

UNIVERSITÉ DE M'SILA  
FACULTÉ DES MATHÉMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT DES MATHÉMATIQUES



**Mémoire**

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

**Domaine:** Mathématiques et Informatiques

**Filière:** Mathématiques

**Option:** Mathématiques EDPs et application

**Par**

**Hayat DEHIMI**

**THÈME**

Etude mathématique et numérique de contour d'image  
par EDPs

**Soutenu le : 30/05/ 2016**

**Devant le jury composé de :**

- 1).....Dr. Arioua .Y
- 2).....Pr.Ben Hamidouche Nourdine
- 3).....Bounab .N

**Dirigé par:**

**Pr.BEN HAMIDOUCHE Nourdine**

Année: **2015/2016**

# *Remerciements*

Je tiens à remercier, en premier lieu, **Mon Dieu** qui m'a donné la force de rédiger ce modeste travail.

Je tiens à remercier les membres du jury, qui ont accepté d'évaluer mon travail de mémoire.

Je tiens à remercier Pr. Ben hamidouche Nourdine directeur de mon mémoire, pour sa disponibilité et ses conseils judicieux tout au long de ce travail.

Je tiens à exprimer tout mes respects à mes parents, mes frères et ma soeur qui m'ont toujours encouragé.

Je remercie tous les professeurs du département de Mathématiques, sans oublier aussi mes collègues et amies, ainsi tous ceux qui ont participé de loin ou de près à l'élaboration de ce mémoire.

---

# Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

-A mes parents ma mère et mon père.

- A mes soeurs

-A mes frères.

-A toute la famille.

-A toute mes amies.

- Je tiens à remercier l'ensemble de tous les étudiants et étudiantes de ma promotion,

En fin je dédie ce mémoire à mes collègues et tous ceux qui me sont chers.

---

# NOTATIONS

$f(x, y)$  Image numériques.

$F'(x, y)$  l'image filtrée

---

# Table des figures

**Figure 1 :** Une image numérique I .

**Figure 2 :** Trois type de filtrage .

**Figure 3 :** Différents types de contour .

**Figure 4 :** Image original .

**Figure 5 :** Image de niveau de gris .

**Figure 6 :** Détection de contour par les masques de Sobel .

**Figure 7 :** Détection de contour par les masques de Prewitt .

**Figure 8 :** Détection de contour par les masques de Roberts .

**Figure 9 :** Détection de contour par Laplac .

**Figure 10 :** Détection de contour par méthode de Laplacien de gaussienne .

**Figure 11 :** Détection de contour par méthode Canny .

---

# Liste des tableaux

**Tableau 1:** Différents types de masques-gradients .

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>1 Généralités sur l'analyse d'image</b>	<b>3</b>
1.1 Image numérique . . . . .	3
1.1.1 Le pixel . . . . .	4
1.1.2 Les image en teintes de gris . . . . .	4
1.1.3 Voisinage d'un point . . . . .	5
1.2 Filtrage . . . . .	5
1.2.1 Notion du filtre . . . . .	5
1.2.2 Principe du filtrage . . . . .	6
1.2.3 Types de filtrage . . . . .	6
1.2.4 Techniques du filtrage . . . . .	8
1.2.5 Avantage du filtrage . . . . .	11
1.2.6 Les filtres séparables . . . . .	11
<b>2 Détection de contour</b>	<b>13</b>
2.1 Définition du Contour . . . . .	14
2.2 Détection de contour . . . . .	15
2.3 Différentes approche de détection de contours . . . . .	16
2.4 Méthodes dérivatives . . . . .	16

2.4.1	Approche gradient . . . . .	17
2.4.2	Approche Laplacien . . . . .	20
2.5	Filtrage différentiel . . . . .	21
2.6	Filtrage optimale . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Approximation des dérivées de la fonction d'intensité</b>	<b>24</b>
3.1	Dérivation par différence finies . . . . .	24
3.1.1	Opérateurs de Sobel . . . . .	25
3.1.2	Opérateurs de Prewitt . . . . .	26
3.1.3	Opérateurs de Roberts . . . . .	27
3.1.4	Exemples numériques . . . . .	30
3.1.5	Le Laplacien . . . . .	34
3.1.6	Exemple numérique . . . . .	35
3.2	Dérivation par Filtrage optimal . . . . .	37
3.2.1	Critères de Canny . . . . .	37
3.2.2	Exemple numérique . . . . .	39
	<b>Conclusion générale</b>	<b>40</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>42</b>

# Introduction

En modélisation par des EDP du traitement d'images, on peut distinguer en particulier deux domaines d'application. Le premier est la restauration des images, qui consiste à améliorer l'image afin de la rendre plus significative à l'oeil en renforçant les contrastes de l'image originale et en corrigeant les distorsions (bruit) introduites lors de son acquisition. L'autre domaine est celui de la segmentation ou d'une manière plus générale celui de l'interprétation des images qui consiste à détecter les contours des objet significatifs de l'image.

En imagerie mathématique, on considère principalement deux types de segmentation :

- La segmentation par **contours** qui permet de délimiter les différentes régions par leurs frontières.
- La segmentation par **régions** qui permet de caractériser les régions d'une image présentant un structure homogène .

Le travail présenté dans ce mémoire se situe dans la première approche. Dans les années 80, des approches plus systématiques ont été mises en place par Marr [Marr et Hildreth, 1980][10], puis Canny [Canny, 1986][5] [6], pour obtenir des contours plus significatifs. Ces travaux ont abouti à une bonne compréhension de ce qu'il faut faire pour détecter les contours, mais la définition même des contours demeure très vague, ce qui rend ces techniques encore peu efficaces sur un problème concret. De plus le problème de détection de contours est généralement mal posé [Torre et Poggio, 1986] . C'est pourquoi, même si de très gros progrès ont été accomplis dans ce domaine, les techniques empiriques d'estimation du gradient proposées dans les années 1970-1980 restent souvent encore employées en concurrence de techniques plus modernes.

Ce mémoire est organisé de la manière suivante :

**Le premier chapitre:** nous rappelons les notions sur les Généralités sur l'analyse d'image ainsi que les différents types de filtrage numérique.

**Le deuxième chapitre:** Plusieurs méthodes, telle que la méthode dérivative (Laplacien, gradient) , et celle de filtrage optimale (Canny) ont été développées pour ce type d'approche afin d'arriver à une détection qui fournit une représentation correcte de l'image et donner toutes les propriétés significatives de la scène .

Enfin dans le **le troisième chapitre:** On présente une technique d'approximation numérique qui sont les approximations par différences finies et filtrage optimal, et enfin on présente les résultats numériques illustrés par des images .

# Chapitre 1

## Généralités sur l'analyse d'image

### 1.1 Image numérique

Une image numérique est une matrice de pixels repérés par leur coordonnées  $(x, y)$ . S'il s'agit d'une image couleur, un pixel est codé par 3 composantes (R, V, B). (Chacune comprise au sens large entre 0 et 255), représentant respectivement les doses de rouge, vert et bleu qui caractérisent la couleur du pixel. S'il s'agit d'une image en niveau de gris, il est codé par 1a composante comprise au sens large entre 0 et 255, représentant la luminosité du pixel.

**Définition 1.1.1** (*cas discret*)

Une image de taille  $(m, n)$  est une matrice  $I$  de taille  $(m, n)$  est la valeur de  $I(i, j)$  correspond à la valeur de niveau de gris de l'image (pixel  $(i, j)$ ), donc une image numérisée en niveaux de gris n'est donc rien d'autre qu'une fonction définie.

- sur une grille discrète et prenant des valeurs discrètes, c'est à dire une matrice de nombres binaires.

**Définition 1.1.2** (*cas continu*)

Soit  $\Omega, \mathbb{R}$  un ouvert borné de  $\mathbb{R}^2$  (ex : Rectangle) .

Une image est définie comme une fonction  $u : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$  (niveau de gris)

et  $u : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^3$  (couleur).

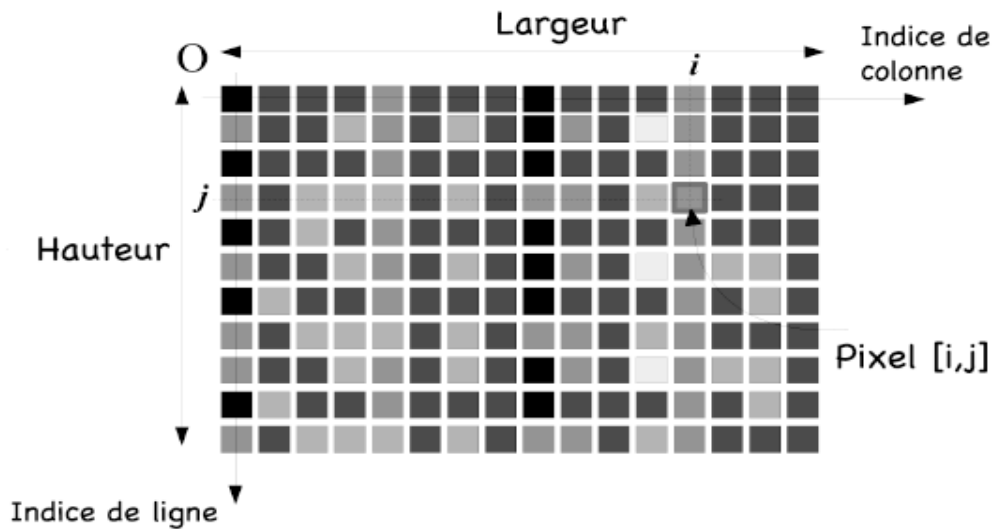


Figure 1.1.1 : Pixels et niveaux de gris

$I$  est l'image numérique :  $I[i, j] = n$  est la valeur du niveau de gris. Lorsque  $n \in [N_{\min}, N_{\max}]$ ,  $N_{\max} - N_{\min}$  est le nombre de niveau de gris .

### 1.1.1 Le pixel

Le pixel est l'abréviation de "picture élément" , élément d'image. C'est la primitive de bas niveau la plus pauvre en information car ses seuls attributs sont la position dans la matrice image ( nombre de lignes, nombre de colonnes ), et la valeur numérique indiquant sa couleur, ou son niveau de gris .

### 1.1.2 Les image en teintes de gris

En général, les image en niveaux de gris renferment 256 teintes de gris, par convention la valeur zéro représente le noir (intensité lumineuse nulle) et la valeur 255 le blanc (intensité lumineuse maximale) .

### 1.1.3 Voisinage d'un point

**Définition 1.1.3** Soit  $u : \mathbb{Z}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$  . et soit  $p = [x_p, y_p]$  , un point sur un support isotrop unitaire le 4-voisinage  $V_4(p)$  du point  $p$  est défini :

$$V_4(p) : \{[x_p, y_p \pm 1] , [x_p \pm 1, y_p]\} \quad (1.1.1)$$

le point  $q$  est appelé 4-voisin de  $p$  si  $q \in V_4(p)$  .

De même façon , nous pouvons définir un voisinage plus large :

**Définition 1.1.4** Soit  $u : \mathbb{Z}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$  . et soit  $p = [x_p, y_p]$  , un point sur un support isotrop unitaire le 8-voisinage  $V_8(p)$  du point  $p$  est défini :

$$V_8(p) : \{[x_p \pm 1, y_p \pm 1]\} \quad (1.1.2)$$

le point  $q$  est appelé 8-voisin de  $p$  si  $q \in V_8(p)$  .

## 1.2 Filtrage

### 1.2.1 Notion du filtre

Un filtre est souvent une transformation mathématique (appelée produit de convolution ) permettant pour chaque pixel de la zone à laquelle il s'applique de modifier sa valeur en fonction des valeurs des pixels avoisinants, affectée de coefficients.

Le filtre est représenté par un tableau (matrice), caractérisé par ses dimensions et ses coefficients, dont le centre correspond au pixel concerné. Les coefficients du tableau déterminent les propriétés du filtre. Voici un exemple de filtre  $3 \times 3$

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

## 1.2.2 Principe du filtrage

Le filtrage consiste à modifier la valeur des pixels de tout ou partie d'une image numérique, généralement dans le but d'améliorer son aspect lorsque l'image ne peut pas être exploitée directement. En pratique, il s'agit de créer une nouvelle image en se servant des valeurs des pixels de l'image d'origine entièrement ou partiellement :

### Filtrage globale

Où chaque pixel de la nouvelle image est calculé en prenant en compte la totalité des pixels de l'image de départ .

### Filtrage locale

Où chaque pixel de la nouvelle image est calculé en prenant en compte seulement un voisinage du pixel correspondant dans l'image d'origine. Il est d'usage de choisir un voisinage carré et symétrique autour du pixel considéré. Ces voisinages sont donc assimilables à des tableaux à de dimensions (matrices) de taille impaire .

N'entrent pas dans la catégorie du filtrage toutes les transformations de l'image d'origine : zoom, découpage, projections .

## 1.2.3 Types de filtrage

On peut distinguer trois types de filtrage :

### Les filtres passe-bas :

consistant à atténuer les composantes de l'image ayant une fréquence haute (pixels foncés). Ce type de filtrage est généralement utilisé pour atténuer le bruit de l'image , c'est la raison pour laquelle on parle habituellement de "lissage" , "débruitage" ou encore "filtre antibruit" . Les coefficients du masque sont positifs et leur somme est égale à 1 .

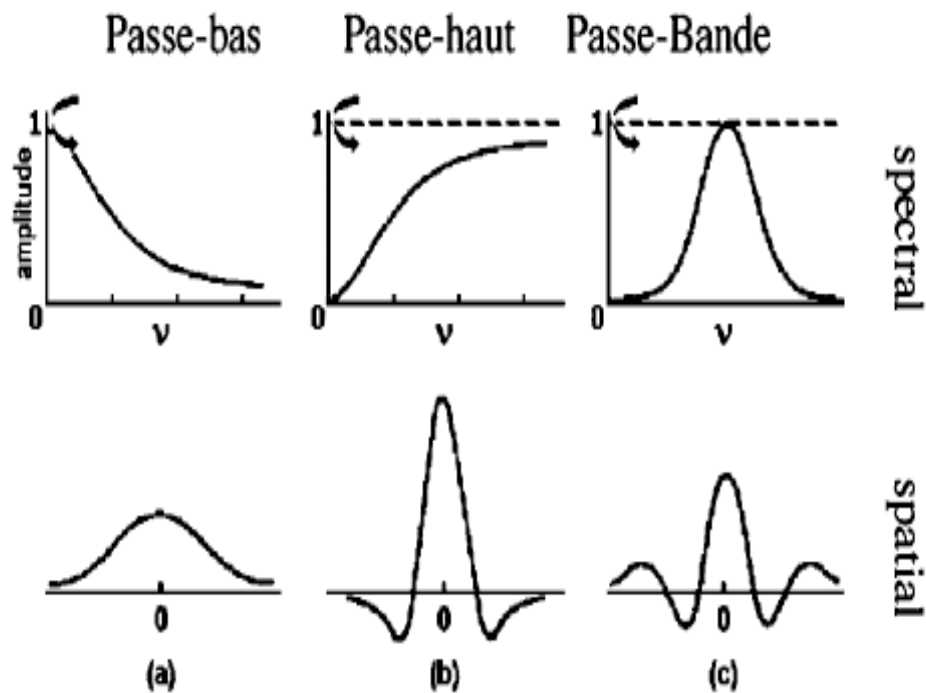


Figure 1.2.1 : Trois type de filtrage

**Les filtres pass-haut :**

À l'inverse des **passé-bas**, atténuent le composantes de basse fréquence de l'image et permettant notamment d'accentuer les détails et le contraste, et donc les différences entre les pixels voisins. C'est la raison pour laquelle le terme de "filtre d'accentuation" est parfois utilisé. Les coefficients du masque peuvent être de signe quelconque mais leur somme est égale à 0 .

**Les filtres Pass-band :**

Élimine certaines fréquences indésirables présentes dans l'image .

### 1.2.4 Techniques du filtrage

Il en existe plusieurs, chaque filtre cherche à atténuer un type de défaut bien précis. Il n'y a pas de filtre universel capable de corriger tous les défauts. Il faut choisir les bons filtres suivant les défauts que nous désirons corriger

#### Filtres linéaires :

Filtrer une image c'est modifier la valeur d'un pixel en lui appliquant une fonction mathématique. Ce filtre est appelé linéaire si cette fonction est algébriquement linéaire. Un filtre d'image est défini par une fenêtre carrée de dimension impaire (souvent 3 ou 5) qui se déplace sur l'image en remplaçant la valeur de chaque pixel de l'image par le résultat d'une transformation portant sur le pixel et ses voisins. On utilise souvent de filtres :

- Les filtres (passe-haut) qui appliquent une opération de dérivée sur l'image .
- Les filtres (passe-bas) qui réalisent un lissage .

#### Convolution discrète

Soit  $f$  une image numérique, et  $h$  une fonction de  $[X_1, X_2] \times [Y_1, Y_2]$  à valeurs réelles.

La convolution de  $f$  par  $h$  est définie par :

$$(f * h) [x, y] = \sum_{i=X_1}^{X_2} \sum_{j=Y_1}^{Y_2} h(i, j) \cdot f(x - i, y - j) \quad (1.2.1)$$

$h$  est dit noyaux de convolution .

**Exemple 1.2.1** Soit un filtre défini par un masque  $3 \times 3$  de coefficients:

$y-1$	$y$	$y+1$	
$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$x-1$
$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$x$
$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$x+1$

$$g(x, y) = a_{11} \cdot f(x - 1, y - 1) + a_{12} \cdot f(x - 1, y) + a_{13} \cdot f(x - 1, y + 1) + a_{21} \cdot f(x, y - 1) + a_{22} \cdot f(x, y) + a_{23} \cdot f(x, y + 1) + a_{31} \cdot f(x + 1, y - 1) + a_{32} \cdot f(x + 1, y) + a_{33} \cdot f(x + 1, y + 1)$$

par exemple

100	100	100	100	100	*	0	-1	0	=	100	100	100	100	100	
100	100	100	100	100		-1	5	-1		100	100	50	100	100	
100	100	150	100	100		0	-1	0		100	50	150	50	100	
100	100	100	100	100											
100	100	100	100	100											
100	100	100	100	100											
100	100	100	100	100											
100	100	100	100	100											

### Exemple 1.2.2 Filtre gaussien

En traitement d'image, on traite de données à deux dimensions, on donne alors la formule gaussienne à deux dimensions comme suit :

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\delta} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\delta^2}\right) \quad (1.2.2)$$

comme les données traitées dans ce domaine sont discrètes, on est amené à utiliser un masque discret c'est-à-dire une matrice. Le filtrage grâce au paramètre  $\delta$ .

Les filtres linéaires présentent un inconvénient car ils génèrent un flou au niveau des zones de transitions.

### Filtres non linéaires

Parmi les filtres non linéaires nous allons présenter le filtre médian donnant de bons résultats en imagerie.

#### Filtre médian

Le filtre médiane est utilisé pour atténuer des pixels isolés, c'est-à-dire ayant une valeur très différente, de leur voisinage. Ce filtre est efficace sur des image dégradée par une source de bruit impulsionnel c'est-à-dire une source qui permet à quelques pixels de l'image de prendre des valeurs complètement aléatoires.

- Le principe de ce filtre est de :

1. Considérer une fenêtre centrée sur un pixel .
2. Trier les pixels de cette fenêtre selon un ordre croissant de leur niveau de gris .
3. Affecter au pixel central la valeur médiane .

**Exemple 1.2.3** *par exemple*

14	126	120
140	<u>160</u>	165
132	75	250

La valeur 160 est remplacées par la valeur 132 (position médiane). Les valeur 14 et 250 sont les valeurs extrêmes .

14	75	120	126	<u>132</u>	140	160	165	250
----	----	-----	-----	------------	-----	-----	-----	-----

donc :

14	126	120
140	<u>132</u>	165
132	75	250

La valeur médiane est celle qui sépare une séquence triée des valeurs des niveaux de gris en deux parties égales .

Ce pendant ce filtre possède un inconvénient car il effecte la géométrie des régions de l'image de ce fait, les zones comportant des angles aigus ont tendance à voir leurs angles arrondis par le filtrage .

### Le filtre Laplacien

Le filtre laplacien est un filtre de convolution particulier :

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \quad (1.2.3)$$

Qu'on peut écrire :

$$\nabla^2 f(x, y) \simeq f(x + 1, y) + f(x - 1, y) + f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 4f(x, y) \quad (1.2.4)$$

Il existe trois noyaux typiques de taille  $3 \times 3$  qui peuvent remplir ce rôle :

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

1	-2	1
-2	4	-2
1	-2	1

**Remarque 1.2.1** *La somme de tous éléments du noyau d'un filtre **Laplacien** est toujours nulle, ce qui implique que ce filtre n'est pas un filtre linéaire .*

### 1.2.5 Avantage du filtrage

On citera comme avantage :

1. Accentuer les variations d'intensité de l'image : renforcer les différences entre les pixels appartenant à des régions adjacentes.
2. Détection de contours et préservation de la forme des régions.
3. Renforcement de l'homogénéité à l'intérieur des régions (réduction de bruit).

### 1.2.6 Les filtres séparables

Un filtre à réponse impulsionnelle  $h(x, y)$  séparable selon  $x$  et  $y$  est un filtre pour lequel :

$$h(x, y) = h_x(x)h_y(y) \quad (1.2.5)$$

ce qui se traduit pour le filtrage d'une image par :

$$F'(x, y) = h(x, y) * f(x, y) \quad (1.2.6)$$

$$F'(x, y) = h_y(y) * (h_x(x) * f(x, y)) \quad (1.2.7)$$

et pour les dérivées :

$$\frac{\partial F'(x, y)}{\partial x} = f(x, y) * \left( \frac{\partial h_x(x)}{\partial x} h_y(y) \right) \quad (1.2.8)$$

$$\frac{\partial F'(x, y)}{\partial y} = f(x, y) * \left( h_x(x) \frac{\partial h_y(y)}{\partial y} \right) \quad (1.2.9)$$

$$\Delta I'(x, y) = I(x, y) * (\Delta h_x(x) h_y(y) + h_x(x) \Delta h_y(y)) \quad (1.2.10)$$

Les principaux intérêts des filtres séparables sont :

1. Ramener le problème du filtrage d'un signal bidimensionnel à celui du filtrage d'un signal monodimensionnel .
2. Réduire le temps de calcul. Pour une convolution par un masque de filtrage de dimension  $H$  .
3. possibilité d'implanter récursivement le filtre .

#### Exemple 1.2.4

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline \end{array} \otimes \begin{array}{|c|} \hline \alpha \\ \hline \beta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \alpha a & \alpha b & \alpha c \\ \hline \beta a & \beta b & \beta c \\ \hline \gamma a & \gamma b & \gamma c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \alpha \\ \hline \beta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline \end{array} \quad (1.2.11)$$

# Chapitre 2

## Détection de contour

La détection de contours est très utilisée comme étape de prétraitement pour la détection d'objets, pour trouver les limites de régions. En effet, un objet peut être localisé à partir de l'ensemble des pixels de son contour. De plus, trouver cet ensemble permet d'obtenir une information sur la forme de l'objet. Du point de vue théorique, un contour est défini par un changement marqué de l'intensité d'un pixel à l'autre. Comme en chaque point le contour est considéré comme perpendiculaire à la direction de gradient, ce dernier est utilisé pour la détection : selon les modèles classiques de traitement d'image, en tout point de l'image les dérivées partielles sont estimées. Ceux qui fournissent les plus fortes correspondent à des pixels de contour.

En pratique, le calcul de gradient est effectué par la convolution de filtres linéaires. Ces filtres peuvent estimer les dérivées premières, les dérivées secondes, etc..., et se focaliser sur des contours de directions différentes. Il existe ainsi de nombreux filtres, qui ont des fondements mathématiques différents. Cependant, quelle que soit leur justification théorique, leur objectif reste le même : mettre en évidence les pixels qui ont une valeur très différente de leurs voisins. Nous ne présentons ici, à titre d'exemple, que le filtre gradient et les opérateurs de Robert et Prewitt parmi les plus couramment employés.

## 2.1 Definition du Contour

Dans l'approche "contour", on considère que les primitives à extraire sont les lignes de contrastes séparant des régions de niveaux de gris différents et relativement homogène, ou bien des régions de texture différents. En pratique, il s'agit de reconnaître les zones de transition et de localiser au mieux la frontière entre les régions.

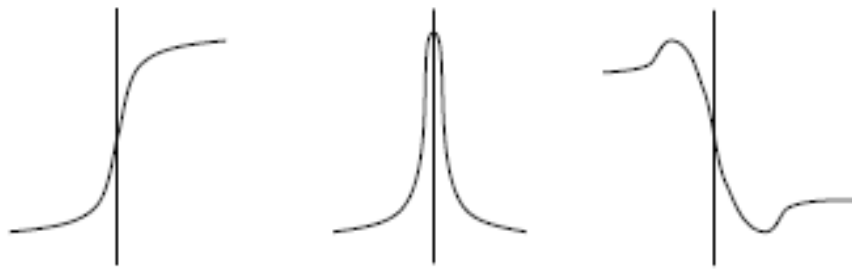
Donc un contour peut approximativement être défini comme une zone de l'image où l'intensité des pixels change brusquement, cette discontinuité dans les image est le passage d'un niveau de gris à un autre, de manière plus ou moins rapide .

On distingue trois types de contour simple :

1. **Marche d'escalier** : le contour est net (contour idéal).
2. **Rampe** : le contour est plus flou.
3. **Toit** : il s'agit d'une ligne sur un fond uniforme.



*Différents types de contours : marche, toit et pointe.*



*La fonction d'intensité au voisinage d'un contour en marche et ses dérivées première et seconde.*

Figure 2.1.1 : Différents types de contours

## 2.2 Détection de contour

La détection de contour est une étape préliminaire à de nombreuses applications de l'analyse d'image. Les contours constituent en effet des indices riches, au même titre que les points d'intérêts, pour toute interprétation ultérieure de l'image. Les contours sont caractérisés par des discontinuités de la fonction d'intensité dans l'image. Le principe de la détection de contours repose donc sur l'étude des dérivées de la fonction d'intensité dans l'image : les extrêmes locaux du gradient de la fonction d'intensité et le passage par zéro du laplacien.

**Définition 2.2.1** *Le gradient d'image filtrée*

Soit  $f(x, y)$  fonction d'intensité d'une image, on note  $F'(x, y)$  l'image filtrée par  $h(x, y)$ ,

Le gradient d'une image filtrée est donnée par :

$$\nabla F'(x, y) = \nabla(f(x, y) * h(x, y)) = \nabla f(x, y) * h(x, y) = f(x, y) * \nabla h(x, y)$$

**Définition 2.2.2** *Le Laplacien d'une image filtrée:*

*Soit  $F'(x, y)$  l'image filtrée par  $h(x, y)$ , alors le Laplacien d'une image filtrée est donnée par :*

$$\Delta F'(x, y) = \Delta(f(x, y) * h(x, y)) = \Delta f(x, y) * h(x, y) = f(x, y) * \Delta h(x, y)$$

## 2.3 Différentes approche de détection de contours

Dans la détection de contours, on s'intéresse aux variations d'intensités des pixels, ces variations constituent les frontières des régions correspondant à des bords ou à des parties d'objets de la scène.

Plusieurs méthodes ont été développées afin d'arriver à une détection qui fournit une représentation correcte de l'image et donner toutes les propriétés significatives de la scène.

## 2.4 Méthodes dérivatives

Pour déterminer la position des éventuels contours, on utilise les méthodes dérivatives. L'image dérivée met en évidence les variations de niveaux de gris, quand il y a une forte variation, en général, c'est à dire à un changement de zone .

En imagerie à deux dimensions une scène est modélisée par une fonctions de niveau de gris  $f(x, y)$  et les contours sont assimilés aux points de fort gradient.

Deux approches ont été définies pour cette méthode :

1. Approche gradient : détermination des extrémas locaux dans la direction du gradient.
2. Approche Laplacien : détermination des passages par zéro du laplacien .

### 2.4.1 Approche gradient

Le principe de cette approche repose sur la détermination des extrêmes locaux dans la direction du gradient . Dans la suite on va détailler cette approche :

Dans une image supposée continue  $f(x, y)$ , un contour apparaît comme une ligne où sont localisées les très fortes variations de  $f$ .

Soit  $\vec{G}$  le gradient de  $f$  :

$$\vec{G} = \vec{\nabla} f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

On associe à  $f$  une image du module du gradient de  $f$  :

$$G = |\vec{\nabla} f| = \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.4.1)$$

ainsi qu'une image des directions du gradient à partir de :

$$\vec{g} = \frac{\vec{\nabla} f}{|\vec{\nabla} f|}$$

et par application de  $[-\pi, \pi[$  sur  $\{0, 255\}$ . Un contour est alors défini comme le lieu des maximums du gradient dans la direction  $\vec{g}$  du gradient. Un point de contour vérifie donc;

$$\frac{\partial G}{\partial g} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 G}{\partial g^2} \leq 0 \quad (2.4.2)$$

avec :

$$\frac{\partial}{\partial g} = \vec{g} \cdot \vec{\nabla} \quad (2.4.3)$$

donc :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial g} &= 0 \\
\frac{\partial G}{\partial g} &= (\vec{g} \cdot \vec{\nabla})(G) \\
&= \vec{g} \cdot \vec{\nabla} G \\
&= \vec{g} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial G}{\partial x} \\ \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{|\vec{\nabla} f|} \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial G}{\partial x}, \frac{\partial G}{\partial y} \right) \\
&= \frac{1}{|\vec{\nabla} f|} \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2} \right] \\
&= 0
\end{aligned}$$

L'équation obtenue est complexe et non linéaire :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2} = 0 \quad (2.4.4)$$

Elle n'a donc en général pas de solution explicite et ne peut être résolue que par tâtonnement. On procède alors en deux étapes : on calcule tout d'abord le gradient, puis on recherche les extrémums dans la direction du gradient.

Afin de garantir la double dérivation même en présence de discontinuité de type *marche d'escalier*, on prétraite l'image  $f$  par convolution avec une fonction au moins deux fois dérivable. On a beaucoup utilisé pour cela la gaussienne, mais on peut également prendre des polynômes de faible degré.

On peut également se placer dans les axes locaux définis par la tangente  $\vec{t}$  et la normal  $\vec{g}$  à la surface  $f(x, y)$ .

Ce repère est tourné d'un angle  $\Phi$  par rapport au repère  $\{x, y\}$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = G \cdot \cos \Phi \\ \frac{\partial f}{\partial y} = G \cdot \sin \Phi \end{cases} \quad (2.4.5)$$

$$\Phi = \arctan \left[ \frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x} \right] \quad (2.4.6)$$

On a alors :

$$\frac{\partial f}{\partial g} = \frac{\partial f}{\partial x} \cos \Phi + \frac{\partial f}{\partial y} \sin \Phi \quad (2.4.7)$$

et les équations 2.4.2 donnent :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial g^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cos^2 \Phi + 2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \cos \Phi \sin \Phi + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \sin^2 \Phi \quad (2.4.8)$$

Cette équation n'est pas plus simple à résoudre que la précédente que la précédente. Cependant elle se relie assez aisément à l'équation du laplacien de  $f$  :

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (2.4.9)$$

qui s'exprime également (par invariance du laplacien par changement de repère euclidien) dans le repère local  $\{t, g\}$  :

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial g^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (2.4.10)$$

On voit que si le terme  $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$  est négligeable (c'est-à-dire si le contour a une courbure très faible), alors :

$$\Delta f = 0 \quad \approx \quad \frac{\partial^2 f}{\partial g^2} = 0 \quad (2.4.11)$$

Cette propriété sera utilisée dans les approches dites par passage par zéro du laplacien .

## 2.4.2 Approche Laplacien

Une deuxième méthode pour détecter les contours est l'utilisation du Laplacien. Le but de cette méthode est la recherche des passages par zéro de la dérivée seconde. Son principe de calcul est donné par la formule suivante :

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \quad (2.4.12)$$

Pour les méthodes dérivatives et afin d'accentuer les zones de haute intensité de gradients, le calcul des ces derniers est généralement suivi par un seuillage. Le seuillage élimine les transitions de faible gradient pouvant correspondre à du bruit .

L'inconvénient des méthodes dérivatives est qu'elles sont très sensibles au bruit, et l'image obtenue comporte beaucoup de contours, même ceux qui ne sont pas significatifs dans l'image.

### Détecteur de Hildrett-Marr

Sur une image lissée, on peut plus facilement essayer de détecter les bords (ou contour). On peut utiliser le détecteur de Hildrett-Marr, on cherche les zéros du laplacien d'une image  $f$  .

Si en un point  $x$  .  $\Delta f$  change de signe et si  $\nabla f$  est non nul, on considère alors que l'image  $f$  possède un bord en  $x$ . En pratique on cherche les points où

$$|\Delta f| \leq \varepsilon_1 \quad (2.4.13)$$

avec changement de signe et

$$|\nabla f| \geq \varepsilon_2 \quad (2.4.14)$$

où  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  sont des réel strictement positifs .

Elles utilisent le fait que le passage par zéro du laplacien correspond en effet bien au maximum du gradient dans la direction du gradient. Mais l'estimation de la dérivée seconde

étant très sensible aux bruits, il convient de filtrer très fortement l'image avant d'un mesurer le Laplacien. Cela conduit au filtrage suivant :

$$\psi * \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) [\psi * f] \quad (2.4.15)$$

où  $\psi$  est un filtre **pass-bas** , ce qui se récrit symboliquement :

$$\text{image des contours} = \text{passage par zéro} \quad \left( f * \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right] \right) .$$

Cela exprime qu'une image de contours est obtenue par filtrage de l'image par la dérivée seconde d'un filtre passe-bas, puis détection des zéros de la fonction ainsi obtenue.

Les filtres les plus utilisés pour ces filtrages **passé-bas** sont les filtres gaussiens [Marr et Hildreth, 1980]. Marr a montré en effet qu'avec de tels filtres on pouvait approcher de très les effets donnés par le système visuel humain. Le filtre obtenu par convolution avec le Laplacien d'une gaussienne est connu sous le nom de **LOG (Laplacien of Gaussians)**.

Les différentes approche existantes se classent ensuite selon la manière d'estimer les dérivées de la fonction d'intensité:

1. Différences finies .
2. Filtrage optimale .

## 2.5 Filtrage différentiel

Une image  $f(x, y)$ . Les premières approches ont donc consisté à approximer les dérivées par différence :

$$g(x, y) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=0}^1 f(x+i, y+j)k(i, j) \quad (2.5.1)$$

$$= f(x-1, y)k(-1, 0) + f(x, y)k(0, 0) + f(x+1, y)k(1, 0) \quad (2.5.2)$$

donc

$$\nabla_x f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} = f(x, y) - f(x - n, y) \quad (2.5.3)$$

ou :

$$\nabla_x f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} = f(x + n, y) - f(x - n, y) \quad (2.5.4)$$

avec, en général  $n = 1$  .

Ces dérivées sont calculées par convolution de l'image avec un masque de différences.

## 2.6 Filtrage optimale

Les dérivations présentées consistent à convoluer l'image par des masques de petites dimensions. Ces approches sont donc dépendantes de la taille des objets traités, elles sont aussi très sensible au bruit. Un autre type d'approche plus récentes repose sur la définition de critères d'optimalité de la détection de contours; ces critères débouchant sur des filtres de lissage *optimaux*.

- Soit  $h$  le filtre de lissage alors :

$$f(x, y) * h(x) * h(y) \quad (2.6.1)$$

est l'image lissée.

$$f(x, y) * h'(x) * h(y) \quad (2.6.2)$$

$$f(x, y) * h(x) * h'(y) \quad (2.6.3)$$

sont les images des dérivées suivant  $x$  et  $y$  et

$$f(x, y) * (h''(x)h(y) + h(x)h''(y)) \quad (2.6.4)$$

est l'image du laplacien.

Nous allons voir en détail dans le chapitre suivant les différentes estimations des dérivées par une convolution de l'image avec un masque à choisir.

# Chapitre 3

## Approximation des dérivées de la fonction d'intensité

### 3.1 Dérivation par différence finies

Ces opérateurs sont à considérer comme des filtres qui vont être corrélés à l'image. Les réponses impulsionnelles de ces filtres peuvent se présenter sous

la forme de fonctions analytiques souvent d'une seule variable ou bien sous la forme de masques bi-dimensionnels. Dans les deux cas le filtrage a lieu en

deux étapes :

Un filtrage suivant les lignes de l'image puis suivant les colonnes dans le cas d'une expression monodimensionnelle de la réponse impulsionnelle du filtre .

Une corrélation bi-dimensionnelle de l'image avec deux masques modélisant deux contours dans des directions orthogonales dans l'autre cas .

Pour chaque opérateur, deux masques sont utilisés de façon à déterminer le gradient de l'image dans deux directions orthogonales.

On note sans surprise que la somme des coefficients de ces filtres est nulle, et que les coefficients sont antisymétriques. Les filtres les plus utilisés sont dans l'ordre décroissant :

Sobel > Roberts > Gradient > Prewitt .

### 3.1.1 Opérateurs de Sobel

Les approximations les plus simple des dérivées directionnelles se font par différences finies.

L'approximation de  $\frac{\partial f}{\partial x}$  se fait par convolution avec  $[-1 \ 1 \ 0]$ . En effet, dans ce cas, la formule générale de convolution discrète :

$$g(x, y) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=0}^1 f(x+i, y+j)k(i, j) \quad (3.1.1)$$

donc

$$g(x, y) = f(x-1, y)k(-1, 0) + f(x, y)k(0, 0) + f(x+1, y)k(1, 0) \quad (3.1.2)$$

$$g(x, y) = -f(x-1, y) + f(x, y) \simeq \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \quad (3.1.3)$$

De même l'approximation de  $\frac{\partial f}{\partial y}$  se fait par convolution avec  $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  :

$$g(x, y) = \sum_{j=-1}^1 \sum_{i=0}^1 f(x+i, y+j)k(i, j) \quad (3.1.4)$$

donc

$$g(x, y) = f(x, y-1)k(0, -1) + f(x, y)k(0, 0) + f(x, y+1)k(0, 1) \quad (3.1.5)$$

$$g(x, y) = -f(x, y-1) + f(x, y) \simeq \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \quad (3.1.6)$$

-1	1	0	y
x-1	x	x+1	

-1	y+1
1	y
0	y+1
x	

Ces opérations sont très sensibles au bruit et on les combine généralement avec un filtre lisseur dans la direction orthogonale à celle de dérivation,

par exemple par le noyau suivant  $(1 \ 2 \ 1)^t$ . On obtient alors des filtres séparables le calcul des dérivées directionnelles en  $x$  et  $y$  revient finalement

à la convolution avec les noyaux suivants :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \simeq (f * h_x)(x, y) \quad (3.1.7)$$

et

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \simeq (f * h_y)(x, y) \quad (3.1.8)$$

avec

$$h_x = (-1 \ 0 \ 1) \otimes (1 \ 2 \ 1)^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1.9)$$

et

$$h_y = (1 \ 2 \ 1) \otimes (-1 \ 0 \ 1)^t = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1.10)$$

Ce sont les **masques de sobel**.

### 3.1.2 Opérateurs de Prewitt

L'opérateur de Prewitt permet de calculer le gradient de l'intensité de chaque pixel. Ceci indique la direction de la plus forte variation du clair au sombre, ainsi que le taux de changement dans cette direction. On connaît alors les points de changement soudain de luminosité, correspondant probablement à des bords, ainsi que l'orientation de ces bords.

Pour ces opérateurs, les dérivées directionnelles horizontales et verticales s'expriment sous la forme :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \simeq (f * h_x)(x, y) \quad (3.1.11)$$

et

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \simeq (f * h_y)(x, y) \quad (3.1.12)$$

avec :

$$h_x = (-1 \ 0 \ 1) \otimes (1 \ 1 \ 1)^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$h_y = (1 \ 1 \ 1) \otimes (-1 \ 0 \ 1)^t = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ce sont les **masques de Prewitt**.

### 3.1.3 Opérateurs de Roberts

Le détecteur de Roberts permet de calculer le gradient bi-dimensionnel d'une image de manière simple et rapide, il amplifie les zones où la norme de gradient spatial est importante qui correspondent souvent au contour.

L'opérateur cherche les dérivés selon des directions diagonales et est constitué de 2 masques  $2 \times 2$  de convolution. Le module, on force deux contours est calculer la norme de vecteur composé par les deux composantes de la dérivée.

Cet opérateur calcule les dérivées partielles de la manière suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y+1) \quad (3.1.13)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = f(x+1, y+1) - f(x, y) \quad (3.1.14)$$

Cette dérivation est obtenue à l'aide d'une convolution de l'image  $f$  avec les masques  $2 \times 2$  suivants :

$$h_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$h_y = \begin{array}{|c|c|} \hline -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Cette méthode présente une forte sensibilité au bruit en raison de la taille des masques .

Dans ce tableau, il existe différentes types de masques-gradients.

TYPES DE MASQUE	AMPLITUDE	DIRECTION																		
<p style="text-align: center;">Masques de Roberts</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 100px;"> <tr><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </table> $h_x$ <table style="display: inline-table;"> <tr><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> </table> $h_y$	0	-1	1	0	-1	0	0	1	$G = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$	$\theta = \frac{\pi}{4} + \arctan\left(\frac{h_y}{h_x}\right)$										
0	-1																			
1	0																			
-1	0																			
0	1																			
<p style="text-align: center;">Masques de Sobel</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 100px;"> <tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>-2</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> $h_x$ <table style="display: inline-table;"> <tr><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table> $h_y$	-1	0	1	-2	0	2	-1	0	1	-1	-2	-1	0	0	0	1	2	1	$G = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$	$\theta = \arctan\left(\frac{h_y}{h_x}\right)$
-1	0	1																		
-2	0	2																		
-1	0	1																		
-1	-2	-1																		
0	0	0																		
1	2	1																		
<p style="text-align: center;">Masques de Prewitt</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 100px;"> <tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> $h_x$ <table style="display: inline-table;"> <tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> $h_y$	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	1	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1	$G = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$	$\theta = \arctan\left(\frac{h_y}{h_x}\right)$
-1	0	1																		
-1	0	1																		
-1	0	1																		
-1	-1	-1																		
0	0	0																		
1	1	1																		
<p>Masques de Kirsh</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>-3</td><td>0</td><td>-3</td></tr> <tr><td>-3</td><td>-3</td><td>-3</td></tr> </table> <p>+les 7 autres masques obtenus par permutation circulaire des coefficients <math>H_i</math> pour <math>i</math> de 1 à 8</p>	5	5	5	-3	0	-3	-3	-3	-3	<p>maximum des <math> H_i </math></p>	<p>Direction correspondant au <math>H_i</math> sélectionné</p>									
5	5	5																		
-3	0	-3																		
-3	-3	-3																		
<p>Masques de Robinson</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>-2</td><td>1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> </table> <p>+les 7 autres masques obtenus par permutation circulaire des coefficients <math>H_i</math> pour <math>i</math> de 1 à 8</p>	1	1	1	1	-2	1	-1	-1	-1	<p>maximum des <math> H_i </math></p>	<p>Idem</p>									
1	1	1																		
1	-2	1																		
-1	-1	-1																		



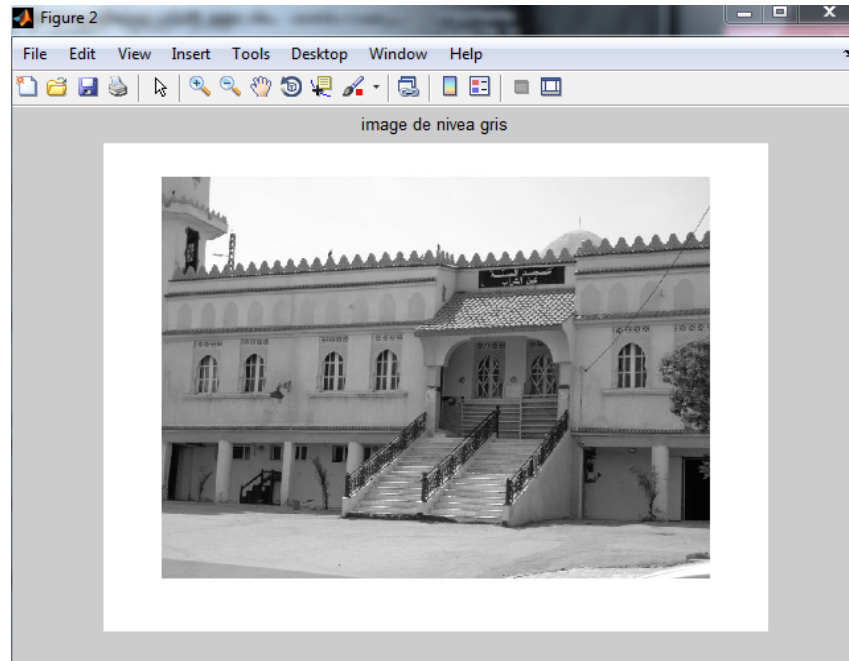
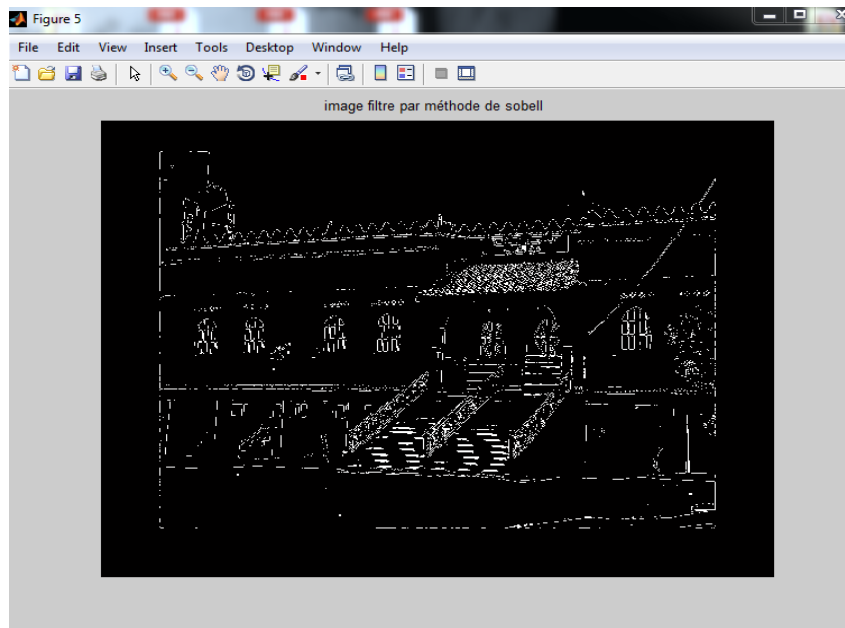
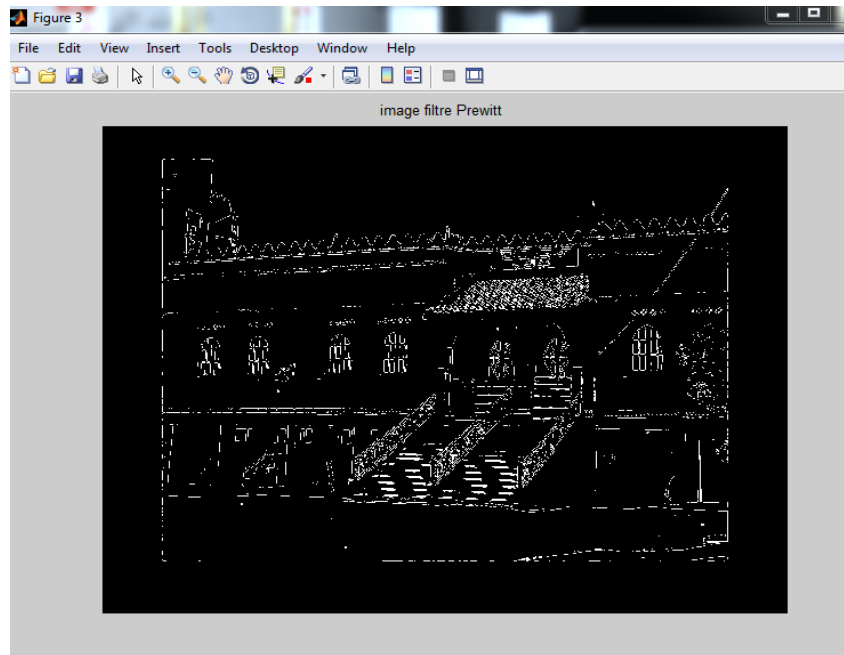


Image de niveau de gris

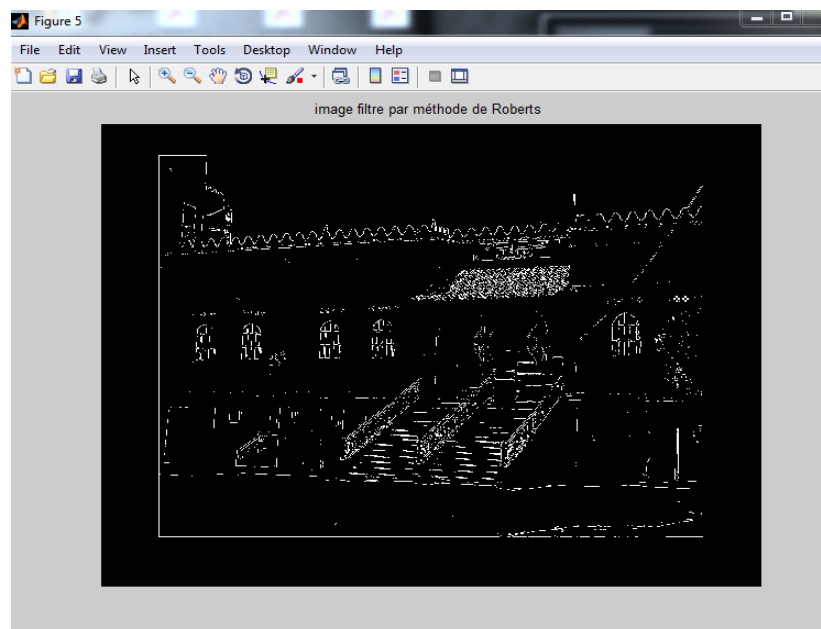
```
E:\hayatzaki\edg.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
- 1.0 + ÷ 1.1 x
1 - clc
2 - clear all
3 - close all
4 - I=imread('hz.jpg');
5 - %image de niveau gris
6 - I=rgb2gray(I);
7 - figure;
8 - imshow(I);title('image de nivea gris');
9 - %image filtre par méthode de sobel
10 - Q1=edge(I,'sobel');
11 - figure;
12 - imshow(Q1);title('image filtre par méthode de sobel ');
13 - %image filtre par méthode de Prewitt
14 - BW2=edge(I,'Prewitt');
15 - figure;
16 - imshow(BW2);title('image filtre Prewitt ');
17 - %image filtre par méthode de Robert
18 - Q1=edge(I,'roberts');
19 - figure;
20 - imshow(Q1);title('image filtre par méthode de Roberts ');
script Ln 9 Col 1 OVR
```



Détection de contour par les masques de Sobel



Détection de contour par les masques de Prewitt



Détection de contours par les masques de Roberts

### 3.1.5 Le Laplacien

De même façon, l'approximation par différences finies la plus simple de la dérivée seconde est la convolution par le noyau  $[1 \ -2 \ 1]$  pour l'approximation de

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \text{ et } \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ pour l'approximation de } \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}.$$

Le laplacien

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (3.1.15)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

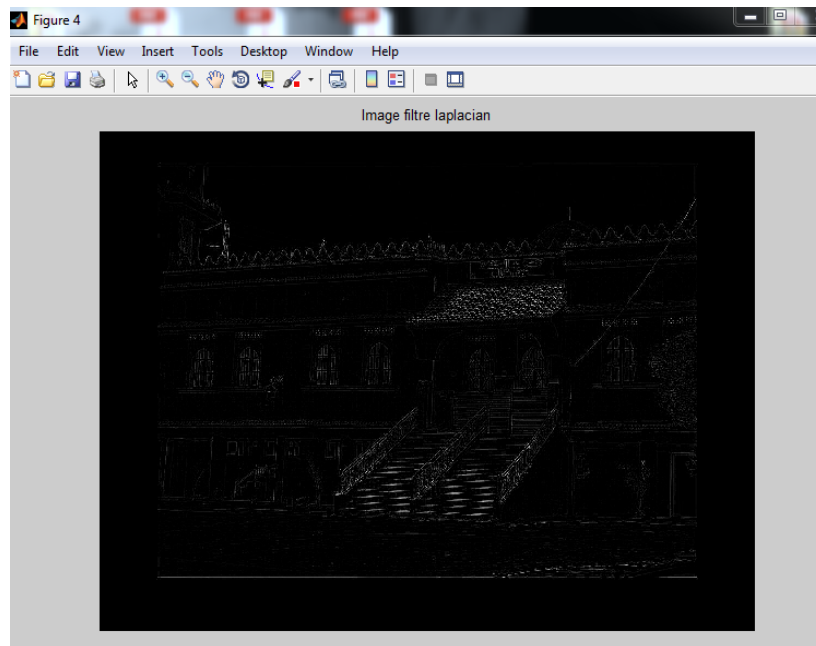
peut donc être approché par l'un opérateurs linéaires suivants :

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

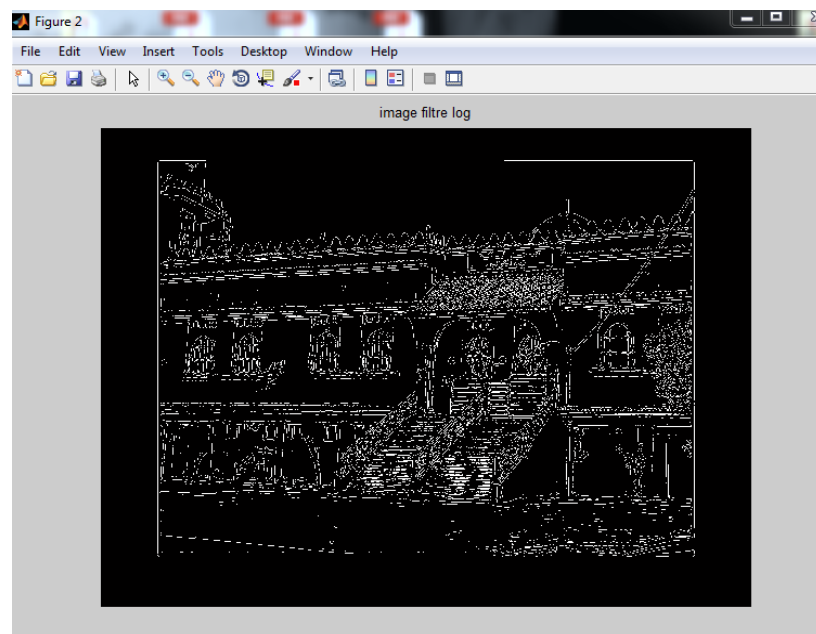
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

1	-2	1
-2	4	-2
1	-2	1





Détection de contour par Laplac



Détection de contour par LOG

## 3.2 Dérivation par Filtrage optimal

### 3.2.1 Critères de Canny

On se place dans le cas monodimensionnel. On suppose que la détection est effectuée en convoluant le signal par un filtre de réponse impulsionnel  $h$ , les contours étant caractérisé par les extréma de la sortie du filtre. Les contours envisagés ici sont des contours de types marche et le bruit est supposé blanc (de moyenne nulle).

L'algorithme de canny est un algorithme qui cherche les contours en testant à la fois la norme et la direction du gradient de l'image en un point. Il a plusieurs avantages :

- **Détection** : Bonne détection des points de contours faibles .
- **Localisation** : localisation faible des point de contours .
- **Unicité de la détection** : pour un contour on a un seul point de contour .

#### Algorithme

1. Filtrage de l'image  $f$  pour en lever le bruit (passe-bas) .
2. Calcule du gradient en chaque pixel :

- Norme du gradient :

$$N(x, y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \quad (3.2.1)$$

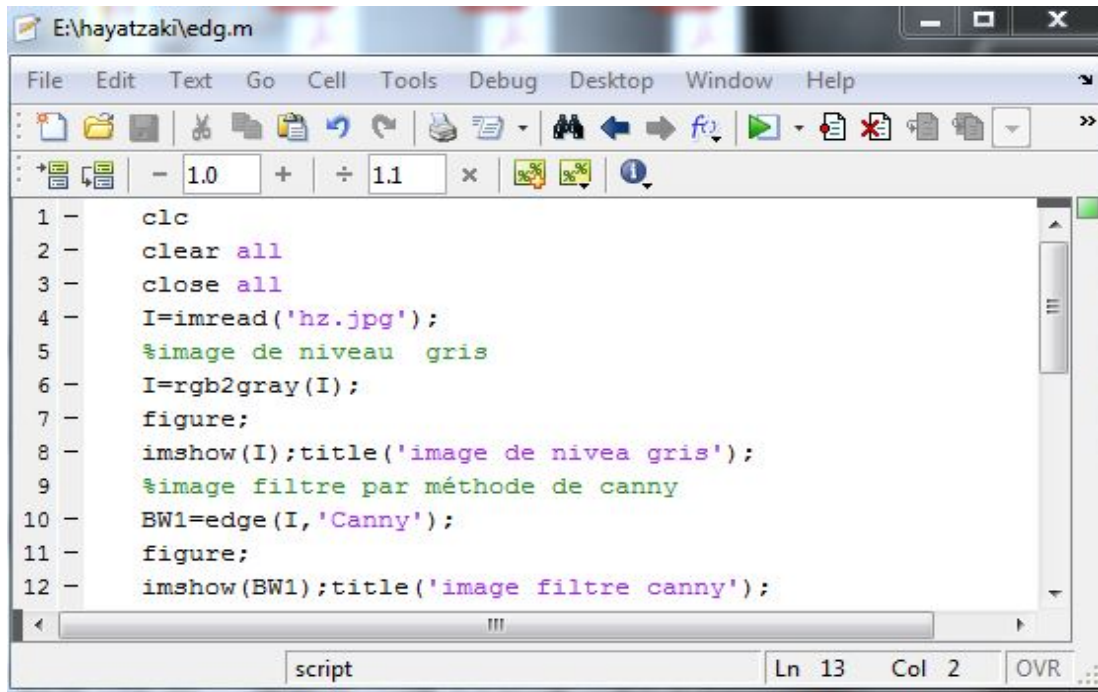
- Direction du gradient grâce à son angle :

$$\theta(x, y) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right) & \text{si } \frac{\partial f}{\partial x} \neq 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{si non} \end{cases} \quad (3.2.2)$$

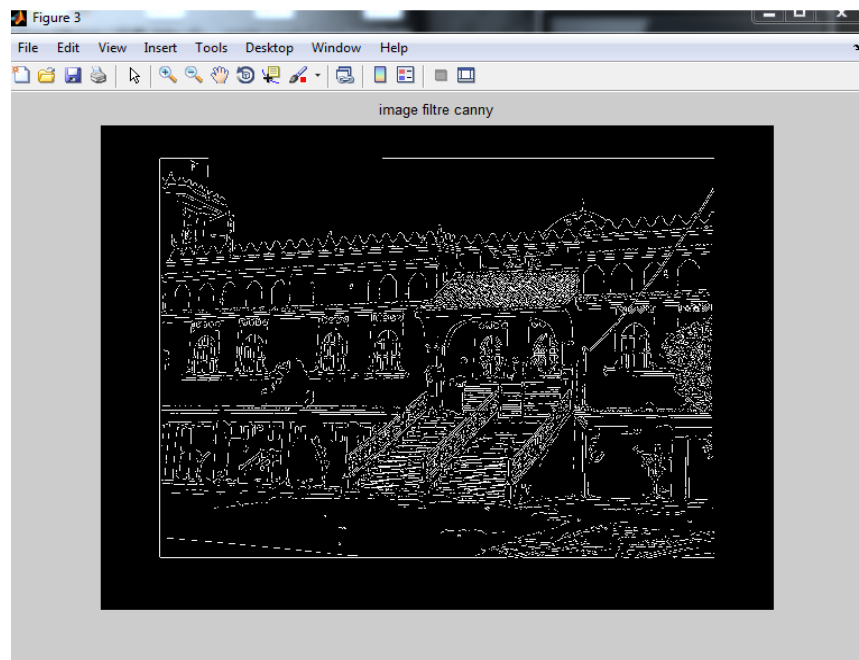
3. Approximation de  $\theta$  à un multiple de  $\frac{\pi}{4}$  près .

4. Si la norme du gradient en un pixel  $(x, y)$  est inférieure à la norme du gradient en un de ses deux voisins le long du gradient, mettre la norme  $N(x, y)$  à 0 (on supprime les gradients qui ne sont pas des maxima locaux)
5. Hystérésis : soient  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$  deux seuils si la norme du gradient en un pixel  $(x, y)$  est supérieure à  $\kappa_1$  ajouter  $(x, y)$  au contour ainsi que tous les points reliés à  $(x, y)$  le long de la norme au gradient pour lesquels la norme du gradient est supérieure à  $\kappa_2$ .

## 3.2.2 Exemple numérique



```
1 -   clc
2 -   clear all
3 -   close all
4 -   I=imread('hz.jpg');
5 -   %image de niveau gris
6 -   I=rgb2gray(I);
7 -   figure;
8 -   imshow(I);title('image de nivea gris');
9 -   %image filtre par méthode de canny
10 -  BW1=edge(I,'Canny');
11 -  figure;
12 -  imshow(BW1);title('image filtre canny');
```



Détection de contour par filtre canny

## **Conclusion générale**

Dans ce mémoire, on a étudié le problème de détection de contour par approche EDPs. La méthode dérivative a été étudiée avec les deux approches à savoir, approche gradient, qui consiste à déterminer des extrémas locaux dans la direction du gradient, l'autre approche est la détermination des passages par zéro du Laplacien .

L'autre méthode concernant la détection du contour est le filtrage optimal .

Nous avons également présenté les différentes méthodes d'estimation des dérivées, à partir de la présentation de différents filtres utilisés dans la détection de contour, à savoir la méthode de différence finies et celle du filtrage optimale.

# Bibliographie

- [1] **ABDELLI Ouardia:** *Segmentation d'image par seuillage d'histogrammes bidimensionnels*, Mémoire de Magister, Université Mohamed Boudiaf Oran, 2012 .
- [2] **ABED Samira:** *Image processing by the partial derivative equations*, Mémoire de Magister, Université of EL HADJ LAKHDAR-BATNA, 23/02/2012 .
- [3] **BAAKEK Touria:** *Segmentation trois dimensions (3D) des Image Médicales*, Thèse de Magister, Université Abou Beker Belkaid-TLEMCEM .
- [4] **BERGOUNIOUX.M:** *Méthodes mathématiques pour le Traitement d'Image*, Cours Master, 10 Mai 2009 .
- [5] **Canny.J.F:** *Acomputation approach to edge detection*, IEEE Trans.vol.8, 679-698, 1986 .
- [6] **Canny.J.F:** *Finding edges and lines in images*, Thèse de doctorat, Messachusetts Institute of Thchnology, Cambriolge, Ma, 1983.
- [7] **Cocquerez.J.P and Phillipp.S:** *Analyse d'images: Filtrage et segmentation*. Masson, Paris, 1995 .
- [8] **Deriche.R:** *Using canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector*, International journal of computer Vision, pp.167-187, 1987.
- [9] **François Aujol-Jean:** *Traitement d'image par approches variationnelles et équations aux dérivées partielles*. DEA. 11/04/2005 au 16/04/2005 à l'ENT à Tunis, 2005.

- 
- [10] **Marr.D and Hildreth.E:** *Theory of edge detection.* In proc Roy. Soc. London ser.B, 207, pages 182-217, 1980 .
- [11] **MEDJAHED Fatiha:** *Détection et suivi d'Objets en Mouvement Dans Une Séquence d'Image,* Mémoire de Magister, Université Mohamed Boudiaf Oran, 2012 .
- [12] **Phillipp.S, Guigues.L:** *Evaluation of image segmentation stat of the art, new criteria and comprison,* *Traitement du Signal vol.23 n°2 pp. 109-124, 2006.*
- [13] **Prewitt.J.M.S:** *Object enhancement and extraction.* In PPP, vol. 70, pp 75-149, 1970.
- [14] **Roberts.L.G:** *Machine preception of 3-d solides.* In *OE-OIP, vol .65, pp.159-197, 1965.*
- [15] **Shen.J and Castan.S:** *An optimal linear operator for step edge detection* *CVGIP.Graphics Models and Image processing.* 54(2).112-133, Mars 1992.
- [16] **Sobel.I:** *Neighbourhood coding of binary images for fast contour following and general array binary processing.* *Computer Graphics and Image processing, Vol 8, pp.127-135. 1973.*
- [17] **Vese.L:** *Geometric Level Set Methodes in Imaging, Visio, ANd Graphics, Ch. Multiphase object Detection and Image Segmentation,* pp. 175-194. New York. Springer-Verlog, 2003 .