



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option : Fondamentales et Appliquées

Par

HERAIZ Nassima

Sujet

Résolution des équations intégrales par

Le quatrième polynôme de Chebyshev

Devant le jury composé de:

NADIR Mostefa	Prof	UNIV. M'SILA	Président
GAGUI Bachir	M.A.A	UNIV. M'SILA	Rapporteur
GASMI Abdelkader	Prof	UNIV. M'SILA	Examineur
DILMI Mostefa	M.A.A	UNIV. M'SILA	Examineur

Promotion: 2013/2014

1.5	Equation intégral	11
1.5.1	Opérateur intégral linéaire	11
1.5.2	Définition d'une équation intégrale	11
1.6	Classification des équations intégrales	15
1.6.1	Equations intégrales linéaires	15
1.6.2	Existence et unicité de la solution	15
1.6.3	Opérateur compact	21
2	Analyse numérique pour les équations intégrales	24
	Introduction	1
1	Polynôme de Chebyshev et équation intégral	3
1.1	Rappelle sur l'analyse fonctionnelle	3
1.1.1	Espace de Hilbert	3
1.1.2	Espace normé	3
1.1.3	Espace euclidien	4
1.2	Définition de polynôme de Chebyshev de 4 ^{ème} espèce	4
1.3	Polynômes orthogonaux	6
1.3.1	Orthogonalité de Polynôme Chebyshev de quatrième espèce:	6
1.3.2	Relation entre w_n et w_n^*	8
1.3.3	Proposition sur le polynôme $w_n^*(x)$ et $w_n(x)$	9
1.4	Propriétés et formule sur polynôme de Chebyshev Quatrième espèce	9
1.4.1	La somme Chebyshev:	9
1.4.2	Produit de deux polynômes de Chebyshev	11
1.4.3	Formule dérivé de polynôme Chebyshev	11
1.5	Méthode de spectrale	12
1.6	Approximation par une série	12
1.6.1	Série de Fourier et la transformée	12
1.6.2	Série de Fourier	13
1.6.3	Transformation de Fourier	13
1.7	Série de Chebyshev quatrième espèce	13

1.8	Equation intégral	14
1.8.1	Opérateur intégrale linéaire	14
1.8.2	Définition d'une équation intégrale	14
1.9	Classification des équations intégrales	15
1.9.1	Equations intégrales linéaire	15
1.10	Existence et l'unicité de la solution de l'équation intégrale	18
1.10.1	Opérateur compact	21
2	Analyse numérique pour les équations intégrales	24
2.0.2	Rappelle sur la méthode de Trapèze	24
2.1	Résolution de l'équation de Volterra par le quatrième polynôme de Chebyshev	25
2.1.1	exemples numériques	27
	Conclusion	38
	Bibliographie	39

En début les opérations compactes et les (IT) avec leurs classifications
dans les différents chapitres, on va définir l'application de certaines méthodes pour résoudre
numériquement - les équations intégrales Volterra de sorte à proposer le polynôme de Chebyshev
et on va l'analyser d'abord

Introduction

Les méthodes de résolution numérique des équations intégrales jouent un rôle très important dans divers domaines scientifiques avec l'avantage des machines de calcul numérique, notamment les ordinateurs, ces méthodes sont devenues aujourd'hui un outil essentiel pour l'investigation dans les différents problèmes fondamentaux de notre assimilation des phénomènes scientifiques qui sont difficiles, à savoir impossible à résoudre dans le passé, Ainsi notons qu'il existe actuellement un grand nombre de méthodes numériques utilisées dans les différentes branches de la recherche scientifique. L'analyse numérique, qui étudie la réalisabilité de ces méthodes principalement l'analyse de la vitesse de convergence et l'estimation de l'erreur.

La programmation sur machine, qui ces méthodes sous forme d'algorithmes rapides et efficaces.

Dans ce mémoire, nous étudions la résolution numérique des équations intégrales de $2^{\text{ème}}$ espace dans un espace de dimension fini puisque dernièrement la modalisation des problèmes physiques ou biologiques sur la forme des équations intégrales généralement de Volterra spécialement, Nous allons voir dans ce mémoire que pour des équations intégrales linéaires, une fois réalisée la discrétisation de ces équations, on se ramène au problème de la recherche de solutions d'un système linéaire.

Ce mémoire est composé d'une introduction et de deux chapitres

Dans le premier chapitre, on va définir le polynôme de Chebyshev de quatrième type et les polynômes orthogonaux, et l'approximation par une série (Fourier - Chebyshev) et la méthode Spectrale.

On définit les opérateurs compacts et les (EI) avec leurs classifications.

Dans le deuxième chapitre, on traite l'application de certaines méthodes pour résoudre numériquement des équations intégrales Volterra seconde type par le polynôme de Chebyshev

et on fin l'analyse d'erreur.

Chapitre 1

Polynôme de Chebyshev et équation intégral

1.1 Rappel sur l'analyse fonctionnelle

1.1.1 Espace de Hilbert

Pour simplifier la présentation, nous limitons l'étude aux espaces de Hilbert réels. La plus part des résultats énoncés ici peuvent être généralisés aux espaces de Hilbert complexes.

1.1.2 Espace normé

Definition 1.1.1 Soit E un espace vectoriel sur le corps \mathbb{K} . E est dit espace normé si on lui associe une norme (fonction $\|\cdot\|$) définie sur E à valeurs dans \mathbb{R} , telle que $\forall x, y \in E$ et $\forall \alpha \in \mathbb{K}$:

$$\|x\| \geq 0 \text{ et } \|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$$

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

Conclusion

Les équations intégrales sont a priori moins simples à résoudre que les équations algébriques et les équations différentielles, Nous voir dans ce travail que pour des équations intégrales linéaires, une fois réalisée la discrétisation, donc on peut résoudre tout équation intégrale de type Volterra par le polynôme de Chebyshev de quatrième type, et leurs noeuds joue un rôle important pour affirmer la convergence d'une solution approchée par rapport la solution exacte.

- [1] ANASSON P.M. Chebyshev polynomials applied to the solution of Volterra integral equations, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 10, pp. 1-10, 1984.
- [2] NADIR M. Chebyshev polynomials, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 10, pp. 11-15, 1984.
- [3] Yuchang. Application of Chebyshev T-polynomial to Solving Fredholm integral equations, *University of Kentucky*, p. 101-103, 1982.
- [4] Pleshchinskii. Computing integral operators and solving integral equations using Chebyshev polynomial approximation, *International Journal of Mathematics and Mathematics Sciences*, vol. 20, pp. 11-15, 2000.
- [5] Handson D.C and Mason J.C. Chebyshev Polynomials, *University of London*, 1970.
- [6] P. Boyd. Chebyshev and Fourier Spectral methods, *University of Michigan*, 2001.
- [7] Kuo M and Peivost McClintock's derivation of Chebyshev polynomials in *Journal of Differential Equations*, *University of Michigan*, 1970.
- [8] Mank. An algorithm for Chebyshev polynomials, *Journal of Applied Mathematics*, vol. 10, pp. 1-10, 1984.

Bibliographie

- [1] **Anselon.P.M** : *Collectively compact operator Approximation -Theory and-Applications to Integral Equations-Prentice-Hall,Englewood Cleffs , 1971.*
- [2] **Atkinson.K.E and Weimin.H** : *Theoretical Numerical Analysis,A Functional Analysis Framework-Springer- Verlag,New york ,2001.*
- [3] **Brunner.H** : *Collocation Methods for Volterra Integral and Related Functional Equations , Cambridge University press , 2004.*
- [4] **NADIR.M** : *Cours d'analyse fonctionnelle-Université de Msila , 2013.*
- [5] **Yucheng**: *Application of Chebyshev Polynomail in Solving Fredholm integral equations , university of Louisville , p (01:07) , 2008.*
- [6] **Piessens.** : *Computing integral transfors and solving integral equations using Chebyshev polynomial approximation , universiteit , leuven , p (01:12) , 2000*
- [7] **Handscomb.D.C and Mason.J.C** : *Chebyshev Polynomials , university press , 2003.*
- [8] **P .Boyd**: *Chebyshev and Fourier Spectral methods , University of Michigan , 2000.*
- [9] **kzaz .M and Prévost.M**: *Convergence acceleration of Gauss-Chebyshev quadarature formulae , Universitaire de Mi-Voix , France , 2002.*
- [10] **Mani.A**: *Les polynômes orthogonaux ,Mémoire de Magister , Université de BBA, 2013.*

ملخص

الفكرة هي إيجاد الحل التقريبي لمعادلة تكاملية من نوع فولترا وهذا باستبدال الدالة المجهولة و التعبير عنها بكثير الحدود لتشبيبيشيف من النوع الرابع ثم التحقق عدديا من هذا الحل من خلال المقارنة مع تقريبات أخرى.

الكلمات الرئيسية: مؤثر، المعادلة التكاملية، كثير الحدود لتشبيبيشيف من النوع الرابع.

Abstract

The idea is to solve an integral equation approximately
With aspectral method while replacing the unknown function
byThe expression of the Chebyshev polynomial of fourth kind.
Then the numerical implementation of the latter by comparison
With other approximations

Key words : Key words: Operators, integral equation,
Chebyshev polynomial of the forth kind

Résumé

L'idée est de résoudre approximativement une équation intégrale
Par la méthode spectrale tout en remplaçant la fonction inconnue
Par l'expression du polynôme de Chebyshev de quatrième espèce
Puis la réalisation numérique de cette dernière par la comparaison
Avec d'autres approximations.

Mots clés : Opérateurs, Équation intégrale, polynôme de Chebyshev de
Quatrième espèce