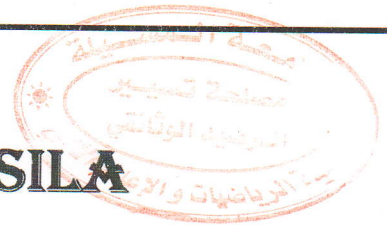




UNIVERSITE DE M'SILA



FACULTE DES MATHÉMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MASTER

Domaine : Mathématiques et Informatique

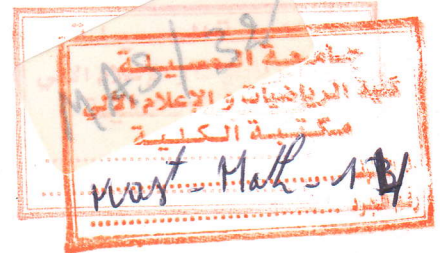
Filière : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques Appliquées et fondamentales

Par

Boubaaya Samiha

SUJET



***Problème des ondes de
surface en eau peu profonde***

Encadré par :

Mr. Gasmi Abd-Alkhdr

PROMOTION: 2010/2011

Titre: "problème des ondes de surface en eau peu profonde"

Résumé :

L'objectif de ce travail est appliqué la méthode d'homotopie-perturbation pour résoudre un problème des ondes dans les écoulements unidimensionnelles dans le cas linéaire et un problème de la résolution de l'équation de Kortweg-de Vries (KDV) dans le cas non linéaire.

Abstract :

The objective of this work is bracket the method of homothopie-perturbation to solve a problem of the waves in the flows unidimensionnelle in the linear case and a problem of the resolution of the equation of Kortweg-to vries (KDV) in the nonlinear case.

Table des matières

6.1	Les ondes linéaires	14
6.1.1	Onde dynamique	14
6.2	Ondes non-linéaires	15
6.2.1	Une onde solitaire	15
6.2.2	Ondes de surface	15
6.2.3	Ondes de Love	15
6.2.4	Ondes de Rayleigh	15
6.3	Onde solitaire	17
6.3.1	L'équation de Korteweg-de Vries	17
II	Résolution de l'équation d'onde par la technique d'homotopie (HPM)	21
1	Introduction	21
2	Principe de la méthode	21
	Introduction de la HPM	2
	Application de la HPM dans le cas linéaire	23
I	QUELQUES NOTIONS PRÉLIMINAIRES	3
1	Introduction	3
2	Théorèmes de transport	3
2.1	Théorème de Reynolds	4
2.2	Conservation de la masse	4
2.3	Conservation de la quantité de mouvement	5
2.3.1	Formulation macroscopique	5
2.3.2	Formulation locale	7
3	Équations de Navier-Stokes	8
3.1	Loi de comportement newtonienne	8
3.2	Forme générique des équations de Navier-Stokes	9
3.3	Conditions aux limites	9
4	Vague	11
4.1	Classification	11
5	Équations de Saint-Venant et des ondes	12
5.1	Équations de Saint Venant	12
5.1.1	Équation de la conservation de la masse	12
5.1.2	Conservation de la quantité de mouvement	13
5.1.3	Écoulement unidimensionnel	14
6	Étude de la propagation des équations des ondes	14

Table des matières

6.1	Les ondes linéaires	14
6.1.1	Onde dynamique	14
6.2	Ondes non-linéaires	15
6.2.1	Une onde solitaire	15
6.2.2	Un soliton	15
6.2.3	Ondes cnoidales	15
6.2.4	dispersion et dissipation	15
6.3	L'onde solitaire	17
6.3.1	L'équation de Korteweg de Vries	17
II	Résolution de l'équation d'onde par la technique d'homotopie(HPM)	21
1	introduction :	21
2	Principe de la méthode	21
3	Application de la HPM :	23
3.1	Application de la HPM dans le cas linéaire :	23
3.1.1	Résolution de l'équation d'onde	23
4	Application de la HPM dans le cas non linéaire	25
4.1	Résolution de l'équation de KDV	25
4.2	CONCLUSION :	27
	Conclusion générale et perspectives	29
	Bibliographie	33

Introduction

Le problème de propagation des ondes est présent dans plusieurs domaines, aéronautique, sismique, pétrolier, communication médicale, et en générale dans les domaines d'application de la mécanique des fluides qui consiste à étudier les mouvements des fluides. On s'intéresse dans cette mémoire à l'étude de la propagation des ondes de gravité dans les écoulements à surface libre d'un fluide supposé non visqueux et incompressible.

Notre travail se décompose en deux chapitres :

Dans le premier chapitre on présente quelques notions préliminaires sur le problème des ondes en eaux peu profondes, des rappels sur les équations de base dans la mécanique des fluides. Ces écoulements sont régis par le système d'équation de Barré Saint-Venant, qui est constitué de l'équation de la continuité et de l'équation de la conservation de la masse. Les équations de Saint-Venant sont déduites d'une intégration suivant la verticale des équations de Navier-Stokes, ce système s'avère très utile pour étudier les ondes, tous les phénomènes ondulatoires ne peuvent être étudiés à l'aide de ces équations, car Saint-Venant sont fondées sur l'approximation d'écoulement peu épais ou l'onde longue, pour une petite longueur d'onde il faut en générale utiliser des jeux d'équation plus performants tels que les équations de Korteweg-de-Vries (KdV) [1], [2], [3] et [9]. Une onde peut se définir comme étant une perturbation qui se propage dans un milieu provoquant ainsi des variations de ses propriétés physiques locales. Les ondes sont des solutions des équations aux dérivées partielles, ces équations peuvent être linéaires ou non linéaires, on étudie dans le cas linéaire les ondes dynamiques et dans le cas non linéaire l'équation de Korteweg-de-Vries.

Dans le deuxième chapitre on utilise une technique basée sur la formulation entre deux mé-

thodes, la méthode d'homotopie et la méthode de perturbation pour résoudre deux problèmes : L'équation des ondes dans le cas linéaire. L'équation de Korteweg-de-vries(KdV) dans le non linéaire. Ces problèmes ont été considérés par plusieurs auteurs, Abdul-Majid Wazwaz [11] utilise la méthode décompositionnelle d'Adomian et Granville sewell[10] utilise la méthode des différences finis, pour résoudre le premier problème et Abdul-Majid Wazwaz utilise [11] la méthode tanh-coth et la méthode décompositionnelle d'Adomian pour résoudre le deuxième problème. La solution obtenue par la méthode de perturbation d'homotopie que nous avons utilisée confirme les solutions obtenue par les autres [11] et [10]. La méthode perturbation d'homotopie (HPM) a été proposée pour la première fois en 1998 par le mathématicien chinois Ji-Huan He en 1998[6],[7] et [8]. La méthode perturbation d'homotopie (HPM) est une méthode efficace et elle est peut être utiliser pour résoudre des problèmes d'équation non linéaires rencontrés dans les différentes branches en mathématiques et en physique.

Dans ce chapitre nous rappelons en détail les équations qui régissent les mouvements des fluides et en particulier les écoulements à surface libre. Ensuite nous décrivons les hypothèses et les schémas d'approximation adoptés pour permettre de simplifier les équations de Navier Stokes pour aboutir aux équations de Saint-Venant. Nous complétons par les équations des ondes linéaires et non linéaires et l'équation de Korteweg et de Vries dans le cadre des écoulements de l'eau peu profonde.

2 Théorèmes de transport

Les lois de la mécanique s'écrivent différemment selon le type de description choisie, mais elles expriment les mêmes principes. Ces principes sont au nombre de trois :

- La conservation de la masse
- La conservation de quantité de mouvement
- La conservation l'énergie totale.

Ici on va chercher à exprimer ces principes de conservation (masse, quantité de mouvement) pour des systèmes fluides. Il existe une multitude de représentations possibles du même principe :

- Formulation sur un volume de contrôle (formulation dite globale ou intégrale) ou bien pour un volume infinitésimal (équation dite locale)
- Formulation sur des volumes de contrôle ouverts ou fermés.

Cette multitude n'avertit tout pratique car cela permet une meilleure compréhension physique et une résolution plus simple des problèmes

Bibliographie

Conclusion générale et perspectives

Nous avons, au cours de cet humble travail, utilisé la technique basé sur la combinaison entre les deux méthodes, la méthode d'homotopie et la méthode de perturbation pour résoudre deux problème : l'équation des ondes dans le cas linéaire, l'équation de Krteweg-de-Vries dans le cas non linéaire. La méthode de perturbation d'homotopie-(HPM) à été très performant pour résoudre les équations linéaires et non linéaires, les deux problèmes traités montrent leur efficacité et leur accord avec les solutions exacte. L'application de la méthode dans les cas bidimensionnelles et tri-dimensionnelles, nous parait intéressante.

Bibliographie

- [1] C. ANCEY, Hydrolique à surface libre, phénomène de propagation : ondes et ruptures de barrage, *École Polytechnique Fédérale de Lausanne* (2011).
- [2] J. BIAZAR, H. GHAZVINI, Convergence of the homotopy perturbation method for partial differential equations, *Nonlinear Analysis*, **10(5)**(2009), 2633–2640.
- [3] M DAMOU, Mécanique des fluides, *Office des Publications Universitaires, Alger* (1996).
- [4] P. DRÀBEK, G. HOLUBOVA, Elements of Partial Differential Equations, *Walter de Gruyter*(2007).
- [5] D.D.GANJI, M.AMINI AND A.KOLAHDOOZ, Analytical Investigation of hyperbolic Equations via He's Methods, *American J. of Engineering and APPLIED Sciences*, **1(4)**,2008, 399–409.
- [9] J-M HRVOUET, Hydrodynamics of free surface flows, Modeling with the Finite Element Method, *Wiley and Sons*(2007).
- [9] JI-HUAN HE , Homotopy perturbation method : a new nonlinear analytical technique, *App Math Comput* **135**(1), (2003.) 73–79
- [9] JI-HUAN HE A coupling method of a homotopy technique and a perturbation technique for non-linear problems *International Journal of Non-Linear Mechanics* **35**,(2000), 37–43.
- [9] JI-HUAN HE, Homotopy perturbation technique, *Comput. Meth. Appl. ENG.* **178**(1999), 257–262.
- [10] G. SEWELL, The Numerical Solution of Ordinary and Partial Equations, *John wiley and Sons.* (2005).
- [11] A-M. WAZWAZ, Partial Differential Eqations and Solytary Waves theory, *Springer*(2009).