



# UNIVERSITE DE M'SILA

جامعة المسيلة  
كلية الرياضيات والإعلام الآلي  
مكتبة الكلية  
MAS/MAT/108  
رقم الترخيص

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département des Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MASTER

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option : Fondamentales et Appliquées

Par:KHALDI Oum keltoum

Sujet du mémoire

**Sur l'alternative de Fredholm**

Devant le jury composé de:

GASMI Abdelkader	Professeur université de M'sila	Président
NADIR Mostefa	Professeur université de M'sila	Rapporteur
GAGUI Bachir	M.A.A	Examineur
HRAIZE Toufik	M.A.B	Examineur

Promotion: 2013/2014

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Opérateurs Compacts</b>	<b>2</b>
1.1 Définitions et Propriétés . . . . .	2
1.2 Théorème (d'Arzela-Ascoli) . . . . .	8
1.3 Opérateurs intégraux . . . . .	8
1.4 opérateurs adjoints . . . . .	10
<b>2 Les espace propres d'un opérateur compact</b>	<b>14</b>
2.1 Equation de secend type: . . . . .	14
2.2 Propriétés des espace propres . . . . .	14
2.3 Alternative de fredholm . . . . .	30
2.4 Equations intégrales . . . . .	31
2.5 Classification des équation intégrales . . . . .	32
2.6 Exemple. . . . .	33
<b>Conclusion</b>	<b>35</b>

## Introduction

Les équations intégrales jouent un rôle très important dans l'analyse fonctionnelle, ainsi que dans la résolution des problèmes de la physique.

J Fourier (1768-1830) est le premier mathématicien qui a découvert ce genre d'équations dû au fait qu'il a obtenu la formule de la transformation de Fourier. Il est clair qu'on peut interpréter la formule d'inversion en tant que fournir l'opérateur inverse de l'opérateur d'intégrale de Fourier.

Les principaux fondateurs de la Théorie d'équations, Ivar. Fredholm (1866-1927) et Vito Volterra (1860-1940), ainsi que Davide Hilbert (1862-1943) et Erhard Schmidt.

Dans ce mémoire on va traiter les équations intégrales linéaires de Fredholm, où on va démontrer l'existence de la solution de ces équations, avec l'alternative de Fredholm.

On a commencé dans le premier chapitre par une introduction sur les opérateurs compacts, dans les espaces des fonctions continues et quelques propriétés, le Théorème d'Arzola-Ascoli, l'opérateur intégral, l'adjoint d'un opérateur.

Le deuxième chapitre présente une introduction sur les espaces propres d'un opérateur compact, en parlant de l'alternative de Fredholm, et les équations intégrales, classifications de ces équations et quelques exemples pour appliquer ce phénomène.

## Conclusion

L'objectif principal de cette recherche (de ce mémoire) est d'obtenir les conditions de l'existence et de l'unicité pour les solutions d'équations intégrales de **fredholm** du deuxième espèce, est décomposer la théorie de fredholm, en particulier l'alternative de fredholm, ce dernier joue un rôle très important dans l'analyse d'équations intégrales pour prouver l'existence et l'unicité de l'équations

de type

$$(I - A)\varphi = f \quad \varphi, f \in E$$

Cependant, l'existence et de l'unicité de la solution de ce type d'équations reste une question posée jusqu'à nos jours.

## Bibliographie

- [1] H. Brézis: Analyse fonctionnelle . Théorie et applications, MASSON, paris,1992
- [2] Rahmoune AZEDINE, Thèse Magister, Résolutions Numérique des équations intégrales en utilisant des fonctions spéciales ,Département de Mathématiques, université de M'SILA, 2004.
- [3] Khirani AMINA , Résolutions des equations intégrales non linéaires type volterra (mémoire magister 2008 / 2009 Université de M'SILA).
- [4] Mostefa NADIR, equation intégrales , cours master université de M'SILA, 2013-2014
- [5] Kress, RAINER: linear integral equations, second edition, springer, Göttingen, octobre 1998.
- [6] Kheloufi Yasmina , sur la théorie de l'alternative de fredholm (mémoire magister, Université Mohamed Boudiaf de M'sila, 2006.

## ملخص

---

المشكل يكمن في الدراسة من أجل إيجاد الحلول للمعادلات التكاملية، كحالة خاصة معادلات فريديو لم التي باعتبارها في الوقت الحالي مشكل مفتوح، بلاضافة إلى تناوبيه فريديو لم؛ مع إعطاء شرح لهذه الظاهرة الموجودة.

## Résumé

---

Le problème est de faire une étude pour l'existence des solutions pour les équations intégrales, en particulier celles de Fredholm qui sont considérées à l'heure actuelle comme des problèmes ouverts ; avec l'alternative de Fredholm, on peut donner une explication à ce phénomène d'existence.

## Abstract

---

The problem is to make a study for the existence of solutions for the integral equations, in particular that of Fredholm with are considered, till now, as open problems; with the alternative of Fredholm, we can give an explanation to this phenomena of existence.