3.1 Introduction

Les études numériques du système circulatoire sanguin sont commencées depuis long temps pour mieux comprendre la dynamique .pour simplifier l'étude de se dernier les chercheurs exploitent des codes de calcul comme fluents ,consol-Multi physiques ,Ansys , CFX.....

Les propriétés mécaniques du sang et de la géométrie du domaine d'étude influent sur les paramètres caractéristiques de l'écoulement dans le système circulatoire.

L'étude attentive de l'hémodynamique peut conduire à une meilleure compréhension du fonctionnement cardiovasculaire , notamment dans les conditions pathologiques [3] , mais la complexité des phénomènes a incité les chercheurs à les étudier à l'aide de modèles simplifiés.

Le mouvement des fluides dans le système circulaire obéit aux lois de la mécanique des fluides ,on admet que le sang à un comportement Newtonien dans le première cas et non newtonien dans le deuxième quand il s'écoule a travers des bifurcation artificielles.

Dans notre de simulation le modèle de carreau est utilisé pour décrire le comportement non-newtonien de sang et dans le but de montrer l'effet de la nature de sang sur son écoulement a travers le bifurcation ,le cas Newtonien est étudié et comparé au cas non-Newtonien.

3.2 Modélisation du problème

Les géométrie des bifurcation étudiées sont criées à l'aide du logiciel solidworks en utilisant les démontions suivantes (voir figure):

- Diamètre de la branche mère: 4.38 mm
- Diamètres des branches filles: 4.04mm et 2.67mm

3.2.1 Modèle physique

Pour pouvoir appliquer les lois de mécanique des fluides sur notre problème , des hypothèses de simplification sont nécessaires car le problème est très complexe de point de vue géométrique et de coté fluide . en négligeant l'aspect pulsatoire du sang et le considérant comme permanant (phase de pic systolique) ,l'élasticité de la paroi du vaisseau est négligeable et le sang est un fluide incompressible de comportement non-newtonien (viscosité variable).

Dans notre étude, quatre type de bifurcation artérielle sont considérées **:** bifurcation en $(T90^{\circ})$, bifurcation en $Y60^{\circ}$, bifurcation en $(Y120^{\circ})$,

bifurcation en $(Y45^{\circ})$. Les différents schémas de bifurcation étudiées sont portés sur les figures (3.1-3.4) .

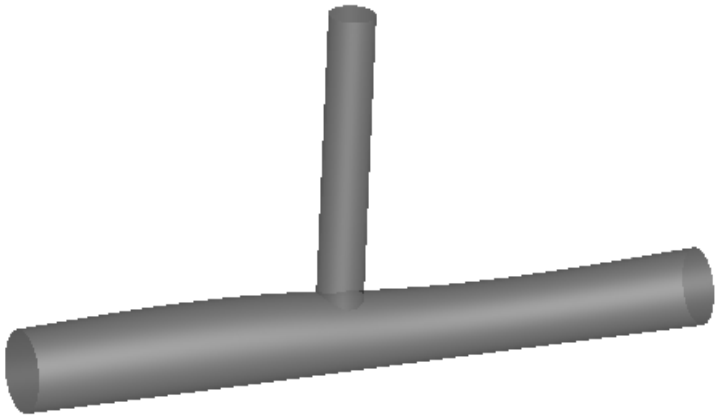


Figure (3.1): géométrie du bifurcation ($T90^{\circ}$)

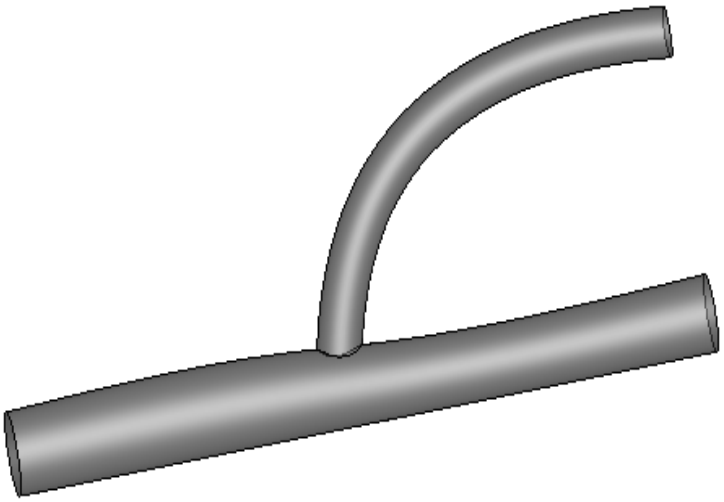


Figure (3.2): Géométrie du bifurcation ($Y60^{\circ}$)

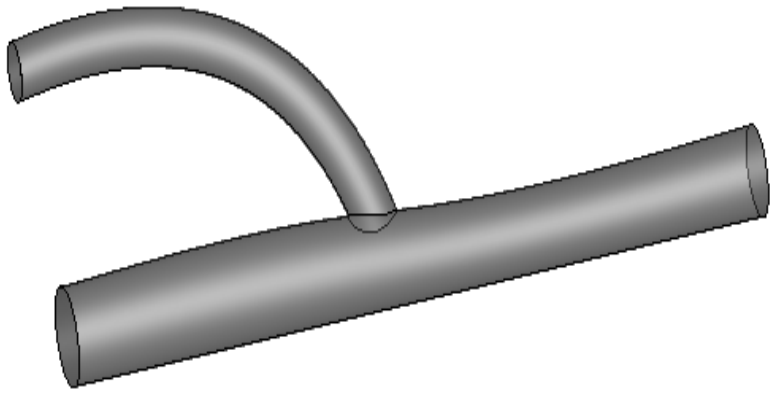


Figure (3.3) : Géométrie du bifurcation ($Y120^{\circ}$)

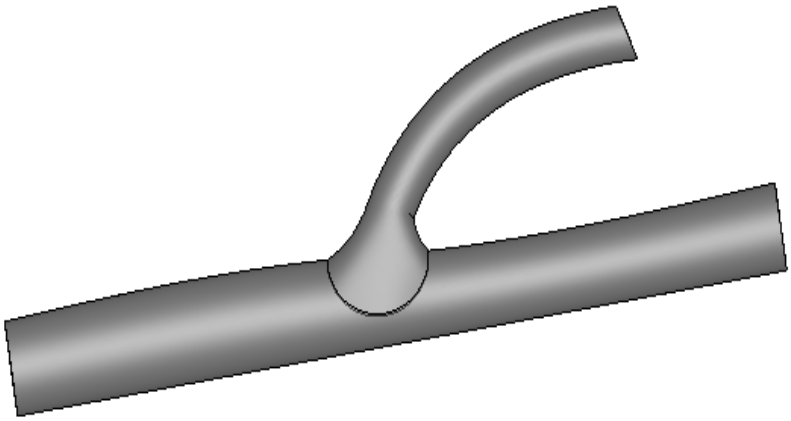


Figure (3.4) : géométrie du bifurcation ($Y45^{\circ}$)

3.2.2 Formulation mathématiques

En tenant compte des considération présidentes , l'écoulement du sang à travers les bifurcation peut être décrit par la forme tridimensionnelle des équation de Navier-stocks en régime permanant [14].

$$\rho\left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) - \frac{\partial}{\partial x_i}\sigma_{i,j} = 0 \qquad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \; ; i,j = 1,2,3 \qquad (3.2)$$

ρ : représente la densité du sang ,égale à 1056 kg/m^3.

u_i : composante de vecteur vitesse suivant les trois directions .

$\sigma_{i,j}$: composante du tenseur de contrainte.

$$\sigma_{i,j} = -p\sigma_{i,j} + \tau_{i,j} \qquad (3.3)$$

$$\tau_{i,j} = \mu_a \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) , i,j = 1,2,3 \qquad (3.4)$$

ou:

Ꝑ: pression ;

$\sigma_{i,j}$: symbole de Kronecker{$\sigma_{i,j}$=1 s$\begin{cases}\sigma_{i,j} = 1 \; si \; i = j \\ \sigma_{i,j} = 0 \; si \; i \neq j\end{cases}$

$\tau_{i,j}$: tenseur des contraintes visqueuses ;

μ_a : viscosité dynamique apparente du sang .

le comportement non-newtonien du sang est décrit par le modèle de carreau suivant [15]:

$$\frac{\mu_a - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = [1 + (k\dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a} \qquad (3.5)$$

Ou :

μ_a : viscosité dynamique apparente du sang [Pa .s] ;

μ_∞ : viscosité dynamique du sang aux contraintes de cisaillement élevées :

μ_∞ = 2.2 X 10^{-3} Pa .s

μ_0 : viscosité dynamique du sang à zéro contraintes de cisaillement :

μ_0= 22 X10^{-3} Pa .s

K , n , a : constants

K= 0.11 s

a = 0.644

n = 0.392

$\dot{y}$: représente le tenseur de déformation , il donnée par :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2tr(\boldsymbol{D}^2)} \qquad (3.6)$$

Avec :**D :** est le taux de tenseur de déformation exprimé en forme indicielle par :

$$D_{i,j} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), i,j = 1,2,3 \qquad (3.7)$$

En tenant compte de ces termes , les équations gouvernant l'écoulement sont les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho\left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial u_j}\right) - \mu_a \nabla^2 u_i - \frac{\partial \mu_a}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x_j}} = 0 \end{cases}^{i,j = 1,2,3} \qquad (3.8)$$

ou :

∇^2: opérateur Laplacien

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}, i = 1,2,3 \qquad (3.9)$$

Dans le cas du fluide newtonien , la viscosité dynamique μ_a=3.4 X 10^{-3} Pa .s , et l'équation de quantité de mouvement devient :

Pour simuler les écoulement à travers les géométries les plus complexes , ce code intègre deux modules importants :

$$\rho\left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial u_j}\right) - \mu_a \nabla^2 u_i + \frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x_j}} = 0 \qquad (3.10)$$

Pour résoudre le système d'équation (3.8) et (3.10) , des conditions aux limites convenables sont nécessaires.

3.2.3 conditions aux limites

Les conditions aux limites appropriées au problème proposé ici sont les suivantes:

i . A la section d'entrée de chaque bifurcation , un débit massique sanguin équivalent à 0.0107 $\frac{kg}{s}$ à une vitesse moyenne d'écoulement normale à la surface d'entrée .

ii . l'effet d'adhérence avec les parois solides exige que :

$u_i = 0 , i = 1,2,3$ (3.11)

iii. A la section de sortie , on suppose que la force de traction de la surface est nulle [14] ;

ce qui est traduit mathématiquement par la relation suivante :

$$\left(-p\sigma_{i,j} + \mu_a \left(\frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right) n_j = 0 \quad i,j = 1,2,3 \qquad (3.12)$$

ou : n_j , j = 1,2,3 représente les trois composantes du vecteur unitaire normal à la section de sortie (dirigé vers l'extérieur).

3.2.4 Méthode de résolution

Les équation d'écoulement décrites dans le paragraphe précédent sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires , elliptiques et couplées .En raison de leur complexité , ces équations sont résolues à l'aide d'une méthode numérique.

Le solveur Fluent (version 6.3.26) est exploité pour résoudre l'ensemble des équations différentielles gouvernant l'écoulement avec les conditions aux limites définies dans les sections précédentes. la méthode numérique de résolution est basée sur le principe des volumes finis [Patankar , Versteeg , Blazek].

Le logiciel propose de nombreux modèles physiques et schémas numériques avec lesquels l'utilisateur est normalement en mesure de modéliser tous les écoulements fluides , compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomène physiques complexes.

Pour simuler les différents types d'écoulements à travers les géométries complexes, ce code intègre deux modules importants:

- **GAMBIT:** préprocesseur pour:

  - la préparation des configurations géométriques et la génération des maillages en 2D et 3D de types structurés, non structurés ainsi que hybrides;
  - L'importation des géométries à partir des logiciels CAD/CAE;
  - Identification des conditions aux limites pour le code Fluent.

- **FLUENT:** Solveur, prépare les conditions initiales et aux limites , résout les équations à l'aide des modèles existant à son niveau et visualise les différent résultats à l'écran.

  pour plus de détails sur les capacités du logiciel fluent , il est conseillé de se référer à la documentation du logiciel [16].

3.2.5 Génération de maillage :

Les différentes géométries des bifurcations étudiées sont construites par le logiciel solidworks 2013 , ensuite elles sont exportées vers le générateur de maillage Gambit.

Avant la génération de maillage , une importante de traitement des faces et des volumes permettant l'obtention des maillages désirés.

Vu la complexité de toutes les géométries , on utilisé un maillage triangle non-structuré pour les trois cas étudier , comme il est indiqué sur les figures (3.8-3.12)

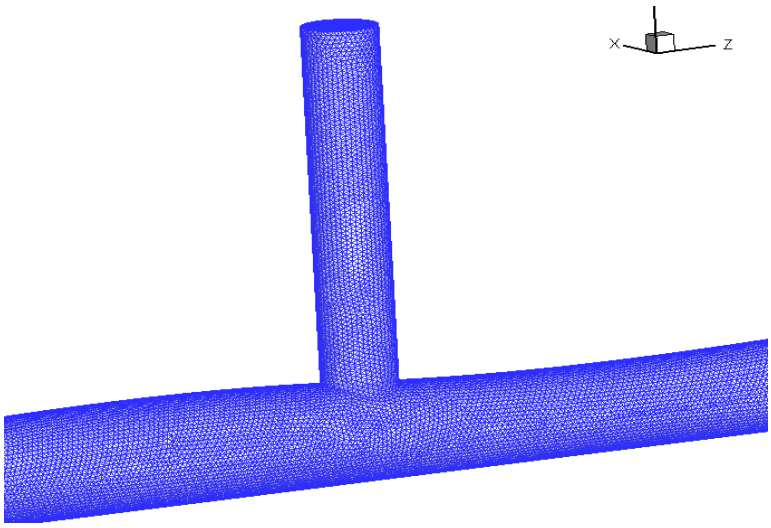
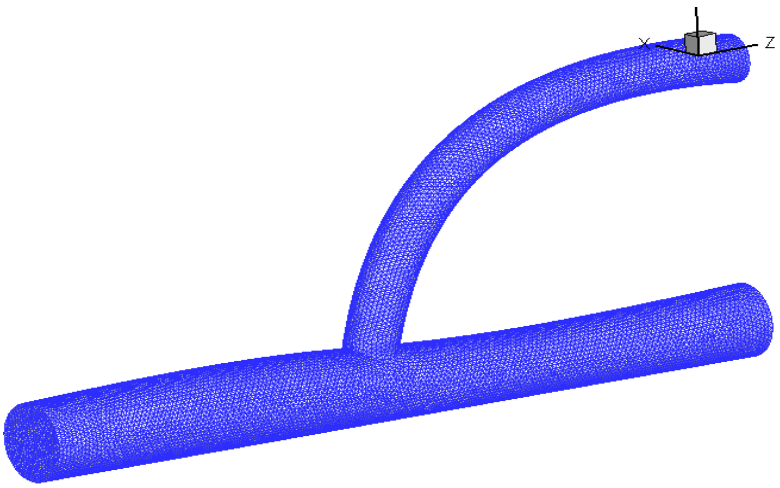
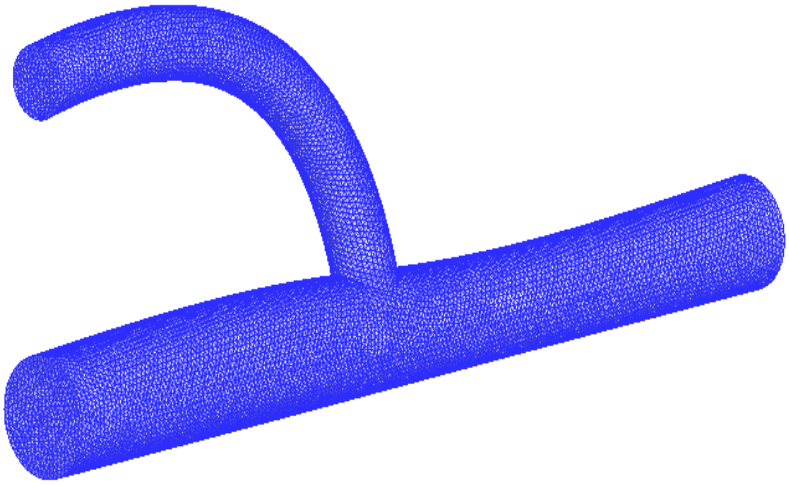


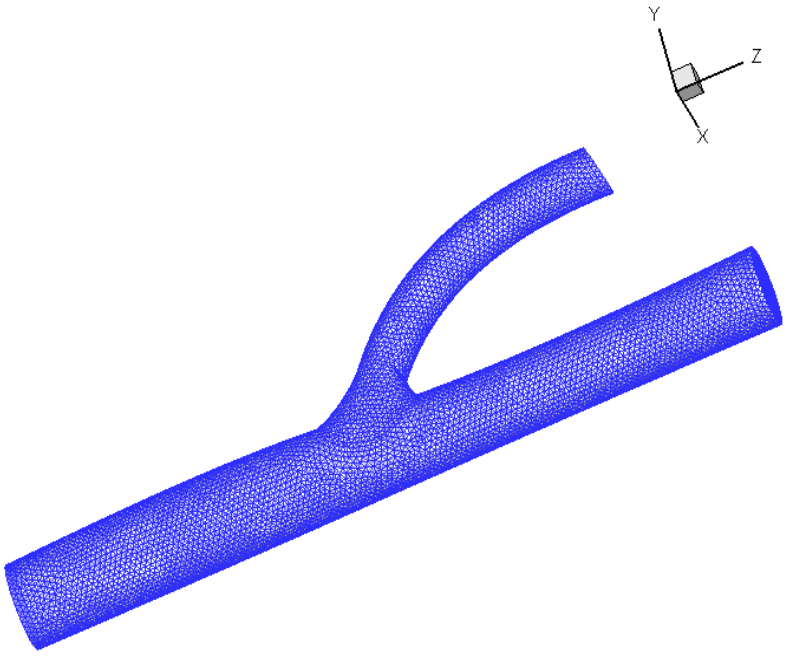
Figure (3.8) : maillage de la bifurcation en $(T90^{\circ})$



Figure(3.8) : maillage de la bifurcation en $(Y60^{\circ})$



Figure(3.8) : maillage de la bifurcation en ($Y120^{\circ}$)



Figure(3.8) : maillage de la bifurcation en ($Y45^{\circ}$)

3.2.6 Résolution numérique

L'application de la méthode des volumes finis nécessite que toutes les équations du mouvement doivent être écrites sous la forme d'une équation de transport suivante [11-12]

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i \emptyset - \Gamma^{\phi}\frac{\partial \phi}{\partial x_i}\right) + s^{\phi} = 0\,, i = 1,2,3 \qquad (3.13)$$

ou :

ϕ : variable de transport ($\phi = u\,, v\,, w$) ;

Γ^{ϕ} : coefficient de diffusion ($\Gamma^{\phi} = \mu_a$

s^{ϕ} : terme source.

Pour le calcul numérique , le domaine de calcul est divisé en volumes élémentaires appelés volumes de contrôle (cellules) en utilisant le préprocesseur **GAMBIT** . chaque volume de contrôle entoure un nœud relatif à la fonction de transport à calculer .

L'intégrations des équations de transport sur le volume de contrôle associé à chaque variable dépendante s'effectue de la manière suivante :

$$\int_{\Delta V}\frac{\partial}{\partial x_i}\,(\rho u_i \emptyset - \Gamma^{\phi}\frac{\partial \phi}{\partial x_i})dv + \int_{\Delta V} s^{\phi} d\,V = 0\,, i = 1,2,3 \qquad (3.14)$$

ΔV : volume de controle .

L'équation (3.14) nous ramène à un système d'équation algébriques de la forme suivante :

$$A_p \emptyset_P - \sum_{nb} A_{nb}\emptyset_{nb} - s^{\phi} = 0 \qquad (3.15)$$

$\emptyset$: représente les trois composantes de vitesse ;

s^{ϕ} : terme source ;

A_p , A_{nb} : coefficients de linéarisation ;

nb : indice des six nœuds adjacents au nœud P .

Les équations de transport discrétisées (3.15) sont itérativement résolues pour avoir l'ensemble des variables caractérisant l'écoulement . FLUENT résout ce système linéaire par la méthode de Gauss-Seidel .

Si les équation de transport discrétisées sont résolues exactement , les deux membres de ces équations seront certainement égaux . cependant , puisque les équations associées sont non linéaires

et couplées et exigent une solution itérative , un déséquilibre ou résidu peut exister entre les membres de l'équation discrétisée . Le résidu pour la variable dépendante ϕ dans chaque volume de contrôle est défini comme suit :

$$R^{\emptyset} = A_p \emptyset_P - \sum_{nb} A_{nb} \emptyset_{nb} - s^{\phi} \quad (3.16)$$

Lorsque la convergence est atteinte , la valeur du résidu $R^{\emptyset}$ tend vers zéro .

la sous-relaxation est nécessaire pour assurer la convergence totale des calculs à une solution , parce que les équations sont fortement couplées et non linéaires .

Dans le code FLUENT la méthode de Gauss-Seidel est contrôlée par un coefficient de sous-relaxation α :

$$\emptyset^{(k+1)} = \emptyset^{(k)} + \alpha \Delta \phi \quad (3.17)$$

(3.17)

ou :

(k) : avancement des itérations successives ;

$\Delta \phi$: différence entre les résultats des deux itérations (k) et (k+1).

le teste de convergence est donné par :

$$\left\| \emptyset^{(k+1)} - \emptyset^{(k)} \right\| \leq \varepsilon \quad (3.18)$$

(3.19)

ε : ordre de l'erreur ($\varepsilon = 10^{-4}$)

la figure (3.12) représente l'organigramme de calcul suivi dans la présente étude de simulation .

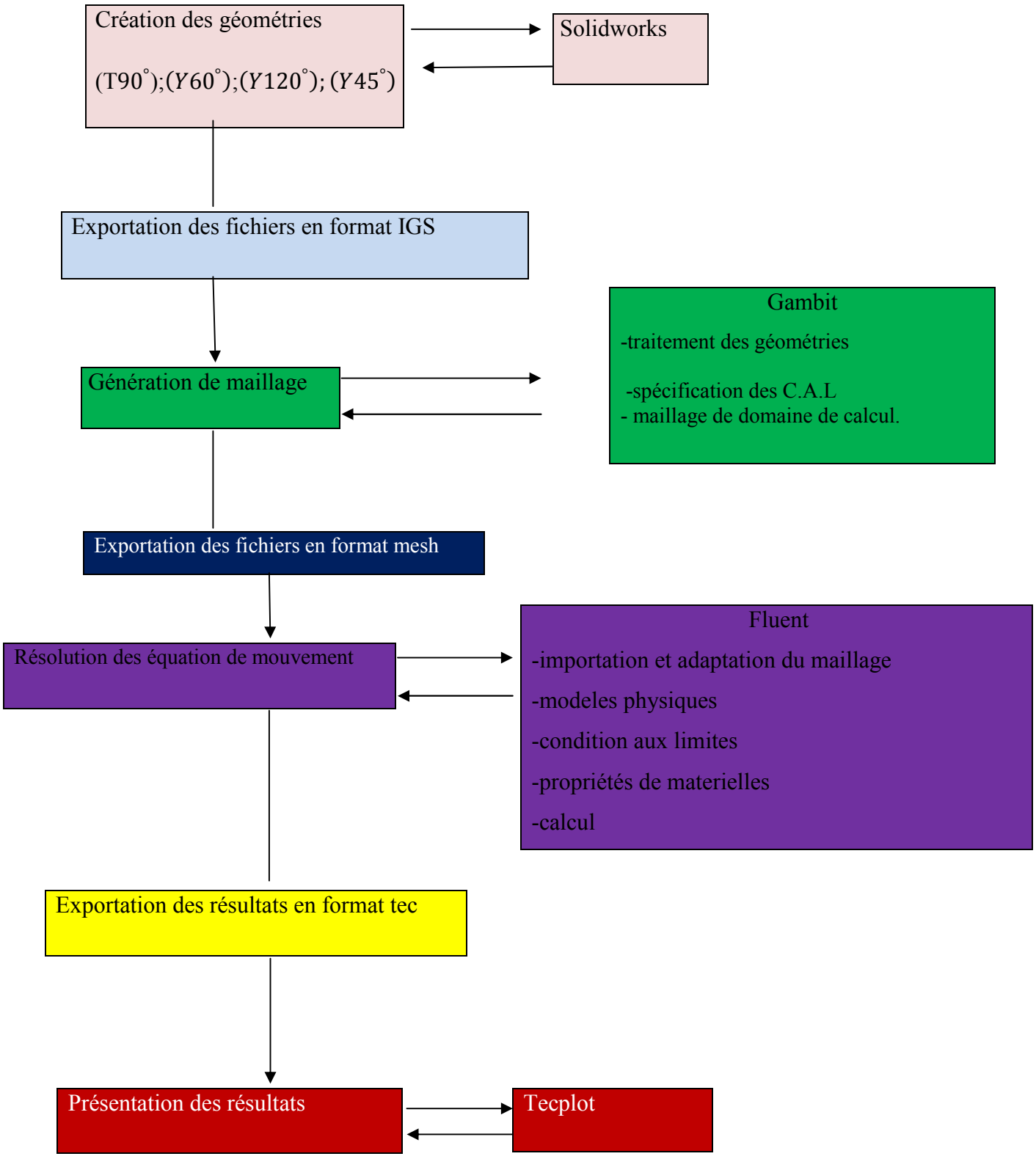


Figure (3.9): Organigramme de simulation.