante radiale Br et verticale de l'induction Bz, on remarque que la composante Bz est

importante dans la partie mobile environ 0.15T car le champ est concentré (figure IV.11). Et pour la composante radiale, on voir que les valeurs sont des signes positive et négative et de même quantité presque. Ce changement de signe pour entourer dans la circuit magnétique.

On remarque que la distribution de l'induction magnétique pas uniforme dans les deux bobines.

La Figure.IV.10 montre la densité de courant source J_s. donnée par l'equation IV.1. on constate que les courants induits s'oppose le courant de source, donc produisent un champ s'oppose au champ source.

D'après la Figure.IV.12 on constate bien pour le régime permanant la force de Laplace égale à la force du poids ($F_{laplace}$=F_p). La force du poids est F_p=mxg =0,107*9,8≈ 1.05 N. m: la masse de la plaque aluminium (kg)

g: la gravité (m/s^2)

Si vous résolvez cette équation (ou simplement si vous la regardez bien), vous verrez qu'elle vous dit que dans votre chute, vous allez atteindre une vitesse limite

$$v = m * \frac{g}{k} = Fp/k \qquad \text{(IV.2)}$$

k : Coefficient de frottement,

v : vitesse de la chute (m/s)

Cette équation présente de grandes similitudes avec la loi d'Ohm! Elle relie votre vitesse à la force qui vous met en mouvement (la gravité) et aux frottements que vous subissez. **La force de Laplace appliquée sur la plaque diminue quand cette dernière s'éloigne des bobines et vis-versa.**

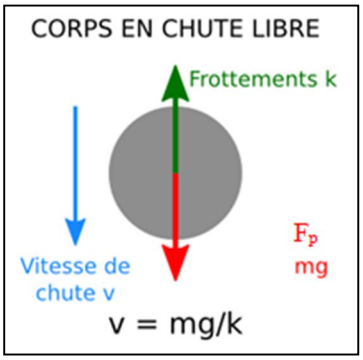


Figure.IV.13. Montre la relation entre Fp et la vitesse v.

La Figure.IV.12, montre que La force magnétique s'oppose au poids de la plaque qui est une force constante, pour une hauteur constante de la plaque.

- **Caractéristique de l'application**

```
mu0=4*pi*1e-7;%μ0 Perméabilité de vide,
Jsource=10.47e6;% La densité de courant d'excitation de l'inducteur A/m2,

sigma=3e7; %La conductivité électrique de l'inducteur S/m
f=50; %fréquence
w=2*pi*f; % Pulsation
```

IV.6. Conclusion

Dans ce chapitre, on a traité un système de conversion d'énergie qui est un électro-aimant.la force magnétique appliqué sur la partie mobile du circuit magnétique.

On a aboutit les résultats suivant:

- On constate que les courants induits s'oppose le courant de source, donc produisent un champ s'oppose au champ source.
- On remarque que la distribution de l'induction magnétique pas uniforme dans les deux bobines,
- On constate bien pour le régime permanant la force de Laplace égale à la force du poids ($F_{laplace}=F_p$).
- Montre que La force magnétique s'oppose au poids de la plaque qui est une force constante, pour une hauteur constante de la plaque.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Notre travail a présenté une contribution à la modélisation des phénomènes électromagnétiques non linéaires en matière d'application ,on s'est intéressé à un dispositif type dont les conditions géométriques et physique sont choisies de manière à répondre aux exigences et à l'objectif du sujet , c'est à dire faire fonctionner le système en un régime magnétique non linéaire.

Vu la complexité de l'équation aux dérivées partielles caractéristique de phénomène traité (phénomène électromagnétique) causé par les variations des identifications physiques la résolution de cette équations ne peut se faire que par une voie purement numérique, pour ceci la méthode des volumes finis est choisie comme méthode basée sur un principe de discrétisation celle-ci semble économique et simple à mètre en œuvre .Une méthode de résolution numérique qu'est la méthode de Gauss-Seidel.

Nous avons implémenté sous l'environnement MATLAB un code de calcul axisymétrique en utilisant la méthode des volumes finis (MVF) pour la modélisation des phénomènes couplés électromagnétiques et mécaniques. Cette méthode de discrétisation a permis de réalisée des modèles économiques suffisamment précis. Le dispositif de lévitation électrodynamique concerné par cette étude est le problème 'TEAM Workshop 28' qui présente une symétrie de révolution.

Les résultats de la modélisation ainsi obtenus à caractère magnétique :le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique, densité du courant sont largement présentés et discutés.

Nous avons trouvé que la force le régime permanant la force de Laplace égale à la force du poids ($F_{laplace}=F_p$), ainsi la force magnétique s'oppose au poids de la plaque qui est une force constante, pour une hauteur constante de la plaque.

En perspective, nous proposons, de modifier la hauteur de la plaque et voir l'influence de la hauteur sur la force de la place, ainsi la perméabilité magnétique.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

[1] **M^{elle} S.Boumous**, « Application de la méthode des volumes finis pour l'étude tridimentionnelle du champ electromagneique-cas du chauffage par induction-», Mémoire magister, en génie électrique, centre universitaire de jijel, 2001.

[2] **A.Cheriet, M. Feliachi, S. M. Mimoune**, « Nonconforming mesh generation for finite volume method applied to 3-D magnetic field analysis», Eur. Phys. Journal App. Phys. EPJAP, Vol. 37, No. 2, pp. 191-195, Feb. 2007.

[3] **A.E Mabrouk, A. Cheriet, M. Feliachi,**« Fuzzy logic control of electrodynamic levitation devices coupled to dynamic finite volume method analysis», Applied Mathematical Modelling , Article in presse 2013.

[4] **A. Cheriet**, **A. Zaoui, M. Feliachi, S. M. Mimoune,** « Computational performance comparison between FVM and FEM for 3-D magnetostatic problems», NUMELEC'06, 5eme Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme, Lille FRANCE, Proc., pp.35-36, Nov. 2006.

[5] **A.E Mabrouk,**«Analyse transitoire et commande de positiond'un système de lévitation électromagnétique», Memoire de magister, en electrotechnique, université de Biskra, 2012.

[6] **A. Cheriet,** « Contribution à la modélisation tridimensionnelle par la méthode des volumes finis de dispositifs électromagnétiques », thèsede doctorat, en électrotechnique, université de Biskra, 2007.

[7] http://levitation-magnetique.e-monsite.com/pages/introduction/rappels.html

[8] **H. Allag,** « Modèles et calcul des systèmes de suspension magnétique passive», Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Université de Constantine, 2010.

[9] http://levitation-magnetique.e-monsite.com/pages/introduction/rappels.html

[10] https://www.google.dz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjKk9H49oXKAhVKhhoKHUn8CykQFggmMAI&url=http%3A%2F%2Ftdechamps.free.fr%2FOld%2FESEO%2FTIPE%2FTIPE%2520P1%2520Train%2520l%25E9vitation%2520magn%25E9tique%2FDiaporama%2520Soutenance%2520TIPE.ppt&usg=AFQjCNEpwHFHjgMfa1qxdQ0gqsBS7-rhDQ&bvm=bv.110151844,d.ZWU

[11] http://tpetrainmagnetique.free.fr/?p=levmagn

[12] **M. V Berry,** « The Levitron: an adiabatic trap for spins», Proc. Roy.Soc., Ser, A, vol. 452, no.1948, pp. 1207–1220, May 1996.

[13] **J. Delamare,** « Suspensions magnétiques partiellement passives », Thèse de doctorat, Soutenue au LEG – INP Grenoble, 1994

[14] **B.V. Jayawant,** « Electromagnetic suspension and levitation», EdwardArnold, London, 1981.

[15] **C. Kittel,** « Physique de l'état solide », edition .Dunod, Paris, 1983.

[16] **S. Meslin,** « Infiltration et croissance des céramiques YBa2Cu3O7-δ texturées à structure perforée: relations microstructures et propriétés supraconductrices », Thèse de doctorat, Université de Caen / Basse Normandie, Spécialité : Chimie des matériaux, soutenue le 20 septembre 2006.

[17] http://meteosat.pessac.free.fr/IMA/ressources/pwt/aimant_JBOK05100511.ppt

[18] **K. Choubar , Z. Herrem,** « Modélisation des phénomènes électromagnétiques par la méthode des volumes finis dans un dispositif axisymétrique », Ingénieur d'état en électrotechnique, Université de m'sila juin 2006.

[19] **Y. Belkhiri**, «Modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques couplés par la méthode des volumes finis (CVM) », Ingénieur d'état en électrotechnique, Université de Batna 2006.

[20] **A/E. Lakhdari**, «Etude et modélisation de capteurs en CND par courants de foucault : Application a la détection des fissures», mémoire de magister en électrotechnique, Université de Biskra, 2011.

[21] **M. A/E Bendaoud, M/T Hafiane**, «Modélisation des phénomènes magnéto-thermique dans les dispositifs de limiteur de courant à base de supraconducteur à haute température critique», Master en génie électrique, Université de Ouargla 2015.

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DE DIPÔLME
DE MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE : **RESEAUX ELECTRIQUES**

Proposé et dirigé par : **Mr .Hani BENGEUSMIA**
Présenté par : **Abd Errahmane CHERGUI**

Thème:

Modélisation D'un Système De Lévitation Electromagnétique

Par La Méthode Des Volumes Finis

Résumé :

Dans ce travail nous présentons une modélisation axisymétrique des phénomènes électromagnétiques appliqués pour la lévitation magnétique, qui sont basés sur la génération des forces répulsives dues aux courants induits. Les phénomènes mécaniques sont couplés à l'électromagnétisme par les inductions et des champs magnétiques et par conséquent les forces magnétiques. La méthode des volumes finis a été adoptée comme méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques au problème a modélisé un code de calcul sous environnement Matlab a été développer.

Mots clés : Lévitation magnétique, Méthode des volumes finis (MVF), phénomènes électromagnétique

N° d'ordre : REs_228