

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° : Ph/ENR/16/2020



DOMAINE : Sciences de la matière
FILIERE : Physique
OPTION : Physique Energétique
et Energies Renouvelables

**Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique**

Réalisé par:

Brahimi Meryem

Debih Maroua

Intitulé

**Etude numérique de la convection naturelle au
sein d'une cavité carrée**

Soutenu le 22 /06/2020 devant le jury composé de:

Dr. Medjedel Soheyb	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Président
Dr. Boulechfar Hichem	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Rapporteur
Dr. Bendarradji Razik	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Examineur

Année universitaire : 2019/2020

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A mes très chers parents.

A mes frères Antar Morade Samir Walid.

A mes sœurs.

A tous les nombre de ma famille, grand et petit.

A tous mes amis.

*A toute la promotion de master² physique énergétique et
énergies renouvelables.*

M.A.P.O.U.A

Dédicace :

Je dédie ce modeste travail à :

Ma source de tendresse, l'être la plus chère dans le monde, la femme la plus patiente, ma très chère mère.

Mon idéal, l'être le plus généreux, mon très cher père tous leurs prières, leurs encouragements, et leurs sacrifices.

Mes frères et mes sœurs.

Mon très cher grand-père

Ma très chère grand-mère

Toute ma famille.

Tous mes amis.

Tous mes professeurs tout au long de mes études;

La promotion de master 2 physique énergétique, énergie renouvelable, de l'année universitaire 2019-2020 de M'sila ;

Meryem.

Remerciements

Nous remercions avant tout, **ALLAH** tout puissant qui nous à comblé de ses bienfaits et nous a donné assez de force pour achever ce travail et de venir au bout de cette formation.

Il nous est agréable de remercier vivement tous ceux qui, grâce à leur aide précieuse, ont permis la réalisation de ce travail.

Nous tenons tout d'abord à remercier vivement notre encadreur **Dr Hichem BOULECHFAR**, qui à diriger et suivi ce travail avec patience pour sa compréhension, son amabilité et ses conseils précieux. Nous le prions de bien vouloir trouver ici le témoignage de notre très vive gratitude.

Nos vifs remerciements vont également aux Membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions. Nos remerciements les plus vifs au **Dr Soheyb MEDJEDEL** pour avoir accepté de présider le jury, nous tenons à exprimer nos remerciements au **Dr Razik BENDERRADJI** d'avoir accepté de juger et d'examiner ce travail.

Et enfin, nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

NOMENCLATURE

Lettres latines :

A	Coefficient dans le système d'équations algébriques discrétisées	
[A]	La matrice des coefficients $A_{(i,j)}$.	
A (P)	Fonction d'un schéma numérique.	
a	La diffusivité thermique.	(m^2/s)
dQ	Quantité de chaleur transmise par conduction.	(J)
c	Longueur de la cavité.	(m)
c_p	Capacité calorifique massique à pression constante du fluide.	(J/Kg.K)
D_e, D_w, D_n, D_s	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée.	
F_e, F_w, F_n, F_s	Flux convectifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée	
g	Accélération de la pesanteur.	(m/s^2)
Gr	Nombre de Grashof.	
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection.	$(W.m^{-2}.k^{-1})$
j	Densité de flux de matière.	$(mol.m^{-2}.s^{-1})$
j_x, j_y	Composantes adimensionnelles de la densité de flux	
K	Le nombre d'itérations.	
Nu	Nombre de Nusselt local.	
\overline{Nu}	Nombre de Nusselt moyen.	
P	Pression.	(N/m^2)
Pe	Nombre de Peclet.	
Pr	Nombre de Prandtl.	
Ra	Nombre de Rayleigh.	
S	Aire de la section de passage du flux de chaleur.	(m^2)
S_p	La pente de ϕ_p .	
S_u	La partie constante qui ne dépend pas explicitement de S_p .	
S_ϕ	Le terme source.	
$\overline{S_\phi}$	La valeur moyenne de S_ϕ .	

t	Temps	(s)
T	Température .	(K)
T_0	La température de référence.	(K)
T_c	La température de la paroi chaude.	(K)
T_p	La température au nœud du volume de contrôle.	(K)
T_f	La température de la paroi froide.	(K)
$\frac{dT}{dx}$	Gradient de température.	($k. m^{-1}$)
U	Composante de la vitesse suivant x.	(m/s)
V	Composante de la vitesse suivant y.	(m/s)
\vec{V}	Vecteur de vitesse du fluide.	(m/s)
x, y	Coordonnées cartésiennes.	(m)

Lettres grecs :

β_T	Le coefficient d'expansion volumique thermique.	(K^{-1})
λ	Conductivité thermique du fluide.	(W/m.K)
Γ	Coefficient de diffusion.	
μ	La viscosité dynamique.	(Kg /m.s)
ν	La viscosité cinématique.	(m^2/ s)
ε	Facteur d'émission de la surface.	
σ	Constante de Stefan Boltzmann.	($w. m^{-2}. k^{-4}$)
ρ	Masse volumique.	($Kg.m^{-3}$)
ρ_0	La densité à la température T_0 de référence.	($Kg.m^{-3}$)
Φ	Flux de chaleur	(W)
ϕ	La variable dépendante qui représente U, V , ou T .	
\emptyset	La propriété transportée.	
ψ	La fonction de courant	(m^2/s)

Indices :

c	Chaud
f	Froid
e, w, n, s	Faces du volume de contrôle est, ouest, nord, sud respectivement.

E, W, N, S Nœuds des volumes de contrôle adjacents est, ouest, nord, sud respectivement.

Exposants :

* Paramètre estimé.

' Paramètre Corrigé.

+ Paramètre adimensionnel.

Table des figures

Figure I.1 : Illustration des différents types de transferts thermiques. [2].....	5
Figure I.2 : Transfert thermique par conduction à travers une barre rectangulaire. [3].....	7
Figure I.3 : La chaleur du soleil transmise par rayonnement. [4].....	8
Figure I.4 : Illustration de la loi de Newton. [5]	9
Figure I.5: Comportement d'une particule fluide. [7].....	10
Figure I.6: Structure cristallographique Mono-Si utilisé dans la fabrication des panneaux solaires. [9].....	10
Figure I.7: Les cellules convectives dans une casserole sous le feu. [10].....	11
Figure I.8: Représentation de la cheminée solaire pour la production de l'électricité. [11]..	11
Figure I.9: Schéma d'une installation pour chauffage solaire. [12].....	12
Figure I.10: Exemple d'ailette de refroidissement et nid d'abeille pour augmenter la surface d'échange par convection naturelle. [13].....	12
Figure I.11: La circulation atmosphérique. [14].....	13
Figure I.12: La convection du manteau de la terre. [15].....	13
Figure II.1: Géométrie de la cavité carrée fermée.....	21
Figure II.2: Conditions aux limites.....	24
Figure II.3: Conditions aux limites adimensionnelles.....	30
Figure III.1: Représentation d'un volume de contrôle bidimensionnel.....	34
Figure III. 2: Maillage décalé suivant x.....	44
Figure III. 3: Maillage décalé suivant y.....	45
Figure III.4: Domaine de calcul.....	52
Figure III.5: Organigramme général de résolution (SIMPLER).....	55
Figure IV.1: Variation de la fonction de courant $ \psi_{max} $	58

Figure IV.2: Variation des vitesses U_{max} , V_{max}	58
Figure IV.3: Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}_{x=0}$	59
Figure IV.4: Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour Ra=10 ²	61
Figure IV.5: Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour Ra=10 ³	62
Figure IV.6: Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour Ra=10 ⁴	62
Figure IV.7: Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour Ra=10 ⁵	62
Figure IV.8: Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour Ra = 2.5 × 10 ⁵	63
Figure IV.9: Variation de la valeur de $ \psi_{max} $ en fonction de Ra.....	63
Figure IV.10: Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}_{x=0}$ en fonction de Ra.....	64
Figure IV.11: Variation du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.....	65

Liste des tableaux

Tableau (II.1) : Conditions aux limites cinématiques.....	29
Tableau (II.2) : Conditions aux limites thermiques.....	29
Tableau (III.1) : les termes de l'équation de transport.....	35
Tableau (III.2) : La fonction A ($ Pe $) pour différentes schémas de discrétisation.....	38
Tableau (IV.1) : Caractéristiques de l'écoulement pour différents maillages ($Ra = 10^4, Pr = 0.71$).....	57
Tableau (IV.2) : Comparaison quantitative des résultats avec la référence [30].....	60

TABLE DES MATIERES

DEDICACES

REMERCIEMENTS

NOMENCLATURE.....	i
TABLE DE FIGURES.....	iv
LISTE DE TABLEAUX.....	vi
TABLE DES MATIERES.....	vii
INTRODUCTION GENERALE.....	01

CHAPITER I : GENERALITE ET REVUE BIBLIGRAPHIQUE SUR LA CONVECTION NATURELLE

I.1 Introduction.....	05
I.2 Modes de transfert de chaleur.....	06
I.2.1 La conduction.....	06
I.2.2 Le rayonnement.....	07
I.2.3 La convection.....	08
I.2.4 La convection naturelle.....	09
I.2.5 L'intérêt de la convection naturelle.....	10
I.3 Revue bibliographique.....	14

CHAPITERII : MODELISATION ET FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1 Introduction.....	20
II.2 Description du problème.....	20
II.3 Formulation mathématique.....	21
II.4 Les hypothèses simplificatrices.....	22
II.5 Formulation des équations en coordonnées cartésiennes.....	23
II.6 Les conditions aux limites.....	24
II.7 La forme adimensionnelle des équations du modèle mathématique.....	24

II.8 Conditions aux limites adimensionnelles.....	29
II.9 Le nombre de Nusselt.....	30
II.9.1 le nombre de Nusselt local.....	31
II.9.2 le nombre de Nusselt moyen.....	31

CHAPITER III : RESOLUTION NUMERIQUE

III.1 Introduction.....	33
III.2 La méthode des volumes finis.....	33
III.3 Le maillage.....	33
III.4 La discrétisation d'équation de transport.....	34
III.4.1 Intégration des flux totaux.....	36
III.4.2 Intégration du terme source.....	37
III.4.3 La discrétisation spatiale.....	37
III.4.3.1 Les flux de diffusions.....	37
III.4.3.2 Les flux de convectifs.....	38
III.4.4 Les schémas de discrétisations.....	38
III.4.4.1 Schéma aux différences centrées (CDS).....	38
III.4.4.2 Schéma Upwind.....	40
III.4.4.3 Schéma hybride (HDS).....	41
III.4.4.4 Schéma à loi de puissance (PLDS).....	41
III.5 La discrétisation des équations.....	42
III.5.1 l'équation de continuité.....	42
III.5.2 L'équation de quantité de mouvement.....	42
III.5.3 L'équation de l'énergie.....	46
III.6 Conditions aux limites discrétisées.....	47
III.7 Algorithme SIMPLER.....	47
III.8 Solution des systèmes d'équations de discrétisation par la méthode de Balayage.....	51
III.9 Critère de convergence	53

III.10 L'organigramme.....	55
----------------------------	----

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSION

IV.1 Introduction.....	57
IV.2 Etude de maillage	57
IV.2.1.Représentation graphique du tableau (IV.1).....	58
IV.3 Validation numérique.....	59
IV.4 Effet de Nombre de Rayleigh.....	60
VI.4.1 Sur les isothermes, les champs de vitesse et les lignes de courant.....	60
VI.4.2 Sur le nombre de Nusselt moyen	64
VI.4.3 Sur le nombre de Nusselt local.....	64
Conclusion	66
Références.....	69
Résumés	

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Il s'effectue spontanément dès qu'il existe une différence de température entre deux points ou deux systèmes. Le mécanisme de cette transmission de chaleur s'effectue suivant trois modes qui peuvent également coexister et qui sont : La conduction, la convection et le rayonnement.

L'un des mécanismes de transfert de l'énergie est la convection qui se produit entre une surface et un fluide en mouvement lorsque ceux-ci sont portés à des températures différentes. On distingue trois types de ce mécanisme qui sont la convection naturelle, la convection forcée et la convection mixte.

La convection naturelle ou parfois dite libre est le processus de transfert thermique résultant du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre les zones ayant des températures différentes, provoquant ainsi une distribution non uniforme de la densité du fluide, ce qui produit un mouvement convectif sous l'effet de la pousse d'Archimède et la force de gravité. Contrairement à la convection forcée, dont le mouvement du fluide est dû à un apport externe d'énergie motrice. La structure et l'intensité de la convection naturelle sont en relation directe avec les sollicitations thermiques extérieures qui la déclenche ainsi que la nature du fluide et la géométrie de l'espace où a lieu le phénomène de la convection naturelle.

Au cours de ces dernières années, le transfert de chaleur par la convection naturelle dans les cavités fermées, présente un intérêt important dans de divers domaines de la technologie comme par exemple : Capteurs solaires, double vitrage pour les habitations, refroidissement les instruments électroniques, la conception des fours, des réacteurs nucléaires...etc.

L'objectif de notre travail est l'étude numérique du phénomène de la convection naturelle bidimensionnelle, laminaire et permanente, dans une cavité carrée fermée différentiellement chauffée. Les parois horizontales sont maintenues adiabatiques, tandis que les parois verticales sont maintenues à deux températures différentes. L'écoulement de fluide dans cette cavité est régi par les lois, de conservation de masse, de la quantité de mouvement et la conservation d'énergie qui ont été résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLER a été utilisé pour le couplage pression-vitesse.

Nous avons élaboré un code de calcul aux volumes finis en langage Fortran en se basant sur un code existant complètement différent mais utilise le même algorithme (SIMPLER). Les logiciels Origin et Tecplot ont été utilisés afin de visualiser et d'illustrer les résultats de la simulation numérique.

Notre étude est présentée en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré aux généralités sur les trois modes de transfert de chaleur ainsi que sur la convection naturelle. On expose également une revue bibliographique sur les différents domaines d'applications concernant la configuration physique étudiée.

Le deuxième chapitre concerne la formulation mathématique du problème où nous avons présenté, les équations gouvernantes, les hypothèses simplificatrices et les conditions aux limites associées. Ensuite, nous avons établi les équations adimensionnelles avec leurs principales grandeurs adimensionnelles caractérisant le transfert de chaleur.

Dans le troisième chapitre, nous avons exposé la méthode des volumes finis d'une façon détaillée, utilisée pour la discrétisation du système d'équations adimensionnel régissant le phénomène physique. Les équations ainsi obtenues sont résolues par la méthode de balayage (Algorithme de Thomas ou TDMA).

Nous rassemblons dans le chapitre quatre les principaux résultats numériques de cette simulation ou nous avons étudié l'effet du maillage, valider nos résultats ainsi que leurs interprétations et analyse.

Finalement, nous terminons avec une conclusion qui récapitule les principaux résultats issue de cette simulation numérique.

CHAPITRE I :
GENERALITE ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE SUR
LA CONVECTION NATURELLE

I.1 Introduction :

Lorsque deux systèmes sont à des températures différentes, le système le plus chaud cède de la chaleur au plus froid. Il y a échangé thermique ou encore transfert thermique entre ces deux systèmes. Ce processus se rencontre dans de nombreuses situations industrielles (moteurs thermiques ou même électriques, centrales électriques au fuel au gaz...etc.) ou domestique (chauffage de l'habitat). Un transfert d'énergie donne lieu à un flux de chaleur qui correspond à un déplacement de l'énergie du plus chaud vers le plus froid. Comme on le verra par la suite, le flux de chaleur dont la densité locale est notée ϕ est une grandeur vectorielle, ce qui signifie qu'un flux de chaleur est caractérisé non seulement par son intensité mais aussi par sa direction. Il est défini en chaque point de l'espace et a l'unité d'une densité surfacique de puissance (W/m^2). Il existe trois modes essentiels d'échange de chaleur, le transfert par conduction, par rayonnement et par convection. [1]

Dans de nombreux problèmes de transformation d'énergie thermique, les trois modes de transfert de chaleur coexistent mais parfois, au moins un des trois modes pourra être négligé ce qui simplifiera le traitement mathématique du processus de transfert.

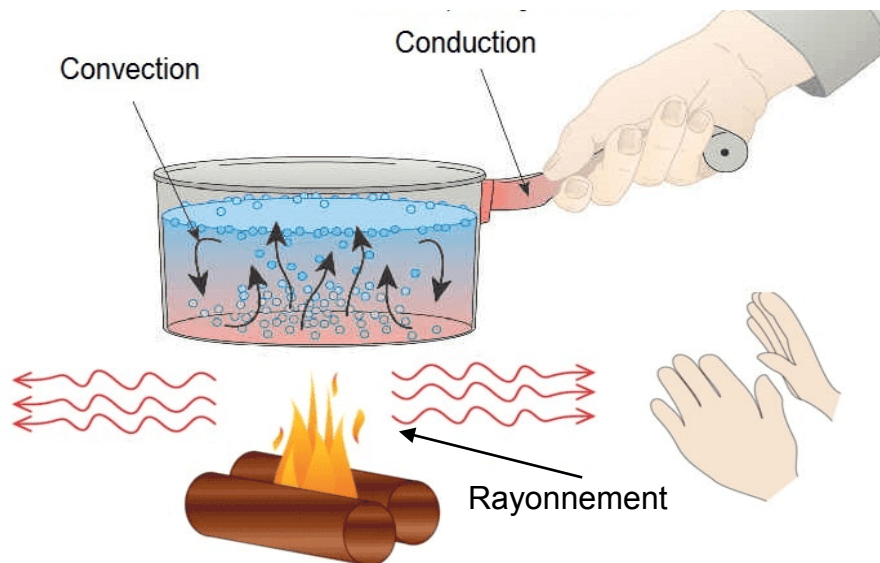


Figure (I.1) : Illustration des différents types de transferts thermiques. [2]

I.2 Modes de transfert de chaleur :

I.2.1 La conduction :

La conduction est définie comme étant le mode de transfert de la chaleur au sein d'un milieu sans déplacement de la matière en présence d'un gradient de température. Dans les solides transparents, une partie de l'énergie peut être transmise par rayonnement et dans le cas des fluides (gaz ou liquides), la convection et le rayonnement peuvent se superposer à la conduction.

Ce transfert de chaleur obéit à la loi de Fourier exprimée par l'équation (I.1) :

$$dQ = - \lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \cdot dt \quad (\text{I.1})$$

dQ : Quantité de chaleur transmis par conduction (J).

λ : Conductivité thermique du milieu ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$).

S : Aire de la section de passage du flux de chaleur (m^2).

$\frac{dT}{dx}$: Gradient de température en ($K \cdot m^{-1}$).

Le flux de chaleur Φ en watt qui circule est donné par :

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} = - \lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \quad (\text{I.2})$$

Ainsi que la densité de chaleur φ en ($W \cdot m^{-2}$)

$$\varphi = \frac{\Phi}{S} = - \lambda \cdot \frac{dT}{dx} \quad (\text{I.3})$$

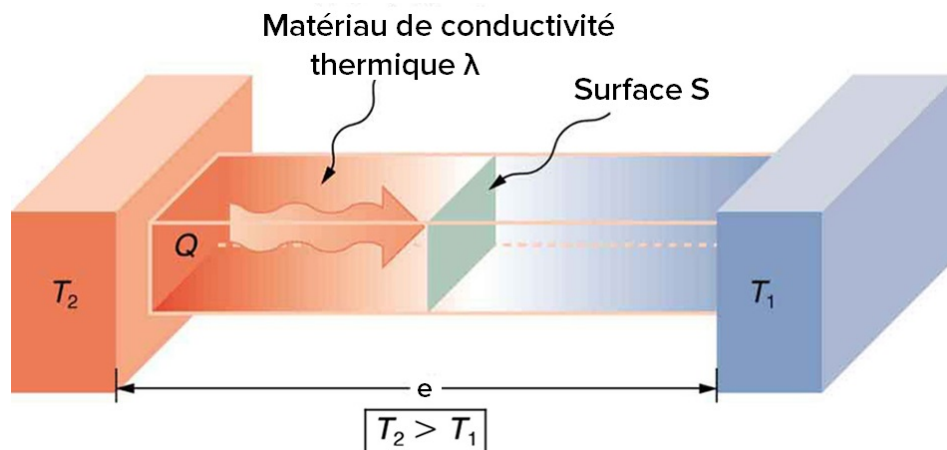


Figure (I.2) : Transfert thermique par conduction à travers une barre rectangulaire. [3]

I.2.2 Le rayonnement :

Le rayonnement est considéré comme un transfert d'énergie électromagnétique d'un milieu à température élevée vers un autre milieu à faible température sans aucun support matériel. Cette énergie est transportée sous forme d'une onde électromagnétique, ce type de transport de chaleur est analogue à la propagation de la lumière.

Dans ce cas nous avons la relation suivante :

$$\Phi = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_s^4 - T_a^4) \quad (\text{I.4})$$

Avec :

Φ : Flux de chaleur transmis par rayonnement (W).

σ : Constante de Boltzmann ($= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{w} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{k}^{-4}$).

ε : Facteur d'émission de la surface.

T_s : Température de la surface (K).

T_a : Température du milieu environnant la surface (K).

S : Aire de la surface (m^2).



Figure (I.3) : La chaleur du soleil transmise par rayonnement. [4]

I.2.3 La Convection :

La convection consiste essentiellement au transfert de l'énergie thermique par le mouvement ou le déplacement macroscopique au sein du fluide. On distingue trois types de convection, la convection naturelle où le mouvement des particules est dû à la différence de température qui est imposée au fluide, cette différence de température implique une différence de masse volumique, par contre la convection forcée est le résultat du mouvement des particules qui résulte de la différence de pression appliquée au fluide par l'intermédiaire des moyens mécaniques et la convection mixte qui est la combinaison des deux dernières.

Quel que soit le type de convection (libre ou forcée) et quel que soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), le flux de chaleur Φ extrait par le fluide froid de température T_f au voisinage d'une paroi de surface S et de température T_p telle que $T_p > T_f$, est donnée par la loi de Newton :

$$\Phi = h \cdot S \cdot (T_p - T_f) \quad (I.5)$$

Φ : Flux de chaleur transmis par convection (W).

h : Coefficient de transfert de chaleur par convection ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$).

T_p : Température de surface du solide (K).

T_f : Température du fluide froid (k).

S : Aire de la surface de contact entre le solide et le fluide (m^2).

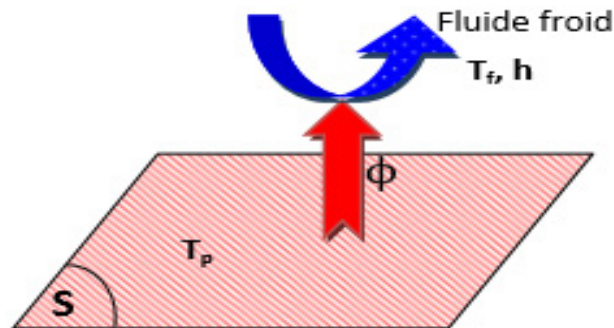


Figure (I.4) : Illustration de la loi de Newton. [5]

I.2.4 La convection naturelle :

La convection naturelle est le mouvement qui résulte d'un gradient de température ou/et de concentration qui engendre un gradient de masse volumique dans le fluide (poussée d'Archimède). Considérons le cas de la convection naturelle. Soit une particule fluide (plus généralement un objet) immergé dans un fluide, comme le montre la figure (I.5) nous appelons T_f la température caractéristique du bain de fluide et T_p celle de la particule fluide. Le mouvement de la convection naturelle prend naissance dès lors que la particule de fluide de température T_p est supérieure à T_f avec une masse volumique inférieure à celle du fluide. Elle est soumise à une poussée d'Archimède, qui la met en mouvement.

La convection naturelle résulte donc de variations de masse volumique avec la température. C'est pourquoi les vitesses de convection naturelle sont en général modérées, par rapport à celles que l'on rencontre en convection forcée. En 1903, à l'époque même où Rayleigh s'intéresse à la convection, Boussinesq propose une simplification de ces équations de façon à ne conserver que les ingrédients nécessaires et suffisants à la convection thermique. [6]

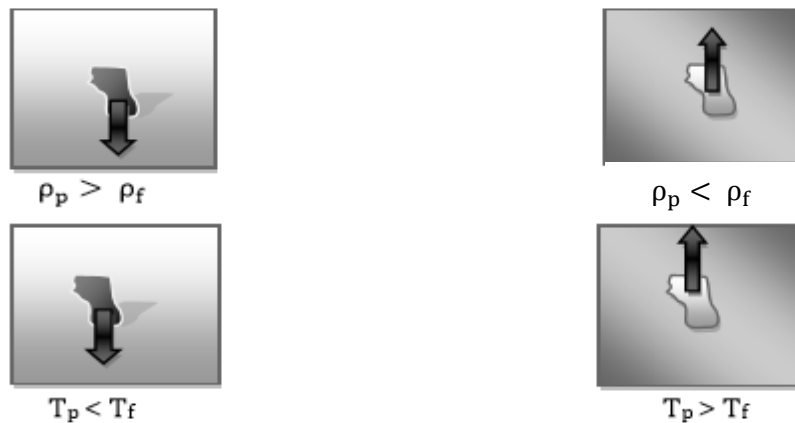


Figure (I.5): Comportement d'une particule fluide. [7]

I.2.5 L'intérêt de la convection naturelle :

Le phénomène de la convection naturelle est omniprésent autour de nous, il existe dans plusieurs activités de l'échelle microscopique à l'échelle planétaire en passant par l'échelle macroscopique.

- **La convection naturelle à l'échelle microscopique :**

Ce phénomène est présent dans plusieurs mécanismes qui sont classés à l'échelle microscopique comme par exemple la croissance cristallographique où la convection naturelle joue un rôle primordial dans la qualité des cristaux comme par exemple dans les procédés d'élaboration du silicium monocristallin par la technique de Bridgman ou de Czochralski. En effet, l'apparition de la convection naturelle pendant la croissance cristalline peut conduire à des inhomogénéités qui conduisent à des défauts qui affectent la qualité des cristaux. [8]

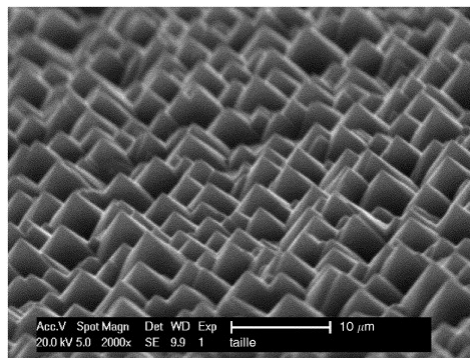


Figure (I.6): Structure cristallographique Mono-Si utilisé dans la fabrication des panneaux solaires. [9]

- **La convection naturelle à l'échelle macroscopique :**

A notre échelle la convection naturelle est rencontrée dans plusieurs situations comme par exemple dans les processus impliqués dans la cuisine pour la préparation des plats et des boissons chaudes.

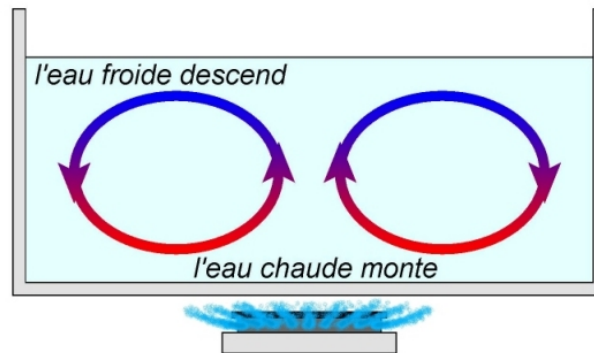


Figure (I.7): Les cellules convectives dans une casserole sous le feu. [10]

La convection naturelle représente également un avantage économique car elle est utilisée dans plusieurs techniques de production d'énergie ainsi que dans le procédé de séchage et de chauffage solaire et même dans le secteur du bâtiment comme moyen de ventilation naturelle. Dans le domaine de l'électronique, la convection naturelle est aussi présente où elle est exploitée dans le refroidissement des composants comme les microprocesseurs.

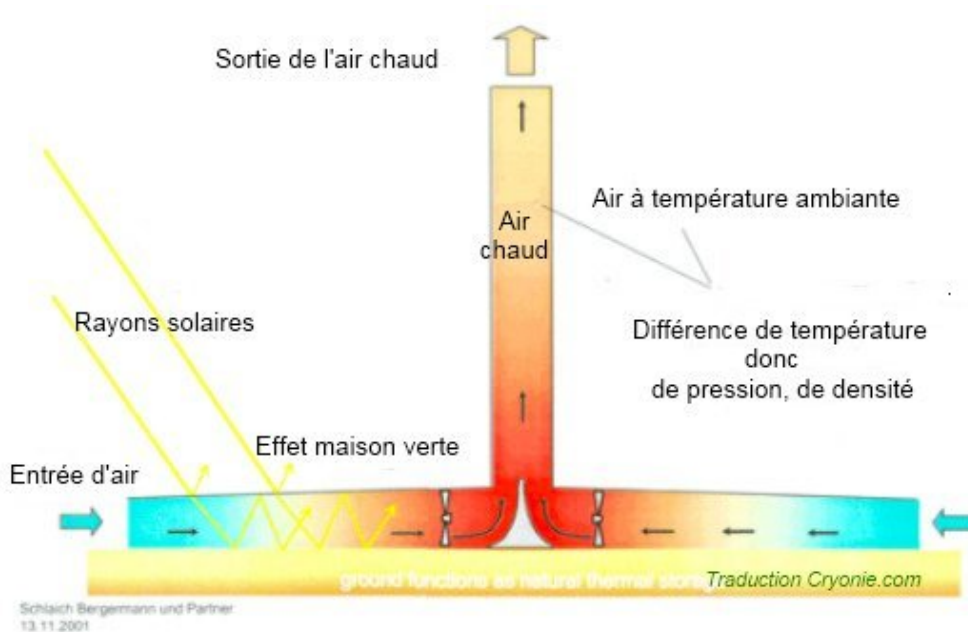


Figure (I.8): Représentation de la cheminée solaire pour la production de l'électricité. [11]

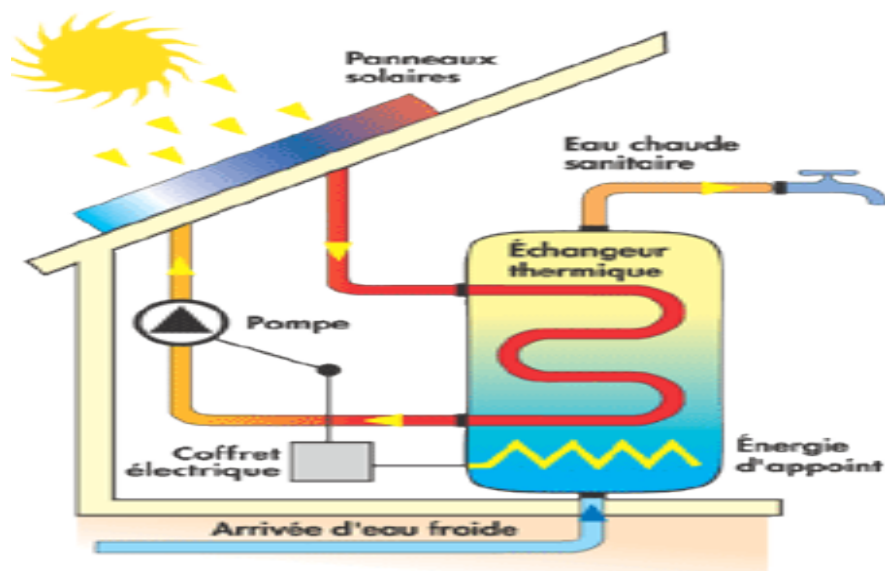


Figure (I.9): Schéma d'une installation pour chauffage solaire. [12]

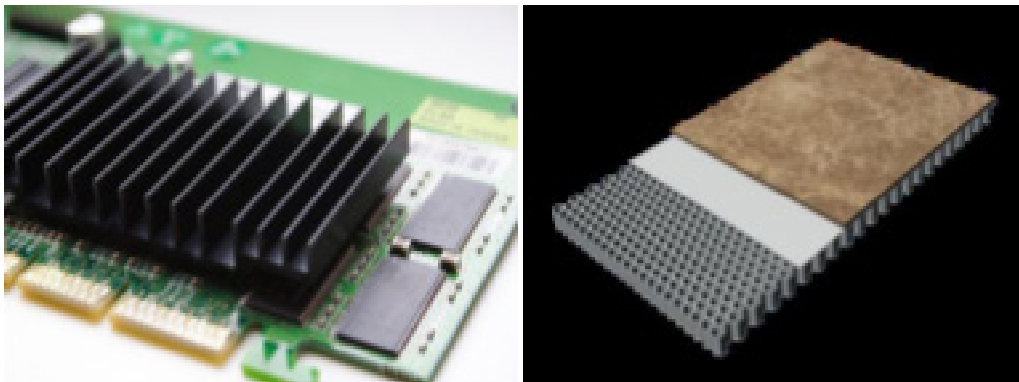


Figure (I.10): Exemple d'ailette de refroidissement et nid d'abeille pour augmenter la surface d'échange par convection naturelle. [13]

- **La convection naturelle à l'échelle planétaire :**

Même à l'échelle planétaire la convection naturelle est fort présente dans plusieurs phénomènes comme par exemple les cellules de Hadley qui représentent l'effet de la convection naturelle dans l'atmosphère représenté sur la figure (I.11)

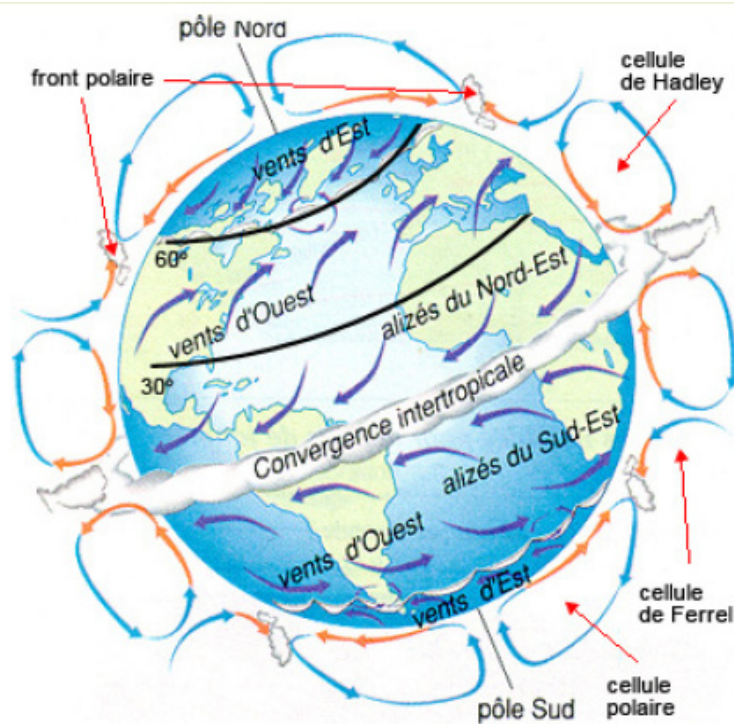


Figure (I.11): La circulation atmosphérique. [14]

La convection du manteau est un phénomène physique qui se produit à l'intérieur de la terre. Il peut avoir lieu également sur d'autres planètes comme le soleil. La convection mantellique est une composante essentielle de la théorie de la tectonique des plaques responsable des éruptions des volcans.

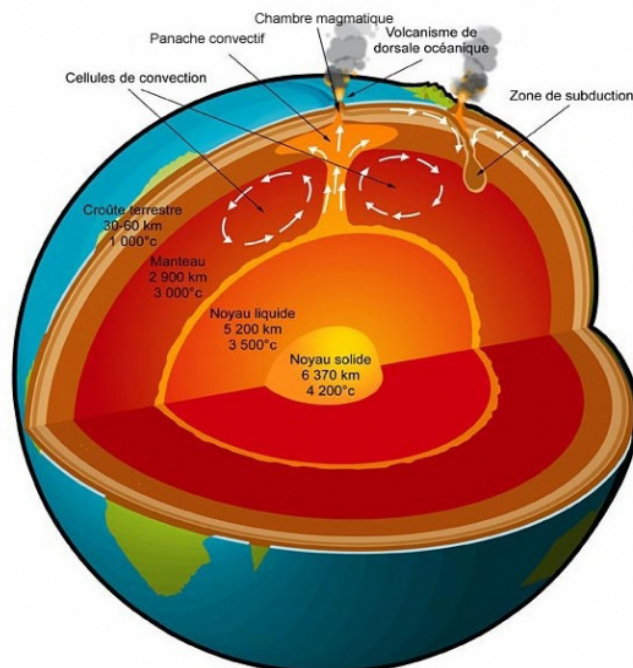


Figure (I.12): La convection du manteau de la terre. [15]

I.3 Revue bibliographique :

L'étude des transferts de chaleur par convection naturelle dans les cavités fermées suscite l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels. Les recherches menées dans ce domaine s'étendent sur plusieurs années. La revue bibliographique que nous allons présenter montre l'importance de ces études ainsi que l'existence d'un nombre considérable de travaux théoriques, expérimentaux et numériques consacrés à l'étude des transferts de chaleur par convection naturelle dans des milieux fluides contenus dans des cavités de différentes formes.

[16] Cette étude traite de l'analyse numérique de la convection naturelle laminaire au sein d'une cavité carrée dont les parois verticales sont maintenues à une température constante alors que les parois horizontales sont isolées thermiquement, à l'exception d'une fraction occupant 20% à 80% de la surface inférieure de l'enceinte et centrée par rapport à celle-ci, qui est maintenue à une température constante et uniforme, supérieure à celle des parois latérales grâce à une source de chaleur placée en contact de cette paroi. La résolution des équations régissant l'écoulement et le transfert thermique est approchée par la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER est adopté pour traiter le couplage vitesse-pression. L'étude se focalise sur l'influence occasionnée par les variations du nombre de Rayleigh et de la longueur de la fraction chauffée, sur la structure de l'écoulement et du transfert thermique au sein de la cavité remplie entièrement d'un fluide newtonien incompressible

[17] L'objectif de cette thèse était le développement d'un modèle simplifié caractérisant le transfert thermique aux parois d'une chambre de relais enterrée et soumise aux variations du flux solaire. Dans un premier temps la chambre de relais est simplifiée au cas d'une cavité contenant une source de chaleur. Cette configuration est alors caractérisée par une étude expérimentale puis numérique. L'étude expérimentale est basée sur l'utilisation de deux fluides de travail, l'air et l'eau, permettant d'étudier deux nombres de Rayleigh pour une même maquette.

[18] Ce rapport présente la dissipation thermique dans les composants des systèmes électroniques en présentant l'ensemble des techniques de refroidissement susceptibles de garantir la tenue thermique optimale des systèmes électroniques de puissance. Une partie de ce rapport est consacrée à la comparaison des avantages et inconvénients, puissance dissipée et coûts dans le but de sélectionner la technique appropriée en fonction du besoin en dissipation thermique.

[19] Cette référence concerne une étude numériquement la convection mixte dans une cavité carrée à parois latérales froides et mobiles avec une source de chaleur placée au milieu de la paroi supérieure. Les autres parois sont supposées adiabatiques. Un modèle mathématique reposant sur l'approche fonction du courant-vorticité ($\psi-\omega$) est utilisé. Les équations régissant le phénomène ont été discrétiser par la méthode des différences finies. L'approche numérique est basée sur la méthode implicite des directions alternées (ADI). Les termes convectifs sont discrétisés à l'aide d'un schéma Upwind du 3eme ordre de Kawamura, alors que les termes diffusifs et les termes sources sont traités par un schéma de différences centrales du 4ème ordre.

[20] Ce travail porte sur la simulation numérique par la méthode de Boltzmann sur réseau de la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée fermée et différentiellement chauffée. Cette dernière est munie de deux obstacles solides placés à l'intérieure et sur les parois horizontales. La configuration géométrique choisie dans cette étude représente une cavité carrée formée de deux parois horizontales adiabatiques et deux parois verticales isothermes et différentiellement chauffées. La cavité est entièrement remplie d'un fluide newtonien. Elle est munie de deux obstacles adiabatiques de forme rectangulaire insérés sur les parois horizontales. La hauteur des deux obstacles est variée de 10% à 40% de H, tandis que La largeur reste constante et égale à 10% de H. Le calcul a été effectué pour un régime laminaire et pour un fluide incompressible avec un nombre de Prandtl $Pr = 0,71$. Les calculs sont effectués par les deux méthodes différentes.

[21] Ce travail consiste en une étude numérique des phénomènes thermoconvectifs dans un espace confiné carré, rempli d'air contenant un obstacle. L'ensemble étant soumis à diverses conditions aux limites. La simulation numérique menée en 2D repose sur l'hypothèse dite de Boussinesq, valable pour un gradient de température entre parois ne dépassant pas $100C^{\circ}$. Une validation du modèle est faite par comparaison des résultats avec ceux de la littérature. Par la suite une étude paramétrique est menée en fonction du nombre de Rayleigh, du rapport de forme géométrique et de l'orientation de la cavité intérieure pour analyser leurs influences sur le nombre de Nusselt qui caractérise les échanges de chaleur. Les résultats obtenus nous ont permis d'avoir une idée sur l'influence des différents paramètres considérés sur l'écoulement et transfert de chaleur autour d'une cavité carrée confinée dans une enceinte contenant de l'air.

[22] Le travail présenté dans ce papier est une suite d'une série de travaux menés pour l'étude numérique de la convection thermosolutale en phase fluide d'une cavité de croissance

crystalline de type Bridgman verticale. Le but est d'étudier numériquement la convection naturelle au sein d'une cavité carrée avec chauffage et refroidissement variables. La cavité contient un fluide binaire caractérisé par un nombre de Prandtl $Pr = 0,01$ (cristal fluide). Les parois horizontales inférieure et supérieure de la cavité étudiée sont portées respectivement aux températures différentes qui varient sinusoïdalement dans le temps, oscillent autour d'une valeur moyenne fixe. Les parois verticales sont portées à la même température que celle du bas sauf une zone considérée adiabatique du côté de la paroi froide. Les équations de Navier-Stokes et l'équation de conservation de l'énergie sont résolues par une méthode de volumes finis de 2ème ordre en temps et en espace.

[23] Ce travail traite numériquement la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte inclinée (carrée et ondulée) chauffée par une température aléatoire et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules (Ag et TiO_2). Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma hybride. Les champs thermique et dynamique ont été obtenus ainsi que le nombre de Nusselt. Notre procédure de simulation a été validée en comparant les résultats qu'on obtient avec ceux d'autres travaux. Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ($Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$), l'angle d'inclinaison ($\gamma= 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$), différentes fractions volumiques pour le fluide pure ($\phi=0$) et pour les nanoparticules (Ag et TiO_2 , ϕ égale à 0.1, 0.2), et les paramètres de la géométrie complexe ondulée (longueur d'onde, le rapport d'amplitude de la surface ondulée). Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur est influencé par la température aléatoire, l'angle d'inclinaison et la fraction volumique, Particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé. Les paramètres de la géométrie complexe ondulée (longueur d'onde et le rapport d'amplitude) peuvent améliorer le transfert de chaleur.

[24] L'auteur de ce travail propose d'étudier l'évolution de la stratification thermique et le comportement dynamique d'un fluide dans une cavité fermée, par le moyen de simulation numérique basée sur les techniques des différences finies. Pour traiter les échanges radiatifs entre les surfaces dans l'enceinte, une méthode de radiativité est proposée pour calculer les facteurs de forme, le vecteur radiativité et le flux radiatif. Le modèle mathématique utilisé associe les deux algorithmes liés aux deux phénomènes précédemment cités. L'objectif principal de l'étude est la mise en œuvre d'un code numérique simulant la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité 2D latéralement chauffée.

[25] L'auteur étudie numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales.

Cette étude simule le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans bâtiment pour réacteur nucléaire ou dans une cabine de montage de composants électroniques. La source de feu est considérée comme étant située au mur inférieur avec différentes largeurs chauffées. Ce chauffage sera introduit soit sous forme d'une isotherme ou d'un flux uniforme. Aux fins de cette analyse, la longueur de la source va être variée de 20 à 80% de la largeur totale du mur inférieur. Le mur supérieur et la partie non chauffée de la paroi inférieure seront considérés comme adiabatiques, tandis que les parois latérales seront supposées isothermes. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, seront résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression-vitesse. Le nombre de Rayleigh a été varié dans l'intervalle 10^3 - 10^6 .

[26] Ce travail considère différents problèmes d'écoulements de convection comme la convection naturelle, la convection MHD et la convection combinée naturelle et Marangoni, qui se produisent dans des cavités remplies de fluide incompressible. Les cavités sont soumises à des différentes conditions aux limites de température et de vitesse. Les modèles mathématiques qui décrivent ces problèmes sont développés en se basant sur les équations de Navier-stokes et de l'énergie.

[27] Dans ce travail une étude numérique sur la convection naturelle à l'intérieur de la phase liquide stockée dans un écoulement bidimensionnel. La densité de flux de chaleur d'évaporation est évaluée par la loi de Hashemi-Wesson. Cette étude concerne le processus d'évaporation du gaz naturel liquéfié (GNL) dans les bacs de stockage aériens est étroitement lié aux infiltrations thermiques à travers les parois. La maîtrise de ce phénomène revêt une importance particulière parce qu'il cause une perte sensible de quantité, modifie la qualité du produit et peut avoir une incidence sur la sécurité du stockage. La formulation mathématique repose sur la discrétisation des équations de quantité de mouvement et d'énergie ainsi que les équations de turbulence K-oméga à faible nombre de Reynolds avec la méthode des volumes finis en adoptant le schéma de loi de puissance. L'algorithme SIMPLER est utilisé pour résoudre le couplage vitesse-pression.

[28] L'objet du présent travail est d'étudier numériquement la convection naturelle et la génération de l'entropie dans des cavités carrée, rectangulaire de rapport de forme de 3,5 7 et 12. D'autres cavités ont été considérés dans la présente étude, ces dernières ont la particularité d'avoir la paroi chaude ondulée, le fluide utilisé est l'air ($Pr = 0.71$). Les équations de

continuité, de quantité de mouvement et d'énergie ont été résolues par la méthode des volumes finis en utilisant le code commercial Fluent.

[29] Dans ce travail la convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée remplie d'un mélange binaire a été étudiée numériquement. Les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques et imperméables. Par contre les parois verticales sont soumises à des températures et des concentrations constantes et différentes. Les équations couplées modélisant le phénomène physique sont discrétisées numériquement par la méthode des volumes finis. L'algorithme (SIMPLER) a été utilisé pour résoudre les équations algébriques. Les résultats obtenus montrent la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse dans l'enceinte.

CHAPITRE II :
MODELISATION ET FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1 Introduction :

Le phénomène de la convection naturelle dans les cavités fermées occupe toujours une place importante dans les activités de recherche dans ces dernières années, cette importance est due essentiellement à la présence de ce phénomène dans différentes applications industrielles et plus particulièrement dans les processus de refroidissement des composants électroniques.

II.2 Description du problème :

Dans ce travail nous avons mené une étude numérique portant sur un problème de convection naturelle en cavité fermée de forme carrée. Notre géométrie est représentée en coordonnées cartésiennes remplie d'un fluide newtonien et incompressible. Cette cavité est soumise à un gradient de température horizontal (T_c est la température de la paroi chaude et T_f est la température de la de la paroi froide). Cet écart de température génère la force de poussé d'Archimède qui contribue avec la force de gravité à générer la convection naturelle.

Le transfert de chaleur s'effectue dans cette cavité par la convection naturelle où l'écoulement du fluide est régi par les lois, de conservation de masse, de la quantité de mouvement et la conservation d'énergie. La solution de cet ensemble des équations gouvernantes dépend des valeurs de plusieurs nombres adimensionnels tels que le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandtl.

Le domaine physique considéré est schématisé sur la figure (II.1). Il s'agit d'une cavité carrée de longueur caractéristique « c », formée de deux parois verticales qui sont portées respectivement à deux différentes températures chaude et froide, et deux parois verticales qui sont adiabatiques.

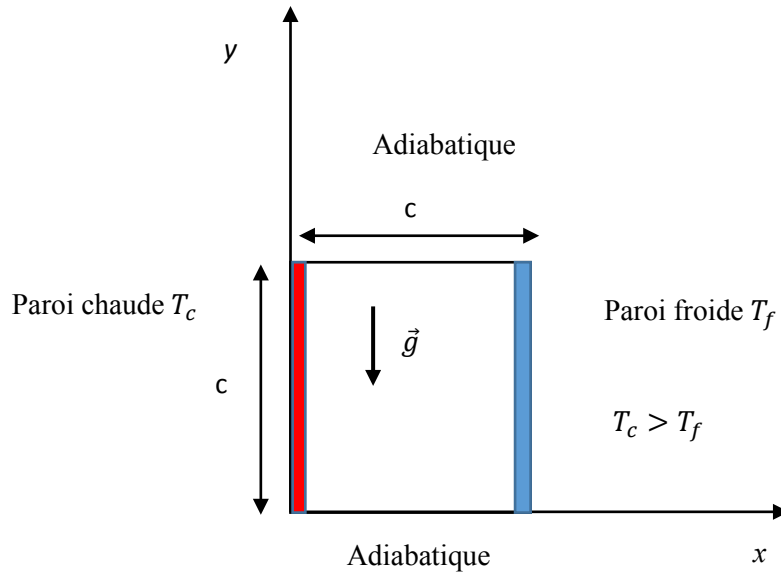


Figure (II.1) : Géométrie de la cavité carrée fermée.

II.3 Formulation mathématique:

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de Navier-Stokes et l'équation d'énergie, qui expriment la conservation de masse de la quantité de mouvement ainsi que de l'énergie.

La formulation de ces équations sous la forme vectorielle est la suivante :

- **Equation de continuité:**

C'est l'équation qui découle de la loi de la conservation de la masse.

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (\text{II.1})$$

ρ : La densité du fluide.

t : temps

\vec{V} : Vecteur de vitesses du fluide

- **Equation du mouvement :**

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'écrire l'équation du mouvement sous la forme suivante:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \rho\vec{g} + \mu\overline{\Delta}\vec{V} \quad (\text{II.2})$$

\vec{V} : Vecteur de vitesse du fluide.

\vec{g} : Accélération de la pesanteur.

μ : viscosité dynamique.

P : La pression

- **Equation de l'énergie :**

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) T \right) = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T) \quad (\text{II.3})$$

Avec :

λ : Conductivité thermique du fluide.

T : Température du fluide.

C_p : Capacité calorifique massique à pression constante du fluide.

II.4 Les hypothèses simplificatrices :

Afin de simplifier notre problème, nous avons retenues quelques hypothèses simplificatrices qui sont les suivantes :

- Le fluide (air) est newtonien et incompressible.
- Nous admettons que l'écoulement est bidimensionnel, permanent et laminaire.
- La dissipation visqueuse et le travail des forces de pression sont négligeables dans l'équation de l'énergie.
- Pas source de chaleur et absence d'échange par rayonnement au sein du fluide.
- La densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température T selon l'approximation de **J. Boussinesq**
- Les propriétés physiques du fluide dans les autres termes des équations sont constantes et déterminées à partir de la température de référence T_0

L'hypothèse de Boussinesq suppose que la densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température, ce qui amène à la relation suivante:

$$\rho(T) = \rho_0 (1 - \beta_T (T - T_0))$$

Où ρ_0 est la densité à la température T_0 de référence, β_T est le coefficient d'expansion volumique thermique exprimé ci-dessous :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,C}$$

II.5 Formulation des équations en coordonnées cartésiennes :

Les équations dimensionnelles sous la forme vectorielle sont exprimées dans les coordonnées cartésiennes avec la considération des hypothèses simplificatrices.

Les équations (II.1), (II.2), (II.3) s'écrivent de la manière suivante :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.4})$$

- **Equations de quantité de mouvement:**

La projection de l'équation (II.2) sur les axes (x) et (y) avec l'introduction de l'approximation de Boussinesq nous donne les deux équations suivantes :

Suivant x :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.5})$$

Suivant y :

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta_T(T - T_0) + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.6})$$

- **Equation de l'énergie:**

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

$a = \frac{\lambda}{\rho C_P}$: La diffusivité thermique.

II.6 Les conditions aux limites :

Les conditions aux limites dans notre cas sont résumées sur la figure (II.2)

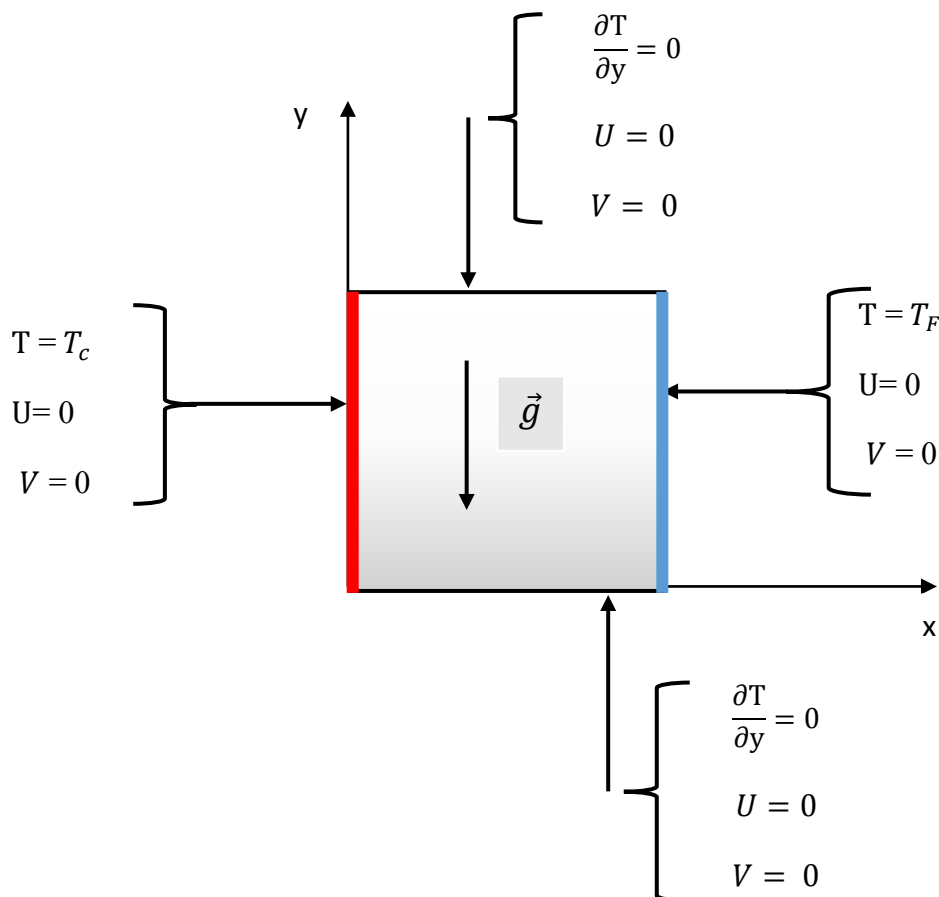


Figure (II.2) : Conditions aux limites.

II.7 La forme adimensionnelle des équations du modèle mathématique :

Il est plus commode de présenter les équations régissant le problème sous une forme adimensionnelle, des nombres sans dimensions caractéristiques vont apparaître et qui réduiront considérablement la complexité du problème.

Dans le présent travail, les équations régissant le phénomène de la convection naturelle dans une cavité ont été adimensionnées en utilisant des variables caractéristiques. La dimension « c » qui représente la longueur de la cavité a été choisie comme longueur de référence.

La vitesse est adimensionnée par rapport à la diffusivité thermique. Alors que la température est adimensionnée par rapport à l'écart de température ΔT entre les parois. Les variables adimensionnelles sont données par :

$$x^+ = \frac{x}{c} ;$$

$$y^+ = \frac{y}{c} ;$$

$$U^+ = \frac{U}{(a/c)} ;$$

$$V^+ = \frac{V}{(a/c)} ;$$

$$P^+ = \frac{P}{\rho \left(\frac{a}{c}\right)^2} ;$$

$$T^+ = \frac{T - T_f}{T_c - T_f} ;$$

Introduisant également les nombres adimensionnels suivants :

Le nombre Prandtl :

$$Pr = \frac{\nu}{a}$$

Le nombre de Grashof :

$$Gr = \frac{g\beta_T c^3 \Delta T}{\nu^2} ;$$

Avec :

ν : La viscosité cinématique.

Le nombre de Rayleigh :

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

En portant les quantités adimensionnelles définies ci-dessus dans les équations du modèle mathématique (II.4), (II.5), (II.6) et (II.7), on obtient :

• **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x^+} \frac{\partial x^+}{\partial x} = \frac{\partial U^+}{\partial x^+} \left(\frac{\alpha}{c^2}\right) \quad (\text{II.8})$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial y^+} \frac{\partial y^+}{\partial y} = \frac{\partial V^+}{\partial y^+} \left(\frac{\alpha}{c^2}\right) \quad (\text{II.9})$$

La substitution de (II.8), (II.9) dans (II.4) Donne:

$$\left(\frac{\alpha}{c^2}\right) \frac{\partial U^+}{\partial x^+} + \left(\frac{\alpha}{c^2}\right) \frac{\partial V^+}{\partial y^+} = 0$$

$$\frac{\partial U^+}{\partial x^+} + \frac{\partial V^+}{\partial y^+} = 0 \quad (\text{II.10})$$

• **Equation de quantité de mouvement :**

Selon l'axe des abscisses x:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} = U^+ \left(\frac{\alpha}{c} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial x^+} \frac{\partial x^+}{\partial x} \right) = U^+ \left(\frac{\alpha}{c} \right) \left(\frac{\partial U^+}{\partial x^+} \frac{\alpha}{c^2} \right) = U^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \frac{\partial U^+}{\partial x^+} \quad (\text{II.11})$$

$$V \frac{\partial U}{\partial y} = V^+ \left(\frac{\alpha}{c} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial y^+} \frac{\partial y^+}{\partial y} \right) = V^+ \left(\frac{\alpha}{c} \right) \left(\frac{\partial U^+}{\partial y^+} \frac{\alpha}{c^2} \right) = V^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \quad (\text{II.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x^+} \frac{\partial x^+}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha}{c^2} \frac{\partial U^+}{\partial x^+} \right) = \left(\frac{\alpha}{c^2} \right) \frac{\partial}{\partial x^+} \left(\frac{\partial U^+}{\partial x^+} \right) \left(\frac{\partial x^+}{\partial x} \right) = \frac{\alpha}{c^3} \left(\frac{\partial^2 U^+}{\partial x^{+2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y^+} \frac{\partial y^+}{\partial y} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha}{c^2} \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \right) = \left(\frac{\alpha}{c^2} \right) \frac{\partial}{\partial y^+} \left(\frac{\partial U^+}{\partial y^+} \right) \left(\frac{\partial y^+}{\partial y} \right) = \frac{\alpha}{c^3} \left(\frac{\partial^2 U^+}{\partial y^{+2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p^+}{\partial x^+} \frac{\rho \left(\frac{\alpha}{c} \right)^2}{c} = \frac{\partial p^+}{\partial x^+} \frac{\rho \alpha^2}{c^3} \quad (\text{II.15})$$

La substitution de (II.11), (II.12), (II.13), (II.14), (II.15) dans (II.5) Donne:

$$U^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \left(\frac{\partial U^+}{\partial x^+} \right) + V^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \left(\frac{\partial U^+}{\partial y^+} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^+}{\partial x^+} \frac{\rho \alpha^2}{c^3} + \nu \left(\frac{\alpha}{c^3} \right) \left(\frac{\partial^2 U^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 U^+}{\partial y^{+2}} \right)$$

$$U^+ \frac{\partial U^+}{\partial x^+} \left(\frac{\alpha^2}{c^3} \right) + V^+ \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \left(\frac{\alpha^2}{c^3} \right) = - \frac{\partial p^+}{\partial x^+} \left(\frac{\alpha^2}{c^3} \right) + \nu \left(\frac{\alpha}{c^3} \right) \left(\frac{\partial^2 U^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 U^+}{\partial y^{+2}} \right)$$

$$U^+ \frac{\partial U^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial U^+}{\partial y^+} = - \frac{\partial p^+}{\partial x^+} + Pr \left(\frac{\partial^2 U^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 U^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (\text{II.16})$$

Selon l'axe des ordonnées y:

$$U \frac{\partial V}{\partial x} = U^+ \left(\frac{\alpha}{c} \right) \left(\frac{\partial V}{\partial x^+} \frac{\partial x^+}{\partial x} \right) = U^+ \left(\frac{\alpha}{c} \right) \left(\frac{\partial V^+}{\partial x^+} \frac{\alpha}{c^2} \right) = U^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \frac{\partial V^+}{\partial x^+} \quad (\text{II.17})$$

$$V \frac{\partial V}{\partial y} = V^+ \left(\frac{\alpha}{c} \right) \left(\frac{\partial V}{\partial y^+} \frac{\partial y^+}{\partial y} \right) = V^+ \left(\frac{\alpha}{c} \right) \left(\frac{\partial V^+}{\partial y^+} \frac{\alpha}{c^2} \right) = V^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \frac{\partial V^+}{\partial y^+} \quad (\text{II.18})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x^+} \frac{\partial x^+}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha}{c^2} \frac{\partial V^+}{\partial x^+} \right) = \left(\frac{\alpha}{c^2} \right) \frac{\partial}{\partial x^+} \left(\frac{\partial V^+}{\partial x^+} \right) \left(\frac{\partial x^+}{\partial x} \right) = \frac{\alpha}{c^3} \left(\frac{\partial^2 V^+}{\partial x^{+2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y^+} \frac{\partial y^+}{\partial y} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha}{c^2} \frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right) = \left(\frac{\alpha}{c^2} \right) \frac{\partial}{\partial y^+} \left(\frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right) \left(\frac{\partial y^+}{\partial y} \right) = \frac{\alpha}{c^3} \left(\frac{\partial^2 V^+}{\partial y^{+2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p^+}{\partial y^+} \frac{\rho \left(\frac{\alpha}{c} \right)^2}{c} = \frac{\partial p^+}{\partial y^+} \frac{\rho \alpha^2}{c^3} \quad (\text{II.21})$$

$$g\beta_T(T - T_0) = g\beta_T(T^+ \Delta T + T_0 - T_0) = g\beta_T(\Delta T)T^+ \quad (\text{II.22})$$

La substitution de (II.17), (II.18), (II.19), (II.20), (II.21) et (II.22) dans (II.6) donne:

$$\begin{aligned} &U^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \left(\frac{\partial V^+}{\partial x^+} \right) + V^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \left(\frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right) \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^+}{\partial y^+} \frac{\rho \alpha^2}{c^3} - g\beta(\Delta T) T^+ + v \left(\frac{\alpha}{c^3} \right) \left(\frac{\partial^2 V^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 V^+}{\partial y^{+2}} \right) \\ &U^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \left(\frac{\partial V^+}{\partial x^+} \right) + V^+ \frac{\alpha^2}{c^3} \left(\frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right) = -\frac{\partial p^+}{\partial y^+} \frac{\alpha^2}{c^3} + v \left(\frac{\alpha}{c^3} \right) \left(\frac{\partial^2 V^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 V^+}{\partial y^{+2}} \right) - g\beta(\Delta T)T^+ \\ &U^+ \left(\frac{\partial V^+}{\partial x^+} \right) + V^+ \left(\frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right) = -\frac{\partial p^+}{\partial y^+} + \frac{v}{\alpha} \left(\frac{\partial^2 V^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 V^+}{\partial y^{+2}} \right) - \frac{g\beta(\Delta T)T^+ c^3}{\alpha^2} \\ &U^+ \frac{\partial V^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial V^+}{\partial y^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial y^+} + Pr \left(\frac{\partial^2 V^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 V^+}{\partial y^{+2}} \right) + Ra.Pr.T^+ \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

- **Equation de l'énergie:**

$$U \frac{\partial T}{\partial x} = U^+ \frac{\alpha}{c} \left(\frac{\partial T}{\partial x^+} \frac{\partial x^+}{\partial x} \right) = U^+ \frac{\alpha}{c} \left(\Delta T \frac{\partial T^+}{\partial x^+} \frac{1}{c} \right) = \frac{\alpha \Delta T}{c^2} U^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} \quad (\text{II.24})$$

$$V \frac{\partial T}{\partial y} = V^+ \frac{\alpha}{c} \left(\frac{\partial T}{\partial y^+} \frac{\partial y^+}{\partial y} \right) = V^+ \frac{\alpha}{c} \left(\Delta T \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \frac{1}{c} \right) = \frac{\alpha \Delta T}{c^2} V^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \quad (\text{II.25})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x^+} \frac{\partial x^+}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Delta T \frac{\partial T^+}{\partial x^+} \frac{1}{c} \right) = \frac{\Delta T}{c} \frac{\partial}{\partial x^+} \left(\frac{\partial T^+}{\partial x^+} \frac{\partial x^+}{\partial x} \right) = \frac{\Delta T}{c^2} \left(\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} \right) \quad (\text{II.26})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y^+} \frac{\partial y^+}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\Delta T \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \frac{1}{c} \right) = \frac{\Delta T}{c} \frac{\partial}{\partial y^+} \left(\frac{\partial T^+}{\partial y^+} \frac{\partial y^+}{\partial y} \right) = \frac{\Delta T}{c^2} \left(\frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (\text{II.27})$$

La substitution de (II.24), (II.25), (II.26), (II.27), dans (II.7) donne:

$$\frac{\alpha \Delta T}{c^2} \left(U^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \right) = \alpha \frac{\Delta T}{c^2} \left(\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \right)$$

$$U^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = \left(\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (\text{II.28})$$

Donc le système des équations adimensionnelles décrivant le phénomène de la convection naturelle sujet de notre étude s'écrit comme suit :

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\partial U^+}{\partial x^+} + \frac{\partial V^+}{\partial y^+} = 0 \\ U^+ \frac{\partial U^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial U^+}{\partial y^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial x^+} + Pr \left(\frac{\partial^2 U^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 U^+}{\partial y^{+2}} \right) \\ U^+ \frac{\partial V^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial V^+}{\partial y^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial y^+} + Pr \left(\frac{\partial^2 V^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 V^+}{\partial y^{+2}} \right) + Ra \cdot Pr \cdot T^+ \\ U^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = \left(\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \right) \end{array} \right. \quad (\text{II.29})$$

II.8 Conditions aux limites adimensionnelles:

Les conditions cinématiques adimensionnelles relatives à notre domaine physique sont dressées dans la table (II.1) suivante:

Tableau (II.1): Conditions aux limites cinématiques.

	x^+ [0,1]	y^+ [0,1]	Condition
Paroi inferieure	$0 \leq x^+ \leq 1$	$y^+ = 0$	$U^+ = 0; V^+ = 0$
Paroi supérieure	$0 \leq x^+ \leq 1$	$y^+ = 1$	$U^+ = 0; V^+ = 0$
Paroi gauche	$x^+ = 0$	$0 \leq y^+ \leq 1$	$U^+ = 0; V^+ = 0$
Paroi droite	$x^+ = 1$	$0 \leq y^+ \leq 1$	$U^+ = 0; V^+ = 0$

Les conditions thermiques adimensionnelles relatives à notre domaine physique sont résumées dans la table (II.2) suivante:

Tableau (II.2): Conditions aux limites thermiques.

	x^+ [0,1]	y^+ [0,1]	Condition:
Paroi inferieure	$0 \leq x^+ \leq 1$	$y^+ = 0$	$\frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 0$
Paroi supérieure	$0 \leq x^+ \leq 1$	$y^+ = 1$	$\frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 0$
Paroi gauche	$x^+ = 0$	$0 \leq y^+ \leq 1$	$T^+ = 1$
Paroi droite	$x^+ = 1$	$0 \leq y^+ \leq 1$	$T^+ = 0$

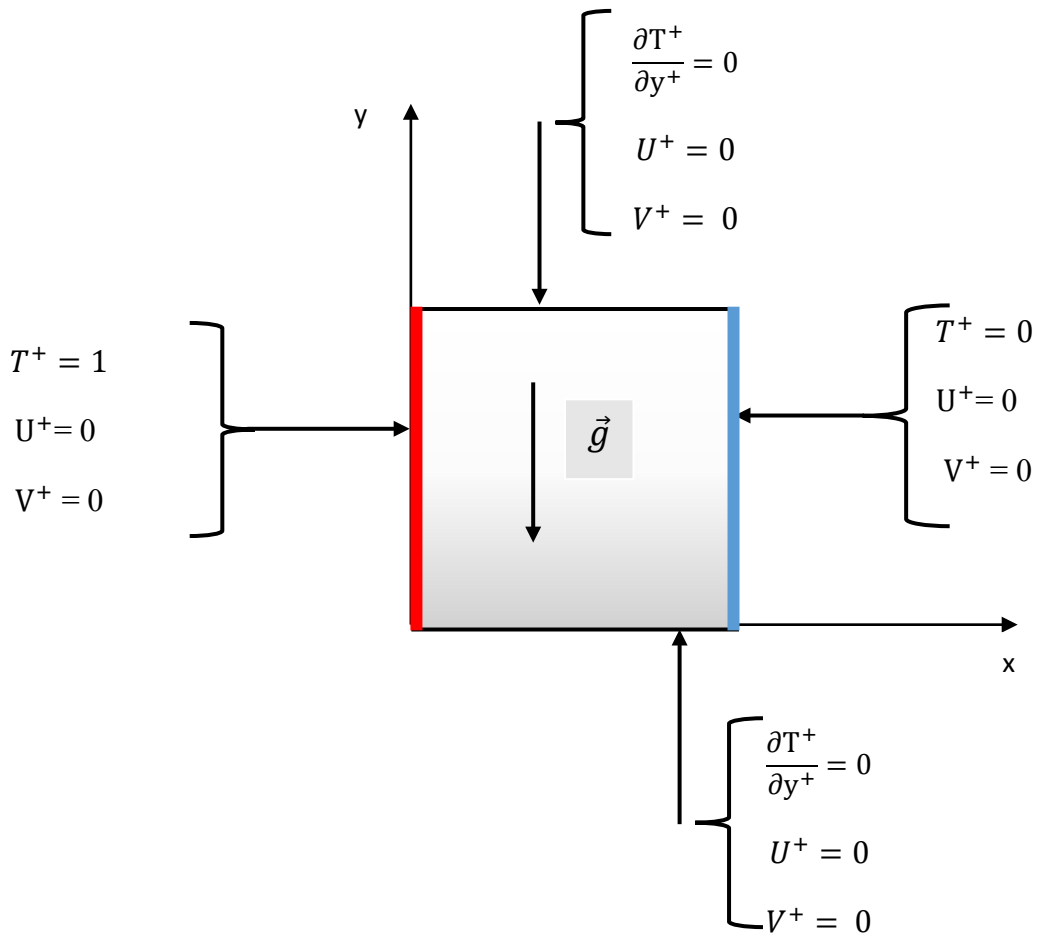


Figure (II.3) : Les conditions aux limites adimensionnelles.

II.9 Le nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel, désigne le rapport entre les quantités de chaleur échangée par convection et par conduction.

$$Nu = \frac{h.L}{\lambda}$$

L : La longueur de la couche de fluide en écoulement entre deux parois solides.

Ce nombre représente le perfectionnement du transfert de chaleur dans la couche de fluide, qui se fait par convection et par conduction. D'où on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Flux convectif} = h \cdot \Delta T \\ \text{Flux conductif} = \frac{\lambda \cdot \Delta T}{L} \end{array} \right. \longrightarrow \frac{\text{Flux convectif}}{\text{Flux conductif}} = \frac{h \cdot \Delta T}{\lambda \cdot \Delta T / L} = \frac{h \cdot L}{\lambda} = Nu.$$

II.9.1 Le nombre de Nusselt local :

Les valeurs de ce nombre sur les parois horizontales, sont définies comme suit :

- Sur la paroi chaude:

$$Nu_c = - \left. \frac{\partial T^+}{\partial x^+} \right|_{x^+=0}.$$

- Sur la paroi froide :

$$Nu_f = - \left. \frac{\partial T^+}{\partial x^+} \right|_{x^+=1}.$$

II.9.2 Le nombre de Nusselt moyen :

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt le long de ces parois sont calculées par les intégrales suivantes :

- Sur la paroi chaude:

$$\overline{Nu_c} = - \int_0^1 \left(\frac{\partial T^+}{\partial x^+} \right)_0 dy^+.$$

- Sur la paroi froide :

$$\overline{Nu_f} = - \int_0^1 \left(\frac{\partial T^+}{\partial x^+} \right)_1 dy^+.$$

CHAPITRE III :
RESOLUTION NUMERIQUE.

III.1 Introduction :

Le problème physique de la convection naturelle est décrit par des équations aux dérivées partielles non linéaires qui ne peuvent être résolues analytiquement, à cause de leurs non linéarité d'une part, et leurs couplages d'autre part. Il est donc nécessaire d'utiliser une méthode numérique pour trouver les meilleures solutions.

Il existe plusieurs méthodes numériques pour la résolution de ce type de problème, les méthodes les plus connues sont :

- La méthode des différences finies.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode des volumes finis.

Nous avons choisi la méthode des volumes finis, parce qu'elle est l'approche la mieux adaptée et la plus facile à appliquer en mécanique des fluides, elle présente également certains avantages comme sa fiabilité, son adaptation au problème physique et plus important son caractère conservatif.

III.2 La méthode des volumes finis :

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre fini, appelé volume de contrôle. Les équations algébriques qui sont obtenues par l'intégration des équations aux dérivées partielles, décrite au chapitre précédent, à travers ces volumes de contrôle. Ces équations discrétisées conservent toutes les grandeurs physiques sur ce dernier. La technique des volumes finis comporte essentiellement les étapes suivantes :

- La division du domaine considéré en volume de contrôle ;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles ;
- L'écriture des équations algébriques aux nœuds du maillage ;
- Résolution du système algébrique non linéaire ;

III.3 Le maillage:

C'est la subdivision du domaine d'étude selon les directions des coordonnées utilisées, dans notre cas c'est les coordonnées cartésiennes x et y , en un ensemble de volume fini qui est égal à la quantité ($\Delta V^+ = \Delta x^+ \cdot \Delta y^+$).

Ce volume de contrôle contenant un nœud dit nœud principal, ses faces latérales (est, ouest, nord et sud) sont désignées respectivement par les lettres : e, w, n, s, et il est entouré par quatre autres volumes adjacents, leurs centres sont les points E, W, N, S.

Les quantités scalaires pression et température (P^+, T^+) sont stockées au centre de ce volume, et les grandeurs vectorielles telles les composantes longitudinales et transversales de la vitesse (respectivement U^+, V^+) sont localisées aux centres de ses faces latérales.

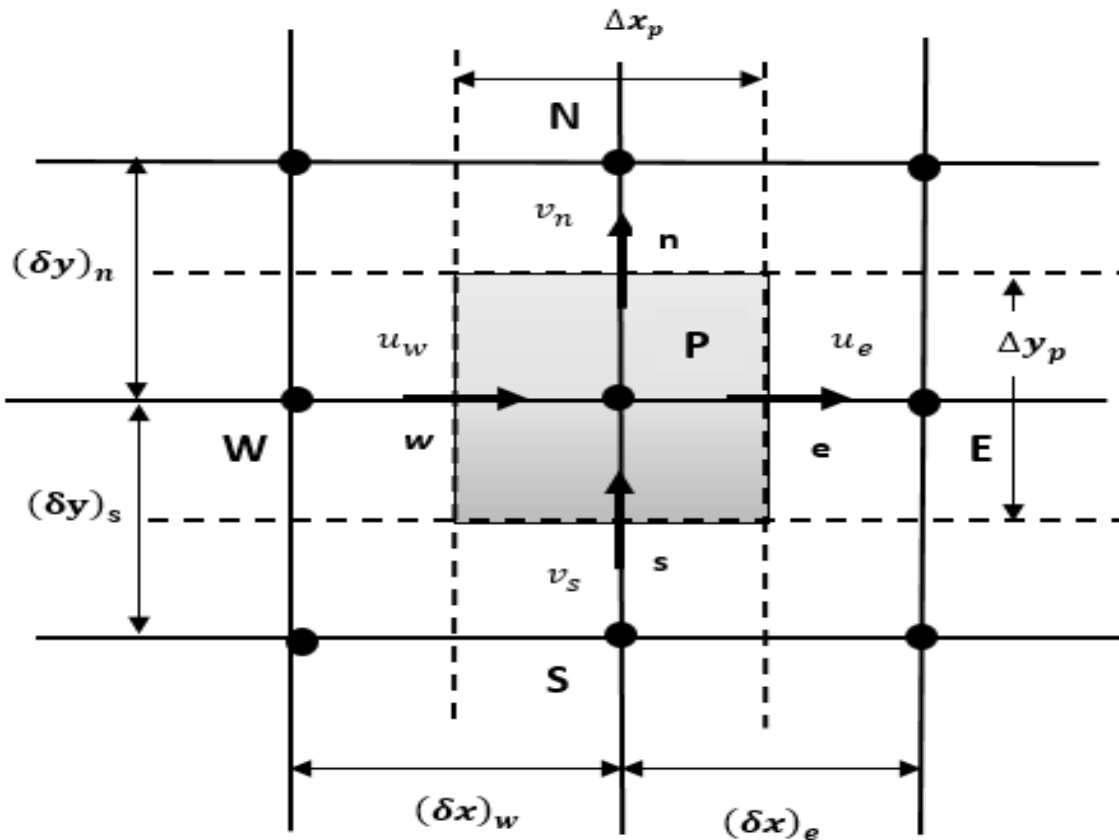


Figure (III.1) : Représentation d'un volume de contrôle bidimensionnel.

III.4 La discrétisation d'équation de transport :

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être réduites à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_A + \underbrace{div(\rho V\phi)}_B - \underbrace{div(\Gamma \overrightarrow{grad} V\phi)}_C = \underbrace{S_\phi}_D$$

Avec :

A : Terme transition.

B : Terme de convection.

C : Terme de diffusion.

D : Terme source.

Pour chaque variable l'équation de transport s'écrit dans le cas stationnaire, bidimensionnel :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_\phi \quad (\text{III.2})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = S_\phi \quad (\text{III.3})$$

Où :

ϕ : La propriété transportée.

Γ : Le coefficient de diffusion.

S_ϕ : Le terme source.

Tous ces termes sont listés dans le tableau suivant :

Tableau (III.1) : les termes de l'équation de transport.

Grandeur transportée.	ϕ	Γ	S_ϕ
Equation de continuité.	1	0	0
Equation de mouvement selon l'axe x.	U^+	Pr	$-\frac{\partial p^+}{\partial x^+}$
Equation de mouvement selon l'axe y.	V^+	Pr	$-\frac{\partial p^+}{\partial y^+} + Ra.Pr.T^+$
Equation de l'énergie.	T^+	1	0

L'équation(III.3) est discrétisée et le système d'équation aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de ϕ .

L'équation(III.3) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\phi \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$$\begin{cases} J_x = \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ J_y = \rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

J_x et J_y , sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions x et y.

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système algébrique. Premièrement est l'intégration de l'équation(III.4), sur le volume de contrôle figure (III.1) :

$$\underbrace{\int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy}_{\text{I}} = \underbrace{\int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy}_{\text{II}} \quad (\text{III.6})$$

Pour pouvoir mettre l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- La variable généralisée varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions.
- Les termes convectifs et diffusifs sont uniformes à travers les faces correspondantes.
- Le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

III.4.1 Intégration des flux totaux :

L'intégration du terme convectif et diffusif (I), de l'équation (III.6) sur tout le volume de contrôle est :

$$I = \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (J_x) + \frac{\partial}{\partial y} (J_y) dx dy.$$

$$I = \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (J_x) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} (J_y) dx dy.$$

$$I = \left[(J_x)_e - (J_x)_w \int_s^n dy \right] + \left[(J_y)_n - (J_y)_s \int_w^e dx \right].$$

$$I = [(J_x)_e - (J_x)_w] \Delta y + [(J_y)_n - (J_y)_s] \Delta x.$$

$$I = (J_x)_e \Delta y - (J_x)_w \Delta y + (J_y)_n \Delta x - (J_y)_s \Delta x.$$

Si on pose:

$$\begin{cases} J_e = (J_x)_e \Delta y \\ J_w = (J_x)_w \Delta y \\ J_n = (J_y)_n \Delta x \\ J_s = (J_y)_s \Delta x \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Donc l'expression de terme (I) devient :

$$I = J_e - J_w + J_n - J_s \quad (\text{III.8})$$

Les équations J_e, J_w, J_n et J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s).

III.4.2 Intégration du terme source :

L'intégration du terme source(II), de l'équation (III.6) sur tout le volume de contrôle est :

$$II = \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy = \int_s^n \left[\int_w^e S_\phi dx \right] dy \quad (III.9)$$

Donc :

$$II = \overline{S_\phi} \cdot \Delta x \Delta y \quad (III.10)$$

$\overline{S_\phi}$: Est la valeur moyenne de S_ϕ dans ce volume élémentaire, ce terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\phi} = S_u + S_p \phi_p \quad (III.11)$$

Où :

S_u : La partie constante qui ne dépend pas explicitement de S_p ;

S_p : La pente de ϕ_p .

Avec :

Après (III.8) et (III.10) l'équation (III.6) devient :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = \overline{S_\phi} \cdot \Delta x \Delta y \quad (III.12)$$

III.4.3 La discrétisation spatiale :

L'approximation de la variable généralisée ϕ aux interfaces du volume de contrôle se fera donc avec le choix du schéma de discrétisation approprié. Le rôle du schéma intervient pour expliquer comment évaluer les flux de diffusion et de convection sur les faces du volume de contrôle après intégration.

III.4.3.1 Les flux de diffusions :

Ces valeurs sont toujours positives, elles sont sous les formes suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta x_e} \Delta y \\ D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta x_w} \Delta y \\ D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta y_n} \Delta x \\ D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta y_s} \Delta x \end{array} \right. \quad (III.13)$$

III.4.3.2 Les flux de convectifs :

Ces flux convectifs sont présents à travers les faces respectives du volume de contrôle, ils peuvent être positifs ou négatifs selon le sens de l'écoulement.

$$\begin{cases} F_e = \rho U_e \Delta y \\ F_w = \rho U_w \Delta y \\ F_n = \rho V_n \Delta x \\ F_s = \rho V_s \Delta x \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Maintenant, on peut introduire le nombre de Péclet qui un nombre adimensionnel qui représente le rapport des flux de la convection à la diffusion est qui est l'élément essentiel dans le choix d'un schéma numérique de discrétisation. S.V. Patankar a proposé plusieurs schémas approches permettant d'exprimer et de sélectionner lors du calcul la méthode d'interpolation adéquate avec les conditions liées au problème physique en cours de traitement.

On introduit la fonction A ($|Pe|$) du nombre de Péclet, pour différents schémas de discrétisation comme suite :

Tableau (III.2) : La fonction A ($|Pe|$) pour différents schémas de discrétisation

Schéma	La fonction A ($ Pe $)
Différences centrées	$1 - 0.5 Pe $
Upwind	1
Hybride	$\ 0. (1 - 0.5 Pe) \ $
Exponentiel	$\frac{ P }{(e^{ P } - 1)}$
Loi de puissance	$\ 0. (1 - 0.5 Pe)^5 \ $

III.4.4 Les schémas de discrétisations :

III.4.4.1 Schéma aux différences centrées (CDS) :

Pour évaluer le flux convectif à l'interface, la variation de la variable \emptyset entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire. On suppose que les faces (e, w, n, s) se trouvent au milieu des nœuds (E, W, N, S) respectivement, les termes convectifs des variables généralisées \emptyset se présente par une interpolation comme suite :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P) \\ \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_W) \\ \phi_n = \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_P) \\ \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_S) \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Les parties diffusives sont évaluées en approximant les dérivées par les différences, ce qui donne :

$$\begin{cases} \Gamma_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{(\delta x)_e} \\ \Gamma_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{(\delta x)_w} \\ \Gamma_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_P}{(\delta y)_n} \\ \Gamma_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = \Gamma_s \frac{\phi_P - \phi_S}{(\delta y)_s} \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

Ou :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + S_P \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{F_e}{2} \\ a_W = D_w + \frac{F_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{F_n}{2} \\ a_S = D_s + \frac{F_s}{2} \\ b = S_u \Delta x \Delta y \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Les coefficients de discrétisation a_i ($i = E, W, N, S$) rassemblent les flux convectifs et diffusifs.

Les coefficients de l'équation(III.19), écrits en termes de nombre de Péclet (Pe) sont donnés par :

$$\begin{cases} a_E = D_e \left(1 - \frac{Pe_e}{2} \right) \\ a_W = D_w \left(1 + \frac{Pe_w}{2} \right) \\ a_N = D_n \left(1 - \frac{Pe_n}{2} \right) \\ a_S = D_s \left(1 + \frac{Pe_s}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

$$\text{Avec : } Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{\Gamma_i}$$

Pe_i : Nombre de Peclet qui caractérise le rapport de la convection à la diffusion.

D'après l'équation (III.18) pour que les coefficients ai soit positifs. Le nombre de Pe doit être dans l'intervalle $[-2,2]$ ($|Pe| \leq 2$).

III.4.4.2 Schéma Upwind :

On appelle aussi le schéma amont. Dans ce schéma, la valeur de variable à l'interface n'est pas interpolée, mais elle est directement assignée à la valeur du nœud en amont au sens de l'écoulement, tel que :

$$\begin{aligned} \phi_e &= \phi_P & \text{Si } F_e > 0 \\ \phi_e &= \phi_E & \text{Si } F_e < 0 \\ \phi_w &= \phi_W & \text{Si } F_w > 0 \\ \phi_w &= \phi_P & \text{Si } F_w < 0 \\ \phi_n &= \phi_P & \text{Si } F_n > 0 \\ \phi_n &= \phi_N & \text{Si } F_n < 0 \\ \phi_s &= \phi_S & \text{Si } F_s > 0 \\ \phi_s &= \phi_P & \text{Si } F_s < 0 \end{aligned} \tag{III.19}$$

Le schéma Upwind s'écrit donc :

$$\begin{cases} F_e \phi_e = \phi_P \parallel F_e, 0 \parallel -\phi_E \parallel -F_e, 0 \parallel \\ F_w \phi_w = \phi_W \parallel F_w, 0 \parallel -\phi_P \parallel -F_w, 0 \parallel \\ F_n \phi_n = \phi_P \parallel F_n, 0 \parallel -\phi_N \parallel -F_n, 0 \parallel \\ F_s \phi_s = \phi_S \parallel F_s, 0 \parallel -\phi_P \parallel -F_s, 0 \parallel \end{cases} \tag{III.20}$$

En substituant les expressions (III.20) dans l'équation de discrétisation, l'équation de discrétisation(III.12) devient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

Avec :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y$$

$$b = S_u \Delta x \Delta y$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = D_e + \parallel -F_e, 0 \parallel \\ a_W = D_w + \parallel F_w, 0 \parallel \\ a_N = D_n + \parallel -F_n, 0 \parallel \\ a_S = D_s + \parallel F_s, 0 \parallel \end{cases} \tag{III.21}$$

Tous les coefficients de discrétisation de ce schéma sont positifs, ce qui fait ce schéma est inconditionnellement stable. Ce schéma est conseillé pour les écoulements à dominance convective.

III.4.4.3 Schéma hybride (HDS):

Ce schéma est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind).

En appliquant ce schéma, la variable généralisée aux différents interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_e = a_e \phi_P + (1 - a_e) \phi_E \\ \phi_w = a_w \phi_W + (1 - a_w) \phi_P \\ \phi_n = a_n \phi_P + (1 - a_n) \phi_N \\ \phi_s = a_s \phi_S + (1 - a_s) \phi_P \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Où les coefficients a_i ($i=e, w, n, s$) sont définis par :

$$a_i = \begin{cases} 0 & \text{Si } Pe < -2 \longrightarrow \text{Schéma Upwind.} \\ \frac{1}{2} & \text{Si } |Pe| \leq 2 \longrightarrow \text{Schéma centré.} \\ 1 & \text{Si } Pe > 2 \longrightarrow \text{Schéma Upwind.} \end{cases}$$

En substituant les valeurs prises par la variable ϕ dans l'équation (III.12) on aura :

$$\begin{aligned} a_P \phi_P &= a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y \\ b &= S_u \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = \left\| -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0 \right\| \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

III.4.4.5 Schéma à loi de puissance (PLDS) :

Une bonne approximation polynomiale de la solution exacte est donnée par le schéma PLDS qui s'écrit pour le coefficient a_E par exemple comme suit :

$$\begin{aligned} a_E &= -Pe_e D_e & \text{Si } Pe_e < -10 \\ a_E &= ((1 + 0.1 Pe_e)^5 - Pe_e) D_e & \text{Si } -10 \leq Pe_e < 0 \end{aligned}$$

$$a_E = (1 - 0.1 Pe_e)^5 D_e \quad \text{Si } 0 \leq Pe_e \leq 10$$

$$\frac{a_E}{D_e} = 0 \quad \text{Si } Pe_e \geq 10$$

L'équation de ce schéma s'écrit :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y$$

$$b = S_u \Delta x \Delta y$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e \|0, (1 - 0.1|Pe_e|)^5\| + \|0, -F_e\| \\ a_W = D_w \|0, (1 - 0.1|Pe_w|)^5\| + \|0, F_w\| \\ a_N = D_n \|0, (1 - 0.1|Pe_n|)^5\| + \|0, -F_n\| \\ a_S = D_s \|0, (1 - 0.1|Pe_s|)^5\| + \|0, F_s\| \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

III.5 La discrétisation des équations :

Dans l'ensemble des équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie, les indices (+) qui indiquent le caractère adimensionnel sont omis, pour faciliter l'écriture.

III.5.1 l'équation de continuité :

Cette équation (II.10) est discrétisée dans le volume de contrôle typique (figure(III.1)) comme suit :

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) dx dy = 0$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial U}{\partial x} dx dy = (U_e - U_w) \Delta y_P$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial V}{\partial y} dx dy = (V_n - V_s) \Delta x_P$$

L'équation de continuité discrétisée peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(U_e - U_w) \Delta y_P + (V_n - V_s) \Delta x_P = 0 \quad (\text{III.26})$$

III.5.2 L'équation de quantité de mouvement :

- **L'équation de quantité de mouvement suivant l'axe x :**

La discrétisation de l'équation adimensionnelle de quantité de mouvement selon l'axe x (II.16), sur un volume de contrôle décalé vers la droite (figure (III.2)) donne l'équation suivante :

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial(UU)}{\partial x} dx dy = [(UU)_{e_u} - (UU)_{w_u}] \Delta y_P = U_{e_u} U_{e_u} \Delta y_P - U_{w_u} U_{w_u} \Delta y_P$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial(VU)}{\partial y} dx dy = [(VU)_{n_u} - (VU)_{s_u}] \delta x_e = V_{n_u} U_{n_u} \delta x_e - V_{s_u} U_{s_u} \delta x_e$$

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) dx dy = (P_P - P_E) \Delta y_P$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) dx dy = \left(\frac{U_{E_u} - U_{P_u}}{\Delta x_E} - \frac{U_{P_u} - U_{W_u}}{\Delta x_P} \right) \Delta y_P$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) dx dy = \left(\frac{U_{N_u} - U_{P_u}}{\delta y_n} - \frac{U_{P_u} - U_{S_u}}{\delta y_s} \right) \delta x_e$$

On regroupe toutes les termes présentes pour obtenus une équation de discrétisation finale sous la forme suivante :

$$A_P U_{P_u} = A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + S_u \quad (\text{III.27})$$

Où les coefficients et le terme source de l'équation algébrique sont définis comme suit :

$$A_E = Pr \frac{\Delta y_P}{\Delta x_E} - U_{e_u} \frac{\Delta y_P}{2}$$

$$A_W = Pr \frac{\Delta y_P}{\Delta x_P} + U_{w_u} \frac{\Delta y_P}{2}$$

$$A_N = Pr \frac{\delta x_e}{\delta y_n} - V_{n_u} \frac{\delta x_e}{2}$$

$$A_S = Pr \frac{\delta x_e}{\delta y_s} + V_{s_u} \frac{\delta x_e}{2}$$

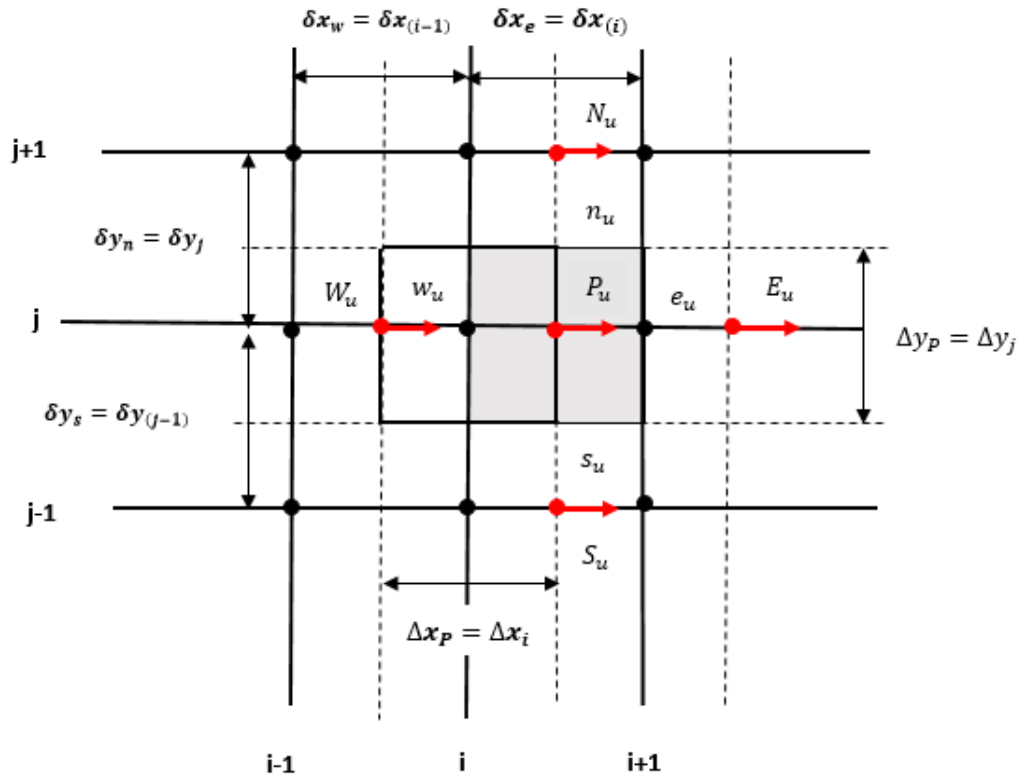
$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + S_P$$

$$S_u = (P_P - P_E) \Delta y_P$$

$$S_p = 0$$

Les composantes des vitesses aux faces des volumes finis décalés suivant la direction x sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{e_u} = \frac{U_{P_u} + U_{E_u}}{2} \\ U_{w_u} = \frac{U_{P_u} + U_{W_u}}{2} \\ U_{n_u} = \frac{U_{P_u} + U_{N_u}}{2} \\ U_{s_u} = \frac{U_{P_u} + U_{S_u}}{2} \end{array} \right.$$

Figure (III.2) : Maillage décalé suivant x .

- **L'équation de quantité de mouvement suivant l'axe y :**

La discrétisation de l'équation adimensionnelle de quantité de mouvement selon l'axe y (II.23), sur un volume de contrôle décalé vers le haut (figure (III.3)) donne l'équation suivante :

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial(UV)}{\partial x} dx dy = [(UV)_{e_v} - (UV)_{w_v}] \delta y_n = U_{e_v} V_{e_v} \delta y_n - U_{w_v} V_{w_v} \delta y_n$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial(VV)}{\partial y} dx dy = [(VV)_{n_v} - (VV)_{s_v}] \Delta x_p = V_{n_v} V_{n_v} \Delta x_p - V_{s_v} V_{s_v} \Delta x_p$$

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) dx dy = (P_P - P_N) \Delta x_p$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) dx dy = \left(\frac{V_{E_v} - V_{P_v}}{\delta x_e} - \frac{V_{P_v} - V_{W_v}}{\delta x_w} \right) \delta y_n$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) dx dy = \left(\frac{V_{N_v} - V_{P_v}}{\Delta y_N} - \frac{V_{P_v} - V_{S_v}}{\Delta y_P} \right) \Delta x_p$$

$$\int_w^e \int_s^n T dx dy = \frac{1}{2} \cdot (T_N + T_P) \Delta x_p \cdot \delta y_n$$

On regroupe toutes les termes présentes pour obtenir une équation de discrétisation finale sous la forme suivante :

$$A_P V_{P_v} = A_E V_{E_v} + A_W V_{W_v} + A_N V_{N_v} + A_S V_{S_v} + S_u \quad (\text{III.27})$$

Où les coefficients et le terme source de l'équation algébrique sont définis comme suit :

$$A_E = Pr \frac{\delta y_n}{\delta x_e} - U_{e_v} \frac{\delta y_n}{2}$$

$$A_W = Pr \frac{\delta y_n}{\delta x_w} + U_{w_v} \frac{\delta y_n}{2}$$

$$A_N = Pr \frac{\Delta x_P}{\Delta y_N} - V_{n_v} \frac{\Delta x_P}{2}$$

$$A_S = Pr \frac{\Delta x_P}{\Delta y_P} + V_{s_v} \frac{\Delta x_P}{2}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + S_P$$

$$S_u = (P_P - P_N)\Delta x_P + \frac{1}{2} Pr \cdot Ra (T_N + T_P)\Delta x_P \delta y_n$$

$$S_p = 0$$

$$\begin{cases} V_{e_v} = \frac{V_{P_v} + V_{E_v}}{2} \\ V_{w_v} = \frac{V_{P_v} + V_{W_v}}{2} \\ V_{n_v} = \frac{V_{P_v} + V_{N_v}}{2} \\ V_{s_v} = \frac{V_{P_v} + V_{S_v}}{2} \end{cases}$$

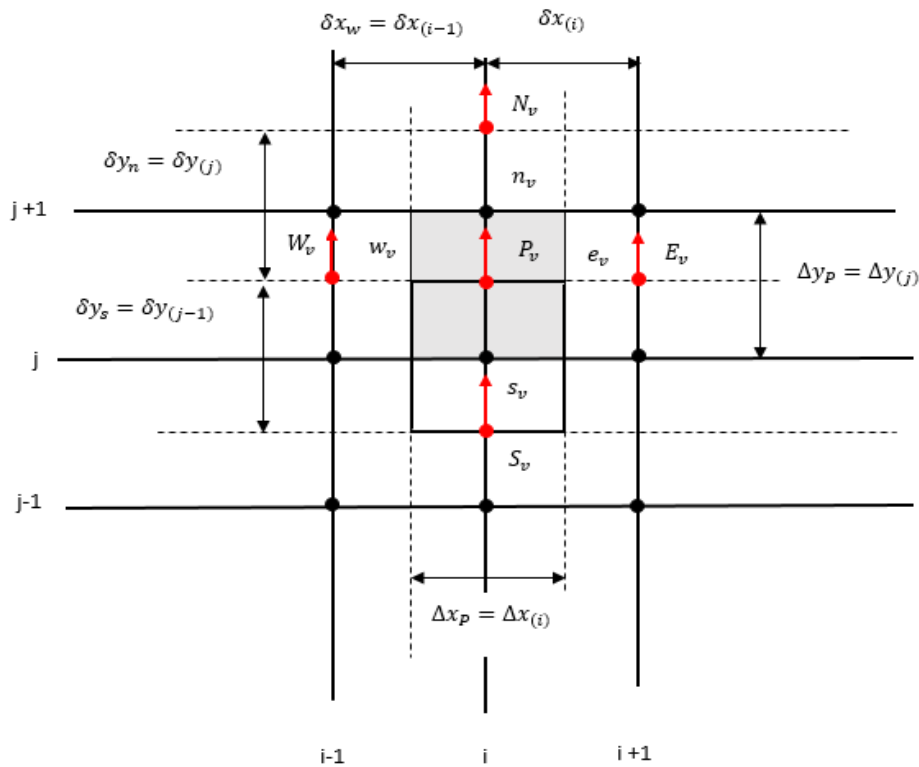


Figure (III.3) : Maillage décalé suivant y.

III.5.3 L'équation de l'énergie:

Cette équation (II.28) est discrétisée dans le volume de contrôle typique (figure(III.1)) comme suit :

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial(TU)}{\partial x} dx dy = [(UT)_e - (UT)_w] \Delta y_P = U_e T_e \Delta y_P - U_w T_w \Delta y_P$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial(TV)}{\partial y} dx dy = [(VT)_n - (VT)_s] \Delta x_P = V_n T_n \Delta x_P - V_s T_s \Delta x_P$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy = \left(\frac{T_E - T_P}{\delta x_e} - \frac{T_P - T_W}{\delta x_w} \right) \Delta y_P$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy = \left(\frac{T_N - T_P}{\delta y_n} - \frac{T_P - T_S}{\delta y_s} \right) \Delta x_P$$

On regroupe toutes les termes présentes pour obtenus une équation de discrétisation finale sous la forme suivante :

$$A_P T_P = A_E T_E + A_W T_W + A_N T_N + A_S T_S + S_u \quad (III.28)$$

Où les coefficients et le terme source de l'équation algébrique sont définis comme suit :

$$A_E = \left(\frac{\Delta y_P}{\delta x_e} - U_e \frac{\Delta y_P}{2} \right)$$

$$A_W = \left(\frac{\Delta y_P}{\delta x_w} + U_w \frac{\Delta y_P}{2} \right)$$

$$A_N = \left(\frac{\Delta x_P}{\delta y_n} - V_n \frac{\Delta x_P}{2} \right)$$

$$A_S = \left(\frac{\Delta x_P}{\delta y_s} + V_s \frac{\Delta x_P}{2} \right)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + S_p$$

$$S_u = 0$$

$$S_p = 0$$

Les coefficients de l'équation de discrétisation et la source sont :

$$T_e = \frac{T_E + T_P}{2}$$

$$T_w = \frac{T_W + T_P}{2}$$

$$T_n = \frac{T_N + T_P}{2}$$

$$T_s = \frac{T_S + T_P}{2}$$

La discrétisation du système d'équations adimensionnelles (II.28), de notre étude donne l'ensemble suivant :

$$(U_e - U_w)\Delta y_P + (V_n - V_s)\Delta x_P = 0$$

$$A_P U_{P_u} = A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + S_u$$

$$A_P V_{P_v} = A_E V_{E_v} + A_W V_{W_v} + A_N V_{N_v} + A_S V_{S_v} + S_v \quad (\text{III.29})$$

$$A_P T_P = A_E T_E + A_W T_W + A_N T_N + A_S T_S + S_t \quad (\text{III.30})$$

III.6 Conditions aux limites discrétisées :

- **Conditions hydrodynamiques :**

$$A_P = 1$$

$$A_E = A_W = A_N = A_S = S_{u,v} = 0 \quad (\text{III.31})$$

- **Conditions thermiques :**

- Paroi chaude :

$$A_P = 1, A_W = 1$$

$$A_N = A_S = A_E = 0$$

$$S_\theta = 1 \quad (\text{III.32})$$

- Paroi froide :

$$A_P = 1, A_E = 0$$

$$A_N = A_S = A_W = 0$$

$$S_\theta = 0 \quad (\text{III.33})$$

- Parois adiabatiques :

$$A_P = 1$$

$$S_\theta = 0$$

$$A_N = 1 \text{ et } A_W = A_S = A_E = 0$$

$$A_S = 1 \text{ et } A_N = A_E = A_W = 0 \quad (\text{III.34})$$

III.7 Algorithme SIMPLER :

La résolution du système d'équations discrète (III.29), est compliquée à cause de non linéarité des équations, et de l'absence d'une équation gère la pression qui existe dans le terme source des équations de quantité de mouvement. Pour cette raison, on utilise des méthodes indirectes dont la plus répandue est L'algorithme SIMPLER (Semi Implicit Method for Pressure Links Equation Revised).

Cet algorithme consiste à résoudre l'équation de pression pour obtenir le champ correspondant, et résoudre l'équation de pression corrigée seulement pour corriger la vitesse, cette résolution doit être séquentielle.

Les étapes de l'algorithme «SIMPLER» sont :

- **Etape 1 :**

Estime un champ de vitesse.

- **Etape 2 :**

Ecrivons les deux équations discrétisées de quantité de mouvement suivant x et y d'une manière à apparaître les deux gradients de pression dans le but de les éliminer pour obtenir deux champ de vitesse dit pseudo- vitesse.

$$\widehat{U}(i, j) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i, j) U_{nb}(i, j) + b_u(i, j)}{A_P(i, j)} \quad (\text{III.35})$$

$$\widehat{V}(i, j) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i, j) V_{nb}(i, j) + b_v(i, j)}{A_P(i, j)} \quad (\text{III.36})$$

Où :

$b_u(i, j)$ et $b_v(i, j)$ contient les termes sources des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant x et y, sauf le terme de pression. D'où les relations suivantes :

$$U(i, j) = \widehat{U}(i, j) + P_u(i, j)(P(i, j) - P(i + 1, j)) \quad (\text{III.37})$$

$$V(i, j) = \widehat{V}(i, j) + P_v(i, j)(P(i, j) - P(i, j + 1)) \quad (\text{III.38})$$

Avec :

$$P_u = \frac{\Delta y(j)}{A_P(i, j)}$$

$$P_v = \frac{\Delta x(i)}{A_P(i, j)}$$

- **Etape 3 :**

On calcule les coefficients de pression, à partir l'équation de continuité discrète :

$$(U(i, j) - U(i - 1, j))\Delta y(i, j) + (V(i, j) - V(i, j - 1))\Delta x(i, j) = 0 \quad (\text{III.39})$$

On remplace les deux équations (III.37) et (III.38) dans l'équation (III.39), toutes les pseudo-vitesses vont s'éliminer et on obtient l'équation de pression discrétisée suivante :

$$A_P(i, j)P_P(i, j) = A_E(i, j)P(i + 1, j) + A_W(i, j)P(i - 1, j) + A_N(i, j)P(i, j + 1) \\ + A_S(i, j)P(i, j - 1) + S_P(i, j) \quad (\text{III.40})$$

Avec :

$$A_E(i, j) = P_u(i, j) \Delta y(j)$$

$$A_W(i, j) = P_u(i - 1, j) \Delta y(j)$$

$$A_N(i, j) = P_v(i, j) \Delta x(i)$$

$$A_S(i, j) = P_v(i, j - 1) \Delta x(i)$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j)$$

$$S_P = \left(\widehat{U}(i - 1, j) - \widehat{U}(i, j) \right) \Delta y(j) + \left(\widehat{V}(i, j - 1) - \widehat{V}(i, j) \right) \Delta x(i)$$

- **Etape 4 :**

Considérons le champ de pression déduit de l'équation (III.40) comme un champ estimé $P^*(i, j)$, et le faire remplacer dans l'équation (III.29), nous obtenons donc U^* et V^* :

$$\begin{aligned} A_P(i, j) U^*(i, j) &= A_E(i, j) U^*(i + 1, j) + A_W(i, j) U^*(i - 1, j) + \\ &A_N(i, j) U^*(i, j + 1) + A_S(i, j) U^*(i, j - 1) + (P^*(i, j) - P^*(i + 1, j)) \Delta y(j) \\ &\quad + b_u(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

$$\begin{aligned} A_P(i, j) V^*(i, j) &= A_E(i, j) V^*(i + 1, j) + A_W(i, j) V^*(i - 1, j) + \\ &A_N(i, j) V^*(i, j + 1) + A_S(i, j) V^*(i, j - 1) + (P^*(i, j) - P^*(i, j + 1)) \Delta x(i) \\ &\quad + b_v(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

Avec :

$$S_u = b_u(i, j) + (P^*(i, j) - P^*(i + 1, j)) \Delta y(j)$$

$$S_v = b_v(i, j) + (P^*(i, j) - P^*(i, j + 1)) \Delta x(i)$$

- **Etape 5 :**

Les champs corrects de vitesse et de pression sont donnés comme suit :

$$P(i, j) = P^*(i, j) + P'(i, j) \quad (\text{III.43})$$

$$U(i, j) = U^*(i, j) + U'(i, j) \quad (\text{III.44})$$

$$V(i, j) = V^*(i, j) + V'(i, j) \quad (\text{III.45})$$

Où :

$P'(i, j), U'(i, j)$ et $V'(i, j)$: Sont respectivement les corrections des champs $P^*(i, j), U^*(i, j)$ et $V^*(i, j)$.

En suivant les mêmes étapes élaborées pour la détermination des vitesses estimées, et en substituant les équations (III.44) et (III.45) dans les équations (III.29), et soustrayant avec l'équation (III.41) et (III.42), nous obtenons :

$$\begin{aligned} A_P(i, j) U'(i, j) = & A_E(i, j)U'(i + 1, j) + A_W(i, j)U'(i - 1, j) + \\ & A_N(i, j)U'(i, j + 1) + A_S(i, j)U'(i, j - 1) + (P'(i, j) - P'(i + 1, j))\Delta y(j) \\ & + b_u(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

$$\begin{aligned} A_P(i, j) V'(i, j) = & A_E(i, j)V'(i + 1, j) + A_W(i, j)V'(i - 1, j) + \\ & A_N(i, j)V'(i, j + 1) + A_S(i, j)V'(i, j - 1) + (P'(i, j) - P'(i, j + 1))\Delta x(i) \\ & + b_v(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

- **Etape 6 :**

La détermination des corrections des vitesses $U'(i, j)$ et $V'(i, j)$ depuis les équations (III.46) et (III.47) est compliquée, donc ces deux équations peuvent être approximées par les deux équations suivantes :

$$A_P(i, j)U'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i + 1, j))\Delta y(j) \quad (\text{III.48})$$

$$A_P(i, j)V'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j + 1))\Delta x(i) \quad (\text{III.49})$$

Donc :

$$U'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i + 1, j))P_u(i, j) \quad (\text{III.50})$$

$$V'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j + 1))P_v(i, j) \quad (\text{III.51})$$

On remplace les deux équations (III.50) et (III.51) dans les équations (III.44) et (III.45), nous avons :

$$U(i, j) = (P'(i, j) - P'(i + 1, j))P_u(i, j) + U^*(i, j) \quad (\text{III.52})$$

$$V(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j + 1))P_v(i, j) + V^*(i, j) \quad (\text{III.53})$$

- **Etape 7 :**

Remplaçons les deux équations (III.52) et (III.53) dans l'équation discrétisée de continuité (III.39) toutes les vitesses estimées vont s'éliminer pour obtenir l'équation discrétisée de correction de pression suivante :

$$A_P(i, j)P'(i, j) = A_E(i, j)P'(i + 1, j) + A_W(i, j)P'(i - 1, j) \\ + A_N(i, j)P'(i, j + 1) + A_S(i, j)P'(i, j - 1) + S_P(i, j) \quad (\text{III.54})$$

Avec :

$$A_E(i, j) = P_u(i, j)\Delta y(j)$$

$$A_W(i, j) = P_u(i - 1, j)\Delta y(j)$$

$$A_N(i, j) = P_v(i, j)\Delta x(i)$$

$$A_S(i, j) = P_v(i, j - 1)\Delta x(i)$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j)$$

$$S_P = (U^*(i - 1, j) - U^*(i, j))\Delta y(j) - (V^*(i, j - 1) - V^*(i, j))\Delta x(i)$$

- **Etape 8 :**

Résoudre l'équation algébrique discrétisée d'énergie pour obtenir le champ de température T.

- **Etape 9 :**

Test de convergence et impression des résultats.

III.8 Solution des systèmes d'équations de discrétisation par la méthode de Balayage :

La résolution des équations discrètes utilise la méthode de balayage ligne par ligne ou colonne par colonne, appelée algorithme de Thomas ou TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm).

L'équation générale de transport discrète sous la forme indicelle est :

$$A_{(i, j)}\Phi_{(i, j)} = A_{(i+1, j)}\Phi_{(i+1, j)} + A_{(i-1, j)}\Phi_{(i-1, j)} + A_{(i, j+1)}\Phi_{(i, j+1)} + \\ A_{(i, j-1)}\Phi_{(i, j-1)} + S_{u(i, j)} \quad (\text{III.55})$$

Avec :

$$1 \leq i \leq N \quad \text{et} \quad 1 \leq j \leq M$$

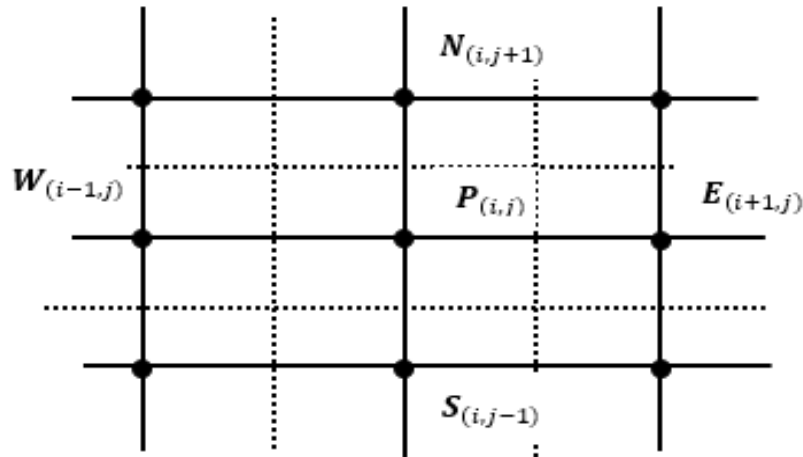


Figure (III.4) : Domaine de calcul.

Les coefficients de l'équation précédente sont fonction des variables de transport \emptyset .

Le système (III.51) est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A] [\emptyset] = [S] \quad (\text{III.56})$$

Où :

[A] : La matrice des coefficients $A_{(i,j)}$.

[\emptyset] : Les vecteurs des inconnues $\emptyset_{(i,j)}$.

[S] : Le vecteur seconde membre.

La technique de balayage permet de transformer le système (III.56), en un système tri-diagonal qui peut être résolu par l'algorithme de Thomas TDMA.

Quand on procède à un balayage dans la direction x, on trouve l'équation suivante :

$$a_i \emptyset_i = b_i \emptyset_{i+1} + c_i \emptyset_{i-1} + d_i \quad : \text{Pour } i = 1, N \quad (\text{III.57})$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit :

$$\begin{cases} a_i = A_{(i,j)} \\ b_i = A_{(i+1,j)} \\ c_i = A_{(i-1,j)} \\ d_i = A_{(i,j+1)} \emptyset_{(i,j+1)} + A_{(i,j-1)} \emptyset_{(i,j-1)} + S_{u(i,j)} \end{cases}$$

Le système d'équation (III.57) est tri-diagonal et peut être résolu avec l'algorithme de Thomas.

La relation de récurrence pour \emptyset_i est donnée par :

$$\phi_i = P_i \phi_{i+1} + Q_i \quad (\text{III.58})$$

Cette équation est réécrite pour l'indice $i-1$:

$$\phi_{i-1} = P_{i-1} \phi_i + Q_{i-1} \quad (\text{III.59})$$

En substituant l'équation (III.59) dans l'équation (III.57) on obtient :

$$\phi_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} \phi_{i+1} + \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}} \quad (\text{III.60})$$

Par identification l'équation (III.60) avec l'équation (III.58) on déduit deux nouvelles relations de récurrence :

$$\begin{cases} P_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} \\ Q_i = \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}} \end{cases} \quad (\text{III.61})$$

Avec les valeurs initiales :

$$\begin{cases} P_i = \frac{b_i}{a_i} \\ Q_i = \frac{d_i}{a_i} \end{cases} \quad (\text{III.62})$$

Donc il faut calculer P_1 et Q_1 , ensuite P_2 et Q_2 jusqu'à P_N et Q_N .

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1}, Q_1 = \frac{d_1}{a_1}, P_N = 0 \text{ et } Q_N = \phi_N$$

La valeur de Q_N étant connue d'après les conditions aux limites, on déterminera par retour en arrière, $\phi_{N-1}, \phi_{N-2}, \dots, \phi_2$ (ϕ_1 étant connue aux limites), nous balayons dans le sens inverse.

III.9 Critère de convergence :

Ce critère est basé sur l'observation de l'évolution des variables calculées aux points du maillage.

La convergence à l'état stationnaire est atteinte lorsque l'expression suivante est satisfaite :

$$(\phi^{(k+1)} - \phi^{(k)}) / \phi^{(k)} \leq \varepsilon = 10^{-6} \quad (\text{III.63})$$

Où :

ϕ : La variable dépendante qui représente U, V , ou T .

K : Le nombre d'itérations.

- **Technique de sous relaxation :**

Parmi les méthodes des relaxations des systèmes d'équations, on distingue les méthodes itératives. Ces dernières sont généralement plus utilisées pour :

- Des systèmes de grandes tailles.

- Des systèmes dont les équations algébriques sont à caractère non linéaire et couplés.

Dans cette catégorie de méthode, on utilise la technique de relaxation pour contrôler la convergence du processus itératif (ralentir ou accélérer la convergence).

Soit l'équation de la variable ϕ :

$$A_P \phi_P = \sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III.64})$$

Ou encore :

$$\phi_P = \frac{\sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb} + b}{A_P} \quad (\text{III.65})$$

A l'itération (k+1) on peut écrire :

$$\phi_P^{(k+1)} = \phi_P^{(k)} + \left[\frac{\sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb}^{(k+1)} + b}{A_P} - \phi_P^{(k)} \right] \quad (\text{III.66})$$

$\phi^{(k)}$: La valeur de ϕ à l'itération (k).

$\phi^{(k+1)}$: La valeur de ϕ à l'itération (k+1).

La quantité entre crochets dans l'équation (III.66) représente la variation de ϕ produite par une itération ou tout simplement le résidu.

La technique relaxation cherche à diminuer les résidus d'une première approximation puisque ces résidus sont nuls pour la solution exacte, ce qui revient à introduire un facteur de relaxation α_ϕ .

$$\phi_P^{(k+1)} = \phi_P^{(k)} + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} A_{nb} \phi_P^{(k+1)} + b}{A_P} - \phi_P^{(k)} \right] \quad (\text{III.67})$$

Ou bien :

$$\frac{A_P}{\alpha_\phi} \phi_P^{(k+1)} = \sum_{nb} A_{nb} \phi_P^{(k+1)} + b + (1 - \alpha_\phi) \frac{A_P}{\alpha_\phi} \phi_P^{(k)} \quad (\text{III.68})$$

En pratique α_ϕ est définie tel que $0 < \alpha_\phi < 2$. Si $\alpha_\phi > 2$ le processus diverge souvent :

Deux cas sont généralement rencontrés :

- $1 < \alpha_\phi < 2$ on est en présence d'une sur relaxation.
- $0 < \alpha_\phi < 1$ il s'agit d'une sous relaxation.

La technique de sous relaxation est très conseillée pour les problèmes non linéaires afin d'éviter la divergence. Dans notre cas, les variables u, v, T sont sous relaxation de la même que l'équation (III.67).

III.10 L'organigramme :

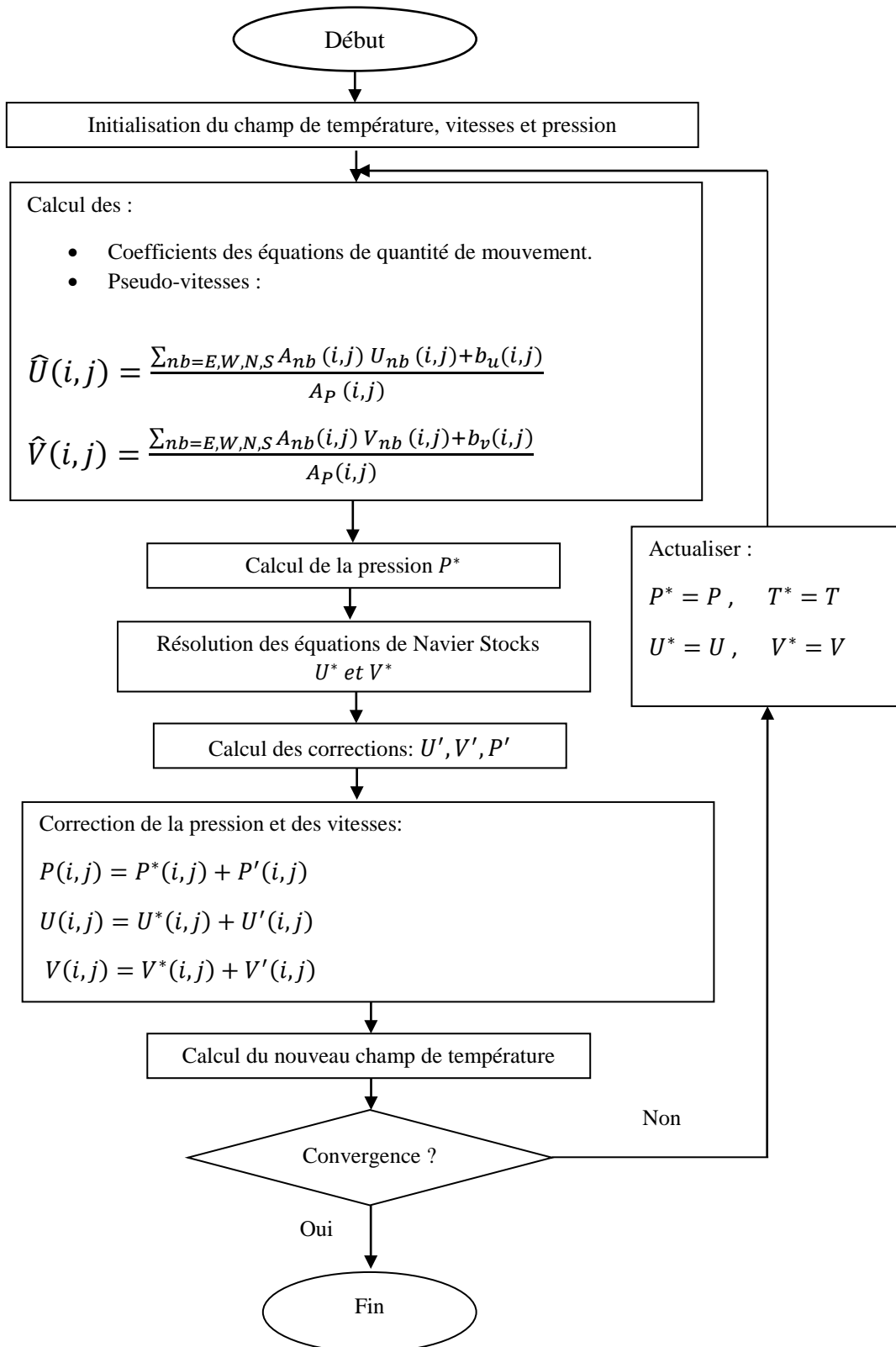


Figure (III.5) : Organigramme général de résolution (SIMPLER).

CHAPITRE IV :
RESULTATS ET DISCUSSION

IV.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous avons présenté et discuté nos résultats de simulation numérique obtenus à l'aide de la programmation direct d'un code de calcul en langage Fortran qui est basé sur la méthode des volumes finis. En premier lieu, nous avons effectué une étude de maillage pour choisir le maillage le mieux adapté pour notre étude.

Une validation numérique est effectuée pour comparer nos résultats avec d'autres travaux similaires est qui représentent une référence dans ce domaine. Pour toutes les simulations réalisées, nous avons adopté un nombre de Prandtl égal à 0.71 (l'air), un nombre de Rayleigh variant de 10^2 à 2.5×10^5 pour un écoulement bidimensionnel, laminaire et permanent.

IV.2 Etude de maillage :

Dans notre étude, nous avons choisi un maillage carré non uniforme de dimension $m \times m$ nœuds dans tout l'espace de calcul. Nous avons exécuté le code de calcul pour différent nombre de nœuds variant de 22×22 jusqu'à 112×112 et les différents résultats sont montrés sur le tableau (IV.1).

Donc nous mettons en évidence par cette étude de maillage, l'indépendance des résultats obtenus des maillages considérés pour un choix bien optimisé entre temps de calcul et précision. A partir de ces résultats nous avons opté pour un maillage de dimension 72×72 qui représente un bon rapport précision et temps de calcul.

Tableau (IV.1) : Caractéristiques de l'écoulement pour différents maillages

($Ra=10^4$, $Pr=0.71$)

$Ra=10^4$	22×22	32×32	42×42	52×52	62×62	72×72	82×82	92×92	102×102
$ \psi_{max} $	5.112	5.088	5.080	5.078	5.076	5.075	5.075	5.075	5.074
U_{max}	16.049	16.173	16.178	16.193	16.191	16.201	16.201	16.203	16.205
V_{max}	19.640	19.689	19.680	19.643	19.685	19.686	19.675	19.687	19.682
$\overline{Nu}_{x=0}$	2.281	2.257	2.250	2.247	2.246	2.245	2.245	2.245	2.244

IV.3.1.Représentation graphique du tableau (IV.1) :

Pour une meilleure visibilité de la variation des résultats obtenus en fonction du maillage nous avons représenté graphiquement les différentes valeurs qui sont, la variation de la fonction de courant $|\psi_{max}|$, la variation des vitesses U_{max} , V_{max} et celle du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}_{x=0}$ respectivement sur les figures (IV.1), (IV.2) et (IV.3).

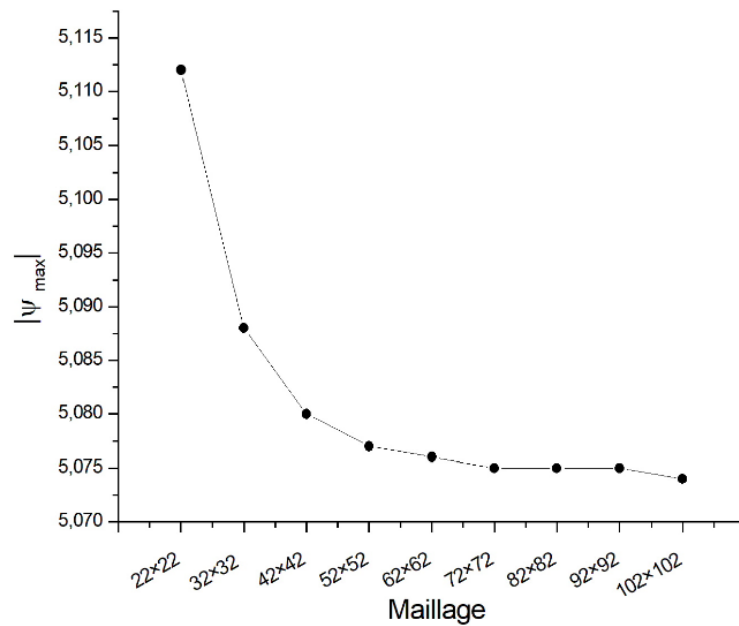


Figure (IV.1) : Variation de la fonction de courant $|\psi_{max}|$

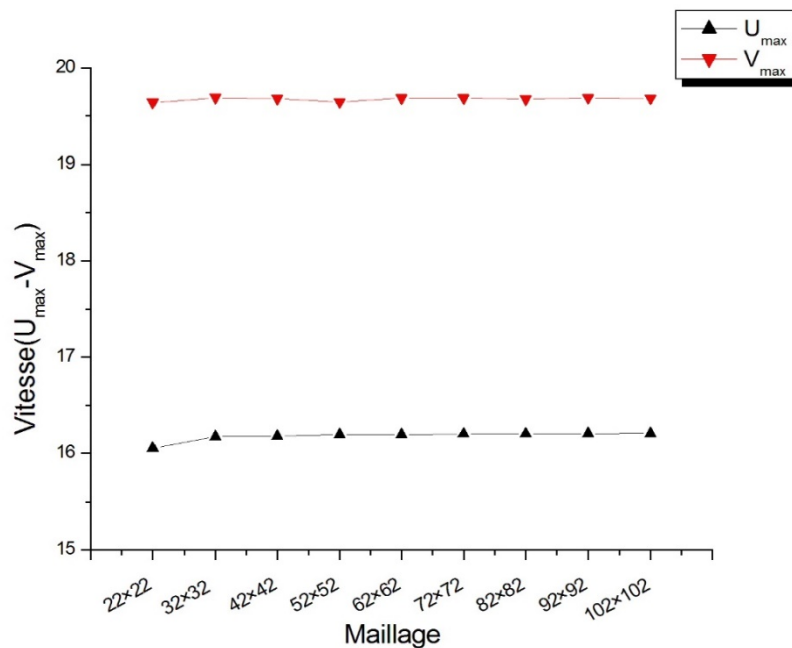


Figure (IV.2) : Variation des vitesses U_{max} , V_{max}

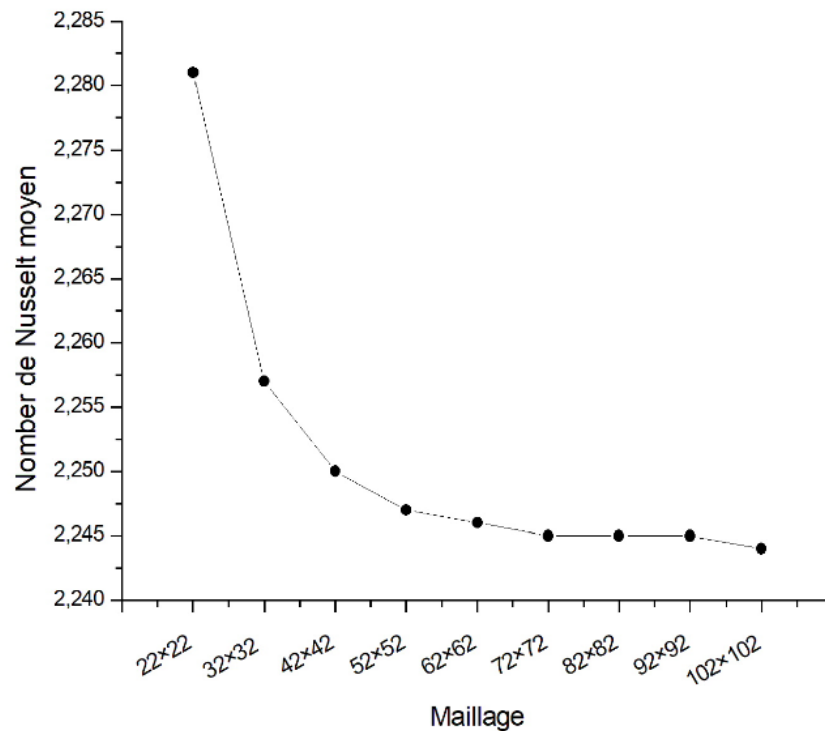


Figure (IV.3) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu_{x=0}}$

IV.3 Validation numérique :

Dans le cadre de la validation de notre code de calcul, nous avons effectué une comparaison entre les résultats obtenus dans ce travail avec ceux de G. Vahl Davis(1983) [30], qui a présenté une solution numérique dans une cavité carrée soumise à des gradients de température horizontaux.

Par la comparaison, on a constaté que nos résultats sont d'une très grande similitude à ceux de la référence [30] avec des erreurs relatives maximales qui sont très inférieurs à 1%. Sauf pour la valeur de la vitesse horizontale maximale (U_{max}) dans le tableau (IV.4) qui n'a pas un bon accord avec celle de la référence [30].

Tableau (IV.2) : Comparaison quantitative des résultats avec la référence [30]

Maillage de 40 x 40		Ra=10³		Pr=0.71
	$ \psi_{max} $	U_{max}	V_{max}	\overline{Nu}_{moy}
Référence [30]	–	3.634	3.679	1.116
Présent travail	1.178	3.653	3.698	1.118
Erreur relative maximale %	–	0.522%	0.516%	0.179%
Maillage de 40 x 40		Ra=10⁴		Pr=0.71
	$ \psi_{max} $	U_{max}	V_{max}	\overline{Nu}_{moy}
Référence [30]	–	16.182	19.509	2.234
Présent travail	5.081	16.169	19.664	2.251
Erreur relative maximale %	–	0.080%	0.794%	0.760%
Maillage de 80 x 80		Ra=10⁵		Pr=0.71
	$ \psi_{max} $	U_{max}	V_{max}	\overline{Nu}_{moy}
Référence [30]	9.644	34.81	68.22	4.510
Présent travail	9.619	43.902	68.699	4.525
Erreur relative maximale %	0.259%	26.118%	0.702%	0.332%

IV.4 Effet de Nombre de Rayleigh :

Pour examiner l'effet de nombre de Rayleigh sur la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée, nous avons exécuté le programme de calcul avec les paramètres suivants : Pr=0.71, Ra : varie de 10^2 jusqu'à 2.5×10^5 , et l'écoulement est laminaire et permanent.

VI.4.1 Sur les isothermes, les champs de vitesse et les lignes de courant :

Nous présentons les isothermes, les champs de vitesse et les lignes de courant pour différent nombre de Rayleigh Ra = [$10^2 - 2.5 \times 10^5$].

Nous remarquons dans la figure (IV.4) pour $Ra=10^2$ que les isothermes sont stratifiés et pratiquement parallèles aux parois verticales, ce qui désigne que le mécanisme de transfert de chaleur qui domine est la pseudo-conduction. Les champs de vitesse consistent en une cellule de faible intensité parfaitement symétrique tournant dans le sens horaire. Pour Les lignes de courant de la même figure montrent que la fonction minimale est de forme d'un cercle localisé au milieu de la cavité, le rayon de ce cercle augmente d'une façon quasi-régulière jusqu'à atteindre la valeur maximale proche des parois de l'enceinte où la fonction est déformée. Par contre les figures (IV.5) et (IV.6) qui correspondent respectivement à $Ra=10^3$ et $Ra=10^4$ montrent que les isothermes commencent à se dévier à la limite supérieure et inférieure de l'enceinte proche de la paroi chaude et froide respectivement. Le sens de cette déviation correspond à la direction de la rotation des lignes de courant. La structure de champs de vitesse de ces figures est circulaire qui apparait dans le sens ascendant proche de la paroi chaude et inversement pour la paroi froide, ce qui signifie que la convection naturelle s'intensifie. La fonction de courant de ces nombres prend une forme ellipsoïdale localisée au milieu de la cavité et qui se déforme près des parois de l'enceinte. Les valeurs de cette fonction augmentent progressivement avec l'augmentation de la valeur de Rayleigh.

Pour une valeur plus élevée du nombre de Rayleigh $Ra=10^5$, la figure (IV.7) montre que les isothermes se modifient complètement et sont plus serrées du côté haut de la paroi chaude et du côté bas de la paroi froide et de même pour les lignes de courant, on peut voir l'apparition de bifurcation donnant naissance de deux cellules symétriques et contrarotatives qui sont apparues au milieu de la cavité sous l'effet de l'intensification de la convection naturelle dans la cavité. Ces cellules se fusionnent progressivement jusqu'à atteindre une seule forme proche des parois. Le même phénomène a été constaté pour $Ra = 2.5 \times 10^5$ mais d'une façon plus prononcée comme montre la figure (IV.8).

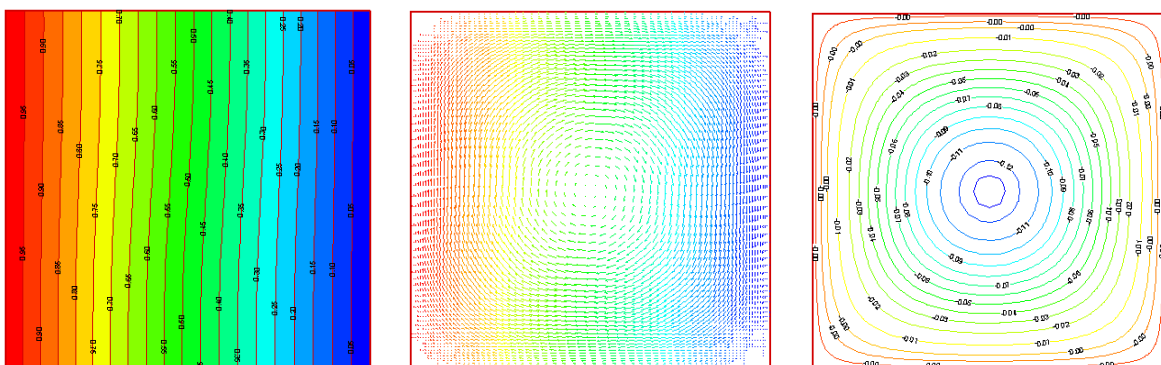


Figure (IV.4) : Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour $Ra=10^2$

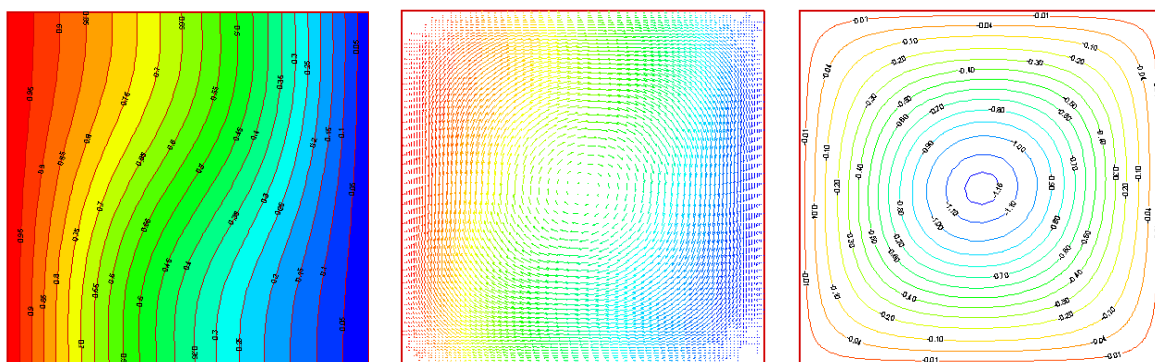


Figure (IV.5) : Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour $Ra=10^3$

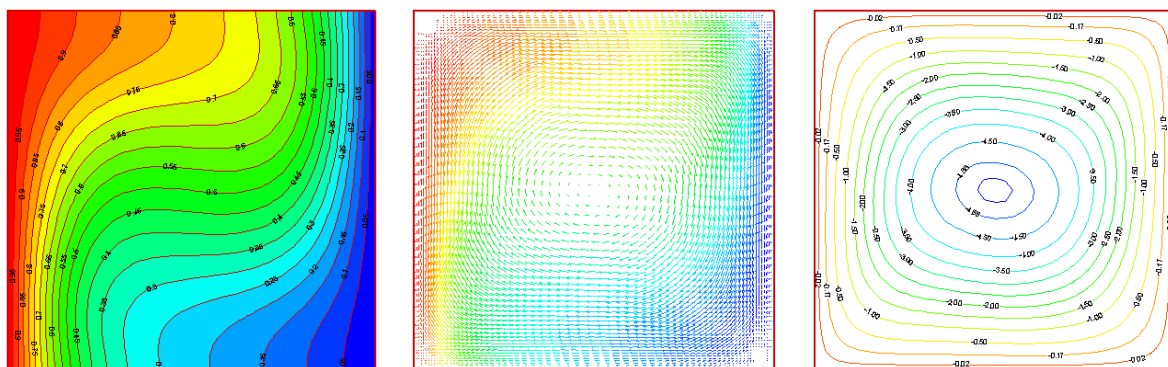


Figure (IV.6) : Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour $Ra=10^4$

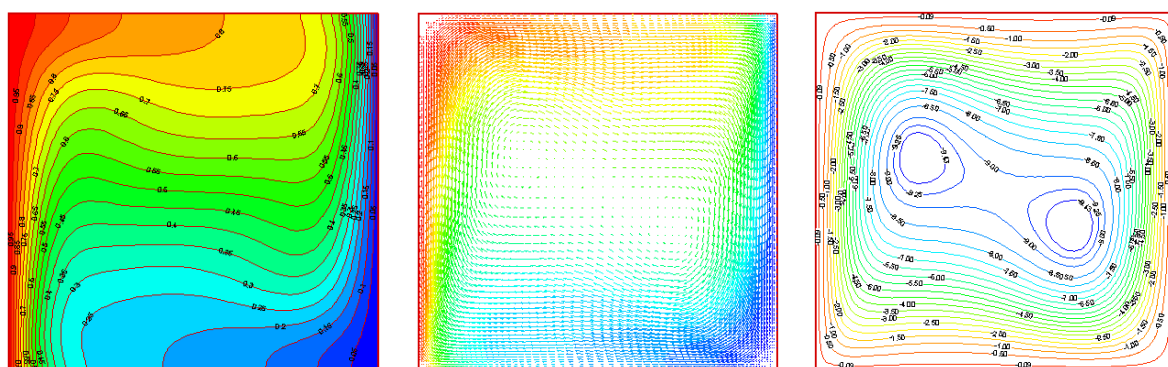


Figure (IV.7) : Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour $Ra=10^5$

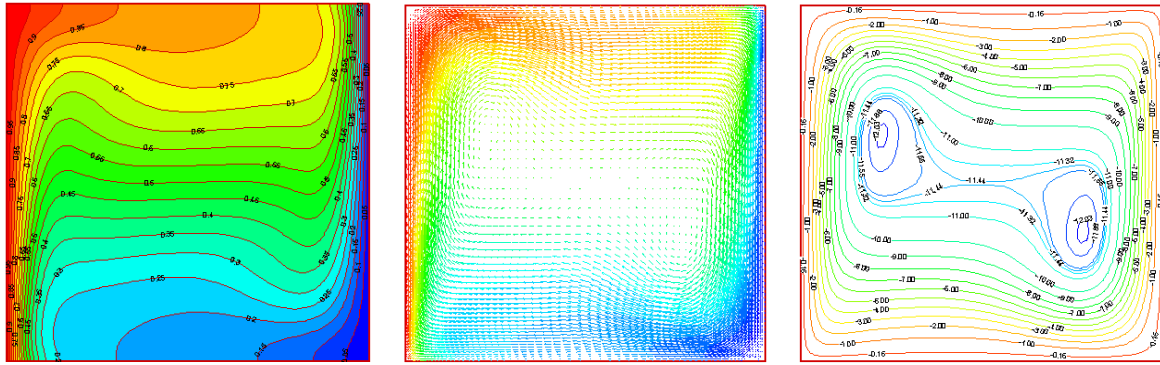


Figure (IV.8) : Contours de température, champ de vitesse et lignes de courant pour $Ra=2.5 \times 10^5$

Pour bien examiner l'influence du nombre de Rayleigh sur la structure dynamique l'écoulement, on a tracé l'évolution de la valeur absolue de la fonction de courant maximale $|\psi_{max}|$ en fonction de nombre de Rayleigh montrée sur la figure (IV.9).

Cette figure illustre bien que la valeur de $|\psi_{max}|$ augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, ce qui est évident car l'augmentation du nombre de Rayleigh renforce l'écoulement par l'intensification de la convection naturelle dans la cavité carrée, ce qui conduit à l'intensification du champ de vitesse et par conséquent, l'augmentation des valeurs de la fonction de courant.

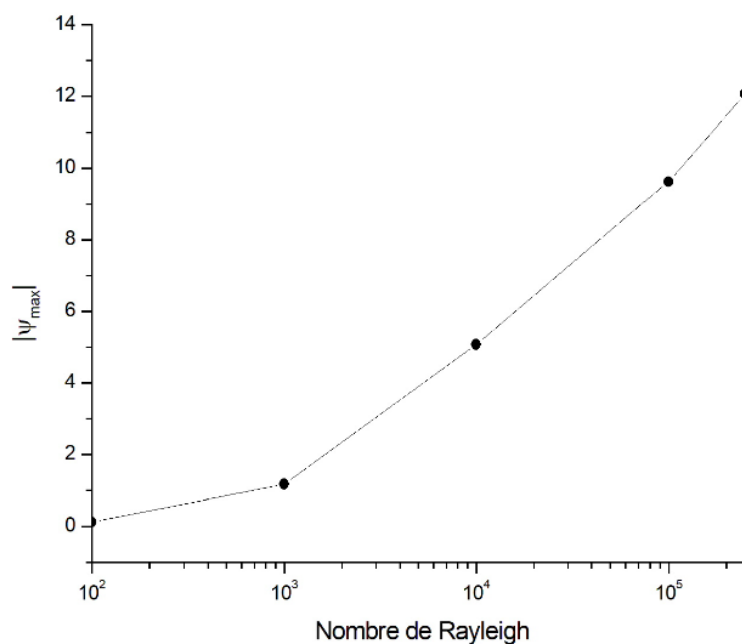


Figure (IV.9) : Variation de la valeur de $|\psi_{max}|$ en fonction de Ra

VI.4.2 Le nombre de Nusselt moyen :

La variation du nombre de Nusselt ($\overline{Nu_{x=0}}$) moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh (Ra) est illustré sur la figure (IV.10) où on constate que pour la faible valeur de $Ra = 10^2$ le Nusselt moyen est égale à l'unité ($\overline{Nu_{x=0}} = 1.001$) dans ce cas la conduction dominante. Le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de nombre de Rayleigh sous l'effet de la convection naturelle qui deviennent de plus en plus significatifs.

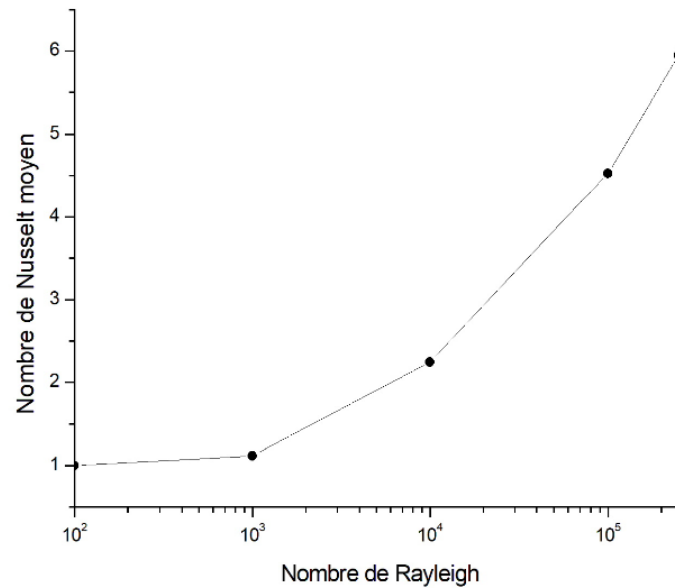


Figure (IV.10) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu_{x=0}}$ en fonction de Ra

VI.4.3 Le nombre de Nusselt local :

La figure (IV.11) illustre la variation du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude pour différent nombre de Rayleigh. Cette illustration nous permet de remarquer qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, la valeur du nombre de Nusselt local augmente est cela signifie que l'échange de chaleur entre la paroi est meilleur pour des nombres de Rayleigh élevés.

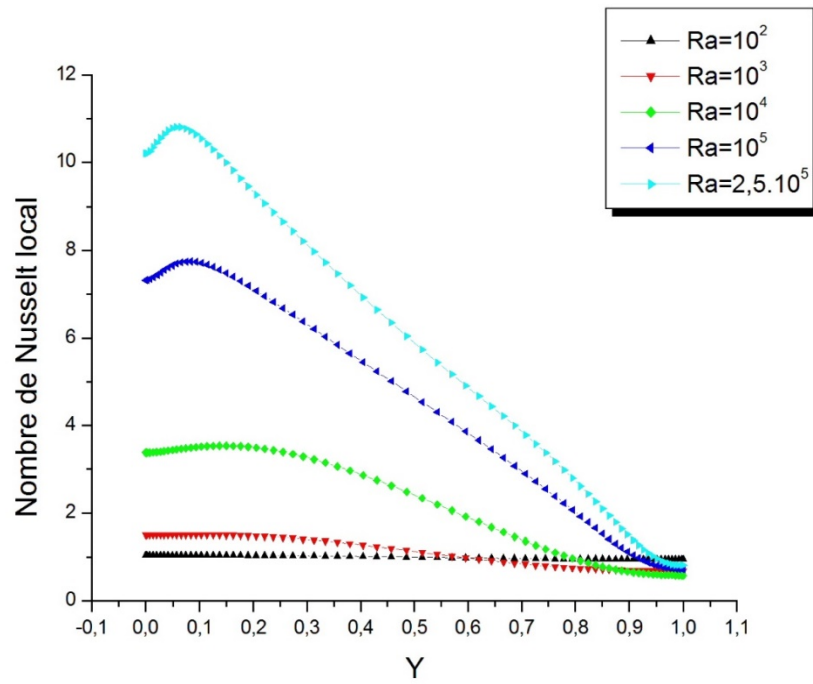


Figure (IV.11) : Variation du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale :

Le travail présenté dans ce mémoire est une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle laminaire et permanente dans une cavité fermée. La configuration géométrique du modèle physique étudié représente une cavité carrée avec des conditions aux limites de type Dirichlet (température constante) pour les parois verticales et de type Newman (flux de chaleurs nuls) pour les parois horizontales.

Le modèle mathématique est représenté par les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie dans les coordonnées cartésiennes pour le cas bidimensionnel. On a l'approximation de Boussinesq et des hypothèses simplificatrices sont adoptées afin de simplifier le système d'équations. La discrétisation des équations est réalisée par la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER a été utilisé pour résoudre le couplage pression et vitesse la pression, ainsi le système algébrique obtenu est résolu itérativement par l'algorithme TDMA (la méthode de Balayage).

Le but principal de notre étude est de développer un code numérique qui traite notre cas en se basant sur un code existant mais complètement différent. Une validation des résultats est effectuée par la comparaison avec d'autres résultats de la littérature, ce nous a permis de trouver un bon très accord, mais on a remarqué que les erreurs relatives augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Les résultats obtenus représentent l'influence du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement généré par la convection naturelle ainsi que sur le transfert thermique et interprétés respectivement par la fonction de courant ψ en fonction est les nombres de Nusselt moyen et local.

On a fait varier le nombre de Rayleigh de 10^2 jusqu'à 2.5×10^5 , ou nous avons constaté que au-delà de cette dernière valeur notre code présente une instabilité pendant le calcul. Les résultats obtenus montrent que l'augmentation du nombre de Rayleigh, fait accélérer l'écoulement dans la cavité et le transfert de chaleur passe d'un mode conductif pour les faibles valeurs de $Ra \leq 10^3$ à un mode convectif sous l'effet de l'intensification de la convection naturelle et par conséquent le taux d'échange de la chaleur entre la paroi et le fluide augmente ce qui se traduit par l'augmentation des nombres de Nusselt moyen et local.

Comme suites futures de notre travail et afin de rendre le code de calcul élaboré en Fortran plus stable il est recommandé de faire des améliorations sur le maillage, la sous-relaxation ainsi que le choix des schémas de discrétisation.

Il est possible également d'étendre cette étude à d'autres formes et configurations plus complexes, d'élargir le domaine de simulation en trois dimensions et d'étudier le problème dans le cas d'écoulement instationnaire en régime turbulent. Comme il est recommandé de voir l'effet d'un champ magnétique sur la convection naturelle qui représente un domaine très intéressant.

Référence

- [1] Philippe Marty, " Cours de transferts thermiques (conduction et rayonnement) ", Génie des procédés Licence L3 Université Joseph Fourier, Grenoble, 2013.
- [2] <https://www.thermal-engineering.org/fr/quest-ce-que-le-transfert-de-chaleur-definition/>
- [3] <https://fr.khanacademy.org/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/a/what-is-thermal-conductivity>.
- [4] <https://www.futura-sciences.com/planete/definitions/climatologie-rayonnement-solaire>.
- [5] ISET Kélibia, "Convection thermique", chapitre 3, Département génie des procédés, 2016.
- [6] Philippe-Emmanuel Roche, " Convection thermique turbulente en cellule de Rayleigh-Bénard cryogénique ", Thèse de doctorat, Université Grenoble I France, 2001.
- [7] TABET Sara, " Etude numérique de la convection naturelle dans une enceinte fermée partiellement chauffée", Thèse doctorat, Université d'Oran 2 Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle, 2017.
- [8] N. Ibrir et S. Rahal, "Simulation numérique en 3D de la convection naturelle dans les fluides à bas nombres de Prandtl", Revue des Energies Renouvelables CISM'08 Oum El Bouaghi (2008), pp. 183 – 194.
- [9] P.Papet et al. "Pyramidal texturing of silicon solar cell with TMAH chemical anisotropic etching", Solar Energy Materials and Solar Cells, Volume 90, Issue 15, 22 2006, pp. 2319-2328.
- [10] <https://www.maxicours.com/se/cours/transferts-thermiques-flux-thermique-resistance-thermique/>.
- [11] <https://www.bluejean.fr/mysteres/centrale-solaire.php> .
- [12] <http://www.traiteurchevalblanc.fr/chauffage-solaire-thermique-chauffage-electrique-convecteur-13130/> .
- [13] KHIDER fatma Zohra, "Amélioration de la convection mixte en utilisant des ailettes cylindriques avec des ouvertures au niveau de la base ", mémoire de master Université de M'sila, 2016.
- [14] <http://www.educnet.education.fr/obter/appliped/circula/theme/atoms32.htm>.
- [15] https://www.observation-et-imagerie.fr/la_terre/volcanisme_mondial.html.
- [16] F. ZOUIRI, M.A. OULMANE, N. LABSI, Y.K. BENKAHLA, A. BOUTRA, "Convection naturelle au sein d'une cavité carrée munie d'une source chauffante

placée sur sa paroi inférieure", 23ème Congrès Français de Mécanique, Lille Septembre 2017.

[17] Valérie MENARAD, " Convection naturelle dans une cavité contenant une source de chaleur", Thèse de doctorat, L'école nationale supérieure de l'aéronautique et l'espace, ONERA de Toulouse, 2005.

[18] AREELIS Technologies," Dissipation thermique dans les composants /systèmes électroniques", Rapport NAE-1214-01-R1A, 2015.

[19] BENHACINE Hamza, "Etude de l'écoulement convectif d'un fluide dans une cavité", Thèse de magister, Université Mentouri Constantine, 2010.

[20] ABDELMALEK Nouredine, "Etude de la convection naturelle dans une cavité carrée munie d'obstacles solides par la méthode de Boltzmann sur réseau", Thèse de magister, Université Abdelhamid Ibn-Badis de Mostaganem.2015.

[21] OUANOUGHY Yassine," Etude des phénomènes de transfert de chaleur en convection naturelle autour d'un obstacle chauffé placé dans une cavité", Thèse de magister, Université Abderrahmane Mira, 2010.

[22] Sliman MANAR, Hicham ROUIJAA, El ALAMI Semma, Mustapha El ALAMI," Etude numérique de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée avec chauffage et refroidissement variables", Université Cadi Ayyad, Université Hassan II Aïn Choc, Vol 2 ISSN 2356-5608, 2014.

[23] SALHI Hicham," Etude numérique de la convection naturelle dans les enceintes : nano fluide", Thèse de doctorat, Université de Batna, 2015.

[24] GHEBRID NASSIMA," Etude numérique des transferts thermiques couplés dans une cavité fermée", Thèse de magister, Université Ferhat Abbas –Sétif, 2011.

[25] GUESTAL Mabrouk," Modélisation de la Convection Naturelle Laminaire dans Une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement", Thèse de magister, Université de Mentouri Constantine, 2010.

[26] BELGHOUL Nadir, Modélisation et simulation de la convection due à un champ de force externe dans des cavités : Convection Naturelle, MHD et Marangoni, Thèse de magister, Université Badji Mokhtar Annaba, 2018.

[27] KHLIFI TOUHAMI Mohamed Salah," Simulation numérique de la convection naturelle dans un bac de stockage GNL", Thèse de doctorat, Université M'Hamed Bougera, 2012.

[28] MORSLI Souad," Simulation numérique de la convection naturelle et la génération de l'entropie dans les cavités, Thèse de doctorat, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, 2015.

[29] BOUGUERRA Yasser, Simulation numérique de la convection naturelle thermosolutale avec effet Soret, Thèse de master, Université Kasdi Merbah Ouargla, 2014.

[30] G. De Vahl Davis, "Natural convection of air in a square cavity a bench mark numerical solution", International journal for numerical methods in fluids, vol. 3, pp. 249-264 (1983)

Résumé :

Ce travail concerne une étude numérique de la convection naturelle bidimensionnelle, laminaire et permanente dans une cavité carrée fermée différentiellement chauffée est remplie d'air. Le modèle mathématique est représenté par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie. Ces modèle est discrétisé par la méthode des volumes finis et résolu par l'algorithme SIMPLER. Le code de calcul élaboré en utilisant FORTRAN a été validé par comparaison quantitative avec des résultats numériques de la littérature où nous avons constaté un très bon accord. Les résultats obtenus montrent un fort couplage entre le nombre de Rayleigh et l'intensité de l'écoulement ainsi le taux de transfert de chaleur.

Les mots clés : Convection naturelle, cavité carrée, simulation numérique, volumes finis.

ملخص:

يتعلق هذا العمل بدراسة عددية للحمل الحراري الطبيعي ثنائي الأبعاد والرقائقي والدائم في تجويف مربع مغلق مسخن بشكل مختلف ومليء بالهواء. يتم تمثيل النموذج الرياضي بمعادلات الاستمرارية و كمية الحركة والطاقة. يتم فصل هذا النموذج عن طريق طريقة الحجم المحدود وحلها باستخدام خوارزمية SIMPLER. أين تم التحقق من صحة النتائج المتحصل عليها بهذا البرنامج والذي تمت كتابته باستخدام Fortran من خلال المقارنة الكمية مع النتائج العددية المتوفرة بحيث كانت النتائج مطابقة بشكل كبير. أظهرت كذلك النتائج التي تم الحصول عليها اقتراناً قوياً بين عدد Rayleigh وكثافة تدفق الهواء و كذلك معدل التحويل الحراري.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الطبيعي ، التجويف المربع ، المحاكاة الرقمية ، الأحجام المنتهية.

Abstract:

This work concerns a numerical study of two-dimensional, laminar and permanent natural convection in a differentially heated closed square cavity which is filled with air. The mathematical model is represented by the equations of continuity, momentum and energy. The model is discretized by the finite volume method and solved by SIMPLER algorithm. The computation code is developed using FORTRAN and results obtained are validated quantitatively and a very good agreement. The results obtained show a strong coupling between the Rayleigh number, the flow intensity and the rate of heat transfer.

Keywords: Natural convection, square cavity, numerical simulation, finites volumes.