

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE**  
**SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA**

**FACULTE DE TECHNOLOGIE**  
**DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE**  
**N° : MI 08**



**DOMAINE : SCIENCE ET TECHNOLOGIE**  
**FILIERE : ELECTROMECHANIQUE**  
**OPTION : MAINTENANCE INDUSTRIELLE**

**Mémoire présenté pour l'obtention**  
**Du diplôme de Master Académique**

**Par: BOUNOUIRAH Hicham**  
**TALEB Mohammed**

**Intitulé**

**Modélisation analytique et numérique des moteurs**  
**synchrones à aimants sinusoïdaux**

**Soutenu devant le jury composé de:**

**MABRAK Samir**

**MAA à M'SILA**

**Président**  
**Rapporteur**  
**Examineur**

**Année universitaire : 2017 / 2018**

# SOMMAIRE

|                                                                                  |                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| Introduction général .....                                                       | 5                                 |
| <b>Chapitre I: Présentation de la machine synchrone.....</b>                     | <b>6</b>                          |
| I.1 Généralités.....                                                             | 6                                 |
| I.2 Constitution .....                                                           | 7                                 |
| I.2.1 Stator :.....                                                              | 7                                 |
| I.2.2 Rotor :.....                                                               | 7                                 |
| I.3 Principe: .....                                                              | 8                                 |
| I.4 Bilan des puissances.....                                                    | 9                                 |
| I.5 Expression du couple .....                                                   | 10                                |
| I.6 Caracteristiques generales des machines synchrones.....                      | 11                                |
| I.7 Classement des machines synchrones :.....                                    | 12                                |
| I.7.1 Rotors à pôles lisses.....                                                 | 12                                |
| I.7.2 Rotors à pôles saillants .....                                             | 12                                |
| I.8 Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) : .....     | 13                                |
| I.8.1 Structure :.....                                                           | 14                                |
| I.8.2 Les aimants permanents : .....                                             | 14                                |
| I.8.3 Les différents types d'aimants permanents : .....                          | 16                                |
| I.8.4 Avantages des MSAP .....                                                   | 16                                |
| I.8.5 Inconvénients des machines synchrones à aimants permanents.....            | 17                                |
| I.8.6 Différentes structures de machines synchrones à aimants permanents : ..... | 17                                |
| I.8.7 Applications des machines synchrones à aimants permanents :.....           | 19                                |
| I.9 Strategie de commande .....                                                  | خطأ! الإشارة المرجعية غير معروفة. |
| <b>Chapitre II: Modélisation analytique des Machines à aimants .....</b>         | <b>21</b>                         |
| II.1 Introduction .....                                                          | 21                                |
| II.2 Calcul analytique des performances électromagnétiques.....                  | 21                                |
| II.2.1 Calcul analytique avec stator lisse .....                                 | 22                                |
| II.2.2 Calcul analytique avec stator encoché .....                               | 27                                |
| II.2.3 Calcul analytique du couple de détente.....                               | 31                                |
| II.2.4 Calcul analytique de la force électro motrice.....                        | 32                                |
| II.2.5 Calcul analytique du couple électromagnétique .....                       | 33                                |
| II.3 Conclusion.....                                                             | 34                                |

|                                                                                              |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Chapitre III : Modélisation par éléments finis des machines à aimants permanents ....</b> | <b>34</b> |
| III.1 Introduction .....                                                                     | 34        |
| III.2 Calcul numérique par éléments finis des performances électromagnétiques.....           | 34        |
| III.2.1 Couplage stator-rotor .....                                                          | 39        |
| III.2.2 Conditions d'anti-périodicité .....                                                  | 39        |
| III.2.3 Conditions de Dirichlet .....                                                        | 39        |
| III.2.4 Calcul des inductions .....                                                          | 40        |
| III.2.5 Calcul du flux.....                                                                  | 40        |
| III.2.6 Calcul du couple .....                                                               | 40        |
| III.2.7 Calcul de la force électromotrice .....                                              | 41        |
| III.3 Exploitation de la méthode analytique et validation par éléments finis.....            | 41        |
| III.3.1 Analyse des performances électromagnétiques .....                                    | 41        |
| III.3.2 Conclusion .....                                                                     | 49        |
| IV Conclusion generale .....                                                                 | 50        |

## Liste des tableaux et figures

|                                                                                                                    |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure I:1 Rotor à pôles lisses, Figure I:2: Rotor à pôles saillants .....                                         | 6  |
| Figure I:3: Rotor à aimants .....                                                                                  | 7  |
| Figure I:4 Structure de machine à 2 paires de pôles .....                                                          | 8  |
| Figure I:5 La puissance absorbée.....                                                                              | 10 |
| Figure I:6. : représenté un schéma de type de machine synchrone.....                                               | 12 |
| Figure I:7 : MS rotor à pole lisse, Figure I:8: MS rotor à pole saillant .....                                     | 13 |
| Figure I:9 : cycle d'hystérésis .....                                                                              | 14 |
| Figure I:10 : courbes de $B(H)$ de différents aimants.....                                                         | 15 |
| Figure I:11: Vue schématique des machines : (a) à flux radial, (b) à flux axial .....                              | 17 |
| Figure I:12: Exemple de structures à rotor interne et à rotor externe. ....                                        | 18 |
| Figure I:13: Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator. ....                                        | 19 |
| Figure I:14 : Principales applications des machines synchrones à aimants permanents .....                          | 20 |
| Figure II:1 Moteur étudié (a) aimant permanent à aimantation sinusoïdale (b) .....                                 | 23 |
| Figure II:2. Moteur étudié avec stator lisse .....                                                                 | 24 |
| Figure II:3 Forme d'onde d'une aimantation sinusoïdale parfaite.....                                               | 25 |
| Figure II:4 Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z .....                                        | 28 |
| Figure II:5 Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan W .....                                        | 29 |
| Figure II:6 Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan T .....                                        | 30 |
| Figure II:7. Modèle d'une seule encoche dans le plan K.....                                                        | 30 |
| Figure III:1. Structure étudiée (a) et maillage par éléments finis triangulaires du 1er ordre (b) .....            | 35 |
| Figure III:2 Zooms sur le maillage de l'entrefer et de l'aimant.....                                               | 35 |
| Figure III:3 Représentation du modèle ampérien d'un aimant radial .....                                            | 36 |
| Figure III:4 Maillage par éléments finis (a) et zoom de l'entrefer (b).....                                        | 42 |
| Figure III:5 Distributions du champ magnétique stator lisse (a) et stator encoché (b).....                         | 42 |
| Figure III:6. Composantes Radiale $B_r$ (a) et tangentielle $B_\theta$ (b) de l'induction avec stator lisse.....   | 43 |
| Figure III:7 Parties réelle (a) et imaginaire (b) de la perméance relative complexe calculées .....                | 43 |
| Figure III:8 Composantes Radiale $B_r$ (a) et tangentielle $B_\theta$ (b) de l'induction avec stator encoché.....  | 44 |
| Figure III:9. Composantes Radiale $B_r$ (a) et tangentielle $B_\theta$ (b) de l'induction avec stator encoché..... | 44 |
| Figure III:10 Formes d'ondes du couple de détente déterminées analytiquement et par éléments .....                 | 45 |
| Figure III:11. Formes d'ondes du couple de détente déterminées analytiquement et par éléments .....                | 46 |
| Figure III:12 Comparaison du contenu harmonique du couple de détente obtenu avec la méthode .....                  | 46 |
| Figure III:13 Influence de l'ouverture des aimants sur le couple de détente maximal.....                           | 47 |
| Figure III:14 Influence du nombre d'encoches du stator sur le couple de détente maximal avec .....                 | 47 |
| Figure III:15 Force électro motrice calculée analytiquement et par éléments finis pour $\beta=2/3$ .....           | 48 |
| Figure III:16. Couple électromagnétique calculé analytiquement et par éléments finis avec (a).....                 | 48 |
| Figure III:17 Couple électromagnétique calculé analytiquement et par éléments finis avec une (a) .....             | 49 |
| Tableau I.1: Principales caractéristiques magnétiques des familles d'aimants .....                                 | 15 |
| Tableau II.1: Paramètres de base de la machine expérimentale étudiée.....                                          | 22 |

# Introduction général

Le domaine de la conversion de l'énergie électrique est marqué par le développement de l'électronique et de la micro-électronique. Les composants de l'électronique de puissance ont subi une grande évolution et ont vu leurs performances (tenue en tension et en courant, fréquences d'utilisation, rapidité de commutation ...) augmenter fortement [1], [2].

Cette évolution a permis de concevoir des convertisseurs statiques capables d'alimenter en fréquence variable les moteurs à courant alternatif. De plus, l'arrivée sur le marché, des matériaux magnétiques (aimants permanents modernes) dont les caractéristiques se sont améliorées en terme de performance et de prix, a permis l'essor de la machine synchrone.

En effet la mise en place des aimants permanents au rotor pour créer le champ inducteur, a permis la suppression des contacts glissants ainsi que les dispositifs à diodes tournantes nécessaires aux rotors bobinés. Les machines synchrones à aimants sont caractérisées par un couple massique et un couple volumique importants comparativement aux machines classiques [3].

Plusieurs structures d'inducteurs de machines synchrones à aimants sont envisageables. Cette diversité porte beaucoup plus sur la nuance d'aimants, ainsi que sur leur disposition au niveau du rotor [24].

Le choix entre ces différentes structures d'inducteurs est, le plus souvent, imposé par des contraintes technologiques et par la possibilité d'améliorer les performances en couple massique [25], en fiabilité et en comportement dynamique et statique.

Les structures à rotor lisse sont très bien adaptées pour les systèmes utilisant la commande par orientation de flux.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à l'étude d'une machine à aimants permanents montés sur la surface rotorique avec un stator classique encoché. Les aimants sont de type  $N_dF_eB$  à aimantation sinusoïdale.

L'objectif de notre travail est de pré-dimensionner la structure étudiée et d'effectuer une comparaison des résultats obtenus en utilisant deux méthodes de résolution des équations de propagation du champ électromagnétique : la méthode analytique et la méthode des éléments finis afin de sélectionner les structures les plus performantes. Les calculs sont effectués sous des critères mécaniques et thermiques fixés.

Dans le premier chapitre de notre mémoire, on présente les différents matériaux pour aimants permanents utilisés dans les machines synchrones ainsi que les différents types d'inducteurs de ces dernières. Nous rappelons les avantages de la machine excitée par des aimants par rapport à une excitation classique.

Au deuxième chapitre, on développe, sous des hypothèses concordantes, un modèle d'étude bidimensionnel basé sur la résolution analytique des équations de Maxwell afin de calculer les induction magnétiques, le couple électromagnétique, la force électromotrice et le couple de détente.

Le troisième chapitre est consacré la validation par éléments finis afin de tenir compte de la structure réelle de la machine est présenté.

# Chapitre I: présentation de la machine synchrone

## I.1 Généralités

Le terme de machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation.

La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ce qui impose en fonctionnement normal une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique.

Cette famille de machine regroupe en fait plusieurs sous familles, qui vont de l'alternateur de plusieurs centaines de mégawatts au moteur de quelques watts, en passant par les moteurs pas à pas. Néanmoins, la structure de toutes ces machines est relativement proche. Le stator est généralement constitué de trois enroulements triphasés répartis, tel que les forces électromotrices générées par la rotation du champ rotorique soient sinusoïdales où trapézoïdales. Les stators, notamment en forte puissance, sont identiques à ceux d'une machine asynchrone.

Il existe trois grandes familles de rotor, ayant pour rôle de générer le champ d'induction rotorique.

Les rotors bobinés à pôles lisses, les rotors bobinés à pôles saillants ainsi que les rotors à aimants[2]

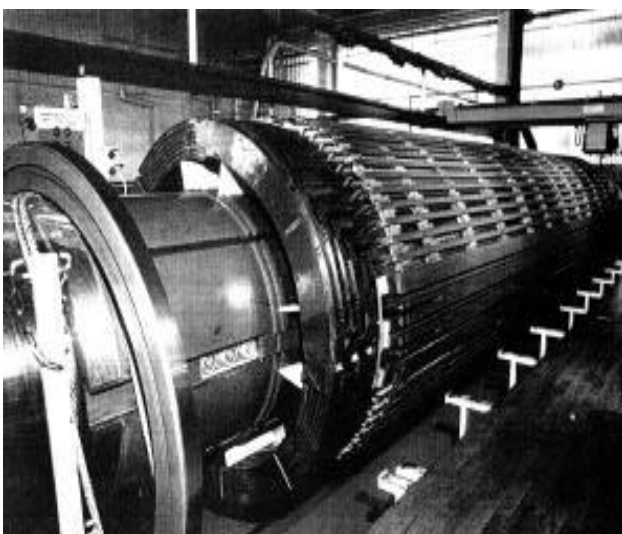


Figure 0:1 Rotor à pôles lisses

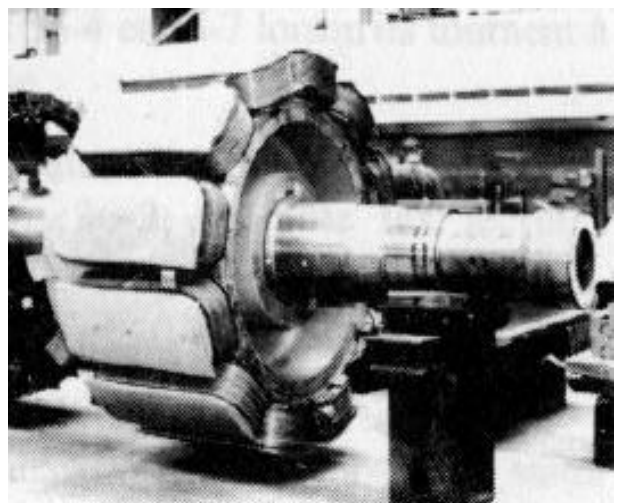


Figure 0:2 Rotor à pôles saillants



**Figure 0:3: Rotor à aimants**

Autrefois utilisés quasi exclusivement en alternateur, le développement de l'électronique de puissance et la généralisation des aimants comme inducteur permettent aujourd'hui d'employer les machines synchrones en tant que moteurs dans une large gamme de puissance.

La machine synchrone dans la très grande majorité des cas est utilisée en triphasé

## **I.2 Constitution**

Comme tout moteur, la machine synchrone est constituée d'une partie mobile : le rotor et d'une partie fixe : le stator.

### **I.2.1 Stator :**

Le stator est habituellement l'induit (siège de la transformation de puissance). Le stator est constitué d'un bobinage triphasé généralement couplé en étoile, découpé en  $p$  paire de pôles. Les bobinages sont insérés dans des encoches au sein de culasse en ferrite.

### **I.2.2 Rotor :**

De la même manière, l'inducteur est généralement le rotor. Suivant la technologie utilisée, le champ magnétique est créé par des bobinages ou des aimants permanents. (cf. diaporama durant le cours).

Lorsque que l'inducteur est bobiné, il est nécessaire de conserver des balais afin de l'alimenter (mais cette fois sans commutation).

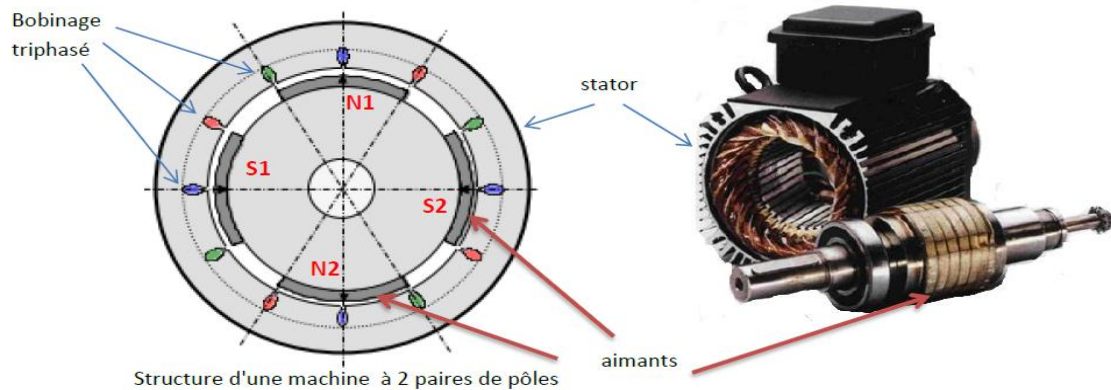
Cette année, seule la machine synchrone Brushless (sans balai, donc à aimants permanents) est au programme. Cette structure réserve plusieurs avantages :

- Pas de pertes au rotor
- Pas besoin de bobinage et de balais au rotor
- Un rotor plus léger (car aimants plus légers que les bobinages)
- Servomoteurs à faible inertie donc très réactifs

- Pour les faibles dimensions, induction plus importante.

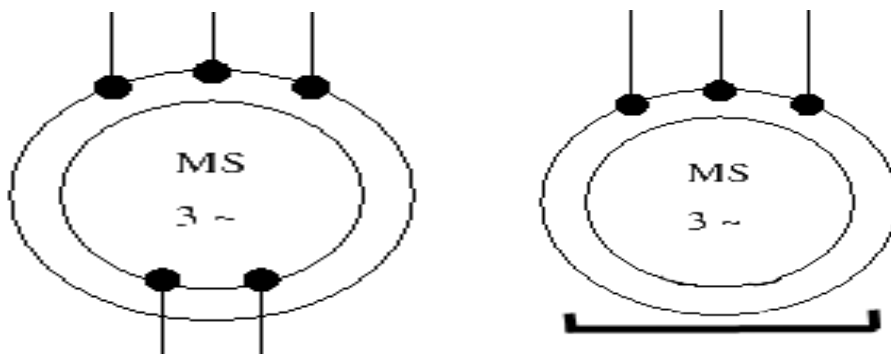
Autrefois, cette technologie ne permettait pas de réaliser des machines de très fortes dimensions (cout trop important) mais avec les progrès réalisés sur les aimants, on observe une montée en puissance de ces moteurs.

Les aimants utilisés sont généralement soit des ferrites (faible induction mais bon marché) ou du Samarium cobalt (forte induction mais couteux).[2]



**Figure 0:4 Structure de machine à 2 paires de pôles**

Symbole :



### I.3 Principe:

Le stator alimenté par un système de tensions triphasé crée un champ tournant dans l'entrefer. Ce champ magnétique tourne à la vitesse de  $fp$  tours par secondes avec  $f$  fréquence d'alimentation des bobinages statoriques, et  $p$  le nombre de paires de pôles.

Le rotor composé de  $p$  aimants permanents va alors s'aligner avec le champ tournant.

Le rotor tourne ainsi à la même que le champ tournant. La vitesse de rotation du rotor est donc :

$$\Omega = \omega p$$

Rq 1 : Le synchronisme des champs magnétiques induit et inducteur impose une procédure spécifique de démarrage (de couplage au réseau en mode alternateur).

- En mode moteur : un moteur synchrone ne peut démarrer directement à pleine tension depuis le réseau de fréquence 50Hz (Car le rotor a une vitesse nulle au démarrage  $\Omega \neq$  ). Pour une alimentation

directe en 50 Hz, il faudrait donc au préalable amener la charge à la vitesse nominale par un moteur auxiliaire puis connecter l'alimentation.

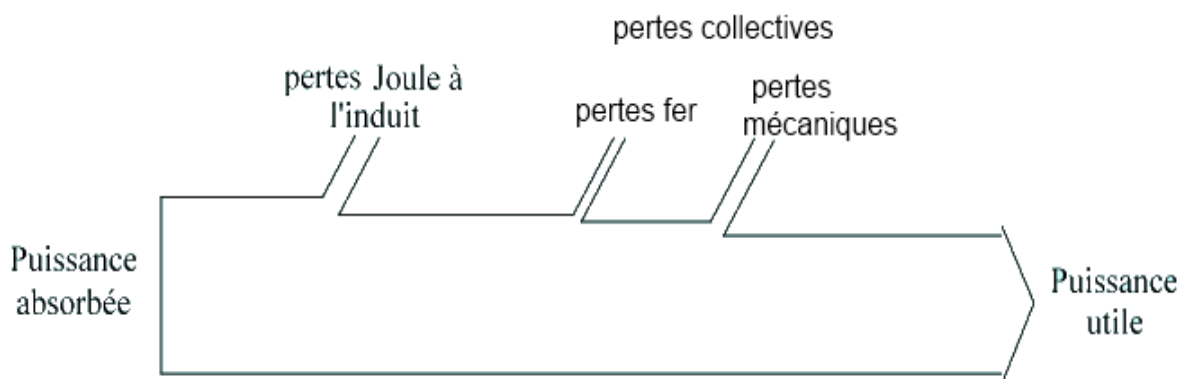
Pour les moteurs Brushless, la solution consiste à utiliser un onduleur (système électronique recréant un système de tension triphasé de fréquence et d'amplitude voulu) . Autrefois, le rotor devait être lancé à la vitesse de synchronisme par un dispositif tierce et la variation de vitesse était impossible à réaliser.

- En mode alternateur (pour les machines à rotor bobiné essentiellement) : avant de connecter la machine synchrone au réseau, il faut lancer le rotor à la vitesse de synchronisme par un moteur annexe, puis en modulant le courant d'induction, amener la fem créée par l'alternateur à la même valeur que la tension du réseau.

Rq 2 : Le problème de ce mode de fonctionnement de la machine synchrone est son instabilité. Les constantes de temps électrique étant beaucoup plus faibles que les constantes de temps mécaniques, le moindre changement rapide de courant statorique entraîne le décrochage du champ magnétique créé par le rotor. Pour cette raison, le moteur synchrone, en pratique, ne peut fonctionner correctement qu'en étant asservi afin de maintenir en permanence les champs statoriques et rotorique "en phase".

#### I.4 Bilan des puissances

En mode moteur, les pertes dans la machine synchrone se répartissent suivant la manière suivante :



On regroupe habituellement les pertes fer dans le stator (pertes par hystérésis et courants d Foucault) et les pertes mécaniques car sous la tension nominale, elles ne dépendent toutes deux que de la vitesse de rotation du moteur (ce qui devient faux lorsque l'onduleur commande le moteur en amplitude variable).

Les rendements des machines synchrones à aimants permanents sont généralement très bons. (Meilleurs que pour les autres moteurs d'environ 1%) de l'ordre de 96% pour 100kW, 91% pour 6kW et 78% pour 1kW.

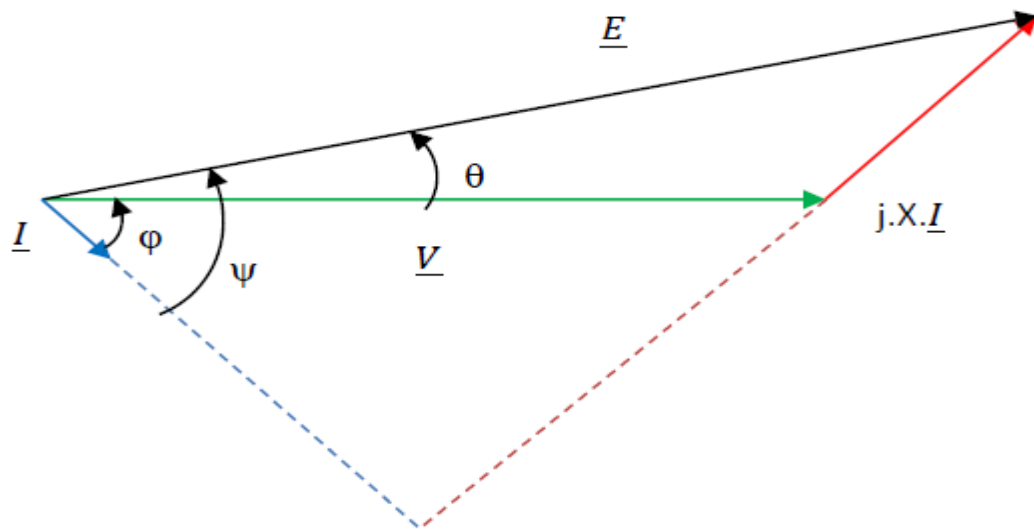
L'expression littérale du rendement s'écrit :

$$\eta = Cu \cdot \Omega / \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = Cu \cdot \Omega / Cu \cdot \Omega + P_J + P_c$$

### I.5 Expression du couple

On peut calculer simplement l'expression du couple dans la machine synchrone en faisant l'approximation d'une conversion de puissance parfaite, ce qui implique de négliger la résistance d'un enroulement.

Le diagramme de Fresnel vu en page précédente devient alors :



**Figure 0:5 La puissance absorbée s'écrit :  $P=3.V.I.\cos\varphi$**

Or si on considère la conversion parfaite, P est aussi la puissance mécanique transmise au rotor :

$$P=3.V.I.\cos\varphi = C_m.\Omega$$

On a donc :

$$C_m=3.V.I.\cos\varphi/\Omega=3p.V.I.\cos\varphi/\omega$$

A partir de relations géométriques dans le diagramme de Fresnel, on peut exprimer le couple en fonction d'autres paramètres :

En projetant V et E sur I, on a :

$$V.\cos\varphi=E.\cos\psi$$

L'expression du couple devient :

$$C_m=3p.E.I.\cos\psi/\omega$$

Conclusions : On s'aperçoit que le couple est donc maximal lorsque  $\psi$  est nul. Il faut donc que la fem et le courant soit en phase. C'est pour cela que lorsque la fem est trapézoïdale, on commande le

moteur en créneau de créneau et lorsque la fem est sinusoïdale, on commande le moteur en courant sinusoïdal. On parle alors de moteur synchrone autopiloté.

Lorsque l'on respecte cette condition, on pourrait montrer que le moteur synchrone se commande alors comme un moteur à courant continu avec l'avantage d'un rotor avec une faible inertie. C'est pour cette raison que le moteur synchrone est très répandu dans les applications de robotique. (faible inertie + commande aisée)

En projetant  $j.X.I$  et  $E$  sur la verticale, on a :

$$E.\sin\theta = X.I.\cos\varphi = L.w.I.\cos\varphi$$

Le couple s'écrit alors :

$$C_m = 3p.V.E.\sin\theta / L.w^2$$

Un autre mode de commande de la machine peut donc être obtenu en maintenant l'angle  $\theta$  à  $90^\circ$ . Cet angle correspond également au déphasage à maintenir entre le champ magnétique créée par le rotor et le champ magnétique créée par le stator.

## **I.6 Caractéristiques générales des machines synchrones**

Dans sa version à rotor bobiné, la machine synchrone triphasée est le convertisseur attitré pour la production d'électricité, ceci grâce à la possibilité de fournir de l'énergie réactive en modulant le courant d'excitation.

Pour des puissances inférieure à environ 50 kW, les moteurs synchrones à aimants permanents présentes des avantages certains :

- Une inertie (ou poids) plus faible qu'avec un rotor bobiné. On a alors une puissance massique plus importante que les pour les autres moteurs électriques. Cela peut être intéressant lorsque le problème d'encombrement ou de poids est important (par exemple, la Toyota Prius est équipée d'un moteur synchrone à aimants permanents) ou lorsque l'on a besoin d'une dynamique importante (servomoteur en robotique)

- Un rendement amélioré grâce à l'absence de consommation dans le rotor
- Un entretien réduit dû à l'absence de balais.
- Cependant, on observe quelques limitations :
  - Cout plus élevé des aimants
  - Induction non réglable (difficulté de réglage à forte vitesse sans des pertes plus importantes)
  - Risque de démagnétisation des aimants et tenue en température réduite.

La commande relativement complexe de ces moteurs qui était autrefois un frein, ne pose plus actuellement de problème grâce à l'augmentation des performances de l'électronique (de puissance et de contrôle).[2]

## I.7 Classement des machines synchrones :

En regroupe trois grandes familles de machine synchrone comme suivant :

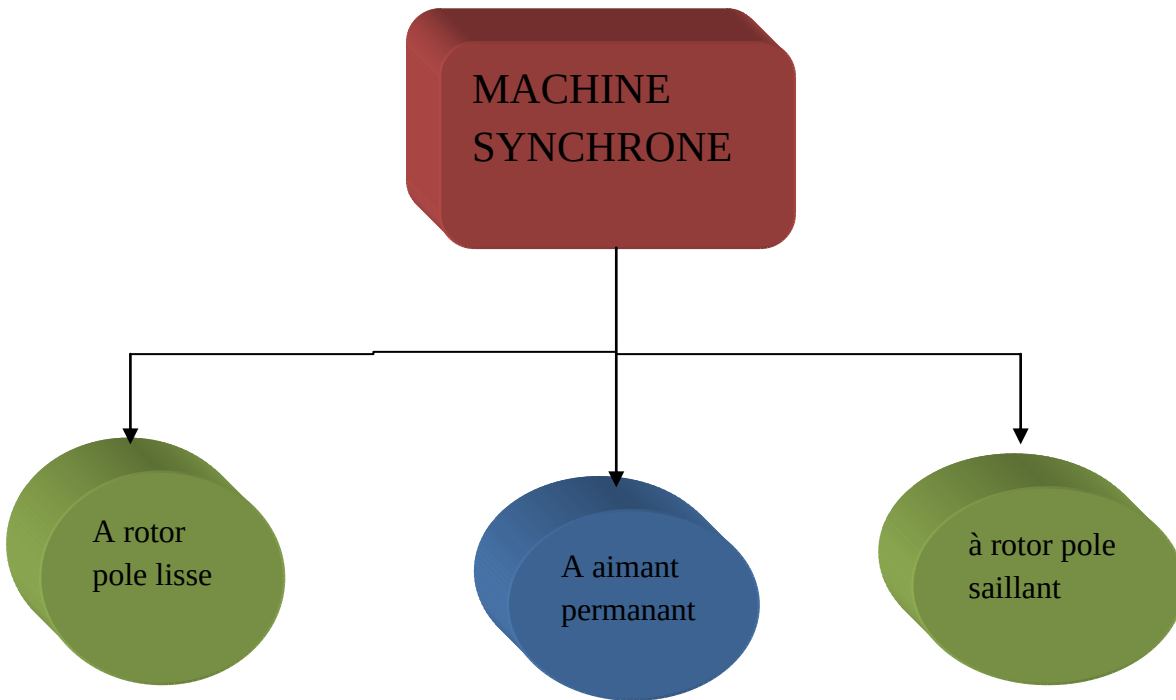


Figure 0:6. : représenté un schéma de type de machine synchrone

### I.7.1 Rotors à pôles lisses

L'entrefer est d'épaisseur constante ; en un point donné, elle ne dépend pas de la position de l'arbre.

On les trouve sur les machines :

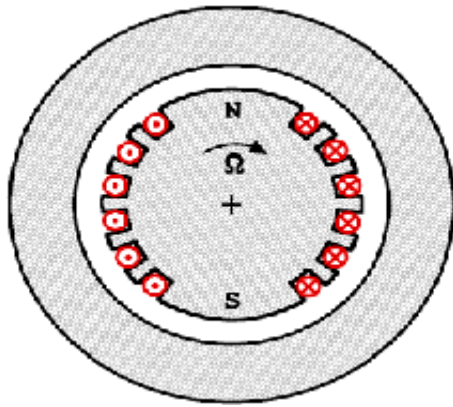
- à faible nombre de pôles (2 ou 4)
- de faible diamètre,
- de longueur importante.

### I.7.2 Rotors à pôles saillants

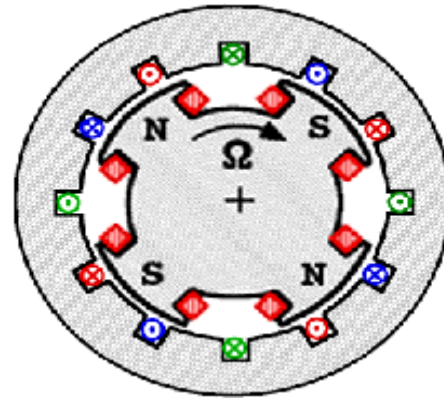
L'épaisseur de l'entrefer est variable ; en un point donné, elle dépend de la position de l'arbre.

On les trouve sur les machines :

- à nombre de pôles élevés (jusqu'à 40)
- de diamètre élevé,
- de longueur relativement faible.



**Figure 0:7 : MS rotor à pôle lisse**



**Figure 0:8: MS rotor à pôle saillant**

### **I.8 Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) :**

Historiquement, les premiers aimants permanents ont été utilisés au début du 19ème siècle.

De performances très modestes à leurs débuts, les progrès réalisés de puis plus d'un siècle ont contribué au développement des machines à aimants.

L'évolution des aimants permanents modernes, qu'ils soient à base d'alliage métalliques ou à Terres rares (par exemple du type manico, samarium cobalt, néodyme fer bore,...) leur a permis d'être utilisés comme inducteurs dans les machines synchrones offrant ainsi beaucoup d'avantages à savoir:

L'induction de saturation élevée, faible désaimantation, densité de puissance massique élevée, énergie maximale stockée plus grande par rapport aux autres types de machines.

Dans la machine à aimants permanents MSAP, l'inducteur est remplacé par des aimants, le champ d'excitation peut être également créé par des aimants permanents, ceci présente l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotorique

La machine synchrone à aimants permanents est utilisée largement dans plusieurs applications comme les machines-outils, la robotique, les générateurs aérospatiaux, la traction électrique, ...etc.

Le domaine d'emploi de la MSAP à l'heure actuelle est de quelques dizaines de Kilowatt à cause des caractéristiques magnétiques des aimants qui peuvent se perdre en dépassant les limites de fonctionnement.

L'ensemble de ces propriétés leur donne un avantage incontestable dans la motorisation d'actionneurs de forte puissance massique et de hautes performances, notamment dans les systèmes embarqués.

### I.8.1 Structure :

Le moteur synchrone est constitué de deux parties, une partie mobile où rotor constituant l'inducteur, et une partie fixe ou stator portant des enroulements constituant l'induit. La mince zone localisée entre ces deux éléments est appelée entrefer.

Le stator d'une machine synchrone triphasé est constitué de trois enroulements identiques décalés de  $120^\circ$  dans l'espace, logés dans les encoches du circuit magnétique fixe. Ce dernier est feuilleté afin de réduire les courants de Foucault et de limiter les pertes dans le fer.

Il est généralement construit en tôle à base d'alliage fer silicium qui permet l'obtention d'une induction élevée [LAC 07].

Au rotor, les enroulements parcourus par un courant continu (dans le cas de la machine à rotor bobiné) sont remplacés par des aimants permanents alternant pôles nord et pôles sud.

Le flux inducteur balaye les enroulements statorique et y induit des forces électromotrices (f.é.m.) alternatives. L'interaction des champs statorique et rotorique donne naissance à un couple sur l'arbre du moteur et entraîne le moteur à vitesse de rotation synchrone. La figure suivante, présente une machine synchrone à aimants en surface.

### I.8.2 Les aimants permanents :

Les matériaux utilisés pour leurs propriétés magnétiques se classent en fonction de la largeur de leur cycle d'hystérésis (figure I.1) et forment deux grandes familles. La première est celle des matériaux magnétiques durs (à large cycle), appelés communément « aimants permanents » car leur aimantation ne varie pas sous l'effet d'un champ magnétique extérieur.

La seconde est celle des matériaux magnétiques dits « doux » qui ne manifestent de propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation externe.

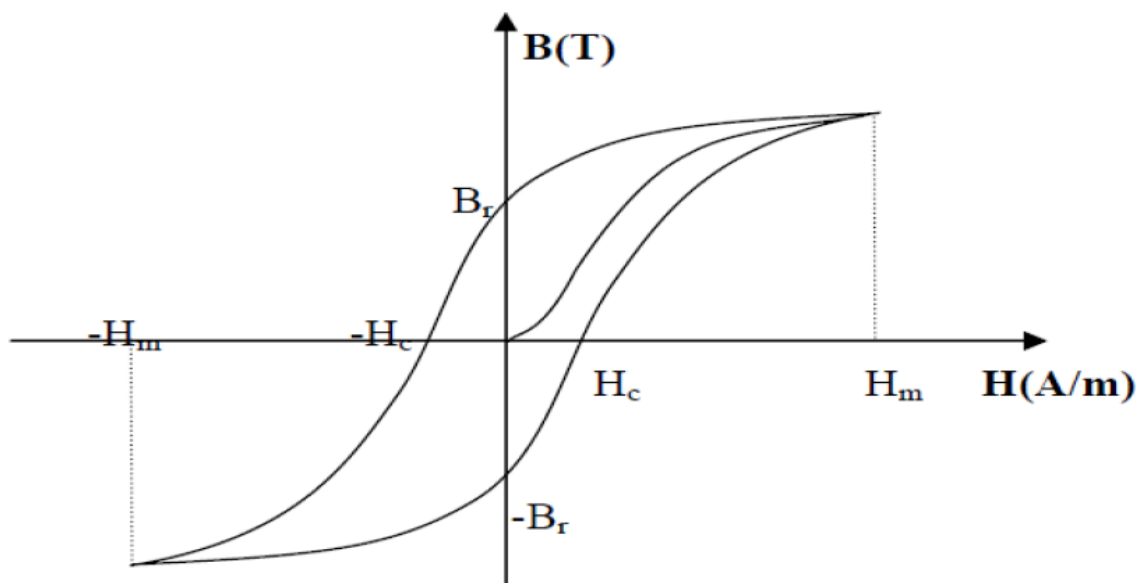


Figure 0:9 : cycle d'hystérésis

Les aimants permanents sont des matériaux durs, caractérisés par une polarisation rémanente  $J_p=B_r$ , un champ coercitif d'aimantation  $H_c$ , et une énergie spécifique maximale  $(BH)_{max}$ . D'un point de vue macroscopique, l'état magnétique d'un aimant est décrit par trois vecteurs [4] :

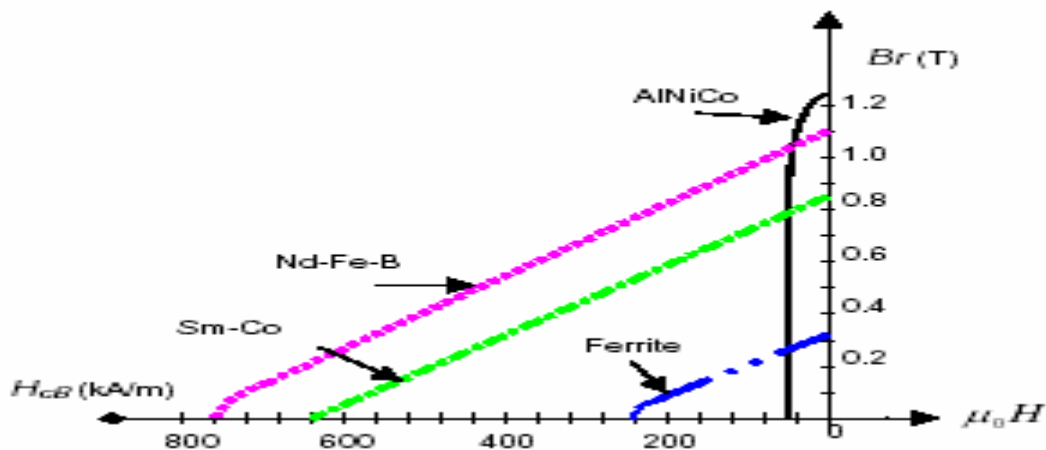
- l'induction magnétique  $B$ ,
- le champ magnétique  $H$ ,
- la polarisation rémanente de l'aimant  $J_p$ .

L'aimantation de l'aimant est la résultante d'une aimantation rémanente  $J_{pet}$  d'une aimantation induite par un champ extérieur  $J_{ext}= \mu_0 X_m(H) \cdot H$  où  $X_m$  est la susceptibilité magnétique du matériau (qui dépend du champ appliqué). Par Conséquent, on peut écrire la relation suivante[5] :

$$B=\mu_0[ H+\frac{J_p}{\mu_0} +X_m(H).H] =\mu_0[1+X_m(H)].H+J_p$$

Pour les machines tournantes, la partie utile de la caractéristique  $B(H)$  des aimants se

Situe dans le quart de plan où  $H < 0$  et  $B > 0$ . On parle de caractéristique de démagnétisation lorsqu'un champ extérieur est appliqué pour s'opposer à l'aimantation résiduelle de l'aimant(Fig.I 3.2)[14].



**Figure 0:10** : courbes de  $B(H)$  de différents aimants

Les aimants permanents que l'on peut rencontrer dans les machines sont principalement les ferrites et les AlNiCo et les aimants terres rares :(Le Samarium-Cobalt et le Néodyme-Fer-Bore ) dont les principales caractéristiques sont regroupées dans le tableau 1.) [5].

| Propriétés                            | Unités AlNiCo Ferrite Sm-Co Nd-Fe-B                |
|---------------------------------------|----------------------------------------------------|
| Champ rémanent $B_r$                  | T 0,6à1.35 0,35à0.43 0,7à1.05 1,0à1, 3             |
| Champ coercitif intrinsèque $H_{ci}$  | KA/m 40à130 180à400 800à1500 800à1900              |
| $(BH)_{max}$                          | KJ/m <sup>3</sup> 20à100 24à36 140à220 180à320     |
| Coefficient de température $B_r$      | %/°C -0,01à -0.2 -0,045à -0,08 à -0,02 -0.05 -0,15 |
| Coefficient de température $H_{ci}$   | %/°C -0,02 0,2à0,4 0,2à 0,25 -0,5à-0,9             |
| Température maximum de fonctionnement | °C 500à550 250 250à350 80à200                      |

**Tableau 0.1:** Principales caractéristiques magnétiques des familles d'aimants

### I.8.3 Les différents types d'aimants permanents :

Il existe une grande variété de matériaux, pour aimants permanents, dont les propriétés et les applications sont diverses. Dans le cas des machines tournantes, on distingue trois types[2,5]:

- **Les Alnico:** aimants permanents réalisés à partir d'un alliage Aluminium-Nickel-Cobalt. Caractérisés par une induction rémanente élevée et un champ coercitif faible ils sont donc de caractéristiques énergétiques médiocres. En effet, de part leur composition métallique ils sont le siège de pertes fer, et le procédé de fabrication induit une direction privilégiée de l'aimantation, qui est celle de la plus grande longueur. Actuellement, en raison de leur basse qualité, ils ne sont presque plus utilisés.

- **Les Ferrites:** aimants permanents, formés de matériaux de la famille des céramiques et donc électriquement non-conducteurs et quasiment ferromagnétiques. Ils sont caractérisés par une faible induction rémanente mais ont un champ coercitif élevé. Ils sont surtout intéressants pour leur bon rapport densité d'énergie – prix.[6].[7]

- **Les alliages métaux – terres rares:** ils sont, actuellement, les plus performants des aimants permanents utilisés dans la construction des machines synchrones. La version la plus courante est l'alliage samarium cobalt, caractérisé par une induction rémanente et un champ coercitif élevés. A taille égale, la densité d'énergie emmagasinée dans l'aimant est trois fois plus grande que celle des Alnico et six fois plus que celle des ferrites, réduisant ainsi de façon considérable le volume du rotor, ce qui permet donc d'augmenter le couple massique de la machine et de réduire son inertie. Leur prix est cependant élevé.

Le choix de l'aimant est effectué en fonction de caractéristiques recherchées et du prix de l'aimant qui est très variable. Quelques propriétés magnétiques des différents types d'aimants sont données dans le tableau I.1 ci-dessous.

### I.8.4 Avantages des MSAP

Lors de la construction des machines synchrones à aimants permanents (MSAP), à la place des bobinages d'excitation offrent beaucoup d'avantages:

- Moins des pertes de cuivre, les pertes viennent surtout du stator d'où le rendement du moteur est amélioré,
- Une faible inertie et un couple massique élevé,
- Une meilleure performance dynamique,
- Construction et maintenance plus simple,
- Augmentation de la constante thermique et de la fiabilité, à cause de l'absence de contacte bague balais dans ces machines.

Le choix des aimants permanents dépend des facteurs suivants:

- Performance du moteur,

- Poids du moteur,
- Dimension du moteur,
- Rendement du moteur,
- Facteur économique.

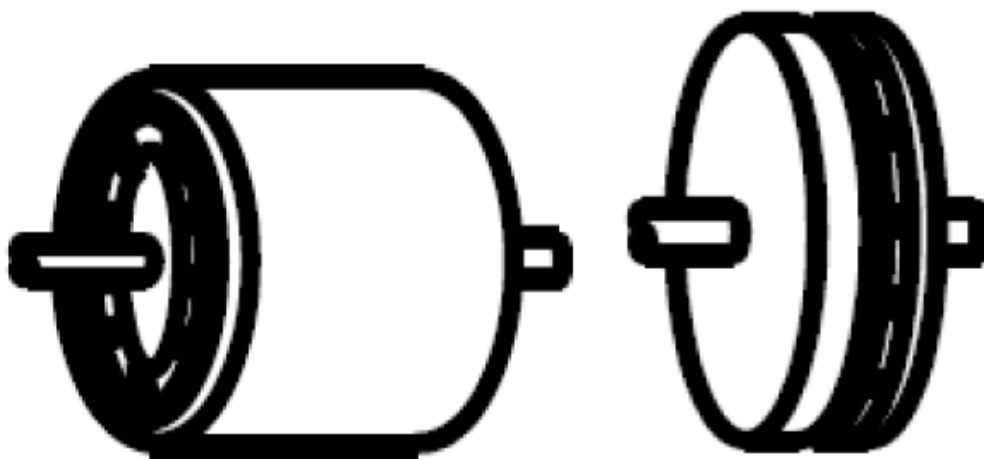
### **I.8.5 Inconvénients des machines synchrones à aimants permanents**

- Commutateur mécanique remplacé par un autre électronique, ce qui a pour effet de rendre le contrôle du moteur plus complexe et coûteux que celui d'un moteur à courant continu,
- Prix des aimants le rend plus cher,
- La présence de pulsation de couple,
- Risque de désaimantation, ce qui limite l'utilisation par les dés contrainte comme la température max, courant max....etc.
- Pertes par courant de Foucault dans les aimants

### **I.8.6 Différentes structures de machines synchrones à aimants permanents :**

Les structures des machines synchrones à aimants permanents sont classées suivant la disposition des aimants sur le rotor. Leurs différentes configurations incluent les machines à flux radial (RFPM) et à flux axial (AFPM). Celles-ci peuvent être alimentées, soit par des courants sinusoïdaux dans le cas des PMSM ou par des courants en créneaux dans le cas de BDCM.[8]

Une vue schématique des deux types de machines à aimants, à flux radial et à flux axial, est donnée par la figure suivant :

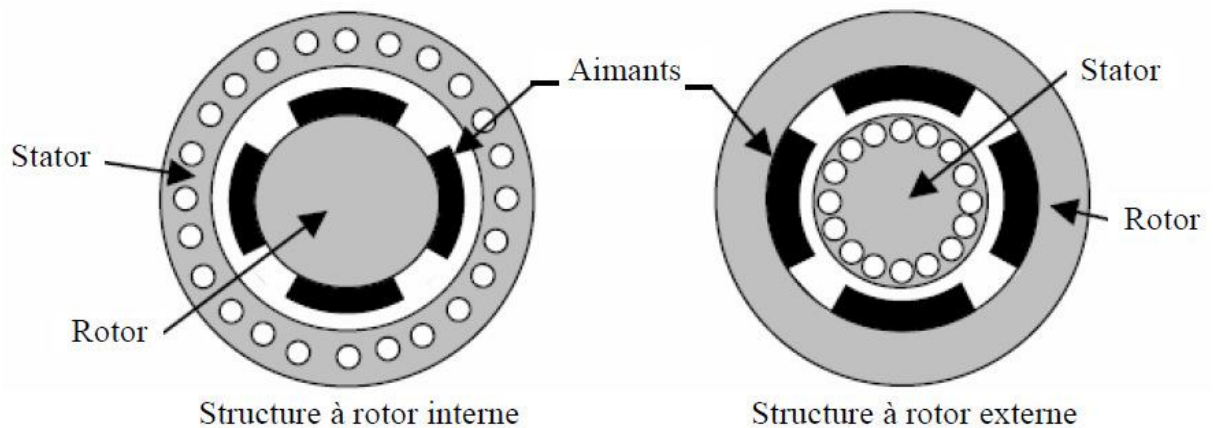


**Figure 0:11: Vue schématique des machines : (a) à flux radial, (b) à flux axial**

#### **I.8.6.1. Structures à flux radial (RFPM) :**

La machine synchrone à flux radial (RFPM) est la machine à aimant la plus conventionnelle. Elle est employée couramment pour l'entraînement direct. Son stator est identique à celui d'une machine

d'induction classique. Ces structures peuvent se présenter, soit avec un rotor placé à l'intérieur ou à l'extérieur (Figure 0:13).[9]

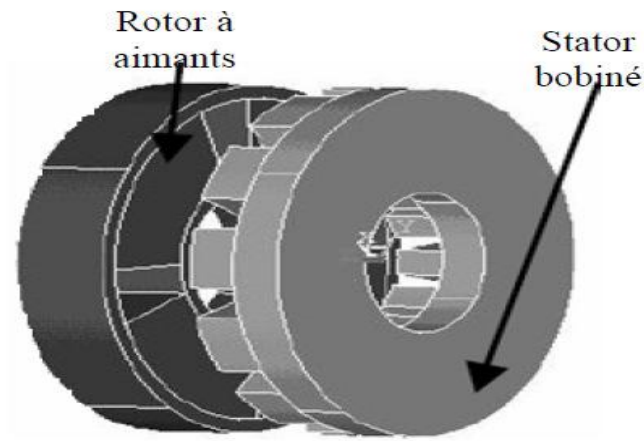


**Figure 0:12: Exemple de structures à rotor interne et à rotor externe.**

#### **I.8.6.2. Structures à flux axial (AFPM)**

Ces machines dites « discoïdales » ou AFPM représentent une autre solution possible pour les entraînements directs à basse vitesse. Elles comportent un ou plusieurs disques fixes bobinés et un ou plusieurs disques mobiles supportant les aimants permanents. Leur principal avantage est l'optimisation de la surface utile de génération du couple, qui se traduit par une puissance volumique importante. Cependant, leur assemblage est très compliqué, à cause des contraintes mécaniques liées aux poussées axiales. Comparées à la structure à flux radial, ces machines se caractérisent par un plus grand diamètre et une longueur axiale relativement plus courte. Le flux provenant des aimants est axial tandis que le courant est dans la direction radiale. Différentes configurations à flux axial existent: celle à structure simple avec un seul rotor associé à un seul stator (Figure I.8) et celles à double entrefer avec soit, un seul stator inséré entre deux rotors (Figure I.9) ou un seul rotor inséré entre deux stators (Figure).

L'exploitation de ces machines dans le domaine de traction (vélo électrique et voiture hybride) est très prometteuse

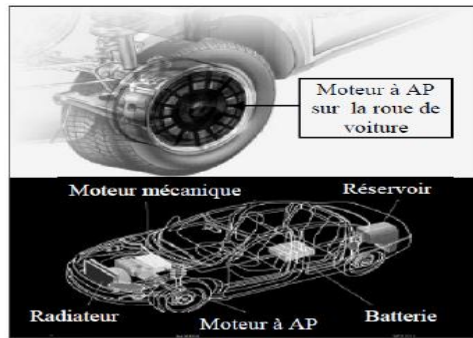


**Figure 0:13: Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator.**

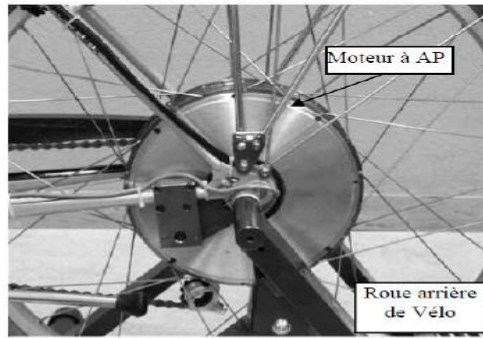
### **I.8.7 Applications des machines synchrones à aimants permanents :**

Ces machines ont trouvé un vaste champ d'applications dans plusieurs domaines (équipement domestique, lecteurs CD/DVD et disques durs d'ordinateur, voiture et vélo électriques, transport, aérospatial, machines-outils, servomoteurs, équipement médical et propulsion des navires). Celles-ci sont utilisées pour des puissances allant de la gamme des microwatts à celle des mégawatts. La figure I.11 illustre quelques applications de ces machines.

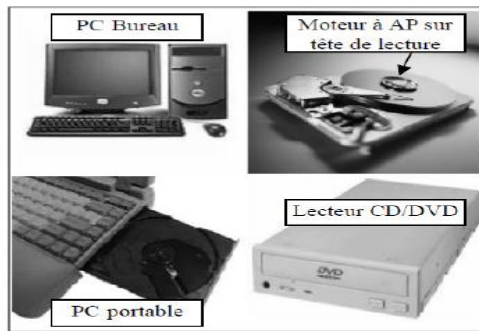
Il est utilisé pour les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, les compresseurs et les pompes centrifuges, et grâce au développement de l'électronique de puissance, l'association machine à aimants convertisseur de puissance a trouvé de nombreuses applications dans les domaines très divers tels que la robotique, la technologie de l'espace et dans d'autres applications plus particulières (domestique,...).



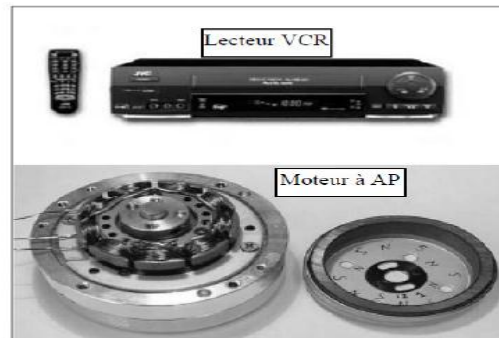
(a) : Voiture Hybride



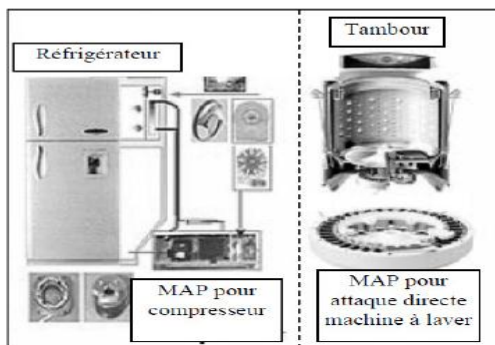
(b) : Vélo électrique



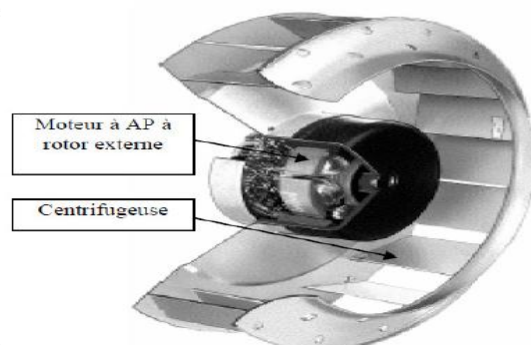
(c) : Lecteurs CD/DVD et disque dur de PC



(d) : Lecteur vidéo, VCR



(e) : Compresseur réfrigérateur et moteur machine à laver



(f) : Moteur d'un ventilateur

**Figure 0:14 : Principales applications des machines synchrones à aimants permanents**

## I.9.Conclusion

La machine à aimants englobe toute une variété de structures. Le choix d'une structure est lié à l'application et la notion prix performants, l'excitation des machines synchrones par aimants permanents offre plusieurs avantages. Elle permet la suppression des pertes par effet joule et une réduction de l'encombrement. Une simple comparaison des machines synchrones à aimants avec les autres types des machines laisse deviner un avenir brillant pour la machine à aimants surtout avec l'apparition des aimants très performants (NdFeB, SmCo). De plus, elles n'exigent pratiquement aucun entretien pendant la durée de vie.

## Chapitre II: Modélisation analytique des Machines à aimants

### II.1. Introduction

Les machines que nous abordons dans ce chapitre, sont des machines à aimants permanents montés sur la surface du rotor avec des encoches au stator [10]. Le modèle analytique présenté est basé sur la résolution de l'équation de Poisson couplée avec la transformation conforme complexe de Schwarz-Christoffel [11]-[12], [13]. Ce modèle est appliqué à une machine synchrone à aimants permanents, constitués de plusieurs barreaux aimantés dans des directions inclinées. En premier lieu, une solution analytique de l'équation de Poisson avec stator lisse est déterminée puis cette dernière est couplée avec une perméance relative complexe issue de plusieurs transformations conformes.

La machine à aimants étudiée analytiquement dans cette section, présente une aimantation sinusoïdale et est comparable à la machine introduite par K. Halbach. La différence réside dans l'ouverture des aimants qui est différente du pas polaire [14]-[15], [16].

### II.2. Calcul analytique des performances électromagnétiques

Les machines étudiées sont constituées de deux parties bien distinctes :

**Le stator :** Il est de forme cylindrique, constitué par un empilement de tôles en matériau ferromagnétique et comporte un bobinage triphasé classique. Les conducteurs sont logés dans des encoches régulièrement réparties le long de l'entrefer.

**Le rotor :** Celui-ci comporte des aimants montés sur sa surface. Chaque pôle est constitué d'un nombre donné de blocs aimantés qui sont fixés, à l'aide de frettes amagnétiques, sur l'arbre de la machine. Ce dernier peut être constitué soit d'une seule pièce massive, soit d'un circuit magnétique feuilleté. L'aimantation dans ce type de machines peut être, radiale [17], parallèle [18] ou sinusoïdale [19], [19] (Fig. 1). En pratique, l'aimantation sinusoïdale est approximée en subdivisant chaque pôle en un certain nombre de blocs dont l'aimantation est inclinée d'un angle, mesurée en angle électrique, correspondant à la position du bloc dans le pôle.

L'alimentation de la machine est assurée par des courants sinusoïdaux issus d'un onduleur de tension contrôlé en courant. Un onduleur de tension à modulation de largeur d'impulsions contrôlé en courant autorise toute forme d'onde du courant d'alimentation.

### II.2.1. Calcul analytique avec stator lisse

La modélisation du comportement électromagnétique des machines à aimants montés sur la surface du rotor est effectuée en se basant sur les équations de Maxwell. La structure de la machine expérimentale étudiée est celle de la Fig. 1, où nous négligeons, dans une première étape, la présence des encoches statorique.

Les aimants permanents présentent une aimantation à répartition supposée parfaitement sinusoïdale [20], [21] par pôle (Fig. 1.a). Les caractéristiques et les dimensions de la machine étudiée, sont indiquées sur le

Tableau I [10]

| Paramètre                                        | Symbole    | Valeur et unité      |
|--------------------------------------------------|------------|----------------------|
| Aimantation résiduelle ( $N_dFeB$ )              | $M$        | 1.18 T               |
| Perméabilité relative des aimants                | $\mu_r$    | 1.07                 |
| Nombre de conducteurs dans une encoche           | $N_c$      | 40                   |
|                                                  | $I$        | 6 A                  |
| Intensité du courant de phase                    |            |                      |
| Nombre d'encoches statorique                     | $Q_s$      | 24                   |
| Ouverture de l'encoche                           | $b_o$      | $(1/3) \cdot \tau_s$ |
| Nombre de paires de pôles                        | $P$        | 2                    |
| Rayon externe du stator                          | $R_3$      | 46.20 mm             |
| Rayon d'alésage                                  | $R_2$      | 28.10 mm             |
| Rayon externe de l'aimant                        | $R_1$      | 27.55 mm             |
| Rayon du fer rotorique                           | $R_0$      | 23.97 mm             |
| Rayon interne du fer rotorique                   | $R_{in}$   | 11.00 mm             |
| Epaisseur de l'entrefer                          | $G$        | 0.55 mm              |
| Epaisseur des aimants                            | $h_m$      | 3.58 mm              |
| Hauteur des encoches                             | $h_s$      | 11.90 mm             |
| Longueur active de la machine                    | $L$        | 50.82 mm             |
| Fréquence                                        | $f_r$      | 50 Hz                |
| Rapport ouverture des aimants sur le pas polaire | $\beta$    | 3/3                  |
| Vitesse de rotation du rotor                     | $\omega_r$ | 1500 tr/mn           |

Tableau 0.2: paramètres de base de la machine étudiée

Pour la modélisation adoptée, la perméabilité du fer est supposée infinie. En négligeant l'effet de la denture statorique, l'entrefer magnétique (région des aimants et l'entrefer mécanique) de la machine est considéré lisse. Sous ces conditions, le domaine d'étude, dans un système en coordonnées polaires ( $r, \theta$ ), est réduit à deux zones concentriques (Fig. 2.) :

[R0, R1]: zone (défini par le potentiel  $A_{ar}$ ) contenant les aimants.

e[R1, R2]: zone (défini par  $A_{er}$ ) contenant l'entrefer mécanique.

Dans le domaine d'étude, un point au stator est repéré par  $\theta'$  et au rotor par  $\theta$  (Fig. 1). En fonctionnement à vitesse de rotation constante  $\omega_r$ , les deux angles sont liés par la relation :

$$\theta' = \omega_r t + \theta + \delta_0 \quad (1)$$

Où  $\delta_0$  est l'angle de déphasage entre les axes de symétrie du stator et du rotor à  $t = 0$ .

Les composantes de l'induction magnétique sont exprimées ainsi :

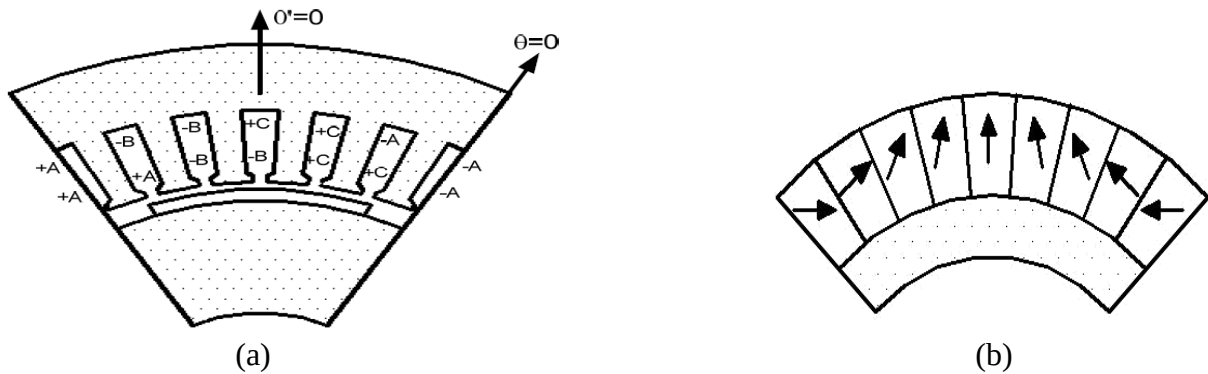
$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \text{ et } B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r} \quad (2)$$

sue des équations de Maxwell avec une formulation en potentiel vecteur magnétique en considérant seulement la présence des aimants permanents, est donnée par :

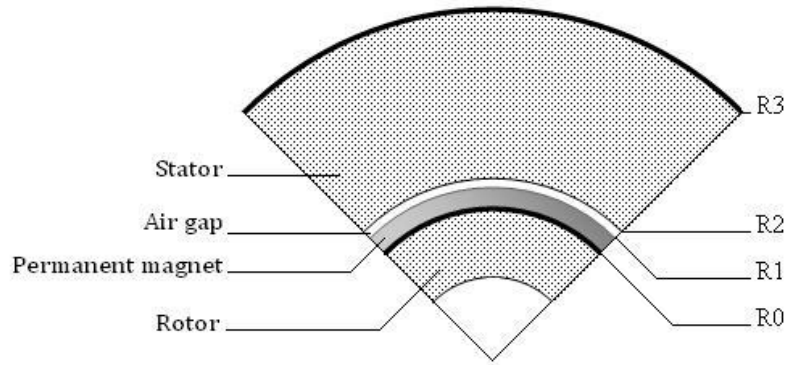
$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{A}) \right] = \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \vec{M} \right) \quad (3)$$

Où  $\mu$  représente la perméabilité du milieu ( $\mu = \mu_0$  dans l'air, les aimants et les conducteurs) supposée très grande dans le fer statorique et dans le fer rotorique.

Le calcul du champ revient donc à résoudre des équations, aux dérivées partielles, du potentiel vecteur dans l'intervalle  $[R_0, R_2]$ . Le principe de la méthode de résolution consiste à rechercher les expressions analytiques du potentiel vecteur dans les différentes zones du domaine d'étude. Des conditions supplémentaires sur les limites du domaine d'étude doivent être alors satisfaites.



**Figure 0:15 Moteur étudié (a) aimant permanent à aimantation sinusoïdale (b)**



**Figure 0:16. Moteur étudié avec stator lisse**

La prise en compte des aimants dans la modélisation des machines électriques, en présence de courants, s'effectue, le plus souvent par le biais du modèle Ampérien. Des densités volumique et surfacique fictives de courants, équivalentes à l'aimantation sont définies. Celles-ci sont respectivement réparties dans le volume et sur la surface des aimants. Toutefois ce type d'analogie n'est pas obligatoire dans la mesure où les composantes  $M_r$  et  $M_\theta$  de l'aimantation apparaissent directement dans l'équation de répartition du potentiel (Equation (3)). En effet, celles-ci peuvent être développées en séries de Fourier selon [11], [12], [19]. L'aimantation, dans l'Equation (3), est décomposée en une composante radiale et en une composante tangentielle :

$$M_r = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} M_{rn} \cos(np\theta) \quad (4)$$

$$M_\theta = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} M_{\theta n} \sin(np\theta) \quad (5)$$

Avec

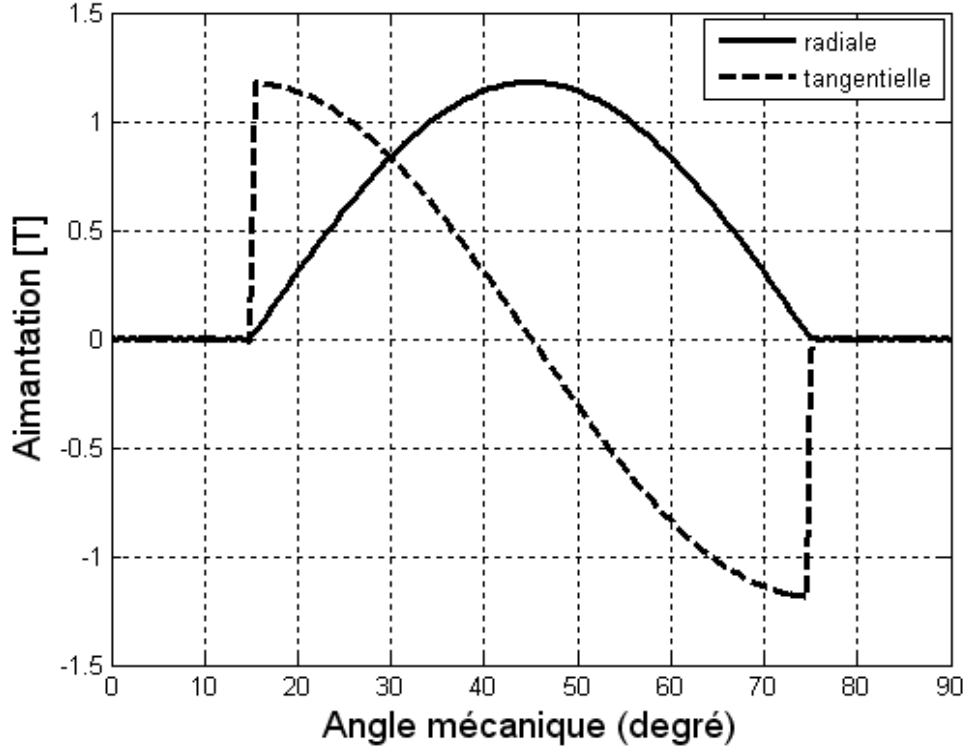
$$M_m = -\frac{M_{\theta n}}{n\beta} = -\frac{4M}{\pi} \frac{\beta \cos\left[\frac{n\beta\pi}{2}\right]}{(n\beta)^2 - 1} \quad (6)$$

$\beta$  Représente le rapport l'ouverture de l'aimant / pas polaire

Dans le cas où  $n\beta = 1$ ,

$$M_{rn} = -M_{\theta n} = \frac{M}{n} \quad (7)$$

Dans notre étude, nous avons considéré que le nombre de barreaux est suffisamment important pour que l'aimantation soit parfaitement sinusoïdale (Fig. 3). Néanmoins le nombre de barreaux par aimant et par pôle peut être pris en considération dans l'étude électromagnétique à travers le modèle de l'aimantation inclinée d'un bloc d'aimant (Fig. 5).



**Figure 0:17. Forme d'onde d'une aimantation sinusoïdale parfaite**

Que ce soit dans la zone de l'entrefer ou des aimants, le potentiel vecteur s'écrit sous forme de séries de Fourier comme suit :

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} a(r, n) \sin(np\theta) \quad (12)$$

Dans l'entrefer mécanique, le potentiel vecteur est :

$$A_{er} = \sum (e_{1n} r^{np} + e_{2n} r^{-np}) \sin(np\theta) \quad (13)$$

L'Equation (3) devient :

$$\frac{\partial^2 A_{ar}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_{ar}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_{\theta} \right] \quad (14)$$

Dans la zone des aimants permanents, l'équation de diffusion du champ magnétique est donnée par :

$$A_{ar} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (a_{1n} r^{np} + a_{2n} r^{-np} + \varphi_n r) \sin(np\theta) \quad (15)$$

Avec une solution particulière exprimée par :

$$\varphi_n = \begin{cases} \frac{npM_{rn} + M_{\theta n}}{(np)^2 - 1}, & np \neq 1 \\ -\frac{1}{2} \left( \ln(r) - \frac{1}{2} \right) (M_{rn} + M_{\theta n}), & np = 1 \end{cases} \quad (16)$$

Dans la zone de l'entrefer mécanique, l'équation de Laplace de diffusion du champ est :

$$\frac{\partial^2 A_{er}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{er}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_{er}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (17)$$

L'exploitation, des conditions aux limites et de passage du champ magnétique entre les deux zones, permet de déterminer les constantes  $e_{1n}$ ,  $e_{2n}$ ,  $a_{1n}$ ,  $a_{2n}$ .

$$\text{En } R_2 \text{ la dérivée } \frac{\partial A_{er}}{\partial r} = 0$$

et donc

$$e_{1n} = e_{2n} R_2^{-2np} \quad (18)$$

$$\text{En } r = R_0, \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + M_\theta = 0,$$

Aussi

$$a_{1n} = \frac{a_{2n} n p R_0^{-np} - (M_{\theta n} + \varphi_n) R_0}{n p R_0^{np}} \quad (19)$$

$$e_{2n} = \frac{1}{2} \frac{R_2^{2np}}{n p (R_0^{2np} - R_2^{2np})} \left[ \frac{(-2R_0^{np+1} - R_0^{2np} R_1^{-np+1} + R_1^{np+1})(M_{\theta n} + \varphi_n) +}{(R_0^{2np} R_1^{-np+1} - R_1^{np+1}) n p \varphi_n} \right] \quad (20)$$

$$a_{2n} =$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{n p (R_0^{2np} - R_2^{2np})} \{ R_0^{2np} R_1^{np+1} [M_{\theta n} + (1 - np)\varphi_n] - 2R_0^{np+1} R_2^{np+1} (M_{\theta n} + \varphi_n) + R_0^{2np} R_2^{2np} R_1^{-np+1} [M_{\theta n} + (1 + np)\varphi_n] \} \quad (21)$$

Dans le cas ou  $np=1$

$$e_{2n} = \frac{1}{4} \frac{R_2^2}{R_0^2 - R_2^2} \{ (R_1^2 - R_0^2) (M_{rn} - M_{\theta n}) - 2R_0^2 (M_{rn} + M_{\theta n}) [\ln(R_1) - \ln(R_0)] \} \quad (22)$$

$$e_{2n} = \frac{1}{4} \frac{R_0^2}{-R_0^2 + R_2^2} \{ (R_1^2 - R_2^2) (M_{rn} - M_{\theta n}) + 2R_2^2 (M_{rn} + M_{\theta n}) [\ln(R_1) - \ln(R_0)] \} \quad (23)$$

$$e_{1n} = e_{2n} R_2^{-2} \quad (24)$$

$$a_{1n} = \frac{a_{2n}}{R_0^2} + \frac{M_{rn} - 3M_{\theta n} + 2 \ln(R_0) (M_{rn} + M_{\theta n})}{4} \quad (25)$$

A partir des équations (2) et (13), les inductions radiales et tangentielles dans l'entrefer mécanique s'en déduisent par :

$$B_r(r, \theta) = \frac{P}{r} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n(e_{1n}r^{np} + e_{2n}r^{-np}) \cos(np\theta) \quad (26)$$

$$B_t(r, \theta) = \frac{P}{r} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n(e_{1n}r^{np} - e_{2n}r^{-np}) \sin(np\theta) \quad (27)$$

### II.2.2. Calcul analytique avec stator encoché

L'effet d'encoche du stator sur les inductions radiale et tangentielle est introduit via une fonction perméance relative complexe issue d'une transformation conforme analytique de Schwarz-Christoffel d'un modèle avec une seule encoche de profondeur infinie [38]. Ce modèle permet d'exploiter les équations (26) et (27) pour déterminer les inductions radiale et tangentielle dans le cas avec encoches statorique. Avec  $B_k = B_r + jB_t$ , l'induction complexe dans la structure réelle est donnée par :

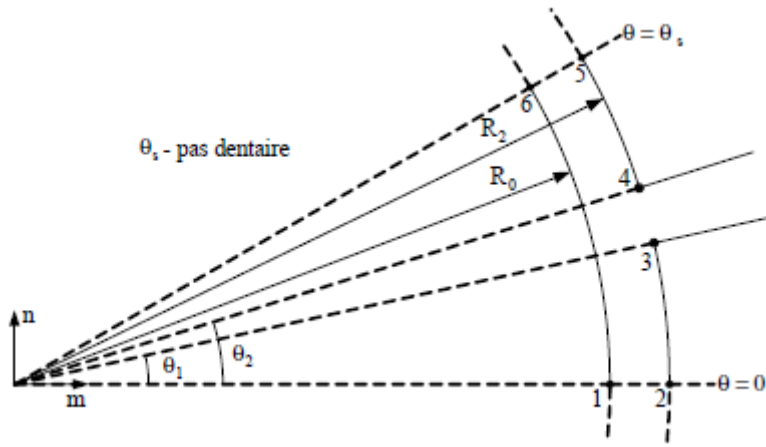
$$B_s = B_k \cdot \left( \frac{\partial k}{\partial s} \right)^* \quad (28)$$

Avec

$$\frac{\partial k}{\partial s} = \lambda = \frac{k}{s} \frac{w-1}{(w-a)^{\frac{1}{2}}(w-b)^{\frac{1}{2}}} \quad (29)$$

Ces deux expressions (28) et (29) sont issues de plusieurs transformations conformes analytiques qui permettent de passer du plan  $S(r, \theta)$  dont les coordonnées sont données par L'équation complexe en coordonnées polaires (Fig. 5):

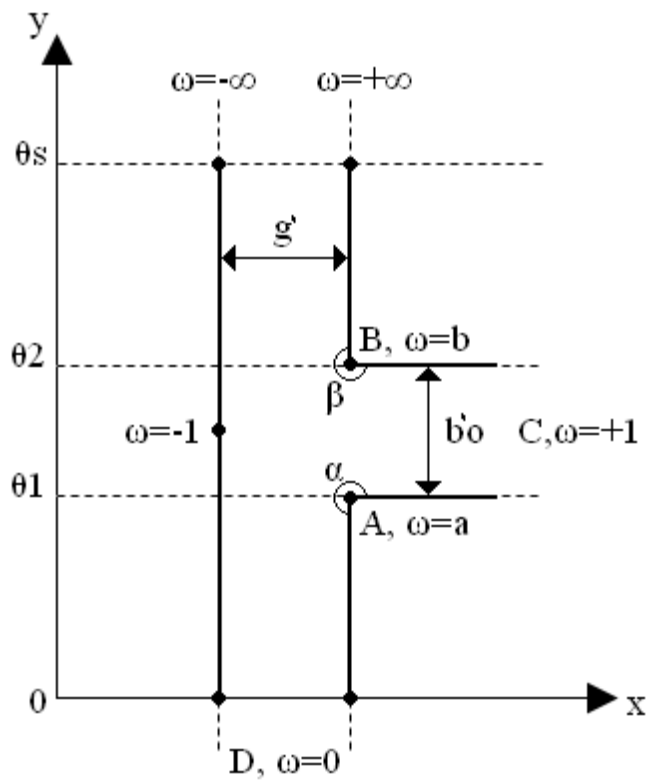
$$s = re^{j\theta} \quad (30)$$



**Fig. 5. Modèle d'une seule encoche de profondeur infinie dans le plan S**

La première transformation conforme qui permet de transformer le plan S en coordonnées polaires au plan Z en coordonnées cartésiennes (Fig. 6) est :

$$z = \ln(s) \quad (31)$$



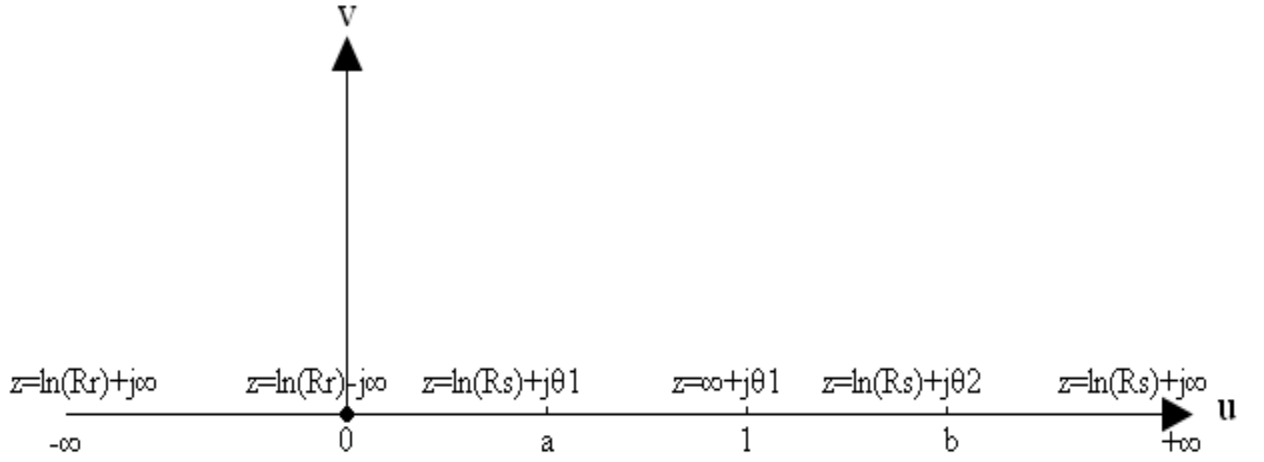
**Figure 0:18 Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z**

La (2ème) transformation conforme complexe, qui est une transformation de Schwarz- Christoffel qui permet de transformer le pas dentaire du plan Z en un demi-plan infini et positif W (Fig. 7), est :

$$Z = j \frac{g'}{\pi} \left[ \ln \left| \frac{1+p}{1-p} \right| - \ln \left| \frac{b+p}{b-p} \right| - 2 \frac{b-1}{\sqrt{b}} \tan^{-1} \frac{p}{\sqrt{b}} \right] + c \quad (32)$$

Ou

$$p = \sqrt{\frac{w-b}{w-a}}, \quad c = \ln R_2 + j\theta_2, \quad g = \ln \left( \frac{R_2}{R_0} \right), \quad b = \left[ \frac{b'_0}{2g'} + \sqrt{\left( \frac{b'_0}{2g'} \right)^2} \right]^2, \quad a = \frac{1}{b} \text{ et } b'_0 = \theta_2 - \theta_1$$

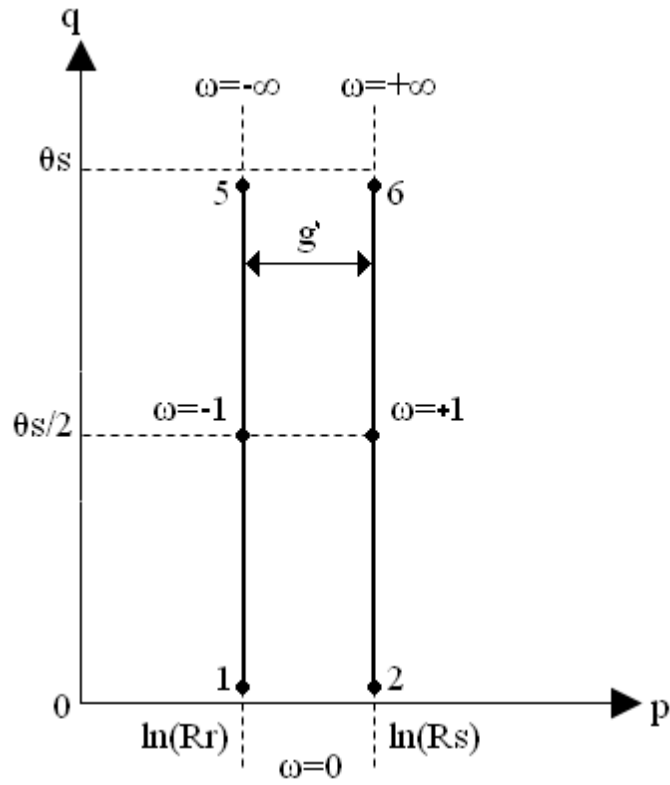


**Figure 0:19 Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan W**

La 3ème transformation conforme qui permet de passer du plan W au plan T, qui représente

deux plans infinis (Fig. 8), est

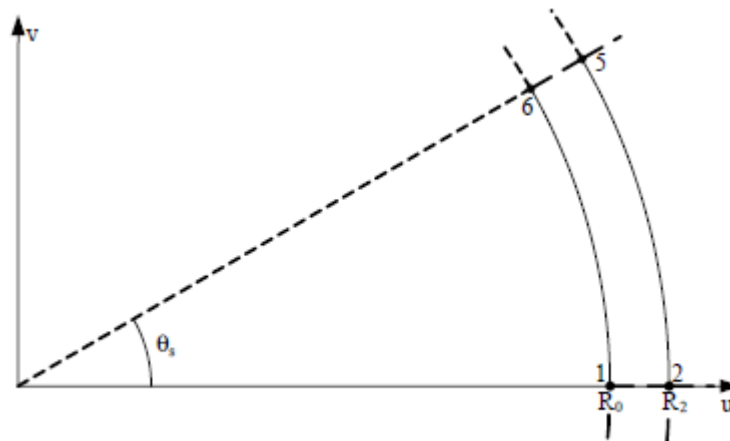
$$t = \frac{g'}{\pi} \ln \omega + \ln R_2 + j \frac{\theta_s}{2} \quad (33)$$



**Figure 0:20** Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan T

La dernière transformation permet de transformer le plan T au plan K (Fig. 9) en coordonnées polaires par utilisation de :

$$k = R_2 e^{j\left(\frac{g}{\pi} \ln w + \frac{\theta_s}{2}\right)} \quad (34)$$



**Figure 0:21.** Modèle d'une seule encoche dans le plan K

Les parties réelle et imaginaire de la perméance relative  $\lambda$ , issues de l'Equation (29), sont :

$$\lambda_a = \lambda_0 + \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{an} \cos(nQ_s\theta) \quad (35)$$

$$\lambda_b = \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{bn} \sin(nQ_s\theta) \quad (36)$$

A partir des équations (26), (27), (29), (35) et (36), les inductions radiale et tangentielle dans

l'entrefer avec stator encoché s'en déduisent par :

$$B_{sr} = \text{Re}(B_k \lambda^*) = B_r \lambda_a + B_\theta \lambda_b \quad (37)$$

$$B_{s\theta} = \text{Im}(B_k \lambda^*) = B_\theta \lambda_a - B_r \lambda_b \quad (38)$$

### II.3. Calcul analytique du couple de détente

Le couple de détente du à une seule encoche est calculé directement dans le plan W sans passer par une transformation SC inverse dans le plan S [40], [59] en utilisant :

$$T_{slot} = \frac{l_a}{2\mu_0} \int_a^b |B_k|^2 \left| \frac{g'}{\pi} k^2 \frac{w-1}{w(w-a)^{\frac{1}{2}}(w-b)^{\frac{1}{2}}} \right| dw \quad (39)$$

Le couple de détente total, du à toute les encoches du stator, est exprimé par :

$$T_c = \sum_{k=1}^{Q_s} T_{slot} \quad (40)$$

## II.4. Calcul analytique de la force électro motrice

En utilisant la loi de Faraday, la force électromotrice induite dans une phase du stator, est donnée par:

$$E_c(t) = -\frac{d\phi_c(t)}{dt} \quad (41)$$

Sachant que le flux embrassé par la phase est exprimé par :

$$\phi_c(t) = L_u R \int_{\frac{\gamma_c}{2}}^{\frac{\gamma_c}{2}} B_{sr}(r, \theta, t) \quad (42)$$

où :  $\gamma_c = \gamma \frac{2\pi}{Q_s}$  avec  $\gamma$ : le pas d'enroulement, et aussi le nombre d'encoches par section.

et

$$B_{sr}(r, \theta, t) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} B_{rn} \cos(np(\theta - \omega_{rm}t)) \{ \lambda_0 + \sum_{m=1,3,5}^{N_\lambda} \lambda_{am} \cos(mQ_s(\theta - \theta_{s0})) \} + \sum_{m=1,3,5}^{\infty} B_{\theta n} \sin(np(\theta - \theta_{rm}t)) \sum_{m=1,3,5}^{N_\lambda} \lambda_{bm} \sin(mQ_s(\theta - \theta_{s0})) \quad (43)$$

Où  $\theta_{s0}$  prend 0 ou  $\frac{\pi}{Q_s}$ . Cette valeur dépend de la référence initiale de la perméance.

L'expression du flux embrassé par une phase du stator est :

$$\begin{aligned} \phi_c(t) = & L_u R \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left\{ \lambda_0 B_{rn} \frac{2}{np} \sin(np \frac{\gamma_c}{2}) + \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} - B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin(((np+mQ_s)\frac{\gamma_c}{2}))}{np+mQ_s} A_m + \right. \\ & \left. \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} + B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin((np-mQ_s)\frac{\gamma_c}{2})}{np-mQ_s} A_m \right\} \cos(np\omega_{rn}t) \end{aligned} \quad (44)$$

Si  $np=mQ_s$ , le terme  $\frac{\sin((np-mQ_s)\frac{\gamma_c}{2})}{np-mQ_s}$  doit être remplacé par  $\frac{\gamma_c}{2}$

$$A_m = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_{s0} = 0 \\ \cos(m\pi) & \text{si } \theta_{s0} = \frac{\pi}{Q_s} \end{cases}$$

Donc, l'expression finale de la force électromotrice par phase s'écrit comme suit :

$$E_{phrase}(t) = -N_s K_{bm} \frac{d\phi_c(t)}{dt} \quad (45)$$

$$\text{Avec : } N_s = \begin{cases} N \frac{Q_s}{6\alpha p} (1) \\ N \frac{Q_s}{3\alpha p} (2) \end{cases} \text{ pour un bobinage à une seule couche (1) et à deux couches (2).}$$

$\alpha_p$  Représente le nombre de branches parallèles.

Le coefficient de bobinage  $K_{bn}$  est défini par  $K_{bn} = K_{fn} K_{dn} K_{rn} K_{in}$  [40], [51].

L'expression, suivante, de la FEM s'en déduit :

$$\begin{aligned} E_{phase}(t) &= N_s \omega_{rm} L_u R \sum_{n=1,3,5}^{\infty} k_{bn} \left\{ \lambda_0 B_{rn} \frac{2}{np} \sin\left(np \frac{\gamma_c}{2}\right) + \right. \\ &\quad \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} - B_{\theta n} \lambda_{bn}) \frac{\sin((np+mQ_s)\frac{\gamma_c}{2})}{np+mQ_s} A_m + \\ &\quad \left. \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} + B_{\theta n} \lambda_{bn}) \frac{\sin((np-mQ_s)\frac{\gamma_c}{2})}{np-mQ_s} A_m \right\} \times \sin(n(p\omega_{rm}t - \alpha_0)) \end{aligned} \quad (46)$$

## II.5. Calcul analytique du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique, développé par la machine en tenant compte de l'effet d'encoche avec une alimentation sinusoïdale et en utilisant l'expression de la puissance développée par les trois phases du stator, est donné par :

$$T_{em} = \frac{P}{\omega} \sum_{m=1}^3 e_m(t) i_m(t) \quad (47)$$

Avec

$$e_m(t) = [E_A(t) E_B(t) E_C(t)] \text{ et } i_m(t) = \begin{bmatrix} I \cos(\omega t) \\ I \cos\left[\omega t - \frac{2\pi}{3}\right] \\ I \cos\left[\omega t + \frac{2\pi}{3}\right] \end{bmatrix} \quad (48)$$

## II.6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développés un modèle analytique basé sur la résolution de l'équation de Poisson pour déterminer les inductions radiales et tangentielles dues aux aimants permanents aimantés sinusoïdalement en considérant le stator lisse. Ce modèle permet de tenir compte de l'ouverture des aimants sous un pôle contrairement au modèle de K. Halbach qui suppose l'ouverture des aimants égale au pas polaire. L'effet des encoches du stator sur la forme d'onde et l'amplitude des inductions radiale et tangentielle est introduit par une fonction perméance relative complexe issue de quatre transformations conformes analytiques dont la deuxième est issue de l'intégrale de Schwarz-Christoffel. Le couplage entre les deux modèles permet de déterminer avec une précision appréciable le couple de détente que ce soit par rapport à la forme d'onde ou à l'amplitude qui est très sensible aux formes d'ondes et amplitudes des inductions radiales et tangentielles. Le couple électromagnétique et la force électromotrice sont aussi déterminés en tenant compte de l'encochage du stator à travers des expressions analytiques. Dans cette étude, nous avons aussi mis en évidence l'influence du nombre de barreaux aimantés dans des directions inclinées sur la forme d'onde de l'aimantation radiale et tangentielle.

# Chapitre III : Modélisation par éléments finis des machines à aimants permanents

## III.1. Introduction

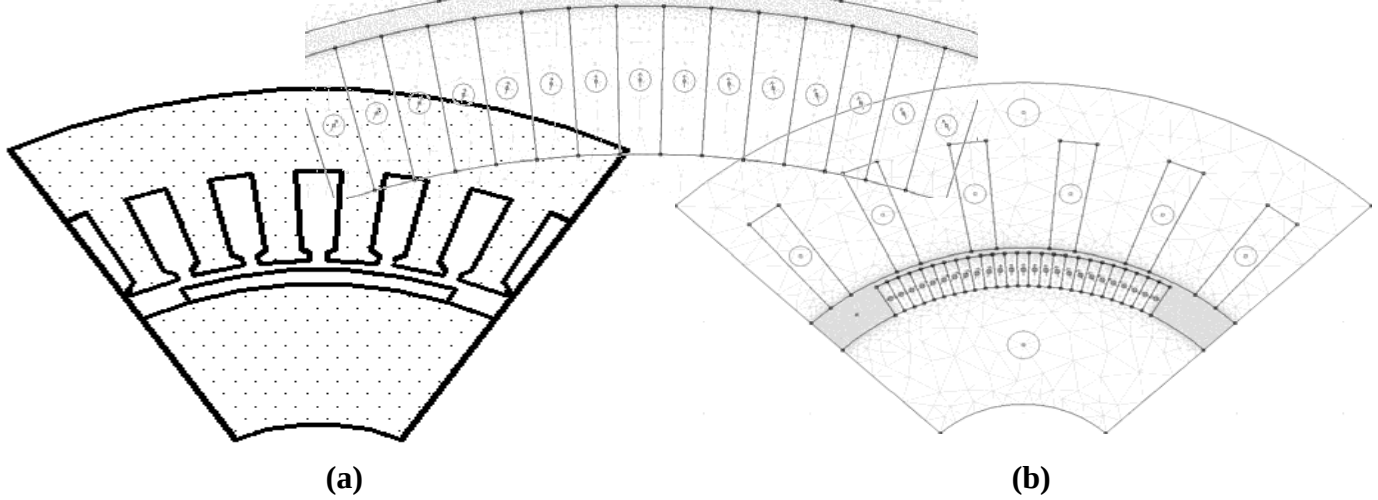
Dans ce 3<sup>ème</sup> chapitre, nous abordons la méthode des éléments finis en tenant compte de la saturation des matériaux magnétiques [21] et des courants induits. Le couplage des domaines statorique et rotorique lors de la rotation de ce dernier est assuré par l'introduction, dans le système d'équations à résoudre, des multiplicateurs de Lagrange [22]. Les conditions aux limites de type Dirichlet et d'anti-périodicité sont aussi introduites via les multiplicateurs de Lagrange [23].

## III.2. Calcul numérique par éléments finis des performances électromagnétiques

La résolution de l'équation de Poisson, qui régit la distribution du champ magnétique dans la machine, par éléments finis a été traitée par plusieurs chercheurs [26]

Cette méthode est très performante pour déterminer avec une bonne précision les caractéristiques de la machine en tenant compte des différents paramètres physiques tels que la saturation du matériau et les courants induits. Le seul inconvénient est qu'elle est coûteuse en temps de calcul et est surtout utilisée dans une phase finale de conception. Le domaine d'étude (Fig. 1) est subdivisé en triangles du premier ordre (Figs. 1. b et 2) où l'inconnue (potentiel vecteur) est approchée par une interpolation

polynomiale. Dans le code de calcul 2D élaboré, nous tenons compte de la non-linéarité du matériau ainsi que des courants induits. La rotation du rotor par rapport au stator est assurée sans remaillage du domaine d'étude par l'introduction, dans le système à résoudre, des conditions aux limites et d'interfaces par les multiplicateurs de Lagrange [15].



**Figure 0:1. Structure étudiée (a) et maillage par éléments finis triangulaires du 1er ordre (b)**

**Figure 0:2 Zooms sur le maillage de l'entrefer et de l'aimant**

La relation qui lie les coordonnées, dans les deux domaines statorique et rotorique est donnée par l'expression :

$$x = x' + \Omega t \leftrightarrow \left\{ \left[ x = \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \right] = \left[ x' + \Omega t = \begin{pmatrix} r' \\ \theta' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega t \end{pmatrix} \right] \right\} \quad (1)$$

L'équation de Poisson, à résoudre par éléments finis dans le stator sachant que celui-ci ne

présente pas de courants induits au vu son feuilletage, est :

$$\nabla \left( \frac{1}{\mu_s} \nabla a_s \right) + j = 0 \quad (2)$$

Dans le domaine élémentaire, qui est un triangle du 1<sup>er</sup> ordre et sous forme matricielle, l'Equation (2) devient :

$$\sum_e V_e [S_e] \{A_s(t)\}_e = [Q_s]_e \{J\}_e \quad (3)$$

$$\text{Avec } [S_e] = \Delta_e [D]^T [D], [Q_s]_e = \frac{\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix}$$

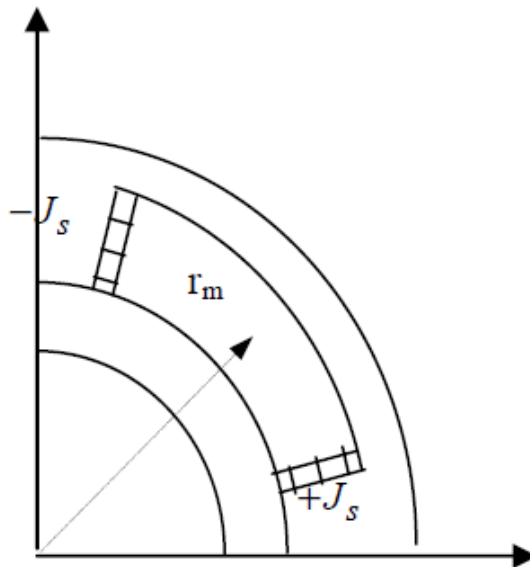
Dans le domaine du rotor, en tenant compte des courants induits et de la saturation du matériau et en utilisant un modèle Ampérien pour les aimants, l'équation à résoudre est :

$$\nabla \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla a_r \right) - \sigma_r \frac{\partial a_r}{\partial t} + j_s = 0 \quad (4)$$

Sous forme matricielle et dans le domaine élémentaire, cette équation est ramenée à :

$$\sum_e V_e [S_e] \{A_r(t)\}_e + \sigma_e [T_e] \left\{ \frac{\partial A_r(t)}{\partial t} \right\}_e = [Q_r]_e \{J_s\}_e \quad (5)$$

$$\text{avec } [Q_r]_e = \frac{l_e}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ dans le cas d'une aimantation radiale, et } J_s = \pm \frac{B_r}{\mu} \frac{r_m}{r}$$



**Figure 0:3 Représentation du modèle ampérien d'un aimant radial**

$$[T_e] = \frac{\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dans l'Equation (4), les sources du champ magnétique créé par les aimants sont des densités de courant équivalentes à l'aimantation des aimants permanents (Fig. 3). Pour cela, chaque bloc d'aimant est modélisé par des courants superficiels répartis soit radialement soit tangentiellement avec :

$$\vec{J}_s^i = \vec{M}^i \times \vec{n} \quad (7)$$

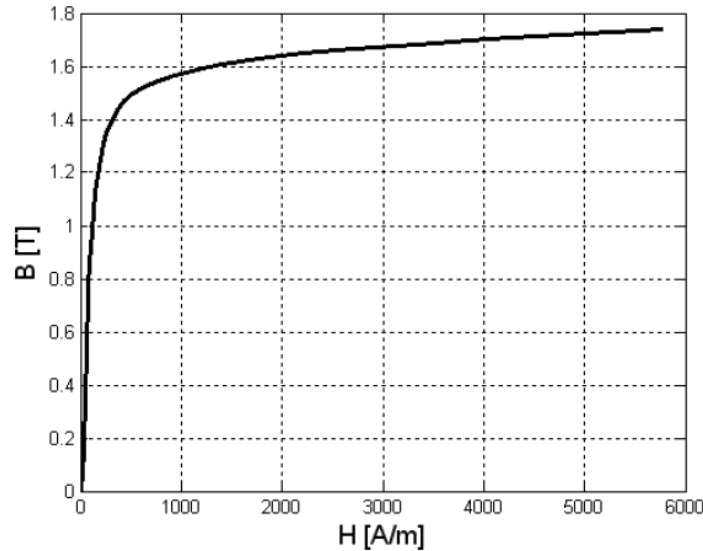
Dans l'espace temps, nous avons utilisé le schéma implicite d'Euler ( $\beta=1$ ) L'algorithme d'Euler repose sur l'approximation suivante [21]:

$$\beta \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}^{t+\Delta t} + (1 - \beta) \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}^t = \frac{\{A\}^{t+\Delta t} - \{A\}^t}{\Delta t} \quad (8)$$

Pour tenir compte de la saturation (Fig. 4) des matériaux utilisés au stator et au rotor, la méthode de substitution successive peut être utilisée. Sa mise en œuvre est aisée alors que sa convergence est lente [16]. Ceci conduit souvent à des temps de calcul importants. Généralement, c'est la méthode de Newton-Raphson qui est adoptée dans la littérature [21]. La convergence de cette dernière est quadratique si la solution de départ est proche de la solution exacte. Supposons que la réflectivité magnétique  $\nu$  est une fonction lissée du carré de l'induction magnétique  $B$ , le système (3 et 5) peut être linéarisé grâce à la procédure de Newton- Raphson.

Les systèmes d'équations (3) et (5), après assemblage, peuvent se mettre sous la forme :

$$[K]_{k+1}^{t+\Delta t} \{\Delta A\}_{k+1}^{t+\Delta t} = \{R\}_{k+1}^{t+\Delta t} \quad (9)$$



**Fig. 4. Courbe B(H) du matériau stator et au rotor [51]**

Avec la matrice de rigidité résultante égale à :

$$[K]_{k+1}^{t+\Delta t} = \left[ [G] + \frac{\sigma[T]}{\Delta t} \right] \quad (10)$$

et le second membre de l'Equation (9) qui représente les sources (aimants et courants statoriques) on a:

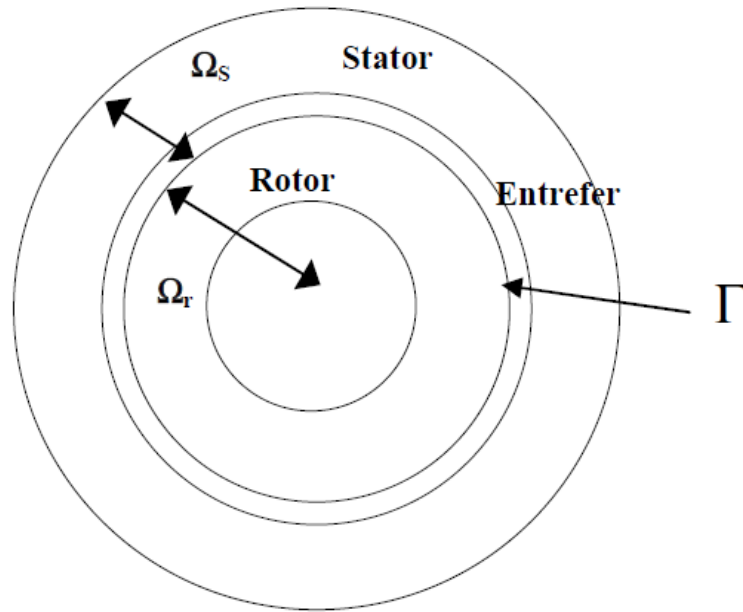
$$\{R\}_{k+1}^{t+\Delta t} = -V_k^{t+\Delta t}[S]\{A\}_k^{t+\Delta t} - \frac{\sigma[T]}{\Delta t}\{A\}^t + [Q]\{j\}^{t+\Delta t} \quad (11)$$

$$\text{Ou}[G] = V_k^{t+\Delta t}[S] + \frac{2}{\Delta_e} \frac{\partial V}{\partial B^2} ([S]\{A_k^{t+\Delta t}\})([S]\{A_k^{t+\Delta t}\})$$

Les itérations de Newton Raphson et d'Euler, sur le potentiel vecteur sont exprimées, par la relation suivante :

$$[A]_{k+1}^{t+\Delta t} = \{\Delta A\}_{k+1}^{t+\Delta t} + A_k^{t+\Delta t} \quad (12)$$

Le terme J représente la densité de courant dans le stator qui est fonction des coordonnées x' (Fig. 5).



**Fig. 5. Subdivision du domaine d'étude**

Dans le contexte éléments finis, les systèmes d'équations au stator et au rotor (3) et (9) peuvent se mettre respectivement sous la forme suivante :

$$\{K_r\}[A_r] = \{R_r\} \quad (13)$$

$$\{K_s\}[A_s] = \{R_s\} \quad (14)$$

Pour résoudre les deux systèmes d'équations (13) et (14), qui représentent les deux domaines séparés du rotor et du stator, un couplage entre les deux domaines doit se faire et les conditions aux limites et de passage pour chaque domaine doivent être introduites. Les conditions de couplage sont :

$$a_s(\theta, t) = a_r(\theta', t) \quad (15)$$

$$\frac{1}{\mu_s} \frac{\partial a_s(\theta, t)}{\partial n} = \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial a_r(\theta', t)}{\partial n} \quad (16)$$

### III.2. 1.Couplage stator-rotor

Le couplage du stator et du rotor, qui sont maillés séparément et sans besoin de remaillage à chaque pas de rotation, est assuré par l'introduction des multiplicateurs de Lagrange dans le système d'équations à résoudre comme suit [15]:

$$\begin{bmatrix} K_s & 0 & I^t \\ 0 & K_r & C^t \\ I & C & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_s \\ A_r \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_s \\ R_r \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Pour les rotations du rotor multiples du pas du maillage, la matrice [C] est constituée des nombres -1, 1 et 0.

Pour les angles de rotation non réguliers par rapport au pas du maillage, chaque nœud appartenant à  $\Gamma$  est couplé aux nœuds appartenant aux triangles adjacents en introduisant dans le système d'équations les contraintes suivantes :

$$A_r^i = \frac{z_i - z_k}{z_j - z_k} A_s^j + \frac{z_i - z_j}{z_k - z_j} A_s^k \quad (18)$$

où  $z_i$ ,  $z_j$  et  $z_k$  sont les angles des nœuds i, j and k.

### III.2. 2.Conditions d'anti-périodicité

Les conditions de périodicité ou d'anti-périodicité peuvent être introduites de la même manière. Dans les systèmes d'équations du stator et du rotor, nous introduisons les équations suivantes :

$$\{A_{sal}\} = [C_{sa}]\{A_{sa2}\} \quad (19)$$

$$\{A_{ral}\} = [C_{ra}]\{A_{ra2}\} \quad (20)$$

où  $\{A_{sal}\}, \{A_{sa2}\}, \{A_{ral}\}$  et  $\{A_{ra2}\}$  sont les potentiels des nœuds anti-périodiques (périodiques) du stator et du rotor.

Les matrices  $[C_{sa}]$  et  $[C_{ra}]$  sont une combinaison des nombres 1 et 0 dans le cas de l'antipériodicité.

### III.2. 3.Conditions de Dirichlet

Dans le calcul du potentiel vecteur magnétique, dans la machine à partir l'équation de Poisson en considérant seulement un pôle, les surfaces externe et interne du domaine d'étude doivent satisfaire la condition de Dirichlet avec un potentiel nul.

$\{A_{sd}\}=0, \{A_{rd}\}=0$  seront introduits dans les matrices de rigidité rotorique et statorique respectivement à travers :

$$[C_{rd}]\{A_{rd}\} = [S] \quad (21)$$

$$[C_{sd}]\{A_{sd}\} = [S] \quad (22)$$

où  $\{S\} = 0$  et  $[C_{rd}], [C_{sd}]$  sont une combinaison des nombres 1 et 0.

### III.3.Calcul des inductions

Les composantes  $B_x$  et  $B_y$  du vecteur induction magnétique  $\vec{B}_r$  au niveau de chaque élément peuvent être obtenues par simple dérivation de l'expression du potentiel vecteur dans cet élément, soit :

$$B_x^e = + \frac{\sum_1^3 R_i A_i}{2\Delta_e} \quad (23)$$

$$B_y^e = + \frac{\sum_1^3 Q_i A_i}{2\Delta_e} \quad (24)$$

Ces deux composantes étant constantes, le module  $B$  du vecteur induction magnétique est constant sur toute la surface de l'élément, soit :

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (25)$$

De ce fait, les composantes radiales et tangentielles de l'induction sont exprimées par :

$$B_r^e = B_x^e \cos \theta_e + B_y^e \sin \theta_e \quad (26)$$

$$B_\theta^e = B_x^e \sin \theta_e + B_y^e \cos \theta_e \quad (27)$$

### III.4.Calcul des flux

Le flux dans une encoche est calculé à partir de la moyenne du potentiel vecteur sur cette encoche en utilisant l'expression suivante :

$$A_{moy} = \frac{1}{S_k} \int_{S_k} A dS \quad (28)$$

L'intégrale est calculée élément par éléments

$$\varphi_k = N_{enc} A_{moy} S_e \quad (29)$$

$N_{enc}$  représente la densité de conducteurs par encoche :

$$N_{enc} = \frac{N}{S_e} \quad (30)$$

### III.5.Calcul du couple

Le couple de détente ( $T_c$ ) et le couple électromagnétique ( $T_{em}$ ) se calculent soit en utilisant l'intégrale du tenseur des contraintes de Maxwell à partir des expressions suivante :

$$T = \frac{2Pl_a r^2}{\mu_0} \int_0^{\frac{\pi}{P}} B_r B_\theta d\theta \quad (31)$$

$$T = 2pL_\mu r^2 \sum_{i=1}^{N_{el}} H_t B_r \quad (32)$$

Soit en utilisant le rapport entre la variation de l'énergie magnétique par rapport à celle de la variation de la position du rotor.

$$T = - \frac{\partial W_{mag}}{\partial \theta} \quad (33)$$

Où

$$W_{mag} = \frac{1}{2\mu} \int_V BBdv(34)$$

$W_{mag}$  est la somme des énergies élémentaires suivantes :

$$W^e = \frac{1}{2\mu} \int_{S^e} BBdS = \frac{|B_e|^2 S_e}{2\mu^e} \quad (35)$$

### III.6. Calcul de la force électromotrice

La force électromotrice est calculée directement en utilisant la loi de Faraday ou indirectement en utilisant le calcul des couples (électromagnétique et de détente). Cette dernière méthode sera utilisée en raison de sa simplicité. En effet, avec cette dernière méthode, le calcul du couple électromagnétique ( $T_{stat_i}$ ) est effectué pour une seule phase alimentée par un courant constant  $I$  et, la fem par phase s'en déduit à partir de l'expression suivante :

$$e_i = \frac{T_{stat_i} - T_c}{I} \omega_r \quad (36)$$

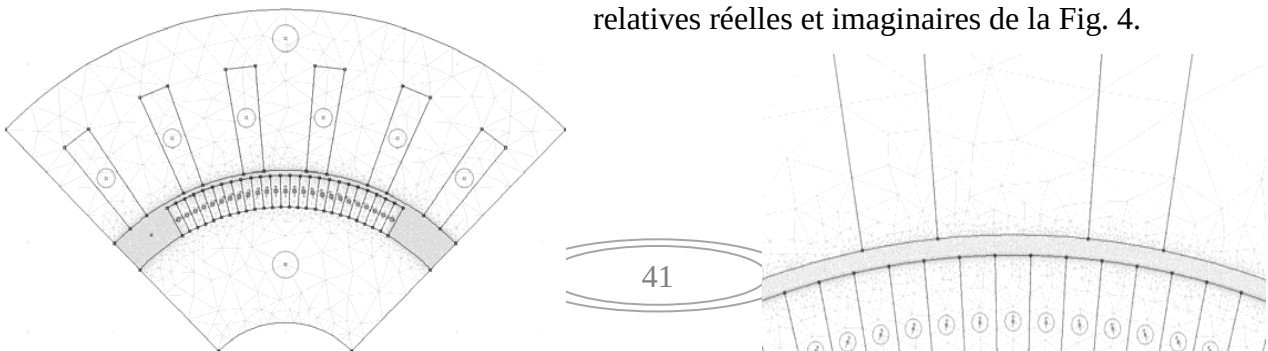
$$P_{jr} = L_\mu \iint_{\Omega_r} \sigma_r \left( \frac{A_r(t+\Delta t) - A_r(t)}{\Delta t} \right)^2 dx dy \quad (37)$$

### III.7. Exploitation de la méthode analytique et validation par éléments finis

Les modèles analytiques et numériques par éléments finis dans le calcul des performances électromagnétiques de la machine à aimants permanents montés sur la surface du rotor avec une aimantation sinusoïdale. Une comparaison du modèle analytique avec la méthode des éléments finis linéaires et non linéaires est effectuée. Une validation expérimentale est aussi effectuée en ce qui concerne la force électromotrice. La machine étudiée, qui est prévue pour une alimentation sinusoïdale par un onduleur de tension contrôlé en courant [51], sera calculée dans le cas où elle est alimentée par des créneaux de courant de type 120° pour confirmer que cette dernière alimentation n'est pas adaptée à ce type de machine.

#### III.7.1. Analyse des performances électromagnétiques

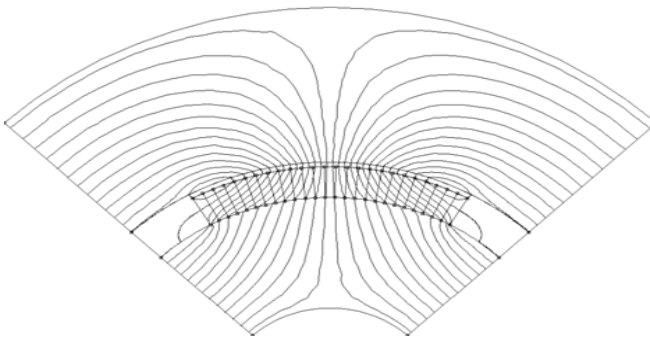
Dans cette partie, les résultats issus du modèle analytique que nous avons développé sont confrontés aux résultats obtenus à partir du calcul par éléments finis linéaires et non linéaires. Sur la Fig. 1 et 2, nous représentons successivement le maillage par éléments finis triangulaires de la structure étudiée et la carte du champ magnétique créée par les aimants dans les deux cas: stator lisse et stator encoché. Au niveau des formes d'ondes des inductions radiale et tangentielle pour les deux types de stator (Figs. 3, 5 et 6), on observe une bonne concordance sous les mêmes hypothèses. Les inductions (Figs. 5 et 6) sont obtenues analytiquement en utilisant les inductions avec un stator lisse (Fig. 3) et les perméances relatives réelles et imaginaires de la Fig. 4.



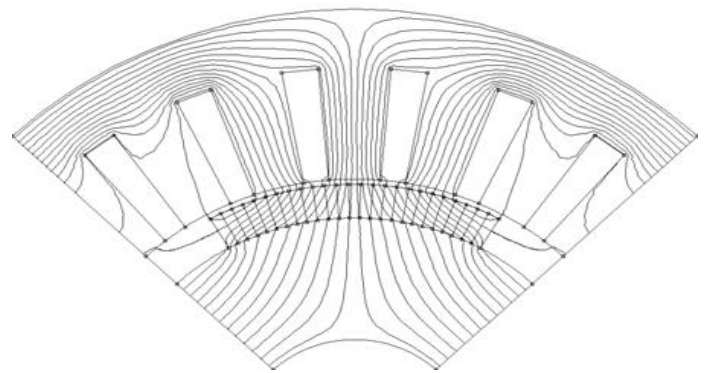
(a)

(b)

**Figure 0:4. Maillage par éléments finis (a) et zoom de l'entrefer (b)**

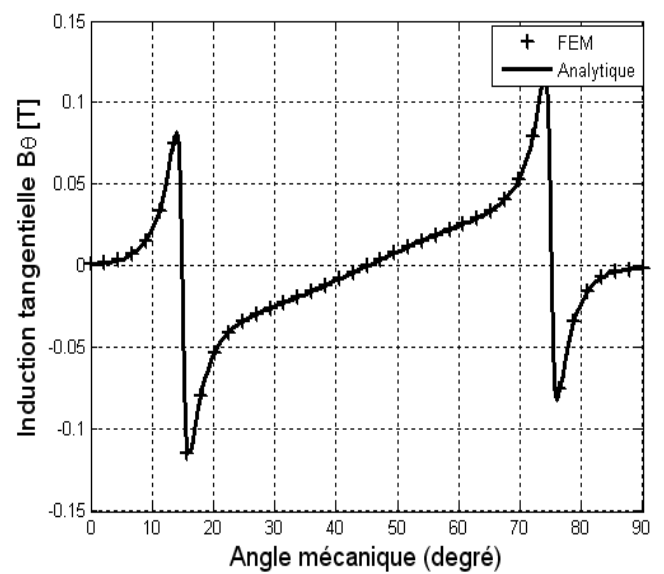
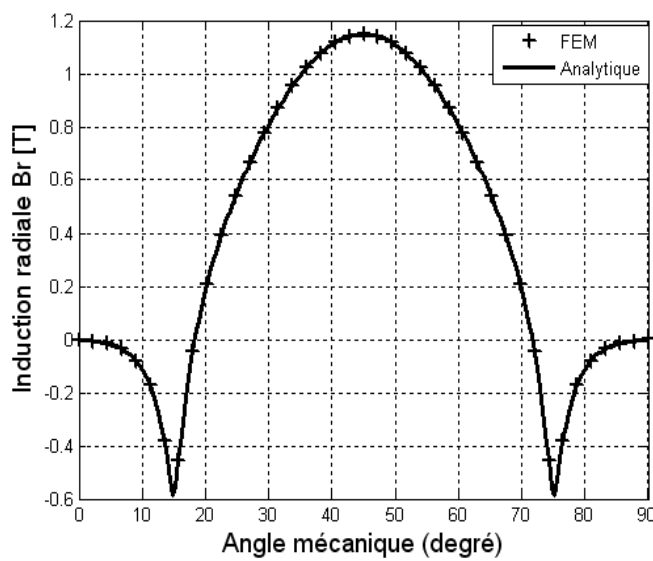


(a)



(b)

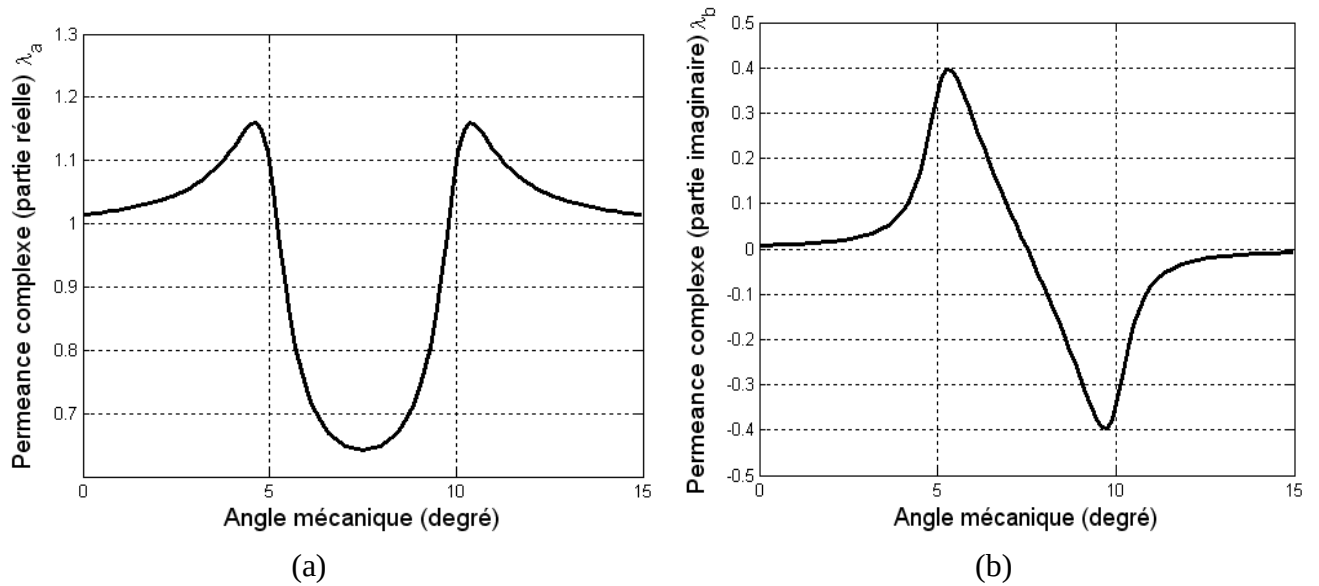
**Figure 0:5. Distributions du champ magnétique stator lisse (a) et stator encoché (b)**



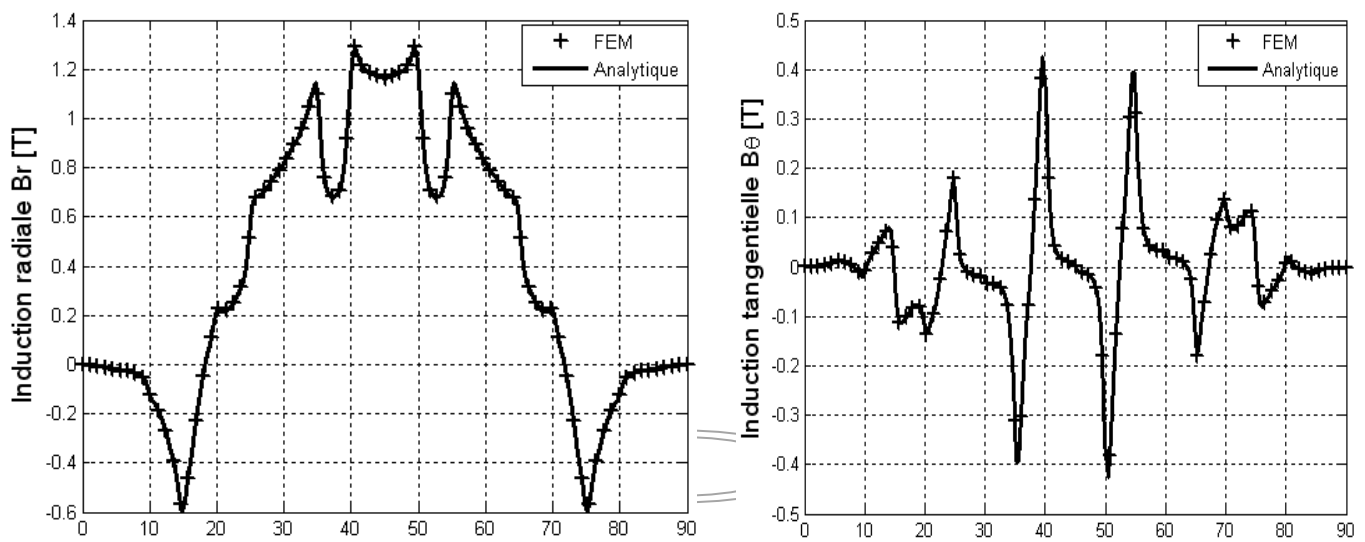
(a)

(b)

**Figure 0:6. Composantes Radiale  $B_r$ (a) et tangentielle  $B_\theta$ (b) de l'induction avec stator lisse**  
calculées en  $r = R_2 - g/2$  pour  $\beta = 2/3$



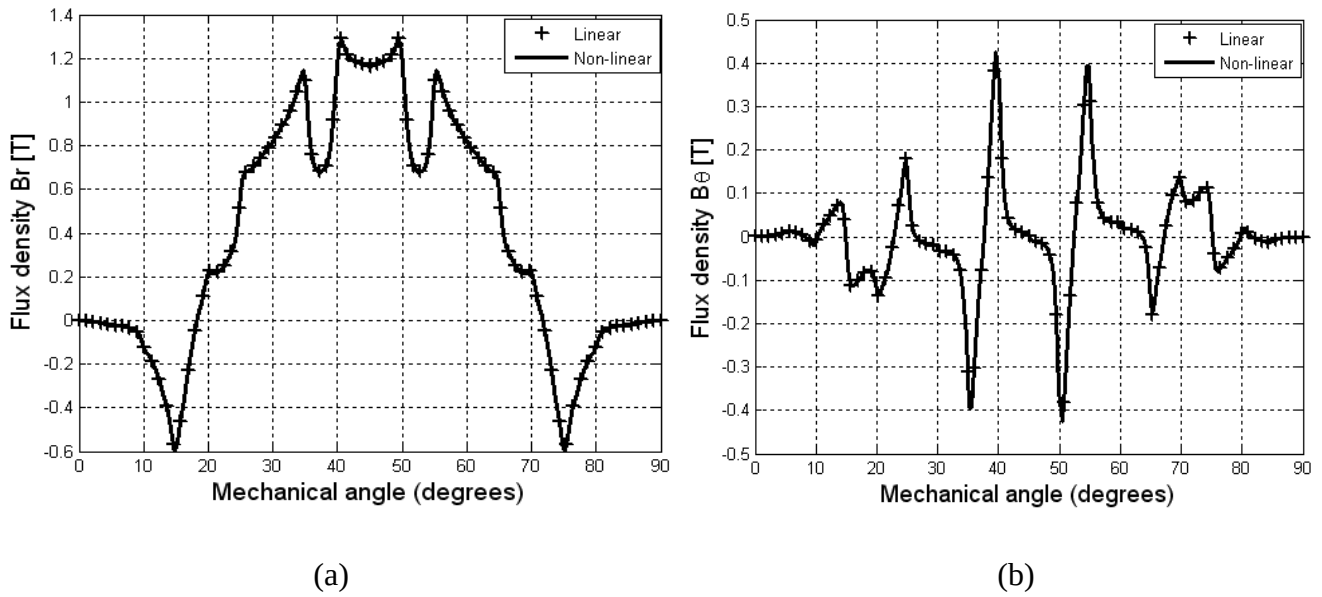
**Figure 0:7. Parties réelle (a) et imaginaire (b) de la perméance relative complexe calculées analytiquement en  $r = R_2 - g/2$**



(a)

(b)

**Figure 0:8. Composantes Radiale  $Br(a)$  et tangentielle  $B\theta(b)$  de l'induction avec stator encoché**  
calculées en  $r = R_2 - g/2$  avec  $\beta = 2/3$



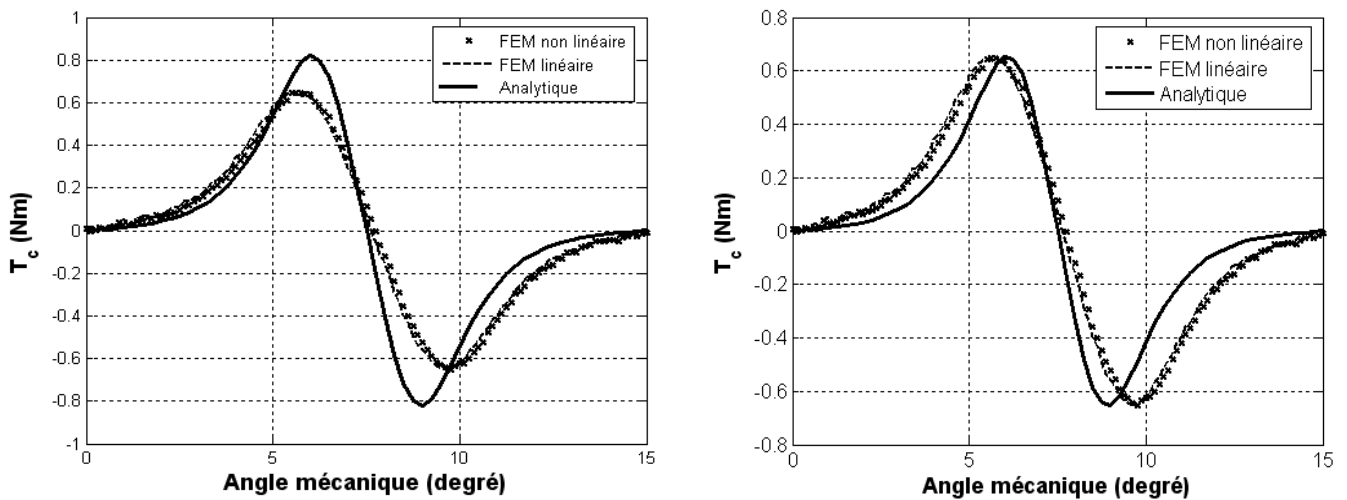
**Figure 0:9. Composantes Radiale  $Br(a)$  et tangentielle  $B\theta(b)$  de l'induction avec stator encoché**  
calculées en  $r = R_2 - g/2$  avec  $\beta = 2/3$

En exploitant le modèle analytique, on montre (Figs. 7, 8 et 9) que le couple de détente et son contenu harmonique sont déterminés avec une bonne précision par rapport aux résultats obtenus par éléments finis linéaires et non linéaires que ce soit sur le plan qualitatif (forme d'onde) ou quantitatif (amplitude). Le faible niveau de saturation, principale caractéristique des machines à aimants à entrefer lisse, est confirmé par ce résultat. La Figure 10, issue à partir du modèle analytique basé sur la résolution de l'équation de Poisson couplé avec la méthode analytique de SC, montre l'influence de l'ouverture de l'aimant sous un pôle sur le couple de détente maximal. Cette caractéristique confirme

que le couple de détente de la machine expérimentale est nul pour une ouverture de l'aimant égale au pas polaire. Dans ce dernier cas, la machine à aimants étudiée est comparable à la machine « Halbach » introduite par K. Halbach. Sur la Fig. 11, nous représentons l'influence du nombre d'encoches statorique (le nombre d'encoches par pôle et par phase est entier) sur le couple de détente maximal. Ce dernier tend vers zéros quand le nombre d'encoches par pôle et par phase augmente.

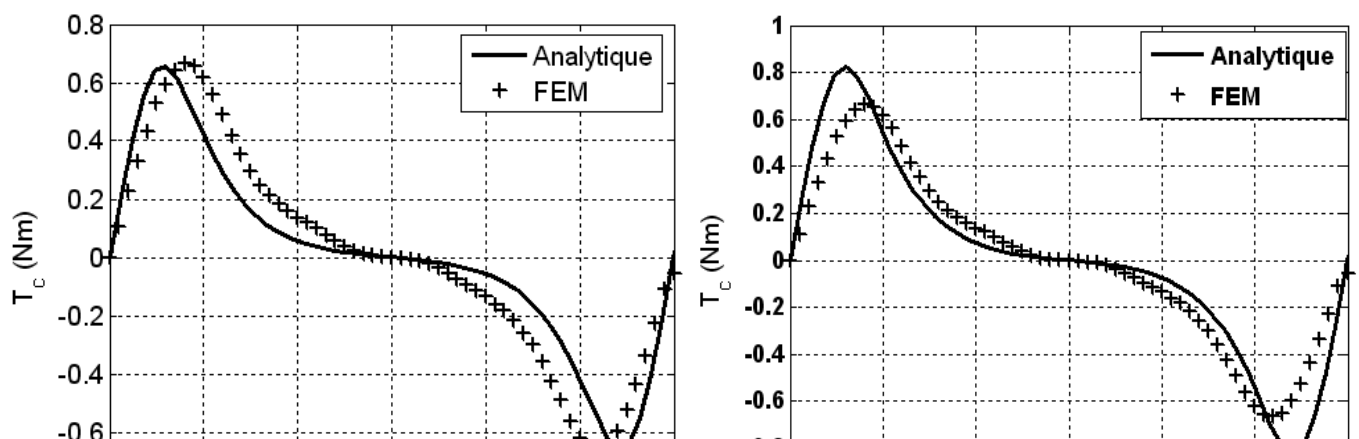
Les formes d'ondes de la FEM calculées à partir du modèle analytique, en tenant compte de l'effet d'encoche au stator et celles issues de la méthode des éléments finis sont représentées sur la Fig. 12 pour ( $\beta = 2/3$ ). Nous avons aussi confrontés les résultats issus des calculs analytique et numérique avec les résultats expérimentaux pour la FEM à  $\beta = 3/3$  (Fig. 13) [21]. Une concordance des résultats est observée. Le banc d'essais, utilisé en mode générateur pour la mesure de la FEM, est celui de la Fig. 14. Le rotor et le stator sont montrés sur la Fig. 15 [21].

Le couple électromagnétique instantané, en fonctionnement synchrone autopiloté, développé par la machine à aimants sinusoïdaux dans le cas d'une alimentation avec des créneaux de courant de type  $120^\circ$  et dans le cas d'une alimentation sinusoïdale, est représenté sur les Figs. 16 et 17 pour deux valeurs de  $\beta$  ( $2/3$  et  $3/3$ ). Les ondulations observées sont dues au couple de détente qui dépend de l'ouverture des aimants, des encoches et de l'alimentation. Ces dernières sont atténuées en augmentant, par exemple, l'ouverture des aimants ( $\beta = 3/3$ ). Le couple de détente est nul en adoptant une alimentation sinusoïdale qui est plus adaptée pour ce type de structure (fem pratiquement sinusoïdale).



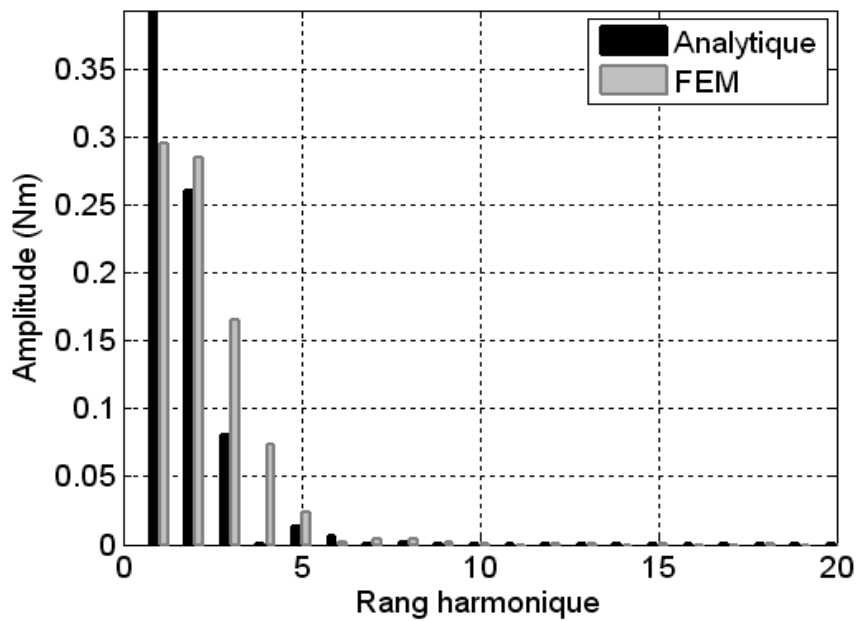
(a) pour  $\varepsilon/a = 10^{-9}$  (b) pour  $\varepsilon/a = 5.10^{-3}$

**Figure 0:10. Formes d'ondes du couple de détente déterminées analytiquement et par éléments finis linéaires et non linéaires avec  $\beta = 2/3$**



(a) pour  $\varepsilon/a = 10^{-3}$  (b) pour  $\varepsilon/a = 10^{-9}$

**Figure 0:11. Formes d'ondes du couple de détente déterminées analytiquement et par éléments finis linéaires pour  $\beta = 5/6$**



**Figure 0:12. Comparaison du contenu harmonique du couple de détente obtenu avec la méthode analytique et avec les éléments finis pour  $\beta = 2/3$**

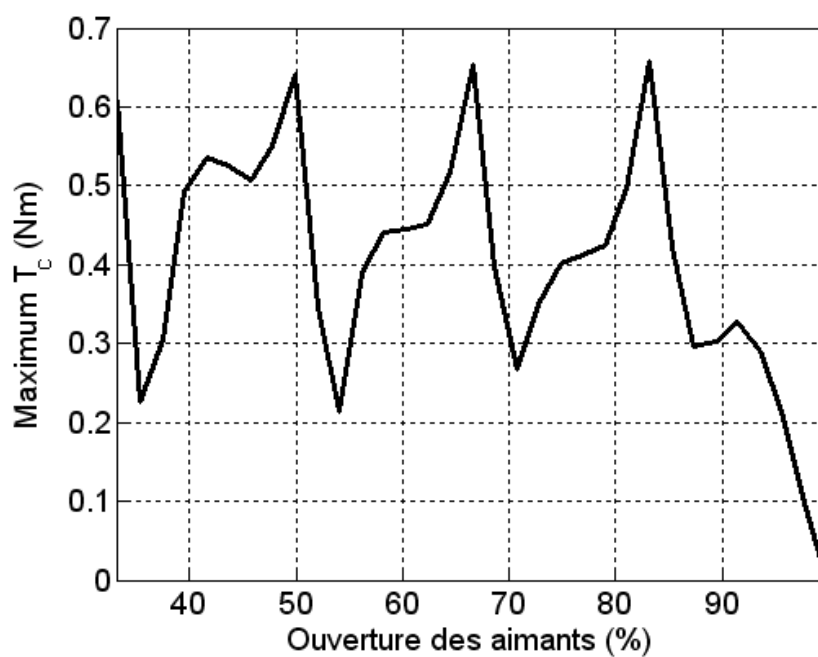


Figure 0:13. Influence de l'ouverture des aimants sur le couple de détente maximal

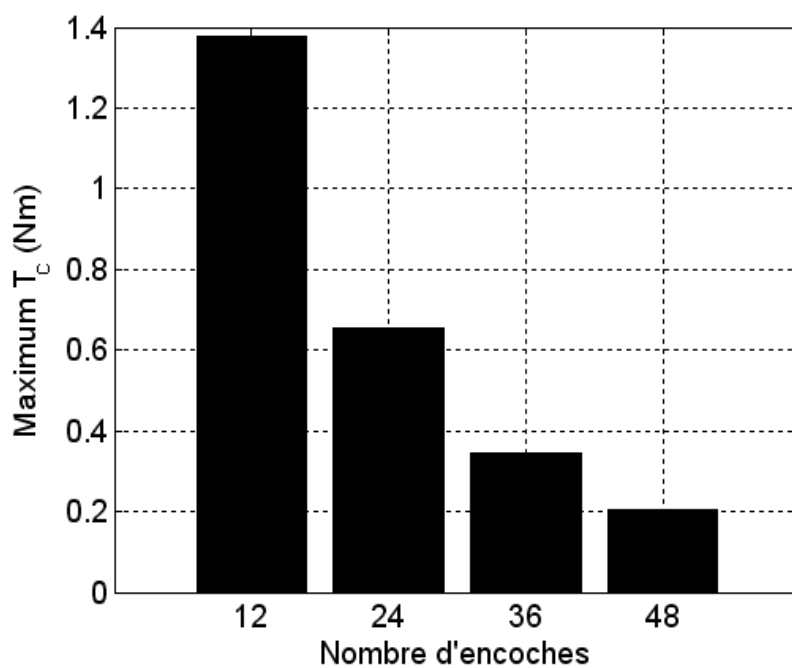


Figure 0:14. Influence du nombre d'encoches du stator sur le couple de détente maximal avec

$$\beta = 2/3$$

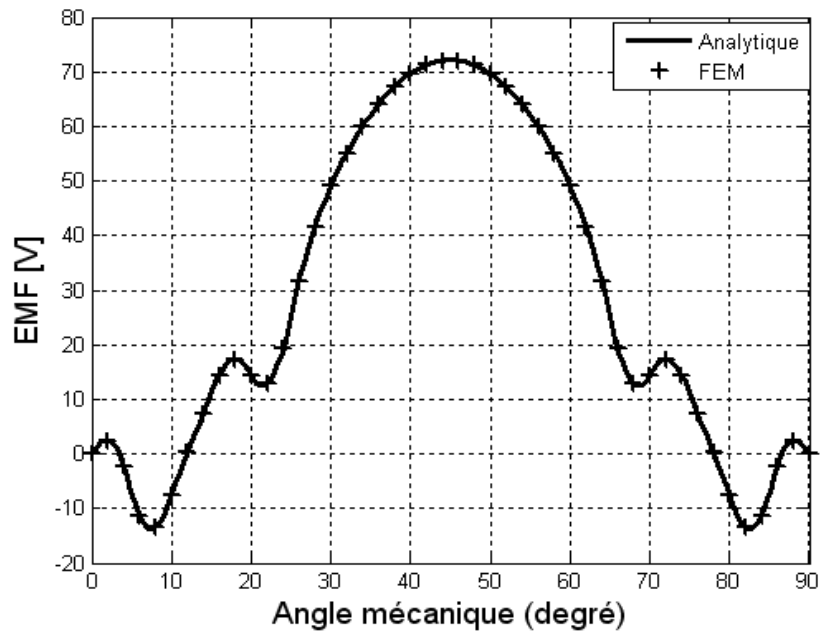


Figure 0:15. Force électro motrice calculée analytiquement et par éléments finis pour  $\beta=2/3$

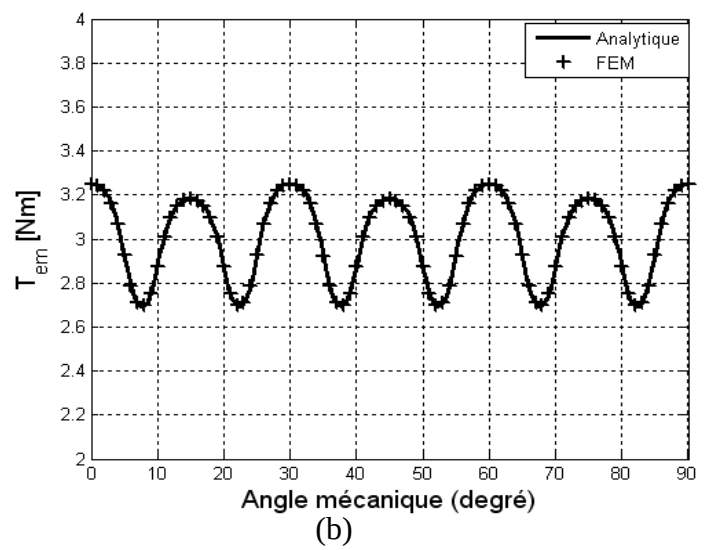
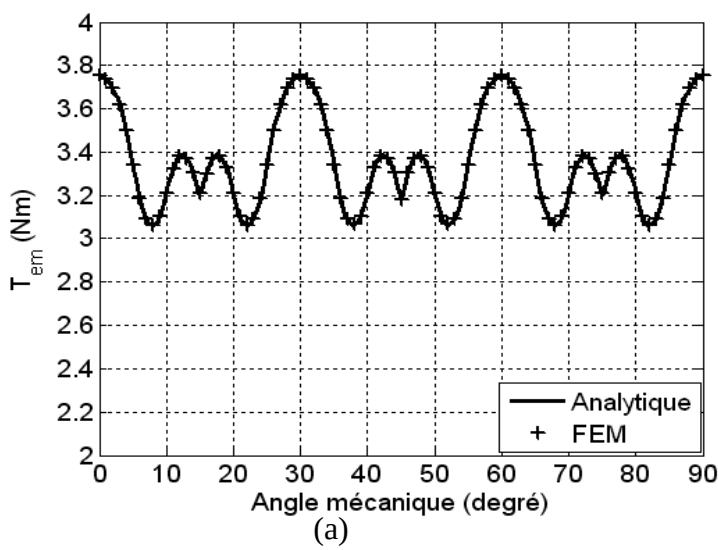
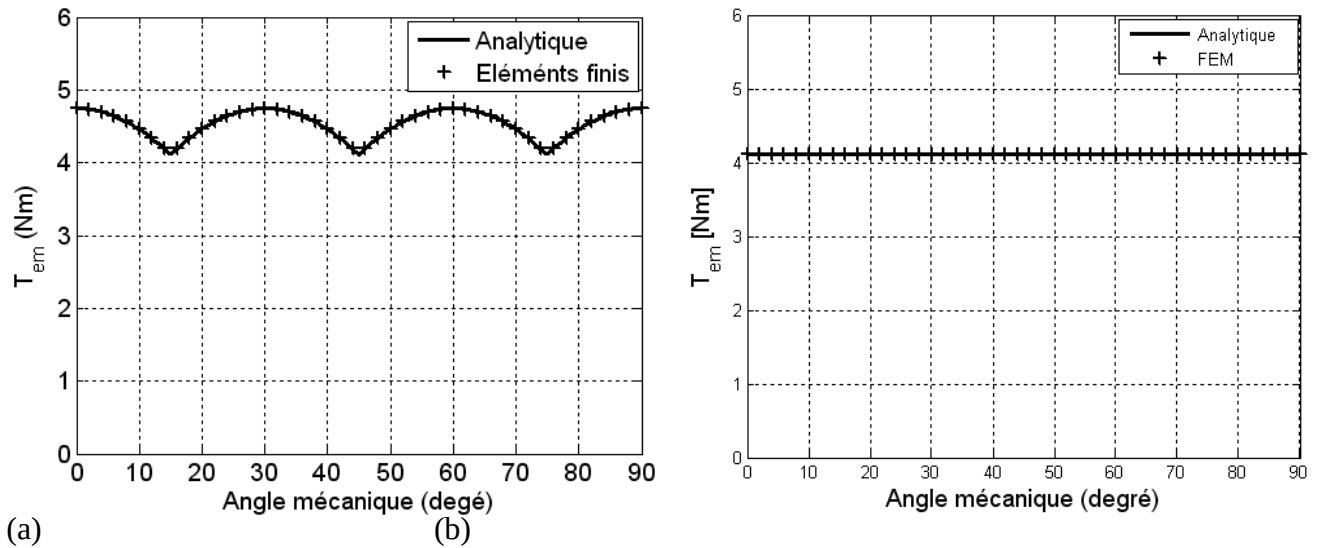


Figure 0:16. Couple électromagnétique calculé analytiquement et par éléments finis avec (a) Alimentation rectangulaire type 120° et  $\beta = 2/3$  et (b) Alimentation sinusoïdale et  $\beta = 2/3$



**Figure 0:17. Couple électromagnétique calculé analytiquement et par éléments finis avec une (a) Alimentation rectangulaire type 120° et  $\beta = 3/3$  et une (b) Alimentation sinusoïdale et  $\beta = 3/3$**

### III.8.Conclusion

Nous avons développé un modèle analytique basé sur le calcul de champ électromagnétique 2D couplé avec la transformation conforme complexe de SC pour le calcul des performances électromagnétiques d'une machine synchrone à aimants permanents montés sur la surface du rotor à aimantation sinusoïdale. Dans cette partie de notre travail, nous avons confirmé et validés ce modèle par comparaison des résultats obtenus avec la méthode des éléments finis et ceux expérimentaux. En effet, les résultats obtenus, que ce soit pour la forme d'onde ou pour l'amplitude, concordent avec ceux issus de la méthode numérique (éléments finis) et ceux mesurés expérimentalement.

Ce modèle analytique comme prévu, permet de tenir compte de l'effet d'encoche que ce soit sur l'induction radiale et sur l'induction tangentielle et corrige donc le modèle qui est actuellement le plus utilisé et qui a été présenté au chapitre 1. A travers les résultats de l'étude par éléments finis linéaires et non linéaires, nous confirmons que cette machine n'est pas saturable ce qui était prévisible pour ce type de machine avec entrefer lisse. Aussi, en ce qui concerne le type d'alimentation adaptée à ce type de machine, nous confirmons par notre étude que l'alimentation sinusoïdale permet l'obtention d'un couple électromagnétique sans ondulations surtout quand l'ouverture des aimants est égale au pas polaire

## Conclusion générale

Les aspects liés à la conception des machines électriques à aimants sont multiples. Ils concernent le type d'aimant, la structure de la machine, le mode d'alimentation et le type de commande qu'on ne peut dissocier.

Le travail réalisé, dans le cadre de ce mémoire, a permis de développer un modèle d'étude bidimensionnel, utilisant des solutions analytiques, pour dimensionner les différentes structures des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique.

Le modèle d'étude développé, basé sur la résolution analytique des équations du champ, donne des expressions explicites entre les performances de la machine et ses paramètres de dimensionnement.

Il constitue ainsi un outil efficace pour l'analyse des différentes configurations de machines étudiées.

Il permet, en particulier dans une procédure de dimensionnement suivant les contraintes qu'impose le cahier des charges, de dégager rapidement les solutions envisageables.

Nous avons utilisé des techniques de calcul, pour déterminer le champ dans le cas d'un stator encoché. Ces techniques sont les transformations conformes basées sur le développement géométrique, par ce que grâce à ces transformations nous avons déterminé une relation entre les paramètres définis dans le plan à stator lisse encoché.

Nous avons exprimé l'induction dans le plan réel de la machine, multipliant la fonction perméance complexe par l'expression montrée dans le plan sans encoche.

Pour ce qui concerne le couple de détente, il est propre aux structures des machines à aimants permanents avec encoches au stator.

C'est un couple parasite qui à lui seul peut être une source de rejet de ce type de machines. Le couple de détente accentue les ondulations du couple résultant et il est nécessaire de chercher des stratégies pour le minimiser et même l'annuler.

Cependant ; ces ondulations, liées à la structure de l'inducteur, peuvent être réduites soit par utilisation des aimants à une ouverture optimale, pour avoir un couple de faible amplitude.

Le modèle numérique développé, qui est basé sur la résolution des équations du champ par la méthode des éléments finis en 2D, tient compte de la structure réelle de la machine, des caractéristiques électriques et magnétiques de ses différentes parties, de son mode d'alimentation. A l'aide de cet outil, on a validé les résultats obtenus par le calcul analytique. Ce modèle peut être exploité pour analyser certaines caractéristiques inaccessibles par la modélisation analytique.

## Bibliographies

- [1] : LADJABI Abdelkader « Pseudo-identification des paramètres des machines asynchrones à cage en vue d'une intégration dans des simulateurs en temps réel » Magister novembre 2001,
- [2] : K. Boughrara, «Analyse des ondulations du couple d'une BDCM à pôles lisses», Thèse de magister de l'USTHB, juillet 1997.
- [3] : Cour machine synchrone (Lycée P. Mendès France Epinal).
- [4] : Bastos, J.P.A, « Electromagnétisme et calcul des champs », Edition de l'ufsc, Florianopolis, 1989.
- [5] : L. Hadjout, "Dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur la surface rotorique", Thèse de Doctorat d'Etat en Electrotechnique, 2007.
- [6] : K. Boughrara, «Modélisation analytique et numérique des Performances électromagnétiques des moteurs synchrones à aimants permanents», Thèse de doctorat de ENP, Alger Déc 2008.
- [7] : M. MABRAK Samir ,« Calcul analytique et numérique des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique» PFE, Ecole Nationale Polytechnique, Juin 2008
- [8] : J. Caron, J. Hautier « Modélisation et Commande de la machine Asynchrone», Technique et documentation, Paris, 1995
- [9] : Annane Adel [ Analyse du comportement du moteur synchrone dans les entraînements électriques à vitesse variable] Mémoire de magister –Université Badji MOKHTAR- ANNABA,2009/2010
- [10] :L. Hadjout, "Dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur la surface rotorique", Thèse de Doctorat d'Etat en Electrotechnique, 2007
- [11] : D. Zarko, D. Ban, T. A. Lipo, "Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap of a Surface Permanent-Magnet Motor Using Complex Relative Air-Gap Permeance", IEEE Trans. Magnetics. , Vol. 42, no. 7, July, 2006, 1828-183.
- [12] : D. Zarko, « A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with reduced torque pulsations », Thèse de Doctorat, University of Wisconsin-Madison, 2004
- [13] : G. Madescu, M. Biriescu, M. Mot, L. Ocolisan, "Analysis of the radial magnetic field in an electric machine slot ", Proceedings of the Romanian Academy, Series A, Volume 7, Number 3/2006, pp. 000-[9]. K. Halbach, "Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material", Nuclear Instruments and Methods 169, pp 1-10, 1980
- [14] : S. M. Jang, J. C. Seo, J. Y. Choi, H. W. Cho, J. K. Kown, "Experiment and characteristic analysis of disk type PMLSM with Halbach Array", IEEE Trans. Magnetics. , Vol. 41, no. 10, October, 2005, 3817-3819.
- [15] : M. BELKADI : «Calcul numérique d'une machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses», Thèse de magister, ENP, 2000.

- [16] : M. MABRAK Samir ,« Modélisation des machines synchrones a aimants permanents avec rotor externe non magnétique» Mémoire de magistère, Ecole Nationale Polytechnique, Mars 2011
- [17] : Z. Q. Zhu, D. Howe, C. C. Chan “Improved Analytical Model for Predicting the Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent-Magnet Machines”, IEEE Trans. Magnetics. , Vol. 38, no. 1, January, 2002, 229-238.
- [18] : B. Nogarede, "Etude de moteurs sans encoches à aimants permanents de forte puissance à basse vitesse", Thèse de l’Institut National Polytechnique de Toulouse(France), 1990.
- [19] : K. Boughrara, B. Ladghem Chikouche, R. Ibtouen, D. Zarko, O. Touhami, “Analytical investigation of slotted air-gap surface mounted PMSM with magnet bars magnetized in shifting direction”, International Review of Electrical Engineering (I.R.E.E.), Vol. 3, N. 4 July-August 2008, pp. 738-748.
- [20] K. Boughrara, B. Ladghem Chikouche, R. Ibtouen, D. Zarko, O. Touhami, “ Analytical analysis of slotted air-gap surface mounted permanent-magnet synchronous motor with magnet bars magnetized in shifting direction”, IEEE Trans. Magnetics
- [21] : R. Ibtouen, "Contribution au dimensionnement électromagnétique d’une machine synchrone autopilotée à aimants Insérés" Thèse de Doctorat d’Etat de l’E.N.P d’Alger, Avril 1993.
- [22] : K. Boughrara, R. Ibtouen, O. Touhami, “Step by step FEA of Brushless permanent magnet motor”, MEM’05, ENP Alger, 13-14 Avril 2005, pp. 73-77.
- [23] : K. Boughrara, R. Ibtouen, O. Touhami “Numerical Analysis of Brushless Permanent Magnet Motors using Lagrange Multiplier”, Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005. 32nd Annual Conference of IEEE, 6-10 Nov. 2005, 2575-2578
- [24] : J.Dan, « An Analysis of Permanent Magnet Synchronous Motor Drive »These of Master, Memorial University of Newfoundland, 1998.
- [25] : M .Abid- K. Bouchrara « Etude d’une machine synchrone autopilotée à aimants permanents" PFE– ENP, Alger 1993.

## Résumé du rapport bibliographique du projet de MDM

Ce travail consiste à effectuer un pré-dimensionnement des machines synchrones à aimant sinusoïdal permanent monté sur la surface rotorique. En premier temps, nous faisons cette étude en considérant le stator sans encoche en adoptant une méthode analytique de calcul, puis nous faisons les mêmes calculs par une méthode numérique pour valider notre modèle analytique ; la méthode numérique est basée sur la méthode des éléments finis. En deuxième lieu, nous faisons les mêmes calculs des deux méthodes analytique et numérique tout en tenant compte de la présence des encoches. Une étude paramétrique sera effectuée pour voir l'influence des paramètres géométriques de la machine sur ses performances. La méthode numérique sera incarnée par l'utilisation du logiciel FEMM.

**Mots clés :** machine à aimants permanents sinusoïdaux, induction magnétique, FEM, ondulations du couple, perméance complexe, couple de détente, éléments finis.

## Abstract of bibliographic of the MM project

This work consists in doing a pre-dimensionnement of Permanent Magnet Synchronous Machine gone up on the surface of the rotorique. In first time, we make this survey considering the stator without pitches adopting an analytic method, then we do the same task by a numeric method to validate our analytic model; the numeric method is based on the method of the finite elements. In second time, we do the same task, using both analytic and numeric methods taking into account the presence of the pitches. A parametric survey will be done to see the influence of the geometric parameters of the machine on its Performances. The numeric method will be embodied by the use of the software FEMM.

**Key words:** Permanent Magnet Machine, magnet flux density, EMF, Torque ondulation, Air Gap Perméance, cogging torque, finite-element method.

## ملخص تقرير المراجع لمشروع مذكرة الماستر

يعرض هذا العمل منهجية لتحديد الأبعاد الهندسية للآلات الكهربائية ذات المغناطيس الدائم المركب على مساحة الدوار. تهدف الخطة إلى استخراج نموذج مبني على حل معادلات المجالات المغناطيسي بصيغة تحليلية للدراسة النوعية للنتائج القياسية لهذه الآلات. نقوم في بداية هذا العمل باعتبار الثابت بدون حز, وبعد ذلك نقوم بنفس العمل باعتبار الثابت في الحالة العادية, و في الأخير نستعمل 'العناصر المنتهية' لتدقيق النموذج التحليلي.

**فهرس المصطلحات:** آلات ذات مغناطيس دائم, الحث المغناطيسي, تموج العزم, نفاذيه معقدة, زوجان الاسترخاء, العناصر المنتهية.