

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° :/2018.....



DOMAINE : Sciences de la matière

FILIERE : Physique

**OPTION : Physique Energétique et
Energies Renouvelables**

**Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique**

Par: ABDELKRIM Fatima

**Etude de la convection naturelle thermique
dans une enceinte fermée**

Intitulé

Soutenu le 25 /06 /2018 devant le jury composé de:

Dr. Benkherbache Souad	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Président
Pr. Mayouf Si Abdallah	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Rapporteur
Dr.Tahrour Farouk	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Examineur

Année universitaire : 2017/2018



DEDICACE

Je dédie ce modeste travail aux deux êtres qui me sont très chers dans cette vie, à savoir mon père et ma mère. Je te dis merci et mille fois merci maman pour ton éducation ta patience, ton courage et ton sacrifice pour moi.

Je leur dis merci papa du fond de mon cœur pour ton éducation, ton sacrifice, ton assistance et pour ce que tu m'as fait et qui m'a permis d'avoir cette réussite et ce bonheur.

Je dédie ce Mémoire à mes frères Yassine, Abdelmalek et mes sœurs Oumalkaire, Djamila, Marwa.

A tous mes amis, Tous ceux qui m'ont aidé et encouragé, à ma famille





Remerciements

Tout d'abord je remercie infiniment le bon dieu tout puissant de la bonne santé, la volonté et la patience qu'il m'a données tout le long de mes études.

On dit " merci, merci, merci " à notre respectueux encadreur Mr SI ABDELLAH. MAAYOUF pour la disponibilité des encouragements et des aide constant que une à permis d'amener bien ce travail

Mes remerciements s'adressent également à tout ceux qui ont participé de près ou de loin 



SOMMAIRE

NOMENCLATURE	1
INTRODUCTION	3
INTRODUCTION GENERALE	4
CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	7
CHAPITRE II : ANALYSE THEORIQUE	
2.1. Introduction.....	15
2.2. Description du problème.....	15
2.3. Hypothèses simplificatrice.....	16
2.4. Formulation du problème.....	16
2.5. Adimensionnallisation des équations.....	18
2.6. Equation de vorticité.....	19
2.7. Fonction de courant.....	20
2.8. Conditionnes aux limites.....	20
2.9. Nombre de Nusselt moyen.....	20
CHAPITRE III – FORMULATION NUMERIQUE	
3.1. Introduction.....	21
3.2. Maillage.....	21
3.3. Discrétisation des équations.....	21
3.3.1. discrétisation de l'équation de continuité.....	23
3.3.2. discrétisation del'équation de vorticité.....	23
3.3.3. discrétisation defonction de courant.....	23
3.4. l'équation générale.....	23
3.4.1. discrétisation de l'équation générale.....	23
3.5. conditionnes aux limites.....	23

3.6. Méthode de résolution numérique.....	24
3.7. Algorithme.....	25
CHAPITRE IV – RESULTATS ET DISCUSSIONS	
4.1. Introduction.....	28
4.2. choix du maillage de la grille de discrétisation.....	28
4.3.lignes decourant	29
4.4. isothermes.....	31
4.5. profil de vitesse verticales.....	32
4.6. variation du nombre de Nusselt moyen	33
4.7. nombre de Nusselt local.....	34
4.8. Variation de température le long de la paroi verticale.....	35
4.9. Variation de la vitesse verticale le long de la paroi verticale.....	36
CONCLUSION GENERALE	37
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	38

NOMENCLATURE

Lettres latines :

c_p : Capacité calorifique massique du fluide à pression constante. ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)

\vec{g} : Vecteur du champ d'accélération de la pesanteur. ($m.s^{-2}$)

k : Conductivité thermique du fluide. ($W.m^{-1}.K^{-1}$)

Nu : Nombre de Nusselt local.

p : Pression au sein du fluide. ($N.m^{-2}$)

P : Pression adimensionnelle

q : Densité de flux de chaleur. ($W.m^{-2}$)

T : Température du fluide. (K)

ΔT : Ecart de température $\Delta T = T_1 - T_2$. (K)

u, v : Composantes de vitesse en coordonnées cartésiennes dimensionnelles ($m.s^{-1}$)

U, V : Composantes de vitesse en coordonnées cartésiennes adimensionnelles

\vec{V} : Vecteur vitesse du fluide. ($m.s^{-1}$)

x, y : Coordonnées cartésiennes dimensionnelles. (m)

H : Hauteur de l'enceinte

h : coefficient de convection

X, Y : Coordonnées adimensionnelles

Lettres Grecques :

α : Diffusivité thermique. ($m^2.s^{-1}$)

β : Coefficient de dilatation thermique à pression constante. (K^{-1})

μ : Viscosité dynamique du fluide. ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)

ν : Viscosité cinématique du fluide. ($m^2.s^{-1}$)

ρ : Masse volumique du fluide. ($kg.m^3$)

ω : Vorticité. (s^{-1})

ψ : Fonction de courant. ($m^2.s^{-1}$)

θ : Température adimensionnelle

NOMENCLATURE

Nombres sans dimensions:

Gr : Nombre de Grashof $Gr = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu^2}$

P_r : Nombre de Prandtl $P_r = \frac{\nu}{\alpha}$ avec $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$

Ra: Nombre de Rayleigh = Gr. P_r

Nu : Nombre de *Nusselt*

Indices et exposants:

i : indice d'un point de maillage suivant x

j : indice d'un point de maillage suivant y

INTRODUCTION

La convection naturelle (ou libre) se distingue de la convection forcée en ceci que le mouvement du fluide n'est pas dû à un apport externe d'énergie mécanique, mais qu'il trouve sa source au sein même du fluide, sous l'effet conjugué de gradients de masse volumique et d'un champ de pesanteur. Les variations de masse volumique sont généralement dues à des gradients de température.

L'écoulement d'un fluide par convection naturelle due aux différences de température peut être le résultat d'un chauffage ou d'un refroidissement par le bas ou par haut, ce sont les écoulements de Rayleigh-Bénard ou bien il résulte par des gradients de température provoquée par un chauffage ou un refroidissement par les côtés latéraux.

Le but de ce travail est de présenter une étude numérique de la convection naturelle thermique dans une cavité carrée fermée chauffée en bas.

Le présent travail comporte une introduction générale et quatre chapitres:

dans le premier chapitre, on présente le phénomène de la convection ainsi que quelques rappels bibliographiques en rapport avec le problème posé.

Le second chapitre est consacré à la formulation du problème, aux hypothèses simplificatrices et à l'établissement des équations de transfert de chaleur et des conditions aux limites qui leur sont associées. Enfin, nous définissons les grandeurs adimensionnelles caractérisant le modèle de ce travail.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la méthode numérique adaptée. Nous avons opté pour la méthode des différences finies pour discrétiser les équations aux dérivées partielles.

Le quatrième chapitre est consacré à la confrontation entre les résultats obtenus avec ceux obtenus numériquement ainsi qu'à la discussion de ces derniers.

Les résultats numériques obtenus sont présentés sous forme de profils de vitesses, de température et des nombres de Nusselt local et moyen.

Enfin, ce manuscrit est terminé par une conclusion générale.

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composantes électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs des procédés industriels, etc.

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, l'accumulation de l'énergie et le mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux, et pour se faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais numériques et expérimentaux portant sur la description des phénomènes géant la convection, l'effet de la nature des systèmes dans lesquels elle a lieu (géométrie spécialement), et les propriétés des fluides impliqués (propriétés physico-chimiques).

Les différents type de la convection thermique

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de densité résultant des gradients de température, On dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle qu'une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée. Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre.

Convection forcée

La convection forcée est provoquée par une circulation artificielle(pompe, turbine,...) d'un fluide. Ce transfert est plus rapide que dans le cas de convection naturelle. Ce mode est plus important dans la vie comme par exemple le chauffage central avec accélérateur, chauffages électriques avec soufflerie, chauffe-eau solaire et four à convection de cuisinière. Le corps humain a son propre système de convection forcée, la circulation sanguine.

Convection naturelle

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité dus à la différence de la température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant.

Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud. Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. On peut observer les effets de la convection quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique (figure 1.), les vents et les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

La convection 'libre' ou 'naturelle' est la forme d'échange convectif la plus couramment observé. Elle apparait dans le champ des forces de masse extérieures dont la nature peut être différente. Donc la convection naturelle est le régime d'écoulement obtenu lorsque l'on chauffe un fluide sans qu'il n'y ait d'écoulement 'extérieur' imposé.

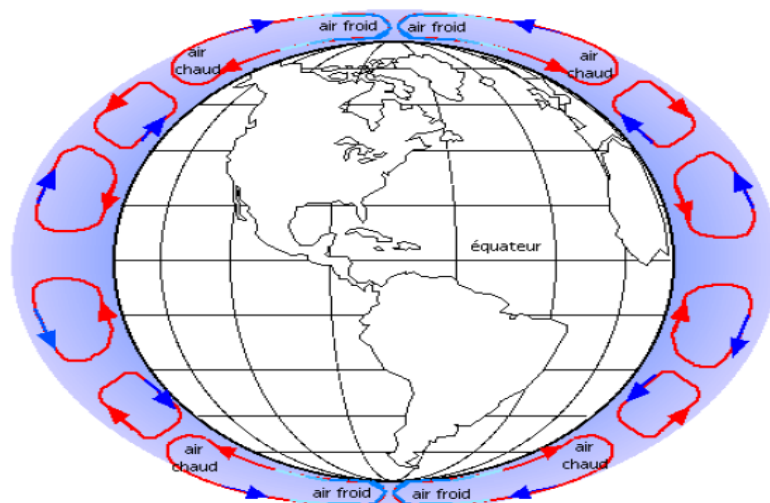


Figure 1. Convection naturelle dans l'atmosphère, Cellules de Hadley.

Convection mixte

Il existe, comme précédemment, une cause externe au mouvement du fluide, mais insuffisante pour que la poussée d'Archimède puisse être négligée (régime de transition entre la convection libre et la convection forcée). C'est le cas par exemple des transferts de chaleur dans un habitacle d'automobile : l'air est soufflé dans l'habitacle par un ventilateur, mais la poussée d'Archimède n'est pas pour autant négligeable, surtout lorsqu'on se place loin des entrées d'air.

CHAPITRE I.
RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE I: RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

L'étude de la convection naturelle dans des enceintes fermées a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales. Beaucoup de travaux publiés ont été élaborés concernant la convection naturelle dans des différentes formes des enceintes (soit expérimentaux ou numérique) avec des différentes méthodes de calcul et avec des différentes données et des conditions aux limites .

La convection d'air dans une enceinte cylindrique verticale, induite par un petit point chaud centralement situé sur le fond ont été étudié numériquement par **Torrance et Rockett [1]**. Des solutions ont été obtenues pour des nombres de Grashof de 4×10^4 à 4×10^{10} . Les résultats théoriques se sont avérés dans un excellent accord avec l'expérimental dans la région laminaire.

Chu et Churchill [2] ont étudié également la convection naturelle au sein d'une enceinte rectangulaire bidimensionnelle munie d'une source de chaleur discrete avec des parois horizontales thermiquement isolées, une paroi verticale froide isotherme et une source de chaleur installée sur l'autre paroi verticale, ils ont obtenu numériquement la position de la source qui optimise le transfert thermique, en fonction du nombre de Rayleigh. Cette position optimale se trouve près du centre de la paroi verticale, mais glisse légèrement vers le bas à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

Kuehn et al. [3] ont étudié expérimentalement l'influence de l'excentricité sur le transfert de chaleur. Ils ont présenté des interférogrammes qui permettent de bien visualiser le champ de température et de déterminer les taux de transfert de chaleur. Ils ont mis en évidence un écoulement secondaire localisé au-dessus du cylindre interne quand il est proche du sommet du cylindre externe. On plus, les mêmes auteurs **[4]** ont élaboré une étude expérimentale et numérique sur la convection naturelle dans l'espace annulaire compris entre deux cylindres concentriques et horizontaux dont le rapport des rayons a été pris égal à 2.6, ils ont calculé une conductivité thermique équivalente locale. Ils ont obtenu des résultats en accord avec ceux de l'analyse numérique qu'ils ont réalisée et qui est basée sur la méthode des différences finies et la technique de relaxations successives.

Shigeo et Bejan [5] qui ont synthétisé les résultats expérimentaux, et présenté les simulations numériques et les études analytiques. Le comportement général du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme de l'enceinte pour différents nombres de Rayleigh a ainsi été obtenu. Les résultats expérimentaux ont effectivement démontré que l'effet du nombre de Prandtl est

CHAPITRE 9 : Recherche Bibliographique

négligeable lorsque ce dernier est de l'ordre de l'unité ou plus. De cette synthèse, il apparaît clairement que pour un nombre de Rayleigh donné, le transfert de chaleur atteint un maximum pour un certain rapport de forme optimal. Pour $Ra \approx 105$, le maximum se trouve autour de $A = 1$ (A représente la hauteur de l'enceinte sur sa largeur) et il se déplace vers des valeurs plus faibles du rapport de forme lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté.

Kamotani et autres [6] qui ont présenté une étude expérimentale de convection naturelle dans une couche d'eau avec le chauffage localisé au dessous et effectué par une petite source de chaleur circulaire, à une température uniforme. Les structures d'écoulement et les champs de la température ont été étudiés en détail pour différents allongements (hauteur/largeur) et différents nombres de Grashof.

Pour les cavités rectangulaires, la convection naturelle avec une température et concentration imposées le long des frontières verticales, a été étudié pour la première fois par **Trevisan et al. [7]**. Un bon accord entre les simulations numériques et analyse d'échelle du phénomène a été observé.

Anderson et Lauriat [8] qui ont étudié l'écoulement dans une enceinte carrée avec chauffage localisé au dessous grâce à un flux uniforme ou par maintien d'une température constante tandis qu'un mur vertical était refroidi et isotherme. Les observations expérimentales ont confirmé l'absence de l'instabilité de type Rayleigh Bénard pour le flux, si les nombres de Rayleigh sont plus grands que 5×10^3 .

Novembre et Nansteel [9] qui ont étudié analytiquement et numériquement, la convection naturelle dans une enceinte carrée avec chauffage au dessous et refroidissement le long d'un côté. Dans cette étude des expressions asymptotiques ont été trouvées pour les taux de transfert de chaleur.

Une étude analytique et numérique de la convection au sein d'une cavité carrée, remplie d'un gaz binaire et soumise à des gradients combinés de température et de concentration, a été présentée par **Ranganathan et al. [10]**. Ces derniers ont observé que le renversement du sens de l'écoulement se produit approximativement à $N = -1$, quand les forces de volume sont égales et opposées.

Sévéléder et al. [11] se sont intéressés à l'influence des conditions aux limites de la température et de la concentration sur la structure d'écoulement de la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée avec les paramètres suivants : $Pr = 2.2$, $Sc = 130$, $Rat = 5.5 \times 10^5$, $Ras = 1.3 \times 10^5$, qui correspondent à un gaz liquéfié. Les résultats montrent l'apparition d'une seule cellule à cause de la condition de température et de concentration uniforme sur les parois verticales, mais la condition de la variation linéaire de température et de concentration fait apparaître quatre cellules. L'état stable de la convection thermosolutale dans une cavité carrée remplie par l'air, a été étudié

CHAPITRE 9 : Recherche Bibliographique

numériquement par **Béghein et al. [12]**. Ils ont étudié l'influence des forces de volume sur les transferts de chaleur et de masse, et du nombre de Lewis sur le mouvement.

Lee et al. [13, 14] ont étudié la convection à double diffusion dans une cavité rectangulaire. Les résultats obtenus montrent, dans le cas opposant quand N est modéré, que la structure de l'écoulement est multicellulaire. Les nombres moyens de Nusselt Nu et de Sherwood Sh varient en fonction des valeurs de N . Lorsque N augmente depuis une faible valeur, Nu décroît de façon monotone jusqu'à une valeur caractéristique de la conduction ; néanmoins Sh atteint une valeur minimale quand N prend une valeur modérée $N=3$. **Les mêmes auteurs [15]**, ont étudié expérimentalement la stabilité de la convection à double diffusion avec des gradients de température et de concentration horizontaux, dans des enceintes rectangulaires de rapport d'aspect ($A=H/L$) variant de 0.2 à 2. Les résultats obtenus montrent un écoulement unicellulaire pour un rapport des forces de volume élevé ou faible, alors que le régime d'écoulement multicellulaire apparaît pour les valeurs intermédiaires de ce rapport. : $8 < N < 55$ dans le cas coopérant et $-5 < N < -13$ dans le cas opposant.

Hasnaoui et autres [16] qui ont étudié numériquement par la méthode de différences finies la convection naturelle laminaire dans une enceinte, avec le chauffage localisé sur la paroi inférieure et le refroidissement à travers la paroi supérieure de l'enceinte, tandis que le reste du fond et les murs verticaux étaient adiabatiques. Les paramètres principaux du problème étaient le rapport de forme de l'enceinte, la position de la source de chaleur et le nombre de Rayleigh. L'existence des solutions multiples équilibrées et le comportement oscillant pour un ensemble donné des paramètres ont été démontrés.

Hyunget al. [17], concerne la convection naturelle double diffusive dans un cylindre en rotation dans laquelle l'écoulement est piloté par des flux, de chaleurs horizontaux et des flux de concentrations verticaux, l'influence de la rotation sur la structure globale de l'écoulement a été mise en évidence. Il a aussi prouvé que pour les valeurs moyennes du rapport de flottabilité N , l'écoulement devient fortement dépendant de l'effet de la rotation.

Une étude numérique de **Shipp et al. [18, 19]** a été consacrée à la convection naturelle double diffusive en régime laminaire dans un anneau vertical fermé, avec des différences de température et de concentration imposées à travers les parois verticales. Ils ont étudié l'influence des nombres de Rayleigh thermique et Lewis sur la structure de l'écoulement et les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et de Sherwood.

CHAPITRE 9 : Recherche Bibliographique

Lage et Bejan [20] qui ont étudié numériquement et montré que pour des nombres de Rayleigh suffisamment grands (jusqu'à $Ra = 10^9$), que le mécanisme dominant le transfert de la chaleur est la convection naturelle et que l'écoulement a tendance à entrer en résonance avec la pulsation de la source de chaleur. Cette résonance est caractérisée par un maximum dans l'amplitude de la fluctuation du nombre de Nusselt dans le plan médian de l'enceinte et à la frontière froide.

Ganzarolli et Milanez [21] qui ont étudié la convection naturelle dans des enceintes rectangulaires chauffées au dessous et symétriquement refroidies par les côtés. Le nombre de Rayleigh a été varié de 10^3 à 10^7 et le rapport de forme varié de 1 à 9. Les influences du nombre de Rayleigh (Ra), du nombre de Prandtl (Pr) et du rapport de forme sur le mouvement de fluide et sur le transport d'énergie ont été présentées dans leur étude.

Bennacer et al. [22] ont étudié numériquement et analytiquement la convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire verticale. Ils ont utilisé l'analyse d'échelle et ont montré numériquement que la distinction entre la dominance de l'écoulement par le transfert thermique et le transfert massique dépend de différents critères.

Costa [23] a étudié numériquement la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée avec des parois horizontales diffusives en chaleur et en masse. Les objectifs principaux de son étude sont la réalisation d'un modèle mathématique complet pour ce genre de problème et l'analyse des résultats montrant ainsi l'influence des murs horizontaux sur le transfert de chaleur et de masse.

Ghorayeb et al. [24] ont étudié la convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire de parois horizontales isolées verticales soumises à des gradients horizontaux de température et de concentration, dans cette étude le rapport des forces de volume solutal et thermique est égale à -1. Ils ont étudié la stabilité linéaire de la solution d'équilibre pour une cellule rectangulaire jusqu'au cas limite de la cellule d'extension infinie.

Kwak et Hyun [25] qui ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée soumise par le bas à une source de chaleur de variation sinusoïdale de la température, pour un nombre de Prandtl de 0,7 (air) afin de déterminer l'importance de l'amplitude d'oscillation. Ils ont montré que le taux de transfert de chaleur est linéairement dépendant de l'amplitude de l'excitation si cette amplitude est faible. Par contre, ils montrent que si l'amplitude est grande, le transfert de chaleur est augmenté. De plus, le gain de transfert thermique est maximal à la fréquence de résonance.

CHAPITRE 1 : Recherche Bibliographique

Ramos et Milanez [26] qui ont effectué une analyse expérimentale et numérique pour l'écoulement de convection naturelle provoqué par des sources de chaleur absorbant l'énergie à un taux constant simulant les composants électroniques montés sur le fond d'une enceinte symétriquement refroidie des côtés et isolée thermiquement au dessus.

Ghorayeb et al. [27] ont fait des simulations numériques de l'instabilité de la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée avec des forces de volume égales et de sens opposés pour un intervalle de nombre de Lewis compris entre 2 et 45. Dans cette situation l'état stable de la structure de l'écoulement est symétrique par rapport au centre et il reste stable jusqu'à la hauteur d'un seuil de la valeur du nombre de Grashof thermique au-delà du quelles écoulements oscillatoires apparaissent. Cependant l'état oscillatoire est soit symétrique par rapport au centre ou asymétrique dépendant de la valeur du nombre de Lewis

Sezai et al. [28] ont étudié la convection naturelle à double diffusion tridimensionnelle dans une enceinte cubique pour des gradients thermiques et solutaux horizontaux opposés. Dans leurs résultats, ils indiquent que l'écoulement doublement diffusif dans les cavités avec les forces de volume opposées est strictement tridimensionnel pour une certaine rangée de paramètres.

Akrour et al. [29] ont fait une étude numérique de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire, les parois horizontales de l'enceinte sont chauffées et refroidies et un gradient de concentration vertical est imposé. L'objectif de leur investigation est d'identifier le régime d'écoulement à dominance thermique ou solutale. Ils ont constaté qu'il est possible d'obtenir plusieurs solutions qui dépendent essentiellement des conditions initiales. Aussi, les résultats révèlent, que pour un fluide stratifié, un transfert de chaleur conductif s'installe au dépend de la convection thermique

Akrour [30] a étudié numériquement la convection à double diffusion dans une enceinte horizontale. La cavité soumise à un gradient de concentration vertical est chauffée différentiellement au niveau de ses parois horizontales ou verticales. Les équations couplées modélisantes sont discrétisées numériquement par la méthode des volumes finis. La résolution a ensuite été effectuée par la procédure de double balayage (ADI) et le couplage pression-vitesse par l'algorithme SIMPLER. Ils ont considéré l'effet, sur les transferts, du nombre N qui caractérise le rapport des forces de volume d'origine thermique et solutale pour $Pr=7$, $Le=100$ et $A=2$. Leurs résultats montrent que pour les faibles valeurs de N , des cellules convectives dues aux forces thermiques se mettent en place et le transfert devient indépendant de N . Pour des valeurs de N plus élevées, le transfert est diffusif et la stratification stable en concentration supprime l'écoulement.

CHAPITRE 9 : Recherche Bibliographique

Pour des valeurs intermédiaires de N , le transfert diminue avec l'accroissement de N . Dans la zone de transition, la solution numérique dépend de la condition initiale

Aydin et Yang [31] qui ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire d'air dans une cavité bidimensionnelle et rectangulaire avec le chauffage localisé au dessous et le refroidissement symétrique des côtés. Leur analyse a inclus l'influence de la longueur de la partie chauffée et du Ra sur le transfert de chaleur. Ils ont trouvé que les champs d'écoulement et de température sont symétriques à cause de la symétrie des conditions aux limites.

Benissaad et al. [32] ont étudié numériquement, la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte rectangulaire avec un rapport d'aspect égal à 4. Ils ont considéré le cas d'une solution aqueuse ayant les paramètres suivants ; $Pr=7$, $Sc=240$, $Gr_t=2,2 \times 10^5$ et Gr_s variant de 10^4 à 10^7 . Les poussées, thermique et solutale, sont coopérantes ou opposantes. Les résultats obtenus ont permis d'observer une variété de régimes d'écoulement. Quand les forces de volume sont opposantes, l'écoulement est permanent et monocellulaire pour des valeurs de Gr_s variant entre 10^4 et $2,2 \times 10^5$. A partir de Gr_s égal à $2,2 \times 10^5$ et jusqu'à 7×10^5 , l'écoulement devient transitoire. Lorsque Gr_s est supérieur ou égal à 8×10^5 et inférieur à $2,2 \times 10^6$, l'écoulement bifurque vers un régime permanent et multicellulaire. Pour des valeurs de Gr_s supérieures ou égales à $2,2 \times 10^6$, l'écoulement redevient permanent et monocellulaire.

Jang et al. [33] ont étudié numériquement la convection naturelle de chaleur et de masse le long d'une surface ondulée verticale en utilisant le théorème de transposition de Prandtl et ils ont examiné les effets des surfaces irrégulières sur les caractéristiques de la convection naturelle de chaleur et de masse. Il a été constaté qu'avec l'augmentation du nombre de Schmidt, le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt local diminuent mais le nombre de Sherwood local augmente.

Sarris et autres [34] qui ont effectué une étude numérique de la convection naturelle dans les réservoirs rectangulaires chauffés localement au dessous. Basé sur des prévisions numériques, les effets du Ra et la géométrie de la source de chauffage et du réservoir sur les structures d'écoulement et le transfert thermique ont été étudiés pour le nombre de Rayleigh dans la gamme 10^2 à 10^7 . Leur étude a indiqué que l'augmentation de l'intensité de circulation d'écoulement augmente avec une augmentation de longueur de la source de chauffage.

Bourich et autres [35] qui ont étudié numériquement la convection naturelle double-diffusive bidimensionnelle dans une enceinte poreuse carrée chauffée partiellement au dessous et refroidies par les côtés à une température constante. Leur analyse a inclus l'influence de la partie chauffée sur le transfert de chaleur.

Calcagni et autres [36] qui ont effectué une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle laminaire d'air dans une cavité bidimensionnelle et rectangulaire avec le chauffage localisé au dessous et le refroidissement symétrique des côtés tandis que le mur supérieur était adiabatique, la gamme de nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^6 . La variation du nombre local de Nusselt dans la région chauffée ainsi que le nombre moyen de Nusselt ont été présentés. La technique d'interférométrie a été employée dans la méthode expérimentale pour obtenir la visualisation des oscillations possibles de la température à l'intérieur de l'enceinte.

Abidi et al. [37] ont étudié numériquement en utilisant le formalisme vorticité vecteur potentiel, la convection naturelle à double diffusion dans une cavité tridimensionnelle remplie d'une solution aqueuse et ayant les parois horizontales diffusives en chaleur et en masse. Les effets de ces conditions ont été traités pour $Ra=10^5$, $Pr=10$ et $Le=10$ pour différentes valeurs des coefficients de transfert de chaleur et de masse Rc et Rd . Cette étude a montré que l'ajout des parois diffusives en chaleur et en masse induit une diminution de l'intensité globale de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse, ceci d'une part et favorise l'écoulement transversal, d'autre part.

Benissaad et al. [38] ont traité numériquement la convection naturelle bidiffusive dans une enceinte rectangulaire soumise à des gradients de température et de concentration horizontaux. L'écoulement est entraîné par les forces des poussées thermiques et solutales. Les résultats obtenus montrent que la variation du nombre de Grashof solutal a permis l'obtention de plusieurs types d'écoulements et plusieurs bifurcations entre ces écoulements. La convection transitoire et apériodique se manifeste dans un intervalle de Grashof solutal entre 3×10^5 et 5×10^5 .

Sharma et autres [39] qui ont étudié numériquement la convection naturelle turbulente dans une enceinte carrée avec le chauffage localisé au dessous et le refroidissement symétrique des murs latéraux verticaux, Leur analyse a inclus l'influence de la partie chauffée et du Ra sur le transfert de chaleur. Ils ont trouvé les champs d'écoulement et de température pour différents nombres de Rayleigh et différentes largeurs de la partie chauffée. La plupart de ces travaux se sont intéressés au phénomène de la convection naturelle laminaire dans des enceintes avec chauffage partiel de la paroi inférieure. Le présent travail considère le même problème que celui de Sharma et autres avec régime laminaire, cependant nous avons varié la longueur de la source de 20 à 80% de la longueur totale du mur inférieur.

CHAPITRE 9 : Recherche Bibliographique

Kuznetsov et al. [40] ont examiné la convection naturelle double diffusive à l'intérieur d'une cavité cubique dont la paroi inférieure est isotherme et maintenue à une concentration uniforme et les autres parois sont adiabatiques et imperméables. Ils ont examiné l'influence du nombre de Rayleigh sur l'écoulement et le taux de transfert de chaleur et de masse, l'influence du rapport de conductivité sur le transfert de chaleur et de masse et l'effet de la taille des sources de masse de la chaleur sur les régimes de transfert de masse.

Nikbakhti et al. [41] ont analysé numériquement le transfert de chaleur et de masse pour l'air contenu dans une cavité rectangulaire avec des murs partiellement thermiquement actifs. **Teamah et al. [42]** ont étudié numériquement un écoulement à double diffusion de convection naturelle dans une enceinte rectangulaire inclinée en présence de champ magnétique et d'une source de chaleur. Les auteurs ont conclu que: l'angle d'inclinaison affecte les forces de flottabilité et le champ magnétique réduit le transfert de chaleur et de circulation de fluide en raison de l'effet de retard de la force de corps électromagnétique.

CHAPITRE II :
ANALYSE THEORIQUE

CHAPITRE II : ANALYSE THEORIQUE

II-1-INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons présenter le modèle physique et les hypothèses de simplification. Nous formulons le problème physique régissant le phénomène de convection naturelle thermique dans une cavité carrée. Nous allons également exprimer les équations de convection et les conditions aux limites sous forme adimensionnelle, permettant la résolution du problème considéré. Dans les écoulements de convection naturelle, les nombres de Rayleigh et Prandtl sont les grandeurs essentielles. L'importance mutuelle de ces propriétés dépend des conditions thermiques et des caractéristiques géométriques.

II-2- Présentation du problème

Le problème physique considéré est schématisé sur la figure (II.1). Il s'agit d'une cavité bidimensionnelle fermée de hauteur H .

L'écoulement dans l'enceinte est dû à la différence de température donc à la différence de densité ce qui conduit à l'écoulement convectif.

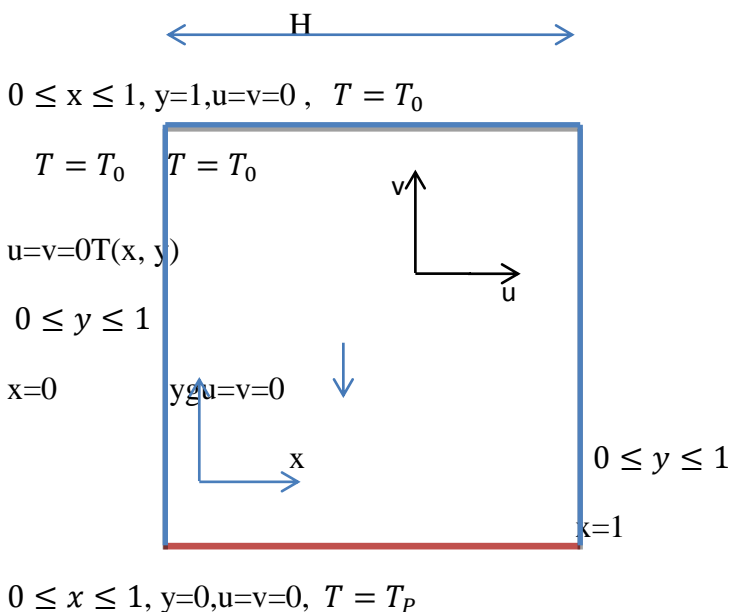


Figure II.1: schéma du modèle

II-3- Hypothèses générales

- Ecoulement du fluide et le transfert de chaleur sont permanents ($\frac{\partial}{\partial t}=0$) et le régime est laminaire.
- L'écoulement est supposé bidimensionnelle (2D).
- Le fluide est Newtonien et incompressible
- Les propriétés physiques du fluides (μ , Cp et k) sont supposés constants.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Il n'y a pas de sources internes de chaleur ou de masse dans le problème étudié et il n'y a aucune réaction chimique.
- La dissipation visqueuse est négligeable ($\varphi = 0$) et pas de source de chaleur ($q= 0$)
- L'approximation de Boussinesq est valide, celle-ci consiste à considérer les variations de masse volumique sont négligeables au niveau de tous les termes des équations de quantité de mouvement ($\rho = \rho_0$), sauf au niveau du terme de gravité. La variation de la masse volumique ρ en fonction de la température est donnée par:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0)) \quad (\text{II.1})$$

ρ_0 : La masse volumique du fluide à la température de référence T_0 .

β : le coefficient de dilatation à pression constante.

II-4-Formulation de probleme

- L'équation de continuité:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{U}) = 0$$

$$\vec{U} = u\vec{i} + v\vec{j}$$

(i ,j=1,2,3:indice de sommation)

Pour un fluide incompressible ($\rho = \text{constant}$)

$$\text{div } \vec{U} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.2})$$

- L'équation de Navier Stokes (conservation de la quantité de mouvement):

D'après la deuxième loi fondamentale de la dynamique, la variation pendant l'unité de temps de la quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures exercées sur cette particule. L'équation de la dynamique s'écrit alors comme suit:

$$\frac{d}{dt}(\rho U_i) = \rho F_i - \frac{dp}{dx_i} + \mu \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} U_i) \quad (\text{II.3})$$

Ou:

$\frac{d}{dt}(\rho u_i)$: Représente le taux de variation de la quantité de mouvement pendant l'unité de temps.

F_i : Représente les forces du volume suivant la direction i .

$\frac{dp}{dx_i}$: Représente les forces de pression.

$\mu \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} u_i)$: Représente les forces de viscosité.

L'écoulement est permanent et bidimensionnel, l'équation (II.3) devient alors:

$$\begin{aligned} \vec{U} &= u\vec{i} + v\vec{j} \\ \frac{d}{dt} &= 0 \end{aligned}$$

Selon (ox)

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

Selon (oy)

$$\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta (T - T_0) \quad (\text{II.5})$$

- L'équation de l'énergie

$$\rho_0 c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial X} + v \frac{\partial T}{\partial Y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \text{(II.6)}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho_0 c_p}$$

:La diffusivité thermique α

K : conductivité thermique du fluide.

Cp: La chaleur spécifique à pression constante.

II-5-Adimensionnallisation des équations

Pour adimensionnalliser les équations précédentes, on utilise les variables adimensionnelles suivants :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{\left(\frac{v}{L}\right)}$$

$$V = \frac{v}{\left(\frac{v}{L}\right)}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_p - T_0}, \quad P = \frac{p}{\rho_0 \left(\frac{v}{L}\right)^2}$$

On introduit ces variables dans les équations (II.2- II.6); on obtient:

- **Equation de continuité:**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \text{(II.7)}$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :**

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \text{(II.8)}$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y:**

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Ra}{Pr} \cdot \theta \quad (II.9)$$

- **Equation de l'énergie :**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (II.10)$$

telque:

$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$: est le nombre de Prandtl.

$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu \alpha}$: est le nombre de Rayleigh.

II.6. Equation de vorticité :

Pour éliminer les termes de pression dans l'équation de mouvement, on utilise l'équation de vorticité W adimensionnelle définie par:

$$w = \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{U} = \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \quad (II.11)$$

Pour cela, on dérive les équations (II.8) et (II.9) par rapport à y et x , il vient:

Selon (ox)

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial}{\partial Y} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (II.12)$$

Selon (oy)

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial}{\partial X} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Ra}{Pr} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (II.13)$$

En soustrayant l'équation (2.12.) de (2.13) et en utilise l'équation de continuité

ainsi que la définition de la fonction de vorticité W , nous obtenons :

$$U \frac{\partial w}{\partial X} + V \frac{\partial w}{\partial Y} = \frac{Ra}{Pr} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right) \quad (II.14)$$

II-7- Fonction de courant

La fonction de courant adimensionnelle est définie par :

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad , \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (\text{II.15})$$

Elle vérifie l'équation de continuité

On remplace l'expression (II.15) dans l'équation (II.11) , on obtient:

$$W = -\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}\right) \quad (\text{II.16})$$

II.8 Conditionnes aux limites Adimensionnallisation

$$0 \leq X \leq 1, Y=1, U=V=0, \theta = 0$$

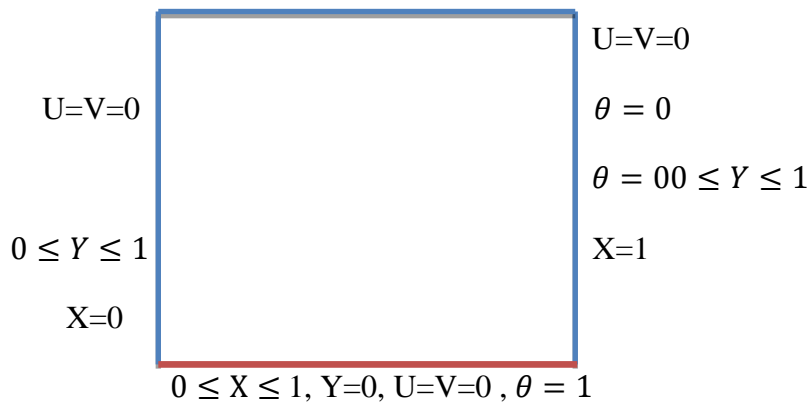


Figure II.8:schéma du modèle

II.9 Nombre de Nusselt

Le **nombre de Nusselt** est utilisé pour caractériser les transferts thermiques entre un fluide et une paroi, appelé [transfert convectif](#).

On le définit de la manière suivant:

$$Nux = \frac{h.x}{k} = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right)_{Y=0} \quad (\text{II.17})$$

h: coefficient d'échange par convection

k :conductivité thermique de fluide.

CHAPITRE III :

FORMULATION NUMERIQUE

CHAPITRE III : FORMULATION NUMERIQUE

III-1-Introduction

Le problème analysé dans ce chapitre est modélisé par le système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires dont on a vu que les solutions analytiques n'existent que dans de rares cas, la résolution par des méthodes numériques est incontournable. Diverses méthodes numériques offrent la possibilité de résoudre le système différentiel cité au chapitre II. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode des différences finies, éléments finis et volumes finis, en plus d'une variété de logiciel présente sur le marché. Pour effectuer nos simulations numériques, nous avons opté un programme de calcul écrit en langage Fortran basé sur la méthode des différences finies.

III-2-Maillage

La méthode de discrétisation des équations différentielles partielles écrites en chapitre II nécessite le choix d'un maillage de la géométrie (fig. III.1).

Si on prend une fonction ϕ quelconque et à l'aide de développement de série de Taylor et avec la méthode des différences finies au voisinage du point $P(i, j)$ dans le schéma présenté dans la fig. (III.1).

Nous utilisons cette technique pour transformer le système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques (discrétisation) qui sera résolu par les méthodes adéquates.

III.3 Discrétisation des équations

- Dans la direction X

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_j^{i+1} - \phi_j^{i-1}}{2\Delta x} \quad (\text{III.1})$$

- Dans la direction Y

CHAPITRE 111 : Formulation Numerique

$$\frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{\phi_{j+1}^i - \phi_{j-1}^i}{2\Delta Y} \quad (\text{III.2})$$

Approximation des dérivées du deuxième ordre:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} = \frac{\phi_j^{i+1} - 2\phi_j^i + \phi_j^{i-1}}{\Delta X^2} \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = \frac{\phi_{j+1}^i - 2\phi_j^i + \phi_{j-1}^i}{\Delta Y^2} \quad (\text{III.4})$$

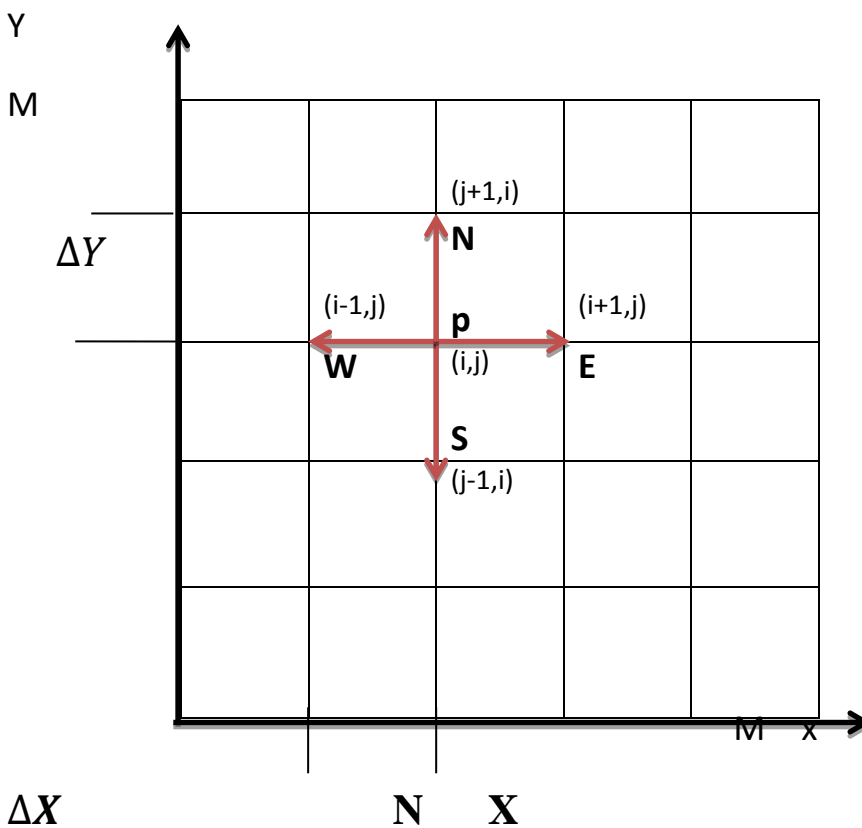


Figure 3.1: schéma de maillage

Si on applique maintenant cette méthode aux équations (II.7),(II.16), (II.15) écrites dans le chapitre II, il vient:

Discrétisation de l'équation de continuité

$$\frac{U_j^{i+1} - U_j^{i-1}}{2\Delta X} + \frac{V_{j+1}^i - V_{j-1}^i}{2\Delta Y} = 0 \quad (\text{III.5})$$

Discrétisation de l'équation de vorticité

$$W_j^i = - \left(\frac{\Psi_j^{i+1} - 2\Psi_j^i + \Psi_j^{i-1}}{\Delta X^2} + \frac{\Psi_{j+1}^i - 2\Psi_j^i + \Psi_{j-1}^i}{\Delta Y^2} \right) \quad (\text{III.6})$$

D critisation de Fonction de courant

$$V_j^i = - \frac{\Psi_j^{i+1} - \Psi_j^{i-1}}{2\Delta X} ; U_j^i = \frac{\Psi_{j+1}^i - \Psi_{j-1}^i}{2\Delta Y} \quad (\text{III.7})$$

III. 4 L'équation générale

En posant une fonction Φ pouvant, désigner w , θ ou la fonction du courant, les équations (1.14)- (1.17) peuvent être regroupées en une seule équation obéissant à l'expression suivante:

$$U \frac{\partial \Phi}{\partial X} + V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} - A \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} \right) = S \quad (\text{III.8})$$

$$\text{Pour } \Phi = w, A=1, S = - \frac{R_a}{P_r} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y}$$

$$\text{Pour } \Phi = \theta, A = \frac{1}{P_r}, S = 0$$

III. 4.1 Discrétisation de L'équation générale

$$U_j^i \frac{\Phi_j^{i+1} - \Phi_j^{i-1}}{2\Delta X} + V_j^i \frac{\Phi_{j+1}^i - \Phi_{j-1}^i}{2\Delta Y} - A \left(\frac{\Phi_j^{i+1} - 2\Phi_j^i + \Phi_j^{i-1}}{\Delta X^2} + \frac{\Phi_{j+1}^i - 2\Phi_j^i + \Phi_{j-1}^i}{\Delta Y^2} \right) = S \quad (\text{III.9})$$

III.5 Conditionnes aux limites:

$$x=0, \quad 0 \leq Y \leq 1, U_j^i = V_j^i = 0, \theta_j^i = 0$$

$$x=1, \quad 0 \leq Y \leq 1, U_j^i = V_j^i = 0, \theta_j^i = 0$$

$$0 \leq X \leq 1, Y=0, U_j^i = V_j^i = 0, \theta_j^i = 1$$

$$0 \leq X \leq 1, Y=1, U_j^i = V_j^i = 0, \theta_j^i = 0$$

III-6- Méthode de résolutions

Pour résoudre les équations précédentes, nous utilisons les méthodes itératives on choisit la méthode de Gauss-Seidel avec relaxation.

La méthode de Gauss Seidel ne converge pas rapidement, pour accélérer la convergence on utilise cette méthode de Relaxation

C'est une méthode itérative, elle basé sur des approximation successive de la résolution des équations pour déterminer la vorticité $w(i,j)$ la température $T(i,j)$ ainsi que la fonction de courant dans tous les points (i,j) du maillage.

Si on applique cette méthode à l'équation (III.9), on a:

$$(\phi_P)^{k+1} = \frac{A_E(\phi_E)^k + A_W(\phi_W)^k + A_S(\phi_S)^k + A_N(\phi_N)^k + S}{A_P} \quad (III.10)$$

Les coefficients A_n, A_e, A_w, A_s, A_p et S sont différents d'une équation à une autre.

Leurs valeurs sont définies à partir de l'équation (III.9) comme le suivant:

$$A_p = 2A \left(\frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Y^2} \right)$$

$$A_N = \frac{A}{\Delta X^2} - \frac{U_j^i}{2\Delta X}$$

$$A_S = \frac{U_j^i}{2\Delta X} + \frac{A}{\Delta X^2}$$

$$A_E = \frac{A}{\Delta Y^2} + \frac{V_j^i}{2\Delta Y}$$

$$A_W = \frac{V_j^i}{2\Delta y} + \frac{A}{\Delta Y^2}$$

Nous rappelons que:

$$\text{si: } \phi = w ; S = -\frac{R_a}{P_r} \cdot \frac{\theta_{j+1}^i - \theta_{j-1}^i}{2\Delta Y} \quad \text{et} \quad A = 1$$

$$\text{si } \phi = \theta , S = 0 ; A = \frac{1}{P_r}$$

III.7 ORGANIGRAME DE CALCUL

Nous allons écrire un organigramme de calcul (Fig. III.2) pour la résolution des équations régissant notre problème. Les étapes principales de la procédure de résolution sont les suivantes :

Etape 1 : Choix d'un type de fluide qui est représenté par le nombre de Prandtl Pr et Etape 2 : Choix du nombre de Rayleigh

Etape 3 : Choix des pas de discrétisation Δx et Δy pour déterminer le nombre maximum de points suivant les directions x et y .

Etape 4 : Choix des coefficients de relaxation adapté aux équations devorticité, de la chaleur et la fonction de courant.

Etape 5 : choix les valeurs des conditions aux limites .

Etape 6 : Calcul des coefficients AP , AE , AW , et AS donnés par les équations

Etape 6 : Résolutions des équations.

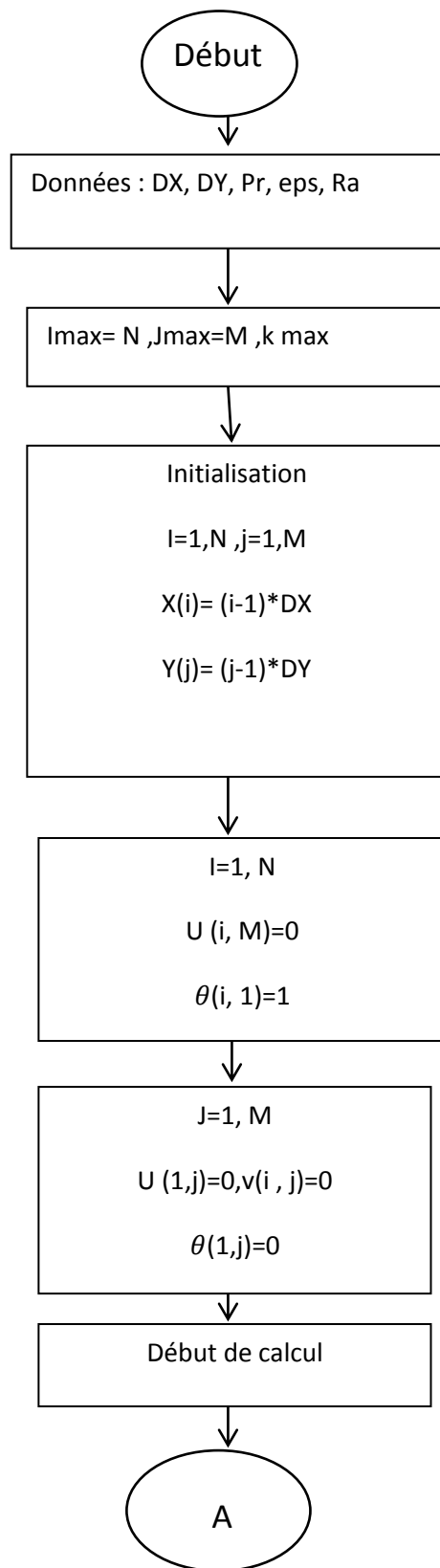
L'algorithme est supposé converger si le test suivant est vérifié :

$$\left| \frac{\sum_{i=1}^{I_{\max}} \sum_{j=1}^{J_{\max}} (\Phi_p)^{K+1} - \sum_{i=1}^{I_{\max}} \sum_{j=1}^{J_{\max}} (\Phi_p)^K}{\sum_{i=1}^{I_{\max}} \sum_{j=1}^{J_{\max}} (\Phi_p)^K} \right| \leq eps$$

Où k est le nombre des itérations et $eps=10^{-5}$

Si la convergence est assurée, les profils de vitesse, de température sont déterminés et nous calculons les nombres de Nusselt locaux et moyen .

CHAPITRE 999 : Formulation Numerique



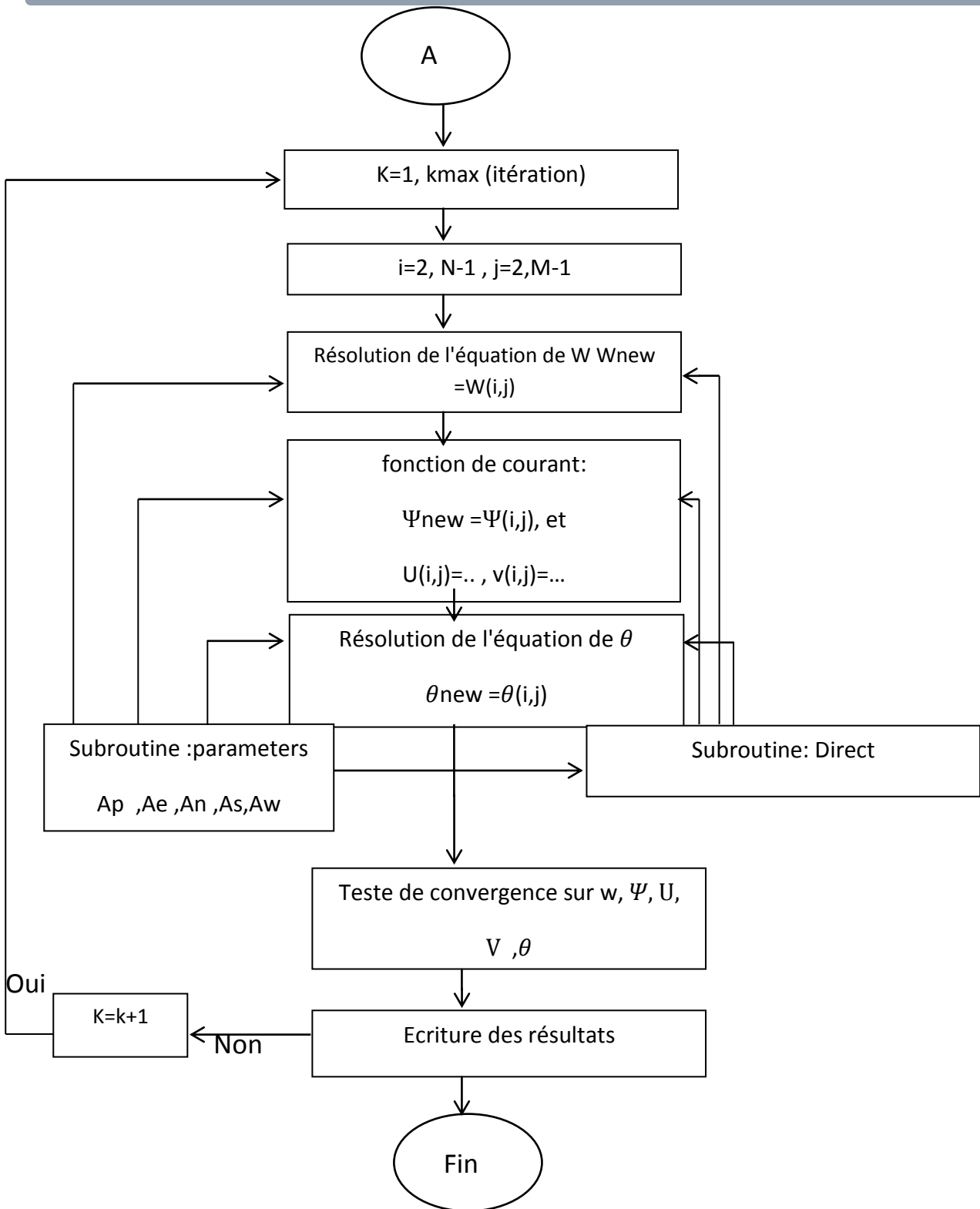


Figure III.2: Organigramme de calcul

CHAPITRE IV :

RESULTATS ET DISCUSSIONS

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter quelques résultats obtenus pour ce problème de la convection naturelle dont la formulation mathématique des équations gouvernantes qu'ils ont été établis dans les chapitres précédents.

Après avoir écrit le programme de calcul en langage Fortran nous allons étudier l'influence des quelques paramètres physiques comme le nombre de Rayleigh sur l'écoulement du fluide considéré l'air dans une cavité carrée bidimensionnelle.

Les résultats présentés sont issus des simulations effectuées en prenant un nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 et une source de chaleur occupant la longueur adimensionnelle de la paroi horizontale inférieure.

En outre, ces résultats obtenues sont présenter sous forme de la structure de l'écoulement (lignes de courant, isothermes, profile des composantes de vitesse ...ect).

4.2 CHOIX DU MAILLAGE DE LA GRILLE DE DISCRITISATION

Un calcul préliminaire du champ des températures pour ($Y=1/2$) en utilisant trois maillages différents a donné des résultats quasi identiques (Fig.4.2).

Les maillages testés sont :

- 1) $NXM = 121 \times 121$
- 2) $NXM = 111 \times 111$
- 3) $NXM = 91 \times 91$

Pour nos calculs, nous retenons le maillage n° 3

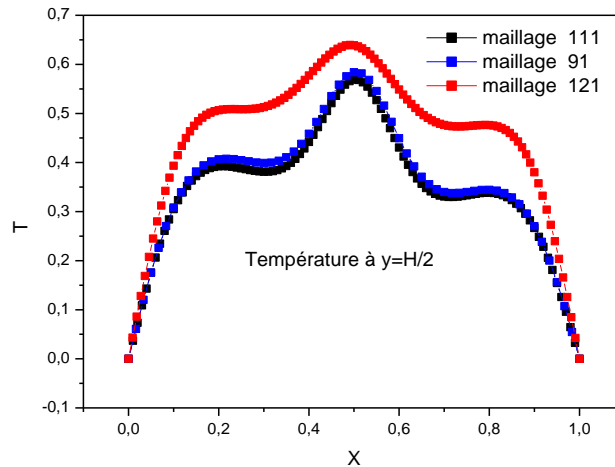


Figure 4.2: champ des températures pour différents maillages

4.3 Lignes de courant

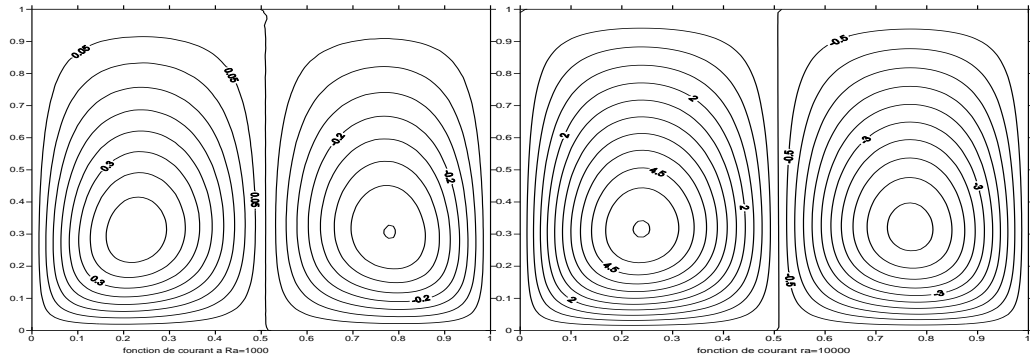
La figure (4.3) représente la structure des lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. On remarque une formation de deux cellules contrarotatives l'une tournée dans le sens des aiguilles d'une montre et la seconde tournée dans le sens contraire comme il est indiqué dans la figure (4.3.a) pour tous les cas.

On remarque aussi que la configuration présente un écoulement symétrique caractérisé par deux cellules contrarotatives identiques car les conditions aux limites sont symétriques.

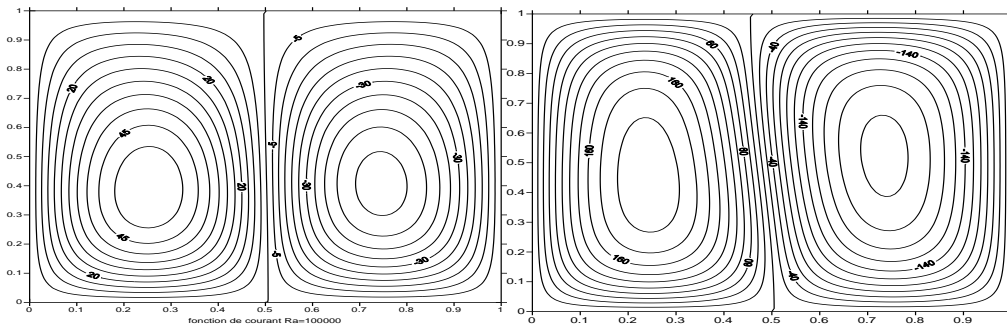
Ce phénomène physique peut être traduit comme le suit: Le fluide qui est chauffé par la paroi inférieure se déplace vers la paroi supérieure froide, où il se divise en deux flux, l'un se dirige vers la paroi froide verticale gauche et l'autre se dirige vers la paroi froide verticale droite, les deux cellules sont presque égales [43].

Il est à noter que pour un nombre de Rayleigh donné, les lignes de courant sont presque identiques lorsqu'on fait varier.

L'intensité de l'écoulement conserve, en conséquence, la même valeur pour un nombre Rayleigh fixe. On remarque qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente et les centres des lignes de courant se déplacent vers le haut.



(a)(b)



(c)

(d)

Figure 4.3 Lignes de courant pour des différentes valeurs du nombre de Rayleigh

(a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$, (d) $Ra=10^6$

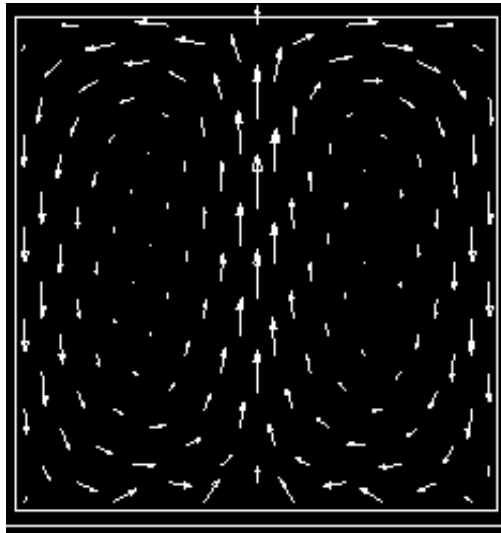


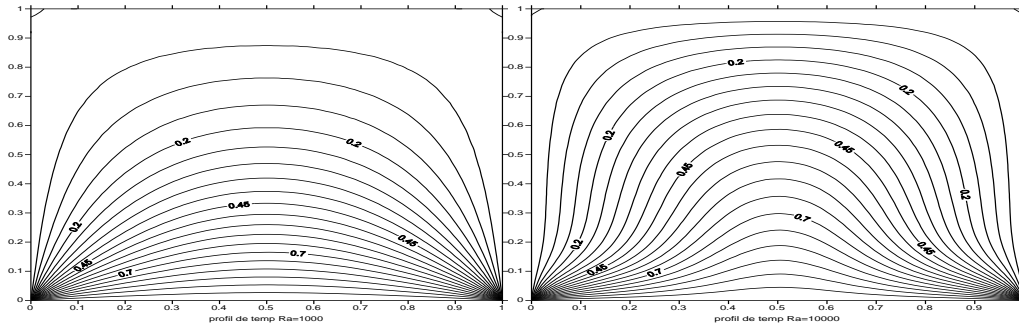
Figure 4.3.a structure de l'écoulement

4.4. Profile des températures (isothermes)

La figure (4.4) traduit le phénomène de la convection naturelle. Les isothermes présentées montrent que la chaleur récupérée de la source chaude (la base de la cavité) est transportée par convection naturelle vers le haut au milieu de l'enceinte par la paire de cellules au centre. C'est ce qui explique les températures relativement élevées dans la partie centrale de l'enceinte. La chaleur est évacuée de façon équitable à travers les deux parois latérales à cause de symétrie.

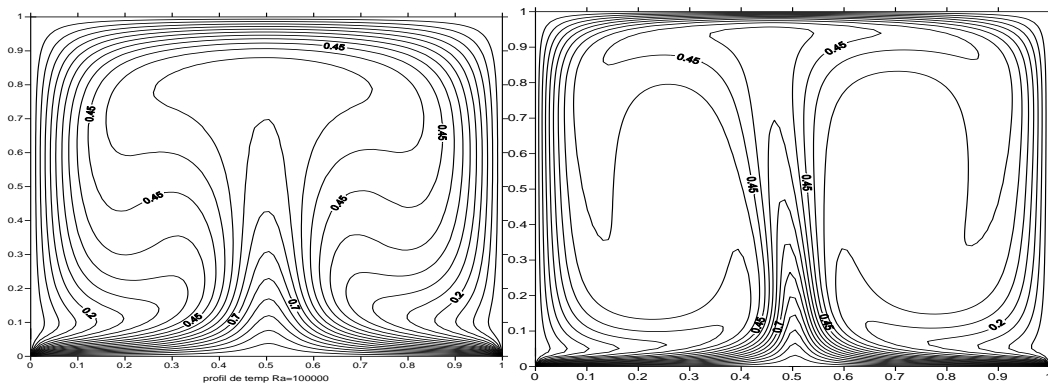
Pour $Ra = 10^3$, les isothermes deviennent presque des ellipses concentriques et ont une structure symétrique par rapport au plan vertical passant ainsi que ces isothermes montrent que le transfert de chaleur par conduction est prédominant (absence de transfert par convection).

Lorsque $Ra = 10^4$, la déformation des isothermes augmente. Lorsque $Ra = 10^6$, les couches limites thermiques deviennent plus minces et les isothermes deviennent stratifiées. L'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne le rapprochement des isothermes les unes des autres dans la zone située près de la paroi inférieure chauffée, c'est à dire que les gradients de température deviennent plus élevés à proximité de la paroi inférieure chauffée. Ceci implique une augmentation du transfert thermique à travers la paroi inférieure de l'enceinte pour un nombre de Rayleigh plus élevé. Par conséquent, les températures les plus élevées sont celles du fluide qui circule parallèlement à la paroi chauffée, tandis que les températures les plus basses sont celles du fluide qui circule parallèlement aux parois froides.. [43]



(a)

(b)



(c)

(d)

Figure 4.4: Structure des isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$, (d) $Ra=10^6$

4.5. Profil des vitesses verticales

La figure (4.5) illustre la structure des vitesses verticales de l'écoulement du fluide pour différents nombre de Rayleigh.

On remarque une descente du fluide au niveau des parois latérales froides et une ascension au niveau de la source chauffée comme montre aussi dans la figure (4.3.a). Cette montée augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et atteint son maximum au niveau du centre de la paroi chauffée, là où la température est maximale. Ceci est dû à l'augmentation de l'intensité des forces de poussée thermique et donc, à la prédominance du transfert thermique par convection.

4.6. Variation du nombre de Nusselt moyen :

La figure (4.6) représente la variation du nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh. Cette figure illustre que l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une augmentation du nombre de Nusselt moyen ceci implique une augmentation dans le gradient de température entre la paroi chaude et le fluide dans la cavité et cela conduit à une augmentation des forces de flottabilité.

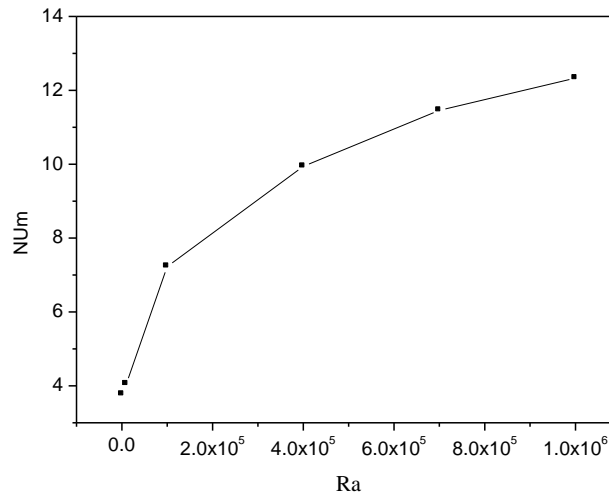


Figure 4.4 : Variation de Nombre de Nusselt moyen en fonction de Rayleigh

4.7. Nombre de Nusselt local :

La figure (4.7) illustre la variation du nombre de Nusselt local sur la paroi active (chaude) quelle que soit la valeur du nombre de Rayleigh.

on remarque dans cette figure des valeurs nulles du nombre de Nusselt au milieu de la partie chaude que c'est là où le gradient de température est le plus faible et le transfert de chaleur entre la paroi chaude et le fluide se fait uniquement par conduction, d'autre part, sa valeur maximale aux bornes de la source chauffée étant donné que ça correspond au contact du fluide froid provenant des parois latérales avec les extrémités de la source chauffée, ce qui donnera lieu aux plus forts gradients de température.

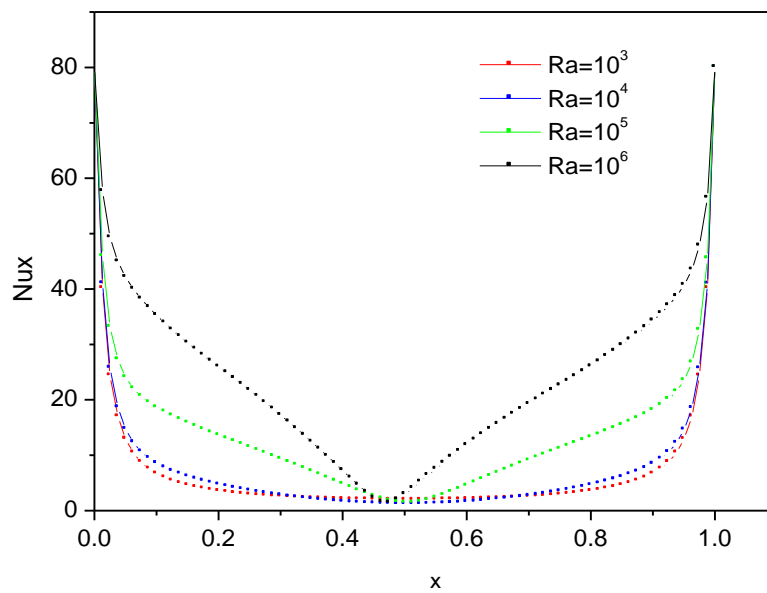


Figure 4.7: variation de nombre de Nusselt x en fonction de X

4.8. Variation de température le long de la paroi verticale

La figure (4.8) représente la variation de la température adimensionnelle le long de Y en fonction de X pour $Ra=10^5$, il nous montre chaque fois que nous nous éloignons de la paroi chaude, la température diminue ($T=0$, à $Y=1$) et l'inverse.

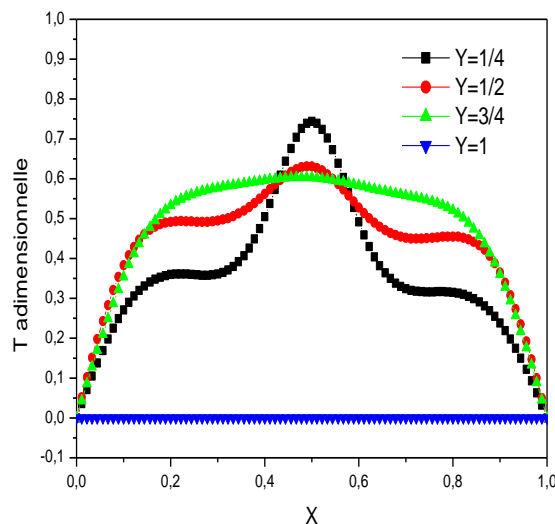


Figure 4.8: variation de température le long de la paroi verticale en fonction de X

4.9. Variation de la vitesse verticale le long de la paroi verticale

La figure (4.9) représente la variation de la vitesse adimensionnelle verticale le long de Y en fonction de X pour $Ra=10^6$. On remarque que la vitesse a un maximum au cœur de la cavité et négative près des parois latérales froides que ça correspond au contact du fluide froid. D'autre part, on remarque que la vitesse diminue chaque fois que nous nous éloignons de la partie chaude de la cavité.

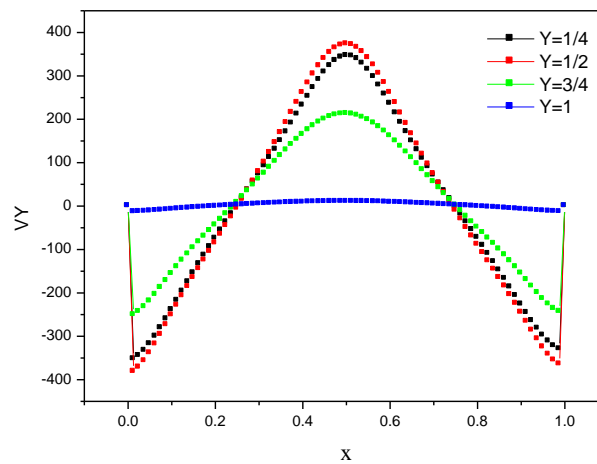


Figure 4.9 : variation de la vitesse le long de Y en fonction de x ($Ra=1000$)

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, nous avons présenté une étude numérique de transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'air. La base inférieure de cette cavité est maintenue chaude (comme source de chaleur) à une température T_p constante et les autres parois sont froides à une température T_o constante. La source peut maintenir la paroi inférieure à une température adimensionnelle $\theta = 1$ et les autres parois sont quant à elles maintenues à une température adimensionnelle $\theta = 0$ ce qui permet le refroidissement de l'enceinte à travers ces parois.

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ($Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$). La résolution des équations régissant l'écoulement et le transfert thermique a été approchée par la méthode des différences finies avec la méthode de relaxation. L'algorithme a été adopté pour traiter les champs de vitesse et de température.

Les résultats obtenus montrent que:

- Le fait d'augmenter le nombre de Rayleigh favorise le transfert thermique dans la cavité étant donné l'augmentation des courants de convection et donc, la vitesse.
- Pour un faible nombre de Rayleigh, de l'ordre de 10^4 on a remarqué presque la dominance du mode de transfert de chaleur par conduction. Au-delà de cette valeur, la convection domine et apparaît d'une manière plus claire pour $Ra = 10^5$.
- On a toujours deux cellules de convection contrairement à une cavité carrée.
- L'écoulement reste toujours laminaire pour la plage du nombre de Rayleigh considéré.
- Le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Torrance K.E. et Rockett J.A. "Numerical study of natural convection in an enclosure with localized heating from below". J. Fluid Mech, Vol. 36, pp. 33-54. (1969).
- [2] Chu H.H.-S., Churchill S.W. et Patterson C.V.S. "The effects of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional, laminar, natural convection channels". J. Heat Transfer, Vol. 98, pp. 1194-201. (1976).
- [3] T.H. Kuehn and R.J. Goldstein, *An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal cylinders*, "J. Fluid Mech, vol. 74, pp. 695-719, 1976.
- [4] T.H. Kuehn and R.J. Goldstein, *An experimental study of natural convection heat transfer in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli*, "ASME J. Heat Transfer, vol. 100, pp. 635-640, 1978
- [5] K. Shigeo, A. Bejan. "Experimental study of natural convection in a cavity rectangular with different end temperatures". Int. J. Heat Mass Transfer, 23, 1117-1126. (1980).
- [6] Kamotani Y, Wang L.W, et Ostrach S. "Natural convection heat transfer in a water layer with localized heating from below". in Natural Convection in Enclosures HTD, Vol. 26, pp. 43-8. (1983).
- [7] O.V. Trevisan and A. Bejan, *Natural convection with combined heat and mass transfer buoyancy effects in porous medium*, "Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 28, pp. 1597-1611, 1985.
- [8] R. Anderson, G. Lauriat. "The horizontal natural convection boundary layer regime in a closed cavity". in: Proceeding of 8th Int. Heat Transfer Conference, San Francisco, CA, pp. 1453-1458. (1986).
- [9] November M et Nansteel M.W. "Natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled along one side". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30 No. 11, pp. 2433-40. (1987).
- [10] P. Ranganathan and R. Viskanta, *Natural convection in a square cavity due to combined driving forces*, "Num. Heat Transfer, vol. 14, pp. 35-59, 1988.

References Bibliographiques

- [11] V. Sévélédér and J.P. Petit, *Flow structures induced by opposing forces in double diffusion natural convection in a cavity*, "Numerical Heat and mass Transfer Part A, vol. 15, pp. 431-444, 1989.
- [12] C. Béghein, F. Haghghat and F. Allard, *Numerical Study of Double Diffusive Natural Convection in a Square Cavity*, "Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 35, pp. 833-846, 1992.
- [13] J.W. Lee and J.M. Hyun, *Double diffusive convection in a rectangle with opposing horizontal temperature and concentration gradients*, "Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 33(8), pp. 1619-1632, 1990.
- [14] J.W. Lee and J.M. Hyun, *Double diffusive convection in a rectangle with cooperating horizontal temperature and concentration gradients*, "Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 33(8), pp. 1605-1617, 1990.
- [15] J.W. Lee and J.M. Hyun, *Time-dependent double diffusive in a stably stratified fluid under lateral heating*, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 34 (9), pp. 2409-2421, 1991.
- [16] M. Hasnaoui, E. Bilgen, P. Vasseour. *"Natural convection heat transfer in rectangular cavities partially heated from below"*. J. Thermophys. Heat Transfer, 6, 255– 264. (1992).
- [17] J.S. Hyung, K.C. Won and M.H. Jae, *Double diffusive convection in a rotating annulus with horizontal temperature and vertical solutal gradients*, "Int. J. Heat Mass Transfer, vol 36, pp. 3773-3782, 1993.
- [18] P.W. Shipp, M. Shoukri and M.B. Carver, *Double diffusive natural convection in a closed annulus*, "Num Heat Transfer, vol. 24, pp. 339-356, 1993.
- [19] P.W. Shipp, M. Shoukri and M.B. Carver, *Effect of thermal Rayleigh and Lewis numbers on double diffusive natural convection in closed annulus*, "Num Heat Transfer, vol. 24, pp. 451-465, 1993.
- [20] L.C. Lage et A. Bejan. *"The resonance of natural convection in an enclosure heat periodically from the side"*. Int. J. Heat Mass Transfer, 36, 2027– 2038. (1993).

References Bibliographiques

- [21] M.M. Ganzarolli, L.F. Milanez. "Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides". *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, 1063–1073. (1995).
- [22] R. Bennacer and D. Gobin, *Cooperating thermosolutal convection in enclosures-I. Scale analysis and mass transfer*, "Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 39(13), pp. 2671-2681, 1996.
- [23] V.A.F. Costa, *Double diffusive natural convection in a square enclosure with heat and mass diffusive walls*, "Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 40, pp. 4061-4071, 1997.
- [24] K. Ghorayeb and A. Mojtabi, *La convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire verticale fluide*, "C. R. Acad. Sci. Paris, t. 324, Heat transfer, Reactive media, Combustion, serie II, pp. 19-27, 1997.
- [25] H.S. Kwak et J. M. Hyun. "Resonant enhancement of natural convection heat transfer in a square enclosure". *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41, 2837– 2846. (1998).
- [26] R.A.V. Ramos, L.F. "Milanez, Numerical and experimental analysis of natural convection in cavity heated from below". *Proceedings of 11th IHTC*, vol. 3, Kyongju, Korea. (1998).
- [27] K. Ghorayeb, H. Khallouf and A. Mojtabi, *Onset of oscillatory flows in double-diffusive convection*, "Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 42, pp. 629-643, 1999.
- [28] I. Sezai and A.A. Mohamad, *Double diffusive convection in a cubic enclosure with opposing temperature and concentration gradient*, "Phys. Fluids, vol. 12, pp. 2210-2223, 2000.
- [29] D. Akrou, M. Betrouni, D. Kalache, S. Hamaili and N. Chabane-Chaouche, *Etude instationnaire d'écoulement en double diffusion avec gradient opposé en température et en concentration*, "Rev. Energ. Ren, pp. 99-104, 2000.
- [30] D. Akrou, "Effet d'hystérésis en convection thermosolutale avec des gradients croisés: Etang de stockage", "Rev. Energ. Ren, vol. 3, pp. 39- 47, 2000.
- [31] O. Aydin et W. Yang. "Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides". *Int. J. Numerical methods for heat & Fluid flow*, vol. 10 No.5, pp. 518–529.(2000).

References Bibliographiques

- [32] S. Benissaad and M. Afrid, *Influence du nombre de Grashof sur la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte rectangulaire à faible rapport de forme*", Entropie, vol. 242, pp. 44-55, 2002.
- [33] J.H. Jang, W.M. Yan and H.C. Liu, *Natural convection heat and mass transfer along a vertical wavy surface*", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 46, pp. 1075-1083, 2003.
- [34] I.E. Sarris, I. Lekakis, N.S. Vlachos. *"Natural convection in rectangular tanks heated locally from below"*. Int. J. Heat and Mass Transfer, 47, 3549–3563. (2004).
- [35] M. Bourich, M. Hasnaoui, A. Amahmid. *"Double-diffusive natural convection in a porous enclosure partially heated from below and differentially salted"*. Int. J. Heat Fluid Flow 25 (6), 1034–1046. (2004).
- [36] B. Calcagni, F. Marsili, M. Paroncini. *"Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below"*. Applied thermal engineering, 25, 2522–2531. (2005).
- [37] A. Abidi, L. Kolsi, M.N. Borjini and H. Ben Aissia, *Etude numérique de la convection naturelle doublement diffusive dans une cavité cubique : Effets des conditions sur les parois horizontales*, "13èmes Journées Internationales de Thermique, Albi, France, du 28 au 30 Août 2007.
- [38] S. Benissaad, M. Afrid and Z. Nemouchi, *Simulation tridimensionnelle de la convection naturelle à double diffusion dans le cas opposant*", Sciences & Technologie A, vol. 25, pp. 37-47, 2007.
- [39] A. Sharma, K. Velusamy, C. Balaji. *"Turbulent natural convection in an enclosure with localized heating from below"*. Int. J. Thermal sciences, vol.46, pp. 1232-1241. (2007).
- [40] G.V. Kuznetsov and M.A. Sheremet, *A numerical simulation of double-diffusive conjugate natural convection in an enclosure*, "Int. J. Thermal.Sci, vol. 50, pp. 1878-1886, 2011.
- [41] R. Nikbakhti and A. B. Rahimi, *Double-diffusive natural convection in a rectangular cavity with partially thermally active side walls*, "Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers, vol. 43 (4), pp. 535-541, 2012.

References Bibliographiques

[42] A. Teamah, A.F. Elsafty and E.Z. Massoud, *Numerical simulation of double-diffusive natural convective flow in an inclined rectangular enclosure in the presence of magnetic field and heat source*, Int. J. Therm. Sci, vol. 52, pp. 161-175, 2012.

[43] F. ZOUIRI, M.A. OULMANE, N. LABSI, Y.K. BENKAHLA, A. BOUTRA. "*Convection naturelle au sein d'une cavité carrée munie d'une source chauffante placée sur sa paroi inférieure*". 23^{ème} Congrès Français de Mécanique; Lille, 28 Août au 1er Septembre 2017

Résumé

Dans ce travail, nous avons présenté une étude numérique de la convection naturelle thermique laminaire et permanente dans une cavité carrée fermée. Les équations adimensionnelles de la vorticité et de l'énergie ainsi les conditions aux limites ont été discr t s es avec la méthode numérique des différences finies. Le système des équations algébriques ainsi obtenues a été résolu par la méthode itérative utilisant l'algorithme de Gauss-Seidel avec relaxation.

Les résultats sont présentés sous forme des isothermes , des vitesses verticales et des lignes de courant ainsi que le Nombre de Nusselt en fonction des quelques valeurs du nombre de Rayleigh (de 10^3 à 10^6).

Les résultats obtenus montrent que d'augmentation de nombre de Rayleigh augmente le transfert thermique par convection dans la cavité.

Convection naturelle thermique ,cavité fermé , vorticité , différences finies.

ملخص

لقد قمنا في هذا العمل بدراسة عددية للحمل الحراري الصفحي والمستقر في وعاء مربع مغلق.  ن المعادلات اللا بعدية للدوامة والطاقة وكذلك الشروط الحدية تم فصلهم بالطريقة العددية باستخدام الاختلافات المحدودة. من جهة ثانية,  ن نظام المعادلات الجبرية التي تم الحصول عليها تم حلها بالطريقة التكرارية وذلك باستخدام خوارزمية غوس سايدل مع الاسترخاء.

وقد تم عرض النتائج المتحصل عليها على شكل بيانات لدرجة الحرارة و السرعات العمودية وخطوط التيار (التدفق) وكذلك عدد نسلت بدلالة بعض القيم لعدد رايلي (من 103   106).

تظهر النتائج التي تم الحصول عليها  ن زيادة عدد رايلي يزيد من عملية النقل الحراري بالحمل داخل التجويف المغلق.

الحمل الحراري الطبيعي ,تجويف مغلق ,الدوامة ,الفروق المنتهية .

Abstract

In this present work, a numerical study of laminar and permanent thermal natural convection in a closed square cavity is presented. The dimensionless equations of the vorticity and the energy thus the boundary conditions were discretized with the numerical method of the finite differences scheme. The system of algebraic equations thus obtained was solved by the iterative method using the Gauss-Seidel algorithm with relaxation.

The results are presented in the form of isotherms of vertical velocities and stream lines as well as the number of Nusselt as a function of the effective parameters which are the Rayleigh number.

The results obtained show that increasing of the Rayleigh number increases the convective heat transfer in the enclosure.

Natural thermal convection ,closed cavity ,vorticity , finite differences .