

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Faculté de technologie

Département de Génie électrique

N° :/Dept.Electrique/2024



Domaine : Science et Technologie

Filière : Automatique

Option : Automatique et systèmes

Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention Du diplôme de Master Académique

Par :

MOHAMED Isselmou B'nejara

Intitulé

**Amélioration des performances des systèmes industriels par
la commande PID adaptative fractionnaire**

Soutenu publiquement en juin 2024 devant le jury composé de :

Fayssal OUAGUENI	MCA/Univ. de M'sila	Président
Khatir KHETTAB	Prof./Univ. de M'sila	Encadreur
Abdelouahab BOUKHALFA	MCA/Univ. de M'sila	Co-Encadreur
Abdelhakim IDIR	Prof./Univ. de M'sila	Examineur

Année universitaire 2023/2024

Remerciements

Je remercie Allah tout puissant qui m'a donné la force et la volonté pour pouvoir finir ce mémoire de master.

Mes sincères remerciements à mon directeur de mémoire **Khatir KHETTAB**, et mon co-encadreur **Abdelouahab BOUKHALFA**, pour leur encadrement de qualité et leur soutien précieux.

Je remercie également les membres du jury **F. OUAGNI** et **A. IDIR**, d'avoir accepté d'évaluer mon travail.

Je tiens à remercier vivement toute personne qui m'a aidé de près ou de loin à accomplir ce travail.

Dédicaces

À l'homme qui a façonné ma vie, mon père bien-aimé,

Ce travail, que je te dédie, est bien plus qu'un simple projet; c'est le reflet de l'amour incommensurable et de la reconnaissance que j'éprouve pour toi. **Selme**, aucun mot ne pourrait jamais capturer pleinement la profondeur de ma gratitude pour tous les sacrifices que tu as consentis pour moi. Ta sagesse m'a guidé, tes sourires ont illuminé mes jours, et tes conseils ont été le phare dans mes nuits les plus sombres. Merci pour tout, du fond du cœur.

À la source de mon être, ma mère chérie,

Dans le livre de ma vie, ton amour est le premier chapitre, Chaque page que je tourne, c'est toi qui l'as écrite.

Saviya, Ce travail est le fruit de ton amour et de ta sagesse. Chaque effort que tu as consacré à mon éducation et à mon bien-être se reflète dans ces pages. Tu as été la lumière qui a guidé mes pas, et c'est avec une profonde gratitude que je te dédie ce succès. Merci d'être la force tranquille derrière mes ambitions.

À ma petite sœur et à mes frères,

Ce travail est aussi le vôtre. **Bechir** et **Mohamed Lemine**, vous avez été mes piliers, m'offrant force et sagesse. **Meinna**, ta tendresse et ton rire sont les bijoux de notre famille. À vous trois, je dédie ce succès, car vous êtes les racines de mon épanouissement. Merci d'être les plus beaux cadeaux de ma vie.

À ma Mina, Han,

Dans ce voyage de la vie, chaque moment passé avec toi est un trésor que je chéris profondément. Ce travail, je te le dédie, car tu es mon inspiration et mon réconfort. Ta présence est une douce mélodie qui accompagne mes jours. Merci d'être la compagne de chaque instant, celle qui partage mes rêves et mes espoirs.

À mes Amis,

Pour mes amis, votre soutien inestimable m'a porté jusqu'ici. Merci.

Mohamed

Table de matières

Introduction générale	1
CHAPITRE I : SYSTEMES A ORDRE FRACTIONNAIRE	5
Introduction :	5
I-2 Une Histoire brève :	5
I-3 Domaines d'applications :	6
I-5 Calcul Fractionnaire	6
I-5-1 Définitions fondamentales	7
I-5-1-1 Définition de Grunwald-Letnikov	8
I-5-1-2 Définition de Riemann-Liouville :	9
I-5-1-3 Définition de Caputo :	9
I-5-2 Propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire:	10
I-5-3 Transformée de Laplace des opérateurs d'ordre fractionnaire	10
I-5-3-1 Transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire	10
I-5-3-2 Transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire	11
I.6 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire	12
I.6.1 Méthodes Fréquentielles :	12
I.6.1.1 Approximations utilisant l'expansion des fractions continues et les techniques d'interpolation	12
I.6.1.1.1 Méthode Générale d'approximation des opérateurs intégral-différentiels d'ordre fractionnaire	13
I.6.1.1.2 Méthode de Carlson	14
I.6.1.1.3 Méthode de Matsuda	14
I.6.1.2 Approximations utilisant l'ajustement de courbes ou les techniques d'identification	15
I.6.1.2.1 La méthode d'Oustaloup	15
I.6.1.2.2 Méthode de Charef : Fonction de singularité	16
I.6.2 Méthodes Numériques :	20
I.6.2.1 Méthode directe de discrétisation	20
I.6.2.1.1 Discrétisation utilisant la technique de l'expansion de série entière	20
I.6.2.1.2 Approximation discrète en utilisant l'intégration numérique et l'expansion de fraction continue :	22
I.6.2.2 Méthode indirecte de discrétisation	22
I.6.2.2.1 Discrétisation de l'intégrateur d'ordre fractionnaire par la transformation Bilinéaire, Backward et Al-Alaoui	23
Conclusion	24
CHAPITRE II : CAMR ET PID FRACTIONNAIR	25

Introduction	25
II.1 la commande PID à ordre entier	25
II.1.1 la commande PIλDμ a ordre fractionnaire :.....	26
II.2 Application à la commande de vitesse d'un moteur à courant continu	28
II.3 La commande adaptative	33
II.3.1 CAMR : Un bref aperçu.....	34
II.3.1.1 la méthode de gradient (règle MIT)	35
II.4 Utilisation du calcul d'ordre fractionnaire dans CAMR	37
II.4.1 Règle d'ajustement à l'ordre fractionnaire	37
II.4.1.1 L'intégration fractionnaire	37
II.5 Simulation et commentaire	38
II.5.1 Commande en vitesse d'un moteur à Courant continu	38
II.6 CAMR avec l'intégration d'ordre fractionnaire.....	40
II.6.1 Simulation et commentaire.....	40
II.7 CAMR avec dérivée d'ordre fractionnaire	42
II.7.1 Simulation et Commentaires.....	43
Conclusion	45
CHAPITRE III : LA COMMANDE PID ADAPTATIVE A L'ORDRE FRACTIONNAIRE	
.....	46
Introduction	46
III.1 L'algorithme génétique	46
III.2 Principe de base	46
III.3 Les opérations d'algorithme génétique.....	47
III.3.1 Sélection.....	47
III.3.1.1 La roulette	48
III.3.1.2 Le tournoi	48
III.3.1.3 Le croisement	49
I.3.1.4 La mutation.....	49
I.3.1.5 Le codage.....	49
III.4 Fonction d'évaluation.....	50
III.5 Application du AG au PID et PIλDμ	50
III.5.1 PID adaptative à ordre entier	50
III.5.2 Amélioration du tangage d'un avion	50
III.5.3 Application à un système d'ordre fractionnaire	56
Conclusion	58
Conclusion générale	46

Références bibliographique.....	49
---------------------------------	----

Table des figures

Fig II. 1: la commande PID a ordre entier [21]	26
Fig II. 2 la command PID a ordre fractionnaire [21]	26
Fig II. 3: Plage de valeurs du système de contrôle PID d'ordre entier et $PI\lambda D\mu$ d'ordre fractionnaire, [21].	28
Fig II. 4 : Le schéma simplifié d'un MCC	29
Fig II. 5: le schéma block du MCC.....	30
Fig II. 6: la réponse unitaire en BO du système MCC	31
Fig II. 7: Comparaison de la réponse échelonnée en vitesse du MCC avec IOPID et FOPID	32
Fig II. 8: schéma block du système MCC Matlab/Simulink.....	32
Fig II. 9 : schéma fonctionnel d'un système adaptatif	34
Fig II. 10: CAMR directe à modèle d'ordre fractionnaire.....	35
Fig II. 11: Algorithme d'adaptation.....	36
Fig II. 12: Intégration d'ordre fractionnaire dans l'algorithme d'adaptation	37
Fig II. 13 : Réponse de la CAMR avec modèle de référence d'ordre entier	39
Fig II. 14: Réponse de la CAMR avec modèle de référence d'ordre fractionnaire	39
Fig II. 15: CAMR avec intégration d'ordre fractionnaire, ordres d'intégration : $\lambda = 0.3-1.5$	41
Fig II. 16: Algorithme d'adaptation utilisant la dérivée d'ordre fractionnaire de la sortie	43
Fig II. 17: CAMR avec la dérivée d'ordre fractionnaire, ordres de la dérivée : $\alpha = 0.01-0.06$. Sans/Avec perturbation à l'entrée	45
Fig III. 1 : Principe générale des algorithmes génétiques	47
Fig III. 2: la roulette	48
Fig III. 3: Le tournoi entre deux individus avec rééligibilité.	48
Fig III. 4: Le croisement à un site	49
Fig III. 5: Illustration de la mutation.....	49
Fig III. 6: Les cinq niveaux d'organisation d'un algorithme génétique.....	50
Fig III. 7: Description de la commande de l'angle de tangage	51
Fig III. 8: Système de la commande PID adaptative classique	53
Fig III. 9: Système de la commande PID adaptative fractionnaire	54
Fig III. 10: Angle de tangage de l'avion à l'aide du PID adaptatif entier	54
Fig III. 11: Angle de tangage de l'avion à l'aide du PID adaptatif fractionnaire	55
Fig III. 12 : réponse du système fractionnaire avec PID adaptative à ordre fractionnaire	56
Fig III. 13 : réponse du système fractionnaire avec PID adaptative	56

Liste des tableaux

Tab II. 1 : les paramètres du MCC	30
Tab II. 2: réponse de simulation du contrôleur PID et FOPID.....	33
Tab III. 1 illustration schématique d'un individu	47
Tab III. 2: Paramètres de stabilité de réponse transitoire du système de l'avion:.....	55
Tab III. 3: l'analyse des performances du système fractionnaire par la commande PI^λ D^μ adaptative fractionnaire et de la commande PID adaptative à l'ordre entier.....	57

Introduction générale

0.1 Introduction

Le calcul fractionnaire est une branche des mathématiques qui généralise les opérations de dérivation et d'intégration à des ordres non entiers. Le calcul fractionnaire a été introduit comme une branche des mathématiques après que la première communication ait été faite sur un dérivé d'ordre fractionnaire (FO) avec spéculation entre L'Hôpital et Leibniz [1]. L'utilisation de la différenciation par ordre fractionnaire a suscité l'intérêt de chercheurs de diverses disciplines scientifiques, en particulier dans le domaine des sciences appliquées [2]. En 1997, Podlubny a introduit le concept de régulateurs PIDOF [12]. Podlubny et ses collègues ont démontré que, par rapport au régulateur PID traditionnel, ce type de régulateur présente un temps de réponse plus rapide lorsqu'il est appliqué à la régulation de systèmes d'ordre fractionnaire [7]. La commande fractionnaire est une approche émergente de la commande des systèmes qui exploite les outils du calcul fractionnaire, étendant les techniques classiques de calcul différentiel et intégral à des ordres non entiers. Cette généralisation offre de nouveaux degrés de liberté permettant de mieux appréhender les comportements complexes et non linéaires des systèmes.

La commande adaptative, est une technique de commande très populaire dans les environnements industriels, a fait l'objet d'études approfondies depuis le début des années 1950 afin d'améliorer les performances des avions [16]. La commande adaptative à modèle de référence (CAMR) est l'approche prédominante en matière de commande adaptative, permettant d'ajuster les paramètres des contrôleurs pour obtenir un ajustement asymptotique entre la sortie du processus et le modèle de référence.

Dans le contexte industriel actuel, marqué par des exigences croissantes en termes de productivité, de qualité et de sécurité, l'amélioration des performances des systèmes industriels est un enjeu primordial. Ces systèmes, présents dans des domaines aussi variés que l'industrie manufacturière, les procédés chimiques ou

la production d'énergie, impliquent souvent des processus complexes soumis à des perturbations et des changements de conditions opérationnelles. La commande PID adaptative fractionnaire, combinant les principes de la commande fractionnaire et de l'adaptation en ligne, émerge comme une technique de commande avancée prometteuse pour relever ces défis.

0.2 Motivations

Les principales motivations sous-jacentes à cette mémoire sont :

- **Amélioration de la précision** : Augmenter la capacité des systèmes de commande industriels à maintenir leur performance malgré les perturbations et les changements de conditions.
- **Renforcement de la robustesse** : Assurer une fiabilité constante des systèmes de commande face à des conditions variables et imprévisibles.
- **Accroissement de la réactivité** : Permettre aux systèmes de réagir rapidement et efficacement aux perturbations externes ou internes.
- **Utilisation d'une commande PID adaptative fractionnaire** :
 - Permet une gestion améliorée des erreurs statiques et dynamiques.
 - Offre une meilleure adaptation aux divers systèmes entiers et fractionnaires.

0.4 Objectif :

L'objectif principal de cette étude est d'appréhender et de confirmer l'efficacité de l'utilisation de la commande PID adaptative fractionnaire pour améliorer l'efficacité des systèmes industriels. La méthodologie proposée implique un mélange d'analyse théorique complète et de modélisation numérique par le biais de simulations en utilisant l'environnement Matlab/Simulink.

0.5 Le plan de travail

Pour satisfaire les besoins de ce mémoire, notre travail s'articule autour de trois chapitres

- Le premier chapitre déroule sur la définition du calcul et des opérateurs fractionnaires, les caractéristiques essentielles et la transformée de Laplace des dérivées fractionnaires et des intégrales seront décrites. De plus, diverses méthodologies d'approximation des opérateurs et l'examen détaillé des fonctions de transfert d'ordre fractionnaire seront introduites.
- Le deuxième chapitre aborde le régulateur PID d'ordre entier conventionnel ainsi que le régulateur $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire. Il étudie également les bases de la commande adaptative d'ordre fractionnaire, en se concentrant sur la simulation des deux méthodes de commande de vitesse d'un moteur à courant continu dans l'environnement Simulink/Matlab afin de comparer les deux méthodes.
- Le troisième chapitre vise à améliorer les performances du PID et $PI^\lambda D^\mu$ adaptative en utilisant l'optimisation par l'algorithme génétique toute en comparant les deux approches, l'entier par rapport à la fractionnaire, avec des exemples de simulations.

En fin, une conclusion générale et plusieurs recommandations et perspectives sont données à la fin de ce mémoire.

**CHAPITRE I : SYSTEMES D'ORDRE
FRACTIONNAIRE**

I-1 Introduction :

Les systèmes d'ordre fractionnaire ont suscité une grande attention dans divers domaines des sciences appliquées et de l'ingénierie. Ces systèmes sont généralement caractérisés par des équations aux dérivées fractionnaires et sont représentés par des fonctions de transfert irrationnelles dans le domaine des fréquences. La complexité introduite par ces fonctions irrationnelles a conduit à une étude limitée des systèmes d'ordre fractionnaire. Les solutions analytiques étant souvent indisponibles, des méthodes numériques et approximatives sont couramment utilisées pour leur analyse et leur mise en œuvre. Dans ce chapitre, la définition du calcul et des opérateurs fractionnaires, les propriétés clés et la transformée de Laplace des dérivées fractionnaires et des intégrales seront présentées. De plus, diverses techniques d'approximation des opérateurs et l'analyse spécifique des fonctions de transfert d'ordre fractionnaire seront introduites.

I-2 Une Histoire brève :

Dans une lettre du 30 septembre 1695, L'Hôpital écrit à Leibniz pour lui demander une notation particulière qu'il avait utilisée dans son publication pour la n -ième dérivée d'une fonction dans le cas où $n = 1/2$. La réponse de Leibniz fut : « *Elle sera égale à $\frac{d^{0.5}x}{dt^{0.5}}$ un paradoxe apparent dont un jour des conséquences utiles seront tirées.* » [1].

Depuis les années 1970, le domaine du calcul fractionnel (FC) a attiré l'attention par le biais de conférences spécialisées et de travaux universitaires. Le mérite d'avoir initié cette tendance revient à des personnes comme B. Ross, qui a organisé la première conférence sur le calcul fractionnel et ses applications en 1974, peu après avoir terminé sa thèse de doctorat sur le sujet. De même, K.B. Oldham et J. Spanier [6] méritent d'être reconnus pour leurs efforts de collaboration qui ont conduit à la publication d'une monographie sur le calcul fractionnaire en 1974. Leurs travaux, qui ont appliqué des semi-dérivées et des semi-intégrales à des problèmes de transfert de masse et de chaleur, ont marqué le début d'une nouvelle

ère pour la FC, alliant compréhension physique et sophistication mathématique. En 1987, l'ouvrage complet de S. Samko, A. Kilbas et O. Marichev, communément appelé « l'encyclopédie » du FC, a été publié en russe puis en anglais en 1993. À l'heure actuelle, il existe une collection croissante de livres, de revues et de textes consacrés au calcul fractionnaire et à ses implications pratiques, et l'on s'attend à une nouvelle expansion à l'avenir. [2]

I-3 Domaines d'applications :

Les systèmes d'ordre fractionnaire ont été largement utilisés dans divers domaines tels que la biologie, la physique, la finance et la théorie du contrôle. Ces systèmes fournissent un cadre plus réaliste pour modéliser des dynamiques complexes et des phénomènes dépendant de la mémoire dans différents systèmes. L'avantage des opérateurs d'ordre fractionnaire par rapport aux opérateurs d'ordre entier est leur capacité à révéler la dynamique complexe d'un système et à fournir une plus grande flexibilité dans l'analyse et le contrôle de son comportement. Le calcul fractionnaire généralise les concepts de dérivée et d'intégrale aux ordres non entiers, permettant une analyse mathématique plus sophistiquée des systèmes. Les applications des systèmes d'ordre fractionnaire incluent la physique, le traitement du signal, la mécanique des fluides, la viscoélasticité, la biologie mathématique et l'électrochimie. Ces systèmes ont également été utilisés dans le développement de la théorie du contrôle et contiennent des exemples pratiques en mathématiques appliquées, en ingénierie et en sciences. Dans l'ensemble, les systèmes d'ordre fractionnaire offrent une approche nouvelle et plus réaliste pour comprendre et modéliser des phénomènes complexes dans divers domaines [4].

I-5 Calcul Fractionnaire

Le calcul fractionnaire, en tant que branche de la théorie du calcul, étend le concept de dérivée ou d'intégrale d'une fonction aux ordres non entiers [5]. L'utilisation du calcul fractionnaire a connu une augmentation rapide dans divers domaines, en grande partie en raison de sa capacité à fournir une description plus précise des phénomènes du monde réel par rapport aux approches traditionnelles [6].

L'illustration mathématique des systèmes fractionnaires dans le domaine des fréquences génère des fonctions irrationnelles qui, lors de la conversion dans le domaine temporel, produisent des équations différentielles difficiles à gérer. En raison de l'absence de techniques mathématiques établies, les systèmes dynamiques fractionnaires n'ont jusqu'à présent reçu qu'une attention limitée, tant sur le plan théorique que pratique. Pour faciliter l'analyse, la synthèse et la simulation de ces systèmes, l'utilisation de fonctions rationnelles pour l'approximation s'avère très importante. Alors pour analyser et concevoir les systèmes de commande d'ordre fractionnaire il faut les approximer par des fonctions rationnelles [6].

L'opérateur fondamental généralisé qui inclut la différenciation et l'intégration est donnée comme suit :

$${}_aD_t^q = \begin{cases} \frac{d^q}{dt^q}, & R(q) > 0 \\ 1, & R(q) = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-q}, & R(q) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

D'où : a et t sont les limites de l'opération et q l'ordre de l'opération .

q avec une valeur négative indique une intégration tandis que q avec une valeur positive indique une différenciation. La théorie de la dérivée d'ordre fractionnaire a été développée principalement au 19ème siècle. Il y a plusieurs définitions de la dérivée d'ordre fractionnaire. Deux définitions importantes et largement appliquées sont la définition de **Grunwald-Letnikov** est peut-être la meilleure connue pour sa plus grande aptitude à la réalisation d'algorithmes de contrôle discrets [7].

I-5-1 Définitions fondamentales :

Différentes définitions mathématiques de l'intégration et de la dérivation d'ordre fractionnaire sont disponibles.

Les résultats obtenus par ces définitions ne sont pas toujours identiques, mais sont équivalents pour un large éventail de fonctions.

I-5-1-1 Définition de Grunwald-Letnikov

La définition de **Grunwald-Letnikov** est exprimée comme suit [7] :

$$D^\alpha f(t) = \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(kh - jh) \quad (\text{I.2})$$

Où h est la période d'échantillonnage et les coefficients.

$$\omega_j^{(\alpha)} = \binom{\alpha}{j} = \frac{(\alpha + 1)}{(j + 1)(\alpha - j + 1)} \quad (\text{I.3})$$

Avec $\omega_0^{(\alpha)} = \binom{\alpha}{0} = 1$ sont les coefficients du binôme suivant :

$$(1 - Z)^\alpha = \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{\alpha}{j} Z^j = \sum_{j=0}^{\infty} \omega_j^{(\alpha)} Z^j \quad (\text{I.4})$$

La définition de **Grünwald-Leitnikov (G L)** de l'intégrale d'ordre fractionnaire est formulée comme suit :

$$I^\alpha f(t) = D^{-\alpha} f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^\alpha \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j f(kh - jh) \quad (\text{I.5})$$

Où h est la période d'échantillonnage et les coefficients $\omega_j^{(-\alpha)}$ avec $\omega_j^{(\alpha)} \binom{-\alpha}{j} = 1$, sont les coefficients du binôme suivant :

$$(1 - Z)^{-\alpha} = \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{-\alpha}{j} Z^j = \sum_{j=0}^{\infty} \omega_j^{(-\alpha)} Z^j \quad (\text{I.6})$$

I-5-1-2 Définition de Riemann-Liouville :

Définition 1 :

Soit \mathbb{C} et \mathbb{R} les anneaux des nombres complexes et réels respectivement, $\Re(.)$ symbolise la partie réelle du nombre complexe.

Soient $\alpha \in \mathbb{C}$ avec $\Re(\alpha) > 0$, $t_0 \in \mathbb{R}$ et f une fonction localement intégrable définie sur $[t_0, +\infty[$.

L'intégral d'ordre α de f de borne inférieure t_0 est défini par [8] :

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_0}^t (t - \xi)^{\alpha-1} f(\xi) d(\xi) \quad (1.7)$$

Avec $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$ est la fonction gamma d'Euler.

Définition 2 :

Soient $\alpha \in \mathbb{C}$ et $\Re(\alpha) > 0$, n un entier positif, $t_0 \in \mathbb{R}$ et f une fonction localement intégrable définie sur $[t_0, +\infty[$. La dérivée d'ordre fractionnaire α de la fonction de f borne inférieure t_0 est défini par :

$${}_{RL}D_{t_0}^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^t (t - \tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (1.8)$$

Où le nombre entier n est tel que $(n - 1) < \alpha < n$.

Remarque : pour simplifier l'écriture on notera dans la suite I^α pour I_0^α et D^α pour D_0^α .

I-5-1-3 Définition de Caputo :

Caputo a introduit une autre formulation de la dérivée d'ordre fractionnaire définie:

$${}_cD_{t_0}^\alpha = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \int_{t_0}^t (t - \tau)^{n-\alpha-1} f^{(n)}(\tau) d\tau \quad (1.9)$$

Où le nombre entier n est tel que $(n - 1) < \alpha < n$ et $f^{(n)}(\tau)$ est la dérivée d'ordre entier n

De la fonction $f(\tau)$.

I-5-2 Propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire:

Les principales propriétés des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire sont les suivantes [4,7] :

1- Si $f(z)$ est une fonction analytique de z , alors sa dérivée d'ordre fractionnaire $D^\alpha f(z)$ est une fonction analytique de z et α .

2- pour $\alpha = n$, où n est un entier, l'opération $D^\alpha f(z)$ donne le même résultat que la différentiation classique d'ordre entier.

3- pour $\alpha = 0$ l'opération $D^\alpha f(z)$ est l'opérateur identité : $D^0 f(z) = f(z)$.

4- la différentiation et l'intégration d'ordre fractionnaire sont des opérateurs linéaires :

$$D^\alpha (af(z) + bg(z)) = aD^\alpha f(z) + bD^\alpha g(z)$$

5- la loi additive (propriété du semi-groupe)

$$D^\alpha D^\beta f(z) = D^\beta D^\alpha f(z) = D^{\alpha+\beta} f(z)$$

Est valable sous certaines contraintes sur la fonction $f(z)$.

I-5-3 Transformée de Laplace des opérateurs d'ordre fractionnaire

I-5-3-1 Transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire

Nous allons commencer par examiner la transformée de Laplace de l'intégrale fractionnaire de Riemann-Liouville d'ordre α supérieur à 0, définie par l'équation (I.7), qu'on peut écrire comme une convolution des fonctions $g(t) = t^{\alpha-1}$ et $f(t)$ [4] :

$$I^\alpha f(t) = D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau = t^{\alpha-1} * f(t) \quad (I.10)$$

La transformée de Laplace de la fonction $t^{\alpha-1}$ est :

$$G(s) = \mathcal{L}\{t^{\alpha-1}\} = \Gamma(\alpha) S^{-\alpha} \quad (I.11)$$

En utilisant la formule de la transformée de Laplace de la convolution:

$$\mathcal{L}\{f(t) * d(t)\} = F(S).G(S)$$

On obtient la transformée de Laplace de l'intégrale de **Riemann-Liouville** et celle de **Gründwald- Leitnikov** [4] :

$$\mathcal{L}\{I^\alpha f(t)\} = S^{-\alpha}F(S) \quad (I.12)$$

I-5-3-2 Transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire

Dans ce qui suit, nous mentionnons la transformée de Laplace des différentes définitions de la dérivée [7].

A. Définition de Riemann-Liouville

$$\mathcal{L}\{D^\alpha f(t)\} = S^\alpha F(S) - \sum_{K=0}^{n-1} S^K [D^{\alpha-K-1}f(t)]_{t=0}$$

Avec $(n - 1) < \alpha < n$. On connaît bien cette transformée de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville. Cependant, il est peu pratique car il n'existe pas d'interprétation physique des valeurs limites des dérivées d'ordre fractionnaire pour $t = 0$.

B. Définition de Caputo

$$\mathcal{L}\{D^\alpha f(t)\} = S^\alpha F(S) - \sum_{K=0}^{n-1} S^{\alpha-K-1} f(0) \quad I.14$$

Avec $(n - 1) < \alpha < n$.

Remarque

La définition de **Caputo** présente un avantage majeur par rapport à celle de **Riemann-Liouville**, car elle permet de prendre en compte des conditions initiales conventionnelles faciles à interpréter, comme : $y(0) = y_0, y'(0) = y_1, \dots$ etc. En outre, la dérivée de **Caputo** d'une constante a une limite (égale à 0), tandis que la dérivée de **Riemann-Liouville** d'une constante n'a pas de limite à $t = 0$. Si $t = -\infty$ est le point de départ (limite inférieure) dans la définition de **Riemann-Liouville**, il n'y a qu'une seule exception. Toutefois, lorsqu'il s'agit de processus transitoires, il est impossible d'accepter de fixer le point de départ à $-\infty$; dans ce cas, la définition de **Caputo** semble la plus adéquate à comparer aux autres [9].

C. Définition de Gründwald-Leitnikov :

$$\mathcal{L}\{D^\alpha f(t)\} = S^\alpha f(S) \quad (\text{I.15})$$

I.6 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire

Dans la suite, nous allons exposer différentes méthodes d'approximation de l'opérateur d'ordre fractionnaire, qui peuvent être classées en deux catégories (fréquentielles et numériques). Nous mettrons l'accent sur la méthode de la fonction singulière, qui sera entièrement explorée dans ce chapitre.

I.6.1 Méthodes Fréquentielles :

I.6.1.1 Approximations utilisant l'expansion des fractions continues et les techniques d'interpolation

La méthode d'évaluation des fonctions appelée l'expansion des fractions continues [9] est souvent beaucoup plus rapide que le développement en série de puissances, et elle converge dans un domaine plus vaste du plan complexe. Le résultat de cette approximation pour une fonction irrationnelle $G(s)$, peut être exprimé sous la forme [9] :

$$G(s) \cong a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s) + \frac{b_2(s)}{a_2(s) + \frac{b_3(s)}{a_3 + \dots}}} \quad (\text{I. 16})$$

$$G(s) = \frac{b_1(s) b_2(s) b_3(s)}{a_1(s) a_2(s) a_3(s)} \quad (\text{I. 17})$$

Où $a_i(s)$ et $b_i(s)$ sont des fonctions rationnels de la variable S ou des constantes.

L'application de cette méthode résulte en une fonction rationnelle $\hat{G}(S)$, qui est une approximation de la fonction irrationnelle $G(S)$.

Par ailleurs, en ce qui concerne l'interpolation, il arrive que les fonctions rationnelles demeurent supérieures aux polynômes, car elles offrent la possibilité de modéliser les fonctions à l'aide de pôles. Ces méthodes reposent sur l'approximation d'une fonction irrationnelle $G(s)$ par une fonction rationnelle définie par le quotient de deux polynômes de la variable S [9]:

$$G(s) \cong R_{i(i+1)\dots(i+m)} = \frac{P_\mu(s)}{Q_\nu(s)} = \frac{p_0 + p_1s + \dots + p_\mu s^\mu}{q_0 + q_1s + \dots + q_\nu s^\nu} \quad (\text{I. 18})$$

Qui passe par les points : $(s_i, G(s_i)) ; \dots (s_{i+m}, G(s_{i+m}))$.

I.6.1.1.1 Méthode Générale d'approximation des opérateurs intégrô-différentiels d'ordre fractionnaire

En général, une approximation rationnelle de la fonction $G(s) = s^\mu$ tel que $0 < \mu < 1$ (Intégration d'ordre fractionnaire dans le domaine de Laplace) peut être obtenue en utilisant l'expansion des fractions continues des fonctions [4] :

$$G_h(s) = \frac{1}{(1 + s.T)^\mu} \quad (\text{I. 19})$$

$$G_l(s) = \left(1 + \frac{1}{s}\right)^\mu \quad (\text{I. 20})$$

Où $G_h(s)$ est l'approximation pour les hautes fréquences ($w_T \gg 1$), et $G_l(s)$ l'approximation pour les basses fréquences ($w_T \ll 1$).

I.6.1.1.2 Méthode de Carlson

On peut considérer que la méthode proposée par Carlson, qui est basée sur le processus régulier de Newton, pour l'approximation itérative de la racine d'ordre α , fait partie de ce groupe [4]. Cette méthode se base sur l'hypothèse suivante :

$$(H(s))^{\frac{1}{\mu}} - G(s) = 0 \quad (I.21)$$

$$H(s) = (G(s))^{\mu} \quad (I.22)$$

En définissant $q = \frac{1}{\mu}$. $m = \frac{q}{2}$ à chaque itération, partant de la valeur initial $H_0(s) = 1$, une fonction rationnelle approximée peut être donnée par :

$$H_i(s) = H_{i-1}(s) \frac{(q - m)(H_{i-1}(s))^2 + (q + m)G(s)}{(q + m)(H_{i-1}(s))^2 + (q - m)G(s)} \quad (I.23)$$

Par la suite, on obtient le modèle d'approximation en substituant chaque opérateur d'ordre fractionnaire de la fonction de transfert irrationnelle par son approximation rationnelle.

I.6.1.1.3 Méthode de Matsuda

La méthode proposée par Matsuda est basée sur l'approximation de l'opérateur d'ordre

fractionnaire $G(s) = s^{\mu}$ par une fonction rationnelle $\hat{G}(s)$ en identifiant le modèle d'approximation à partir de son gain. Le gain calculé en identifiant M fréquence réparties dans une bande de fréquence $[\omega_0, \omega_M]$ dans laquelle se fait l'approximation. Pour un ensemble de points sélectionnés $\omega_i, i = 0, 1, 2 \dots M$, l'approximation prend la forme :

$$\hat{G}(s) = \frac{s - \omega_0}{a_1} \frac{s - \omega_1}{a_2} \frac{s - \omega_2}{a_3} \dots = \left[a_0; \frac{s - \omega_{i-1}}{a_i} \right]_{i=1}^M \quad (I.24)$$

Où

$$a_i = f(\omega_i), f_0(\omega) = G(s), f_{i+1}(s) = \frac{s - \omega_i}{f_i(s) - a_i} \quad (I.25)$$

En substituant chaque opérateur d'ordre fractionnaire de la fonction de transfert irrationnelle explicite par son approximation, on obtient le modèle d'approximation.

I.6.1.2 Approximations utilisant l'ajustement de courbes ou les techniques d'identification

Il est possible d'appliquer toutes les méthodes d'identification dans le domaine fréquentiel pour obtenir une fonction rationnelle dont la réponse fréquentielle est proche de celle de la fonction irrationnelle originale. Par exemple cela peut être la minimisation de la fonction coût suivante :

$$J = \int W(s) |G(w) - \hat{G}(w)|^2 dw \quad (I.26)$$

Là où $W(s)$ est une fonction de pondération, $G(w)$ est la réponse fréquentielle initiale, et $\hat{G}(w)$ est la réponse fréquentielle de la fonction rationnelle approximonnée. Les deux méthodes les plus répandues sont celles d'Oustaloup et de Charef.

I.6.1.2.1 La méthode d'Oustaloup

L'approximation d'Oustaloup d'un dérivateur généralisé, dont l'action différentielle s'étend sur tout l'espace des fréquences, est basée sur une distribution récursive d'une infinité de zéros et de pôles réels négatifs (pour garantir un comportement à phase minimale) [10]. Pour une synthèse réaliste

(pratique) basée sur un nombre limité de zéros et de pôles, il est nécessaire de limiter le comportement différentiel généralisé sur un intervalle fréquentiel spécifique, sélectionné en fonction des besoins de l'application [3].

Ainsi, l'approximation de l'opérateurs α , $\alpha \in R$, dans une bande de fréquence $[\omega_0 \omega_M]$ est donnée par une fonction rationnelle :

$$\hat{G}(s) = C \prod_{k=-N}^N \frac{1 + s/z_k}{1 + s/w'_k} \quad (I. 27)$$

En utilisant l'ensemble de synthèse suivantes :

$$w'_0 = \alpha^{0.5} \cdot w_u; w_0 = \alpha^{0.5} w_u; \frac{w'_{k+1}}{w'_k} = \frac{w_{k+1}}{w_k} = \alpha \cdot \eta > 1 \quad (I. 28)$$

$$\frac{w_{k+1}}{w_k} = \eta > 1; \frac{w_k}{w'_k} = \alpha > 0; N = \frac{\log(w_N/w_0)}{\log(\alpha \cdot \eta)}; \mu = \frac{\log \alpha}{\log(\alpha \cdot \eta)}; \quad (I. 29)$$

w_u étant le gain fréquentiel unité et la fréquence central d'une bande de fréquences distribuées géométriquement autour. Soit, $w_u = \sqrt{w_h \cdot w_b}$, w_h et w_b sont la haute et basse fréquence respectivement.

I.6.1.2.2 Méthode de Charef : Fonction de singularité

Afin d'appliquer des modèles d'ordre fractionnaire aux schémas de commande présentés dans cette étude, nous adopterons la méthode dite "Méthode de la fonction de singularité" développée par Charef et al. [11], qui est exposée dans cette partie. Selon que le transfert d'ordre fractionnaire à approximer est du premier ou du second ordre, la méthode d'approximation sera différente.

- **Système du premier ordre fractionnaire**

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{P_T}\right)^\beta} \quad (I. 30)$$

La fonction (I. 30) peut être réécrite de la façon suivante [4] :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{P_T}\right)^\beta} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{Z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{P_i}\right)} \quad (\text{I.31})$$

Le nombre total des singularités peut être calculé en utilisant la bande de fréquences du système, où $(N + 1)$ est le nombre total. On peut tronquer l'équation (I.31) à un nombre fini N , ce qui donne l'approximation suivante :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{P_T}\right)^\beta} \approx \frac{\prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{Z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{P_i}\right)} \quad (\text{I.32})$$

On peut obtenir les pôles et les zéros de la fonction de singularités de la manière suivante :

$$p_i = (ab)^i p_0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (\text{I.33})$$

$$p_i = (ab)^i a p_0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N - 1 \quad (\text{I.34})$$

Avec,

$$p_0 = P_T 10^{\frac{\epsilon p}{20\beta}} \quad (\text{I.35a})$$

$$a = 10^{\frac{\epsilon p}{10(1-\beta)}} \quad (\text{I.35b})$$

$$b = 10^{\frac{\epsilon p}{10(\beta)}} \quad (\text{I.35c})$$

$$\beta = 10^{\frac{\log a}{\log(ab)}} \quad (\text{I.35d})$$

ϵp est l'erreur tolérée en dB.

Une pente de $-20\beta \text{dB/dec}$ est approximativement calculée en utilisant des lignes droites en zig-zag, avec des pentes individuelles de -20dB/dec et 0dB/dec .

- **Système du second ordre fractionnaire :**

Selon l'équation (I.36), un système de second ordre est décrit comme suit :

$$G(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{w_n^2} + 2\xi \frac{s}{w_n} + 1\right)^\beta} \quad (\text{I.36})$$

Lorsque β est un nombre réel positif, comme $0 < \beta < 1$, on peut observer deux situations distinctes :

- Cas où $0 < \beta < 0.5$:

La fonction (I.36) peut être exprimée comme suit :

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{w_n} + 1\right) \left(\frac{s}{w_{n+1}}\right)^\eta}{\frac{s^2}{w_n^2} + 2\alpha \frac{s}{w_n} + 1} \quad (\text{I.37})$$

Avec, $\alpha = \eta^\beta$ et $\eta = 1 - 2\beta$, ce qui peut aussi être approximé par la fonction,

$$G_e(s) \approx \frac{\left(\frac{s}{w_n} + 1\right) \prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{Z_i}\right)}{\left(\frac{s^2}{w_n^2} + 2\alpha \frac{s}{w_n} + 1\right) \prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{P_i}\right)} \quad (\text{I.38})$$

Les formules suivantes fournissent les singularités (P_i pôles et Z_i zéros) :

$$p_i = (ab)^{i-1} z_{1i} \quad i = 1, 2, 3 \dots N \quad (\text{I.39})$$

$$z_i = (ab)^{i-1} z_{1i} \quad i = 2, 3 \dots N - 1 \quad (\text{I.40})$$

Avec,

$$Z_1 = w_n \sqrt{b} \quad (\text{I.41a})$$

$$a = 10^{\frac{\epsilon p}{10(1-\eta)}} \quad (\text{I.41b})$$

$$b = 10^{\frac{\epsilon p}{10\eta}} \quad (\text{I.41c})$$

$$\eta = \frac{\log a}{\log(ab)} \quad (\text{I.41d})$$

ϵp est l'erreur tolérée en dB.

Le calcul de l'ordre d'approximation consiste à définir la bande de fréquences de travail, définie par w_{max} , comme suit : $P_{n-1} < w_{max} < P_n$, ce qui donne la valeur suivante :

$$N = \text{Partie entière de} \left[\frac{\log\left(\frac{w_{max}}{P_1}\right)}{\log(ab)} + 1 \right] + 1 \quad (\text{I. 42})$$

Il est possible de représenter $G_e(s)$ comme une fonction paramétrique d'ordre $N + 2$:

$$G_e(s) = \frac{b_{m_0}s^N + b_{m_1}s^{N-1} + \dots + b_{m_N}}{s^{N+2} + a_{m_1}s^{N+1} + \dots + a_{m_N}} \quad (\text{I. 43})$$

Les coefficients a_{m_i} et b_{m_i} sont calculés à partir des singularités P_i et Z_i ainsi que α et w_n .

- Pour $0.5 < \beta < 1$

La fonction d'approximation est donnée comme suit :

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{w_n} + 1\right)}{\left(\frac{s^2}{w_n^2} + 2\alpha\frac{s}{w_n} + 1\right)\left(\frac{s}{w_{n+1}}\right)^\eta} \quad (\text{I. 44})$$

Avec, $\alpha = \eta^\beta$ et $= 1 - 2\beta$, qui sont développées comme précédemment avec les valeurs singulières suivantes :

$$p_i = (ab)^{i-1}z_{1i} \quad i = 1,2,3 \dots N \quad (\text{I. 45})$$

$$z_i = (ab)^{i-1}z_{1i} \quad i = 2,3 \dots N - 1 \quad (\text{I. 46})$$

Avec,

$$Z_1 = w_n\sqrt{b} \quad (\text{I. 47a})$$

$$a = 10^{\frac{\epsilon p}{10(1-\eta)}} \quad (\text{I. 47b})$$

$$b = 10^{\frac{\epsilon p}{10\eta}} \quad (\text{I. 47c})$$

$$\eta = \frac{\log a}{\log(ab)} \quad (\text{I.47d})$$

ϵp est l'erreur tolérée en dB.

Le calcul de $G_e(s)$ peut donc être représenté par la fonction paramétrique (I.43).

I.6.2 Méthodes Numériques :

Le principe de ces techniques implique l'approximation du modèle d'ordre fractionnaire à l'aide d'un modèle rationnel discret, obtenu en remplaçant l'opérateur de Laplace s dans le modèle fractionnaire par son équivalent temporel discret. Le processus de discrétisation est considéré comme essentiel lors de l'utilisation de systèmes discrets pour la commande ou la simulation de modèles continus. Pour les opérateurs fractionnaires analogiques, il existe deux approches pour obtenir la contrepartie discrète de ces opérateurs analogiques [9].

I.6.2.1 Méthode directe de discrétisation

L'approche initiale, connue sous le nom de méthode de discrétisation directe, implique l'approximation directe de l'intégrateur et du dérivateur d'ordre fractionnaire dans un cadre discret. Dans le domaine des techniques de discrétisation, les méthodes les plus remarquables incluent la technique d'expansion entière et la technique d'expansion en fraction continue [9].

I.6.2.1.1 Discrétisation utilisant la technique de l'expansion de série entière

La règle de discrétisation de l'opérateur dérivateur fournit la combinaison de la fonction génératrice d'Euler $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$ l'expansion de série entière (PSE) est une méthode utilisée par l'opérateur dérivateur d'ordre fractionnaires $m = \left(\frac{1-z^{-1}}{T}\right)^m$, Cela aboutit à l'expression suivante :

$$s^m \cong T^{-m} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{m}{k} z^{-k} \quad (\text{I.48})$$

Le dérivateur d'ordre fractionnaire de **Grundwald-Leitnikov** d'ordre m [12] est représenté par cette équation. Donc, on obtient la dérivée d'ordre fractionnaire m d'une fonction causale $f(t)$ en utilisant l'expression (I.2) de la manière suivante :

$$\frac{d^m f(t = nT)}{dt^m} = T^{-m} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{m}{k} f((n - k)T) \quad (\text{I.49})$$

Où T est la période d'échantillonnage. L'exécution de la PSE pour l'opérateur intégrateur

d'ordre fractionnaire $s^{-m} = \left(\frac{1-z^{-1}}{T}\right)^{-m}$ mène aussi à la formule donnée par Lubich :

$$s^{-m} \cong T^m \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-m}{k} z^{-k} \quad (\text{I.50})$$

Ainsi, l'intégration d'ordre fractionnaire m d'une fonction causale $f(t)$ peut être obtenue de manière similaire en utilisant l'expression (I.5) :

$$I^m f(t = nT) = T^m \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-m}{k} f((n - k)T) \quad (\text{I.51})$$

Où I^m est l'opération d'intégration d'ordre fractionnaire m .

On peut également utiliser la règle de Tustin (bilinéaire) $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ comme une fonction génératrice pour discrétiser les opérateurs d'ordre fractionnaire analogiques en utilisant la technique de l'expansion de série entière (PSE).

I.6.2.1.2 Approximation discrète en utilisant l'intégration numérique et l'expansion de fraction continue :

Les opérateurs d'ordre fractionnaire ont également été discrétisés en utilisant la technique de l'expansion en fraction continue (CFE), qui approxime une fonction irrationnelle par une fonction rationnelle. Dans la citation [13], Amerongen J. et Ten Cate ont utilisé cette méthode d'approximation pour le dérivateur et l'intégrateur d'ordre fractionnaire s^m et s^{-m} respectivement, lors de l'utilisation de la fonction génératrice de Tustin fournie par la règle de discrétisation de l'opérateur dérivateur $s = \frac{2}{T} \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}$. Alors, l'expression suivante a été obtenue :

$$s^{\pm m} = \left(\frac{2}{T} \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}} \right)^{\pm m} \cong T^{\pm} CFE \left[\left(2 \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}} \right)^{\pm m} \right] = T^{\pm} \frac{P_p(Z^{-1})}{Q_q(Z^{-1})} \quad (I.52)$$

La période d'échantillonnage est T , tandis que les ordres de l'approximation des polynômes P et Q sont p et q .

I.6.2.2 Méthode indirecte de discrétisation

La deuxième méthode, connue sous le nom de méthode indirecte, consiste en un processus en deux étapes. Dans un premier temps, nous déterminons le modèle rationnel continu qui sert d'approximation à l'opérateur d'ordre fractionnaire comme suit :

$$s^{\pm m} = G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (I.53)$$

Ensuite, dans une deuxième étape, en employant les techniques de discrétisation courantes, on obtient le modèle rationnel discret qui approxime le modèle fractionnaire analogique de la manière suivante :

$$s^{\pm} \cong G(s)|_{s=F(z)} \quad (I.54)$$

Où $F(z)$ est la fonction génératrice de discrétisation donnée par :

- Euler [14] :

$$s = F(z) = \frac{1-z^{-1}}{T} \quad (I.55)$$

- Tustin [14] :

$$s = F(z) = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (I.56)$$

- Al-Alaoui [14] :

$$s = F(z) = \frac{8}{7T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1/7}} \quad (I.57)$$

Où T est la période d'échantillonnage.

Le modèle rationnel discret obtenu en utilisant les trois méthodes classiques de discrétisation est présenté dans ce qui suit, en utilisant la méthode de Charef [15].

I.6.2.2.1 Discrétisation de l'intégrateur d'ordre fractionnaire par la transformation Bilinéaire, Backward et Al-Alaoui

Dans notre situation, la mise en œuvre numérique de l'opérateur intégrateur d'ordre fractionnaire consiste à discrétiser la fonction rationnelle $GI(s)$ de l'équation (I.7) afin d'approximant l'intégrateur d'ordre fractionnaire s^{-m} (avec $0 < m < 1$) par les trois méthodes d'Euler, Tustin et Al-Alaoui. Ainsi, les filtres IRI (Infinite Impulse Response) obtenus peuvent être exprimés par les fonctions de transfert suivantes :

- Euler :

$$s^m \cong K_D + \sum_{i=0}^N \frac{g_i \frac{1-z^{-1}}{T}}{\left(1 + \frac{\frac{1-z^{-1}}{T}}{P_i}\right)} = K_D + \sum_{i=0}^N \frac{g_i(z-1)}{T(\delta_i z - \chi_i)} \quad (I.58)$$

- Tustin :

$$s^m \cong K_D + \sum_{i=0}^N \frac{g_i \frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})}}{\left(1 + \frac{\frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})}}{P_i}\right)} = K_D + \sum_{i=0}^N \frac{2}{T} \frac{g_i(z-1)}{\alpha_i z - \lambda_i} \quad (I.59)$$

- Al-Alaoui

:

$$s^m \cong K_D + \sum_{i=0}^N \frac{g_i \frac{8(1-z^{-1})}{7T_1+Z^{-1}/7}}{\left(1 + \frac{7T_1+Z^{-1}/7}{P_i}\right)} = K_D + \sum_{i=0}^N \frac{8}{7T} \frac{g_i(z-1)}{(l_i z - \sigma_i)} \quad (I.60)$$

Avec, $\alpha_i = 1 + \frac{2}{Tp_i}$, $\lambda_i = \frac{2}{Tp_i} - 1$, $\delta_i = 1 + \frac{1}{Tp_i}$, $\chi_i = \frac{1}{Tp_i}$, $l_i = 1 + \frac{8}{7Tp_i}$, $\sigma_i = \frac{8}{7Tp_i} - \frac{1}{7}$

Conclusion

Ce chapitre présente les principes fondamentaux du calcul fractionnaire. Quelques définitions mathématiques des opérateurs fractionnaires, ainsi que leurs propriétés et leurs transformées de Laplace, ont été exposées. Deux types de méthodes d'approximation de la dérivée et de l'intégrale d'ordre fractionnaire ont également été exposés, à savoir les méthodes fréquentielles et les méthodes numériques.

CHAPITRE II : CAMR ET PID FRACTIONNAIR

Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons une introduction au contrôleur PID d'ordre entier conventionnel ainsi qu'au contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ ordre fractionnaire. De plus, nous explorerons les fondements de la commande adaptative d'ordre fractionnaire, en mettant l'accent sur la simulation des deux approches en commande de vitesse d'un moteur à courant continu dans l'environnement Simulink/Matlab pour comparer les deux approches.

II.1 la commande PID à ordre entier

Depuis que Ziegler-Nichols [18] a introduit l'algorithme de contrôleur PID à ordre entier, il a été largement utilisé dans la commande industriel en raison de sa structure simple, de sa robustesse et d'autres caractéristiques bénéfiques. La **Figure 1.1** [19] représente le système de commande PID d'ordre entier, avec k_i , k_p et k_d désignant les paramètres de gain pour la proportion, l'intégration et la différenciation, respectivement, La fonction $u(t)$ représente le signal d'entrée de commande, tandis que $r(t)$ indique la sortie désirée du système. Le signal d'erreur de suivi du système, $e(t) = y(t) - r(t)$, est défini par la différence entre la sortie du système, $y(t)$, et la sortie désirée. $C(s)$ représente la fonction de transfert du contrôleur proportionnel-intégral-dérivé (PID), et $G(s)$ représente la fonction de transfert de l'objet contrôlé. D'après la figure 1.4, on peut représenter la fonction de transfert du contrôleur PID d'ordre entier de la manière suivante [19] :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (\text{II.1})$$

On exprime alors le signal d'entrée de commande $u(t)$ dans le domaine temporel par [19] :

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{II.2})$$

Le contrôleur PID peut être classé en contrôleur PI, contrôleur PD, contrôleur PID, PID incrémental, PID de séparation intégrale, etc. en fonction des différents objets commandés et des exigences de contrôle. Suite à la forme du contrôleur PID, $u(t)$ (II.2), les commandes de l'intégrateur et du différenciateur sont intégrées en une seule commande. Cependant, Le contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire est construit avec un intégrateur d'ordre λ et un différenciateur d'ordre μ . Les valeurs

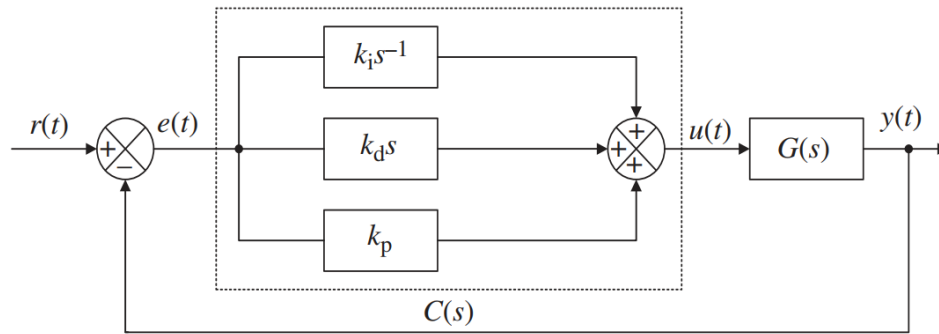


Fig II. 1: la commande PID a ordre entier [21]

de λ et μ peuvent être ajustées en fonction des performances du système de commande. La section suivante abordera le contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnel.

II.1.1 la commande $PI^\lambda D^\mu$ a ordre fractionnaire :

Certains contrôleurs d'ordre fractionnaire ont été examinés au cours des dernières décennies, comme PI^λ , PD^μ et $PI^\lambda D^\mu$ [20]. Le contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ [12], qui est la forme la plus fréquente de contrôleur PID d'ordre fractionnaire, est constitué d'un intégrateur d'ordre λ et d'un différenciateur d'ordre μ , où $\lambda \in (0, 2)$ et $\mu \in (0, 2)$.

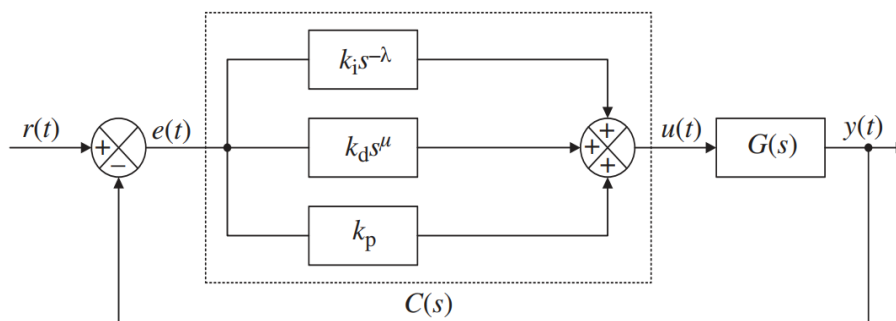


Fig II. 2 la command PID a ordre fractionnaire [21]

Il est possible d'utiliser le contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ non seulement pour contrôler des systèmes d'ordre fractionnaire, mais aussi pour contrôler des systèmes d'ordre

entier. Fig II.2 présente un schéma fonctionnel du système de contrôle $\mathbf{PI}^\lambda \mathbf{D}^\mu$ d'ordre fractionnaire [19]. D'après (Fig II.2), on peut écrire la fonction de transfert du contrôleur $\mathbf{PI}^\lambda \mathbf{D}^\mu$ d'ordre entier [19].

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu \quad (\text{II.3})$$

On exprime alors le signal d'entrée de commande $u(t)$ dans le domaine temporel par [19] :

$$u(t) = k_p e(t) + k_i D^{-\lambda} e(t) + k_d D^\mu e(t) \quad (\text{II.4})$$

Les paramètres de gain de proportion, d'intégration et de différenciation sont respectivement k_p , k_i et k_d . Le signal d'entrée de commande $u(t)$ correspond à la sortie désirée du système, $r(t)$ correspond à l'erreur de suivi du système $e(t) = y(t) - r(t)$, $y(t)$ correspond à la sortie du système, $C(s)$ correspond à la fonction de transfert du contrôleur $\mathbf{PI}^\lambda \mathbf{D}^\mu$ d'ordre fractionnaire et $G(s)$ correspond à la fonction de transfert de l'objet commandée.

Lorsque λ est inférieur à 1 et μ est supérieur à 0, le contrôleur devient un contrôleur d'ordre élevé, distinct de la structure traditionnelle du contrôleur PID. Lorsque les paramètres λ et μ sont réguliers, il est possible d'obtenir des caractéristiques dynamiques plus avantageuses en utilisant la commande fractionnaire du contrôleur à ordre fractionnaire $\mathbf{PI}^\lambda \mathbf{D}^\mu$ plutôt que le contrôle PID traditionnel [21].

Selon Équation (II.4), différents types de contrôleur peuvent être réalisés par le contrôleur $\mathbf{PI}^\lambda \mathbf{D}^\mu$ fractionnaire lorsque les différentes valeurs des ordres λ et μ sont choisies. Comme illustré dans (Fig II.3), on peut obtenir un contrôleur PID a ordre entier avec $\lambda = 1$ et $\mu = 1$, on peut obtenir un contrôleur P avec $\lambda = 0$ et $\mu = 0$, on peut obtenir un contrôleur PI avec $\lambda = 1$ et $\mu = 0$, on peut obtenir un contrôleur PD avec $\lambda = 0$ et $\mu = 1$. Étant donné que les ordres λ et μ peuvent être des nombres

réels allant de 0 à 2, tous les types de contrôleur PID d'ordre entier sont des contrôleurs d'ordre fractionnel $PI^\lambda D^\mu$ [21].

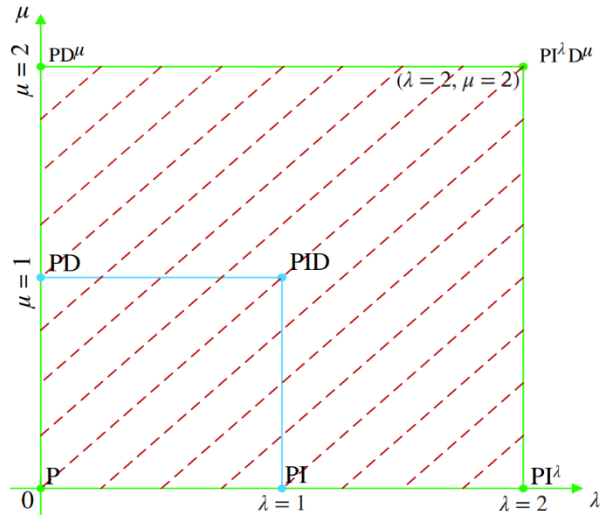


Fig II. 3: Plage de valeurs du système de contrôle PID d'ordre entier et $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire, [21].

II.2 Application à la commande de vitesse d'un moteur à courant continu

L'application proposée à cette méthode est le contrôle de vitesse d'un moteur à courant continu [24]. La conception de la commande et les résultats sont simulés dans l'environnement Matlab Simulink.

A. Modélisation d'un moteur à courant continue

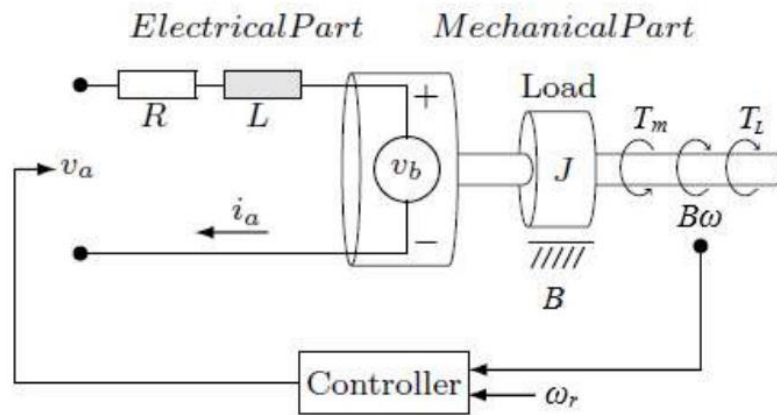


Fig II. 4 : Le schéma simplifié d'un MCC

Equation mécanique :

En appliquant la loi de Newton, on obtient :

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = T_m - T_L - B\omega(t) \quad (\text{II. 5})$$

D'où ω est la vitesse angulaire de l'arbre du moteur, B représente le frottement dans les roulements du moteur et de la charge.

Equation électrique :

De la loi de Kirchoff on obtient :

$$L \frac{di_a(t)}{dt} = v_a(t) - Ri_a(t) - v_b(t) \quad (\text{II. 6})$$

Couple électromécanique :

Le couple moteur est proportionnel à la courant tel que :

$$T_m(t) = k_m i_a(t) \quad (\text{II. 7})$$

En appliquant la transformée de Laplace on obtient la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{k_m}{(Ls + R)(Js + R) + k_m k_b} \quad (\text{II. 8})$$

Selon (II.8), l'énergie émise par le système est la vitesse de rotation Ω et l'énergie fournie par le système est le courant d'armature V_a .

Ainsi, le diagramme block peut être schématisé de la manière suivante :

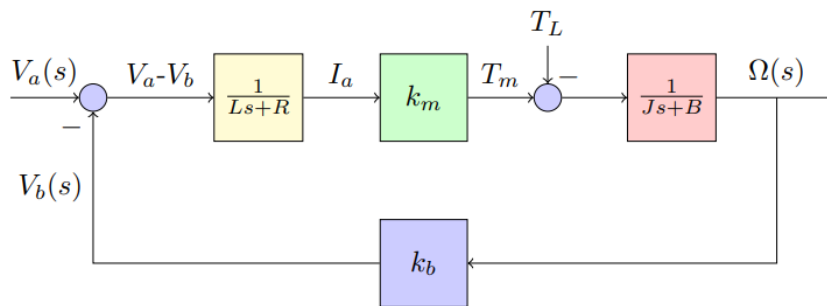


Fig II. 5: le schéma block du MCC

Tab II. 1 : les paramètres du MCC

Paramètre	Valeur
Moment d'inertie	$J = 0.0004 \text{ kg.m}^2$
Coefficient de frottement	$B = 0.0022 \text{ N.ms}$
Constant de force électromotrice	$K_b = 0.05 \text{ V/rad}^{-1}$
Constant de couple	$K_m = 0.015 \text{ Nm/A}$
Résistance	$R = 0.4\Omega$
Inductance	$L = 2.7 \text{ H}$

Alors, En substituant les paramètres du (Tab.1) et du (II.8), la fonction de transfert du MCC sera comme suit :

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{0.015}{0.00108s^2 + 0.0061s + 0.00161} \quad (\text{II. 9})$$

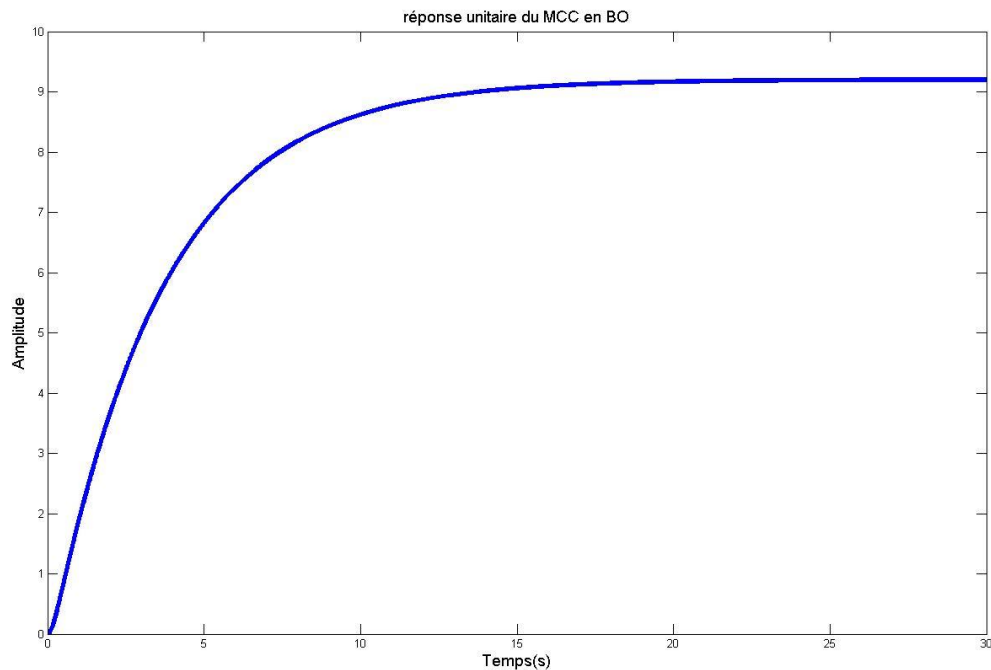


Fig II. 6: la réponse unitaire en BO du système MCC

En suivant (II.29), la réponse unitaire du système MCC en BO est illustré dans (Fig II.6), il est clair que le système est relativement lent, les exigences de commande ne sont pas satisfaites. Pour assurer la stabilité et la rapidité du système une simulation comparative entre un contrôleur PID conventionnel et $\mathbf{PI}^\lambda \mathbf{D}^\mu$ à ordre fractionnaire.

Un schéma block (Fig II.8) simulé en utilisant Matlab/Simulink, en premier temps, le même système MCC ci-dessus sera commandé par PID conventionnel et $\mathbf{PI}^\lambda \mathbf{D}^\mu$ en même temps pour voir les effets de de chaque commande.

Les résultats de simulation seront illustrés dans (Figure 1.9), un tableau (Tab II.1) contient une comparaison entre le temps de montée T_m , temps de prise T_p et le dépassement D avec les deux différents contrôleurs.

D'après Hekimoğlu et Baran [25], les ordres choisis du contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ $\lambda=0.9112$ et $\mu=0.8401$. En outre, les gains choisis pour ce contrôleur sont $k_p = 19.7722$, $k_i = 9.1117$ et $k_d = 9.1117$. Et pour le contrôleur PID classique, les gains choisis sont $k_p = 11.9437$, $k_i = 2.0521$ et $k_d = 2.4358$.

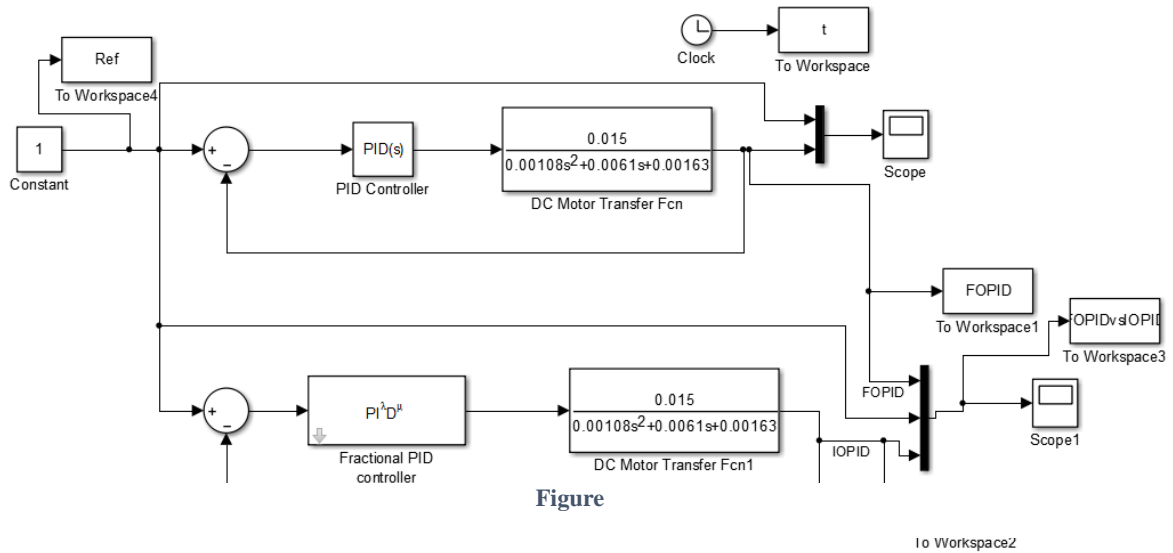


Fig II. 8: schéma block du système MCC Matlab/Simulink

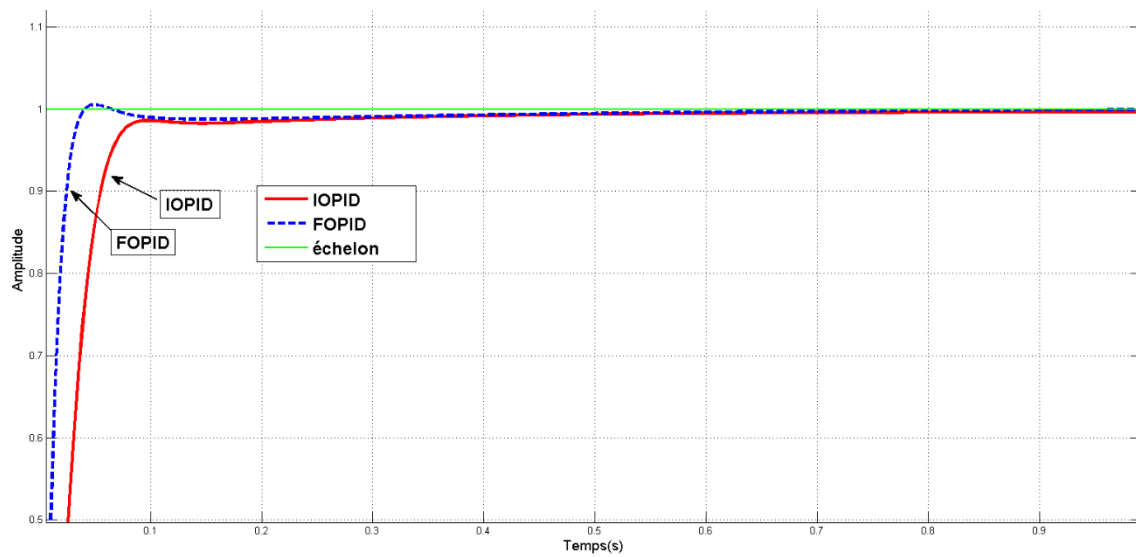


Fig II. 7: Comparaison de la réponse échelonnée en vitesse du MCC avec IOPID et FOPID

Tab II. 2: réponse de simulation du contrôleur PID et FOPID

Le type de contrôleur	$D(\%)$	$T_p(s)(\pm 2\%)$	$T_m(s)$
<i>IOPID</i>	Sans dépassement	0.0783	0.0460
<i>FOPID</i>	0.0339	0.0339	0.0210

Commentaires :

- Le contrôleur **FOPID** à :
 - Un **temps de montée** nettement plus rapide.
 - Un **temps de stabilisation** nettement plus rapide.
 - Un **petit dépassement**, absent dans le contrôleur IOPID.
 - Des valeurs maximales très proches de celles du IOPID, avec un **pic légèrement plus élevé**.

II.3 La commande adaptative

Dans le langage courant, « s'adapter » fait référence à un changement de comportement pour s'adapter à de nouvelles circonstances. Un contrôleur adaptatif peut ajuster son comportement en réponse à des changements dans la dynamique des processus et à des perturbations. La différence entre la commande par rétroaction (feedback) et la commande adaptative est une question courante, car les deux visent à réduire les perturbations et l'incertitude. Des tentatives visant à définir formellement la commande adaptative ont été faites au fil des ans. Les premières suggestions en 1961 définissaient un système adaptatif comme un système conçu avec un point de vue adaptatif. En 1973, un comité de l'IEEE a introduit de nouveaux termes tels que système de contrôle auto-organisé (SOC) et système de contrôle de l'apprentissage, mais ceux-ci n'ont pas été largement acceptés. Il n'existe toujours pas de définition claire de la commande adaptative permettant de déterminer si un système est adaptatif. Malgré cela, il est

généralement admis qu'un système de rétroaction à gain constant n'est pas considéré comme adaptatif [16].

Un système de commande adaptative peut être conceptualisé comme étant composé de deux boucles distinctes, l'une fonctionnant comme un mécanisme de retour d'état standard impliquant le processus et le contrôleur, tandis que l'autre boucle sert de mécanisme d'ajustement des paramètres [16]. Un schéma fonctionnel d'un système adaptatif peut être observée sur la **Fig II.10**. Il convient de noter que la boucle de réglage des paramètres présente généralement une réponse plus lente que la boucle de rétroaction conventionnelle. La compréhension

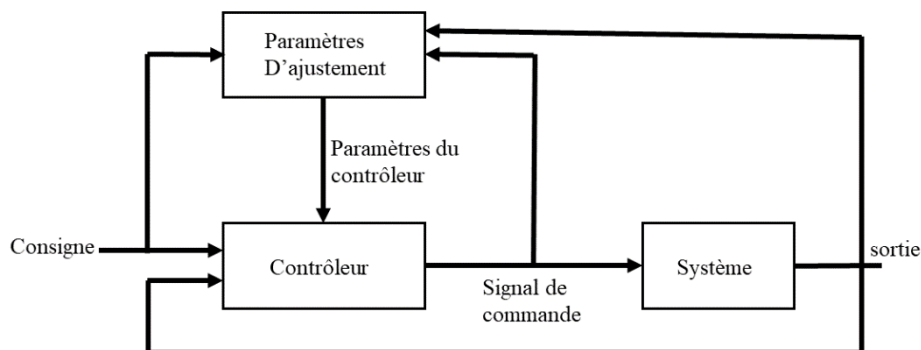


Fig II. 9 : schéma fonctionnel d'un système adaptatif

des systèmes adaptatifs est cruciale pour les ingénieurs automaticiens en raison de leurs caractéristiques avantageuses, qui peuvent être utilisées efficacement pour améliorer les performances et les fonctionnalités des systèmes de commande.

II.3.1 CAMR : Un bref aperçu

L'une des stratégies de la commande adaptative les plus utilisées est la commande adaptative à référence du modèle (CAMR), dont l'objectif principal est de déterminer un signal de commande approprié pour garantir que la sortie du système commandé suit la sortie du modèle de référence. Dans le même temps, il est essentiel de maintenir la stabilité du système en boucle fermée [17].

Nous nous concentrons, dans ce mémoire, sur l'étude de la commande adaptative direct. Une illustration du concept fondamental de cette méthode est illustrée dans (Figure 1.11).

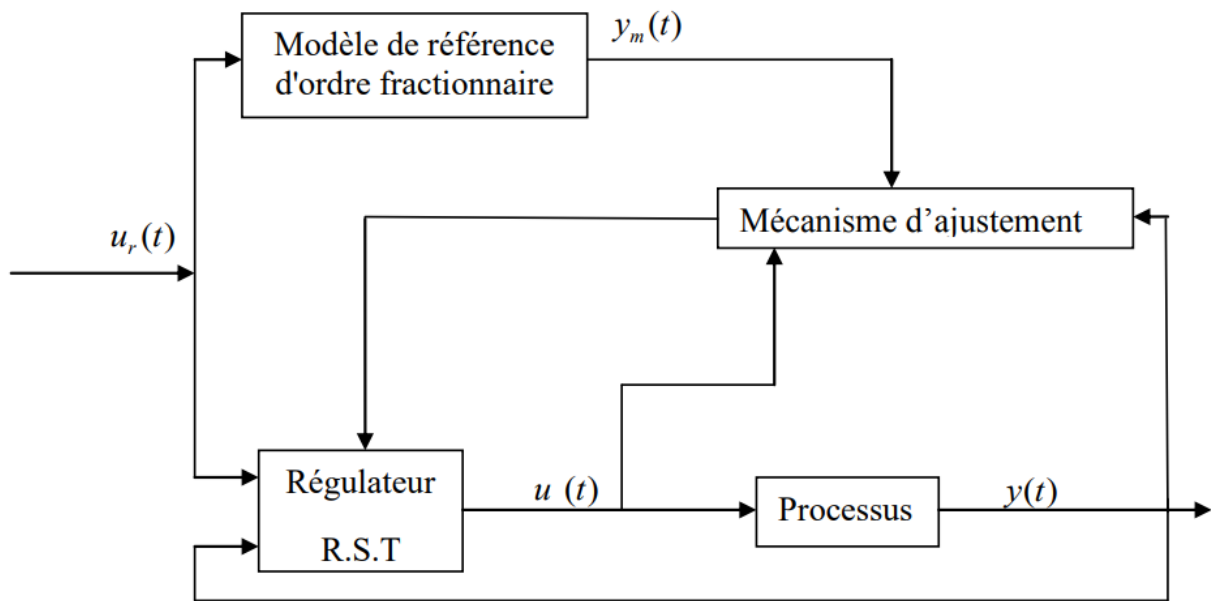


Fig II. 10: CAMR directe à modèle d'ordre fractionnaire

II.3.1.1 la méthode de gradient (règle MIT) :

Le fondement de la méthode du gradient dans le contrôle adaptatif de référence du modèle repose sur la prémisse selon laquelle les paramètres présentent des changements plus lents que les autres variables du système. Cette hypothèse cruciale permet une analyse quasi-stationnaire, nécessaire au calcul des dérivées de sensibilité essentielles au processus d'adaptation [22].

Soit e l'erreur entre la sortie du système, y , et la sortie du modèle de référence, y_m . Soit θ le vecteur des paramètres ajustables. système, y , et la sortie du modèle de référence, y_m . Soit θ le vecteur des paramètres ajustables. En utilisant le critère :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (\text{II. 10})$$

La règle d'ajustement pour changer les paramètres dans le sens du gradient négatif de J est la suivante :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{dJ}{d\theta} = -\gamma e \frac{de}{d\theta} \quad (\text{II. 12})$$

Si l'on suppose que les paramètres Change lentement par rapport au reste des variables du système, la dérivée de e par rapport à θ , connue sous le nom de dérivée de sensibilité du système, peut être déterminée en supposant que θ reste constant [23].

Ça nous donne (voir [16]) :

$$\theta = -\frac{\gamma}{s} y_m e \quad (\text{II. 13})$$

Le signal de commande est calculé en suivant la relation suivante :

$$u = \varphi^T \theta \quad (\text{II. 14})$$

Tel que φ représente le vecteurs de régression qui combine les signaux d'entrée et de sortie mesurés u et y , ainsi que le signal d'entrée-référence u_c .

Ça conduit à la schéma block suivante (Fig II.12).

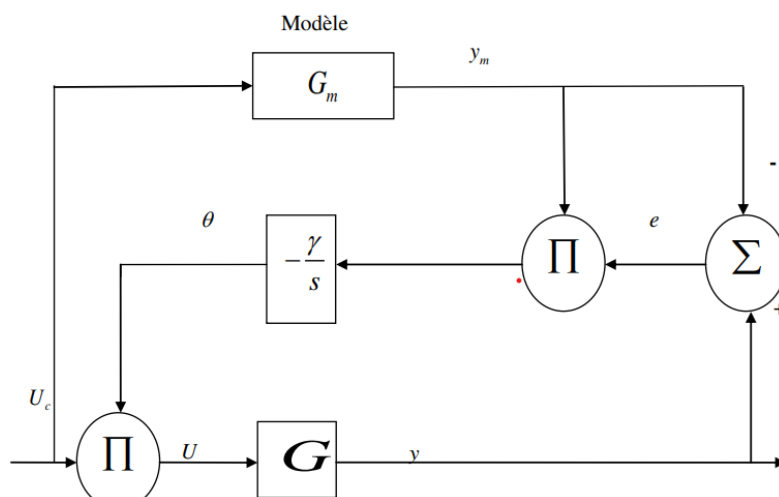


Fig II. 11: Algorithme d'adaptation

II.4 Utilisation du calcul d'ordre fractionnaire dans CAMR

II.4.1 Règle d'ajustement à l'ordre fractionnaire

II.4.1.1 L'intégration fractionnaire

Dans (Fig II.12) illustrant l'algorithme d'ajustement, une intégration d'ordre λ [23, 26] est implémentée avec λ valeur réel positive non nulle satisfaisant à la condition : $0 < \lambda < 2$. En outre, un modèle de référence fractionnaire G_m est utilisé, ce qui donne le schéma block illustré à (Figure 2.4), on obtient :

$$\theta = -\frac{\gamma}{s^\lambda} y_m (y - y_m) = -\frac{\gamma}{s^\lambda} y_m e \quad (\text{II. 15})$$

Alors

$$\frac{d^\lambda \theta}{dt^\lambda} = -\lambda y_m e \quad (\text{II. 16})$$

Et

$$\theta = -\gamma I^\lambda (y_m e) \quad (\text{II. 17})$$

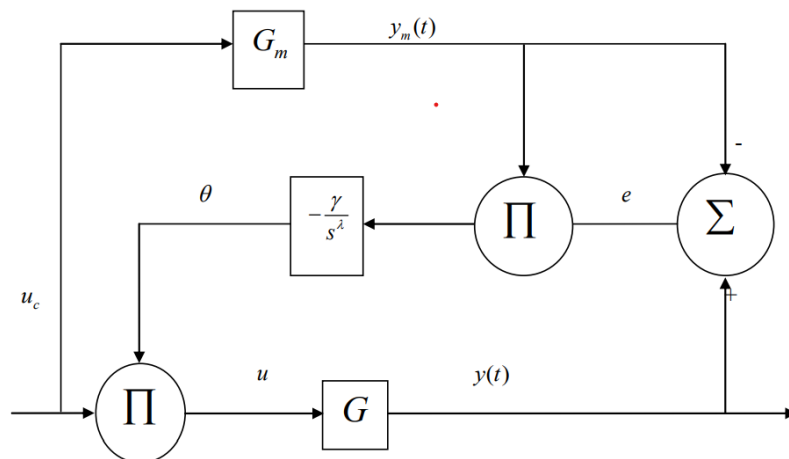


Fig II. 12: Intégration d'ordre fractionnaire dans l'algorithme d'adaptation

Vinagre et al. [23] ont observé que l'intégration des ordres fractionnaires dans le

MRAC élargit la plage de changement de l'écart de référence pour maintenir la stabilité en boucle fermée, en particulier avec un petit paramètre de régulation γ et une amplitude du signal de référence u_c faibles, permettant la stabilisation de la boucle de contrôle adaptative lorsqu'une règle de commande entière est inefficace.

II.5 Simulation et commentaire

II.5.1 Commande en vitesse d'un moteur à Courant continu

Simulation

- Si le modèle de référence est à ordre entier :

Application au commande de la vitesse d'un moteur à courant continu, la fonction de transfert est identifiée comme [22] :

$$G(s) = \frac{81018}{s^2 + 260.7s + 2394} \quad (\text{II. 18})$$

Le modèle référence est un système de second ordre de la forme :

$$G_m(s) = \frac{100}{s^2 + 19s + 100} \quad (\text{II. 19})$$

On aura les résultats données dans la (Figure II.14) , avec $\gamma = 0.2$.

- Si le modèle de référence est à l'ordre fractionnaire :

Le modèle référence est un système à ordre fractionnaire de la forme :

$$G_{mf}(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{100} + 1.9\frac{s}{10} + 1\right)^m} \quad \text{II. 20}$$

On obtient les réponses données dans la (Figure II.15), avec $m=0.55$ et $\gamma = 0.5$

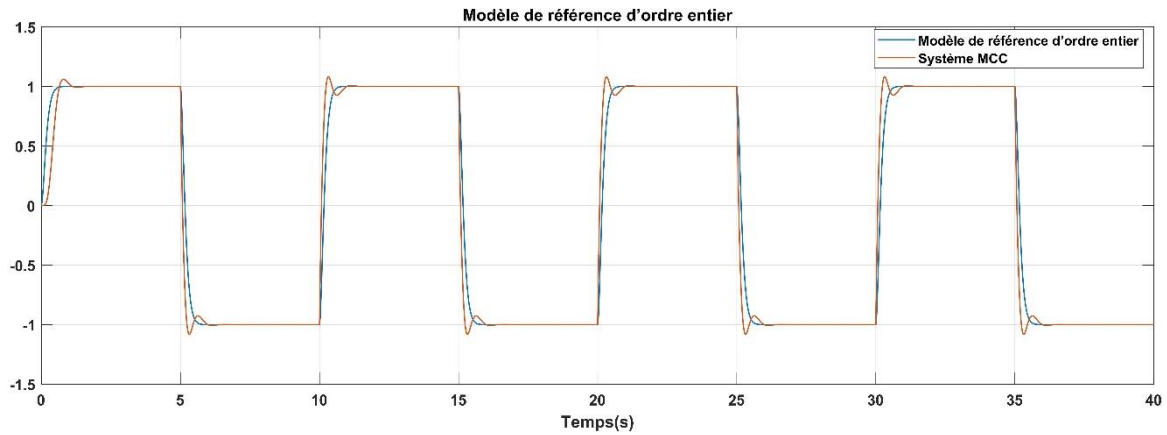


Fig II. 13 : Réponse de la CAMR avec modèle de référence d'ordre entier

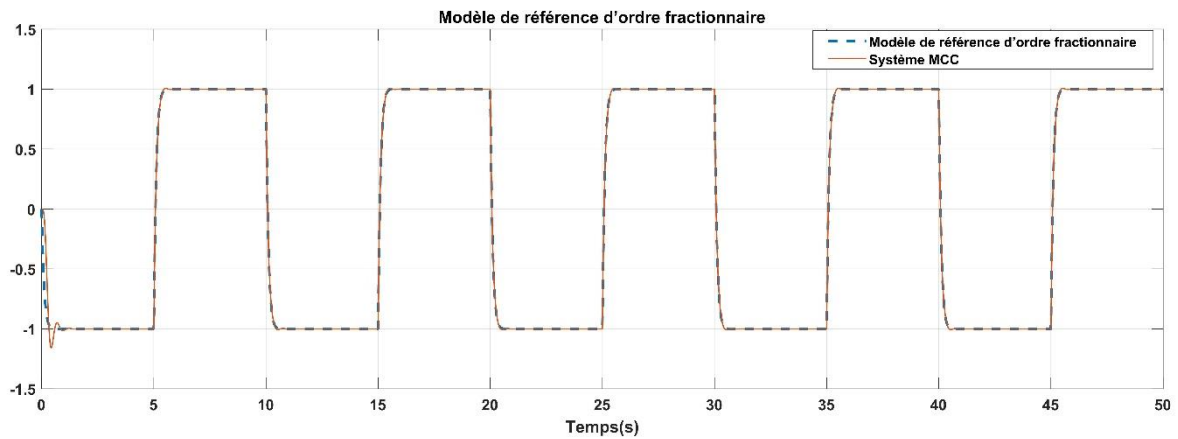


Fig II. 14: Réponse de la CAMR avec modèle de référence d'ordre fractionnaire

Commentaires :

- Les résultats pour le modèle d'ordre entier (Figure II.14) et pour le modèle d'ordre fractionnaire (Figure II.15) montrent une amélioration notable de la dynamique du système de commande en boucle fermée.
- Le paramètre du gain d'adaptation γ nécessaire pour stabiliser le système adaptatif est très faible dans le modèle d'ordre entier (deux fois inférieur à celui du cas fractionnaire), ce qui permet d'accroître la marge de stabilisation du système. En effet, un léger accroissement de la valeur γ a tendance à déclencher des perturbations dans le système.

En déduction, Un modèle d'ordre fractionnaire est introduit comme modèle de référence dans l'algorithme de CAMR, cela nous permis de :

- d'accroître la vitesse de convergence du processus.
- et de s'assurer de la stabilité de la boucle de commande (cette propriété dépendait beaucoup plus de la loi de commande utilisée).

II.6 CAMR avec l'intégration d'ordre fractionnaire

Dans cette partie, nous souhaitons approfondir notre approche en introduisant un intégrateur d'ordre fractionnaire dans la loi de commande M.I.T de la CAMR pour les processus SISO,

D'après la section (I.4.1.1) et la (Figure I.13) on va étudier le même système (MCC) (II.18)

II.6.1 Simulation et commentaire

Simulation

Le modèle de référence choisit est :

$$G_m(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{100} + 1.9\frac{s}{10} + 1\right)^m} \quad (\text{II. 21})$$

G_m est approximée par une fonction d'ordre entier en utilisant la méthode de singularité de Charef [11], où m est l'ordre d'intégration . On choisit $m=0.55$.

$$G_m(s) = \frac{\left(\frac{s}{10} + 1\right) \prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{Z_i}\right)}{\left(\frac{s^2}{100} + 1.9\frac{s}{10} + 1\right) \prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{P_i}\right)} = \frac{B_m(s)}{A_m(s)} \quad (\text{II. 22})$$

$$G_m(s) = \frac{4.4668e^3s^6 + 2.7249e^6s^5 + 4.9686e^7s^4 + 4.014e^{10}s^3 + 1.3027e^{12}s^2 + 7.943e^{13}s + 7.943e^{13}}{s^8 + 1.2307e^3s^7 + 4.8339e^5s^6 + 7.7867e^7s^5 + 5.6415e^9s^4 + 1.9357e^{11}s^3 + 3.2403e^{12}s^2 + 2.5834e^{13}s + 7.943e^{13}} \quad (\text{II. 23})$$

On obtient les réponses données dans la (Figure 1.16), pour différent valeurs d'ordre d'intégration :

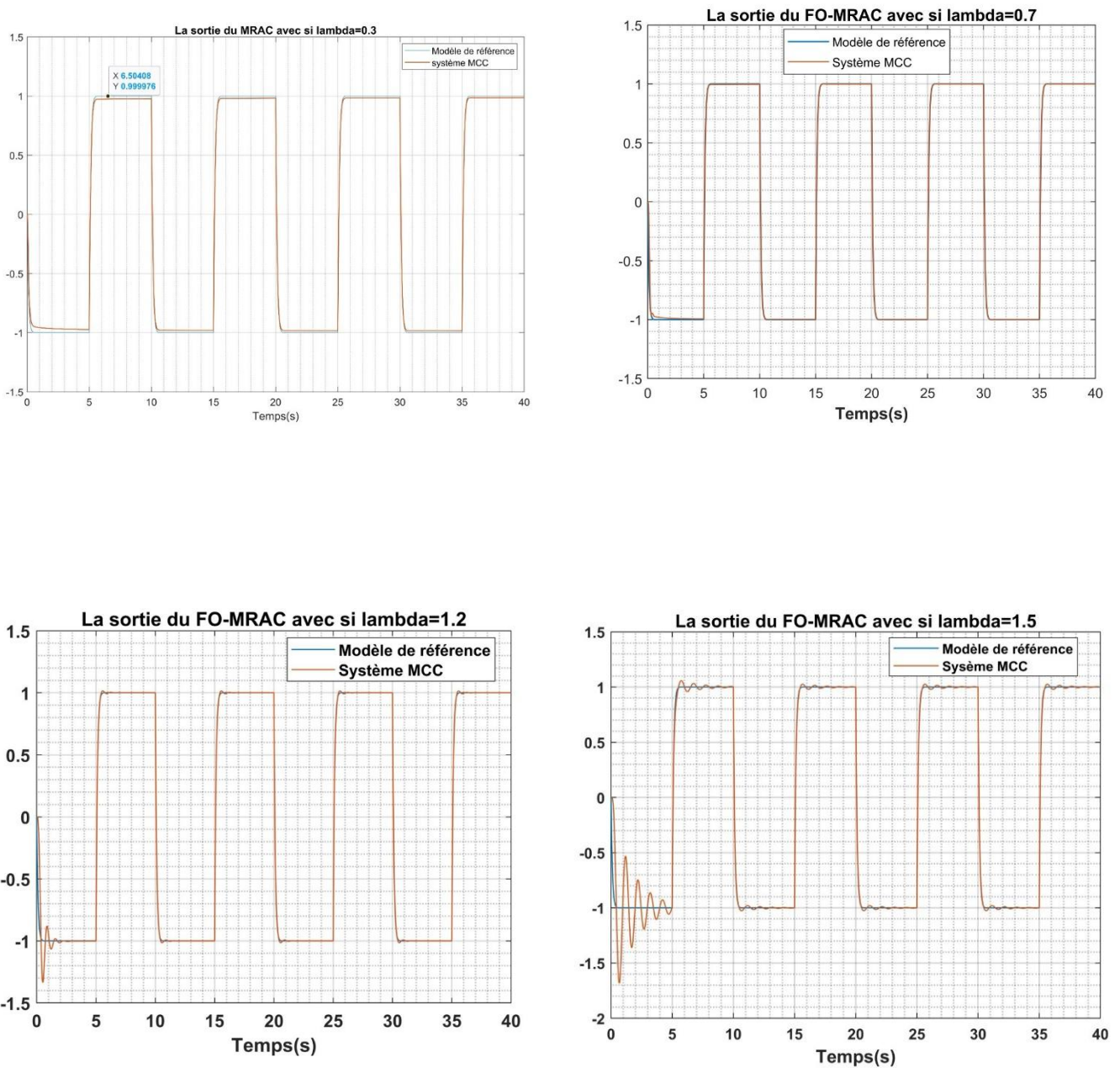


Fig II. 15: CAMR avec intégration d'ordre fractionnaire, ordres d'intégration : $\lambda = 0.3-1.5$

Commentaires

- La stabilité de la boucle fermée est assurée pour toutes les valeurs de λ .
- Il est possible de constater à partir de (Figure I.16) que le niveau de performance est plus élevé pour $\lambda \approx 0.7$, en ce qui concerne le temps de réponse et le lissage de la courbe.
- Dans la phase transitoire, de fortes oscillations se manifestent lorsque les valeurs de l'ordre fractionnaire d'intégration ($\lambda \geq 1.4$) sont disponibles.

En conclusion, l'introduction d'un intégrateur d'ordre fractionnaire avec un choix de modèle de référence d'ordre fractionnaire approprié, la loi de commande de M.I.T a été modifiée pour améliorer les performances de la commande CAMR d'un processus SISO. Donc, la réponse est accélérée et la boucle fermée est maintenue stable pour toutes les valeurs de l'ordre d'intégration.

II.7 CAMR avec dérivée d'ordre fractionnaire

Soit $G_m(s)$ le modèle de référence fractionnaire du FT du 2nd ordre. Nous allons introduire la dérivée d'ordre fractionnaire dans la sortie du processus, comme présenté dans (Figure I.17). Le degré relatif de la fonction de transfert SISO, n , est supposé connu [22].

C'est-à-dire

$$G(s) = \frac{Num(s)}{Den(s)} \quad (\text{II. 24})$$

Avec,

$$\deg(Den(s)) - \deg(Num(s)) = n \quad (\text{II. 25})$$

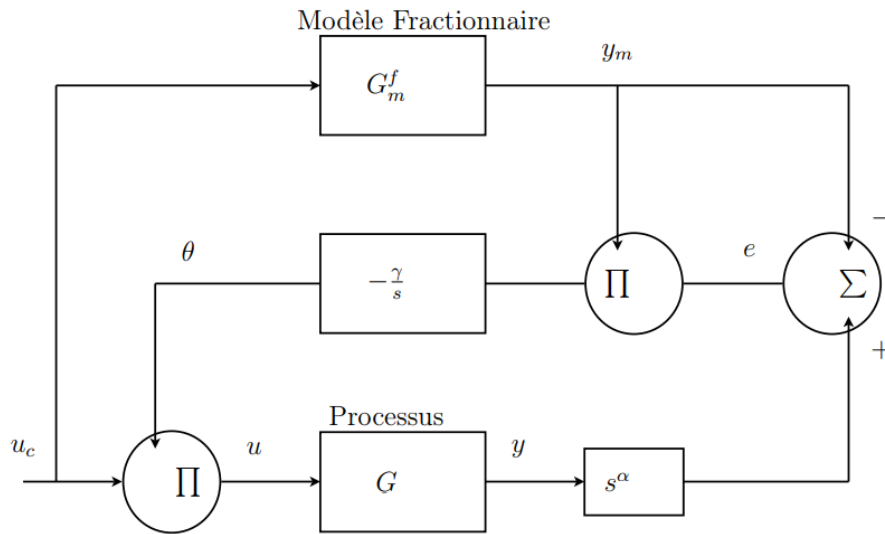


Fig II. 16: Algorithme d'adaptation utilisant la dérivée d'ordre fractionnaire de la sortie

Si $|s|$ est relativement grand on peut écrire :

$$G_m(s) = \frac{y_m}{u_c} = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_n} + 1\right)^m} |s| \rightarrow \approx \infty \frac{1}{s^{2m}} \quad (\text{II. 26})$$

Et,

$$G(s) = \frac{y}{u} |s| \rightarrow \approx \infty \frac{1}{s^n} \quad (\text{II. 27})$$

Pour comparer $y_m(t)$ à $\frac{d^\alpha y(t)}{dt^\alpha}$ on doit avoir :

$$\frac{s^\alpha}{s^n} = \frac{1}{s^{2m}} \quad (\text{II. 30})$$

C'est-à-dire :

$$\alpha = n - 2m \quad (\text{II. 31})$$

II.7.1 Simulation et Commentaires :

Afin d'analyser les résultats de cet algorithme, nous allons le mettre en pratique

sur le système du moteur à courant continu (II.18).

Simulation

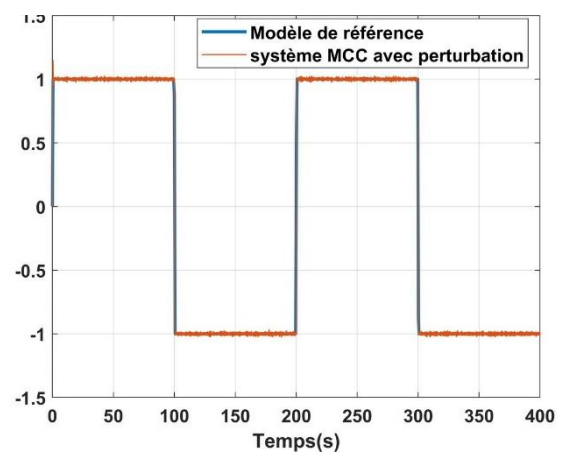
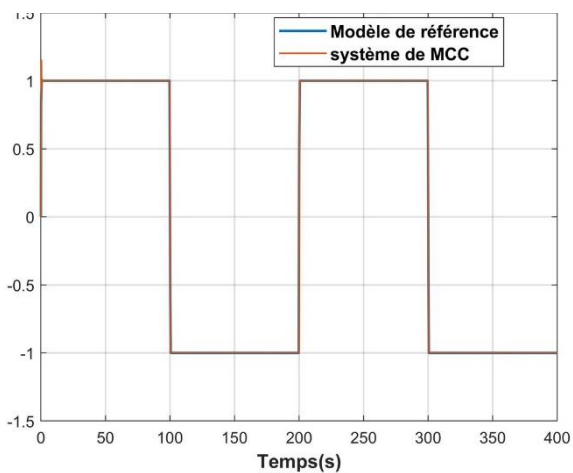
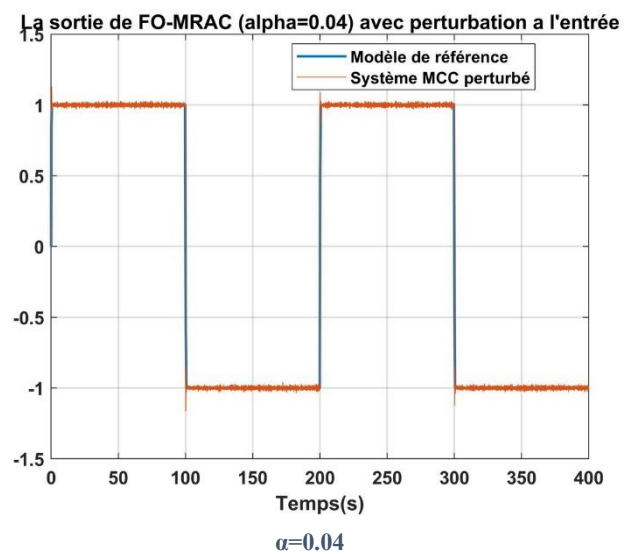
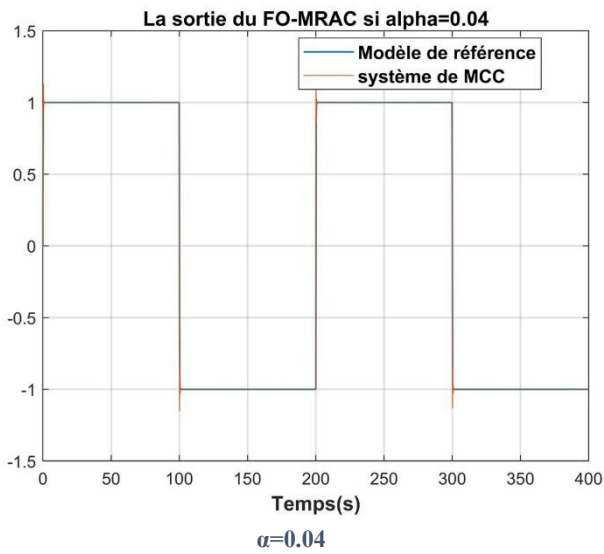
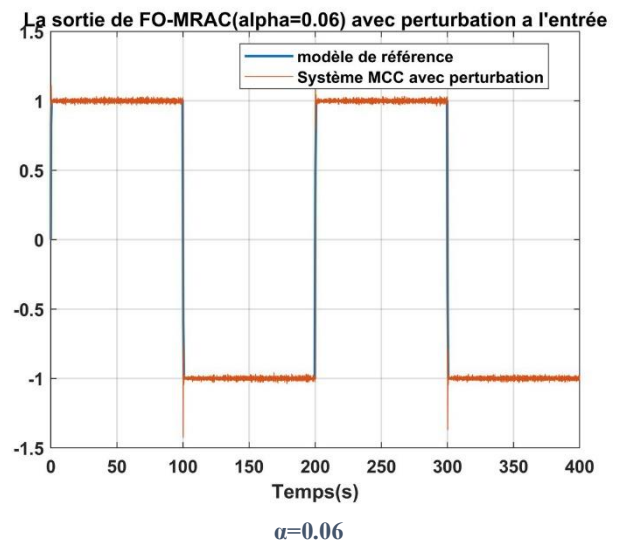
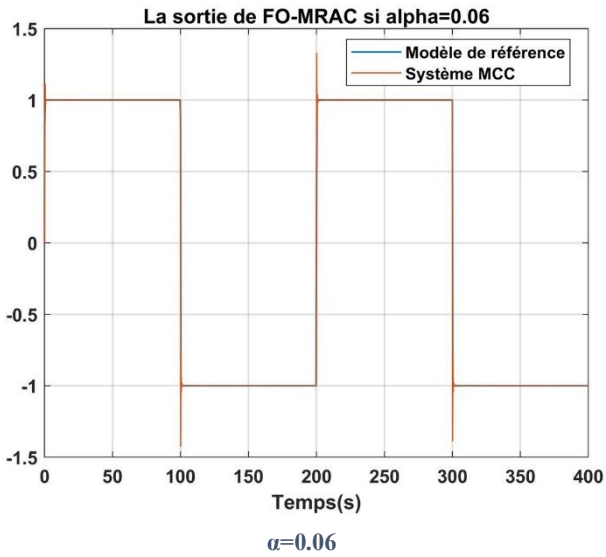


Fig II. 17: CAMR avec la dérivée d'ordre fractionnaire, ordres de la dérivée : $\alpha = 0.01-0.06$. Sans/Avec perturbation à l'entrée

Commentaires

- La stabilité de la boucle fermée est maintenue pour toutes les valeurs de α , avec un bon niveau de performances
- Pour les valeurs petites des $\alpha \leq 0.05$, on constate qu'il y'a un rejet évident des perturbation.

Conclusion

Dans ce chapitre, une comparaison entre la commande PID conventionnelle et $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire est mise en place, la dernière a donnée des bonnes résultats au niveau des indices de performance.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, la commande adaptative à modèle de référence est introduite avec deux cas, l'un est l'intégration fractionnaire et l'autre la dérivée d'ordre fractionnaire, ces deux cas ont garanti la stabilité de la boucle fermée et offre un niveau acceptable de performances dynamiques en assurant la rejection des perturbations.

En résumé, ces résultats ont révélé des bénéfices qui pourraient être intéressants pour la commande des systèmes partiellement inconnus où le temps de réponse est une priorité ou qui évoluent dans un environnement bruyant.

**CHAPITRE III : LA COMMANDE PID ADAPTATIVE
D'ORDRE FRACTIONNAIRE**

Introduction

En combinant la flexibilité de l'ordre fractionnaire avec la puissance de l'optimisation par l'algorithme génétique, ce chapitre cherche à repousser les limites des méthodes traditionnelles de commande. L'objectif est d'optimiser les performances du $PI^\lambda D^\mu$ (ordre fractionnaire) et PID classique en s'adaptant de manière dynamique aux variations de paramètres et en exploitant la nature non entière du système.

III.1 L'algorithme génétique

Un algorithme génétique est une heuristique de recherche inspirée de la théorie de la sélection naturelle de Charles Darwin. Cet algorithme reflète le processus de sélection naturelle où les individus les plus aptes sont sélectionnés pour la reproduction afin de produire la progéniture de la génération suivante. Le processus est répété jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante soit trouvée. [27]

III.2 Principe de base

L'algorithme génétique utilise la sélection naturelle et la mutation pour identifier des solutions optimales à la résolution des problèmes, en s'appuyant sur les étapes suivantes :

- Le codage des éléments de population doit respecter un principe qui garantit la sélection d'une méthode de codage efficace pour atteindre le résultat souhaité.
- Population de solutions : L'algorithme génétique commence par initialiser un groupe de solutions potentielles appelées individus ou phénotypes, chaque individu représentant une réponse potentielle au problème posé.
- Évaluation des individus : Les individus sont évalués en fonction de leur qualité, généralement mesurée par une fonction d'évaluation. Les individus les mieux évalués sont les plus proches de la solution optimale.
- Croisement : Les individus les mieux évalués sont sélectionnés pour se reproduire et former des nouveaux individus. Le croisement peut être réalisé de différentes manières, comme la crossover ou la mutation.
- Mutation : Les nouveaux individus peuvent subir des mutations aléatoires pour introduire de la diversité dans la population.
- Sélection naturelle : La population est éliminée des individus les moins bien évalués, ce qui permet de conserver les individus les plus aptes à trouver la solution optimale.
- Génération suivante : Les étapes précédentes sont répétées pour la génération suivante, jusqu'à ce que la solution optimale soit trouvée ou que la population atteigne un seuil de convergence.

Chaque individu est composé de gènes, représentant des allèles d'un alphabet non numérique où, dans un algorithme de base, ces allèles sont soit 0 soit 1 formant une chaîne binaire.

Gène 1	Gène 2	Gène 3
10010011	11101011	00011010

Tab III. 1 illustration schématique d'un individu

À chaque itération de génération, une nouvelle population est générée avec des individus qui sont généralement plus adaptés à l'environnement.

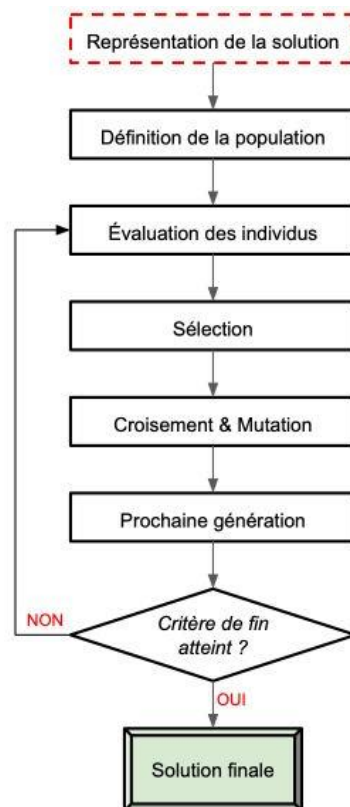


Fig III. 1 : Principe générale des algorithmes génétiques

III.3 Les opérations d'algorithme génétique

III.3.1 Sélection

Divers principes de sélection existent dans la littérature qui peuvent identifier efficacement les individus les plus appropriés dans une population et éliminer les moins souhaitables, les deux principes les plus fréquemment utilisés étant...

III.3.1.3 Le croisement

Les chromosomes d'une paire d'individus choisis (parents) sont recombines par l'opérateur de croisement pour former une nouvelle paire d'individus (enfants) qui héritent de certaines caractéristiques de leurs parents. Le croisement est effectué afin que les chromosomes nouveaux conservent la plus grande partie des chromosomes anciens. Cela afin d'obtenir des chromosomes plus performants. Le croisement à un site est illustré par Fig III.4.



Fig III. 4: Le croisement à un site

I.3.1.4 La mutation

Grâce à la mutation, le codage d'un individu est modifié au hasard pour apporter une certaine variété à la population et éviter qu'elle ne se rassemble trop rapidement en un seul type d'individu parfait, incapable de sortir d'un minimum local. La mutation consiste à altérer un gène d'un individu choisi au hasard, comme illustré dans (Fig III.5).

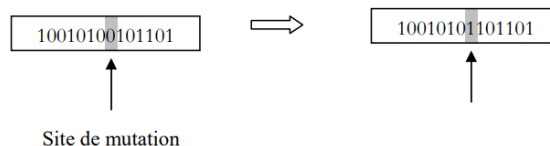


Fig III. 5: Illustration de la mutation.

I.3.1.5 Le codage

L'implantation des algorithmes génétiques nécessite d'abord la création d'une population d'individus initiaux. Effectivement, les algorithmes génétiques s'appliquent à un groupe d'individus, et non à un individu unique. À l'instar de la biologie, chaque membre de la population est représenté par un chromosome ou génération. Ainsi, une population est un groupe de chromosomes.

Un point de l'espace de recherche est codé par chaque chromosome. La performance de l'algorithme génétique dépendra donc de la sélection du codage d'un chromosome.

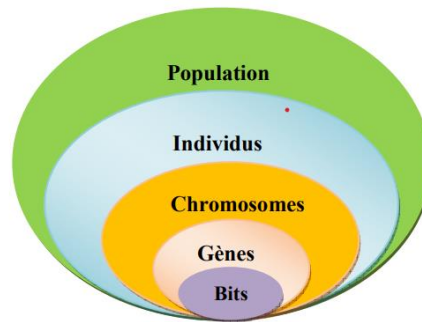


Fig III. 6: Les cinq niveaux d'organisation d'un algorithme génétique.

III.4 Fonction d'évaluation

La fonction d'évaluation, également connue sous le nom de la fonction de fitness, évalue l'adéquation d'un individu à son environnement, aidant à sélectionner le meilleur pour la prochaine génération.

III.5 Application du AG au PID et $PI^{\lambda}D^{\mu}$

III.5.1 PID adaptative à ordre entier

L'optimisation des paramètres des régulateurs PID est réalisée grâce à l'application de l'algorithme génétique (GA) à l'aide de Matlab Genetic Algorithm Toolbox [29]. Il est essentiel de coder le problème dans des chromosomes GA appropriés et d'établir la taille de la population, certains suggérant 20 à 100 chromosomes pour de meilleurs résultats. Le nombre de chromosomes de chaque génération est généralement fixé à 80 ou 100, un équilibre entre l'obtention de résultats optimaux et la prise en compte des contraintes de temps d'exécution.

L'encodage utilise les nombres réels au lieu des nombres binaires en raison de limitations de précision. Chaque chromosome a trois paramètres (K_d , K_p , K_i) avec des limites de valeur basées sur le retard et les fonctions objectives.

III.5.2 Amélioration du tangage d'un avion

Modèle mathématique d'avion

En vol, l'avion peut être manœuvré selon trois axes de rotation. Le lacet fait référence à la rotation autour de l'axe vertical, au roulis autour de l'axe longitudinal et au tangage autour de l'axe latéral. Ces axes se croisent au centre de gravité de l'avion.

Le modèle mathématique de l'angle de tangage est illustré à la (Fig III.7)

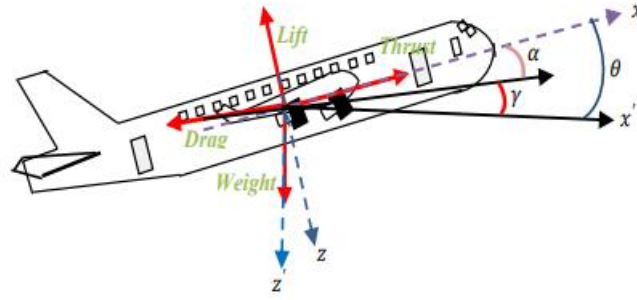


Fig III. 7: Description de la commande de l'angle de tangage

[30].

Le comportement dynamique de l'avion est donné par l'ensemble de relations suivant [30]:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \mu\Omega\sigma \left[-(C_L + C_D)\alpha + \frac{1}{\mu - C_L}q - (C_M \sin \gamma)\theta + C_L \right] \quad \text{III.1}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mu\Omega}{i_{yy}} \left[(C_M - \eta(C_L + C_D))\alpha + (C_m + \sigma((1 - \mu C_L))q + (\eta C_w \sin \gamma)\delta \right] \quad \text{III.2}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \Omega q \quad \text{III.3}$$

D'où $\alpha, \theta, \gamma, \delta$ sont les angles respectivement d'attaque, tangage, trajectoire et de déflexion ;

Et C_T, C_D, C_L, C_w, C_M sont respectivement les coefficients de poussée, traînée, portance, poids et moment de tangage.

σ, η sont des constants, q est le taux de tangage, m est la masse de l'avion et i_{yy} est le moment d'inertie normalisé.

Avant d'identifier la fonction de transfert, nous pouvons ajouter quelques valeurs numériques afin de simplifier les équations de modélisation mentionnées précédemment :

$$\dot{\alpha} = -0.313\alpha + 56.7q + 0.232\delta \quad \text{III.4}$$

$$\dot{q} = -0.0139\alpha - 0.426q + 0.0203\delta \quad \text{III.5}$$

$$\dot{\theta} = 56.7q \quad \text{III.6}$$

*Ces valeurs sont extraites depuis des données d'un des avions commerciaux de Boeing.

La fonction de transfert du système mentionné précédemment nécessite l'utilisation de la transformée de Laplace des équations de modélisation mentionnées précédemment. Il est important de se rappeler que lors de la recherche d'une fonction de transfert, il est nécessaire de supposer des conditions initiales nulles. La transformée de Laplace des équations mentionnées précédemment est exposée ci-dessous.

$$sA(s) = -0.313A(s) + 56.7Q(s) + 0.232\Delta(s) \quad \text{III.7}$$

$$sQ(s) = -0.0139A(s) - 0.426Q(s) + 0.0203\Delta(s) \quad \text{III.8}$$

$$s\theta(s) = 56.7Q(s) \quad \text{III.9}$$

D'après la substitution des équations (III.7), (III.8) et (III.9) on déduit la fonction de transfert de l'angle de tangage d'avion suivante :

$$G_t(s) = \frac{\theta(s)}{\Delta(s)} = \frac{1.151s + 0.1774}{s^3 + 0.739s^2 + 0.921s} \quad \text{III.10}$$

D'où $\Delta(s)$: l'ascenseur de déflexion et $\theta(s)$: l'angle de tangage.

La commande PID adaptative

La loi de la commande adaptative à l'ordre entier par feedback est donnée par l'équation suivante :

$$u(t) = -k_c [k_1(t)e(t) + I\{k_2(t)e(t)\} + (k_3(t)e(t))] \quad \text{III.11}$$

Avec :

$$k_1(t) = k_p(t) + \alpha_1 k_i(t) + \alpha_3 k_d(t)$$

$$k_2(t) = \alpha_2 k_i(t), k_3(t) = \alpha_4 k_i(t), k_p(t) = e^2(t)$$

$$k_i(t) = I\{e^2(t)\} \text{ et } k_d(t) = D\{e^2(t)\}$$

$$e(t) = y(t) - r(t)$$

D'où k_c, α_1, α_2 sont des constants positifs.

(Figure 3.8) présente la représentation schématique ordinaire de l'ensemble du

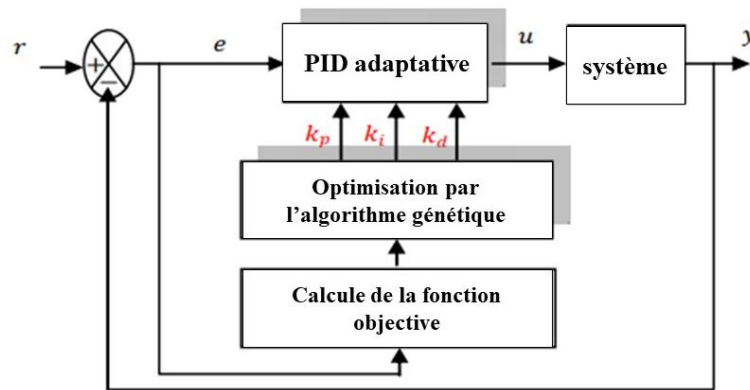


Fig III. 8: Système de la commande PID adaptative classique

système.

La commande $PI^\lambda D^\mu$ adaptative

La loi de la commande adaptative à l'ordre fractionnaire par feedback est donnée par l'équation suivante :

$$u(t) = -k_c [k_1(t)e(t) + I^\lambda \{k_2(t)e(t)\} + D^\mu \{k_3(t)e(t)\}] \quad \text{III. 12}$$

Avec :

$$k_1(t) = k_p(t) + \alpha_1 k_i(t) + \alpha_3 k_d(t)$$

$$k_2(t) = \alpha_2 k_i(t)$$

$$k_3(t) = \alpha_4 k_i(t)$$

Et

$$k_p(t) = e^2(t)$$

$$k_i(t) = I^\lambda \{e^2(t)\}$$

$$k_d(t) = D^\mu \{e^2(t)\}$$

$$e(t) = y(t) - r(t)$$

(Figure 3.9) présente la représentation schématique ordinaire de l'ensemble du système de la commande PID adaptative fractionnaire.

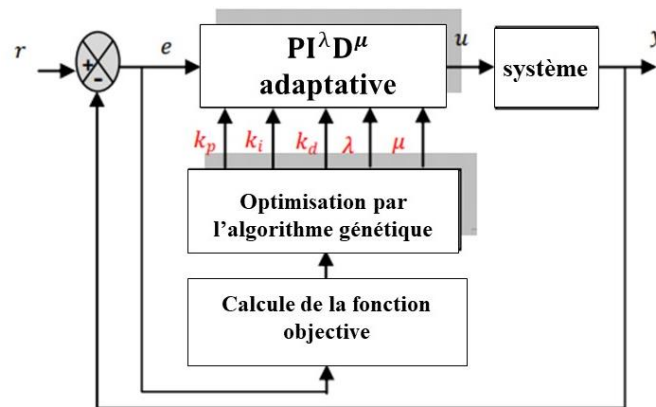


Fig III. 9: Système de la commande PID adaptative fractionnaire

Simulation et commentaires

- Simulation

On utilise l'écart entre la sortie calculée et mesurée afin de déterminer la fonction de fitness F qui sera employée pour réduire l'erreur. L'erreur absolue moyenne (MAE) est calculée de la manière suivante :

$$EAM = \frac{\sum_{i=1}^N |y_i - r_i|}{N} \quad \text{III. 13}$$

Où y correspond à la sortie mesurée et r correspond à la sortie désirée.

L'angle de tangage de l'avion est illustré dans la (Figure 3.9) en utilisant la commande PID adaptative à ordre entier, avec les valeurs des paramètres optimisées suivantes : $k_p = 102,1065$, $k_i = 1,1544$, $k_d = 48,3401$:

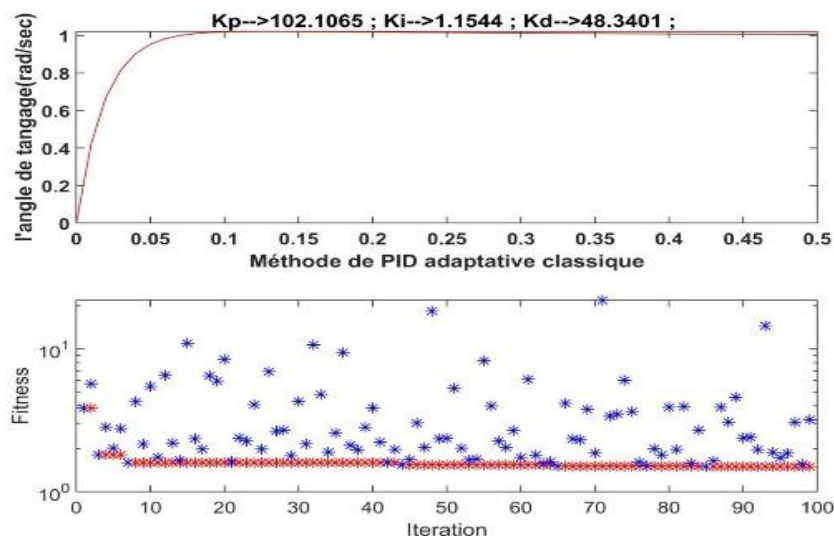


Fig III. 10: Angle de tangage de l'avion à l'aide du PID adaptatif entier

Le tableau ci-dessous présente l'analyse des performances de la commande $PI^\lambda D^\mu$ adaptative fractionnaire et de la commande PID adaptative à l'ordre entier :

Tab III. 2: Paramètres de stabilité de réponse transitoire du système de l'avion:

La commande	Dépassement(%)	Temps de prise (sec)	Temps de montée(sec)	L'erreur absolue moyenne(rad)
PID adaptative	0.6041	0.0643	0.0374	0.0004
$PI^\lambda D^\mu$ adaptative	0.3169	0.0197	0.0126	0.0002

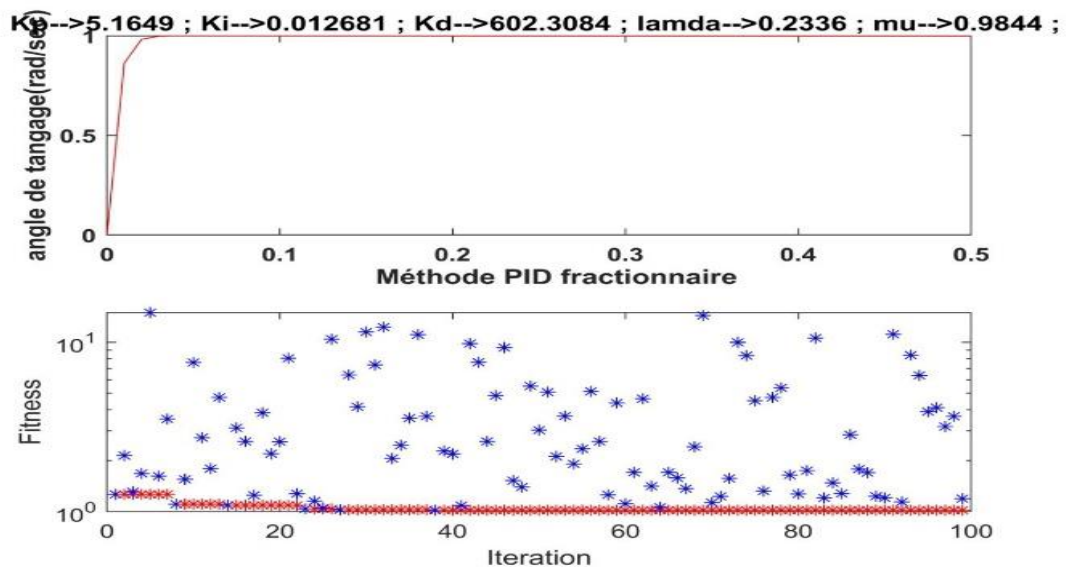


Fig III. 11:Angle de tangage de l'avion à l'aide du PID adaptatif fractionnaire

L'angle de tangage de l'avion est illustré dans la (Figure 3.10) en utilisant la commande PID adaptative a ordre fractionnaire, avec les valeurs des paramètres optimisées suivantes : $k_p = 5,1649$, $k_i = 0,012681$, $k_d = 602,3084$ et les ordre d'intégration et de dérivation vaut $\lambda=0.2336$ et $\mu=0.9844$ respectivement.

- **Commentaire**

La commande PID adaptative fractionnaire pour le système d'avion présente une amélioration significative du dépassement, du temps de prise, du temps de montée et de l'erreur absolue moyenne par rapport aux résultats de la commande PID adaptative entier.

III.5.3 Application à un système d'ordre fractionnaire

On va tester ces deux approches avec un système d'ordre fractionnaire, prenons par exemple ce système d'ordre fractionnaire :

$$G(s) = \frac{1}{s^{2.3} + 2s^{1.4} + 2.4s^{0.9} + 1} \quad \text{III. 14}$$

Simulation et Commentaires

- Simulation

Les réponses du système fractionnaire sont illustrées dans la (Figure 3.11) en utilisant la commande PID adaptative à l'ordre entier, avec les valeurs $K_p=107.2639$, $K_i=0.81552$ et $K_d=692.2851$

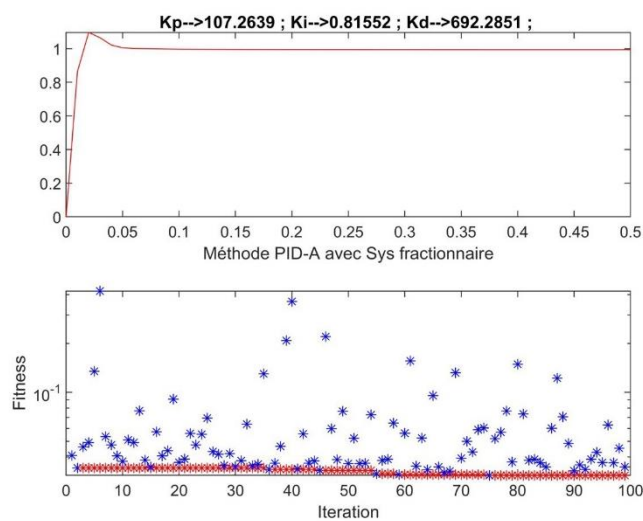


Fig III. 12 : réponse du système fractionnaire avec PID adaptative

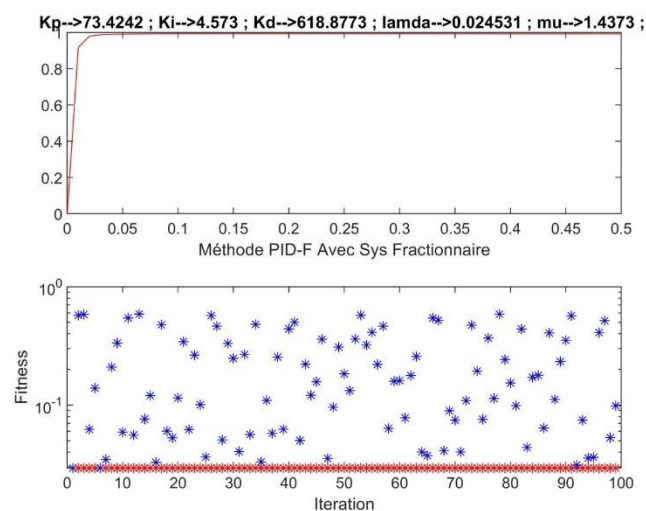


Fig III. 13 : réponse du système fractionnaire avec PID adaptative à ordre fractionnaire

Les réponses du système fractionnaire sont illustrées dans la (Figure 3.12) en utilisant la commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire, avec les valeurs $K_p=73.4242$, $K_i=4.573$ et $K_d=618.8773$ et les ordre d'intégration et de dérivation vaut $\lambda=0.024531$ et $\mu=1.4373$ respectivement.

Le tableau ci-dessous présente l'analyse des performances du système fractionnaire par la commande $PI^\lambda D^\mu$ adaptative fractionnaire et de la commande PID adaptative à l'ordre entier :

Tab III. 3: l'analyse des performances du système fractionnaire par la commande $PI^\lambda D^\mu$ adaptative fractionnaire et de la commande PID adaptative à l'ordre entier

La commande	Dépassement(%)	Temps de prise (sec)	Temps de montée(sec)	L'erreur absolue moyenne(MAE)
PID adaptative	0.0752	0.0193	0.0091	0.0003
$PI^\lambda D^\mu$ adaptative	10.3434	0.0449	0.0102	0.0002

- Commentaires

En comparant les performances de la commande PID adaptative à l'ordre entier et de la commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1. Temps de montée (Rise Time) :

- La commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire présente un temps de montée légèrement plus court (0.0091) par rapport à la commande PID adaptative (0.0102).
- Cela signifie que le système atteint sa valeur de consigne plus rapidement avec la commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire.

2. Temps de prise (Settling Time) :

- La commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire a un temps d'établissement plus court (0.0193) que la commande PID adaptative (0.0449).
- Cela indique que le système atteint un état stable plus rapidement avec la commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire.

3. Dépassement (Overshoot) :

- La commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire présente un dépassement plus faible (0.0752) que la commande PID adaptative (10.3434).
- Un dépassement plus faible est généralement souhaitable pour éviter des oscillations excessives autour de la valeur de consigne.

4. Erreur absolue moyenne :

- La commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire a une erreur absolue moyenne légèrement inférieure (0.0292) par rapport à la commande PID adaptative (0.0309).
- Cela suggère que la commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire offre une meilleure précision dans le suivi de la consigne.

En conclusion, la commande PID adaptative à l'ordre fractionnaire semble offrir de meilleures performances en termes de temps de réponse, de stabilité et de précision par rapport à la commande PID adaptative classique.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons examiné les performances en utilisant la commande PID adaptative à l'ordre entier et la commande PID adaptative fractionnaire optimisée par un algorithme génétique. Nous avons utilisé deux systèmes différents, l'un étant un système d'avion (entier) et l'autre étant un système à ordre fractionnaire. Les performances de dépassement, le temps de prise, le temps de montée et l'erreur absolue moyenne ont été améliorées grâce à l'approche fractionnaire par rapport aux résultats de la commande PID adaptative à l'ordre entier.

Les simulations ont démontré des résultats satisfaisants de l'approche suggérée et confirmé sa supériorité sur une commande PID adaptative à l'ordre entier.

Conclusion générale

Ce mémoire a exploré l'utilisation de la commande PID adaptative à ordre fractionnaire comme une approche prometteuse pour améliorer les performances des systèmes industriels.

Dans le premier chapitre, les concepts fondamentaux du calcul fractionnaire ont été présentés, jetant les bases théoriques nécessaires à la compréhension de cette approche.

Le deuxième chapitre a comparé la commande PID conventionnelle à l'ordre entier avec la commande PID à ordre fractionnaire, démontrant les avantages de cette dernière en termes d'indices de performance. De plus, la commande adaptative à modèle de référence avec intégration et dérivation fractionnaires a été introduite, garantissant la stabilité de la boucle fermée et offrant un niveau acceptable de performances dynamiques, même en présence de perturbations.

Enfin, le troisième chapitre a mis en évidence les performances supérieures de la commande PID adaptative fractionnaire optimisée par un algorithme génétique par rapport à la commande PID adaptative à l'ordre entier. Les simulations réalisées sur des systèmes d'avion et des systèmes à ordre fractionnaire ont montré des améliorations significatives en termes de dépassement, temps de prise, temps de montée et erreur absolue moyenne.

En résumé, les travaux réalisés dans ce mémoire ont démontré le potentiel de la commande PID adaptative d'ordre fractionnaire pour améliorer les performances des systèmes industriels, offrant une approche innovante et prometteuse pour relever les défis de contrôle dans des environnements complexes et incertains.

Recommandations :

1. Poursuivre les recherches sur l'application de la commande PID adaptative à ordre fractionnaire dans différents domaines industriels, tels que l'aéronautique, la robotique, les systèmes de chauffage, ventilation et climatisation, etc. Cela permettra d'évaluer plus largement son efficacité et de promouvoir son adoption dans des contextes variés.

2. Développer des outils logiciels et des bibliothèques dédiées à la conception et à la mise en œuvre de contrôleurs PID adaptatifs à ordre fractionnaire, afin de faciliter leur utilisation par les ingénieurs et les techniciens sur le terrain.

3. Explorer des techniques d'optimisation alternatives, comme les algorithmes d'essaim particulaire ou les réseaux de neurones, pour optimiser les paramètres des contrôleurs PID adaptatifs à ordre fractionnaire, en plus de l'algorithme génétique utilisé dans cette étude.

4. Étudier l'impact de la commande PID adaptative à ordre fractionnaire sur la consommation d'énergie et les émissions des systèmes industriels, en vue de promouvoir une production plus durable et respectueuse de l'environnement.

Perspectives :

1. Étendre les travaux à des systèmes non linéaires et à des systèmes multivariables, qui représentent des défis supplémentaires pour la commande adaptative d'ordre fractionnaire.

2. Développer des approches de commande adaptative à ordre fractionnaire robustes face aux incertitudes paramétriques et aux perturbations externes, en exploitant des techniques d'estimation et d'observation avancées.

3. Étudier l'intégration de la commande PID adaptative à ordre fractionnaire avec d'autres stratégies de commande, comme la commande prédictive ou la logique floue, pour créer des systèmes de contrôle hybrides plus performants.

4. Explorer les applications potentielles de la commande adaptative à ordre fractionnaire dans des domaines émergents, tels que les réseaux de distribution d'énergie intelligents, les véhicules autonomes ou les systèmes de production flexibles.

5. Réaliser des études de cas et des essais sur des systèmes industriels réels pour valider les résultats obtenus par simulation et faciliter le transfert technologique vers l'industrie.

Ces recommandations et perspectives ouvrent la voie à des recherches plus approfondies et à une adoption plus large de la commande PID adaptative à ordre fractionnaire dans les systèmes industriels, contribuant ainsi à l'amélioration continue de leurs performances et de leur efficacité.

Références bibliographique

- [1] Leibniz G.W.; Letter from Hanover; Germany; to G.F.A. L'Hopital, September 30; 1695; in *Mathematische Schriften*, 1849; reprinted 1962, Olms verlag; Hidesheim; Germany; Vol. 2, PP. 301-302; 1965.
- [2] Santanu Saha Ray, Abdon Atangana, S. C. Oukouomi Noutchie, Muhammet Kurulay, Necdet Bildik, and Adem Kilicman. *Fractional Calculus and Its Applications in Applied Mathematics and Other Sciences*, Hindawi Publishing Corporation, Volume 2014, Article ID 849395, 2 pages.
- [3] Oustaloup A. "La Dérivation Non Entière," Hermès, Paris, 1995.
- [4] Y.Bensafia. « Utilisation des filtres fractionnaires pour la conception de régulateurs adaptatifs robustes. » Thèse de doctorat, Université du 20 Août 1955 Skikda, Faculté de Technologie, 2016
- [5] F.S. Wang, W.S. Juang, and C.T. Chan, "Optimal tuning of PID controllers for single and cascade control loops", *Chemical Engineering Communications*, Vol.132, pp.15– 34, 1995.
- [6] Oldham K.B., Spanier J. "the Fractional Calculus," Academic Press, New York, 1974.
- [7] Y. Bensafia, S. Ladaci, and K. Khettab, "Using a Fractionalized Integrator for Control Performance Enhancement", *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Vol. 11, No. 6, pp. 2013-2028, 2015.
- [8] K. Khettab, Y. Bensafia, and S. Ladaci, "Chattering Elimination in Fuzzy Sliding Mode Control of fractional Chaotic Systems Using a Fractional Adaptive Proportional Integral Controller", *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, Vol.10, No.5, pp. 255-266, 2017.
- [9] Ladaci S. "Contribution à la Commande Adaptative d'Ordre Fractionnaire," Thèse de Doctorat, Département d'Electronique, Université Mentouri de Constantine, 2007.

- [10] Oustaloup A. “La Commande CRONE,” Hermès science publications, Paris, 1991
- [11] Charef A., Sun. H.H., Tsao .Y.Y., Onaral. B. “Fractal system as represented by singularity function,” IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. 37, No. 9, pp.1465-1470, 1992
- [12] Podlubny I. “Fractional Order Systems and $PI\lambda D\mu$ Controllers,” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 44, No. 1, pp. 208-214, 1999.
- [13] Van Amerongen J., Ten Cate A.U. “Model reference adaptive controller for ships,” Automatica, Vol. 11, pp. 441-449, 1975.
- [14] Ladaci S., Charef A., Loiseau. J.J., “Robust fractional adaptive control based on the strictly positive realness condition,” Int. J. of Applied Mathematics and Computer Science; Vol. 19, No. 1, pp. 69-76, 2009.
- [15] Charef A., “Modeling and Analog Realization of the Fundamental Linear Fractional Order Differential Equation”, Nonlinear Dynamics, Vol. 46, pp. 195-210, 2006.
- [16] Åström, Karl Johan and Björn Wittenmark. “Adaptive Control.” (1989).
- [17] Narendra KS, Annaswamy AM. Stable adaptive systems. Dover Publications Inc.; 2005.
- [18] Ziegler, J.G. and Nichols, N.B. (1942) Optimal settings for automatic controllers. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 64, 759–768.
- [19] Liang, T.N. (2011) Fractional order PID controllers and analysis of stability region for fractional order systems with uncertain parameters. Doctoral thesis. Xidian University.
- [20] Luo, Y. and Chen, Y. (2012) *Fractional Order Motion Controls*, John Wiley & Sons,Ltd, Chichester.
- [21] Shao, Shuyi, Peng Shi and Mou Chen. “Robust Adaptive Control for Fractional-Order Systems with Disturbance and Saturation.” (2017).

- [22] Ladaci, Samir and Abdelfatah Charef. "On Fractional Adaptive Control." *Nonlinear Dynamics* 43 (2006): 365-378.
- [23] Vinagre, B. M., Petráš, I., Podlubny, I., & Chen, Y. Q. (2002). *Nonlinear Dynamics*, 29(1/4), 269–279. doi:10.1023/a:1016504620249
- [24] Keziz, Bouziane et al. "A new fractional order controller tuning method based on Bode's ideal transfer function." *International Journal of Dynamics and Control* 8 (2020): 932-942.
- [25] Hekimoğlu, Baran. "Optimal Tuning of Fractional Order PID Controller for DC Motor Speed Control via Chaotic Atom Search Optimization Algorithm." *IEEE Access* 7 (2019): 38100-38114.
- [26] Ladaci Samir and A. Charef. "M.I.T ADAPTIVE CONTROL RULE WITH FRACTIONAL ORDER INTEGRATION." (2003).
- [27] M. Mitchell. *An introduction to genetic algorithms*. First ed. Cambridge, Massachusetts: MIT Press. 1996.
- [28] Goldberg, D.E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [29] C. R. Houck, J. Joines. And M.Kay. *A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation*. ACM Transactions on Mathematical Software, 1996.
- [30] Bensafia.Y et al. "Performance Improvement of Aircraft pitch angle using the Fractional Order Adaptive PID Controller." *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY* (2023)

تمت