

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET PUBLIQUE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF – M'SILA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE
MASTER EN AUTOMATIQUE
OPTION : AUTOMATIQUE

THEME

Commande Prédictive Généralisée : Application Au Moteur A Excitation Séparée

Proposé et dirigé par :
Mr. OUBABAS Hocine

Présenté par :
FERDJOUKH Yacine

ANNE UNIVERSITER : 2015/2016

N° d'ordre : AUT_196

Dédicaces

Je dédie ce mémoire :

À ma mère et mon père qui n'ont pas cessé de m'encourager tout au long de mes études pour que j'arrive à ce jour-là. Ils sont les plus chers à mon cœur, avec toute ma gratitude,

À mes chères sœurs et frères,

À tous mes amis,

À toute ma famille,

À toute les étudiants du Génie Électrique et toute la promotion 2015/2016 principalement.

FERDJOUKH Yacine

Remerciements

Je remercie Dieu, le tout puissant, je rende grâce pour m' avoir donné santé, patience, volonté et surtout raison.

Ainsi, J'exprime toute ma reconnaissance à monsieur OUBABAS Hocine, Prof à l'université de Mohamed Boudiaf – M'SILA, pour avoir assuré l'encadrement de ce travail. Je le remercie pour son soutien, son orientation et ses consignes. Son expérience et sa connaissance ont contribué à ma formation scientifique.

J'adresse un grand merci à mon amies et collègues Mekki Abedelmounaim, Mame yacine, Rahmani Nadir pour son considérable aide à la mise en forme de ce manuscrit.

Nous tenons également à remercier l'ensemble des membres du jury qui ont fait l'honneur de juger ce travail. Je suis aussi redevable à, tous les enseignants du département de génie électrique.

J'exprime ma profonde reconnaissance à mes parents, mes frères, mes sœurs ainsi que toute ma famille pour leurs encouragements et prières qui m'ont permis de finaliser ce travail.

Enfin, j'exprime ma gratitude à tous ceux qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à l'élaboration de ce travail.

Tables De Matière

Tables De Matière.....	I
La Table Des Abréviations	V
Tables De Figure.....	VI
Liste De Tableaux	VI
Nomenclature.....	VII
<i>Introduction Générale</i>	1
<i>Chapitre : I</i>	
I. Généralités sur la commande prédictive.....	3
I.1.Introduction	3
I.2.Concepts de base	3
I.3.Principes de la commande prédictive	3
I.4.Eléments d'une commande prédictive.....	5
I.5.Les différents types d'algorithmes prédictifs.....	5
I.5.1.Cas linéaire	5
I.5.1.1.La Commande Prédictive (MPC)	5
I.5.1.2.Stratégie générale de la commande prédictive MPC	6
I.5.1.3.Modèle du système	7
I.5.1.3.1 Modèle du processus.....	7
I.5.1.3.2. Modèle de perturbation.....	9
I.5.1.3.3. Fonction objectif et obtention de la loi de commande.....	9
I.5.1.3.4. Paramètres.....	9
I.5.1.3.5. Trajectoire de référence	10
I.5.1.3.6. Contraintes	10
I.5.1.2.1.La Commande Prédictive généralisée (GPC)	11
I.5.1.2.1.1.Le cas sans contraintes.....	11
I.5.1.2.1.1.1.Le modèle de prédiction et la fonction coût	11
I.5.1.2.1.1.2.La loi de la commande prédictive.....	13
I.5.1.2.1.2.avec contraintes.....	14
I.5.1.2.2.La commande prédictive à base d'un modèle d'état	14
I.5.1.2.2.1.Cas sans contraintes	14
I.5.1.2.2.1.1.Calcul des prédictions.....	14
I.5.1.2.2.1.2.Calcul de la commande.....	15
I.5.1.2.2.2.Cas avec contraintes.....	16
I.5.1.2.2.2.1.Position du problème	16
I.5.1.2.2.2.2.Méthodologies de solutions	16
I.5.1.3.La Commande Prédictive Fonctionnelle (PFC).....	17
I.5.1.3.1.Modèle interne	17
I.5.1.3.2.Trajectoire de référence	17
I.5.1.3.3.Structuration de la variable manipulée	19
I.5.1.3.4.Principe de l'horizon fuyant	19
I.5.2.Cas non linéaire	20
I.5.2.1.La Commande Prédictive non linéaire (NMPC).....	20
I.5.2.1.1.Modèle	20
I.5.2.1.2.Le critère d'optimisation.....	21
I.5.2.1.3.Le domaine d'optimisation	21
I.5.2.1.4.La stratégie de commande	23
I.5.2.2.Commande non linéaire prédictive généralisée (NGPC).....	23
I.6.Avantages et inconvénients de la commande prédictive	26

I.Conclusion	28
 <i>Chapitre : II</i> 	
II.1. Introduction	29
II.2. Principe de fonctionnement de la GPC	29
II.3. Commande prédictive GPC monovariante (algorithmique et polynomiale).....	29
II.3.1. Le modèle.....	29
II.3.2. Le prédicteur optimal.....	30
II.3.2.1. Cas où le polynôme $C = 1$	31
II.3.2.2. Cas où le polynôme $C \neq 1$	32
II.3.2.3. Relation entre les polynômes de Diophantine pour le $C = 1$ et $C \neq 1$	33
II.3.3. L’algorithme de commande	34
II.3.3.1. Principe	34
II.3.3.2. Critère de performance.....	35
II.3.3.3. La loi de commande	36
II.3.4. Choix des paramètres de synthèse	37
II.3.4.1. Horizon de prédiction minimal	37
II.3.4.2. Horizon de prédiction maximal.....	37
II.3.4.3. Horizon de commande	38
II.3.4.4. Coefficient de pondération sur la commande.....	38
II.3.5. La version polynomiale de commande prédictive généralisée	39
II.4. Commande prédictive GPC multivariante	40
II.4.1. Introduction	40
II.4.2. Forme de représentation de modèle	40
II.4.3. Calcul de prédicteur optimal.....	41
II.5. Commande prédictive GPC sous contraintes	44
II.5.1. Introduction	44
II.5.2. Les contraintes.....	44
II.5.3. Modélisation des contraintes	44
II.5.3.1. Contraintes sur l'amplitude du signal de commande	45
II.5.3.2. Contrainte sur la vitesse de variation du signal de commande	45
II.5.3.3. Restrictions sur l'amplitude de la sortie	45
II.5.3.4. Restrictions sur les oscillations permises dans la sortie du système.....	46
II.5.3.5. Restrictions pour éviter des comportements de phase non minimale	47
II.5.3.6. Contraintes sur l'état final atteint	47
II.5.4. Optimisation	47
II.5.4.1. La programmation quadratique.....	48
II.5.4.2. Respect des contraintes	48
II.6. Conclusion.....	49
 <i>Chapitre : III</i> 	
III.1. Introduction.....	50
III.1.2. Construction	51
III.1.3. Les différentes configurations d’excitation.....	52

III.1.3.1. Excitation séparée ou indépendante	52
III.1.3.2. Excitation dérivation ou shunt	52
III.1.3.3. Excitation série	52
III.1.4. Avantages et inconvénients	52
III.1.5. Utilisation	53
III.2. Modélisation D'un Moteur A Courant Continu A Excitation Séparée	53
III.2.1. Hypothèses simplificatrices	54
III.2.2. Equation électrique	54
III.2.3. Equation mécanique	55
III.2.4. Modèle électrique	56
III.2.5. Modèle mécanique	56
III.2.6. La fonction de transfert générale T(p)	56
III.2.7. Construction du schéma-bloc	57
III.2.8. La représentation d'état	57
III.2.9. Simulation du la machine	58
III.2.9.1. Les Paramètres du système	58
III.2.9.2. Restrictions	58
III.2.10. Conclusion	60

Chapitre : IV

IV.1. Introduction	61
IV.2. La commande PID	61
IV.2.1. La commande PID en régulation de vitesse	62
IV.2.1.1. Cas d'une commande Proportionnelle ($K_i=K_d=0$)	63
IV.2.1.1.1. Effets du correcteur proportionnel	63
IV.2.1.2. Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale ($K_d=0$)	63
IV.2.1.2.1. Effets du correcteur proportionnel-Intégral	63
IV.2.1.3. Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale-Dérivée	64
IV.2.1.3.1. Effets du correcteur proportionnel-Intégral-Dérivé	64
IV.2.2. Résumé sur l'action des paramètres (coefficients)	64
IV.2.3. Réglage des paramètres	64
IV.2.4. Méthode de Ziegler-Nichols	65
IV.2.4.1. Méthode de la courbe de réaction (Première méthode)	65
IV.2.4.2. Méthode d'oscillation (Seconde méthode)	65
IV.2.5. Application de la méthode et simulation	66
IV.2.5.1. Cas sans perturbation	66
IV.2.5.2. Cas avec perturbation	66
IV.2.6. Interprétation de résultat	66
IV.3. La commande GPC	67
IV.3.1. Discrétisation du système	67
IV.3.2. Etapes de calcul de l'algorithme GPC	68
IV.3.3. Résultats de la simulation	69
IV.3.3.1. Cas sans perturbation	69

IV.3.3.2. Cas avec perturbation	69
IV.3.4. Interprétation des résultats	70
IV.4. Etude comparative	70
IV.5. Tableau Récapitulatif GPC versus PID	71
IV.6. Conclusion	71
<i>Conclusion Générale</i>	72
Annaxe	73
Référence Bibliographique	75

La Table Des Abréviations

- MPC :** Le modèle de commande prédictive (Model Predictive Control).
- MBPC :** La commande prédictive à base de modèle (Model-Based Predictive Control).
- GPC :** La commande prédictive généralisée (Generalised Predictive Control).
- PFC :** La commande prédictive fonctionnelle (Predictive Functional Control).
- MAC :** Les Méthodes et Algorithmes en Commande (Model Algorithmic Control).
- EPSAC :** La commande auto-adaptative prédictive (Extended Prediction Self Adaptive Control).
- DMC :** La commande par matrice dynamique (Dynamic Matrix Control).
- UPC :** La commande prédictive unifiée (Unified Predictive Control).
- EHAC :** La commande adaptative à horizon étendu (Extended Horizon Adaptive Control).
- MUSMAR :** La commande adaptative Multivariable Multi pas (MUlti Step Multivariable Adaptive Control).
- MURHAC :** La commande adaptative à horizon réduit à base de prédicteur multiple (MUltipredictor Receding Horizon Adaptive Control).
- CARIMA :** Le modèle autorégressif de moyenne mobile intégré (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average).
- QP :** La programmation quadratique (Quadratic programing).
- MPQP :** Programmation Quadratique multiparamétrique (multiparametric Quadratic Programming).
- NMPC :** La Commande Prédictive non linéaire (Nonlinear Model Predictive Control).
- NGPC :** La Commande non linéaire prédictive généralisée (Nonlinear Generalized Predictive Control).
- PLC :** Contrôleur a logique programmable (Programmable Logic Controler).
- DCS :** Système de contrôle distribué (Distributed Control System).

Tables De Figure

Chapitre : I

Figure (I.1)	4
Figure (I.2)	4
Figure (I.3)	5
Figure (I.4)	6
Figure (I.5)	7
Figure (I.6)	11
Figure (I.7)	18
Figure (I.8)	19
Figure (I.9)	27

Chapitre : II

Figure (II.1)	29
Figure (II.2)	30
Figure (II.3)	35
Figure (II.4)	40

Chapitre : III

Figure (III.1)	50
Figure (III.2)	51
Figure (III.3)	53
Figure (III.4)	54
Figure (III.5)	57
Figure (III.6)	58
Figure (III.7)	59
Figure (III.8)	59
Figure (III.9)	60

Chapitre : IV

Figure (IV.1)	62
Figure (IV.2)	63
Figure (IV.3)	66
Figure (IV.4)	67
Figure (IV.5)	69
Figure (IV.6)	70
Figure (IV.5)	70

Liste De Tableaux

Chapitre : IV

Tableau (IV.1)	64
Tableau (IV.2)	66
Tableau (IV.3)	71
Tableau (IV.4)	71

Nomenclature

$Y(t)$:	Sortie de système.
$U(t)$:	Commande du système.
Z^{-1} :	Opérateur retard.
$\zeta(t)$:	Bruit blanc.
$\Delta(Z^{-1})$:	Opérateur de différence.
J :	Fonction de cout.
λ :	Coefficient de pondération.
N_1 :	Horizon de prédiction minimal
N_2 :	Horizon de prédiction maximal
N_u :	Horizon de commande.
\hat{Y} :	Sortie prédite.
Δu :	Incrément de commande.
I_m :	Matrice identité de dimension.
$p(Z^{-1})$:	Matrice de transfert.
T_s :	Période d'échantillonnage.
f :	Fonction d'activation.
W :	Référence (ou de consigne).



Introduction Générale

Introduction Générale

La commande prédictive à base de modèle c'est une approche de commande avancée. De toutes les commandes qui portent cette appellation, la commande prédictive est la plus utilisée dans l'industrie, aussi bien pour les qualités techniques et ses performances ainsi que sa facilité de mise en œuvre. Son champ d'application s'étend à tous les domaines industriels, notamment aux cas où la régulation PID n'est pas efficace. [1]

Bien que la commande prédictive est née d'un besoin réel dans le monde industriel, et a vu le jour au sein de L'industrie pétrolière et pétrochimique, elle s'est vite propagée en touchant d'autres secteurs industriels après les grands succès dans L'industrie pétrolière sérieusement éprouvée par les contraintes économiques causées par la crise pétrolière des années 70. [2] [3]

Depuis Ces années, la commande prédictive a été utilisée avec succès dans différentes applications industrielles et pour plusieurs champs d'activités. Une étude sur cette commande menée par plusieurs auteurs dans la littérature a montrée qu'elle est plus utilisée principalement dans les raffineries de pétrole, automobile, défense, métallurgie, et autres domaines. L'idée de la commande prédictive est déjà introduite dans la commande optimale en utilisant une méthode de programmation linéaire par Zadeh et Whalen (1962)

Historiquement, le concept de commande prédictive a été repris par d'autres chercheurs Richelet et al (1978) et Dans, D.W. Clarke. (1987).

La commande prédictive n'a émergé de manière industrielle qu'à partir du milieu des années 1980, même si de nombreux travaux ont fait état de son intérêt dès la fin des années 1970.

Autrefois, la plupart des régulations industrielles est réalisé souvent avec des régulateurs analogique type P.I ou P.I.D. avec une efficacité remarquable et un rapport prix/performance avec lequel il est difficile de les rivaliser. Toutefois, ce type de régulateurs ne couvre pas tous les besoins et ses performances souffrent dans un certain champ d'applications dont on cite :

- Les processus difficiles, notamment non linéaires, instables, a grand retard pur (precèdes chimiques et pétroliers surtout) ainsi que les systèmes a phases non minimales.
- Lorsque les performances sont tendues par I 'utilisateur, notamment : forte atténuation des perturbations, erreur de trainage nulle en poursuite, réponse en temps minimal, ce qui amène à fonctionner sous contraintes qui affectent soit les variables de commande, soit les variables internes du processus.

La commande prédictive est riche et très variée, d'une part, que sa démarche repose sur une méthodologie permettant la prise en compte des contraintes pour la mise au point de la commande et d'autre part la possibilité offerte par ce type de commande pour l'exploitation des informations concernant les trajectoires prédéfinies dans le futur.

En plus des limitations des régulateurs analogiques classiques cités auparavant, l'évolution de L'électronique numérique qui a permis de réaliser des calculateurs très rapides, a favorise l'éclosion de la commande prédictive à base de modèle numérique puisque sur le plan technique, l'accessibilité est plus aisée aux calculateurs numériques susceptibles de réaliser des traitements algorithmiques,

intégrant calcul et logique qu'aux régulateurs purement analogiques. L'introduction de la technique de commande prédictive GPC qui est plus performante peut être considérée comme une extension de nos moyens d'action, un outil de plus qu'il va falloir utiliser à bon escient, sans pour autant rejeter les outils anciens là où ils sont efficaces. [2]

Proposée par Clarke en 1987, la commande prédictive généralisée est devenue l'un des algorithmes de commande prédictive les plus répandus. Elle a été très tôt implémentée, avec succès, dans nombreuses applications industrielles, et a montré de bonnes performances et un certain degré de robustesse.

L'idée à la base de la commande GPC est de calculer une séquence de commandes future de telle façon qu'une fonction de coût à plusieurs composantes soit minimale sur un certain horizon de prédiction. L'indice à optimiser est une fonction quadratique qui mesure la distance entre la sortie prédite du système et une séquence de référence, plus une fonction quadratique qui mesure l'effort de commande. [5]

Notre travail consiste à appliquer la commande prédictive généralisée sur une machine électrique en l'occurrence le moteur à courant continu à excitation séparée, en vue de montrer la robustesse de cette méthode par rapport aux commande classiques tel que le PID pour cela une étude comparative entre ces deux commande fera l'objet de notre travail. Pour ce faire notre travail est réparti comme suit :

Le premier chapitre consiste à présenter les principes généraux de la commande prédictive, détaillant en particulier les algorithmes MPC, GPC et PFC, faisant intervenir des fonctions de coût et des contraintes.

Dans le deuxième chapitre une étude théorique de la commande prédictive généralisée (GPC), est bien détaillée.

Dans le troisième chapitre une modélisation de moteur à courant continu. à excitation indépendant sera présentée avec des simulations dans l'environnement MATLAB/SIMULINK en boucle ouvert

Dans le quatrième chapitre consacré l'application de la commande GPC et PID sur le moteur a excitation séparée, une étude comparative sera présentée, pour les deux commande pour illustre la robustesse de la méthode GPC.

En fin nous terminions nôtres travail par une conclusion générale et des perspectives

CHAPITRE : I

*Généralités sur la
commande prédictive*

I. Généralités sur la commande prédictive

I.1.Introduction

Ce chapitre a pour but d'introduire les principes généraux de la commande prédictive et d'analyser les structures les plus utilisées en l'occurrence la commande prédictive généralisée (GPC), la commande prédictive à base de modèle d'état (MPC) et la commande prédictive fonctionnelle (PFC).

I.2.Concepts de base

Toutes les techniques proposées dans la littérature ont en commun les concepts suivants:

- 1- Utilisation d'un modèle pour construire la prédiction des signaux intéressants : États ou sorties.
- 2- Connaissance de la trajectoire à suivre sur un horizon au moins aussi long que l'horizon De prédiction.
- 3- Minimisation d'un critère le plus souvent quadratique incluant l'erreur de poursuite Et l'effort de commande.
- 4- Utilisation d'un algorithme de résolution produisant en temps réel la solution optimale /ou sous optimale/admissible.
- 5- Application du premier élément de la séquence de commande calculée.
- 6- Répétition de la procédure à la période d'échantillonnage suivante, selon le principe de L'horizon fuyant. [6]

Le modèle de prédiction est fondamental à l'application de la commande prédictive, il constitue la cheville de la loi de commande, il faut donc le construire avec le plus grand soin. Le principe de l'horizon fuyant est tel qu'à chaque période d'échantillonnage, il est nécessaire de calculer une séquence de commandes en boucle ouverte, améliorées par l'arrivée de nouvelles mesures obtenues sur le procédé. La loi de commande prédictive est ainsi implémentée par une suite de problèmes d'optimisation. [7]

I.3.Principes de la commande prédictive

Fondamentalement, l'algorithme de commande prédictive prend en compte le comportement futur du système afin d'élaborer une commande permettant le meilleur suivi d'une trajectoire connue. [7]

Le principe de la commande prédictive consiste à créer pour le système à commander un effet anticipatif par rapport à une trajectoire à suivre connue à l'avance, en se basant sur la prédiction du comportement futur du système et en minimisant l'écart de ces prédictions par rapport à la trajectoire au sens d'une certaine fonction coût, tout en respectant des contraintes de fonctionnement. Cette idée est simple et pratiquée de façon assez systématique dans la vie quotidienne. Par exemple, le conducteur d'un véhicule connaît la trajectoire de référence désirée à l'avance (la route) sur un horizon de commande fini (son champ visuel), et en prenant en compte les caractéristiques de la voiture (modèle mental du comportement du véhicule), il décide quelles actions (accélérer, freiner ou tourner

le volant) il faut réaliser afin de suivre la trajectoire désirée. Seule la première action de conduite est exécutée à chaque instant, et la procédure est répétée à nouveau pour les prochaines actions. [8]

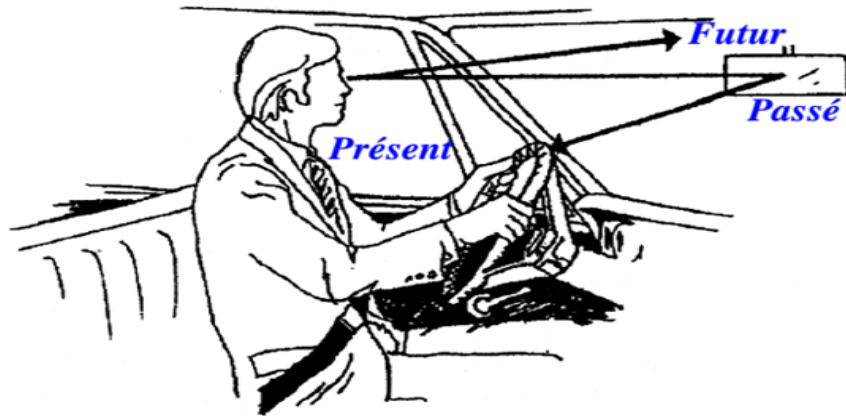


Figure (I.1) : Philosophie de la commande prédictive. [3]

La figure (I.2) résume le principe de la commande prédictive dans le cas général d'un problème de commande optimale sous contraintes sur un horizon glissant.

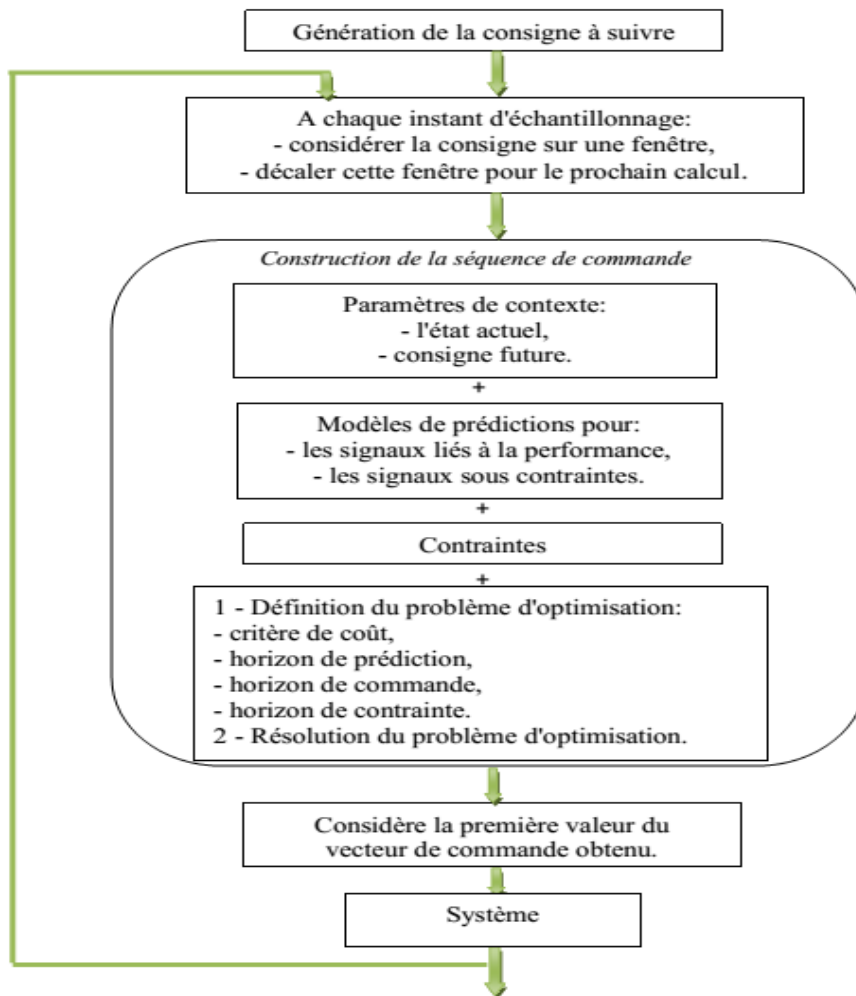


Figure (I.2) : Schéma de principe de la commande prédictive. [19]

I.4.Éléments d'une commande prédictive

Tous les algorithmes de la commande prédictive possèdent les mêmes éléments Figure (I.2), et différentes options peuvent être considérées pour chaque élément, ce qui donne une multitude d'algorithmes. Ces éléments sont :

- 1- Le modèle du système (pour la prédiction),
- 2- Le critère de performances (la prédiction)
- 3- L'algorithme d'optimisation (pour déterminer la séquence de commande)

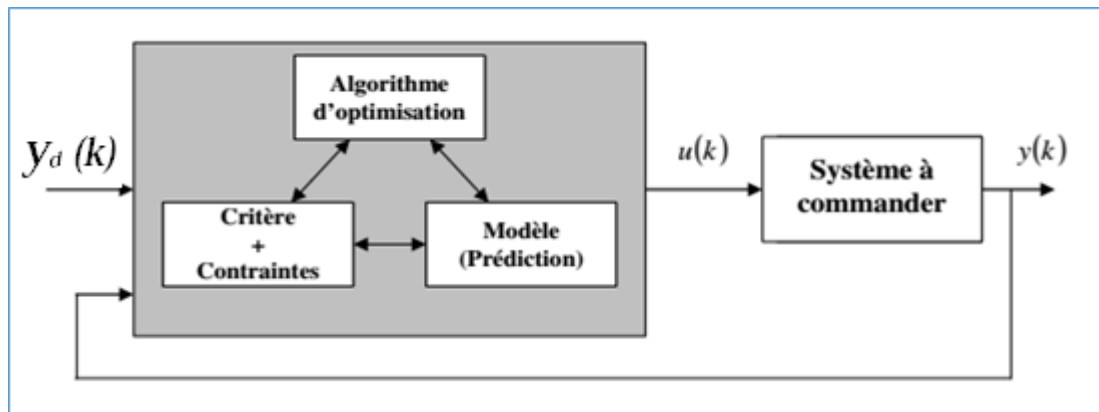


Figure (I.3) : Stratégie de commande prédictive. [15]

Pour l'implémentation de la stratégie prédictive, la structure de base de la figure (I.3) est mise en œuvre. Un modèle sert à prédire les futures sorties du système, grâce aux valeurs courantes et passées de la commande et aux commandes optimales futures. Ces dernières sont calculées par une méthode d'optimisation, qui prend en compte la fonction de coût (qui dépend aussi des consignes futures), et éventuellement des contraintes. Donc, Le modèle du système à commander joue un rôle central dans la commande prédictive. Le modèle choisi doit être capable de prendre en compte la dynamique du processus pour prédire précisément les sorties futures. [8]

I.5.Les différents types d'algorithmes prédictifs

I.5.1.Cas linéaire

I.5.1.1.La Commande Prédictive à base de modèle (MPC)

Bien que chacun des algorithmes présente des spécificités, la commande prédictive, connue sous le nom de MPC (Model Predictive Control) ou MBPC (Model-Based Predictive Control), regroupe l'ensemble de ces stratégies. Concrètement, la formulation MPC du problème de la commande prédictive fait appel à une représentation d'état du système et permet donc l'application des outils classiques d'analyse de la stabilité et de la robustesse. Si cette notion de prédiction du comportement futur du système peut être considérée comme la principale spécificité de la commande MPC, on peut rappeler qu'il est habituel, dans la théorie de commande, de faire appel à la prédiction. Le prédicteur de Smith ou le prédicteur d'état traitant les systèmes à retard sur l'entrée peuvent être cités comme exemples. [9]

La philosophie de la commande prédictive se résume à utiliser un modèle interne pour prédire le comportement du système et choisir la meilleure décision au sens d'un certain coût tout en respectant les contraintes. [10]

I.5.1.2. Stratégie générale de la commande prédictive MPC

De manière générale, la loi de commande prédictive est obtenue à partir de la méthodologie suivante :

- 1- Prédire les sorties futures du processus sur l'horizon de prédiction défini, en utilisant le modèle de prédiction. On dénote $y(t+k|t)$, avec ($k = 0 \dots N$), les sorties prédites et par N l'horizon de prédiction. Ces sorties sont dépendantes des valeurs de sorties et d'entrées du processus à commander connues jusqu'au temps t .
- 2- Calculer la séquence de signaux de commande, dénotée par $u(t+k|t)$, $k = 0 \dots N - 1$, en minimisant un critère de performance afin de mener la sortie du processus vers une sortie de référence dénotée par $w(t+k|t)$, $k = 0 \dots N$. D'habitude le critère de performances à minimiser est un compromis entre une fonction quadratique des erreurs entre $y(t+k|t)$ et $w(t+k|t)$ et un coût de l'effort de commande. Par ailleurs, la minimisation d'une telle fonction peut être soumise à des contraintes sur l'état et plus généralement à des contraintes sur la commande.
- 3- Le signal de commande $u(t/t)$ est envoyé au processus tandis que les autres signaux de commande sont oubliés. Au temps $t+1$ on acquiert la sortie réelle $y(t+1)$ et on recommence au premier.

La figure (I.4) illustre cette méthodologie et sa mise en œuvre utilise la structure de base montrée dans la figure (I.5). Les deux boucles fondamentales à remarquer sur cette figure sont le modèle et l'optimiseur. Le modèle doit être capable de capturer la dynamique du processus, de prédire les sorties futures de manière précise et sa mise en œuvre doit être facile, l'optimiseur fournit les actions de commande. En présence de contrainte la solution est obtenue via des algorithmes itératifs, avec plus de temps de calcul, évidemment. [11]

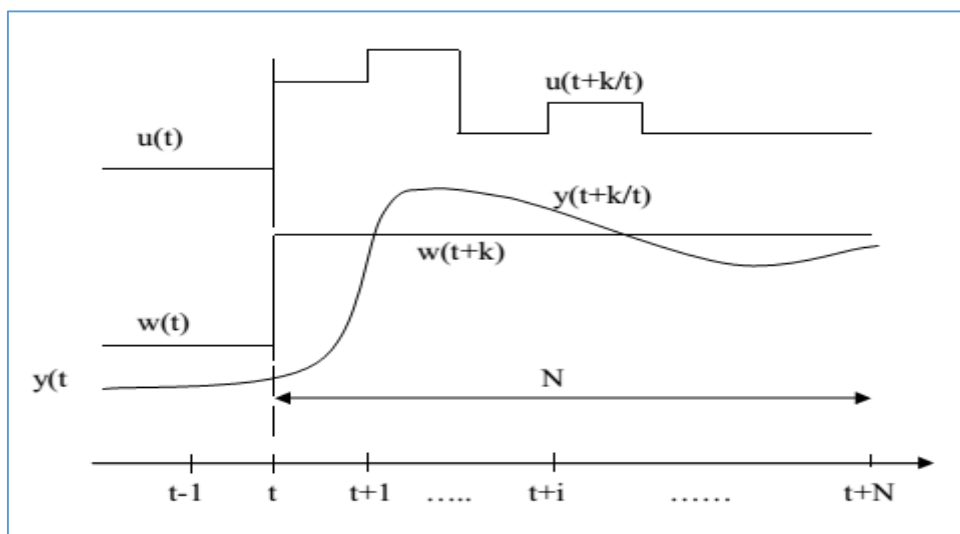


Figure (I.4) : La méthodologie du MPC. [11]

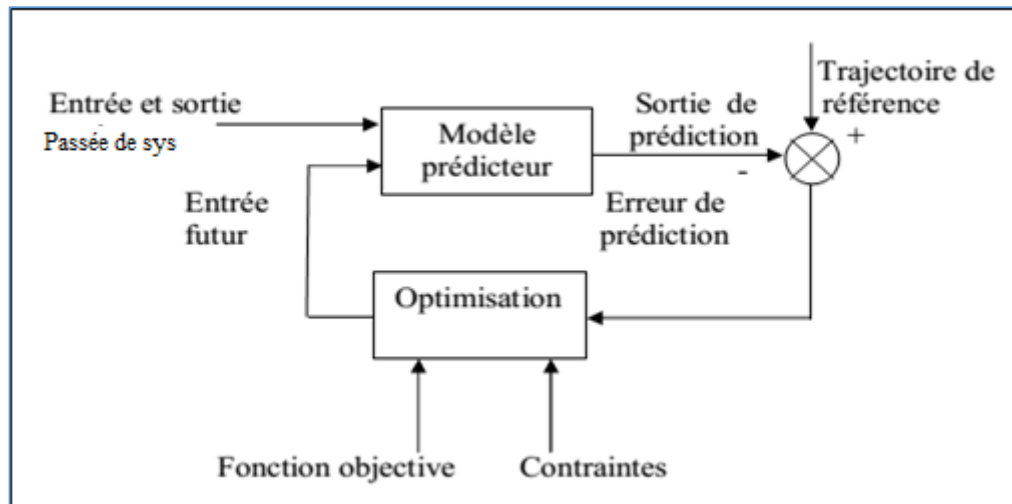


Figure (I.5) : Le schéma fonctionnel de la structure de base des algorithmes MPC [11]

I.5.1.3. Modèle du système

Le modèle joue un rôle décisif dans le calcul de la commande. Il doit reproduire avec une exactitude suffisante les caractéristiques dynamiques du processus à des futurs moments du temps $\{y(k+i/k)\}$ en se servant des valeurs passées de la commande, de la sortie et des valeurs optimales de la commande future $\{u(k+i/k)\}$.

Les différentes stratégies du MPC emploient différents modèles pour représenter la relation entre la sortie et l'entrée du système. Parmi les signaux d'entrée on a les variables manipulées (ou commande), les perturbations mesurables qui peuvent être "traitées" par compensation par «anticipation» ("feedforward"). De plus, doivent être prise en considération les composantes non considérées par le modèle du système, ce qui inclut l'effet des entrées non mesurables, des bruits et des erreurs de modélisation. Ainsi, le modèle peut être divisé en deux parties : le modèle du processus et le modèle des perturbations (exogènes ou endogènes). Les prédictions de la sortie seront fonction des deux [11].

I.5.1.3.1 Modèle du processus

Dans l'approche classique de la commande prédictive toute forme de modélisation, et le plus souvent linéaire, est utilisée. La réponse impulsionnelle ou celle à un échelon, sont les plus usitées, mais existent aussi les représentations par fonction de transfert et par formalisme d'état. Donnons une vision rapide de ces types de modélisation.

1) Réponse impulsionnelle : elle apparaît dans l'algorithme MAC et dans les cas spéciaux de

GPC et d'EPSAC, notamment pour les systèmes stables. Le modèle (tronqué) à utiliser pour la prédiction, est celui obtenu de la réponse impulsionnelle du système :

$$y(k+i|k) = \sum_{j=1}^N h_j u(k+i-j|k) \quad (I.1)$$

$Y(k+i/k)$ est la prédiction de la sortie en $k+i$ étant donnée sa connaissance en k , $u(k+i-j/k)$ est l'entrée en $k+i-j$, h_j sont les valeurs de la sortie à chaque période d'échantillonnage quand on met à l'entrée un signal impulsionnel d'amplitude 1.

Un inconvénient de ce type de modélisation est le nombre élevé de paramètres nécessaires pour une précision appropriée. Habituellement N a une valeur comprise entre 40 et 50. Néanmoins c'est le modèle le plus appliqué dans l'industrie peut-être parce qu'il est tout à fait intuitif et compréhensible.

Un grand avantage pour utiliser ce modèle est qu'il n'est pas besoin d'information à priori et que l'identification est simple. De plus des dynamiques complexes telles que celles à phase non minimale ou en présence de retards considérables, sont facilement pris en compte.

2) Réponse indicielle : elle est utilisée dans l'algorithme DMC, et ce cas est assez semblable au précédent à la différence près que le signal d'entrée est un échelon. A nouveau, le modèle tronqué, pour les systèmes stables, est utilisé pour la prédiction de la sortie. Il se présente sous la forme :

$$y(k+i|k) = \sum_{j=1}^N g_j \Delta u(k+i-j|k) \quad (I.2)$$

$Y(k+i|k)$ est la prédiction de la sortie en $k+i$ étant donnée sa connaissance en k , les g_j sont les paramètres obtenus à la sortie du système lorsqu'on applique un échelon à l'entrée, et $\Delta u(k) \{u(k)-u(k-1)\}$ les changements de l'entrée du système. Le modèle a les mêmes avantages et inconvénients que ceux expliqués précédemment.

3) Fonction de transfert : utilisé dans GPC, UPC, EPSAC, EHAC, MUSMAR et MURHAC

Entre autres. Le modèle de prédiction est :

$$y(k+i|k) = \frac{B(Z^{-1})}{A(Z^{-1})} u(k+i|k) \quad (I.3)$$

Où

$$\begin{cases} A(Z^{-1}) = 1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_{na} Z^{-na} \\ B(Z^{-1}) = b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \dots + a_{nb} Z^{-nb} \end{cases} \quad (I.4)$$

Cette représentation est valide également pour des processus instables et elle a l'avantage d'avoir besoin de peu de paramètres, néanmoins il est nécessaire une connaissance a priori du processus, particulièrement pour déterminer l'ordre des polynômes $A(z-1)$ et $B(z-1)$.

4) L'espace des états : utilisé dans PFC, elle a la représentation suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (I.5)$$

Où $x(k)$ est le vecteur d'état, $u(k)$ le vecteur des entrées et $y(k)$ des sorties, A , B , et C sont les matrices du système, de l'entrée et de la sortie respectivement. Alors la prédiction de la sortie s'écrit :

$$y(k+i|k) = C[A^i x(k) + \sum_{j=1}^i A^{j-1} B u(k+i-j|k)] \quad (I.6)$$

Ce modèle a l'avantage de pouvoir être utilisé pour les systèmes multi variables. Son utilisation présuppose la mesure de l'état global ce qui n'est pas toujours possible, dans ce cas un observateur d'états doit être envisagé [11].

I.5.1.3.2. Modèle de perturbation

La sélection du modèle à utiliser pour représenter les perturbations affectant le système est aussi importante que la sélection du modèle du processus. Le modèle le plus utilisé est le modèle

autorégressif de moyenne mobile intégré CARIMA (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average) (Ljung, 1987), où les perturbations qui sont la différence entre la sortie mesurée et calculée par le modèle, sont données par :

$$\eta(t) = \frac{c(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(k) \quad (I.7)$$

Où le polynôme $C(Z^{-1})$ peut être égal à un, le polynôme $D(Z^{-1})$ est un intégrateur $\Delta = 1 - Z^{-1}$ et $e(t)$ est un bruit blanc de moyenne nulle, ce modèle est utilisé dans GPC, EPSAC, EHAC et UPC, et avec de petites variations dans les autres méthodes. Il est possible de noter que l'inclusion de l'intégrateur élimine l'erreur stationnaire. Le filtre $C(Z^{-1}) / D(Z^{-1})$ peut également être choisi de sorte à éliminer les perturbations de fréquence définie [11].

I.5.1.3.3. Fonction objectif et obtention de la loi de commande

Les divers algorithmes MPC proposent différentes fonctions de coût pour obtenir la loi de commande. L'objectif principal consiste à faire en sorte que la sortie future pour l'horizon de prédiction considéré s'approche de la meilleure façon possible de la trajectoire de référence $\{w(k)\}$ tout, en même temps, pénalisant l'effort de commande $\{\Delta u(k)\}$ nécessaire. Une expression générale de la fonction objectif adaptée à cette tâche est donnée par :

$$j(N_1, N_2, N_u) = E \left\{ \sum_{i=N_1}^{N_2} \sigma(i) [y(k+i|k) - w(k+i|k)]^2 + \sum_{i=1}^{N_u-1} \lambda(i) [\Delta u(k+i|k)]^2 \right\} \quad (1.8)$$

Dans quelques méthodes le deuxième terme, relatif à l'effort de commande, n'est pas pris en compte. Une comparaison de différents types de fonction objective, peut être trouvée dans (Campo et Morari (1986)) [11].

I.5.1.3.4. Les paramètres

N_1 et N_2 définissent l'intervalle de temps où l'on désire que la sortie se rapproche de la référence.

N_2 : représente l'horizon de commande maximal.

N_u : représente l'horizon de commande.

$N_u \leq N_2$ et $\Delta u(k+i|k) = 0$ pour $i \leq N_u$

$\sigma(i) \geq 0$ et $\lambda(i) > 0$ sont les matrices de pondération.

Il n'est pas nécessaire de commander immédiatement la pénalisation des déviations des sorties prédites $y(k+i|k)$ de la trajectoire de référence $w(k+i|k)$ si ($N_1 > 1$) car il peut exister un retard entre l'application de la commande $u(t)$ et de la réponse du système à celle-ci.

La forme de l'équation de coût (1.8) implique que le vecteur d'erreur $y(k+i|k) - w(k+i|k)$ est pénalisé à chaque point i dans l'intervalle $N_1 \leq i \leq N_2$ [11].

I.5.1.3.5. Trajectoire de référence

Un des grands avantages des commandes prédictives est que, si l'on connaît l'évolution future de la trajectoire de référence, le système peut commencer à répondre avant que le changement ne soit détecté.

L'évolution future de la référence est bien connue dans beaucoup d'applications, comme en robotique, ou les processus batch. Dans la plupart des méthodes habituelles, on utilise souvent une trajectoire de référence qui n'est pas nécessairement égale à la vraie référence. Par exemple, on peut approcher celle-ci au moyen d'un système du premier ordre :

$$w(k + i) = \alpha w(k + i - 1) + (1 - \alpha)r(k + i) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.9)$$

Où α est un paramètre contenu entre 0 et 1 qui constitue une valeur réglable qui influencera la réponse dynamique du système (ainsi, α proche de 1 conduira à une réponse "douce").

I.5.1.3.6. Contraintes

Dans la pratique, les processus sont sujets à des contraintes qui doivent, bien sûr, être prises en compte dans le problème d'optimisation afin d'obtenir des commandes admissibles.

Les techniques de la commande MPC intègrent les contraintes pendant la phase de synthèse et d'implantation du contrôleur, permettant à l'ingénieur de présenter les contraintes d'une façon directe de sorte que l'algorithme trouve automatiquement la meilleure solution admissible.

Le système de commande, particulièrement dans le cas de la commande prédictive avec des grands horizons de prédiction, doit prévoir la violation des restrictions et corriger avec une forme appropriée. Bien que les restrictions à l'entrée et à la sortie du processus se traitent de même manière, les implications de chaque type de contraintes sont différentes.

Les restrictions en sortie sont fondamentalement dues à des raisons de sécurité opérationnelles, et doivent être contrôlées à l'avance puisqu'elles peuvent endommager les équipements physiques et causer des pertes dans la production. Dans le cas des variables d'entrée, elles peuvent toujours être bornées dans leurs limites permises en fonction des mécanismes de saturation.

En pratique il est habituel d'employer le GPC standard pour calculer le signal $u(k)$, sans contraintes, puis, de le saturer à ses limites permises. Cette façon de procéder ne garantit pas que soit obtenue l'optimalité quand les restrictions sont violées par la solution sans contraintes. La proposition principale du GPC, qui est d'appliquer la meilleure action de commande possible en vue de minimiser la fonction objective, ne sera pas atteinte de cette façon.

Afin d'illustrer ce fait, et pour considérer le cas de la violation des restrictions dans l'amplitude du signal d'entrée est représenté sur la figure (I.6) un problème de GPC avec vecteur de commande de valeur 2. Sont tracées les courbes de valeur constante d'une fonction objectif quadratique qui dépend de deux variables $\{u_1, u_2\}$ [12].

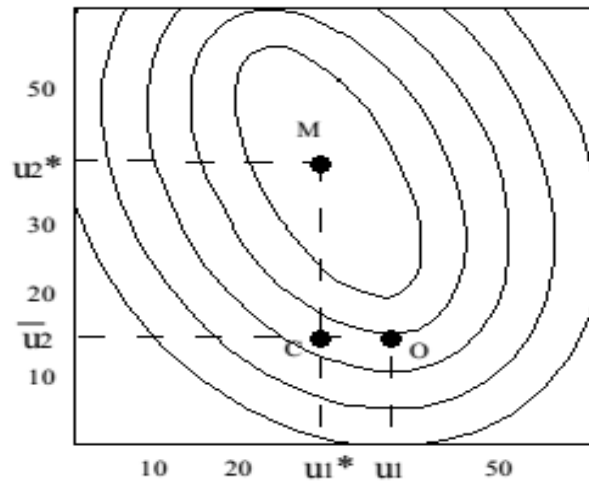


Figure (I.6) : Signal de commande avec des restrictions [12]

- Si les restrictions n'existent pas, la solution optimale de coût minimum est clairement Donnée par $\{u_1^*, u_2^*\}$.
- Si l'action de commande u_2 a une limite supérieure \bar{u}_2 , la solution appliquée par Une stratégie ne prenant pas en compte les contraintes de minimisation sera $\{u_1^*, u_2\}$ Qui Correspond au point C de la figure.
- Si l'action u_2 de commande a une limite supérieure \bar{u}_2 et si les contraintes sont Considérées dans l'optimisation, la solution optimale correspond au point O dans la Figure (I.6), u_2 se maintient à sa valeur maximum \bar{u}_2 mais u_1 est déplacé de sa valeur initiale u_1^* pour compenser la saturation de u_2 .

Le fait de ne pas considérer les restrictions dans les variables manipulables peut causer une détérioration de la fonction objectif et conduire à un comportement peu désirable du système commandé. [12]

I.5.1.2.1.La Commande Prédictive généralisée (GPC)

I.5.1.2.1.1.Le cas sans contraintes

C'est en 1987 que D.W. Clarke et al, ont présenté la première version de la Commande Prédictive Généralisée (Generalised Predictive Control, GPC), par la suite cette méthode a connu le plus grand nombre d'applications. Dans ce qui suit nous allons développer les idées de cette stratégie [7].

I.5.1.2.1.1.1.Le modèle de prédiction et la fonction coût

La commande GPC utilise pour la prédiction du comportement un modèle entrée/sortie par fonction de transfert de type **CARIMA** (Controlled Auto **R**egressive **I**ntegrated **M**oving **A**verage) :

Dans le cas de la GPC, le modèle de prédiction est donné par :

$$A(z^{-1}).Y(k) = B(z^{-1}).U(t - 1) + C(z^{-1}).e(k)/\Delta \quad (\text{I.10})$$

Où : $C(z^{-1}) = 1 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + \dots + C_{nc} z^{-nc}$ (nc est le degré de C).

A et B sont des polynômes en l'opérateur de retard Z^{-1} de degrés n_a, n_b respectivement

$\Delta = 1 - Z^{-1}$, appelé opérateur de différence, son rôle est d'assurer une action intégrale sur le contrôleur à fin d'annuler l'effet des perturbations.

$e(k)$: est un bruit gaussien blanc à moyenne nulle. Le modèle décrit par l'équation (I.1) représentatif du système à contrôler est appelé modèle **CARIMA**, ce modèle constitue le modèle de base de la méthode GPC à partir duquel sera dérivée l'expression de la loi de commande. Pour déterminer la commande à appliquer au système à l'instant k , la méthode GPC minimise le critère suivant :

$$j(k) = \sum_{j=N_1}^{N_2} [Y(k+j) - W(k+j)]^2 + \sum_{j=N_1}^{N_u-1} \lambda * [\Delta u(k+j)]^2 \quad (I.11)$$

Avec : $\Delta u(k+j) = 0$ pour : $j \geq N_u$

Où :

N_1 : est l'horizon minimal de prédiction.

N_2 : est l'horizon maximal de prédiction.

N_u : est l'horizon de commande.

λ : est un facteur de pondération du signal de commande ($\lambda > 0$).

$w(k+j)$: est la trajectoire future de référence connue à l'avance.

$\Delta u(k+j)$: est l'incrément de contrôle.

Pour simplifier le calcul de la loi de commande GPC, on va poser : $C(Z^{-1}) = 1$, On montre que le prédictif s'écrit : sous forme matricielle :

$$\hat{Y} = G \cdot \tilde{U} + F \quad (I.12)$$

Où : \hat{Y} , U et F sont des vecteurs de dimension $N \times N$ avec :

$$\hat{Y} = [y(k+1), y(k+2), \dots, y(k+N)]^t$$

$$\tilde{U} = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N-1)]^t$$

$$F = [f(k+1), f(k+2), \dots, f(k+N)]^t$$

Et

$$f(k+j) = [g(j,j) \cdot Z^{-j} + g(j,j+1) \cdot Z^{-(j+1)} + \dots + g(j, nb+j-1) \cdot Z^{-(nb+j-1)}] \cdot \Delta u(k+j-1) + F_j \cdot y(k)$$

Pour : $N_1 = 1$ et $N_2 = N$

La matrice G définie dans l'équation (I.12) serait une matrice de dimension $N * N$ tel que [7] :

$$G = \begin{bmatrix} g(1,0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g(2,1) & g(2,0) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g(N,N-1) & g(N,N-2) & g(N,N-3) & \dots & g(N,0) \end{bmatrix} \quad (\text{I.13})$$

I.5.1.2.1.2. La loi de la commande prédictive

La loi de commande est calculée de façon à minimiser le critère quadratique suivant :

$$j(k) = \sum_{j=1}^{N_2} [(Y(k+j) - W(k+j))]^2 + \sum_{j=1}^{Nu-1} \lambda * [\Delta u(k+j)]^2 \quad (\text{I.14})$$

Avec : $\Delta u(k+j) = 0$ pour : $j \geq Nu$

Le terme $[(Y(k+j) - W(k+j))]^2$ représente la somme pondérée des erreurs futures entre les sorties futures et les signaux de consignes $W(k+j)$ ($j = 1 \dots N_2$).

Le terme $[\lambda * \Delta u(k+j)]^2$ représente le coût de l'effort de commande

Le critère (I.11) peut être écrit sous forme matricielle comme suit :

$$J = (Y - W)^T \cdot (Y - W) + \lambda \cdot U^T \cdot U \quad (\text{I.15})$$

La relation du prédicteur est : $Y = G \cdot U + F$ en remplaçant cette dernière dans l'équation (I.14)

$$\text{On trouve :} \quad J = (G \cdot U + F - W)^T \cdot (G \cdot U + F - W) + \lambda \cdot U^T \cdot U \quad (\text{I.16})$$

J est minimal si $\frac{\delta j}{\delta U} = 0$, qui donne

$$U = [(G^T \cdot G) + \lambda \cdot I]^{-1} \cdot G^T \cdot (W - F) \quad (\text{I.17})$$

Où I représente la matrice identité. Cette dernière équation fournit les incréments futurs de contrôle pour les instants 'k' à (k+Nu-1), basés sur les informations disponibles à l'instant 'k'. Seulement $\Delta u(k)$ sera appliqué au système et la commande, alors dans ce cas :

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1)$$

La minimisation du critère sera reprise à chaque échantillon pour le calcul de la nouvelle commande à appliquer au système [7].

I.5.1.2.1.2.avec contraintes

Dans toutes les techniques de commande prédictive, les variables d'entrées, d'états et de sorties d'un système sont souvent contraintes par leurs domaines de définitions. Ces contraintes sont de natures diverses : limitation physique des actionneurs, spécification de la qualité d'un produit, exigence de sécurité et domaine de tolérance pour une sortie, ...etc. Par exemple, en pratique, le signal de commande doit satisfaire la contrainte du domaine de validité de l'actionneur (son domaine de fonctionnement). Dans ce cas, si on suppose l'intervalle $[U_{min}, U_{max}]$ comme le domaine de validité de l'actionneur, alors la contrainte de commande sur $u(t)$ s'écrit

$$u_{min} \leq u \leq u_{max}$$

Cette contrainte peut aussi s'exprimer par l'incrément de commande $\Delta u(k)$

$$\Delta U_{min} < \Delta U < \Delta U_{max} \quad (I.18)$$

Dans ce cas le problème de la GPC avec contraintes est de minimiser J en tenant compte de (I.19) :

Donc on peut écrire J sous la forme :

$$j = \frac{1}{2} U^T Q U + d^T U + C \quad (I.19)$$

Avec :

$$Q = G^T G + \lambda I \quad (I.20)$$

$$d = 2(f_{conu} - W)^T G \quad (I.21)$$

$$C = (f_{conu} - W)^T (f_{conu} - W) \quad (I.22)$$

Pour résoudre ce problème on utilise la programmation quadratique, QP (Quadratic programming).

I.5.1.2.2.La commande prédictive à base d'un modèle d'état**I.5.1.2.2.1.Cas sans contraintes****I.5.1.2.2.1.1.Calcul des prédictions**

Le modèle de base pour calculer les prédictions est un modèle d'état discret donné par :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) & (I.23.1) \\ y(k) = C_y x(k) & (I.23.2) \\ z(k) = C_z x(k) & (I.23.3) \end{cases}$$

$x(k)$ Variable d'état, $y(k)$ sorties du système, $z(k)$ sorties à commander, k l'instant d'échantillonnage. Souvent on a $z(k) = y(k)$ Aussi on suppose que nous ne savons rien au sujet des perturbations ou bruit de mesure, alors tout ce que nous pouvons faire est de prédire à partir des équations ci-dessus, nous obtenons le prédicteur sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \hat{X}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{X}(k+N_u|k) \\ \hat{X}(k+N_u+1|k) \\ \vdots \\ \hat{X}(k+N_2|k) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A \\ \vdots \\ A^{N_u} \\ A^{N_u+1} \\ \vdots \\ A^{N_2} \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} B \\ \sum_{i=0}^{N_u-1} A^i B \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{N_2-1} A^i B \end{bmatrix} u(k-1)}_{\text{Passé}} + \underbrace{\begin{bmatrix} B & \dots & 0 \\ Ab+B & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{N_u-1} A^i B & \dots & B \\ \sum_{i=0}^{N_u} A^i B & \dots & AB=B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{N_2-1} A^i B & \dots & \sum_{i=0}^{N_2-N_u} A^i B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{u}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta\hat{u}(k+N_u-1|k) \end{bmatrix}}_{\text{Futur}} \quad (I.24)$$

Les prédictions de z sont maintenant obtenues simplement [7] :

$$\hat{Z}(k+1|k) = C_z X(k+1|k)$$

$$\hat{Z}(k+2|k) = C_z \hat{X}(k+2|k)$$

...

$$\hat{Z}(k+N_2|k) = C_z \hat{X}(k+N_2|k)$$

(I.25)

Où :

$$\begin{bmatrix} \hat{Z}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{Z}(k+N_2|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_z & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_z & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{X}(k+N_2|k) \end{bmatrix}$$

I.5.1.2.2.1.2. Calcul de la commande

La fonction coût s'écrit :

$$V(k) = \sum_{i=N_1}^{N_2} \|\hat{Z}(k+i|k) - r(k+i)\|_{Q(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_u-1} \|\Delta\hat{u}(k+i|k)\|_{R(i)}^2 \quad (I.26)$$

Avec : $r(k)$ référence, $Q(i)$ et $R(i)$ sont des matrices des pondérations.

Nous pouvons récrire ceci sous forme condensée :

$$V(k) = \|Z(k) - T(k)\|_Q^2 + \|\Delta U(k)\|_R^2$$

$$\text{Où } Z(k) = \begin{bmatrix} \hat{Z}(k+N_1|k) \\ \vdots \\ \hat{Z}(k+N_2|k) \end{bmatrix}, T(k) = \begin{bmatrix} \hat{r}(k+N_1|k) \\ \vdots \\ \hat{r}(k+N_2|k) \end{bmatrix} \text{ et } \Delta U(k) = \begin{bmatrix} \hat{r}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta\hat{u}(k+N_u-1|k) \end{bmatrix}$$

A partir des prédictions on peut écrire :

$$Z(k) = \Psi x(k) + Y u(k-1) + \Theta \Delta U(k) \quad (I.27)$$

En posant :

$$\varepsilon(k) = T(k) - \Psi x(k) - Y u(k-1) \quad (I.28)$$

On obtient :

$$V(k) = \text{const} - \Delta U(k)^T G + \Delta U(k)^T H \Delta U(k)$$

$$\text{Où : } \quad G = 2\Theta^T Q \Theta \varepsilon(k) \quad (1.29)$$

$$H = \Theta^T Q \Theta + R \quad (1.30)$$

Avec, ni F ni H ne dépendent de $\Delta U(k)$. Pour calculer $\Delta U(k)$ optimal, il faut alors calculer le gradient de $V(k)$, la solution est alors donnée par :

$$\Delta U(k)_{opt} = \frac{1}{2} H^{-1} G \quad (1.31)$$

Nous utilisons seulement la partie de cette solution qui correspond au premier élément du vecteur, nous pouvons représenter ceci comme :

$$\Delta u(k)_{opt} = \underbrace{[I_1, 0_1, \dots, 0_1]}_{(N_u-1) \text{ Temps}} \Delta U(k)_{opt} \quad (1.32)$$

Où :

I_1 est la $I \times I$ identité matrice, et 0_1 est la $I \times I$ zéro matrice.

I.5.1.2.2.2.Cas avec contraintes

I.5.1.2.2.2.1.Position du problème

Le problème de la commande prédictive avec contraintes est de minimiser :

$$\Delta U(k)^T H \Delta U(k) - G^T \Delta U(k) \quad (1.33)$$

Avec les contraintes. Ce problème est formulé par l'équation :

$$\min_{\theta} \frac{1}{2} \theta^T \Phi \theta + \Phi^t \theta$$

Qui est un problème standard appelé programme quadratique : QP. [7]

I.5.1.2.2.2.2.Méthodologies de solutions

1) Méthode de l'ensemble actif

Il s'agit ici d'une des méthodes les plus connues pour résoudre les problèmes QP, qui doit son nom au fait que la procédure essaie itérativement de trouver la séparation entre l'ensemble de contraintes actives et inactives pour la solution optimale par la résolution d'une suite de problèmes QP avec contraintes égalité. Les problèmes QP avec contraintes égalité se résument par projection à la résolution d'un problème sans contrainte [13].

2) Méthode du point intérieur

Ces algorithmes font partie de la classe qui utilise une fonction barrière et des algorithmes de type Newton. Ces algorithmes peuvent être vus comme une généralisation des méthodes d'optimisation non linéaire classiques pour les problèmes d'optimisation avec contraintes convexes.

Leurs performances font qu'ils sont particulièrement adaptés aux problèmes d'optimisation convexe de grandes dimensions. [14]

3) Programmation Quadratique multiparamétrique (MPQP)

Il s'agit d'un développement relativement récent qui est toujours un domaine de recherche active. Si les trois méthodes décrites précédemment se résument à l'emploi de techniques performantes permettant de résoudre en ligne une certaine classe de problèmes d'optimisation, cette méthode conduit à l'implémentation de la même stratégie de commande prédictive par l'intermédiaire de l'évaluation d'une fonction explicite du vecteur d'état. Cette fonction est construite hors ligne. La solution numérique des problèmes d'optimisation est dite explicite lorsqu'un calcul direct des variables dépendantes (arguments optimaux, optimum) peut être réalisé à partir de quantités connues, le calcul est alors dite explicite. [7]

I.5.1.3.La Commande Prédictive Fonctionnelle (PFC)

Cette méthode introduite par J.Richalet et al applique la même philosophie que la commande prédictive généralisée de D.W. Clarke et al.

Néanmoins, la mise en œuvre de cette philosophie commune s'avère relativement différente, par les notions utilisées et la mise en équations. Cette méthode repose sur quatre principes essentiels :

- Modèle interne.
- Trajectoire de référence.
- Structuration de la variable manipulée.
- Principe de l'horizon fuyant.

I.5.1.3.1.Modèle interne

Le modèle interne de prédiction de la sortie du système est choisi linéaire et fait intervenir :

1- Soit les coefficients de la réponse impulsionnelle :

$$S_m(t+j) = \sum_{j=1}^N a_j u(t+j-1) \quad (\text{I.34})$$

2- Soit une mise sous forme de variable d'état :

$$x_m(t) = F_m x_m(t-1) + G_m u(t-1) \quad (\text{I.35.1})$$

$$S_m(t) = C_m x_m(t) \quad (\text{I.35.2})$$

I.5.1.3.2.Trajectoire de référence

Le ralliement de la consigne se fait par l'intermédiaire d'une trajectoire de référence réinitialisé à chaque instant sur la sortie réelle du processus. Il est usuel de choisir comme trajectoire de référence un premier ordre afin de rallier la consigne en douceur, selon la relation :

$$C(t+j) - y_r(t+j) = \lambda^j [C(t) - y_p(t)] \quad (\text{I.36})$$

Avec C , Y_r , Y_p sont la consigne, la trajectoire de référence, la sortie réelle du processus, respectivement. Ainsi que la variable λ est définie par $\lambda = \exp(-3T_e / T_r)$, où T_e est la période d'échantillonnage et T_r représente le temps de réponse de la boucle fermée. On préfère parler de points de coïncidence, plutôt que d'horizons de prédiction. En ces points de coïncidence, la sortie prédite du système est supposée coïncider avec la trajectoire de référence. Il n'existe aucune indication précise pour fixer ces points particuliers. Pour cela, on introduit la notion d'horizon de coïncidence (H_1 , H_2) il ne s'agit pas en effet de rechercher une coïncidence à tous les instants futurs, mais seulement sur un certain nombre de point entre H_1 et H_2 . {Voir Figure (I.7)}

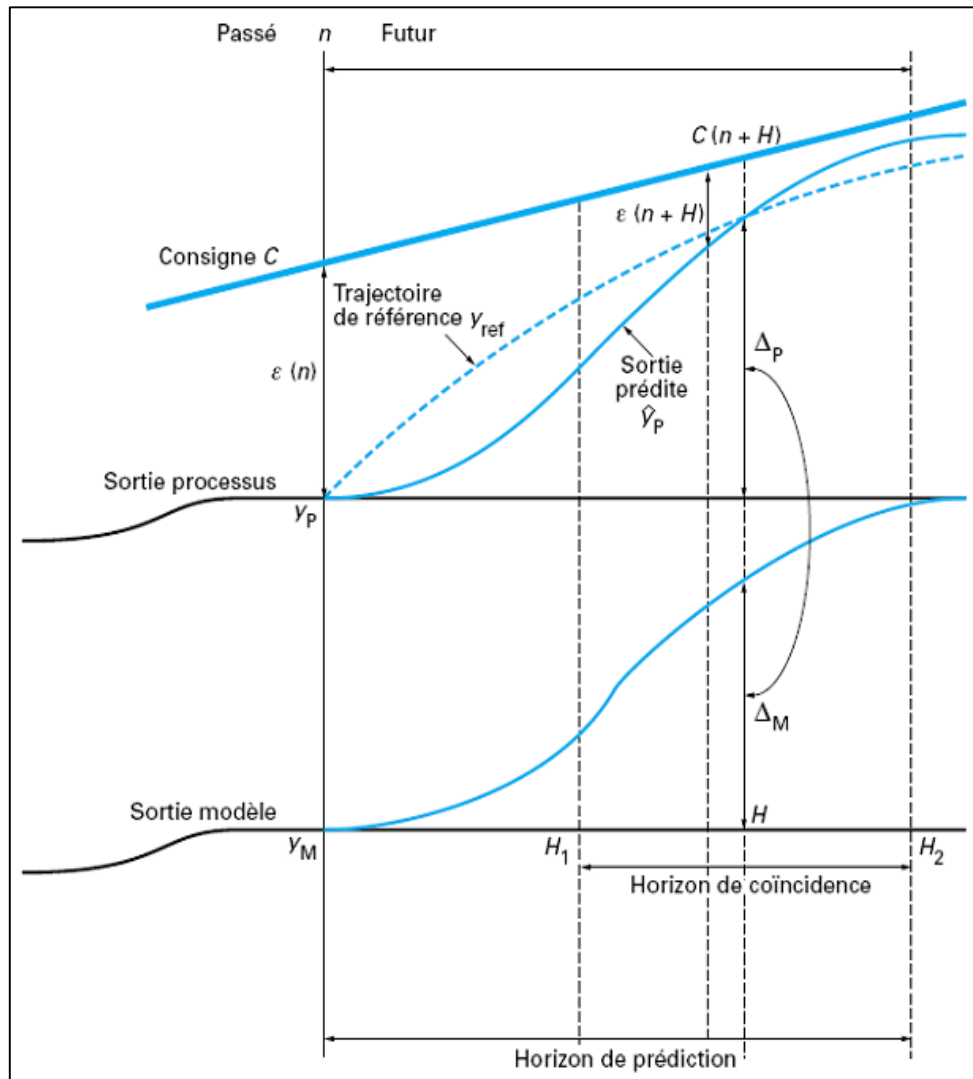


Figure (I.7) : Trajectoire de référence et horizon de prédiction [7]

La dynamique de la trajectoire de référence peut éventuellement être variable dans le temps ou suivant l'état du processus. Elle est le facteur qui va régler la dynamique en boucle fermée avec une grande simplicité, directement interprétable par n'importe quel régulateur.

La méthode de commande consiste alors à transférer l'incrément de sortie désirée du processus, Δ_p spécifiée par la trajectoire de référence, vers un modèle mathématique qui va permettre de calculer une commande qui réalise le même incrément de sortie du modèle.

$$\Delta_M = \Delta_p \tag{I.37}$$

Ce transfert de spécification est un élément clé de la méthode. La trajectoire de référence est prise exponentielle du décrement λ , elle relie le point courant de la sortie à la consigne $C(k)$. A un point de coïncidence $H \in [H_1, H_2]$ on a :

$$y_r(k + H) = y_p(k + H) \tag{I.38}$$

Prenant par exemple le cas d'une consigne constante C à d $C(k)=C_0$, on aboutit à la formulation :

$$\Delta_p (C_0 - y_p(k)) (1 - \lambda^h) = \Delta_m = y_m(k + H) - y_m(k) \tag{I.38}$$

I.5.1.3.3.Structuration de la variable manipulée

La commande futures est définie à partir d'une combinaison linéaire d'un ensemble de n_b fonctions UB_k , dénommées fonctions de bases :

$$u(n + i) = \sum_1^{n_b} u_k(n)UB_k(i) \tag{I.39}$$

La détermination des coefficients inconnus $\mu_{n,k}$ s'effectue en minimisant un critère quadratique lié à l'écart entre la sortie prédite \hat{y} du processus et la trajectoire de référence en un ensemble n_b de points ($n_h \geq n_b$) de coïncidences :

$$j_k = \sum_{j=1}^{n_h} [y^r(k + h_j) - \hat{y}(k + h_j)]^2 \tag{I.40}$$

Chaque entrée de base UB_k induit une sortie de base SB_k connue à priori pour un modèle donné, un exemple est donnée par la figure (I.8).

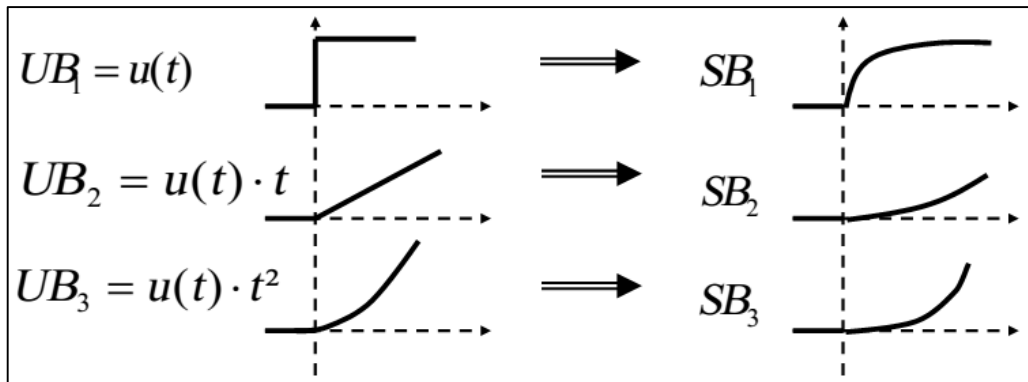


Figure (I.8) : Entrées et sorties de base [7]

I.5.1.3.4.Principe de l'horizon fuyant

Seul le 1^{er} élément de la séquence optimale précédente est appliqué sur le système. Tous les autres éléments peuvent être omis car à la période d'échantillonnage suivante, les séquences sont décalées, une nouvelle sortie est mesurée et la procédure complète est répétée. Ce procédé repose sur le principe de l'horizon fuyant.

$$u_k = \sum_{j=1}^{n_b} u_{j,k}UB_j(0) \tag{I.41}$$

- Le 1^{er} élément de la séquence « optimale » précédente est appliqué sur le système
- Les séquences sont décalées
- Une nouvelle sortie est mesurée
- La procédure complète est répétée. [7]

I.5.2.Cas non linéaire

I.5.2.1.La Commande Prédictive non linéaire (NMPC)

I.5.2.1.1.Modèle

On s'intéresse aux systèmes monovariabiles discrets non linéaires définis par l'équation d'évolution suivante :

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (\text{I.42.1})$$

$$y(k) = h(x(k)) \quad (\text{I.42.2})$$

Où : $x(k) \in \mathfrak{R}$ est l'état du système, $u(k) \in \mathfrak{R}$ est la variable de commande, et $y(k) \in \mathfrak{R}$ est la sortie du système. f est une application de $\mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}$ dans \mathfrak{R}^n , h est une application de \mathfrak{R}^n dans \mathfrak{R} .

Le modèle (I.43.1). (I.43.2) est obtenu soit à partir d'une modélisation directe en temps discret, soit d'une discrétisation exacte d'un système modélisé à l'aide des équations différentielles ordinaires de la forme :

$$\dot{x}(t) = f_1(x(t), u(t)) \quad (\text{I.43.1})$$

$$y(t) = h_1(x(t)) \quad (\text{I.43.2})$$

Dans le cas d'une modélisation directe, il est important de noter qu'une représentation du type entrée-sortie sous forme d'une équation non linéaire aux différences finis peut être facilement obtenue. Cette représentation est de la forme suivante :

$$y(k) = f(y(k-i), u(k-j)) \quad \forall i, j > 0 \quad (\text{I.44})$$

Dans la suite, on fera toujours référence à la représentation (I.42.1). (I.42.2) ou de manière équivalente à la représentation (I.44). Pour la stratégie de commande prédictive, en plus de modèle du système, il est nécessaire de préciser clairement les points suivants :

- le critère d'optimisation,
- le domaine d'optimisation admissible,
- la stratégie de commande proprement dite.

I.5.2.1.2. Le critère d'optimisation

Le critère d'optimisation précise les objectifs par rapport auxquels l'optimisation est définie. Il représente généralement le coût d'un écart par rapport au comportement souhaité sur un horizon donné, appelé horizon de prédiction (h_p). La formulation mathématique de ce critère est la suivante :

$$J = \sum_{i=h_i}^{h_p} \gamma_j [y(k+j) - y_{ref}(k+j)]^2 + \sum_{j=0}^{h_c-1} \lambda_j [\Delta u(k+j)]^2 \quad (I.45)$$

Où : h_i est l'horizon initial de prédiction, $y(k+j)$ est la sortie prédite à l'instant $(k+j)$ au moyen du modèle (I.42.1)-(I.42.2) ou (I.44). $y_{ref}(k+j)$ Est la sortie de référence de poursuite à l'instant $(k+j)$. Une poursuite approchée peut être définie en filtrant le signal de consigne comme suit :

$$y_{ref}(k+j) = \alpha y_{ref}(k+j-1) + (1-\alpha)y_{cons} ; \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (I.46)$$

y_{cons} est le signal constant de consigne. Les quantités γ_j et λ_j sont deux coefficients de pénalisation respectivement sur l'erreur de poursuite et sur les variations de la commande. h_c est l'horizon de commande.

On note ici que les horizons de prédiction et de commande jouent un rôle fondamental dans la formulation du problème NMPC. En effet, l'horizon de commande affecte la faisabilité de la commande, i.e. l'existence de solutions au problème d'optimisation non linéaire associé, alors que, l'horizon de prédiction affecte la stabilité proprement dite du schéma de commande en boucle fermée.

I.5.2.1.3. Le domaine d'optimisation

Le domaine d'optimisation concerne l'espace des commandes dans lequel une minimisation du critère est à rechercher. En effet, l'objectif de la commande est de minimiser le critère (I.45). Cette minimisation est soumise à une limitation exprimée par la nécessité de la prise en compte explicite des contraintes sur la commande et sur ses incréments et sur la sortie. Ces contraintes s'écrivent sous la forme suivante :

- Contraintes linéaires :

$$u_{min} \leq u(k+j) \leq u_{max} ; j \in [0, h_c - 1] \quad (I.47.1)$$

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(k+j) \leq \Delta u_{max} ; j \in [0, h_c - 1] \quad (I.47.2)$$

- Contraintes non linéaires :

$$y_{min} \leq y(k+j) \leq y_{max} ; j \in [h_i, h_p] \quad (I.48)$$

Sur tout l'horizon de commande, les contraintes linéaires (I.46) peuvent se mettre sous la forme suivante (Dion et al. 1991 ; De Oliveira et al. 1995 ; M'Sahli, 1996 ; Ben Abdennour et al. 2001) :

$$C_c \Delta u_k \geq \Phi(k) \quad (\text{I.49})$$

Avec :

$$\Delta u_k^T = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+h_c+1)] \quad (\text{I.50})$$

$$C_c^T = [C_{c1} - C_{c1}C_{c2} - C_{c2}] \quad (\text{I.51})$$

$$\Phi^T(k) = [\Phi_1^T - \Phi_2^T \Phi_3^T(k-1) - \Phi_4^T(k-1)] \quad (\text{I.52})$$

Où C_{c1} est la matrice identité de dimension (h_p, h_p) , C_{c2} est une matrice unitaire triangulaire inférieure de dimension (h_p, h_p) et $(\Phi_i^T)_{i=1\dots 4}$ sont des vecteurs de dimensions $(1, h_p)$ donnés par :

$$\begin{aligned} \Phi_1^T &= [\Delta u_{min}, \dots, \Delta u_{min}], \Phi_2^T = [\Delta u_{max}, \dots, \Delta u_{max}] \\ \Phi_3^T(k-1) &= [(u_{min} - u(k-1)), \dots, (u_{min} - u(k-1))], \\ \Phi_4^T(k-1) &= [(u_{max} - u(k-1)), \dots, (u_{max} - u(k-1))] \end{aligned}$$

De même, sur l'horizon de prédiction, les contraintes non linéaires s'écrivent :

$$C_y y_k \geq \Psi \quad (\text{I.53})$$

Avec :

$$\begin{aligned} y_k^T &= [y(k+1), y(k+2), \dots, y(k+h_p)] \\ C_y^T &= [I - I] \\ \Psi^T &= [\Psi_1^T - \Psi_2^T] \end{aligned}$$

Où I est la matrice identité de dimension (h_p, h_p) , Ψ_1 et Ψ_2 sont deux vecteurs de dimensions $(1, h_p)$ donnés par :

$$\begin{aligned} \Psi_1^T &= [y_{min}, \dots, y_{min}] \\ \Psi_2^T &= [y_{max}, \dots, y_{max}] \end{aligned}$$

Ainsi, la suite de commande qui minimise le critère (I.45) sur l'horizon h_p est à rechercher parmi les suites de commandes qui deviennent constantes à partir du rang h_c tout en satisfaisant les contraintes (I.48)-(I.49). Cette suite sera définie par :

$$u_k = \{u \in \mathfrak{R} / u_{k+j} = u_{h_c} \forall j \geq 0\}$$

D'autres contraintes pourraient être prises en compte telles que : les contraintes sur la variation de la sortie ou plus généralement les contraintes sur l'état que ce soit l'état final ou les états intermédiaires de la trajectoire.

I.5.2.1.4. La stratégie de commande

La stratégie de commande est alors celle qui utilise les résultats de l'optimisation sur l'horizon choisi. Une fois le critère et le domaine d'optimisation donnés, le problème de calcul de la loi de commande est défini par :

$$\min_{\Delta u_k} \{J(k, \Delta u, y)\} \quad (\text{I.54})$$

Sous :

$$C_c \Delta u_k \geq \Phi(k) \quad (\text{I.55.1})$$

$$C_y y_k \geq \Psi \quad (\text{I.55.2})$$

Il s'agit d'un problème d'optimisation non linéaire avec contraintes. A chaque instant k , la séquence de commande minimisant le critère (I.45) est calculée par :

$$u_k = \text{Arg}\{\min(J(k, u, y))\} = \{u(k), u(k+1), \dots, u(k+h_c-1)\} \quad (\text{I.56})$$

Et la première commande de la séquence, i.e. $u(k)$ est appliquée au système. Il est important de signaler qu'on prendant $\{u(k+h_c+i) = u(k+h_c), i \geq 0\}$, outre le fait que ce choix rend fini la dimension de l'espace de recherche de la solution, le choix d'imposer à la commande de devenir constante après h_c , ceci est par traduit la volonté d'atteindre un régime permanent correspondant à une commande constante. [15]

I.5.2.2. Commande non linéaire prédictive généralisée (NGPC)

Nous considérons le système non linéaire de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x) + g(x).u(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{I.57})$$

Où : f, g et h sont des fonctions différentiables de N . $x \in R^n$ est le vecteur des variables d'état, $u \in R^m$ est le vecteur de la commande et $y \in R^m$ est le vecteur de sortie, tel que :

$$\begin{aligned} u(t) &= [u_1(t) \quad u_2(t) \quad \dots \quad u_m(t)]^T \\ y(t) &= [y_1(t) \quad y_2(t) \quad \dots \quad y_m(t)]^T \end{aligned}$$

La fonction de coût est définie sur un horizon futur :

$$J = \frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} (y(t+T) - y_r(t+T))^t (y(t+T) - y_r(t+T)) dT \quad (I.58)$$

Où y est le vecteur des sorties désirées, T_1 et T_2 sont respectivement les temps de prédiction minimum et maximum respectivement.

Le terme de la pondération du contrôle n'intervient pas dans la fonction coût. Cependant, la pondération peut être accomplie en ajustant les temps de prédiction (T_1 , T_2) et de l'ordre du contrôle dans NGPC. Le développement en série de Taylor de la sortie y est donné par.

$$y(t+T) = I_{m \times m} y(t) + \bar{T} \dot{y}(t) + \frac{\bar{T}^2}{2!} \ddot{y}(t) + \dots + \frac{\bar{T}^{N_y}}{N_y!} y^{[N_y]}(t) \quad (I.59)$$

Avec :

$$\bar{T} = \text{diag}\{\bar{T} \dots \dots, \bar{T}\} \in \mathfrak{R}^{m \times m}$$

$$N_y = \rho + r$$

- r est le degré relatif.
- ρ est l'ordre de contrôle.

Si on utilise la forme matricielle, la sortie prédite est réécrite comme suit :

$$y(t+T) = \bar{T}_{N_y} Y_{N_y} \quad (I.60)$$

$$Y_{N_y} \in \mathfrak{R}^{m(\rho+r+1)}$$

$$Y_{N_y} = [y \quad \dot{y} \quad \ddot{y} \quad \dots \quad y^{[N_y]}]^T \quad (I.61)$$

$$\bar{T}_{N_y} \in \mathfrak{R}^{m(\rho+r+1)}$$

$$\bar{T}_{N_y} = \begin{bmatrix} I_{m \times m} & \bar{T} & \frac{\bar{T}^2}{2!} & \dots & \frac{\bar{T}^{N_y}}{N_y!} \end{bmatrix} \quad (I.62)$$

$I_{m \times m}$: Matrice d'identité.

- La dérivée de Lie dérivée directionnelle de $h(x)$ suivant le champ de vecteurs $f(x)$ est définie par :

$$L_f h_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial x_i} f_i(x) = \frac{\partial h_i}{\partial x} f(x) \quad (I.63)$$

Par itération, on a la relation suivante :

$$L_g L_f h_j = \frac{\partial L_f h_j}{\partial x} g(x) \quad (I.64)$$

Et

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}(t) = L_f h(x) \dot{y}(t) = L_f h(x) \\ \dot{y}(t) = L_f^2 h(x) \\ \vdots \\ y^{[\rho]}(t) = L_f^\rho h(x) + L_g L_f^{\rho-1} h(x) u(t) \\ y^{[\rho+1]}(t) = L_f^{\rho+1} h(x) + J_{10}(x) u(t) + L_g L_f^{\rho-1} h(x) \dot{u}(t) \\ y^{[\rho+2]}(t) = L_f^{\rho+2} h(x) + J_{20}(x) u(t) + J_{21}(x) \dot{u}(t) + L_g L_f^{\rho-1} h(x) \ddot{u}(t) \\ \vdots \\ y^{[\rho+r]}(t) = L_f^{\rho+r} h(x) + J_{r0}(x) u(t) + J_{r1}(x) \dot{u}(t) + \dots + J_{r(r-1)}(x) u^{r-1}(t) + L_g L_f^{\rho-1} h(x) u^{[r]}(t) \end{array} \right. \quad (\text{I.65})$$

L'équation (I.65) peut être réécrite sous forme matricielle :

$$Y_{Ny} = Y(x) + H(x)U_r \quad (\text{I.66})$$

Où :

$$Y(x) \in \mathfrak{R}^{m(\rho+r+1)}; U_r \in \mathfrak{R}^{m(r+1)}; H(x) \in \mathfrak{R}^{m(\rho+r+1) \times m(r+1)}$$

Avec :

$$Y_{Ny} = [h(x) \quad L_f h(x) \quad \dots \quad L_f^\rho h(x) \quad L_f^{\rho-1} h(x) \quad \dots \quad L_f^{\rho-r} h(x)]^T$$

$$U_r = [u(t) \quad \dot{u}(t) \quad \dots \quad u^{[r]}(t)]^T$$

Et :

$$H(x) = \begin{bmatrix} 0_{m \times m} & 0_{m \times m} & \dots & 0_{m \times m} \\ 0_{m \times m} & 0_{m \times m} & \dots & 0_{m \times m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_g L_f^{\rho-1} h & 0_{m \times m} & \dots & 0_{m \times m} \\ J_{10} & L_g L_f^{\rho-1} h & \dots & 0_{m \times m} \\ J_{20} & J_{21} & \dots & 0_{m \times m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{r0} & J_{r1} & \dots & L_g L_f^{\rho-1} h \end{bmatrix}$$

J_{ij} Sont des fonctions de x , qui sont obtenues à partir des dérivés de la sortie (I.65).

La différentiation est faite jusqu'à ce que le signal de commande apparaisse dans la prédiction. Le prédicteur de référence $y_r(t+T)$ est approximativement développé en série de Taylor de $y_r(t)$ de l'instant t jusqu'à l'ordre $(\rho+r)$:

$$y_r(t+T) = \bar{T}_{Ny} Y_r \quad (\text{I.67})$$

Où :

$$Y_r = [y_r(t) \quad \dot{y}_r(t) \quad \dots \quad y_r^{[\rho-1]}(t)]^T \quad (\text{I.68.1})$$

$$y_r(t) = [y_{r1}(t) \quad y_{r2}(t) \quad \dots \quad y_{rn}(t)]^T \quad (\text{I.68.2})$$

La fonction de coût devient :

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} [\bar{T}_{Ny}Y + \bar{T}_{Ny}HU_r - \bar{T}_{Ny}Y_r]^T [\bar{T}_{Ny}Y + \bar{T}_{Ny}HU_r - \bar{T}_{Ny}Y_r] dT \\
 J &= \frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} [Y + HU_r - Y_r]^T \bar{T}_{Ny}^T \bar{T}_{Ny} [Y + HU_r - Y_r] dT \\
 J &= \frac{1}{2} [Y + HU_r - Y_r]^T \left(\int_{T_1}^{T_2} \bar{T}_{Ny}^T \bar{T}_{Ny} dT \right) [Y + HU_r - Y_r] \\
 J &= \frac{1}{2} [Y + HU_r - Y_r]^T \bar{T}_{Ny} [Y + HU_r - Y_r]
 \end{aligned} \tag{I.69}$$

La loi de commande non linéaire optimale qui minimise la fonction de coût définie sur un horizon fuyant est donnée par :

$$\begin{aligned}
 U_r &= (H^T \bar{T}_{Ny} H)^{-1} H^T \bar{T}_{Ny} (Y_r - Y) \\
 U_r &= K (Y_r - Y)
 \end{aligned} \tag{I.70}$$

$$K \in \mathfrak{R}^{m(r+1) \times m(\rho+r+1)}$$

Selon la stratégie d'horizon fuyant, seulement les premiers m éléments d'un ensemble de contrôles sont appliqués au système donc, le vecteur de commande optimale est donné par :

$$u(t) = k(Y_r - Y) \tag{I.71}$$

Où k est le m premier rangé de K . [3]

I.6. Avantages et inconvénients de la commande prédictive

Il peut être utile maintenant de considérer l'intérêt de la commande prédictive par rapport aux autres techniques de contrôle couramment utilisées. Bien que l'élégance intrinsèque de la formulation du problème ne puisse être négligée, elle ne saurait justifier une utilisation généralisée de la technique en industrie. Camacho et Bordons (1999) sont d'ailleurs plus éloquents et énumèrent plusieurs avantages de la commande prédictive :

- ✚ Elle est particulièrement intéressante pour les ingénieurs n'ayant qu'une connaissance limitée en contrôle parce que les concepts sont très intuitifs et que le réglage est très simple.
- ✚ Elle peut être utilisée pour une grande variété de procédés, peu importe la complexité de la dynamique (long retard, phase non minimale, système instable).
- ✚ Les cas multivariables peuvent être facilement traités.
- ✚ La compensation pour les retards est faite de façon intrinsèque.
- ✚ La compensation par anticipation des perturbations mesurées se fait aisément.

- ✚ Les contrôleurs linéaires résultants sont faciles à implanter.
- ✚ Le traitement des contraintes est conceptuellement simple et il peut être inclus systématiquement lors du processus de conception.
- ✚ Elle est très pratique lorsque les consignes futures sont connues (en robotique ou pour les procédés discontinus).
- ✚ Numériquement stable. [17]
- ✚ Il s'agit d'une méthodologie complètement ouverte dont les principes de base permettent des extensions futures. [18]

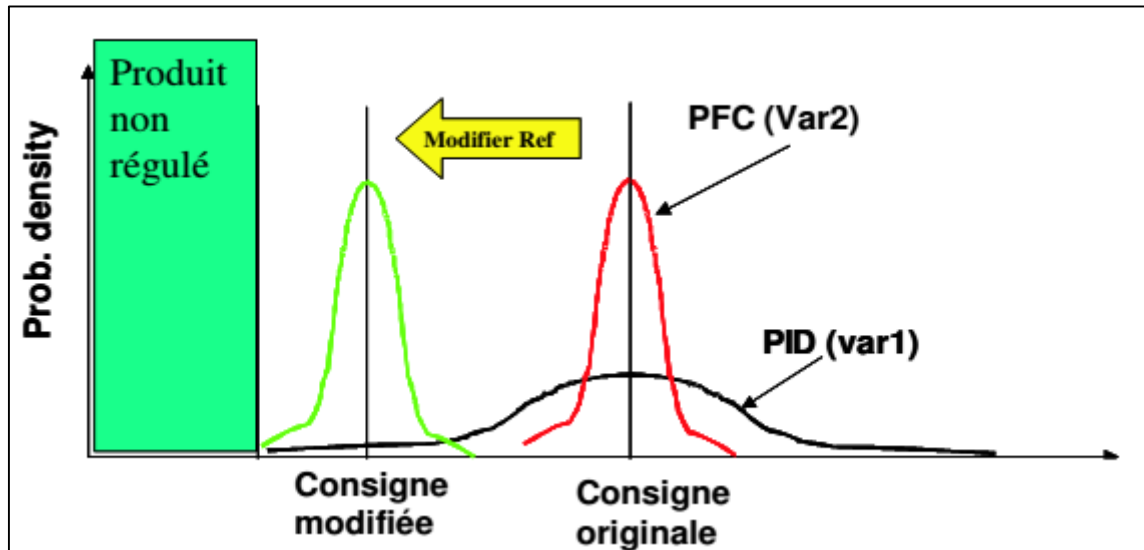


Figure (I.9) : Avantages de la commande prédictive : Réduire la Variance, Changer la Consigne. [17]

A ces observations, la possibilité d'étendre la méthodologie aux cas non linéaires et la prise en considération du modèle du procédé de façon explicite dans le contrôleur devraient être ajoutée. En contrepartie toutefois, ils existent quelques inconvénients pour ces méthodes :

- ✚ L'obtention de la loi de commande demande un effort de calcul beaucoup plus grand que dans le cas d'un régulateur PID conventionnel.
- ✚ Dans le cas adaptatif, tous les calculs pour obtenir la loi de commande doivent être repris à chaque période d'échantillonnage.
- ✚ Lorsque des contraintes d'opération sont prises en considération, la solution devient itérative et les temps de calcul peuvent devenir très importants.

De plus, contrairement aux régulateurs PID, les contrôleurs prédictifs ne peuvent être réglés sans un modèle explicite du comportement dynamique du système à asservir.

Cependant, dans la pratique industrielle, c'est probablement l'absence d'outils de commande prédictive dans la plupart des systèmes de contrôle courants (PLC ou DCS) qui représente le plus grand inconvénient de la commande prédictive par rapport à la commande algébrique de type PID [18].

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté un état de l'art sur la commande prédictive. Nous avons donné au premier lieu les concepts de base et le principe de la commande prédictive, ainsi que les différents éléments de cette dernière. Nous avons présenté par la suite un ensemble d'algorithmes prédictifs de type linéaire et non linéaire.

Les techniques de la commande prédictive qui ont été présentées dans ce rapport ont connu un développement important ces dernières années. Ceci est dû au fait que la formulation de la commande prédictive permet d'inclure des contraintes sur les variables manipulées et aussi les variables d'état du système pendant la conception du contrôleur. En outre, la facilité d'implanter la commande prédictive et sa simplicité à comprendre, sont des avantages qui caractérisent ce type de commande.

CHAPITRE : II

*Formulation du problème de
Commande Généralisée*

II.1. Introduction

La commande prédictive généralisée (GPC Generalized Predictive Control) de Clarke, Mohtadi et Tuffs est considéré comme étant la plus populaire des méthodes de prédiction, particulièrement pour les processus industriels. Elle combine la prédiction du comportement futur du procédé avec la commande de rétroaction.

Dans ce chapitre nous exposons la description et l'analyse théorique de l'algorithme GPC, en plus la commande prédictive généralisée cascade est étudié afin d'améliorer les performances de cette la GPC.

II.2. Principe de fonctionnement de la GPC

La commande prédictive c'est la résolution répétée à chaque pas de temps d'un problème de commande optimale : "comment aller de l'état actuel à un objectif de manière optimale en satisfaisant des contraintes", pour cela il faut connaître à chaque itération l'état du système et utiliser un outil de résolution numérique. [27]

Le schéma de principe de la commande prédictive généralisée est donné par la figure suivante :

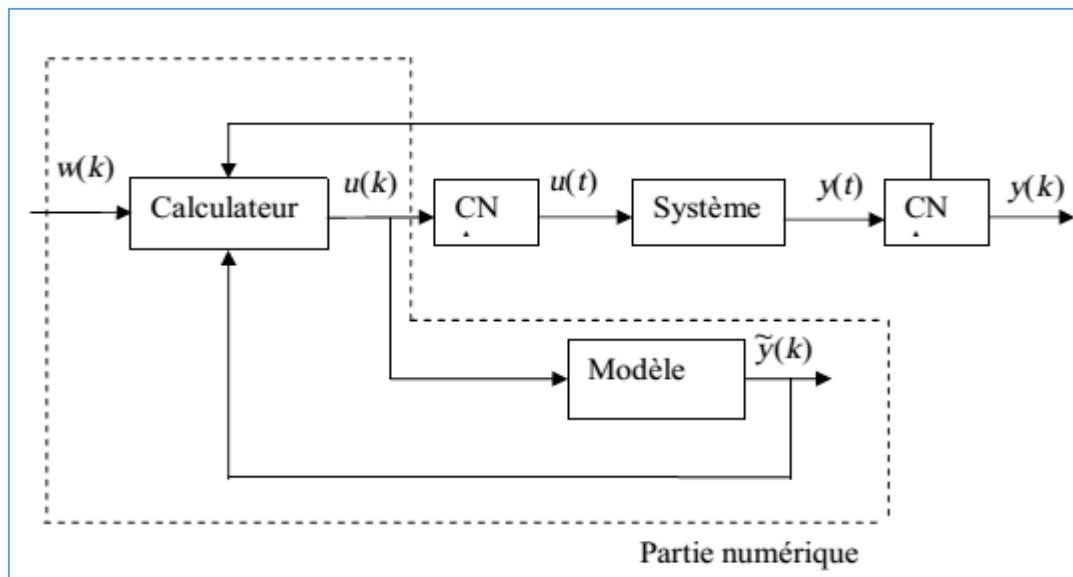


Figure (II.1) : Principe de fonctionnement de la commande prédictive généralisée [27].

II.3. Commande prédictive GPC monovariante (algorithmique et polynomiale)

II.3.1. Le modèle

Dans cette section, on présente le modèle CARIMA (Controlled Autoregressive and Integrated Moving Average) employé dans l'algorithme GPC de D.w.Clarke [20] et [21]. On considère un modèle localement linéaire défini par [30] :

$$A(Z^{-1})y(t) = B(Z^{-1})u(t-1) + \frac{1}{\Delta}C(Z^{-1})\zeta(t) \quad (\text{II.1})$$

Où : $A(Z^{-1})$, $B(Z^{-1})$ et $C(Z^{-1})$ sont des polynômes en Z^{-1} .

$$A(Z^{-1}) = 1 + a_1Z^{-1} + a_2Z^{-2} + \dots + a_{na}Z^{-na}$$

$$B(Z^{-1}) = b_0 + b_1Z^{-1} + b_2Z^{-2} + \dots + b_{nb}Z^{-nb}$$

$$C(Z^{-1}) = 1 + c_1Z^{-1} + c_2Z^{-2} + \dots + c_{nc}Z^{-nc}$$

$y(t)$ est la sortie mesuré , $u(t)$ la commande , $\zeta(t)$ le signal de perturbation .

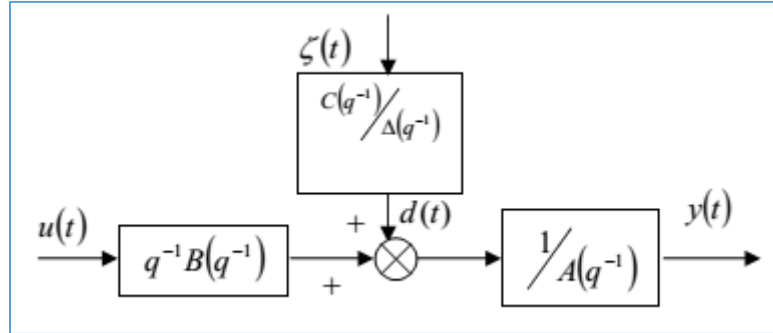


Figure (II.2) : Le modèle CARIMA [30].

Les polynômes A , B spécifient le système à contrôler. C’est pourquoi leurs déterminations rigoureuses conditionnent directement les performances de la méthode de commande utilisée (GPC). L’introduction de $\Delta = 1 - Z^{-1}$ dans le modèle de bruit assure une action intégrale dans le correcteur et permet, donc, d’annuler toute erreur statique vis-à-vis d’une entrée ou d’une perturbation en échelon. L’utilisation de ce modèle de perturbation est en fait une conséquence de la présence de perturbations de charge en échelon dans de nombreux processus industriels, celui-ci garantissant donc un comportement avec une erreur statique nulle face aux perturbations considérées. Ceci est une conséquence directe du principe du modèle interne. Ce principe dit que pour contrôler un système avec des perturbations instables, la dynamique de la perturbation doit apparaître dans la dynamique du régulateur.

Ici plusieurs interprétations de terme de perturbation ζ et du polynôme C dans le modèle

CARIMA ont pu être utiles pour de futures conceptions :

- Avec $C = 1$ et $\zeta(t)$ une séquence d’impulsions, la perturbation peut être considérée en tant qu’une séquence aléatoire agissant essentiellement sur l’entrée de système.
- Quand $\zeta(t)$ est une séquence des variables aléatoires indépendants.
- $C(Z^{-1})$ peut être un polynôme fixé (le cas non optimal, mais bonne conception, peut assurer des bonnes propriétés telles que la robustesse face à des dynamiques non modelées). Un prédicteur basé sur ce modèle aura alors des propriétés d’optimalité [30].

II.3.2. Le prédicteur optimal

Soit à calculer des prédicteurs de la sortie du processus à contrôler, $y(t)$ avec un pas ou indice de prédiction j . La quantité $\hat{y}(t + j|t)$ fera référence au prédicteur de la sortie, du processus, calculée à l’instant courant t , depuis l’instant $t + N_1 (j = N_1)$, jusqu’à l’instant $t + N_2 (j = N_2)$, Donc la quantité $\hat{y}(t + j|t)$ représente en fait une série de $N_2 - N_1 + 1$ de prédictions (ou prévisions) de la sortie y , ces prévisions étant calculées à l’instant courant t .

Sachant que le signal de commande $u(t)$ va agir sur la sortie $y(t+k)$, l'algorithme de la méthode GPC, anticipant le comportement futur du processus (par le biais du calcul de prédicteur), générera un signal de commande adéquat en vue de stabiliser le système.

La valeur de la sortie à l'instant $t+j$ est compte tenu de (II.1)

$$y(t+k) = \frac{A(Z^{-1})}{B(Z^{-1})} u(t+j-1) + \frac{C(Z^{-1})}{A(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})} \zeta(t+j) \quad (\text{II.2})$$

Le terme $\frac{C(Z^{-1})}{A(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})} \zeta(t+j)$ peut-être décomposé en une partie dépendante des valeurs futures de ζ et en une deuxième partie dépendante des valeurs passées de ζ , donc pour pouvoir obtenir l'expression du prédicteur (à j pas), on pose que :

$$C(Z^{-1}) = E_j(Z^{-1})A(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})Z^{-j}F_j(Z^{-1}) \quad (\text{II.3})$$

Cette équation (II.3) est appelée : *Equation de Diophantine* [30].

II.3.2.1. Cas où le polynôme $C = 1$

Notons que l'équation de Diophantine (II.3) peut être résolue de façon itérative [22]. Dans la plupart des cas, afin de simplifier le calcul de la loi de commande, dans le modèle de base décrit par l'équation (II.3), le polynôme C est pris égal à l'unité ($C = 1$).

Pour obtenir la quantité $(t+j)$, on multiplie l'équation (II.1) par la quantité $E(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})Z^j$

on aura :

$$A(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})y(t+j) = B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + E_j(Z^{-1})Z^j\zeta(t) \quad (\text{II.4})$$

Sachant que $\zeta(t)Z^j = \zeta(t+j)$

on obtient :

$$A(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})y(t+j) = B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + E_j(Z^{-1})Z^j\zeta(t+j) \quad (\text{II.5})$$

Les polynômes $E_j(Z^{-1})$, $F_j(Z^{-1})$ sont tels que :

- Le degré du polynôme $E_j(Z^{-1})$ est égale à $j-1$, quelque soit la valeur du pas de prédiction j , $\text{deg } E_j = j-1 \quad \forall j \in [N_1 N_2]$.
- Le degré du polynôme $F_j(Z^{-1})$ est égale à celui du polynôme A , quelque soit la valeur du pas de prédiction j , $\text{deg } F_j = na \quad \forall j \in [N_1 N_2]$.

D'après l'équation (II.3) $E_j(Z^{-1})A(Z^{-1})\Delta(Z^{-1}) = 1 - Z^{-1}F_j(Z^{-1})$

En remplaçant la quantité $E_j(Z^{-1})A(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})$ par son expression, ci avant dans l'équation (II.5), on obtient :

$$(1 - Z^{-1}F_j(Z^{-1}))y(t+j) = B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + E_j(Z^{-1})\zeta(t+j)$$

D'où

$$(1 - Z^{-1})y(t+j) = F_j(Z^{-1})y(t) + B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + E_j(Z^{-1})\zeta(t+j) \quad (\text{II.6})$$

En posant une autre équation Diophantine :

$$B(Z^{-1})E_j(Z^{-1}) = G_j(Z^{-1}) + Z^{-j}H_j(Z^{-1}) \quad (\text{II.7})$$

$G_j(Z^{-1})$ et $H_j(Z^{-1})$ sont donnés par la résolution de l'équation diophantienne précédente avec :

$$\deg G_j(Z^{-1}) = j$$

$$\deg H_j(Z^{-1}) = nb - 2$$

Donc l'équation (II.6) devient :

$$y(t+j) = F_j(Z^{-1})y(t) + G_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1)Z^{-j}H_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + E_j(Z^{-1})\zeta(t+j) \quad (\text{II.8})$$

Dans l'équation (II.8), le terme $\zeta(t+j)$ spécifie une séquence ($j = N_1, N_2$) de perturbations aléatoire futures. Etant donné qu'une perturbation future est imprévisible, tant par sa survenue que par son intensité, on pose que le prédicteur du terme $\zeta(t+j)$ est nul, car le prédicteur de tout variable aléatoire est nul.

Au niveau de l'équation (II.8), mis à part le terme $\zeta(t+j)$ (qui est un terme aléatoire), tous les autres termes, sont des quantités déterministes. On déduit à partir de l'équation (II.6) que le prédicteur de la quantité $y(t)$ est tel que :

$$\hat{y}(t+j|t) = F_j(Z^{-1})y(t) + G_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + H_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t-1) \quad (\text{II.9})$$

Le prédicteur optimal est enfin défini en considérant que la meilleure prédiction de bruit dans le futur et sa moyenne sont nulles [30].

II.3.2.2. Cas où le polynôme $C \neq 1$

Quand le polynôme C de l'équation (II.1) n'est pas égale pas à l'unité, la prédiction change légèrement. Pour calculer le prédicteur dans cette situation, l'équation de Diophantine (II.3) est résolue. On multiplie l'équation (II.1) par la quantité $E(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})Z^j$ on aura :

$$A(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})y(t+j) = B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + C(Z^{-1})E_j(Z^{-1})Z^j\zeta(t) \quad (\text{II.10})$$

Sachant que $Z^j\zeta(t) = \zeta(t+j)$, on obtient :

$$A(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})y(t+j) = B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + C(Z^{-1})E_j(Z^{-1})Z^j\zeta(t+j) \quad (\text{II.11})$$

En remplaçant la quantité $E_j(Z^{-1})A(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})$ par son expression, ci dessous dans l'équation (II.11), on obtient :

$$(C(Z^{-1}) - Z^{-j}F_j(Z^{-1}))y(t+j) = B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + C(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\zeta(t+j) \quad (\text{II.12})$$

D'où

$$C(Z^{-1})y(t+j) = F_j(Z^{-1})y(t)B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + C(Z^{-1})E_j(Z^{-1})\zeta(t+j) \quad (\text{II.13})$$

En développant (II.13), on obtient :

$$y(t+j) = \frac{F_j(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}y(t) + \frac{B(Z^{-1})E_j(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + E_j(Z^{-1})\zeta(t+j) \quad (\text{II.14})$$

Le terme qui multiplie la commande peut être divisé en deux parties ; de cette façon, on fait apparaître les commandes passées et futures. On a :

$$y(t+j) = \frac{F_j(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}y(t) + G_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + \frac{H_j(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}\Delta(Z^{-1})u(t-1) + E_j(Z^{-1})\zeta(t+j) \quad (\text{II.15})$$

$G_j(Z^{-1})$ et $H_j(Z^{-1})$ sont donnés par la résolution de l'équation diophantienne suivante :

$$B(Z^{-1})E_j(Z^{-1}) = G_j(Z^{-1}) + Z^{-j}H_j(Z^{-1}) \quad (\text{II.16})$$

Le prédicteur optimal est enfin défini en considérant que la meilleure prédiction du bruit dans le futur et sa moyenne sont nulles, donc :

$$\hat{y}(t+j|t) = \frac{F_j(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}y(t) + G_j(Z^{-1})\Delta(Z^{-1})u(t+j-1) + \frac{H_j(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}\Delta(Z^{-1})u(t-1) \quad (\text{II.17})$$

On remarque clairement que le polynôme C joue un rôle très important qui va être abordé dans la suite de ce travail [30].

II.3.2.3. Relation entre les polynômes de Diophantine pour le $C = 1$ et $C \neq 1$

A partir des équations diophantiennes (II.3) et (II.16) pour $C=1$ et $C \neq 1$, on déduit les résultats suivants : (On note « E'_j, F'_j, G'_j, H'_j » les résultats pour $C=1$ et « $\bar{E}_j, \bar{F}_j, \bar{G}_j, \bar{H}_j$ » les résultats pour $C \neq 1$).

Pour (II.3), on a respectivement :

$$\begin{cases} 1 = E'_j(Z^{-1})A(Z^{-1})\Delta(Z^{-1}) + Z^{-j}F'_j(Z^{-1}) \\ C(Z^{-1}) = \bar{E}_j(Z^{-1})A(Z^{-1})\Delta(Z^{-1}) + Z^{-j}\bar{F}_j(Z^{-1}) \end{cases}$$

En multipliant la deuxième par la première, il vient :

$$C(E'_jA\Delta + Z^{-j}F'_j) = \bar{E}_jA\Delta + Z^{-j}\bar{F}_j \quad (\text{II.18})$$

D'où

$$\bar{F}_j = CF'_j + AZ^j(CE'_j - \bar{E}_j)$$

L'équation (II.7) donne les expressions respectives suivantes :

$$\begin{cases} E'_j(Z^{-1})B(Z^{-1}) = G_j(Z^{-1}) + Z^{-j}H'_j(Z^{-1}) \\ \bar{E}_j(Z^{-1})B(Z^{-1}) = G_j(Z^{-1})C(Z^{-1}) + Z^{-j}\bar{H}_j(Z^{-1}) \end{cases}$$

En isolant G_j dans la première et en la remplaçant dans la deuxième, il vient :

$$\bar{E}_j B = (E_j' B - Z^{-j} H_j') C + Z^{-j} \bar{H}_j \quad (\text{II.19})$$

D'où :

$$\bar{H}_j = H_j' C - B Z^j (C E_j' - \bar{E}_j)$$

Les j premiers termes (puissances basses) de $C E_j' - \bar{E}_j$ sont nuls, car en réécrivant (II.18) comme suit :

$$(C E_j' - \bar{E}_j) \Delta A = Z^{-j} (\bar{F}_j - C F_j') \quad (\text{II.20})$$

On constate que la multiplication par Z^{-j} du polynôme $(\bar{F}_j - C F_j')$ indique que les premiers j termes du polynôme de droite de la relation (II.20) sont nuls [30], ce qui implique que les j premiers termes de $(C E_j' - \bar{E}_j)$ sont nuls. En outre, le degré du polynôme $C E_j'$ est $nc + j - 1$, et celui de \bar{E}_j est $j - 1$, donc le degré de $(C E_j' - \bar{E}_j)$ est $+j - 1$.

II.3.3. L'algorithme de commande

Avant de formuler l'expression de la loi de commande de la méthode GPC, on va d'une part expliciter le principe sur lequel se base la loi de commande, et d'autre part expliciter le critère de performance que celle-ci est appelée à satisfaire [30].

II.3.3.1. Principe

Soit une séquence de référence (ou de consigne) $w(t + j)$ pour $(j = N_1, N_2)$. L'objectif de la commande GPC est de calculer à l'instant courant t (c'est-à-dire à chaque instant d'échantillonnage, une grandeur de commande $u(t)$, dont le but sera de rapprocher les sorties futures $y(t + j)$ autant que possible de la consigne $w(t + j)$. Cela est réalisé en utilisant une commande à horizon fuyant. A chaque instant t , d'échantillonnage, on doit exécuter les étapes suivantes [30]:

- ✓ Calcul ou lecture des référence (ou consigne) futures $w(t + j)$ pour $(j = N_1, N_2)$.
- ✓ Calcul des prédictions de la sortie du système par l'entremise du prédicteur $\hat{y}(t + j|j)$. Cependant, ces prédictions d'après l'équation (II.17), dépendent des commandes futures $\Delta u(t + j - 1)$ pour $(j = N_1, N_2)$.
- ✓ Calcul des commandes futures $\Delta u(t + j - 1)$ pour $(j = N_1, N_2)$.
- ✓ A partir des commandes futures, prendre la quantité $u(t)$ et l'injecter au système à contrôler.

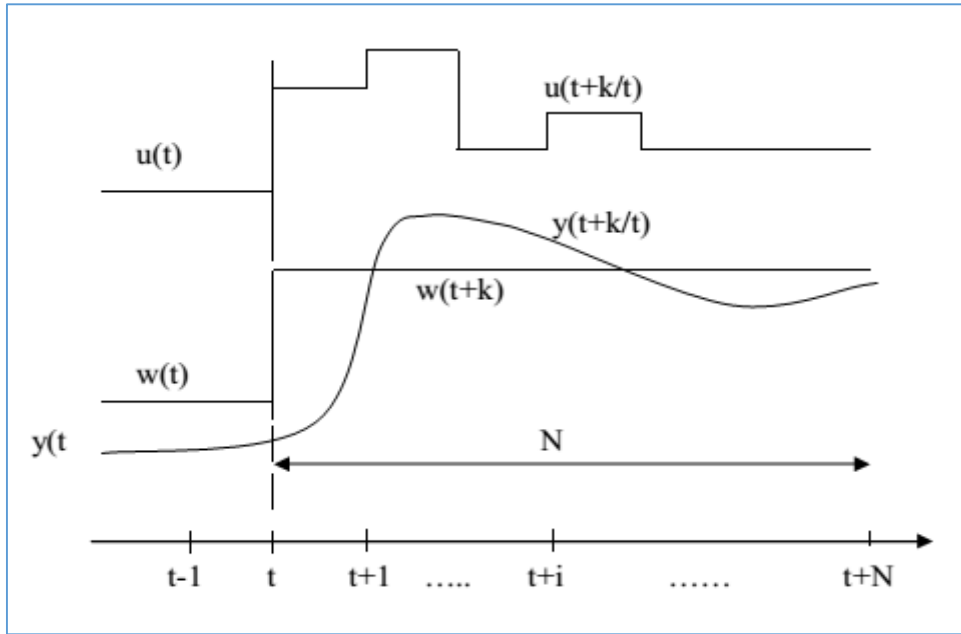


Figure (II.3) : La méthodologie de MPC

II.3.3.2. Critère de performance

La loi de commande est calculée de façon à minimiser le critère quadratique suivant :

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \Delta u(t+j-1)^2 \quad (II.21)$$

Où :

N_1 : Horizon de prédiction minimal.

N_2 : Horizon de prédiction maximal

N_u : Horizon de commande.

λ : Coefficient de pondération sur la commande.

w : La consigne à suivre.

\hat{y} : La prédiction de la sortie, obtenue à partir d'un prédicteur polynomial optimal.

u : La commande.

D'après l'expression, ci-dessus du critère de performance, j est constitué de deux termes :

- Le terme $\sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2$ représente la somme des erreurs entre les sorties futures $y(t+j)$ et les signaux de consignes $w(t+j)$ pour $(j = N_1, N_2)$.
- Le terme $\sum_{j=1}^{N_u} \Delta u(t+j-1)^2$ représente physiquement l'énergie dégradée (ou consommée) au niveau de l'organe de réglage (ex: électrovanne), et ceci pour que le premier terme (susmentionné) soit aussi minimal que possible.

De ce fait, il apparaît que l'objectif de la loi de commande est double. D'une part, la loi de commande s'assigne comme but de minimiser, au sens de moindre carrés la somme étendue à tout l'horizon de prédiction ($j = N_1, N_2$) des erreurs futures, et d'autres part cet objectif sera réalisé de façon à consommer le moins d'énergie possible. La séquence de pondération $\lambda(j)$ a pour tâche de

pondérer le signal de commande, et ceci par un choix à priori et judicieux, des valeurs des composantes de $\lambda(j)$. Le vecteur λ a pour dimension $N_u \times 1$.

Le rôle du coefficient de pondération λ est de modérer tout excès d'activité du signal de commande en vue d'une minimisation de l'énergie consommée pour contrôler le système.

Le coefficient de pondération constitue, en plus des paramètres N_1 et N_2 , un important paramètre de conception de la méthode de commande GPC [30].

II.3.3.3. La loi de commande

Pour résoudre le problème de GPC, une séquence de signal commande $u(t), u(t + 1) \dots \dots u(t + N_u)$ doit être trouver dont le but de minimiser l'expression (II.21).

Si on considère que le système contient un retard pur de l'ordre de périodes d'échantillonnage, la sortie du système doit être affectée par le signal de commande $u(t)$ après la période d'échantillonnage $d + 1$. Les valeurs N_1, N_2 et N_u peuvent être définis par $N_1 = d + 1, N_2 = d + N$ et $N_u = N$.

Considérant maintenant le prédicteur optimal à j pas suivant [23] :

$$\hat{y}(t + d + 1|t) = G_{d+1}\Delta u(t) + F_{d+1}y(t)$$

$$\hat{y}(t + d + 2|t) = G_{d+2}\Delta u(t + 1) + F_{d+2}y(t)$$

⋮

⋮

$$\hat{y}(t + d + N|t) = G_{d+N}\Delta u(t + N - 1) + F_{d+N}y(t)$$

Où

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{y}(t + d + 1|t) \\ \hat{y}(t + d + 2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + d + N|t) \end{bmatrix}}_{\hat{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-1} & \dots & g_0 \end{bmatrix}}_G \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t + 1) \\ \vdots \\ \Delta u(t + N - 1) \end{bmatrix}}_{\hat{u}} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} G_{d+1}(Z^{-1}) - g_0 Z \\ G_{d+2}(Z^{-1}) - g_0 - g_1 Z^{-1} Z^2 \\ \vdots \\ G_{d+N}(Z^{-1}) - g_0 - g_1 Z^{-1} \dots - g_{N-1} Z^{-(N-1)} Z^N \end{bmatrix}}_f \begin{bmatrix} F_{d+1}(Z^{-1}) \\ F_{d+2}(Z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(Z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (II.22)$$

L'équation (II.22) peut être écrite, plus simplement sous la forme vectorielle :

$$\hat{y} = G\hat{u} + f \quad (II.23)$$

La matrice est triangulaire inférieure de dimension $N \times N$, et les valeurs g_i correspondent aux coefficients de la réponse indicielle du modèle.

L'expression du critère de performance explicitée au niveau de l'équation (II.21) pourra être écrite sous forme vectorielle :

$$J = \{[G\hat{u} + f - w]^T [G\hat{u} + f - w] + \lambda u^T u\} \quad (\text{II.24})$$

Avec : $w = [w(t+1), w(t+2) \dots \dots, w(t+N)]^T$

La loi de commande (GPC) a pour objectif de minimiser le critère J explicitée par l'équation (II.21). Autrement dit, on devra déterminer le vecteur \hat{u} qui minimise le critère, donc, J est minimale,

si :
$$\frac{\partial J}{\partial u} = 0 \quad (\text{II.25})$$

Le vecteur minimisant le critère, donc satisfaisant l'équation (II.25) a été trouvé tel que :

$$\hat{u}_{opt} = (GG^T + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (\text{II.26})$$

Où I représente la matrice d'identité.

Cette dernière équation constitue l'expression de la loi de commande (ou loi de contrôle) de la méthode GPC [30].

II.3.4. Choix des paramètres de synthèse

Le choix des paramètres de synthèse a pour objectif d'assurer les meilleures performances en asservissement ou/et en régulation et d'obtenir un degré de stabilité en boucle fermée, ils sont souvent basés sur des constatations d'ordre expérimentale. Avec cette stratégie de réglage, portant sur le choix des paramètres de synthèse d'une commande prédictive généralisée, essentiellement, les horizons de commande, prédiction maximale, et minimale, et sur la pondération sur l'accroissement de la commande, on peut dégager les principales caractéristiques qui intéressent une large palette de procédés, qui répondent aux exigences en performances relatives aux aspects statique et dynamique, qui donnent de l'importance à l'obtention d'un bon degré de stabilité en boucle fermée et qui tiennent compte, finalement des problèmes numériques (temps et capacité de calcul, inversion matricielle) [30].

II.3.4.1. Horizon de prédiction minimal

Dans le cas de la commande prédictive généralisée, le retard du système à commander peut être choisi comme horizon de prédiction minimal ($N_1 = d$). Si le retard est inconnu ou variable, le N_1 est posé égal à l'unité ($N_1 = 1$). La possibilité d'avoir un horizon d'initialisation supérieur au retard d est conditionnée par l'inégalité suivante [30] : $d \leq N_1 \leq nb + d$

II.3.4.2. Horizon de prédiction maximal

Il est clair que l'horizon de prédiction maximal doit être, dans tout les cas strictement supérieur à l'horizon de prédiction minimal. Il existe des règles pratique qui fixent la plage de variation de l'horizon de prédiction maximal en fonction de la stabilité du système, de la période d'échantillonnage et de temps de stabilisation à $\pm 5\%$. Cependant en absence des informations précitées, il convient de choisir le domaine de variation de l'horizon de prédiction maximal conformément à la règle suivante [30] :

$$N_{2min} \leq N_2 \leq N_{2max}$$

Avec :

$$N_{2min} = 2\sup\{nb + d, na + 1\}$$

$$N_{2max} = 2 \sup\{nb + d, na + 1\} + 10$$

Donc, la valeur de l'horizon de prédiction maximal doit être choisie ni trop petite pour garder un bon degré de stabilité en boucle fermé, ni trop grande pour garantir la stabilité en boucle fermée d'un système instable en boucle ouverte [30].

II.3.4.3. Horizon de commande

Le choix de la plage de variation de l'horizon de commande N_u est conditionné par la stabilité du système en boucle ouverte. Cependant, le choix raisonnable qui assure un compromis entre le degré de stabilité et les performances, essentiellement en asservissement, est le suivant :

$$na \leq N_u \leq N_2 - N_1 + 1$$

L'augmentation de l'horizon de commande à l'intérieur du domaine retenu pour sa variation améliore la rapidité du système en boucle fermée, et dégrade le degré de stabilité en boucle fermée, augmente le temps de calcul.

II.3.4.4. Coefficient de pondération sur la commande

Il est clair que même dans les conditions où le système est stable en boucle ouverte, une valeur très élevée de λ devant la trace de la matrice $G^T G$ (la loi de commande GPC) peut rendre la variation de la loi de commande $u(t)$ pratiquement nulle et indépendante des autres paramètres de synthèse. Par ailleurs, au prix d'une perte sur la rapidité, une pondération sur la commande convenable et non nulle, permet d'assurer à la fois la minimisation du coût énergétique, l'amélioration du degré de stabilité et l'inversibilité de la matrice $G^T G + \lambda I$, en présence d'une sous ou surparamétrisation du modèle estimé.

Le choix de λ proportionnel à la trace de la matrice est possible. Ce critère de choix tient en compte de la condition de stabilité du système en boucle ouverte [24] :

$$\lambda = \frac{\text{trace}(G^T G)}{100N_u} k_1$$

Avec :

$k_1 \in [100,1]$: Pour les systèmes stables.

$k_1 \in [1,10]$: Pour les systèmes instables.

II.3.5. La version polynomiale de commande prédictive généralisée

L'apport essentiel de la synthèse d'une loi de commande prédictive sous forme polynomiale réside dans la possibilité d'une étude fréquentielle de la boucle corrigée. Suivant la loi de commande (II.26) :

$$\hat{u}_{opt} = -(GG^T + \lambda I)^{-1}G^T(f - w)$$

$$\hat{u}_{opt} = -N \left(\frac{1}{C(Z^{-1})} ify(t) + \frac{1}{C(Z^{-1})} ih\Delta u(t-1) - w \right)$$

Avec :

$$N = [GG^T + \lambda I_{N_u}]^{-1}G^T = \begin{bmatrix} n_1^T \\ \cdot \\ \cdot \\ n_{N_u}^T \end{bmatrix}$$

$$\hat{u}_{opt} = [\Delta u(t)_{opt} \quad \dots \quad \Delta u(t + N_u - 1)_{opt}]^T$$

En fait, comme on l'a vu depuis le début, seule la première valeur de cette séquence est appliquée au système, l'ensemble de la procédure étant effectuée de nouveau à la période d'échantillonnage suivante selon le principe de l'horizon fuyant :

$$\hat{u}_{opt}(t) = \hat{u}_{opt}(t-1) - n_1^T \left(\frac{1}{C(Z^{-1})} ify(t) + \frac{1}{C(Z^{-1})} ih\Delta u(t-1) - w \right) \quad (II.27)$$

Il est enfin possible, à partir de la relation ci-dessus, de déduire la représentation polynomiale du régulateur équivalent, comme indiqué Figure (II.3) Cette structure RST classique permet l'implantation de la loi de commande par une simple équation aux différences [25] :

$$\Delta u(t)(C(Z^{-1}) + n_1^T ih(Z^{-1})) = -n_1^T ify(t) + C(Z^{-1})n_1^T w$$

$$S(Z^{-1})\Delta u(t) = -R(Z^{-1})y(t) + T(Z^{-1})w(t + N_2) \quad (II.28)$$

Donc, les trois polynômes prennent la forme suivante :

$$S(Z^{-1}) = C(Z^{-1}) + n_1^T ih(Z^{-1}) \quad \text{Degré de } S(Z^{-1}) = \max(n_c, n_b)$$

$$R(Z^{-1}) = n_1^T if \quad \text{Degré de } R(Z^{-1}) = \max(n_a, n_c, -N_1)$$

$$T(Z^{-1}) = C(Z^{-1})n_1^T [Z^{-N_2+N_1} \quad Z^{-N_2+N_1+1} \quad \dots \quad 1] \quad \text{Degré de } T(Z^{-1}) = n_c + N_2 - N_1$$

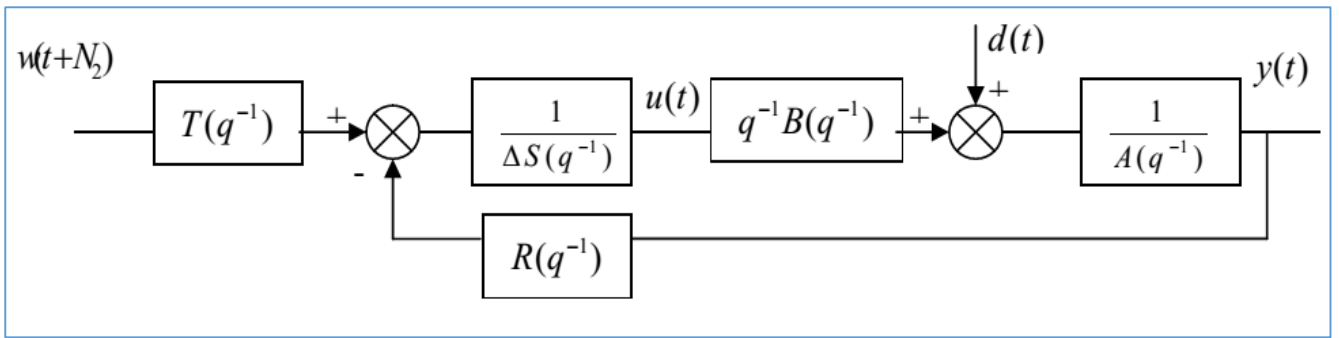


Figure (II.4) : Structure du régulateur polynomial équivalent [30].

Remarque

En considérant ici que le signal de consigne est $w(t + N_2)$ et non $w(t)$ (T est choisi volontairement en puissance de Z^{-1}).

II.4. Commande prédictive GPC Multivariable**II.4.1. Introduction**

La plupart des processus industriels ont beaucoup des variables qui doivent être des variables commandées (les sorties), ou des variables employées pour commander le processus (les entrées). Dans certains cas, un changement d'une des variables de commande affecte principalement la variable de sortie correspondante et chacune des paires d'entrée-sortie peut être considérée comme un système mono entrée mono sortie (SISO) et peut être commandée par des boucles indépendantes.

L'un des avantages de la commande prédictive généralisée est que le processus multivariable peut être étudié de façon rigoureuse [23] [25].

II.4.2. Forme de représentation de modèle

Un modèle CARIMA pour un processus multivariable de n sorties et m entrées, peut être exprimé comme suit :

$$A(Z^{-1})y(t) = B(Z^{-1})u(t - 1) + \frac{1}{\Delta}C(Z^{-1})\zeta(t) \quad (\text{II.1})$$

Où : $A(Z^{-1})$, $C(Z^{-1})$ sont $n \times n$ matrice polynomiale monique et $B(Z^{-1})$ est un $n \times m$ matrice polynomiale défini comme suit :

$$\begin{cases} A(Z^{-1}) = I_{n \times n} + A_1 Z^{-1} + A_2 Z^{-2} + \dots + A_{na} Z^{-na} \\ B(Z^{-1}) = B_0 + B_1 Z^{-1} + B_2 Z^{-2} + \dots + A_{nb} Z^{-nb} \\ C(Z^{-1}) = I_{n \times n} + C_1 Z^{-1} + C_2 Z^{-2} + \dots + C_{nc} Z^{-nc} \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Considérons l'opérateur Δ est défini comme $\Delta = 1 - Z^{-1}$. Les variables : $y(t)$ est un vecteur de sortie de dimension $n \times 1$, $u(t)$ est un vecteur d'entrée dimension $m \times 1$ et $\zeta(t)$ est un vecteur de perturbation de dimension $n \times 1$ à l'instant t . Le vecteur de bruit est un vecteur de séquences aléatoire centrées non corrélées avec les entrées.

Considérons un critère quadratique à horizon fini :

$$J(N_1, N_2, N_3) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \|\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)\|_R^2 + \sum_{j=N_1}^{N_3} \|\Delta u(t+j-1)\|_Q^2 \quad (\text{II.2})$$

Où $\hat{y}(t+j|t)$ vecteur de prédiction optimale à j pas du sortie de système, ces prédictions sont calculées à l'instant courant t , c'est à dire , l'expectation de vecteur de sortie à l'instant t , si les entrées passées et le vecteur de sortie et la séquence future de commande sont connus.

N_1 et N_2 sont l'horizon minimum et maximum de prédiction, N_3 l'horizon de commande et $w(t+1)$ est une séquence future de consigne ou séquence de référence pour le vecteur de sortie, R et Q sont les matrices de pondération, définies positives.

Nous considérerons d'abord le cas le plus habituel quand la matrice $(Z^{-1}) = I_{n \times n}$. La raison de ceci est qu'il est très difficile à estimer le polynôme C avec une exactitude suffisante en pratique, et particulièrement dans le cas multivariable. En fait, beaucoup des contrôleurs prédictifs emploient des polynômes de perturbation comme paramètres de conception. La prédiction optimale du vecteur de sortie peut être produite comme dans le cas monovariable comme suit :

II.4.3. Calcul du prédicteur optimal

Considérons l'équation suivante de Diophantine :

$$I_{n \times n} = E_j(Z^{-1})\tilde{A}(Z^{-1}) + Z^{-j}F_j(Z^{-1}) \quad (\text{II.3})$$

$\tilde{A}(Z^{-1}) = A(Z^{-1})\Delta$, $E_j(Z^{-1})$ et $F_j(Z^{-1})$ sont des matrices polynomiales uniques de degré $j-1$ et n respectivement. Si (II.2.1) est multiplié par $\Delta E_j(Z^{-1})Z^j$:

$$E_j(Z^{-1})\tilde{A}(Z^{-1})y(t+j) = E_j(Z^{-1})B(Z^{-1})\Delta u(t+j-1) + E_j(Z^{-1})\zeta(t+j)$$

En employant (II.2.3) et après une certaine manipulation, nous obtenons :

$$y(t+j) = F_i(Z^{-1})y(t) + E_j(Z^{-1})B(Z^{-1})\Delta u(t+j-1) + E_j(Z^{-1})\zeta(t+j) \quad (\text{II.4})$$

Noter que à cause de degré de $E_j(Z^{-1})$ soit $j-1$, les termes de bruit de l'équation (II.2.4) sont tous en future. En prenant l'opérateur d'espérance et en considérant cela $(\zeta(t)) = 0$, la valeur d'expectation de $y(t+j)$ est donnée par :

$$\hat{y}(t+j) = E(y(t+j)) = F_i(Z^{-1})y(t) + E_j(Z^{-1})B(Z^{-1})\Delta u(t+j-1) \quad (\text{II.5})$$

Noter que la prédiction peut facilement être prolongée au cas d'un bruit avec une moyenne non nulle, en ajoutant le vecteur $E(Z^{-1})E(\zeta(t))$ à la prédiction $\hat{y}(t+j|t)$. Notons que l'équation Diophantine (II.2.3) peut être résolue de façon itérative .voir par exemple [22].

En faisant la matrice polynomiale :

$$E_j(Z^{-1})B(Z^{-1}) = G_j(Z^{-1})Z^{-j}G_{jp}(Z^{-1})$$

Avec degré($G_j(Z^{-1})$) $< j$, l'équation de prédiction peut être maintenant écrite comme suit :

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(Z^{-1})\Delta u(t+j-1) + G_{jp}(Z^{-1})\Delta u(t-1) + F_j(Z^{-1})y(t) \quad (\text{II.6})$$

Noter que les deux dernières termes du côté droit de l'équation (II.2.6) dépend des valeurs passées des sorties et des variables entrées de processus correspondent à **la réponse libre** du processus considéré si les signaux de commande sont maintenus constants, tandis que le premier terme dépend seulement des valeurs futures du signal de commande et peut être interprétée comme une **réponse forcée**. C'est, la réponse obtenue quand les conditions initiales sont zéro $y(t - j) = 0, \Delta u(t - j) = 0$

Pour $j = 1$

L'équation (II.2.6) peut être réécrite comme suit :

$$\hat{y}(t + j|t) = G_j(Z^{-1})\Delta u(t + j - 1) + f_j$$

Avec $f_j = G_{jp}(Z^{-1})\Delta u(t - 1) + F_j(Z^{-1})y(t)$. Maintenant considérons un ensemble de pas de prédiction :

$$\hat{y}(t + 1|t) = G_1(Z^{-1})\Delta u(t) + f_1$$

$$\hat{y}(t + 2|t) = G_2(Z^{-1})\Delta u(t + 1) + f_2$$

⋮

(II.7)

⋮

$$\hat{y}(t + N|t) = G_N(Z^{-1})\Delta u(t + N - 1) + f_N$$

A cause des propriétés récursives du E_j , la matrice polynomiale décrit ci-dessus, l'expression (II.7) peut être réécrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t + 1|t) \\ \hat{y}(t + 2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + j|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + N|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 & 0 & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ G_1 & G_0 & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ G_{j-1} & G_{j-2} & \cdot & G_0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ G_{N-1} & G_{N-2} & \cdot & \cdot & \cdot & G_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t + 1) \\ \vdots \\ \Delta u(t + j - 1) \\ \vdots \\ \Delta u(t + N - 1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} \quad (II.8)$$

Avec $G_j(Z^{-1}) = \sum_{i=0}^{j-1} G_i Z^{-i}$. Les prédictions peuvent être exprimées sous la forme condensée comme :

$$y = Gu + f \quad (II.9)$$

Noter si toutes les conditions initiales sont nulles, la réponse libre f est également nulle. Si un échelon d'unité est appliqué à la première entrée au temps t , donc

$$\Delta u(t) = [1, 0, 0, \dots, 0]^T, \quad \Delta u(t + 1) = 0, \quad \Delta u(t + N - 1) = 0$$

La séquence de sortie estimée $[\hat{y}(t + 1)^T, \hat{y}(t + 2)^T, \dots, \hat{y}(t + N)^T]^T$ est égale à la première colonne de la matrice G ou aux premières colonnes des matrices G_0, G_1 et G_{N-1} . C'est-à-dire, la première colonne de la matrice G peut être calculée comme une réponse indicielle du système quand un échelon d'unité est appliqué au premier signal de commande. La colonne i peut être obtenue d'une façon semblable en s'appliquant un échelon d'unité à l'entrée de i . En général, la matrice G_k , peut être obtenue comme suit :

$$(G_k) = y_{i,j}(t + k + 1)$$

Ou $(G_k)_{i,j}$ est le (i, j) élément de la matrice G_k et $y_{i,j}(t + k + 1)$ est le $i^{\text{em}}me$ sortie du système quand un échelon d'unité a été appliquée à l'entrée j de commande au temps t .

Noter que si la matrice $A(Z^{-1})$ est diagonale, les matrices $E_j(Z^{-1})$ et $F_j(Z^{-1})$ sont également des matrices diagonales et le problème est réduit à une récursivité de n scalaires de Diophantine équation qui sont beaucoup plus simples pour programmer et exige moins de calcul. Le calcul de $G_j(Z^{-1})$ et f_i est également considérablement simplifié.

Si le signal de commande est maintenu constant après la première N_3 commandes, l'ensemble des prédictions affectant la fonction de coût (2.2)

$y_{N_{123}} = [\hat{y}(t + N_1|t)^T \dots \hat{y}(t + N_2|t)^T]$ peut être exprimé :

$$y_{N_{12}} = G_{N_{123}} \quad u_{N_3} \quad f_{N_{12}}$$

Avec :

$$u_{N_3} = [\Delta u(t)^T \dots \Delta u(t + N_3 - 1)^T]^T$$

$$f_{N_{12}} = [f_{N_1}^T \dots f_{N_2}^T]^T$$

$G_{N_{123}}$ est la sous- matrice de G suivants :

$$G_{N_{123}} = \begin{bmatrix} G_{N_1-1} & G_{N_1-2} & \dots & G_{N_1-N_3} \\ G_{N_1} & G_{N_1-1} & \dots & G_{N_1+1-N_3} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{N_2-1} & G_{N_2-2} & \dots & G_{N_2-N_3} \end{bmatrix} \quad \text{avec } G_i = 0 \text{ pour } i < 0$$

L'équation (2.2) peut être écrite comme :

$$J = (G_{N_{123}} u_{N_3} + G_{N_1} f_{N_{12}} - w)^T \bar{R} (G_{N_{123}} u_{N_3} + G_{N_1} f_{N_{12}} - w) + u_{N_3}^T \bar{Q} u_{N_3}$$

Ou $\bar{R} = \text{diag}(R \dots R)$ et $\bar{Q} = \text{diag}(Q \dots Q)$

S'il n'y a aucune contrainte, l'optimum peut être exprimé comme :

$$u_{opt} = (G_{N_{123}}^T \bar{R} G_{N_{123}} + \bar{Q})^{-1} G_{N_{123}}^T \bar{R} (w - f_{N_{12}}) \quad (\text{II.10})$$

En raison de la stratégie de commande avec horizon fuyant, seulement $\Delta u(t)$ est nécessaire à l'instant t . Ainsi, seulement les premières m lignes de $(G_{N_{123}}^T \bar{R} G_{N_{123}} + \bar{Q})^{-1} G_{N_{123}}^T \bar{R}$, appelés K , doivent être calculés. Ceci peut être fait à l'avance pour le cas non adaptatif. La loi de commande peut être exprimée comme suivant $\Delta u(t) = K(w - f)$. C'est une matrice linéaire de gain qui multiplie les erreurs des predictions entre les references prédites et la réponse libre prédite de système.

Dans le cas de commande adaptative, la matrice $G_{N_{123}}$ doit être calculé chaque période d'échantillonnage, les paramètres estimés changent et la manière de calculer l'incrément d'action de commande serait en résolvant l'ensemble d'équations linéaires :

$$(G_{N_{123}}^T \bar{R} G_{N_{123}} + \bar{Q})u = G_{N_{123}}^T \bar{R} (w - f_{N_{12}})$$

Encore seulement les premiers m composants de u doivent être trouvés et car la matrice $G_{N_{123}}^T \bar{R} G_{N_{123}} + \bar{Q}$ est définie positif, l'algorithme des cholesky peut être employé pour trouver la solution.

II.5. Commande prédictive GPC sous contraintes

II.5.1. Introduction

Le problème de commande qui a été formulé dans les parties précédentes, considère que tous les signaux possèdent une gamme illimitée, malheureusement ceci, n'est pas très réaliste parce que dans la pratique tous les processus sont soumis à des contraintes.

Ces contraintes peuvent être de toutes sortes et ce pour plusieurs raisons : Limitation physique des actionneurs, spécifications de qualité d'un produit, exigence de sécurité, etc. En outre, dans la pratique, les points de fonctionnement des systèmes sont déterminés pour satisfaire des buts économiques et pour se trouver à l'intersection de certaines contraintes. Si les contraintes ne sont pas considérées dans la conception de la commande, il résulte une dégradation des performances en boucles fermée et même un risque d'avoir un comportement indésirable. [30]

II.5.2. Les contraintes

Les contraintes les plus souvent définies dans le domaine temporel interviennent sur toutes les parties d'un système de commande, des actionneurs aux capteurs, et, en général, comme contraintes sur les états du système à commander. Leur présence est une source de problèmes parfois complexes, non seulement pour les praticiens de l'automatique mais aussi pour le milieu académique, car ils constituent le type de non linéarité le plus classique affectant, en pratique, une loi de commande, avec des implications directes sur la stabilité, les performances et la sûreté de fonctionnement du système en boucle fermée (parfois avec des conséquences tragiques). [27]

II.5.3. Modélisation des contraintes

La proposition principale du GPC, qui est d'appliquer la meilleure action de commande possible en vue de minimiser la fonction objective, ne sera pas atteinte de cette façon.

Les différentes méthodologies de la commande MPC permettent d'anticiper la violation des contraintes compte tenu de leur caractère prédictif. Les prochains paragraphes se proposent d'analyser les différentes contraintes considérées habituellement dans l'industrie des processus (autant du point de vue des contraintes physiques et de la sécurité, que du point de vue du comportement désiré), et de présenter la forme dans laquelle elles doivent être formulées pour les décrire dans l'étape d'optimisation [30].

II.5.3.1. Contraintes sur l'amplitude du signal de commande

Les contraintes sur l'amplitude du signal de la commande, assez fréquentes en pratique (pour prendre en compte, par exemple, des effets de saturation à forts signaux), peuvent s'exprimer au moyen de l'inégalité suivante :

$$U_{min} \leq u(t) \leq U_{max} \quad (II.1)$$

Pour un processus de entrées et de sorties avec des contraintes sur tout l'horizon fuyant d'optimisation

$$IU_{min} \leq U(k) \leq IU_{max} \quad (II.2)$$

Où $U(k) = [u(k) \ u(k+1) \dots u(k+N-1)]^T$. I est une $(N \times n) \times m$ matrice formé par matrices d'identités (l'écriture est faite dans le cas matricielle (ou multivariable), sa spécification au cas monovariante étant triviale).

Il convient parfois de représenter cette contrainte en fonction des accroissements successifs $\Delta u(t)$ de la commande, soit

$$IU_{min} \leq T\Delta U(k) + Iu(k-1) \leq IU_{max} \quad (II.3)$$

où T est une matrice $N \times N$, triangulaire inférieure, ou les blocks entiers non nulle sont $m \times m$ matrices d'identités .

II.5.3.2. Contrainte sur la vitesse de variation du signal de commande

Les restrictions sur l'augmentation du signal de commande prennent une forme très simple, et peuvent être exprimées au moyen de l'inégalité :

$$\Delta U_{min} \leq u(k) - u(k-1) \leq \Delta U_{max} \quad (II.4)$$

Ou sous la forme vectorielle, portant sur les variations $\Delta u(t)$:

$$I\Delta U_{min} \leq \Delta U(k) \leq I\Delta U_{max} \quad (II.5)$$

II.5.3.3. Restrictions sur l'amplitude de la sortie

Il est très fréquent de trouver comme spécification désirée dans les processus commandés que leur sortie se trouve dans une fourchette autour d'une trajectoire désirée, par exemple, dans les cas de poursuite d'un certain profil avec une certaine tolérance. Ce type de condition peut être introduite pour le système de commande le forçant à ce que la sortie du système soit à tout moment comprise dans la bande constituée par la trajectoire indiquée plus ou moins la tolérance ceci se traduit par une inégalité de la forme:

$$Y(t)_{min} \leq y(t) \leq Y(t)_{max} \quad (II.6)$$

Soit $y(k) = [y(k) \ y(k+1) \dots y(k+N)]^T$ (hypothèse y scalaire). Sur l'horizon d'optimisation la contrainte s'écrit :

$$Y(k)_{min} \leq y(k) \leq Y(k)_{max} \quad (II.7)$$

où, à l'évidence,

$$y_{min}(k) = [y_{min}(k) \ y_{min}(k+1) \dots y_{min}(k+N)]^T \quad (II.8)$$

$$y_{max}(k) = [y_{max}(k) \ y_{max}(k+1) \ \dots \ y_{max}(k+N)]^T$$

Les inégalités s'entendent composantes par composantes.

Par rapport aux incréments sur la variable de commande une telle contrainte peut s'écrire :

$$Y(k)_{min} \leq G\Delta U(k) + f(k) \leq Y(k)_{max} \quad (II.9)$$

où $f(k)$ est la sortie de régime libre a partir de k .

$$G = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g^2 & g & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g^{N-1} & g^{N-2} & g^{N-3} & \dots & g \end{bmatrix} \quad (II.10)$$

Où g est la réponse indicielle sur une période.

Sur les accroissements de la commande, ces diverses contraintes peuvent s'exprimer sous forme condensée comme, $R\Delta u \leq c$. [24] avec :

$$R = \begin{bmatrix} I_{N \times N} \\ -I_{N \times N} \\ T \\ -T \\ G \\ -G \end{bmatrix}; c(k) = \begin{bmatrix} I\Delta U_{max} \\ -I\Delta U_{min} \\ IU_{max} - Iu(k-1) \\ -IU_{min} + Iu(k-1) \\ IY(k)_{max} - f(k) \\ -IY(k)_{min} - f(k) \end{bmatrix} \quad (II.11)$$

II.5.3.4. Restrictions sur les oscillations permises dans la sortie du système

Dans de nombreux processus de fortes oscillations pour les variables de sortie du système ne sont pas souhaitables, c'est le cas des manipulateurs, pour lesquels une sur-oscillation peut produire des collisions avec d'autres éléments dans l'aire de travail. Il est également très facile de traiter ce type de restrictions dans le contexte prédictif. Toutes les fois qu'un changement de la référence intervient, et qui est maintenue constante sur une période suffisamment longue, les restrictions suivantes sont ajoutées au système de commande :

$$y(k+1) \leq \gamma w(k) \text{ pour } i = N_{01} \dots N_{02} \quad (II.12)$$

Où N_{01} et N_{02} définissent l'horizon pendant lequel la sur oscillation peut être observée (ils peuvent toujours être pris égaux à 1 et à N respectivement si cet horizon n'est pas connu) et $\gamma > 1$ est un facteur généralement près de l'unité qui permet de définir le maximum permis pour les sur-oscillations par rapport à la référence. En termes d'augmentation des variables manipulées, il est ainsi possible d'écrire [28] :

$$G\Delta u \leq I\gamma w(k) - f \quad (II.13)$$

II.5.3.5. Restrictions pour éviter des comportements de phase non minimale

Il existe des processus qui exhibent naturellement un comportement de phase non minimale, cela se produit quand le processus sous l'effet de variation brusque de l'entrée tend à voir, aux premiers moments transitoires, la variable de sortie évoluer dans le sens contraire à sa position finale. Ce comportement peut ne pas être souhaitable dans certains cas, des restrictions de la forme suivante peuvent alors être définies :

$$y(k+j) \leq y(k) \text{ si } y(k) > w(k) \quad (\text{II.14})$$

$$y(k+j) \geq y(k) \text{ si } y(k) < w(k)$$

En termes de variables de commande ces contraintes peuvent être représentées par l'inégalité (choisissant par exemple les restrictions $y(k) < w(k)$) :

$$G\Delta u \geq Iy(k) - f \quad (\text{II.15})$$

II.5.3.6. Contraintes sur l'état final atteint

Ce type de restrictions apparaît dans une série d'algorithmes de commande. Dans le cas de la méthodologie GPC elles se rencontrent dans la stratégie connue comme "commande prédictive restreinte de l'horizon glissant" CRHPC (Constrained Receding Horizon Predictive Control), où sont introduites des restrictions artificielles en vue de garantir la stabilité du système commandé. Ceci est fait au moyen de l'imposition sur les sorties prévues à ce qu'elles suivent la référence pendant un certain nombre m de périodes après un certain horizon N .

Les restrictions terminales de l'état du système peuvent être exprimées comme des restrictions d'égalité sur les incréments de la commande future en utilisant l'équation de prédiction pour $Y_m = [y(k+N+1) \ y(k+N+2) \dots \ y(k+N+m)]$, soit

$$Y_m = G\Delta u + f_m \quad (\text{II.16})$$

où f_m étant le régime libre à partir de $k+N$.

Toutes les restrictions exposées peuvent être exprimées sous la forme $R\Delta u \leq c$ et $A\Delta u = a$.

L'algorithme GPC quand sont considérées les restrictions consiste en la minimisation de la fonction objectif $J(k)$ sous l'ensemble des contraintes linéaires.

II.5.4. Optimisation

Auparavant, on a constaté que le problème d'optimisation (II.17) est un programme quadratique. Les références les plus récentes qui tirent profit de ce fait dans un contexte MPC est probable, bien qu'il ait été en service dans l'industrie pendant un tout à fait certain temps avant. La programmation quadratique est un problème d'optimisation classique pour lequel existent des méthodes de solution efficace, et c'est probablement l'une des raisons pour lesquelles MPC est devenu si populaire dans la pratique.

Pour mettre le problème d'optimisation sous une forme appropriée à la programmation quadratique, nous présentons la fonction objective sous la forme appropriée :

$$J = \frac{1}{2}u^T H u + bu + f_0 \quad (\text{II.17})$$

II.5.4.1. La programmation quadratique

En considérant l'optimisation « programmation quadratique », comme un ensemble particulier des problèmes de programmation non linéaires, où on peut souligner quelques points. Les problèmes de programmation quadratique sont définis en tant que minimisation de la fonction objective quadratique de l'équation (II.17).

L'un des résultats importants de la programmation mathématique, est d'élaborer des concepts de convexité, ainsi, si le problème de programmation non linéaire, connu sous le nom de problème de programmation convexe, aura les propriétés suivantes :

- $J(u)$ est une fonction convexe.
- Chaque contrainte d'inégalité est une fonction convexe (Les contraintes forment un ensemble convexe), lors le minimum local est également un minimum global.

Dans les problèmes de programmation linéaire la fonction objective est toujours convexe, et les contraintes forment un ensemble convexe, ainsi, l'optimum local est toujours un optimum global. Pour la programmation quadratique la fonction objective est convexe si $u^T H u$ est semi défini positif, par conséquent H doit être semi défini positif.

Supposant que le problème de programmation quadratique à une fonction objective convexe, la deuxième condition doit avoir des contraintes qui forment un ensemble convexe.

Le point faisable ou le vecteur de programmation quadratique est n'importe quel vecteur qui satisfait les contraintes d'égalité et d'inégalité. L'ensemble de tous les vecteurs qui satisfont les contraintes constitue un domaine de fonction faisable. Un optimum sous contrainte est un ensemble dans lequel l'optimum local se trouve sur la frontière de la région faisable. En relation avec juste les contraintes d'inégalité par point peuvent être classifiés comme point intérieur (un point faisable) ou un point extérieur (un point non faisable).

Ainsi, un point intérieur est un point pour lequel toutes les contraintes d'inégalité sont strictement respectées. L'ensemble des points pour lesquels la fonction objective a une valeur constante s'appelle **le contour de la fonction coût**.

Dans le cas de la programmation non linéaire avec des contraintes d'inégalité et d'égalité, nous définissons un point à être un minimum local si la fonction objective ne peut pas diminuer le long d'aucun arc lisse dirigé de ce point dans la région faisable. Puisque les méthodes de programmation linéaires sont appliquées avec succès à des problèmes de grand dimensionnel (contenant des contraintes linéaires d'inégalité), la linéarisation du problème non linéaire semble être une approche sensible à la résolution de tels problèmes [29].

II.5.4.2. Respect des contraintes

Comme a été montré précédemment, les incréments de commande calculés par la stratégie GPC sont obtenus par la minimisation d'une fonction objective quadratique :

$$J = (y - w)^T (y - w) + \lambda \Delta u^T \Delta u$$

Avec est futures références, ordre de futures prédictions constituées par la réponse forcée et libre :

$$y = G\Delta u + f$$

Δu sont les futurs incréments de commande, G matrice contient les coefficients de la réponse indicielle de la boucle ouverte du système et f contient les termes de présent et de passé des sorties et de passé des entrées de modèle (sortie de système si les incréments de commande sont égale à zéro). Par la substitution des futures sorties dans la fonction de coût :

$$J = \frac{1}{2} \Delta u^T H \Delta u + b^T \Delta u + f_0$$

Avec :

$$H = 2(G^T G + \lambda I), b^T = 2(f - w)^T G,$$

La solution optimale sans contraintes est linéaire: $\Delta u = -H^{-1}b$ Quand des contraintes sont prises en considération, il n'y a aucune solution explicite et des algorithmes d'optimisation doivent être employés. Dans ce cas-ci, le problème peut être posé comme une fonction de coût quadratique avec des contraintes linéaires d'inégalité et d'égalité en incrément de commande $\Delta u(R\Delta u \leq c)$ et $A\Delta u = a$, C'est un problème de programmation quadratique. Les différentes contraintes qui peuvent être prises en considération sont montrées dans les paragraphes précédents. [30]

II.6. Conclusion

Dans ce chapitre, une étude détaillée de la commande prédictive généralisée a été effectuée, cette dernière n'est qu'une combinaison entre la prédiction du comportement futur du procédé avec la commande par retour d'état. Les deux cas, monvariable et multivariable ont été traités. On peut y noter une grande similitude des relations obtenues pour les deux cas. Ceux-ci est valable même pour la version polynomiale.

La commande prédictive généralisée assure un découplage implicite des variables à commander par un choix convenable des matrices de pondération, mais ceci avec une perte des performances de poursuite du signal de consigne.

La régulation dynamique doit pouvoir prendre en compte, à tout instant, les contraintes sur les variables d'action et les variables d'état internes du processus. Nous avons vus dans ce chapitre, que la commande prédictive peut prendre en compte de façon satisfaisante et simple, plusieurs types de contraintes.

CHAPITRE : III

Modélisation du Moteur à Courant Continu

III.1. Introduction

L'évolution des technologies conduit à utiliser des machines nécessitant des vitesses de rotation précises et variables pour l'entraînement d'engins industriels, systèmes robotique...etc. Dans notre étude, on s'intéresse aux moteurs à courant continu, car ils offrent une introduction facile au fonctionnement de ses homologues, en donnant des repères clairs.

Les moteurs à courant continu ont pendant longtemps été les seuls aptes à la vitesse variable à large bande passante, comme dans le domaine robotique. Ils ont donc fait l'objet de nombreuses améliorations, et beaucoup de produits commercialisés aujourd'hui. [42]

La machine à courant continu n'est plus beaucoup utilisée dans les applications nouvelles, mais on la rencontre encore dans les installations existantes. Cette machine présente en effet de nombreux inconvénients, avec en particulier son coût élevé et la maintenance nécessaire à cause des balais frottant sur le collecteur la machine à courant continu peut être employée en génératrice ou en moteur, Le fonctionnement en génératrice n'a plus guère d'applications depuis longtemps. Par contre, il y a quelques années, le moteur à courant continu était la principale solution pour une vitesse variable du fait de la simplicité de sa commande. Aujourd'hui, les machines à courant alternatif sont préférées dans la plupart des applications. Compte tenu de cela, nous présenterons cette machine de manière plus succincte et en n'envisageant que son usage en moteur. [31]

Les machines électriques tournantes sont des convertisseurs d'énergie. Lorsqu'elles transforment de l'énergie électrique en énergie mécanique avec quelques pertes, on dit qu'elles fonctionnent en moteur. En revanche, si elles transforment l'énergie mécanique apportée par une autre machine en énergie électrique, on dit qu'elles fonctionnent en génératrice.

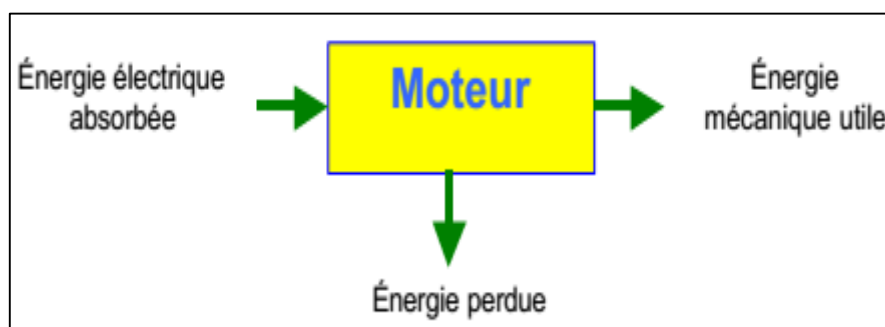


Figure (III.1) : La transformation d'énergie par la machine [43].

La machine à courant continu est une machine électrique tournante qui fonctionne, comme son nom l'indique, à partir de tensions et de courants continus. Dans le cas de petits moteurs, elle est donc adaptée à des sources d'énergie électrochimiques. Pour les fortes puissances, on la trouve dans les lignes de métro-RER où elle fonctionne en moteur (traction) ou en génératrice (freinage).

Les dynamos à courant continu ont été les premiers convertisseurs électromécaniques utilisés. Leur usage est en régression très nette en particulier en tant que générateurs de courant. On utilise de préférence des redresseurs à semi-conducteurs alimentés par des alternateurs.

Les moteurs à courant continu restent très utilisés dans le domaine de l'automobile (ventilateurs, lève-vitre, etc.) ainsi qu'en tant que « moteur universel » dans l'électroménager et l'outillage. Dans le domaine des puissances supérieure au mégawatt, les sous-marins seront les seuls utilisateurs de machines à courant continu afin d'assurer leur propulsion. En effet, pour éviter de « rayonner » du 50 ou du 60 Hertz qui les rendrait facilement détectables, les sous-marins utilisent des circuits de distribution de l'énergie électrique à tensions continues. [32]

III.1.2. Construction

La machine à courant continu est constituée de trois parties :

- ✓ Une partie fixe, le stator, qui crée le champ magnétique ; c'est l'inducteur. Cet inducteur peut être constitué d'aimants permanents ou d'une bobine alimentée par un courant continu.
- ✓ Une partie mobile, le rotor, qui est l'induit de la machine. Le rotor de la machine est constitué de conducteur et lorsque le rotor tourne, il se crée aux bornes de l'ensemble des conducteurs une tension induite E .
- ✓ Le collecteur, les Balais : il est formé d'un ensemble de lames de cuivre isolées latéralement les unes des autres et disposées suivant un cylindre en bout de rotor. Deux balais portés par le stator frottent sur les lames des collecteurs [33].

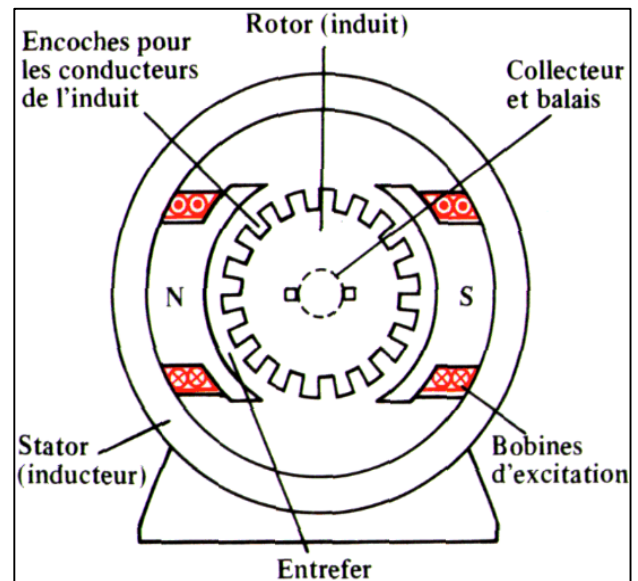
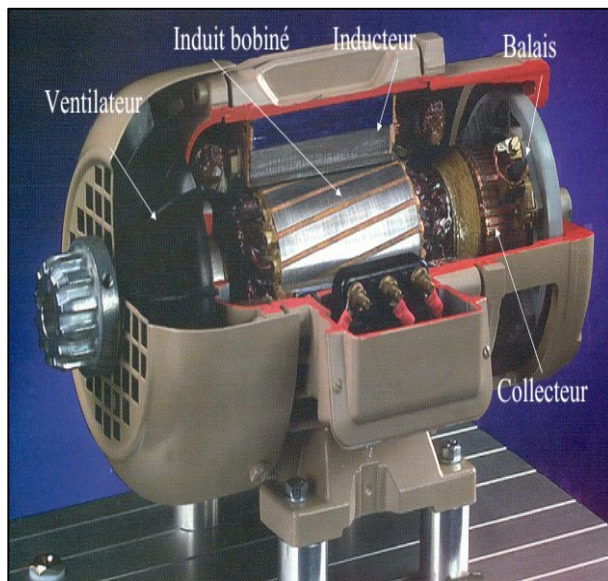


Figure (III.2) : Constitution du moteur à courant continu [34].

Pour faire fonctionner une machine à courant continu, on peut brancher l'inducteur en série avec l'induit : on parle alors de machine série. Si l'inducteur est alimenté de façon séparée par rapport à l'induit, on parle de machine à excitation indépendante.

La machine à courant continu est une machine réversible. Elle peut fonctionner soit en génératrice, soit en moteur. [33]

III.1.3. Les différentes configurations d'excitation.

III.1.3.1. Excitation séparée ou indépendante

Deux sources d'alimentation sont nécessaires, une pour l'induit, l'autre pour l'inducteur.

Ce mode d'excitation offre à l'utilisateur une fréquence de rotation indépendante de la charge et réglable par action sur la tension d'induit ou sur le courant d'excitation.

III.1.3.2. Excitation dérivation ou shunt

La même source d'alimentation alimente l'induit et l'inducteur. L'inducteur est mis en parallèle avec l'induit.

Les propriétés du moteur à excitation dérivation sont les mêmes que celle du moteur à excitation indépendante.

Ce mode d'excitation offre à l'utilisateur une fréquence de rotation pratiquement indépendante de la charge et qui peut démarrer à vide.

III.1.3.3. Excitation série

Dans ce montage, le courant d'excitation est le même que le courant dans l'induit.

La fréquence de rotation du moteur varie beaucoup avec la charge et ce type de moteur a tendance à s'emballer à vide ou sous faible charge. [35]

Ainsi, dans ce chapitre, on étudie le modèle de la machine à courant continu fonctionnant en moteur à excitation séparée.

III.1.4. Avantages et inconvénients

L'avantage principal, qui a fait le succès du moteur à courant continu, est la facilité de la commande de la vitesse. L'inconvénient majeur est lié à la nécessité du système collecteur-balais, sa présence est source de problèmes de commutation, d'étincelles, elle limite la vitesse de rotation et elle entraîne la nécessité d'une maintenance contraignante. La présence de l'induit au rotor, à l'intérieur du stator, ne facilite pas les échanges thermiques. Enfin, le prix des moteurs à courant continu est plus élevé que celui de ses concurrents [31].

III.1.5. Utilisation

Pendant longtemps, le moteur à courant continu a été la machine à vitesse variable par excellence.

De plus en plus remplacé dans ce rôle par des moteurs à courant alternatif dans les applications industrielles, il est encore bien présent dans les réalisations existantes et il le sera encore pendant un certain nombre d'années, compte tenu de la durée de vie parfois assez longue des installations. Dans les applications industrielles, c'est le moteur à excitation séparée qui est de loin le plus courant: on le rencontre dans des domaines tels que le levage, le pompage, etc. L'application principale du moteur à excitation séparée est la traction ferroviaire. En France, la grande majorité des locomotives a utilisé cette solution pendant longtemps (jusqu'au TGV sud-est). Toutefois, les autres pays avaient souvent choisi des voies différentes.



Figure (III.3) : Photo De La Locomotive Du Tgv Sud-Est [36].

Le moteur à courant continu a mieux résisté dans diverses applications de faible puissance. Dans les jouets, les petits moteurs à aimant alimentés par pile ont sans doute encore de l'avenir devant eux.

C'est alors le coût qui est le critère de choix. Dans le domaine de la robotique, les petits actionneurs à courant continu à aimant sont encore présents malgré la concurrence des moteurs à courant continu sans balais. Enfin, dans les accessoires automobiles, le moteur à courant continu est la solution traditionnelle, mais là aussi, d'autres solutions sont de plus en plus utilisées [31].

III.2. Modélisation D'un Moteur A Courant Continu A Excitation Séparée

Dans cette partie, on va mettre en évidence la mise en équations du système à commander. Ce dernier est un moteur à courant continu commandé soit par tension soit par courant appliqué à l'induit.

Les applications basées sur un tel système sont très larges surtout dans le domaine de la robotique, qui depuis quelques années évolue considérablement.

III.2.1. Hypothèses simplificatrices

Lors de la modélisation de la machine utilisée, on admet quelques hypothèses permettant une simplification du traitement.

- A) L'excitation des enroulements inducteurs est constante et égale à la valeur nominale.
- B) Les matériaux magnétiques ne sont pas saturés, ceci permet d'exprimer le flux comme une fonction linéaire du courant.
- C) On suppose que les pertes de fer (hystérésis et courants de Foucault) sont nulles.
- D) La réaction magnétique de l'induit n'est pas considérée.
- E) Tous les enroulements formant l'induit de la machine sont représentés par une résistance et une inductance. Leurs valeurs ne changent pas durant le fonctionnement. [37]

La machine à courant continu est l'un des convertisseurs électromécaniques les plus complexes. En effet, elle est sujette aux phénomènes de commutation provoqués par la rotation de l'arbre de la machine, en plus du phénomène de la réaction magnétique de l'induit (Séguier & Notelet, 1994). La réversibilité de fonctionnement entraîne également des états transitoires qui affectent son fonctionnement [38].

Le comportement électrique et mécanique de la machine à courant continu est décrit par les équations suivantes :

III.2.2. Equation électrique

Le circuit équivalent de l'induit de la MCC est donné par la figure 1 :

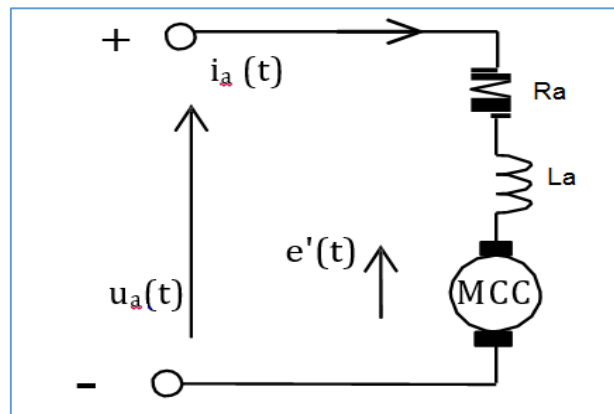


Figure (III.4) : Circuit équivalent de l'induit [39].

R_a : résistance de l'enroulement induit.

L_a : inductance de fuite de l'induit.

$e'(t)$: force contre-électromotrice.

$U_a(t)$: tension aux bornes de l'induit.

$I_a(t)$: courant dans l'induit de la machine.

L'équation des tensions s'écrit comme suit :

$$u_a(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + K \Omega(t) \quad (\text{III.1})$$

Pour un fonctionnement stable, la commande est effectuée à couple moteur constant, donc à flux constant. La f.c.é.m. développée par la machine s'écrit :

$$e'(t) = Ke\Omega(t) = K\Omega(t) \quad (\text{III.2})$$

L'équation électrique globale peut alors se mettre sous la forme suivante :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + K\Omega(t) \quad (\text{III.3})$$

Soit en variable de Laplace :

$$U(p) = (R + Lp)I(p) + k\Omega(p) \quad (\text{III.4})$$

III.2.3. Equation mécanique

L'équation de mouvement appliqué au système d'ensemble "moteur + charge mécanique" définit les limites de stabilité de l'entraînement :

$$C_m(t) - C_r(t) = J \frac{d\Omega(t)}{dt} \quad (\text{III.5})$$

$C_m(t)$: Couple moteur appliqué par la machine.

$C_r(t)$: Couple résistant appliqué par la charge.

J : Moment d'inertie des parties tournantes.

$\Omega(t)$: Vitesse Angulaire de rotation.

$d\Omega/dt$: Accélération angulaire

Le point d'équilibre de l'entraînement correspond à :

$$C_m(t) = C_r(t) \iff \Omega = C^{te}$$

Le couple moteur est généré par la puissance électromagnétique transmise au rotor de la machine (Braun, 1998). A flux constant, ce couple est directement proportionnel au courant induit I :

$$C_m(t) = \frac{P_m(t)}{\Omega(t)} = \frac{e'(t).i(t)}{\Omega(t)} = K i(t) \quad (\text{III.6})$$

Le couple résistant dépend de la charge mécanique entraînée et de la nature du frottement :

$$C_r(t) = C_{ch}(t) + C_f(t) \quad (\text{III.7})$$

Le couple de frottement $C_f(t)$ relatif aux essais usuels varie linéairement avec la vitesse (Taghezout, 1998). Cette application correspond à un frottement de type sec :

$$C_f(t) = C_0 + f\Omega(t) \approx f\Omega(t) \quad (\text{III.8})$$

Dans les essais, la charge mécanique est représentée par une génératrice à courant continu, débitant un courant I_{ch} à travers une résistance de charge R_{ch} . Le couple résistant est proportionnel au courant I_{ch} :

$$C_{ch}(t) = K.I_{ch} = k \frac{E}{R_{ch}} = \frac{k^2}{R_{ch}} \cdot \Omega(t) \quad (\text{III.9})$$

L'équation mécanique globale peut alors se mettre sous la forme :

$$J \frac{d\Omega(t)}{dt} = K i(t) - f \Omega(t) - \frac{k^2}{R_{ch}} \cdot \Omega(t) \quad (\text{III.10})$$

Soit en variable de Laplace :

$$J\Omega(p) = K I(p) - f \Omega(p) - \frac{k^2}{R_{ch}} \cdot \Omega(p) \quad (\text{III.11})$$

Les équations (4) et (11) permettent de décrire les fonctions de transfert des modèles électrique et mécanique :

III.2.4. Modèle électrique

Il est régi par la fonction de transfert $T_E(p)$, celle-ci met en évidence la loi de la commande agissant sur le courant induit I :

$$T_E(p) = \frac{w(p)}{U(p)} = \frac{J \cdot p + f + \frac{k^2}{R_{ch}}}{k^2 + (Lp + R) \cdot (Jp + f + \frac{k^2}{R_{ch}})} \quad (\text{III.12})$$

Cette fonction peut être mise sous la forme :

$$T_E(p) = A \frac{(1 + \tau_m \cdot p)}{(1 + \tau_e \cdot p) \cdot (1 + \tau_m \cdot p)} \quad (\text{III.13})$$

III.2.5. Modèle mécanique

Il est caractérisé par la fonction de transfert $T_M(p)$ où l'on élabore la loi de variation de la vitesse $\Omega(p)$ en fonction de la commande $U(p)$:

$$T_M(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} \quad (\text{III.14})$$

Cette fonction peut être mise sous la forme [39] :

$$T_M(p) = \frac{k_m}{1 + (T_{cm} + \mu T_c) \cdot p + T_c T_m \cdot p^2} \quad (\text{III.15})$$

III.2.6. La fonction de transfert générale $T(p)$

L'élimination de $I(p)$ peut obtenir le transfert suivant beaucoup plus étendue où la vitesse rotation est la sortie et l'entrée est tension.

En considérant que : $b = f + \frac{k^2}{R_{ch}}$ et $K = J \cdot p + f + \frac{k^2}{R_{ch}}$

$$T(p) = \frac{w(p)}{U(p)} = \frac{K}{(Jp + b)(Lp + R) + K^2} \quad (\text{III.18})$$

Cependant, dans ce cas, il est regardé position comme départ, vous pouvez obtenir la position intégration Thêta Point ; Sulo doivent donc diviser Transférer la plus grande mesure par l'art.

$$T(p) = \frac{w(p)}{U(p)} = \frac{K}{p((Jp+b)(Lp+R)+K^2)} \tag{III.19}$$

III.2.7. Construction du schéma-bloc

On peut établir le modèle mathématique de la réponse en vitesse du moteur électrique qui est donné par la figure suivante :

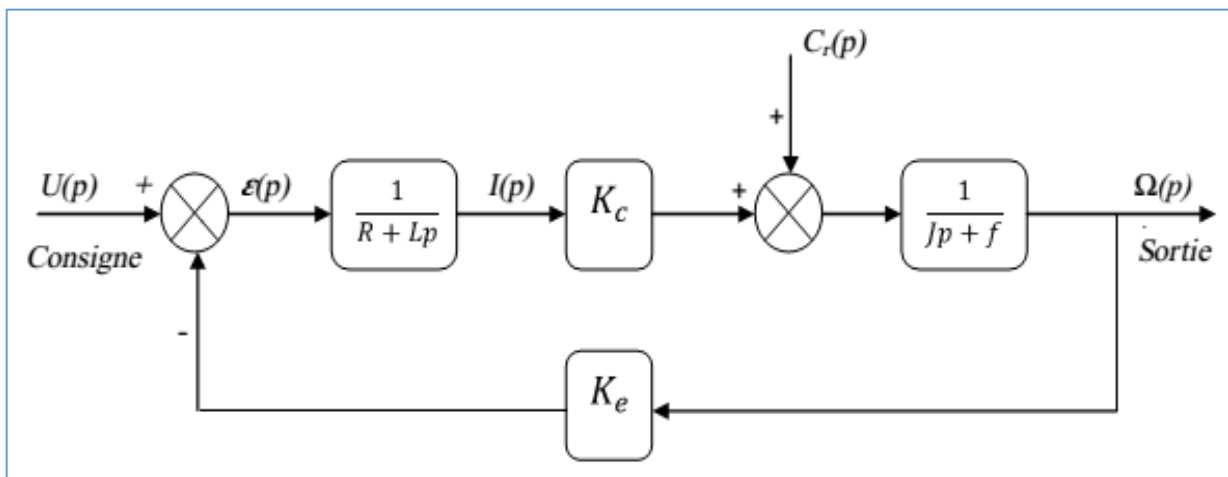


Figure (III.5) : Schéma bloc du Modèle de moteur MCC en boucle ouverte en vitesse [42].

III.2.8. La représentation d'état

Ces équations prévente également être représentées sous la forme de l'espace d'état.

Si le moteur position, la vitesse du moteur et du courant d'induit est choisi comme variables d'état $x_1 = \omega$, $x_2 = i$; le modèle d'état s'établit aisément :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{F}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} V \tag{III.20}$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} \tag{III.21}$$

III.2.9. Simulation du la machine

III.2.9.1. Les Paramètres du système

Dans ce cas, les valeurs suivantes pour nominale Physiciens mètres sont prises. Ces expérimentalement les valeurs d'un laboratoire de contrôle réel du moteur dérivé pour les étudiants de premier cycle de Carnegie Mellon.

Moment d'inertie du rotor (J) = 0,02 kg.m² / s²

Coefficient amortissement du système mécanique (b) = 0,03 Nms/rad

Constante de force électromotrice (K = Ke = Km) = 0,023 Nm / Amp

Résistance électrique (R) = 2 ohm

Une inductance électrique (L) = 2.3 mH

Entrée : Puissance Tension [40].

III.2.9.2. Restrictions

Pour signaler cette restriction du système d'entrée de volts sur elles sont :

$$U_{max} = 120 \text{ V}$$

$$U_{min} = -120 \text{ V}$$

$$\Delta U_{max} = 100 \text{ V/s}$$

$$\Delta U_{min} = -100 \text{ V/s}$$

Les restrictions ont dans la sortie, à savoir l'arbre position angulaire Ils sont [40] :

$$Y_{max} = 350 \text{ rad} \quad \text{et} \quad Y_{min} = -350 \text{ rad}$$

D'après les valeurs des paramètres du système, le transfert beaucoup plus grande mesure, le système sera donné par :

$$T(p) = \frac{\omega(p)}{U(p)} = \frac{0.01}{0.005p^2 + 0.025p + 0.0301} \tag{III.22}$$

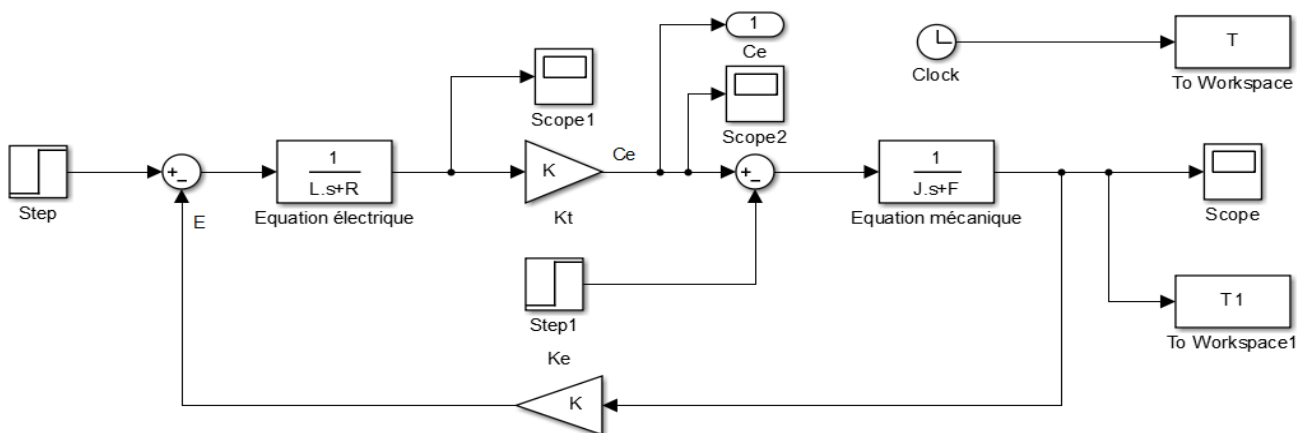


Figure (III.6) : Schéma bloc du moteur MCC en boucle ouverte en MATLAB/SIMULINK.

Nous avons simulé le modèle d'une machine à courant continu dont les paramètres sont indiqués précédant :

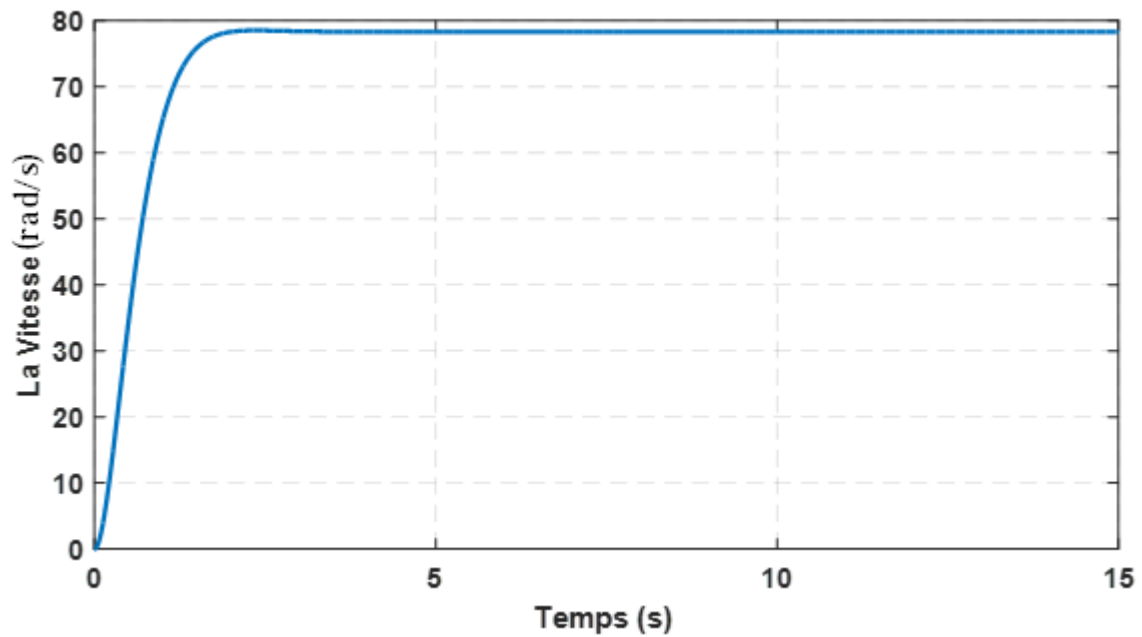


Figure (III.7) : évolution de la vitesse de la MCC en boucle ouverte

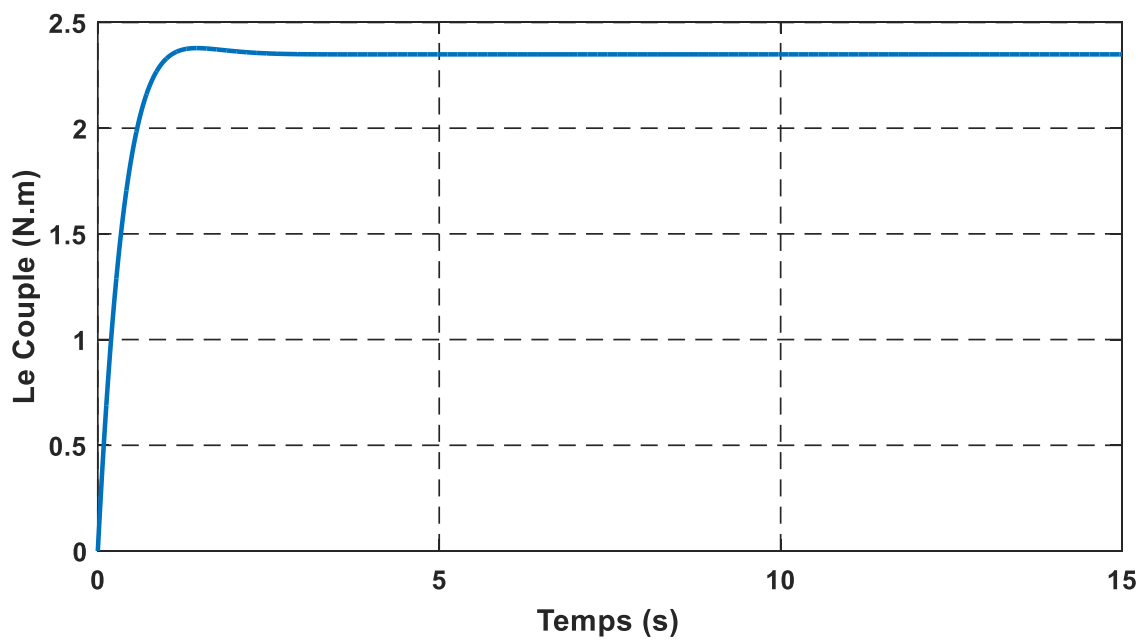


Figure (III.8) : évolution du couple de la MCC

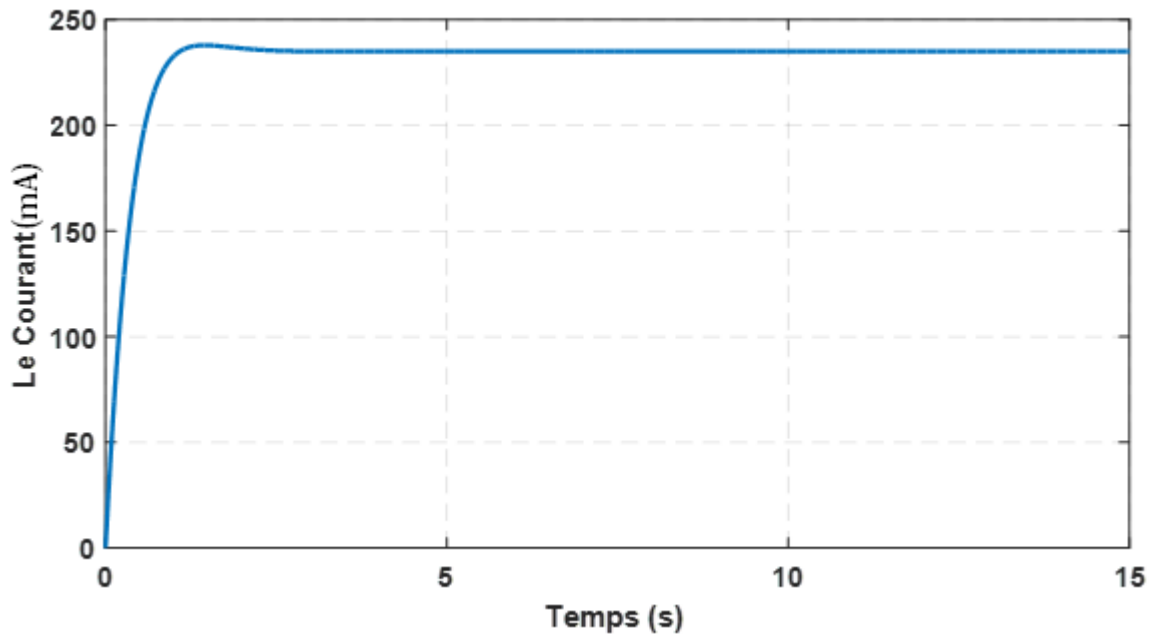


Figure (III.9) : évolution du courant de la MCC

III.2.10. Conclusion

Dans ce chapitre une modélisation de la MCC est présentée, ainsi que des simulations en boucle ouverte ont été effectuées.

Concernant le choix du moteur, on a choisi un moteur à courant continu à excitation séparée, car est le plus utilisé dans l'automatique et la robotique, pour ces dimensions et sa non-influence de la charge sur la vitesse (vitesse est relativement constante quel que soit la charge), ainsi la simplicité de polarisation.

Le prochain chapitre sera consacré à l'implémentation de la commande prédictive généralisée et PID appliquée sur un modèle d'un moteur à courant continu à excitation séparée.

CHAPITRE : IV

Application sur La Machine

IV.1. Introduction

Les problèmes de régulation de position, de vitesse, d'accélération, de force et aussi de température sont rencontrés dans des domaines industriels très divers (textile, métallurgie, agro-alimentaire, chimie, etc...). Habituellement, l'utilisation de régulateurs classiques fondés essentiellement sur une structure PID permet la commande de ce type de procédé (CLARKE 1984). Le point fort de ces méthodes de commande classiques provient du fait qu'elles sont capables de fournir des performances suffisantes en terme de rapidité, de dépassement et d'annulation d'erreurs entre la consigne et la sortie du système. De plus, leur réglage est relativement simple pour un utilisateur non familier des nouvelles stratégies de commande mises au point ces dernières années. En revanche, l'une des principales difficultés rencontrées dans la commande des procédés utilisant des régulateurs de type PID est la présence du retard dans la réponse du système. [41]

Contrairement aux régulateurs PID, les contrôleurs prédictifs ne peuvent être réglés sans un modèle explicite du comportement dynamique du système à asservir.

Cependant, dans la pratique industrielle, c'est probablement l'absence d'outils de commande prédictive dans la plupart des systèmes de contrôle courants (PLC ou DCS), la méconnaissance de la technique, et le manque de connaissance en contrôle de procédés, des personnes responsables de leur programmation et de leur entretien qui représente le plus grand inconvénient de la commande prédictive par rapport à la commande algébrique de type PID. [18]

Ce chapitre a pour but, d'implémenter La comparaison des différents Contrôleurs (GPC et PID) pour le réglage de la vitesse d'un moteur à courant continu à excitation séparée, pour annuler l'erreur statique, diminuer le dépassement, diminuer le temps de réponse et le temps de montée afin d'obtenir une réponse adéquate du procédé et de la régulation et d'avoir un système précis, rapide, stable et robuste.

IV.2. La commande PID

Le réglage des coefficients (paramètres) de la commande PID est basé sur la méthode empirique de « Ziegler & Nichols ».

La commande PID est dite aussi (correcteur, régulateur, contrôleur), se compose de trois termes P, I et D, d'où le 'P' correspond au terme proportionnel, 'I' pour terme intégral et 'D' pour le terme dérivé de la commande. Les régulateurs PID sont probablement les plus largement utilisés dans le contrôle industriel. Même les plus complexes systèmes de contrôle industriel peut comporter un réseau de contrôle dont le principal élément de contrôle est un module de contrôle PID. [42]

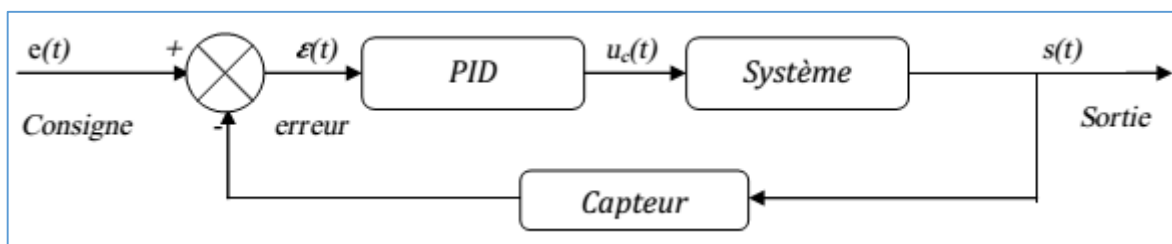


Figure (IV.1) : Schéma bloc d'un système avec correcteur en Boucle fermée [42].

IV.2.1. La commande PID en régulation de vitesse

La commande proportionnel-intégral-dérivé (PID) est insérée dans la chaîne directe de l’asservissement, en série avec le processus, comme indiqué dans la (Figure 4). Ce régulateur élabore à partir du signal d’erreur $\varepsilon(t)$ une commande $U_c(t)$ en fonction de trois actions proportionnelle, intégrale, dérivée [45].

$$U_c(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \tag{IV.1}$$

$$= K_p \varepsilon(t) + K_i \int_0^t \varepsilon(t) dt + K_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \tag{IV.2}$$

Par la transforme de Laplace : $U_c(p) = K_p \varepsilon(p) + K_i \frac{d\varepsilon(p)}{p} + K_d \varepsilon(p)p$ (IV.3)

Ou bien encore par la fonction de transfert :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_p + \frac{K_i}{p} + K_d p \tag{IV.4}$$

K_p : Gain d’action proportionnelle.

$K_i = 1/T_i$: Gain d’action intégrale.

$K_d = T_d$: Gain d’action dérivée.

T_i : Constante de temps, dite temps d’action intégrale.

T_d : Constante de temps, dite temps d’action dérivée.

Le régulateur PID est donc conçu dans le domaine temporel comme la somme des trois actions. On obtient alors un asservissement composée d’un terme proportionnel, un terme intégral et un terme dérivé, mises en parallèle, on parle d’asservissement PID :

Dans les modélisations qui suivent, posons comme références : $\Omega_c = 314 \text{ rad/s}$ ou $N_c = 3000 \text{ tour/min}$

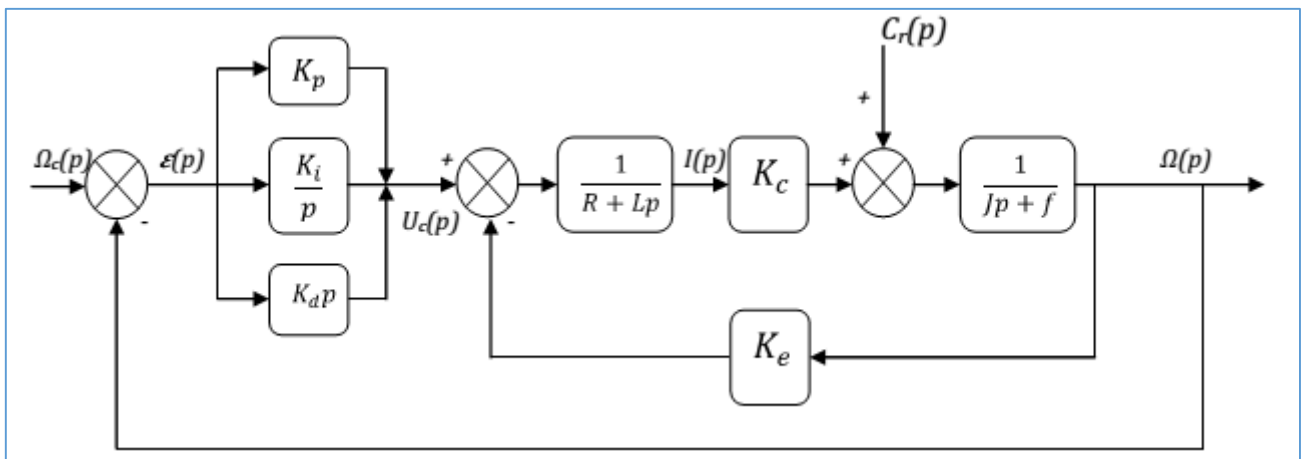


Figure (IV.2) : Schéma bloc du correcteur PID en régulation de vitesse [42].

IV.2.1.1. Cas d'une commande Proportionnelle ($K_i = K_d = 0$)

La commande de type 'Proportionnelle' est la plus simple qui soit. Il s'agit d'appliquer une correction proportionnelle à l'erreur corrigeant de manière instantanée, c'est-à-dire, lorsque le signal de commande est proportionnel au signal d'erreur.

IV.2.1.1.1. Effets du correcteur proportionnel

- Diminution du temps de montée.
- Diminution de l'erreur statique.
- Augmentation du temps de stabilisation.
- Augmentation du dépassement.

IV.2 1.2. Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale ($K_d = 0$)

Le correcteur de type PI est une régulation de type P auquel on a ajouté un terme intégral, Le terme intégral complète l'action proportionnelle puisqu'il permet de compenser l'erreur statique et d'augmenter la précision en régime permanent. L'idée est d'intégrer l'erreur depuis le début et d'ajouter cette erreur à la consigne, lorsque l'on se rapproche de la valeur demandée, l'erreur devient de plus en plus faible.

IV.2.1.2.1. Effets du correcteur proportionnel-Intégral

- Elimination de l'erreur statique.
- Augmentation du temps de stabilisation.
- Augmentation du dépassement.

IV.2.1.3. Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale-Dérivée

Les termes proportionnel et intégral peuvent amener un dépassement de la consigne et des oscillations dans des asservissements. Cela implique pour le moteur des inversions de polarité, ce qui est loin d'être idéal. Pour limiter ce phénomène indésirable, on introduit un troisième élément, le terme dérivé. Son action va dépendre du signe et de la vitesse de variation de l'erreur, et sera opposée à l'action proportionnelle. Elle devient prépondérante aux abords de la valeur demandée lorsque l'erreur devient faible, que l'action du terme proportionnel faiblit et que l'intégrale varie peu, elle freine alors le système, limitant le dépassement et diminuant le temps de stabilisation. [46][47].

IV.2.1.3.1. Effets du correcteur proportionnel-Intégral-Dérivé

- Diminution du temps de montée.
- Elimination de l'erreur statique.
- Diminution du temps de stabilisation.
- Diminution du dépassement.

IV.2.2. Résumé sur l'action des paramètres (coefficients)

Après avoir expliqué précédemment le rôle de chaque action, proportionnelle, intégrale et dérivé, on représente un résumé sur l'action des paramètres (coefficients) dans le tableau suivant :

Coefficients	Temps de montée	Temps de stabilisation	Dépassement	Erreur Statique
K_p	Diminue	Augmente	Augmente	Diminue
K_i	Diminue	Augmente	Augmente	Elimine
K_d	Chang. faible	Diminue	Diminue	Chang. faible

Tableau (IV.1) : Récapitulatif des paramètres PID [42].

IV.2.3. Réglage des paramètres

Régler un régulateur PID consiste à agir sur les 3 paramètres des différentes actions (gain du proportionnel, gain de l'intégral, gain de la dérivée) sur des valeurs optimales pour obtenir la réponse adéquate en précision, rapidité, stabilité et robustesse en sortie du procédé. Pour cela, il existe plusieurs méthodes de réglage, d'où on a opté pour la méthode de réglage dite de "Ziegler-Nichols", introduite par John G. Ziegler et Nathaniel B. Nichols.

IV.2.4. Méthode de Ziegler-Nichols

Deux méthodes classiques expérimentales de détermination et ajustement rapide des paramètres des régulateurs PID ont été présentées par Ziegler et Nichols en 1942. Ces méthodes sont largement utilisées, soit sous forme originale ou dans une certaine modification. Ils forment souvent la base de procédures de réglage utilisées par les contrôleurs des fabricants et les processus de l'industrie. Les méthodes sont basées sur la détermination de certaines caractéristiques de la dynamique des processus. Les paramètres du régulateur sont alors exprimés en termes de fonctionnalités par des formules simples. Il est surprenant que les méthodes soient si largement référencées parce qu'ils donnent de bons résultats de réglage seulement dans des situations limitées.

IV.2.4.1. Méthode de la courbe de réaction (Première méthode)

Cette méthode est basée sur la modélisation de l'information indicielle du processus en boucle ouverte, d'où seulement les processus simple sont utilisés, le principe est d'enregistrer la courbe de réponse du système non régulé à un échelon puis en déduire la valeur des coefficients par analyse de la réponse (i.e. "lecture graphique"), ainsi mettre le système hors ligne. C'est pour cette raison que cette méthode n'est pas très utilisée dans l'industrie, [45].

IV.2.4.2. Méthode d'oscillation (Seconde méthode)

Cette méthode empirique de Ziegler-Nichols est très répandue dans l'industrie ou chez les automaticiens pour régler les correcteurs de ce type de chaîne. Elle a l'avantage de ne pas nécessiter de modélisation précise du système asservi, mais se contente d'essais expérimentaux, ce qui rend cette méthode très simple, [45].

La conception est basée sur la connaissance d'un point dans la courbe de Nyquist de la fonction de transfert du processus (moteur), à savoir le point où la courbe de Nyquist coupe l'axe réel négatif.

Ce point peut être caractérisé par deux paramètres de la fréquence ω_{180} et le gain à cette fréquence K_{180} . Pour des raisons historiques le point a été appelé le point ultime et caractérisé par les paramètres $K_u = 1/\omega_{180}$ que l'on appelle le gain ultime et $T_u = 2\pi/\omega_{180}$ la période ultime [48].

NB : avec la fonction de Matlab 'Margin', on peut déterminer la fréquence ω_{180} du système,

Ces paramètres peuvent être déterminés de la façon suivante :

On connecte le régulateur au moteur électrique, fixer $K_i = 0$ et $K_d = 0$, on augmente doucement le gain du correcteur proportionnel pur K_p jusqu'à obtenir des oscillations persistantes, pour des moteurs, il s'agira plutôt d'une vibration autour de la position demandée. Le gain dans ce cas est K_u , et la période d'oscillations est T_u , nous avons $K_u = 1/\omega_{180}$ et $T_u = 2\pi/\omega_{180}$, [46].

Régulateur	K_p	$K_i = 1/T_i$	$K_d = T_d$
<i>P</i>	$K_u/2$	-	-
<i>PI</i>	$\frac{K_u}{2.2}$	$1.2/T_u$	-
<i>PID</i>	$\frac{K_u}{1.7}$	$2/T_u$	$T_u/8$

Tableau (IV.2) : Réglage du contrôleur par la méthode d'oscillation de Ziegler-Nichols [42].

IV.2.5. Application de la méthode et simulation

Après avoir essayé les différentes valeurs de K_u , on a relevé le gain d'oscillation $K_u = 0.18$, en appliquant les valeurs données dans le (tableau 2) de Ziegler-Nichols, on déduit les valeurs des paramètres : $K_p = 0.1059$; $K_i = 3.2912$; $K_d = 0.0760$

Et on prône la référence de system (ou consigne) est ($W=314$ rad).

IV.2.5.1. Cas sans perturbation

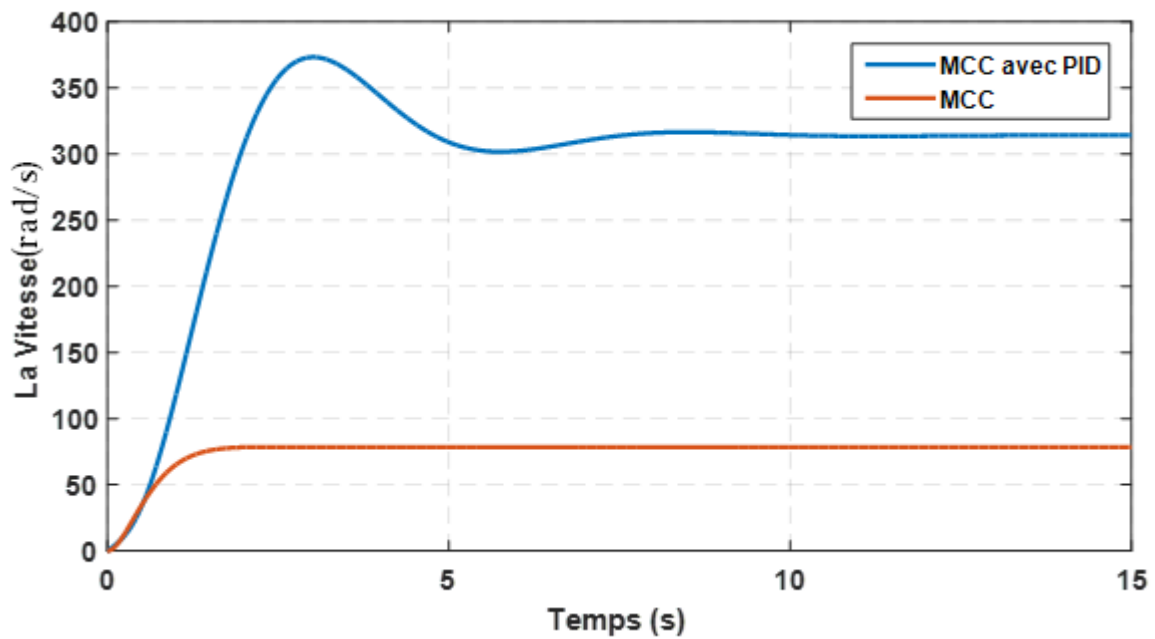


Figure (IV.3) : évolution de la vitesse du MCC commandée par PID sans perturbation

IV.2.5.2. Cas avec perturbation

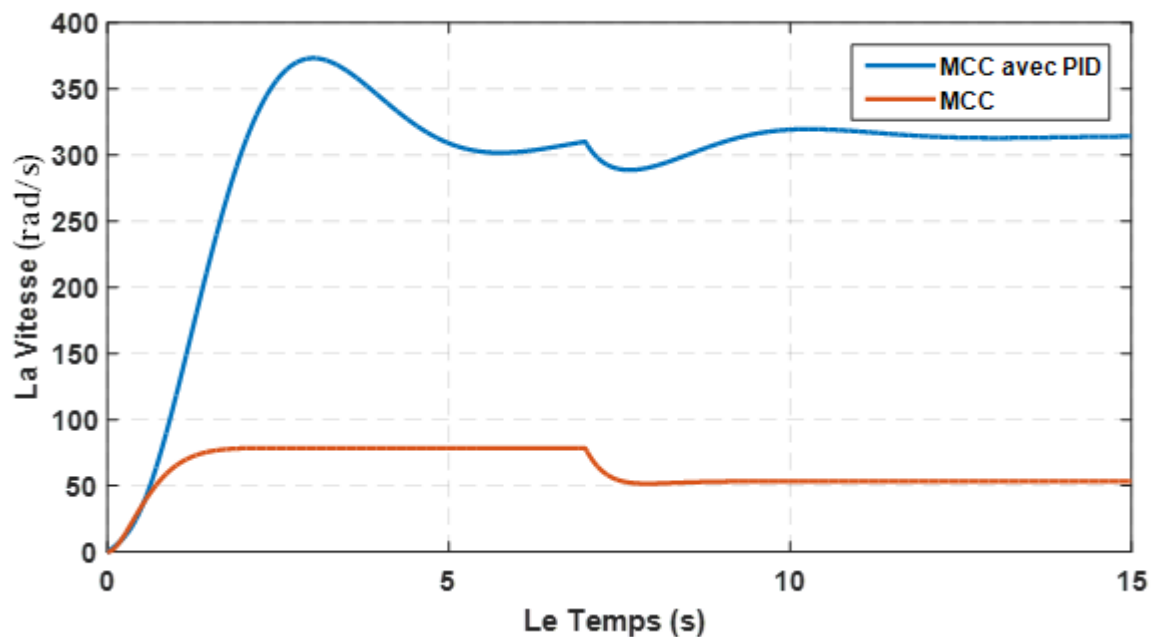


Figure (IV.4) : évolution de la vitesse du MCC commandée par PID avec perturbation

IV.2.6. Interprétation de résultats

La figure (IV.3) présente l'évolution de la vitesse d'un moteur à courant continu commandée par PID sans perturbation (courbe en bleu), ainsi que l'évolution de la vitesse du moteur en boucle fermée (courbe en rouge).

Le résultat de simulation de la commande par PID de la MCC pour la vitesse est suit sa consigne avec temps de réponse 4.33 second, sans dépassement 18.87 %, et avec une erreur statique 0.68 %.

La figure (IV.4) présente l'évolution de la vitesse de la moteur à courant continu commandée par PID avec perturbation par l'application d'un échelon du couple résistant de ($Cr = 1 N.m$) à l'instant ($t = 7s$), la simulation de la machine en boucle ouverte représentent une diminution de la vitesse, para rapport la commande par PID. La vitesse suit sa consigne avec une petite oscillation, nous remarquons que l'application de la charge entraîne une variation de vitesse pendant un bref de temps, puis elle se stabilise à la même valeur qu'avant.

IV.3. La commande GPC

La première étape essentielle dans l'élaboration de cette commande est d'avoir un modèle mathématique du processus sous forme discrète échantillonnée : modèle physique de connaissance ou modèle de représentation boîte noire. Cette étape nécessite d'appliquer des protocoles d'essai sur le procédé pour le valider. Cette opération peut être difficile à négocier avec le producteur utilisateur de l'unité à réguler, car elle risque de perturber sa production.

En fait le seul risque encouru, et le vrai réglage du régulateur GPC, est dans l'obtention de ce modèle. Mais la commande prédictive reproduit pratiquement ce que fait l'opérateur humain, ce qui facilite grandement sa compréhension.

Implanté pratiquement dans tous les automates industriels, GPC est facile d'accès sous forme de programmation en Blocs ou en Texte Structuré. Cette implantation qui inquiète au départ les utilisateurs se déroule, sans difficulté majeure, car les calculs sont purement algébriques sans optimisation itérative entre deux périodes d'échantillonnage [44].

IV.3.1. Discrétisation du système

Dans la première étape on choisit la période d'échantillonnage T_s pour ce système, étant Définie par :

$$T_s = \frac{T_e}{10} \quad (IV.5)$$

Où T_e est le moment de l'établissement du système et de Appartement comme :

$$T_e = \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad (IV.6)$$

Où ζ est le coefficient d'amortissement et ω_n est la fréquence naturelle.

$$\zeta = 0.65$$

$$\omega_n = 6.1538 \text{ rad/s}$$

Donc :

$$T_e = \frac{4}{3.9997} = 1.000075 \text{ s} \quad \text{Et} \quad T_s = 0.1 \text{ s}$$

Avec une commande en attente et le temps d'échantillonnage est $T_s = 0.1$ s, on obtient [40] :

$$G(z) = \frac{0.008481Z+0.007179}{Z^2-1.559Z+0.6065} \quad (\text{IV.7})$$

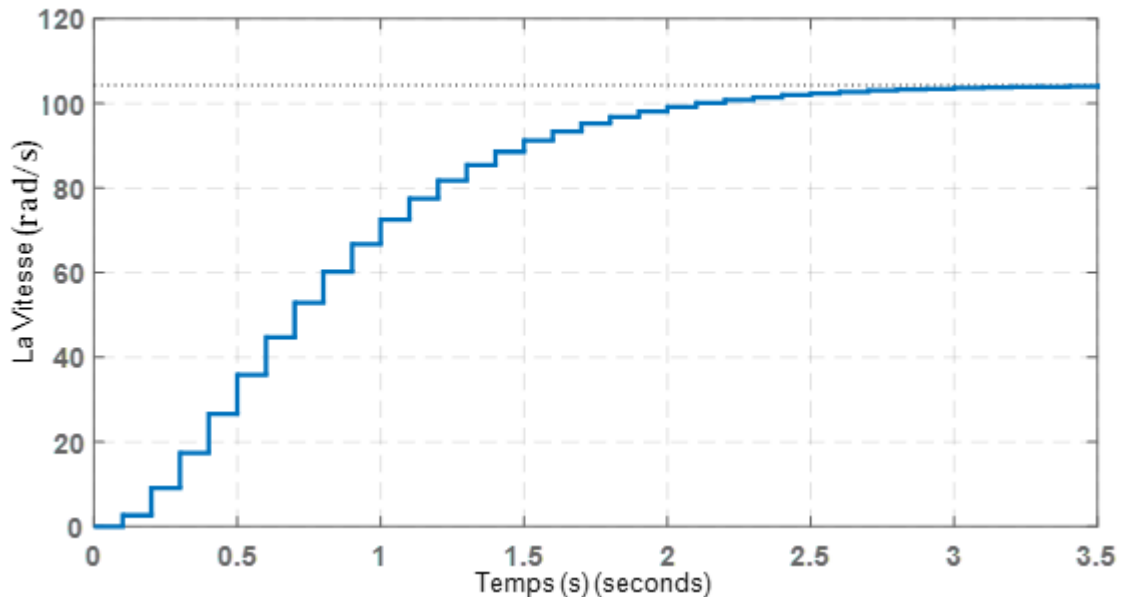


Figure (IV.5) : réponse de Système En boucle ouverte

IV.3.2. Etapes de calcul de l'algorithme GPC

- Calcul des polynômes : $E_j(Z^{-1})$ et $F_j(Z^{-1})$.
- Calcul de la matrice : $G_j(Z^{-1})$.
- Calcul de la matrice : $G'_j(Z^{-1})$ et f .
- Calcul de la commande prédite : $u(t)$.
- Calcul de la sortie prédite [1] : $\tilde{y}(t + k/t)$.

L'obtention de la loi de commande demande un effort de calcul beaucoup plus grand que dans le cas d'un régulateur PID conventionnel.

Bien sûr, il y a aussi quelques inconvénients. L'un d'eux est que, bien que le correcteur obtenu soit simple à programmer, son obtention est beaucoup plus complexe que pour les correcteurs de type PID classiques. Si la dynamique du procédé ne change pas, le calcul du correcteur se fait à l'avance, hors-ligne, mais dans le cas d'une commande adaptative, un nombre important de calculs doit être mené à chaque instant d'échantillonnage. Lorsque des contraintes sont considérées, le nombre des calculs nécessaires est encore plus grand.

PID est installé dans tous les systèmes de commande. Un GPC élémentaire l'est également dans un grand nombre d'automates. S'il ne l'est pas, son implantation est aisée (le programme Matlab de base donné en Annexe).

IV.3.3. Résultats de la simulation

En appliquant notre approche de la commande prédictive avec les paramètres de simulation :

$N = 10$, $Nu = 5$ et nombre d'échantillons ($\text{mus}=20$) ; le système linéaire sous contraintes, les résultats de simulation étant donné par le figure suivante :

IV.3.3.1. Cas sans perturbation

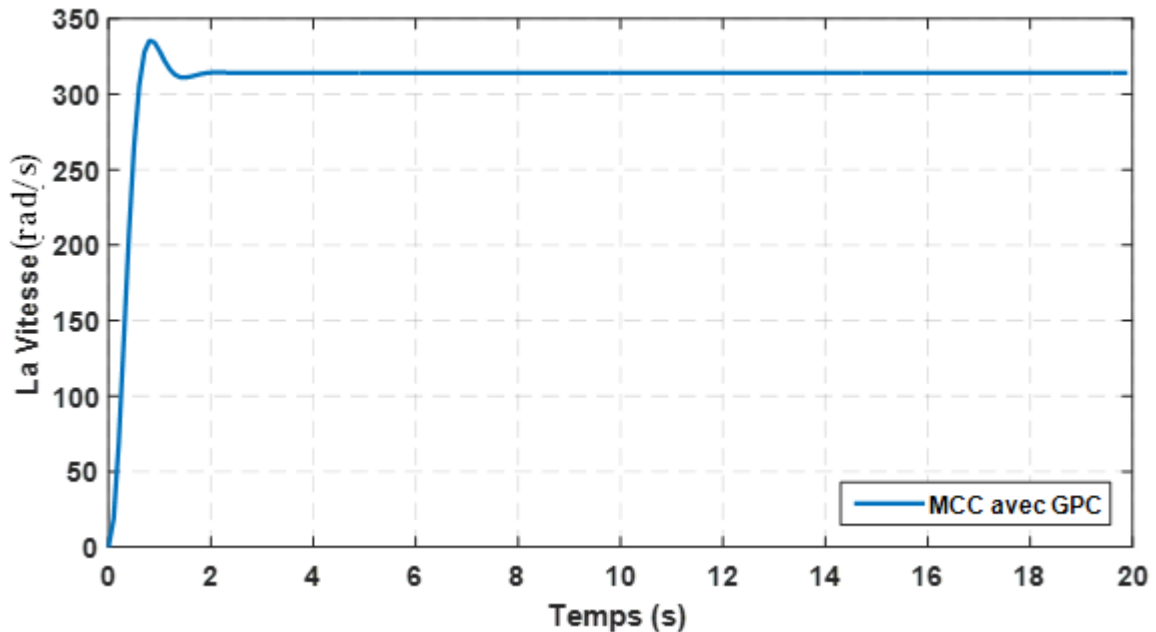


Figure (IV.6) : évolution de la vitesse du MCC commandée par GPC sans perturbation

IV.3.3.2. Cas avec perturbation

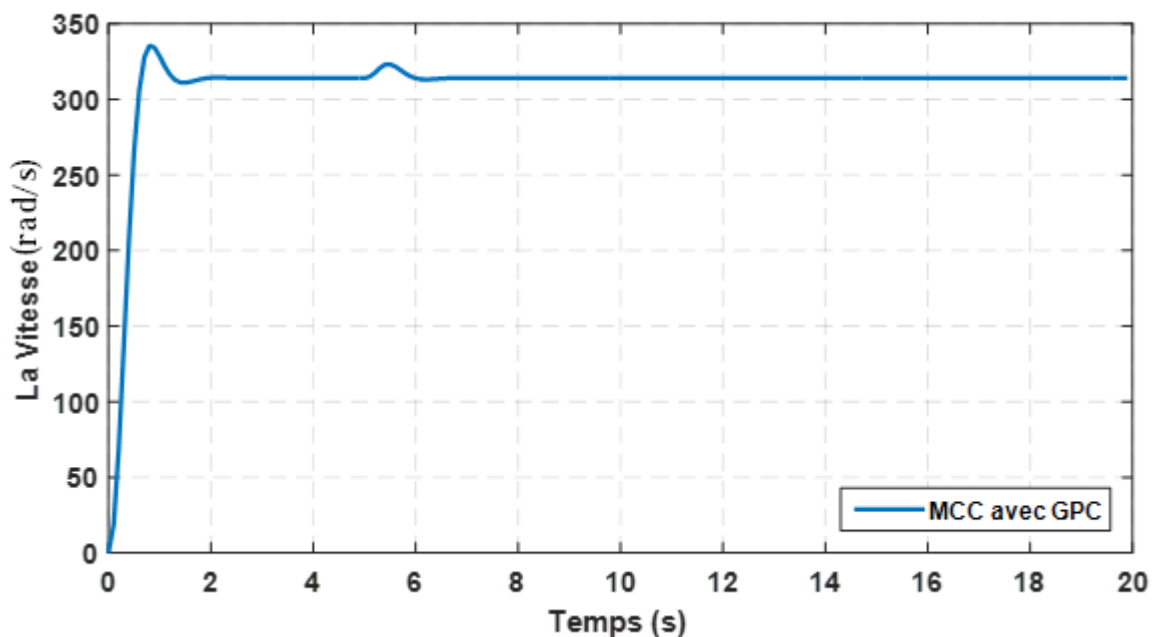


Figure (IV.7) : évolution de la vitesse du MCC commandée par GPC avec perturbation

IV.3.4. Interprétation des résultats

La figure (IV.6) présente l'évolution de la vitesse du moteur à courant continu commandée par GPC sans perturbation.

Le résultat de simulation de la commande par GPC de la MCC, La vitesse suit sa consigne avec temps de réponse 0.98 second, sans dépassement 6.8 %, et avec une erreur statique presque Nulle.

La figure (IV.7) présente l'évolution de la vitesse du la moteur à courant continu commandée par GPC avec perturbation par l'application d'un échelon du couple résistant de ($Cr = 1 N.m$) à l'instant ($t = 5s$), La vitesse suit sa consigne avec une très petite oscillation, nous remarquons que l'application de la charge entraine une variation de vitesse pendant un bref de temps, puis elle se stabilise à la même valeur qu'avant.

On peut remarquer que la stratégie de commande par GPC est plus performante (plus rapide, moins de dépassements) que la régulation par PID et que l'effort de commande déployé par le régulateur GPC est moins important par rapport au régulateur PID.

IV.4. Etude comparative

L'objectif, ici, est de comparer entre les performances du régulateur GPC et du régulateur PID ; on peut remarquer que la stratégie de commande par GPC est plus performante (plus rapide, moins de dépassements) que la régulation par et que l'effort de commande déployé par le régulateur GPC est moins important par rapport au régulateur PID.

On pourrait penser qu'un très bon réglage des paramètres, permettrai d'avoir un régulateur PID meilleur qu'un régulateur GPC mais il faut se rappeler qu'il ya un dilemme rapidité-dépassement (si on augmente la rapidité en perd en termes de dépassement) ce qui prouve donc la supériorité de la stratégie de commande par algorithme GPC.

	<i>Indice de performances</i>	<i>PID</i>	<i>GPC</i>
1	Temps de montée	1.35 (s)	0.415 (s)
2	Temps de réponse	4.33 (s)	0.98 (s)
3	Dépassement	18.87 %	6.8 %
4	Erreur statique	0.68 %	Presque Nulle

Tableau (IV.3) : comparaison entre les régulateur PID et GPC.

Les résultats obtenus et le tableau de l'étude comparative montrent que :

La commande GPC y a une bonne poursuite de la trajectoire de référence désirée avec une précision meilleure que celle obtenue dans le cas de commande PID.

IV.5. Tableau Récapitulatif GPC versus PID

<i>Procédé</i>	<i>GPC</i>	<i>PID</i>
<ul style="list-style-type: none"> + Les procédés sous contraintes. + Les procédés avec référence fixe. 	<ul style="list-style-type: none"> + utilise la représentation CARIMA. + le traitement des contraintes est conceptuellement simple. + bonne poursuite de trajectoire de référence lors d'une consigne variable. + possibilité d'améliorer la dynamique du procédé avec les paramètres de réglage. + l'obtention de la loi de commande demande beaucoup effort de calcul. 	<ul style="list-style-type: none"> + Calcul simple dans le cas d'un régulateur PID conventionnel. + La commande du processus PID reste plus longtemps sur sa contrainte en comparaison avec GPC.

Tableau (IV.4) : récapitulatif des régulations GPC et PID [1].

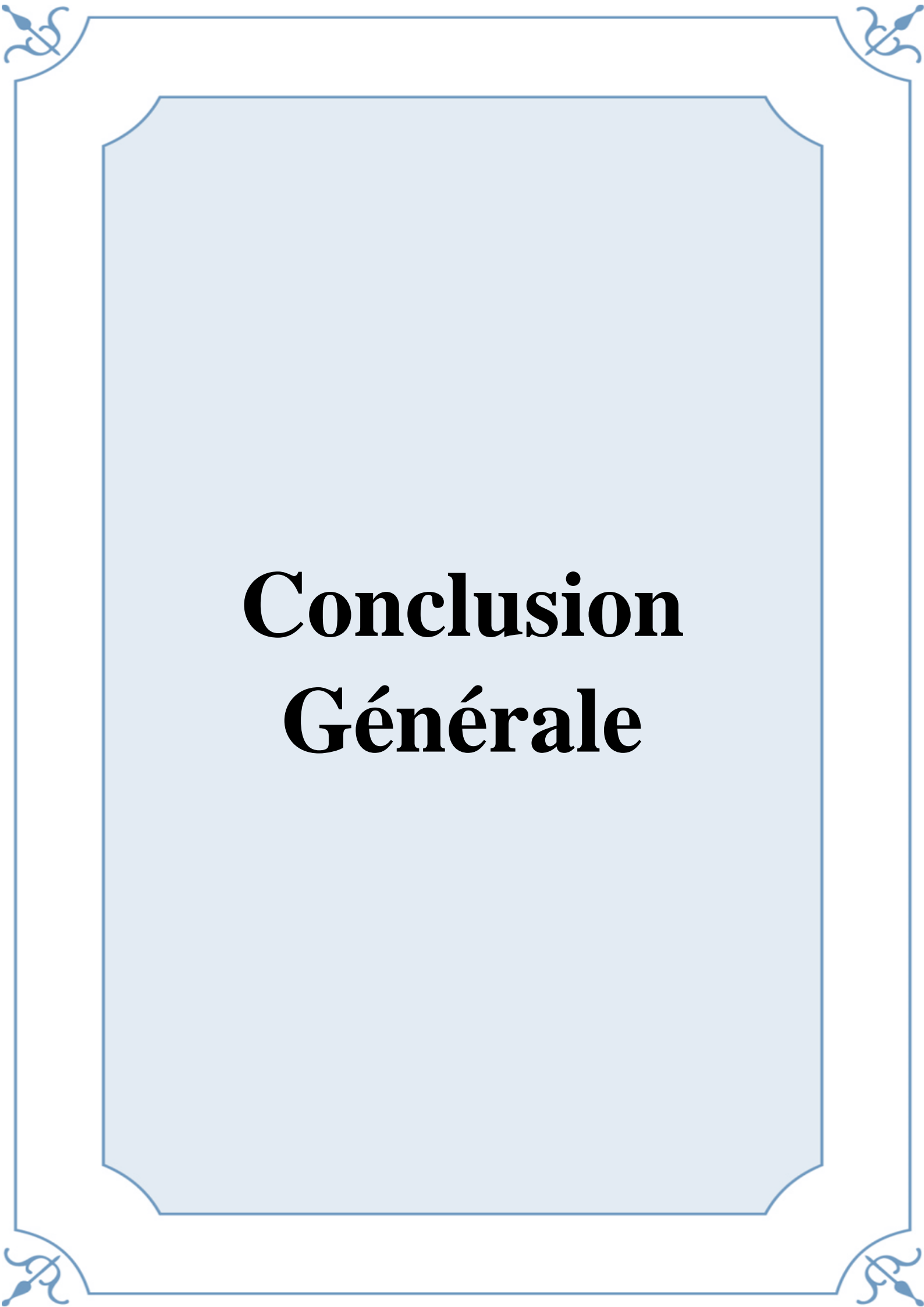
IV.6. Conclusion

Dans ce chapitre, La simulation de la machine en boucle fermée en utilisant PID contrôleur et contrôleur GPC sont faites dans MATLAB.

L'utilisation de l'algorithme PID pour le contrôle ne garantit pas un contrôle optimal du système ou d'un système la stabilité. Ainsi, nous avons introduit utilisons un contrôleur GPC pour atteindre des meilleurs performances pour le système commandé. La GPC a un très faible temps de montée, un court temps de réponse et L'écart presque Nulle.

L'algorithme de commande GPC a été examinée par rapport à la régulation par contrôleurs PID sur le modèle de transfert de la machine à courant continu pour d'obtenir la meilleure performance.

Une étude comparative a été effectuée. Cette étude montre que la GPC est plus efficace que la PID. Le choix de l'horizon de prédiction, de commande et le facteur de pondération et le compromis Entrée/Sortie sont dépendues l'un des autres. Les performances de la GPC sont clairement démontrées dans nos exemples illustratifs.



Conclusion Générale

Conclusion Générale

Les techniques de la commande prédictive ont été présentées dans ce travail. Ces types de commandes ont connu un développement important ces dernières années. Ceci est dû au fait que la formulation de la commande prédictive permet d'inclure des contraintes sur les variables manipulées et aussi les variables d'état du système pendant la conception du contrôleur. En outre, la facilité d'implanter la commande prédictive et sa simplicité à comprendre sont des avantages qui caractérisent ce type de commande. Dans cette étude l'état de l'art a été consacré à trois types de commandes prédictives. Il s'agit des commandes prédictives généralisée (GPC), la commande prédictive à base de modèle d'état (MPC) et la commande prédictive fonctionnelle (PFC).

Pour la commande prédictive généralisée, l'évaluation des performances a été analysée dans le cas simple. La procédure du choix des paramètres du critère de minimisation a été analysée pour application de cette méthode à plusieurs processus. L'implantation du filtre C ($z-1$) dans le modèle CARIMA pour la prédiction a permis d'améliorer la dynamique de rejection des perturbations. Les simulations de cette commande et avec le régulateur PID, en présence de contrainte et avec une consigne fixe, ont été effectuées.

Dans notre travail une étude comparative entre la commande GPC et le contrôleur PID est effectuée. L'étude comparative avec le régulateur classique PID a montré que les performances de sortie du processus et de commande dans le cas de GPC sont meilleures par rapport au PID. L'étude a montré que les performances du système avec GPC peuvent être améliorées en agissant sur les paramètres de réglage, les horizons de prédiction et les facteurs de pondérations qui ont une influence déterminante sur le comportement du système.

Le domaine de la commande prédictive est un domaine toujours très vivant et de nombreuses contributions sont faites régulièrement, preuve aussi que les perspectives sont nombreuses. En ce qui concerne ce travail, quelques propositions nous paraissent intéressantes pour la continuité.

- ❖ Application de la commande prédictive sur un processus réel.
- ❖ L'étude de la robustification de la commande prédictive (prise en compte de des contraintes, diminuer les bruits de mesure).
- ❖ Application de ces techniques sur les systèmes non linéaire.
- ❖ L'application de la commande prédictive sur systèmes multivariables (MIMO).

ANNAXE

✦ Une généalogie de quelques méthodes utilisées dans l'industrie est représentée en figure (I) [4].

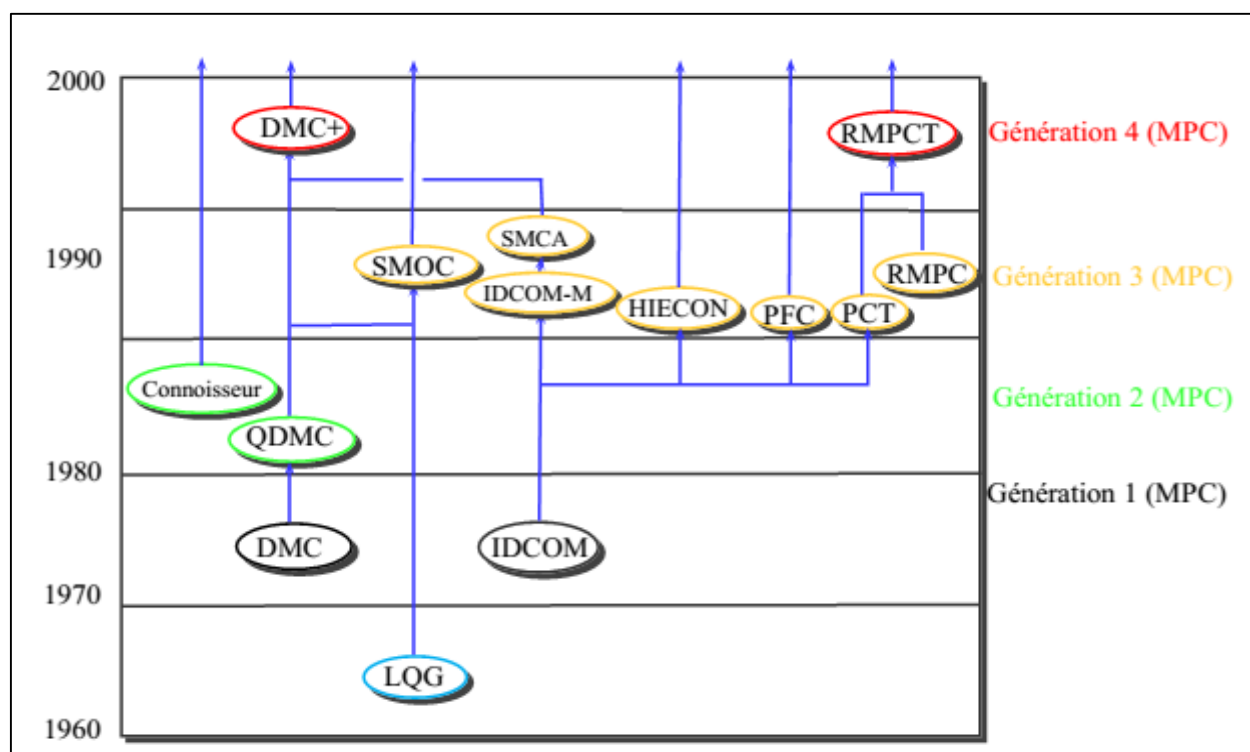


Figure I : Généalogie approximative des algorithmes de la MPC linéaire [4].

✦ Le programme de la commande prédictive généralisée (GPC) code MATLAB :

```

b=0.1;
L=0.5;
J=0.01;
R=1;
F=0.03;
K=0.01;
num=[K]
den=[(L*J) (R*J+L*F) (R*F+K^2)]
G=tf(num,den)
% Discretize the plant with sample time of 0.1 seconds.
Ts = 0.1;
Gd = c2d(G, Ts);
% Create a GPC settings structure.
GPCoptions = gpc2mpc;
% Specify the GPC settings.
% Hu

```

```
GPCOptions.NU = 5;
% Hp
GPCOptions.N2 = 10;
% R
GPCOptions.Lam = 10e-2;
GPCOptions.T = [10 5];
% Convert GPC to an MPC controller.
mpc = gpc2mpc(Gd, GPCOptions);
% Simulate for 50 steps with unmeasured disturbance between
SimOptions = mpcsimopt(mpc);
SimOptions.UnmeasuredDisturbance = [zeros(50,1); ...
1*ones(3,1); 0];
[y, t,u]=sim(mpc, 50, 0, SimOptions)
%Plant model and initial state
Tstop=20;      % Simulation time
Tf=round(Tstop/Ts); % Number of simulation steps
r=314*ones(Tf,1); % Reference trajectory
[y,t,u]=sim(mpc,Tf,r)
plot(t,y)
grid
```



**Référence
Bibliographique**

Référence Bibliographique

- [1] A. Ramdani, «Commande Prédictive Des Systèmes Dynamiques : Etude Comparative Avec Les Régulateurs Classiques», Mémoire De Magister, Université M'hamed Bougara-Boumerdes, 2013.
- [2] K. Barra, «Commande Prédictive Généralisée (Gpc) Des Associations Convertisseurs. Machines A Induction », Thèse De Doctorat, Université De Batna, 2008.
- [3] S. Meziane, « Commandes Adaptative Et Prédictive De La Machine Asynchrone », Thèse De Doctorat, Université De Constantine, 2009.
- [4] M. Dabo, «Commande Prédictive Généralisée Non Linéaire A Temps Continu Des Systèmes Complexes », Thèse De Doctorat, Université De Rouen, France, 2010.
- [5] K. Khelifi Otmane, «Analyse D'une Commande Prédictive Sous Contraintes Pour La Conduite D'une Machine Asynchrone Triphasée », Mémoire De Magister, Université Hassiba Ben Bouali De Chlef, 2008.
- [6] S. Olaru, «Contribution A L'étude De La Commande Prédictive Sous Contraintes Par Approche Géométrique », Thèse De Doctorat, Université Paris Xi Orsay, France, 2005.
- [7] O. Bourebria, «Commande Prédictive Floue Des Systèmes Non Linéaires», Thèse De Doctorat, Université Mentouri De Constantine, 2011.
- [8] A. Bezzini, «Commande Prédictive Non Linéaire En Utilisant Les Systèmes Neuro-Flous Et Les Algorithmes Génétiques», Mémoire De Magister, Université Mohamed Khider De Biskra, 2013.
- [9] M.B. Ben Slimen, «Conception De Lois De Commande Structurées (Hiérarchisées, Décentralisées) Pour Les Chaines De Traction Pilotées», Thèse De Doctorat, Université De Nantes, France, 2011.
- [10] N. Petit, « Commande Prédictive », Notes De Cours Option Procède Environnement, Ecole Centrale Paris, 2005-2006.
- [11] A. Benbrahim, «Commande Prédictive Généralisée D'une Machine Synchrone A Aimants Permanents», Mémoire De Magistère, Université De Batna, 2009.
- [12] E. Granado, «Commande Prédictive A Base De Programmation Semi Définie », Thèse De Doctorat, Institut National Des Sciences Appliquées, Toulouse, France, 2004.
- [13] M. Chemachema., F. Megri, K. Belarbi, «A Fuzzy Dynamic Programming Solution To Constrained Non Linear Predictive Control», Proceeding Of Ieee Smc02, Hammamet, Tunisia, 6-9 October 2002.
- [14] R. Fletcher, «Practical Methods Of Optimization 2 »: Constrained Optimization, John Wiley And Sons, Chichester, 1981.
- [15] G. Idiri, «Commande Prédictive Des Systèmes Non Linéaires Dynamiques», Mémoire De Magister, Université Mouloud Mammeri De Tizi Ouzou, 2011.

- [16] F. M'sahli, «Sur La Commande Prédictive Des Systèmes Non Linéaires », Ecole Nationale D'ingénieurs De Gabès, Route De Medenine 6029, Gabès Ou Ksar Hellal, Monastir, Tunisie, 2003.
- [17] L. Matoug, «Modélisation Et Commande Prédictive D'une Station De Production D'eau Glacée Basée Sur Un Compresseur Scroll», Mémoire De Magister, Université Badji-Mokhtar Annaba, 2008.
- [18] J. Bouchard, «Commande Prédictive Basée Sur La Simulation Application A La Flottation En Colonne », Thèse De Doctorat, Université Laval Quebec ,2007.
- [19] S. Aouaouda, «Modélisation Multimodèle Et Commande Prédictive D'une Station D'épuration », Thèse De Doctorat, Université Badji Mokhtar-Annaba (Ubma) ,2012.
- [20] D.W. Clarke, C. Mohtadi, P.S. Tuffs. Generalized Predictive Control, Part I, Part II. Automatica, 23(2), Pp.137-160, great britain, 1987.
- [21] D.W. Clarke, C. Mohtadi. «Properties Of Generalized Predictive Control». Automatica, 25(6), Pp.859-875, great britain, 1989.
- [22] P. Boucher, D. Dumur. «La Commande Prédictive», Edition Technip, 1996.
- [23] E.F. Camacho, C. Bordons. «Model Predictive Control». Springer-Verlag, London, 1999.
- [24] E.F. Camacho. «Constrained Generalized Predictive Control. Ieee Transaction On Automatic Control», Vol 38, No 2, Pp327-332, 1993.
- [25] P.R. Ayerbe. « Robustification Des Lois De Commande Prédictive Par La Paramétrisation De Youla». Phd Thèse, Paris Xi Orsay University, 2003.
- [26] G.C. Goodwin, K.S. Sin. « Adaptive Filtering Prediction And Control». Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1984.
- [27] M. Sedraoui, « Apport Des Principales Méthodes D'optimisation Dans La Commande Prédictive Généralisée Multivariable Sous Contraintes », These De Doctorat, Université Mentouri Constantine, 2008.
- [28] E.G.Migliore. «Commande Prédictive A Base De Programmation Semi Définie», Thèse De Doctorat, Cnrs, 2004.
- [29] N. Bar. «Efficient Model Predictive Control Using A Sequential Semi-Definite Programming». Master En Science, L'université De Norwegian, 2003.
- [30] D.Abdesslem, «Commande Prédictive Généralisée Robuste Etude Et Application», Mémoire De Magister, Université Badji Mokhtar Annaba, 2006.
- [31] P. Mayer, «Livre D'aide-Mémoire Electrotechnique», Dunod, Paris, 2006.
- [32] C. Chevassu, «Machines A Courant Continu», Cours Et Problèmes De O1mm 2eme Année, Ecole National Supérieur Maritime, 2014. [[Http://Mach.Elec.Free.Fr/Mcc.Htm/](http://Mach.Elec.Free.Fr/Mcc.Htm/)].
- [33] Y.Morel, «La Machine A Courant Continu», Cours Dans L'internet, Paris,2006. [[Http://Fisik.Free.Fr/?Choix=Mcc/](http://Fisik.Free.Fr/?Choix=Mcc/)].

- [34] Site Internet : [[Http://Www.Memoireonline.Com/04/11/4391/M_Asservissement-De-Vitesse-Dune-Charge-Mecanique-Entraine-Par-Un-Moteur-A-Courant-Continu-A-Exc2.Html/](http://Www.Memoireonline.Com/04/11/4391/M_Asservissement-De-Vitesse-Dune-Charge-Mecanique-Entraine-Par-Un-Moteur-A-Courant-Continu-A-Exc2.Html/)].
- [35] J. Caillaud, «Les Machines A Courant Continu», (Bac Pro) Lycée Professionnel De Ruelle-Sur-Touvre Dans France 2011.
- [36] S. Gergadier, «Conversion Electromécanique D'énergie : La Machine A Courant Continu», Cours De Lycée Richelieu Tsi 1, 2007.
- [37] M. Mouldi Ennaceur, «Etude Et Conception D'un Algorithme Adaptatif Pour La Commande De Position D'un Moteur A Courant Continu», Mémoire, Université Du Québec, 1991.
- [38] M. Zegrari, A. Badri et B. Oukarfi «Identification Par La Méthode Du Modèle Des Paramètres D'une Machine A Courant Continu», 3rd International Conference : Sciences Of Electronic, Technologies Of Information And Telecommunications, Tunisia, 2005.
- [39] Y. Ferdjoukh, M. Benzahia, «Modélisation Et Simulation D'une Chaîne De Traction D'un Véhicule Electrique», Rapport De Projet De Fin D'études Licence, Université De M'sila, 2014.
- [40] J. Pablo González Tamayo, « Anàlisis De La Energia De La Senal De Control & El Error A Sistemas Linealizados Implementando Gpc & Dmc », Mémoire De Magister, Université Nationale De Colombia Sede Manizales, 2005.
- [41] M. Ali Koubaa, «Contributions A La Commande Predictive : Mise En Œuvre Pour Le Pilotage D'un Autoclave De Teinture », Thèse De Doctorat, Université De Lille Flandres Artois, 1997.
- [42] B.Hachemi, B.Mohamed, « Commande Pid D'un Moteur A Courant Continu», Mini Projet, Université Abderrahmane Mira – Bejaia, 2010.
- [43] L.Lambin, « Moteur à courant continu », Cours, 2012, et le site internet «http://meteosat.pessac.free.fr/Cd_elect/Doc_pdf/ludovichi/moteur_continu.PDF».
- [44] J.Mallet, « PID versus PFC », article, 2010.
- [45] K. J. Astrom & T. Hagglund «Advanced PID Control», ISA, New York, 2006.
- [46] C. le Lann «Le PID utilisé en régulation de position et/ou de vitesse de moteurs électriques», Projet de fin d'étude, 2007.
- [47] M. A. Johnson & Mohammed H.Moradi «PID Control (New identification and design methods) », livre de Springer, 2005.
- [48] B. C. Kuo & F. Golnaraghi «Automatic Control Systems», John wiley and sons, New York, 2003.

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MASTER EN AUTOMATIQUE

SPECIALITE : AUTOMATIQUE

Proposé et dirigé par : **Mr. OUBABAS Hocine**

Présenté par : **FERDJOUKH Yacine**

Thème

**Commande Prédictive Généralisée : Application Au
Moteur A Excitation Séparée**

Résumé

Le contrôle de la précision de la vitesse du moteur à courant continu à excitation séparée est une question importante dans l'industrie. Ce travail concerne le suivi de la vitesse du moteur à courant continu en utilisant la stratégie de contrôle par GPC, qui sert à minimiser l'erreur statique. L'objectif de ce mémoire est de comparer la commande par régulateur PID et la commande prédictive généralisée. Les performances de ces contrôleurs ont été vérifiées par simulation à l'aide du logiciel MATLAB. Selon les résultats de la simulation on a trouvé que la commande GPC est plus efficace pour l'amélioration de la réponse indicielle, en réduisant le temps de montée, temps de réponse et du dépassement maximale pour le contrôle de la vitesse du MCC. Donc en conclusion la méthode de commande prédictive donne les meilleures performances par rapport aux autres contrôleurs.

Mots clés : Moteur A Courant Continu, Commande Prédictive, GPC, PID.

N° d'ordre : AUT_196