

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET

DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME  
DE MASTER EN GENIE ELECTRIQUE  
SPECIALITE: COMMANDE DES MACHINES TOURNANTES

## THEME

---

# Commande Robuste Optimale d'ordre Fractionnaire basée sur la "Fractionalisation" de Correcteur PID Classique

---

Proposé et dirigé par:  
**Dr. IDIR Abdelhakim**

Présentée par :

**Bouguerra khouloud  
Mansor Souad**

Année Universitaire: 2021/2022



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# Remerciement



la première personne que je veux remercier est mon superviseur Mr

**Idir Abdelhakim** pour ses conseils, sa confiance et sa patience

Une forme de contribution importante sans laquelle ce travail n'aurait pas

été possible.

Au bon port vous trouvez dans cette oeuvre un hommage vivant à

lui haute personnalité.

Pour tous ceux qui m'ont beaucoup appris pendant ces 5 années d'université

Merci beaucoup

# Dédicace

الحمد لله حمدا كثيرا طيبا مباركا فيه سبحانه لا نحصي ثناء عليك أنت كما أثنيت على نفسك خلقت فأبدعت

وأعطيت فأفضت ، فلا حصر لنعمك ولا حدود لفضلك ، و صلى الله و سلم على أشرف عبادك خاتم المرسلين

محمد بن عبد الله الأمين...الحمد لله الذي وفقني لإكمال مشواري الدراسي الطويل بصحة و عافية

هنا لست أهدي ورقا ... لكنني أهدي تعباً و أرقا.....

إلى الذي بذل عمره و جهده و ماله في سبيل تعليمي إلى الذي أعطاني من حبه الكثير حتى وصلت إلى ما وصلت .. إلى

من سعى لأنعم بالراحة إلى الذي لم يبخل بشيء من أجل دفعي إلى طريق النجاح إلى الذي علمني أن أرتقي سلم

الحياة بحكمة و صبر - أبي الصبور

إلى التي لم تدخر نفسا في تربيتي .. إلى الينبوع الذي لا يمل العطاء إلى من حاكت سعادتي بخيوط منسوجة من قلبها

إلى أعلى إنسانة في حياتي إلى التي أنارت دربي بنصائحها، و كانت بحرا صافيا يحيي بفيض الحب إلى من زينت حياتي

بضياء البدر، إلى من منحتني القوة لمواصلة الدرب - أمي الحنون

إلى سندي العظيم .. قوتي و ضلعي الثابت الذي لا يميل إلى العصيد بعد الله - إلى إخوتي ... إلى كل عائلتي وكل من

عرف اسمي طيلة مشواري الدراسي من زملائي و اساتذة

. شكرا جزيلا .

# Sommaire

Remerciement

Dédicace

Sommaire

Symboles et abréviations

Liste des figures

Liste des tableaux

Thème	Page
<b>Introduction Générale</b>	<b>01</b>
<b>Chapiter01: Théorie sur les systèmes fractionnaires</b>	
I.1 Introduction	10
I.2 Les opérateurs d'ordre fractionnaire	10
I.2.1 Définition de Grundwald-Leitnikov	11
I.2.2 Définition de Riemann-Liouville	12
I.2.2.1 Définition1	12
I.2.2.2 Définition2	12
I.2.3 Définition de Caputo	12
I.3 Propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire	13
I.4 La transformation de Laplace des opérateurs d'ordre fractionnaire	13
I.4.1 La transformation de Laplace de l'intégral d'ordre fractionnaire	14
I.4.2 Transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire	14
I.4.2.1 Définition de Riemann-Liouville	14
I.4.2.2 Définition de Caputo	15
I.4.2.3 Définition de Grundwald-leitnikov	15
I.5 Modélisation des systèmes d'ordre fractionnaire	15
I.5.1 Équation différentielle d'ordre fractionnaire	15
I.5.2 Représentation d'état d'ordre fractionnaire	16

# Sommaire

I.6 Stabilité des systèmes fractionnaires	<b>18</b>
I.7 Domaines d'application	<b>19</b>
I.8 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire	<b>19</b>
I.8.1 Méthode Générale d'approximation des opérateurs intégrro-différentiels d'ordre fractionnaire	<b>19</b>
I.9 Méthode d'Oustaloup	<b>20</b>
I.10 Conclusion	<b>21</b>
<b>Chapiter02: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation</b>	
II.1 Introduction	<b>23</b>
II.2 Contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire	<b>23</b>
II.2.1 Principe de fonctionnement	<b>23</b>
II.2.2 Définition de Riemann-Liouville	<b>24</b>
II.3 La fractionalisation des Correcteurs PI et PID	<b>25</b>
II.4 Approximation d'Oustaloup	<b>27</b>
II.4.1 Approximation d'Oustaloup	<b>27</b>
II.4.2 Approximation de Matsuda	<b>28</b>
II.5 Analyse de domaine fréquentiel d'un intégrateur fractionnalisé	<b>29</b>
II.6 Méthode de réduction de l'ordre de modèle	<b>31</b>
II.7 Conclusion	<b>34</b>
<b>Chapiter03: Application &amp; Résultats de Simulation</b>	
III.1 Introduction	<b>35</b>
III. 2 Modélisation du Moteur à Courant Contenu (MCC)	<b>35</b>
III.3 Analyse du domaine fréquentiel d'un intégrateur fractionnalisé	<b>37</b>
III.4 Contrôleur PID fractionnalisé basé sur l'algorithme GWO	<b>38</b>
III.4.1 Méthodes d'optimisation du loup gris (GWO)	<b>38</b>
III.4.2 Principe de la méthode	<b>38</b>
III.4.3 Contrôleur PID fractionnalisé	<b>41</b>

# Sommaire

III.5 Résultat de simulation	42
III.6 Conclusion	46
Conclusion Générale	47
Références bibliographiques	48

## Symboles et abréviations

Symbole	Signification
$u(t)$	Tension appliquée au moteur
$i(t)$	le courant d'induit
$L$	Inductance
$R$	la résistance de l'induit
$\Omega (t)$	Vitesse de rotation du rotor
$e(t)$	erreur
$\theta(t)$	la position
$\vec{X}_P$	le vecteur de position de la proie
$\vec{X}(t)$	le vecteur de position du loup
$\vec{X}_\alpha$	représente la position de l'alpha
$\vec{X}_\beta$	indique le La position de la bêta
$\vec{X}_\delta$	la position de delta
$\vec{C}_1, \vec{C}_2, \vec{C}_3$	Vecteurs aléatoires
$\vec{X}$	indique la position de la solution actuelle
$\vec{D}$	la distance qui dépend de la localisation de la proie
$r_1, r_2$	variables aléatoires
$Gr$	le modèle d'ordre réduit
$Ce$	Couple électromagnétique
$J$	Critère de performance
$F$	Coefficient de frottement visqueux
$U(s)$	le signal de commande
$R(s)$	le signal de référence
$x(t)$	le signal de d'entrée
$Y (s)$	le signal de sortie
$C (s)$	la fonction de transfert du correcteur
$G (s)$	la fonction de transfert de système
$K_P$	Gain proportionnel
$K_i$	Gain intégral

## Symboles et abréviations

$K_d$	Gain dérivé
$T_i$	Constante d'intégration
$T_d$	Constante de dérivation
$T$	constante de temps
$L$	Retard
$N$	le nombre de termes dans l'expansion
$T_{cr}$	période d'oscillation
$G_{mcc}$	la fonction de transfert du moteur mcc
$\Gamma$	la fonction Gamma
$E$	La fonction de Mittag-Leffler
$D_t^\alpha$	Dérivation non entière
$I_t^\alpha$	Intégration non entière
$PI^\lambda D^\mu$	correcteurs d'ordre fractionnaire
$\lambda$	l'ordre d'intégration
$\mu$	l'ordre de dérivation
$C_{frac}$	la fonction de transfert du contrôleur fractionnalisée,

## Liste des figures

<b>Figure II.1 :</b> Correcteur $PI\alpha D\mu$ d'ordre fractionnaire sur le plan $(\alpha, \mu)$ .....	24
<b>Figure II.2:</b> Système de commande à retour unitaire classique.....	25
<b>Figure II.3:</b> Fractionalisation d'un intégrateur.....	26
<b>Figure II.4:</b> Système asservi de l'intégrateur fractionné.....	30
<b>Figure II.5:</b> Diagramme de Bode et de phase avec le filtre d'Oustaloup intégrateur pur Vs intégrateur fractionné.....	30
<b>Figure II.6:</b> Comparaison entre un intégrateur entier et un intégrateur fractionné.....	31
<b>Figure II.7:</b> Signal d'erreur pour le modèle réduit.....	32
<b>Figure II.8:</b> Réponses indicielles du modèle initial et les modèles réduits.....	34
<b>Figure III.1:</b> Modèle MCC.....	36
<b>Figure III.2:</b> Schéma équivalent de MCC avec un contrôleur PID classique.....	36
<b>Figure III.3:</b> Diagramme de Bode comparant l'intégration $\frac{1}{s}$ avec les approximations d'Oustaloup et de Matsuda $G_{0.3}(s) \times G_{0.7}(s)$ .....	37
<b>Figure III.4:</b> La hiérarchie des loups gris.....	39
<b>Figure III.5:</b> mécanisme de positionnement de l'agent de recherche et de l'effet de ce qui le présente.....	40
<b>Figure III.6:</b> Organigramme de la méthode GWO.....	40
<b>Figure. III.7:</b> Approche PID fractionné basé sur GWO le contrôle du MCC.....	41
<b>Figure III.8:</b> Réponse indiciale -Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionné pour $\alpha=0,1$ .....	43
<b>Figure III.9:</b> Tracé de Bode -Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionné pour $\alpha=0,1$ .....	44

## Liste des figures

- 
- Figure III.10:** Rejet de perturbation-Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionalisé **pour  $\alpha=0,1$** .....44
- Figure III.11:** Réponse indicielle -Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionalisé **pour  $\alpha=0,2$** .....44
- Figure III.12:** Tracé de Bode -Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionalisé **pour  $\alpha=0,2$** .....45
- Figure III.13:** Rejet de perturbation-Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionalisé **pour  $\alpha=0,2$** .....45

## Liste des tableaux

---

<b>Table III.1.</b> DC motor parameters.....	36
<b>Table III.2.</b> Résultats des réponses transitoires pour $\alpha = 0.1$ .....	46
<b>Table III.3.</b> Résultats des réponses transitoires pour $\alpha = 0.2$ .....	46

## Introduction Générale

---

Le correcteur **PID** est la technique la plus utilisée dans la commande des processus industriels pour des décennies, Les méthodes classiques de l'automatique ont été largement appliquées dans de nombreux problèmes de régulation industrielle. Les automaticiens commencent à s'intéresser aux nouvelles approches de commande telles que la commande adaptative, la commande prédictive, la commande robuste, ainsi que les techniques basées sur l'intelligence artificielle. [1]

Tustin et al ont proposé une fonction de transfert d'ordre fractionnaire en boucle ouverte afin de garder une marge de phase appropriée autour et au-dessous de la fréquence du gain unité [2]. Il a suggéré que le correcteur doit être conçu tel que la fonction de transfert globale en boucle ouverte soit une intégrale d'ordre fractionnaire dite fonction de transfert idéale de Bode [2].

L'idée d'employer le calcul fractionnaire dans les boucles de contrôle des systèmes datait du début des années 60. Oustaloup a développé la Commande Robuste d'Ordre non Entier (**CRONE**) et a appliqué cette technique dans de divers domaines des systèmes de commande [3].

En profitant des propriétés avantageuses des systèmes d'ordre fractionnaire, ce régulateur permettait d'assurer la robustesse de la commande dans une bande de fréquences donnée. Depuis cette initiative, la commande d'ordre fractionnaire captiva l'intérêt de beaucoup de chercheurs. En 1999, Podlubny a proposé le régulateur  $I^\lambda D^\mu$ , une généralisation du correcteur **PID** classique, comprenant une intégration fractionnaire d'ordre  $\lambda$  et une dérivation fractionnaire d'ordre  $\mu$  [4].

Le problème d'identifier un système à partir de données réelles devient difficile lorsque l'ordre fractionnaire est introduit. Pour un modèle entier, une fois l'ordre maximal du système identifier est fixé, les paramètres du modèle peuvent êtres optimisés directement, alors, que l'identification des systèmes d'ordre fractionnaire nécessite le choix du nombre d'opérateurs fractionnaire, la puissance fractionnaire de chaque opérateur et les coefficients des opérateurs [5].

La méthode de GWO, dite méthode des loups gris (Grey Wolf optimisation), est inspirée du comportement intelligent de la social des loups gris lorsqu'ils attaquent une proie. L'algorithme imite la hiérarchie du leadership et le mécanisme de chasse des loups gris dans la nature [6].

## Introduction Générale

---

Dans ce mémoire de fin d'études, nous nous sommes intéressés à l'amélioration des performances de moteur à courant continu en utilisant l'approche de fractionalisation de l'ordre l'intégral. Ensuite le contrôleur PID fractionalisé est optimisé via la méthode d'optimisation de loup de gris (GWO/FPID).

Ce mémoire comporte trois chapitres:

Le premier chapitre, est consacré aux notions de base des opérateurs d'ordre fractionnaire. On présente les définitions mathématiques de la dérivée et l'intégrale d'ordre fractionnaire ainsi que leur transformée de Laplace. On a introduit aussi les opérateurs d'ordre fractionnaire et leur approximation par des fonctions rationnelles avec la méthode d'Oustaloup.

Le deuxième chapitre, est basé sur le remplacement d'un intégrateur d'ordre entier par une cascade de fonctions d'ordre fractionnaire ainsi la présentation de la méthode proposée pour la commande de MC en utilisant un correcteurs **PID** d'ordre fractionnaire basé sur l'approche « fractionalisation ».

Le dernier chapitre, est dédié à l'application de la commande PID fractionalisé basée sur l'algorithme d'optimisation de loup de gris (**GWO**) pour la recherche des paramètres optimaux des correcteurs **PID** classique et **PID** fractionalisé, et on termine ce mémoire par une conclusion et quelques perspectives.

## I.1 Introduction

Le Calcul d'ordre fractionnaire est un domaine des mathématiques qui traite des dérivés et intégrales des ordres non entiers. Il est considéré comme un sujet ancien et encore nouveau. Durant les dernières décennies, le calcul fractionnaire s'est développé et a pris de l'importance aussi bien dans le domaine des mathématiques que dans des applications scientifiques.

Dans ce chapitre, nous allons définir les notions de base des opérateurs et des systèmes d'ordre fractionnaire, les propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire, l'approximation analogique des opérateurs d'ordre fractionnaire et les méthodes d'approximations des opérateurs d'ordre fractionnaire.

## I.2 Les opérateurs d'ordre fractionnaire

Le calcul fractionnaire est une généralisation de l'intégration et de la différentiation à l'opérateur fondamental d'ordre non entier ( $\alpha$ ) noté  ${}_{t_0}D_t^\alpha$  ; où  $t_0$  et  $t$  sont des limites de l'opération. L'opérateur intégral-différentiel continu est défini comme [7]:

$${}_{t_0}D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \dots \dots \dots \alpha > 0 \\ 1 \dots \dots \dots \alpha = 0 \\ \int_{t_0}^t (dt)^{-\alpha} \dots \dots \dots \alpha < 0 \end{cases} \dots \dots \dots (I.1)$$

Où  $\alpha \in \mathbb{R}$  est l'ordre de l'opération. Il existe plusieurs définitions mathématiques pour l'intégration et la dérivation d'ordre fractionnaire. Les plus connues sont la définition de Grundwald-Leitnikov, la définition de Riemann-Liouville et définition de Caputo. Ces définitions ne donnent pas toujours des résultats identiques mais elles sont équivalentes pour un large panel de fonctions.

### I.2.1 Définition de Grundwald-Leitnikov

Soit  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  ;  $t_0 \in \mathbb{R}$  et  $f$  une fonction localement intégrable définie sur  $[t_0, +\infty]$  La définition de Grundwald-Leitnikov, notée G-L, de la dérivée d'ordre fractionnaire  $\alpha$  de la fonction  $f$  de borne inférieure  $t_0$  est donnée par [7].

$${}^{GL}D_t^\alpha f(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{t-t_0}{h} \rfloor} (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(t - kh) \dots \dots \dots (I.2)$$

Où [7] dénote la partie entière,  $h$  est le temps d'échantillonnage et les coefficients  $\binom{\alpha}{k}$  sont données par:

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\Gamma(k + 1)\Gamma(\alpha - k + 1)} \dots \dots \dots (I.3)$$

Où est la fonction gamma d'Euler définit par

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy, \alpha > 0 \dots \dots \dots (I.4)$$

Avec  $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha)$  et  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$

La définition de l'intégration de G-L d'ordre fractionnaire est formulée comme suit:

$${}^{GL}I_t^\alpha f(t) = {}^{GL}D_T^{-\alpha} f(t) = \lim_{K \rightarrow \infty} h^\alpha \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{t-t_0}{h} \rfloor} (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(t - Kh) \dots \dots \dots (I.5)$$

## **I.2.2 Définition de Riemann-Liouville**

### **I.2.2.1 Définition1:**

L'intégrale d'ordre fractionnaire  $\alpha$  de la fonction  $f$  de borne inférieure  $t_0$  selon la définition de Riemann-Liouville est donnée par [7]

$${}^{RL}I_{t_0}^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_0}^t (t - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \dots \dots \dots (I. 6)$$

Avec  $t \geq t_0$ .

### **I.2.2.2 Définition2:**

La dérivée d'ordre fractionnaire  $\alpha$  de la fonction  $f$  de borne inférieure  $t_0$  selon la définition de Riemann-Liouville est définie par[7].

$${}^{RL}D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^t (t - \tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \dots \dots \dots (I. 7)$$

Où le nombre  $n$  est un entier tel que  $n - 1 < \alpha < n$

## **I.2.3 Définition de Caputo:**

La dérivée d'ordre fractionnaire  $\alpha$  de la fonction  $f$  de borne inférieure  $t_0$  introduite par Caputo est définie par[8]

$${}^cD_t^{\alpha} f(t) = I^{n-\alpha} D^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \int_{t_0}^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \dots \dots \dots (I. 8)$$

Avec  $n$  est un entier positif vérifiant l'inégalité  $(n-1) < \alpha < n$ . Cette définition peut être formulé également en fonction de la définition de Riemann-Liouville comme suit:

$${}^{RL}D_t^{\alpha} f(t) = {}^cD_t^{\alpha} f(t) + \sum_{K=0}^{n-1} \frac{t^{K-\alpha}}{\Gamma(n - \alpha + 1)} f^{(K)}(0^+) \dots \dots \dots (I. 9)$$

## Remarque:

Dans ce qui suit, pour simplifier l'écriture on notera  $D^\alpha$  pour  ${}_{t_0}D_t^\alpha$  et  $I_t^\alpha$  pour  ${}_{t_0}I_t^\alpha$

## I.3. Propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire

Les principales propriétés des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire sont les suivantes [9].

Si  $f(z)$  est une fonction analytique de  $z$ , alors sa dérivée d'ordre fractionnaire  $D^\alpha f(z)$  est une fonction analytique de  $z$  et  $\alpha$ .

Pour  $\alpha = n$ , où  $n$  est un entier, l'opération  $D^n f(z)$  donne le même résultat que la différentiation classique d'ordre entier  $n$ .

Pour  $\alpha = 0$  l'opération  $D^0 f(z)$  est l'opérateur identité :  $D^0 f(z) = f(z)$

La différentiation et l'intégration d'ordre fractionnaire sont des opérations linéaires:

$$D^\alpha (af(z) + bg(z)) = aD^\alpha f(z) + bD^\alpha g(z)$$

La loi additive (propriété du semi groupe) :  $D^\alpha D^\beta f(z) = D^\alpha D^\beta f(z) = D^{\alpha+\beta} f(z)$

est valable sous certaines contraintes sur la fonction  $f(z)$ .

## I.4 La transformation de Laplace des opérateurs d'ordre fractionnaires:

Les définitions des opérateurs de dérivation et d'intégrale d'ordre fractionnaire définis antérieurement dans le domaine temporelle se basent sur des formalismes un peu compliqués. Dans le domaine de Laplace, elles sont caractérisées par une simplicité remarquable.

### **I.4.1 La transformation de Laplace de l'intégral d'ordre fractionnaire.**

D'après l'intégrale d'ordre fractionnaire de Riemann-Liouville d'ordre  $\alpha > 0$ , définie par équation (I.5) ; qui peut être écrite comme un produit de convolution de fonction

$$g(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \quad [8] \text{ et } (t) :$$

$$I^\alpha f(t) = D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \cdot f(t) \dots \dots \dots (I.10)$$

La transformée de Laplace de la fonction  $t^{\alpha-1}$  est donnée comme [2].

$$G(s) = L\{t^{\alpha-1}\} = \Gamma(\alpha) s^{-\alpha} \dots \dots \dots (I.11)$$

Donc la transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire de Riemann-Liouville est [10].

$$L\{I^\alpha(f(t))\} = s^{-\alpha} F(s) \dots \dots \dots (I.12)$$

De la même façon la transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire défini par Gröndwald-Leitnikov ou par Caputo est aussi donnée par l'équation (I.15).

### **I.4.2 Transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire**

#### **I.4.2.1 Définition de Riemann-Liouville :**

La transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire défini par Riemann-Liouville est donnée par:

$$L\{D^\alpha f(t)\} = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k [D^{k-\alpha+1} f(t)]_{t=0} \dots \dots \dots (I.13)$$

avec  $(n-1) < \alpha < n$  ; mais l'applicabilité pratique de la transformée de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville est limitée à cause de l'absence d'interprétation physique des valeurs limites des dérivées d'ordre fractionnaire pour  $t = 0$  [7].

#### **I.4.2.2 Définition de Caputo:**

La transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire défini par Caputo est donnée par:

$$L\{D^\alpha f(t)\} = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\alpha-k-1} f^{(k)}(0) \dots \dots \dots (I. 14)$$

Avec  $\alpha > 0$ . L'avantage principal de la définition de Caputo par rapport à celle de Riemann Liouville est qu'elle permet de considérer des conditions initiales conventionnelles faciles à interpréter. En plus, la dérivée de Caputo d'une constante est zéro, alors que la dérivée de Riemann-Liouville d'une constante est une fonction non bornée à  $t = 0$ , [7].

### I.4.2.3 Définition de Grundwald-Leitnikov:

La transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire défini par Grundwald-Leitnikov est donnée par:

$$L\{D^\alpha f(t)\} = s^\alpha F(s) \quad \alpha > 0 \dots \dots \dots (I. 15)$$

## I.5 Modélisation des systèmes d'ordre fractionnaire

Comme dans le cas entier, il existe différents modèles qui représentent les systèmes d'ordre fractionnaire on cite principalement:

### I.5.1 Équation différentielle d'ordre fractionnaire

Un système d'ordre non entier linéaire mono-variable temps invariant d'entrée  $u(t)$  et de sortie  $y(t)$  est décrit par l'équation suivante:

$$a_n D^{a_n} y(t) + \dots + a_0 D^{a_0} y(t) = b_m D^{b_m} u(t) + \dots + b_0 D^{b_0} u(t) \dots \dots \dots (I. 16)$$

Si tous les ordres de dérivation sont des multiples entiers de l'ordre de base  $\alpha$ , c'est-à-dire,  $(a_k, b_k) \in \mathcal{R}^+$ , le système est dit commensurable et l'équation (I.16) devient:

$$\sum_{k=0}^n a_k D^{k\alpha} y(t) = \sum_{k=0}^m b_k D^{k\alpha} u(t) \quad (I. 17)$$

Si dans (I.17)  $\alpha = \frac{1}{q}$ ,  $q \in \mathbb{Z}^+$ , le système sera d'ordre rationnel.

En appliquant la transformée de Laplace à de telles équations, et en supposant les conditions initiales nulles, nous obtenons des fonctions de transfert avec des puissances d'ordre non entier de la variable complexe de Laplace.



# Chapitre1: Théorie sur les systèmes fractionnaire

$$X(s) = G(s)U(s), G(s) = C(s^\alpha I_n - A)^{-1}B + D \quad (I.22)$$

Où  $I_n$  est la matrice identité de dimension  $(n \times n)$  et  $G(s)$  représente la matrice de transfert de dimension  $p$  lignes et  $m$  colonnes. Son numérateur et son dénominateur sont des polynômes exprimés en termes de puissance entières de  $s^\alpha$ .

– Dans le cas non linéaire, la représentation d'état est donnée par

$$\begin{cases} D^\alpha x(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = \psi(x(t)) \end{cases} \quad (I.23)$$

$f(\cdot)$  et  $\psi(\cdot)$  : étant les fonctions non linéaires.

$D^\alpha$  : étant l'opérateur de la dérivée d'ordre  $\alpha$ .

## ☞ *Systèmes discrets*

– Dans le cas linéaire

– Le système linéaire d'ordre fractionnaire est représenté par le modèle d'état linéaire d'ordre fractionnaire à temps discret comme suit: [11]

$$\begin{cases} \Delta^\alpha x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases} \quad (I.24)$$

$$\Delta^\alpha x(k+1) = [\Delta^\alpha x_1(k+1) \quad \Delta^\alpha x_2(k+1) \quad \dots \quad \Delta^\alpha x_n(k+1)]^T$$

$\Delta^\alpha$  : étant l'opérateur de la différence d'ordre  $\alpha$ ,  $x(k) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$ ,  $y(k) \in \mathbb{R}^p$  sont respectivement les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie et  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$ .

– Le système non linéaire d'ordre fractionnaire est représenté par le modèle d'état non linéaire d'ordre fractionnaire à temps discret comme suit :

$$\begin{cases} D^\alpha x(k+1) = f(x(k), u(k)) \\ y(k) = \psi(x(k)) \end{cases} \quad (I.25)$$

$f(\cdot)$  et  $\psi(\cdot)$  : étant les fonctions non linéaires.

$D^\alpha$  : étant l'opérateur de la dérivée d'ordre  $\alpha$ .

## **I.6 Stabilité des systèmes fractionnaires**

Les conditions de stabilité des systèmes fractionnaires linéaires à temps invariant sont différentes de celles des systèmes linéaires d'ordre entier. En

# Chapitre1: Théorie sur les systèmes fractionnaire

effet, les systèmes fractionnaires peuvent avoir des racines dans le demi-plan droit du plan complexe, contrairement aux systèmes linéaires dont les racines sont à partie réelle strictement négative.

Désignons par  $\lambda_i$  les valeurs propres de la matrice  $A$ . Le système (I.19) est dit stable si la condition:

$$|\arg(\lambda_i)| > \alpha \frac{\pi}{2}, 1 \leq i \leq n \quad (I.26)$$

Est satisfaite pour toutes les valeurs propres de [12].

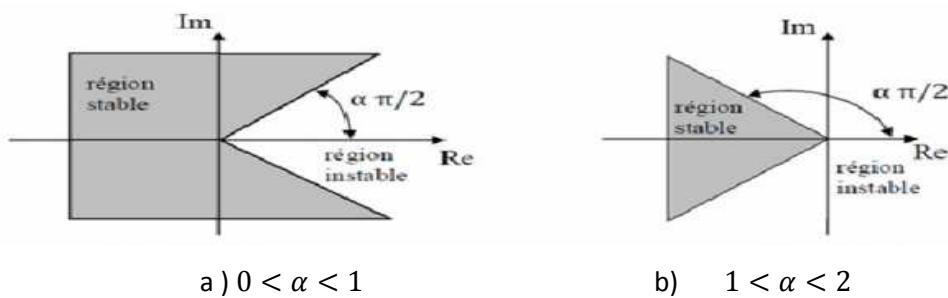
## Remarque

- ☞ Pour  $\alpha = 1$ , on trouve la condition de stabilité des systèmes d'ordre entier.
- ☞ Pour la représentation fonction de transfert (I.20), désignons par  $p_i$  les pôles du système sont définis comme étant solutions de l'équation  $\det(s^{\alpha-1} - A) = 0$ . Ils sont donnés par l'expression (I.25):

$$p_i = \lambda_i^{\frac{1}{\alpha}}, 1 \leq i \leq n \quad (I.27)$$

Alors, la condition de stabilité dans le sens entrée bornée, sortie bornée est réalisée si la condition:

$$|\arg(p_i)| > \frac{\pi}{2}, \quad \dots \dots \dots I.28$$



## I.7 Domaines d 'application

L'application de méthodes basées sur les systèmes différentiels fractionnaires et de plus en plus fréquents dans les différents domaines scientifiques elles sont utilisées essentiellement comme outils de modélisation

# Chapitre1: Théorie sur les systèmes fractionnaire

en mécanique, automatique , rhéologique. A titre d'exemple ces méthodes sont actuellement utilisées pour modéliser le comportement des matériaux, réaliser des composants électriques par des correcteurs fractionnaires et dans le traitement d'image [13,14].

## I.8 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire:

### I.8.1 Méthode Générale d'approximation des opérateurs intégrodifférentiels d'ordre fractionnaire:

En général, une approximation rationnelle de la fonction  $G(s)=s^\mu, 0<\mu<1$  (Intégration d'ordre fractionnaire dans le domaine de Laplace) peut être obtenue en utilisant l'expansion des fractions continues des fonctions [15]:

$$G_h = \frac{1}{(1 + sT)^\mu} \dots \dots \dots (I. 29)$$

$$G_l = \left(1 + \frac{1}{s}\right)^\mu \dots \dots \dots (I. 30)$$

Où  $G_h(s)$  est l'approximation pour les hautes fréquences ( $\omega T \gg 1$ ), et  $G_l(s)$  l'approximation pour les basses fréquences ( $\omega T \ll 1$ ).

La simulation d'un système d'ordre fractionnaire est dans la plupart des cas très compliquée [16]. Plusieurs approches, permettant de simuler les systèmes d'ordre fractionnaire, ont été développés dans la littérature. La plupart d'entre elles sont basées sur l'approximation du système d'ordre fractionnaire par un modèle d'ordre entier. Ces approches consistent à calculer la sortie du système en utilisant un modèle rationnel continu équivalent, obtenu à partir de l'approximation du modèle d'ordre fractionnaire à l'aide d'un opérateur ou d'une représentation spéciale, [17][18]. Il existe plusieurs méthodes d'approximation analogique des systèmes d'ordre fractionnaire parmi ces méthodes:

## Chapitre1: Théorie sur les systèmes fractionnaire

- La méthode de l'expansion par fractions continues EFC
- La méthode de Carlson.
- La méthode de Charef.
- La méthode de Matsuda.
- La méthode d'Oustaloup.

### I.9 Méthode d'Oustaloup:

L'approximation par la méthode d'Oustaloup de l'opérateur fractionnaire  $S^\alpha, \alpha \in R^+$  sur la bande de fréquence  $[w_0, w_M]$  est donnée par:

$$\hat{G}(s) = c \prod_{k=-N}^N \frac{1 + S/Z_k}{1 + S/w'_k} \quad (I.31)$$

En utilisant l'ensemble des formules de synthèse suivantes:

$$W'_0 = \alpha^{0.5} \cdot w_u; w_0 = \alpha^{0.5} \cdot w_u$$

$$; \frac{w'_{k+1}}{w'_k} = \frac{w_{k+1}}{w_k} = \alpha \cdot \eta > 1$$

$$\frac{w_{k+1}}{w_k} = \eta > 1; \frac{w_k}{w'_k} = \alpha > 0; N = \frac{\log(\frac{w_N}{w_0})}{\log(\alpha \cdot \eta)}; \mu = \frac{\log \alpha}{\log(\alpha \cdot \eta)};$$

$w_u$  étant le gain fréquentiel unité et la fréquence centrale d'une bande de fréquences distribuées géométriquement autour. Soit,  $w_u = \sqrt{w_h \cdot w_b}$  et  $w_b$  sont la haute et basse fréquence respectivement.

Cette approximation, attrayante par son caractère systématique, peut mener à des systèmes entiers de dimension élevée. Un compromis devra donc être trouvé entre qualité de l'approximation et dimension du système [18], [19].

### I.10 Conclusion:

## **Chapitre1: Théorie sur les systèmes fractionnaire**

---

Ce chapitre est une introduction aux éléments de base du calcul d'ordre fractionnaire. Nous avons donné les définitions des opérateurs et des systèmes d'ordre fractionnaire. Les méthodes d'approximation de ces opérateurs ont été également présentées.

## **CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation**

---

### **II.1 Introduction:**

La commande robuste d'ordre non entier (CRONE) a été proposée par Oustaloup au début des années 90 [20]. Oustaloup a étudié les algorithmes d'ordre fractionnaire pour la commande des systèmes dynamiques et a montré la supériorité des performances de la commande CRONE sur la commande robuste classique et le PID.

Ce chapitre se concentre sur l'introduction d'un contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé d'ordre fractionnaire dans le schéma de commande classique. Elle est basée sur le remplacement d'une fonction d'ordre entier par une cascade de fonctions d'ordre fractionnaire. En deuxième point, on propose une méthode de simplification de structure de modèle, voir l'approximation de modèles entiers de grande dimension par des modèles d'ordre entier réduits.

### **II.2 Contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire:**

Le contrôleur PID, de part sa simplicité, est très utilisée dans le monde industriel, néanmoins, et dans ce cas, on fait appel à d'autres algorithmes de réglage tels que, le réglage par retour d'état, le réglage par modèle interne, le réglage par régime glissant, etc.

#### **II.2.1 Principe de fonctionnement:**

Par comparaison aux correcteurs classiques, les correcteurs d'ordre fractionnaire possèdent en plus deux autres paramètres notés  $\lambda$  et  $\mu$  qui présentent l'ordre d'intégration et de dérivation respectivement. Suivant la variation de ces deux paramètres, on peut distinguer différentes possibilités des correcteurs d'ordre fractionnaire.[21]

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

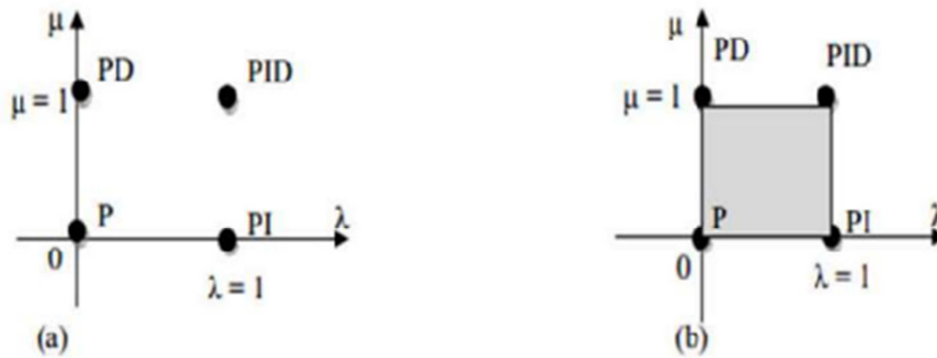


Figure II .1. : Correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire sur le plan  $(\alpha, \mu)$ . [22]

D'après cette figure, on peut donner les cas suivants :

- ☞ Lorsque  $\lambda = 0$  et  $\mu = 0$ , on a un correcteur **P** classique.
- ☞ Lorsque  $\lambda = 1$  et  $\mu = 0$ , on a un correcteur **PI** classique.
- ☞ Lorsque  $\lambda = 0$  et  $\mu = 1$ , on a un correcteur **PD** classique.
- ☞ Lorsque  $\lambda = 1$  et  $\mu = 1$ , on a un correcteur **PID** classique.
- ☞ Lorsque  $0 < \lambda < 1$  et  $\mu = 1$ , on a un correcteur **PI** fractionnaire.
- ☞ Lorsque  $\lambda = 0$  et  $0 < \mu < 1$ , on a un correcteur **PD** fractionnaire.
- ☞ Lorsque  $0 < \lambda < 1$  et  $0 < \mu < 1$ , on a un correcteur **PID** fractionnaire.

*D'après ces résultats, on constate que les correcteurs classiques sont des cas particuliers des correcteurs d'ordre fractionnaires.*[23]

### II.2.2 Structure de correcteur PID fractionnaire:

Le correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire est une généralisation du correcteur PID classique. La figure II.2 donne le schéma de commande fractionnaire à retour unitaire.

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

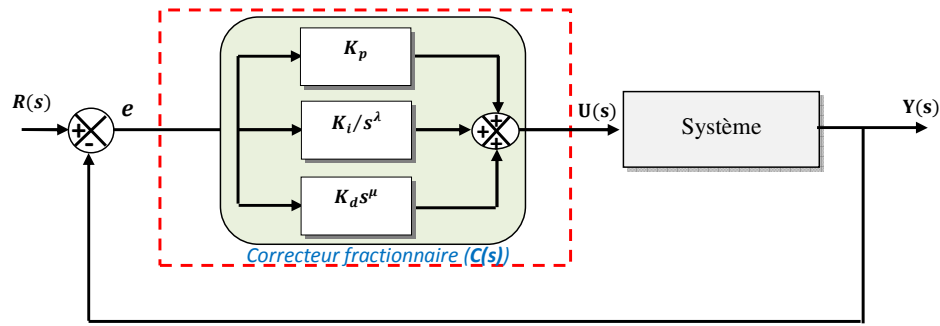


Figure II. 2 Système de commande à retour unitaire classique

Où:

$R(s)$ : désigne le signal de référence

$Y(s)$ : désigne le signal de sortie

$U(s)$ : désigne le signal de commande

$E(s)$ : l'écart résultant de la différence entre la consigne  $R(s)$  et la sortie  $Y(s)$

$C(s)$ : est la fonction de transfert du correcteur fractionnaire.

L'équation de sortie du correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire dans le domaine de temps est donnée sous la forme :

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} D^{-\lambda}(e(t)) + T_d D^\mu(e(t)) \right] \quad \text{II.1}$$

L'expression analytique du PID fractionnaire est donnée par l'équation

suivante: 
$$C_{frac}(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \quad \text{(II.2)}$$

La fonction de transfère  $C(s)$ d'un correcteur est :

$$C_{frac}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s^\lambda} + T_D s^\mu \right) \quad \text{(II.3)}$$

Où :

$$T_i = \frac{K_p}{K_i} \quad \text{(II.4)}$$

$$T_d = \frac{K_d}{K_p} \quad \text{(II.5)}$$

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

En plus de  $K_p, K_i$  et  $K_d$ , le correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  possède deux autres paramètres de réglage  $\lambda$  et  $\mu$ . Ceci le rend plus flexible et donc une opportunité pour mieux ajuster les propriétés dynamiques des systèmes de commande d'ordre fractionnaire. S'inspirant de l'idée du correcteur  $PI^\lambda D^\mu$ , plusieurs travaux sur les techniques de réglage sont actuellement publiés. Pour plus de détails, se référer à [24].

$T_i$  : La constante d'intégration.

$T_D$  : La constante de dérivation

$\lambda$  : représente l'action intégrale d'ordre fractionnaire.

$\mu$  : représente l'action dérivation d'ordre fractionnaire.

### II.3. La fractionalisation des Correcteurs PI et PID:

La fractionalisation de PI classique ainsi que PID classique est obtenue en modifiant le terme intégrateur dans les fonctions de transfert des correcteurs précédents.

L'intégrateur  $1/s$  est fractionalisé comme suit [25,26,32]:

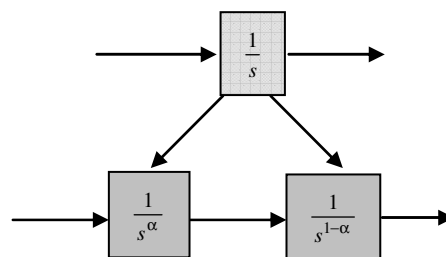


Figure II .3.Fractionalisation d'un intégrateur.

Tel que:

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{1-\alpha}}$$

Avec  $\alpha$  est un nombre réel:  $0 < \alpha < 1$ .

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

La fonction de transfert d'un correcteur classique PI est:

$$C_{PI}(s) = K_p + \frac{1}{T_i s} \quad (\text{II. 6})$$

La fonction de transfert d'un correcteur PI fractionnalisé est donnée comme suite :

$$C_{PIf}(s) = \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{\alpha-1}} \left( \frac{k_p \tau_i s + 1}{\tau_i} \right) \quad (\text{II. 7})$$

Avec  $0 < \alpha < 1$

Soit la fonction de transfert d'un correcteur classique PID donné par la fonction suivante :

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Le correcteur PID fractionnalisé est défini par la fonction suivante [25]:

$$\begin{aligned} C_{frac}(s) &= \frac{1}{s} \left( \frac{(k_p T_d T_i s^2 + k_p T_i s + k_p)}{T_i} \right) \\ &= \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{(1-\alpha)}} \left( \frac{(k_p T_d T_i s^2 + k_p T_i s + k_p)}{T_i} \right) \quad (\text{II. 8}) \end{aligned}$$

Avec  $0 < \alpha < 1$

### II.4 Méthodes d'approximation

#### II.4.1 Approximation d'Oustaloup:

L'approximation *d'Oustaloup* de l'opérateur différentiel intégral est défini par la fonction de transfert ( $H(s)$ ) montrée dans l'équation (II. 9) [20].

$$H(s) = c \prod_{k=-N}^N \frac{1 + \frac{1}{\omega_k}}{1 + \frac{1}{\omega_k}} \quad (\text{II. 9})$$

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

$$\omega_u = \sqrt[2]{\omega_h \omega_b} \quad (\text{II.10})$$

$$\omega_0 = \alpha^{0.5} \omega_u \quad (\text{II.11})$$

$$\begin{cases} \omega_{k+1} = \gamma \omega_k \\ \omega_k = \alpha \omega'_k \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

Où:

$\alpha$ : l'ordre intégral ou l'ordre dérivé

$N$ : le nombre de termes dans l'expansion.

La constante  $\omega_u$  est déterminée à partir des bornes supérieure ( $\omega_h$ ) et inférieure ( $\omega_b$ ) de la fréquence comme indiqué dans l'équation (IV.10). La valeur de  $\omega_0$  et  $\omega'_0$  sont ensuite calculées à partir de  $\omega_u$  comme indiqué dans l'équation (IV.11). De la même façon, les constantes  $\omega_k$  et  $\omega'_k$  sont déterminées à partir de l'équation (IV.12).

### II.4.2 Approximation de Matsuda:

La méthode de Matsuda est basée sur la technique de la fraction continue (CFE) [31], qui permet l'approximation d'une fonction irrationnelle par une fonction rationnelle. En supposant que les points sélectionnés sont  $s_k, k = 0, 1, 2, \dots, N$ , l'approximation prend la forme :

$$G(s) = \alpha_0 + \frac{s - s_0}{\alpha_1 + \frac{s - s_1}{\alpha_2 + \frac{s - s_2}{\alpha_3 + \dots}}} \quad (\text{II.13})$$

Où

$$\alpha_i = v_i(s_i), v_0(s) = G(s), v_{i+1}(s) = \frac{s - s_i}{v_i(s) - \alpha_i}$$

### II.5. Analyse de domaine fréquentiel d'un intégrateur fractionnalisé

Pour améliorer les performances des systèmes une approche de fractionalisation a été utilisée dans ce mémoire de fin d'études:

D'après la section (II.3), nous avons:

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{(1-\alpha)}}$$

Prenant la valeur fractionnaire  $\alpha = 0.5$ .

En utilisant la méthode d'approximation d'Oustaloup présentée dans la section ((III.4)) avec les paramètres d'approximation :

$$\omega_b = 0.01 \text{rad} / \text{sec}, \omega_h = 1000 \text{rad} / \text{sec}, N = 5,$$

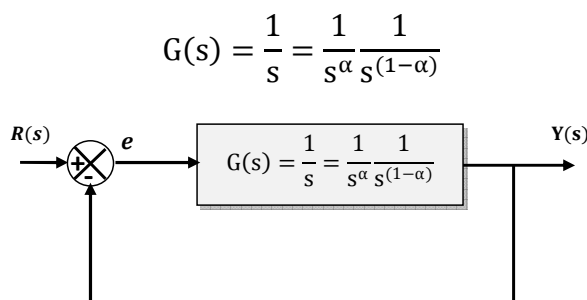
on obtient les fonctions approchées  $h(s)$  et  $h(1-s)$  données ci-dessous.

$$h_{0.5} = h_{1-0.5} = \frac{0.03162s^5 + 19.76s^4 + 1122s^3 + 6311s^2 + 3514s + 177.8}{s^5 + 197.6s^4 + 3549s^3 + 6311s^2 + 1111s + 17.78} \quad (\text{II. 13})$$

**Donc :**

$$G(s) = \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{(1-\alpha)}} = G_{0.5} * G_{0.5} = \frac{0.001s^{10} + 1.25s^9 + 461.4s^8 + 4.475e04s^7 + 1.509e06s^6 + 1.43e07s^5 + 4.772e07s^4 + 4.475e07s^3 + 1.459e07s^2 + 1.25e06s + 3.162e04}{s^{10} + 395.2s^9 + 4.614e04s^8 + 1.415e06s^7 + 1.509e06s^6 + 4.523e07s^5 + 4.772e07s^4 + 1.415e07s^3 + 1.459e06s^2 + 3.952e04 + 316.2} \quad (\text{II. 14})$$

Le système asservi à retour unitaire dont la fonction de transfert en boucle ouverte est la fonction donnée par :



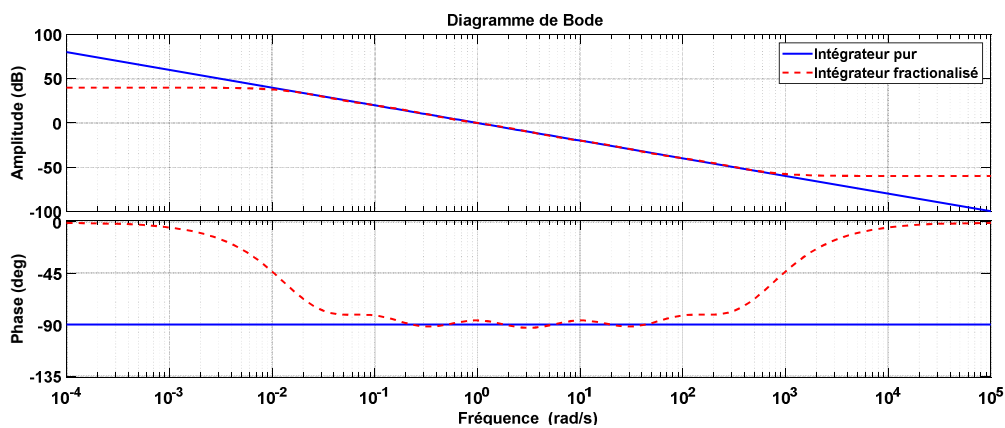
**Figure II.4.** Système asservi de l'intégrateur fractionnalisé

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

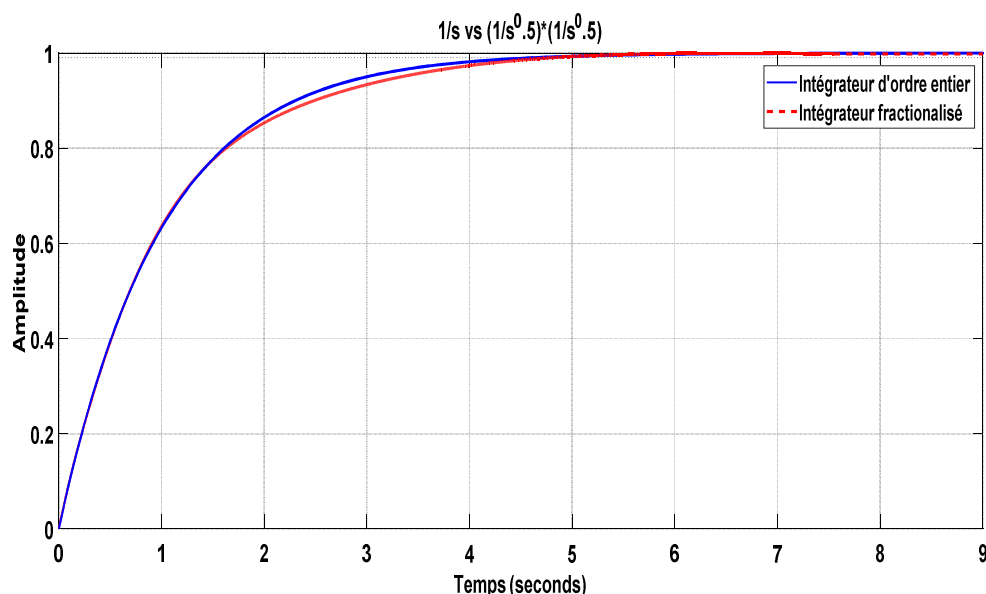
Le diagramme de Bode du filtre est représenté sur la figure II.4, superposé par les réponses exactes de  $s^{-0.5} \cdot s^{-0.5}$ , obtenues par l'objet FOTF durant la bande d'ajustement d'Oustaloup.

La figure II.5 donne l'intégral fractionalisé d'ordre 0.5 évalué par le filtre d'Oustaloup en boucle fermée.

On peut voir que l'intégral fractionalisé obtenu avec le filtre sont très précis.



**Figure II.5.** Diagramme de Bode et de phase avec le filtre d'Oustaloup : intégrateur pur Vs intégrateur fractionalisé



**Figure II.6.** Comparaison entre un intégrateur entier et un intégrateur fractionalisé

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

### II.6 Méthode de réduction de l'ordre de modèle

Le problème de réduction de modèles a suscité un très grand intérêt par la communauté scientifique pour des raisons d'ordre pratique et économique :

- ✚ Simplification de l'analyse du système,
- ✚ Diminution du temps de calcul lors des simulations,
- ✚ Rendre la conception plus efficace,
- ✚ Obtenir des lois de commande simplifiées et diminuer le coût).

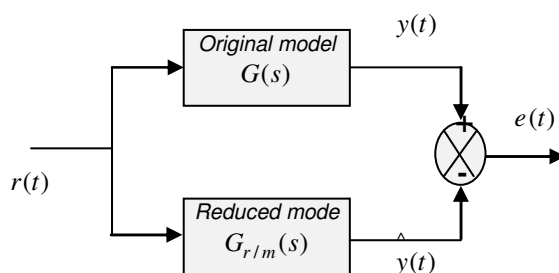
Dans ce mémoire de fin d'étude, la méthode utilisée est basée sur l'approximation de la fonction de transfert ; elle est souvent utilisée dans le domaine fréquentiel, basée sur les moments et les paramètres de Markov. En général ces méthodes sont simples et ne nécessitent pas de lourds calculs. L'approximation de Padé est l'une des premières méthodes utilisées pour la réduction de modèles linéaires SISO, c'est une approche très simple construite à partir d'un développement de la fonction de transfert. La majorité des approches sont basées sur la minimisation d'un certain critère qui représente l'erreur entre le modèle réduit et le modèle original. Le modèle d'ordre réduit optimal peut être obtenu en utilisant plusieurs approches numériques. Parmi ces approches, la plus intéressante est celle basée sur la minimisation de la norme de Hankel.

La figure II.6 montre le signal d'erreur pour la réduction du modèle, où le modèle d'origine est donné par

$$G(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_0}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (\text{II. 15})$$

Comme indiqué ci-dessous [27], notre objectif actuel est de trouver un modèle approximé d'ordre réduit.

$$G_{r/m}(s) = \frac{\beta_1 s^r + \dots + \beta_r s + \beta_{r+1}}{s^m + \alpha_1 s^{m-1} + \dots + \alpha_{m-1} s + \alpha_m} \quad (\text{II. 16})$$



## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

**Figure II.7.** Signal d'erreur pour le modèle réduit

La transformée de Laplace du signal d'erreur peut être représentée par:

$$E(s) = (G(s) - G_{r/m}(s)) \quad (\text{II.17})$$

où  $R(s)$  est la transformée de Laplace du signal d'entrée  $r(t)$ .

Une fonction objective pour minimiser la norme H2 du signal d'erreur réduit est la suivante:

$$J = \min_{\theta} \|G(s) - G_{r/m}(s)\|_2 \quad (\text{II.18})$$

Où les paramètres sont réglés de sorte que:

$$\theta = [\beta_1, \dots, \beta_r, \alpha_1, \dots, \alpha_m] \quad (\text{II.19})$$

Où,  $J$  est le critère de performance et  $G_{r/m}(s)$  est le modèle d'ordre réduit.

### Exemple:

$$G(s) = \frac{5}{s^{2.3} + 1.3s^{0.9} + 1.25}$$

Le modèle original trouvé après utilisation de l'approximation d'Oustaloup pour les paramètres suivant :  $w_b = 10^{-3}$ ;  $w_h = 10^3$ ;  $N = 5$ ;

$$G(s) = \frac{5s^{10} + 6677s^9 + 2.191e06s^8 + 1.505e08s^7 + 2.936e09s^6 + 1.257e010s^5 + 1.541e010s^4 + 4.144e09s^3 + 3.168e08s^2 + 5.065e06s + 1.991e04}{7.943s^{12} + 8791s^{11} + 1.731e06s^{10} + 8.766e07s^9 + 5.197e09s^4 + 1.15e09s^3 + 8.144e07s^2 + 1.278e06s + 4987}$$

Le modèle réduit du 3<sup>ème</sup> ordre a donc pour fonction de transfert:

## CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation

$$G_1(s) = \frac{-0.5414s^2 + 4.061s + 2.945}{s^3 + 0.9677s^2 + 1.989s + 0.7378}$$

Le modèle réduit du second ordre a donc pour fonction de transfert:

$$G_2(s) = \frac{-2.045s + 7.654}{s^2 + 1.159s + 1.917}$$

Les courbes de simulation de la Figure II.7 montrent les réponses indicielles du modèle initial et les deux modèles réduits. On voit clairement que le modèle  $G_1(s)$  réalise une meilleure approximation (les courbes sont pratiquement confondues) par rapport au modèle  $G_2(s)$  du 2<sup>ème</sup> ordre. L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle ne conserve pas la stabilité du modèle.

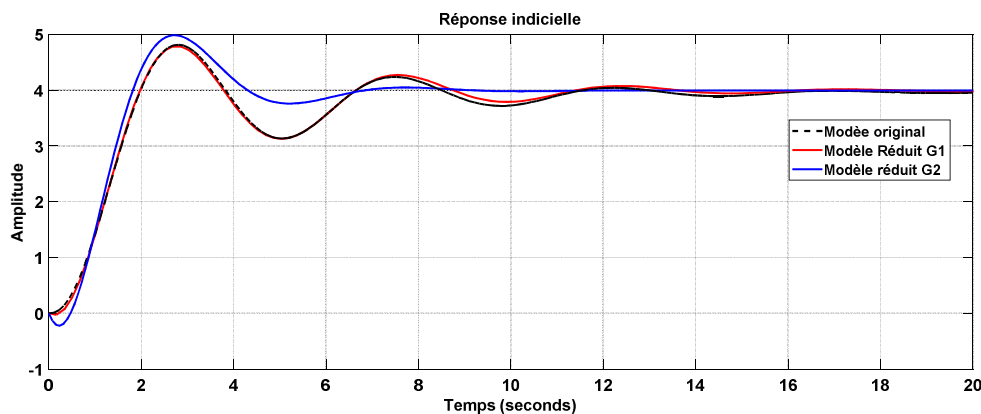


Figure II.8. Réponses indicielles du modèle initial et les modèles réduits.

### II.7 Conclusion

Dans ce deuxième chapitre nous avons donné dans un premier point une introduction sur un contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé d'ordre fractionnaire dans le schéma de commande classique où elle est basée sur le

## **CHAPITRE II: Commande PID Fractionnaire basée sur l'Approche de Fractionalisation**

---

remplacement d'une fonction d'ordre entier par une cascade de fonctions d'ordre fractionnaire. En deuxième point, nous avons proposé une méthode de simplification de structure de modèle, voir l'approximation de modèles entiers de grande dimension par des modèles d'ordre entier réduits.

Dans le prochain chapitre, la méthode de simplification de modèle présentée dans ce chapitre va être utilisée afin d'obtenir des contrôleurs fractionnaires d'ordre réduit pour la commande en vitesse d'un moteur à courant continu.

### III.1 Introduction

Les moteurs à courant continu sont largement utilisés dans diverses applications industrielles qui exigent une large plage de vitesse. L'avantage des moteurs à courant continu est qu'ils ont la capacité de contrôler la vitesse. Le mot « contrôle de la vitesse » fait référence au changement délibéré de vitesse, qui peut être effectué à la fois automatiquement et manuellement. Différents contrôleurs sont utilisés pour contrôler la vitesse des moteurs à courant continu ; les régulateurs les plus couramment utilisés sont les régulateurs conventionnels PI et PID.

Dans ce chapitre nous allons appliquer l'approche de fractionalisation pour commander la vitesse de la machine à courant continu.

### III. 2 Modélisation du Moteur à Courant Continu (MCC)

Un moteur à courant continu (MCC) est un dispositif électromécanique qui convertit une énergie électrique d'entrée en une énergie mécanique. L'énergie électrique est apportée par une source continue qui alimente le bobinage disposé sur le rotor (induit) grâce à un dispositif adapté de balais et collecteur. Le bobinage rotorique est placé dans un champ magnétique permanent ou non, dû au stator (inducteur). Le courant circulant dans les spires de l'induit du moteur, des forces électriques lui sont appliquées et, grâce au dispositif balais/collecteur ces forces s'additionnent pour participer à la rotation. On peut ainsi considérer le moteur comme un système dont l'entrée est la tension d'induit et la sortie est la vitesse de rotation du rotor, [28-30].

Les figures 3.1 et 3.2 montrent respectivement un modèle de moteur à courant continu et son circuit équivalent avec un contrôleur PID classique.

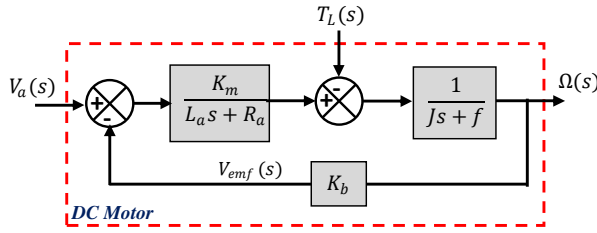


Figure. III.1 Modèle MCC

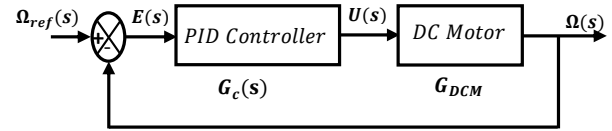


Figure. III.2 Schéma équivalent de MCC avec un

Le tableau III.1 affiche les caractéristiques des moteurs à courant continu utilisés dans cette étude/simulation [10,12, 32] :

**Table III. 1. DC motor parameters**

Parameter	Value
Résistance d'armature ( $R_a$ )	$0.4\Omega$
Inductance d'armature ( $L_a$ )	$2.7 H$
Moment d'inertie ( $J$ )	$4 \times 10^{-4} Kgm^2 /s^2$
Coefficient de frottement ( $f$ )	$0.0022Nm.s /rad$
Constante de couple moteur ( $K_m$ )	$0.015 kg m/A$
Constante de la fcem ( $K_b$ )	$0.05 s$

La fonction de transfert suivante donne le modèle mathématique d'un moteur à courant continu régulé (pour  $T_L = 0$ ):

$$G_{DCM}(s) = \frac{K_m}{(L_a s + R_a)(Js + f) + K_b K_m} \quad (3.1)$$

La fonction de transfert en boucle ouverte suivante est produite en substituant les valeurs des paramètres du moteur à courant continu dans l'équation. (1):

$$G_{DCM}(s) = \frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{15}{1.08s^2 + 6.1s + 1.63} \quad (3.2)$$

### III.3 Analyse du domaine fréquentiel d'un intégrateur fractionnalisé

Examinons un intégrateur donné par sa transformée de Laplace:

$$G(s) = \frac{1}{s} \quad (3.3)$$

L'équation de fractionnement de l'intégrateur classique de l'Eq. 3.3 conduit à

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s^\alpha} \cdot \frac{1}{s^{1-\alpha}} \quad (3.4)$$

Où  $\alpha$  est un nombre réel tel que  $0 < \alpha < 1$ .

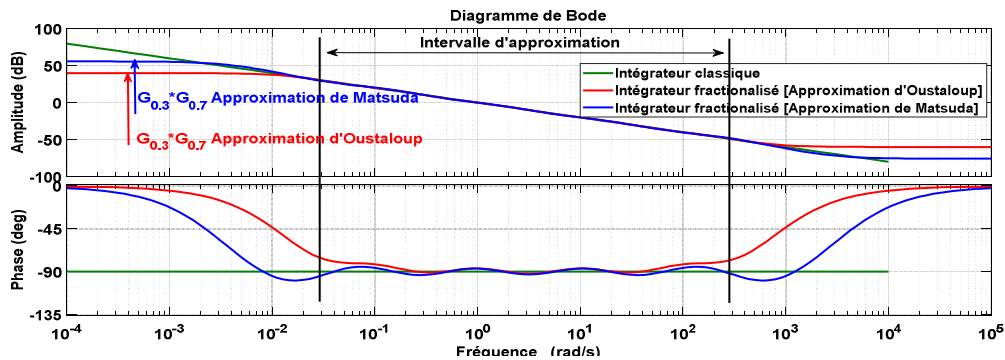
En utilisant l'approche d'approximation de Matsuda, comme décrit dans la section II.4.2, et pour les paramètres d'approximation suivant:  $\omega_b = 0.01 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_h = 1000 \text{ rad/s}$  et  $N = 5$ .

On obtient les fonctions approchées  $G_\alpha(s)$  et  $G_{1-\alpha}(s)$  données ci-dessous:

$$G_\alpha(s) = G_{0.3}(s) = \frac{0.0803 s^5 + 94.29 s^4 + 5357 s^3 + 24490 s^2 + 9372 s + 223.9}{s^5 + 418.6 s^4 + 10940 s^3 + 23930 s^2 + 4212 s + 35.87} \quad (3.5)$$

$$G_{1-\alpha}(s) = G_{0.7}(s) = \frac{0.00202 s^5 + 7.128 s^4 + 712 s^3 + 5348 s^2 + 3363 s + 141.3}{s^5 + 238.1 s^4 + 3786 s^3 + 5040 s^2 + 504.6 s + 1.43} \quad (3.6)$$

La figure 3.3 illustre la comparaison dans le domaine fréquentiel entre l'opérateur intégral d'ordre entier  $1/s$  et le produit des opérateurs intégraux d'ordre fractionnaire approximant les filtres  $1/s^\alpha$  et  $1/s^{1-\alpha}$  obtenus par la méthode d'approximation d'Oustaloup et Matsuda.



**Figure. III.3** Diagramme de Bode comparant l'intégration  $\frac{1}{s}$  avec les approximations d'Oustaloup et de Matsuda  $G_{0.3}(s) \times G_{0.7}(s)$ .

Sur la figure 3.3, le diagramme de Bode du filtre est placé sur les réponses exactes de  $1/s$ . On peut voir que le filtre Matsuda – Fujii à une bande d'ajustement plus large. De plus, il est clair que ce produit de filtre donne une bonne approximation de l'opérateur intégral dans l'intervalle de fréquence d'intérêt.

### III.4 Contrôleur PID fractionalisé basé sur l'algorithme GWO

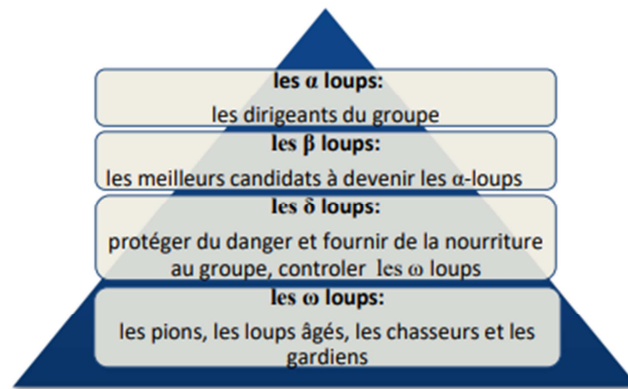
#### III.4.1 Méthodes d'optimisation du loup gris (GWO)

L'optimisation du loup gris (Grey Wolf Optimisation GWO) est une technique intelligente de l'essaim développée par Mirjalili et al., 2014, qui imite la hiérarchie de leadership des loups qui sont bien connus pour leur chasse de groupe. Cet algorithme imite le leadership social comportement de chasse des loups gris dans la nature. Dans cet algorithme la population est divisée en quatre groupes : alpha ( $\alpha$ ), bêta ( $\beta$ ), delta ( $\delta$ ) et oméga ( $\omega$ ).

Les trois premiers plus forts loups sont considérés comme  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\delta$  qui guident les autres loups ( $\omega$ ) vers des zones prometteuses de l'espace de recherche. [33,34]

#### III.4.2 Principe de la méthode

Les loups gris sont considérés comme des prédateurs, ce qui signifie qu'ils sont au sommet de la chaîne alimentaire. Les loups gris préfèrent généralement vivre dans un groupe. La taille du groupe est de 5-12 en moyenne. D'un intérêt particulier est qu'ils avoir une hiérarchie sociale dominante très stricte.



**Figure III.4.** La hiérarchie des loups gris. [35]

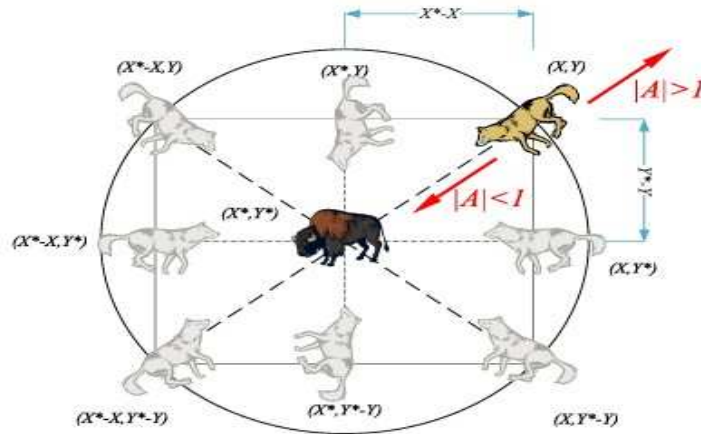
Les principales phases de la chasse au loup gris sont les suivantes:

- Suivre, chasser et approcher la proie.
- Poursuivre, encercler et harceler la proie jusqu'à ce qu'elle arrête de bouger.
- Attaquer la proie. [36]

Afin de modéliser mathématiquement la hiérarchie sociale des loups lors de la conception de GWO, nous considérons la solution la plus apte comme l'alpha (une). Par conséquent, les deuxièmes et troisièmes meilleures solutions sont nommées bêta ( $b$ ) et delta ( $d$ ) respectivement. Le reste des solutions candidates sont supposés être des omégas ( $x$ ). Dans l'algorithme GWO, la chasse (optimisation) est guidée par  $a$ ,  $b$  et  $d$ . Les ( $x$ ) loups suivent ces trois loups [36]. La deuxième étape est de reconnaître l'emplacement des proies et les encerclées, ensuite la 3<sup>ème</sup> étape est la chasse ; qui est généralement guidée par l'alpha, la bêta et le delta pourraient également participer à la chasse de temps en temps. Et comme 4<sup>ème</sup> étape les loups gris finissent la chasse en attaquant la proie quand elle arrête de bouger.

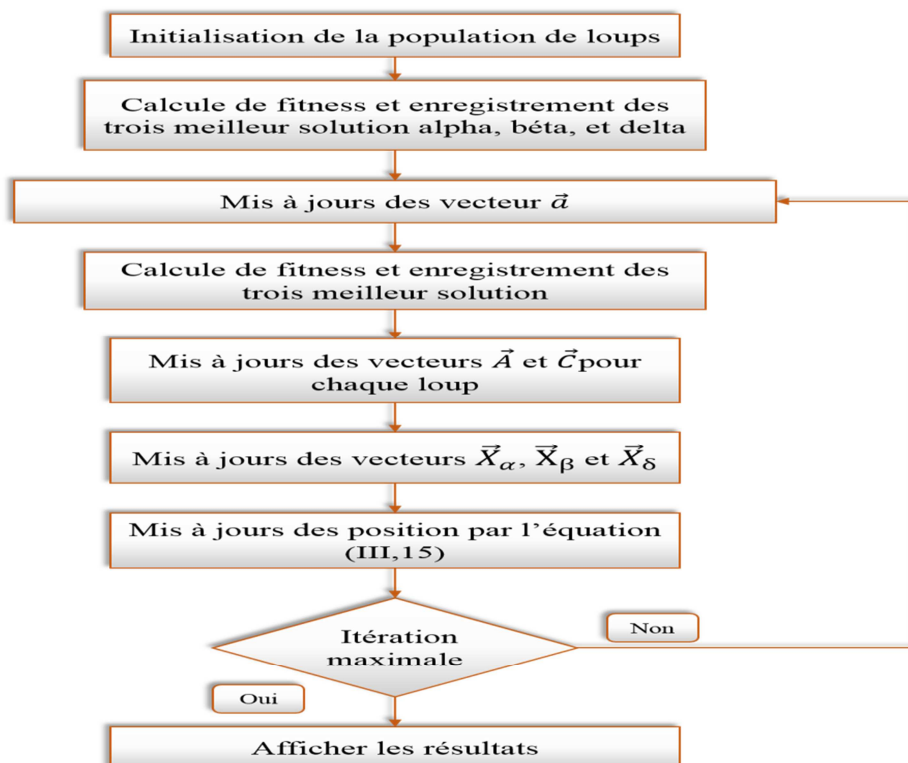
Les concepts de mise à jour de position en utilisant (III.4) et (III.5) sont illustrés à la Figure III.6. On peut voir sur cette figure qu'un loup dans la position de ( $X$ ,  $Y$ ) est capable de se déplacer autour de la proie avec les

équations proposées. Bien que les sept (7) des emplacements possibles aient été représentés sur la figure III.6, les paramètres aléatoires A et C permettent aux loups de se déplacer à n'importe quelle position dans l'espace continu autour de la proie. [36]



**Figure III.5:** mécanisme de positionnement de l'agent de recherche et de l'effet de ce qui le présente. [36]

➤ La figure III.7 représente les étapes de l'algorithme de l'optimisation de loup gris GWO.

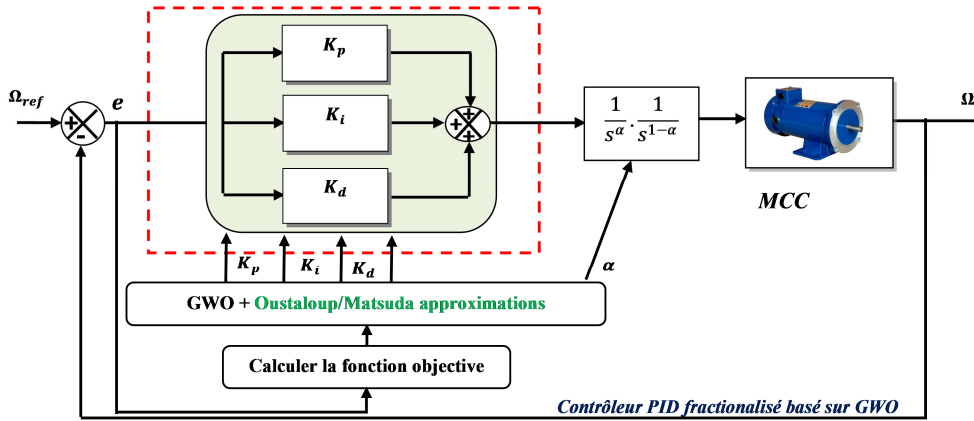


**Figure III.6:** Organigramme de la méthode GWO

### III.4.3 Contrôleur PID fractionalisé

L'approche de fractionnement proposée est examinée dans cette étude en abordant son application à la fonction de transfert d'un système de moteur à courant continu (Eq.3.2)

La boucle de contrôle de rétroaction avec un GWO basé sur le contrôleur PID fractionalisé est illustrée à la Figure. III.8.



**Figure.III.7** Approche PID fractionalisé basé sur GWO le contrôle du MCC.

Sur la Figure III.8,  $\Omega_{ref}$  est la vitesse angulaire de référence,  $\Omega$  est la vitesse angulaire de sortie,  $(K_p, K_i, K_D)$  sont les gains du PID fractionalisé et  $\alpha$  est l'ordre fractionnaire.

Le régulateur PID fractionalisé a été créé comme il a été fourni dans

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

$$= \frac{1}{s} \left( \frac{(K_p T_d s^2 + K_p T_i s + K_p)}{T_i} \right) = \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{(1-\alpha)}} \left( \frac{(K_p T_d s^2 + K_p T_i s + K_p)}{T_i} \right) \quad (3.7)$$

Où,  $0 < \alpha < 1$

### III.5 Résultat de simulation

Les résultats de simulation des performances de l'approche proposée dans la commande de la vitesse de moteur à courant continu décrite dans l'équation III.2

sont présentés ci-dessous. Les simulations ont été créées à l'aide du programme MATLAB/SIMULINK.

La phase d'initialisation, qui comprenait la fusion du modèle avancé de MATLAB/Simulink pour le contrôle de la vitesse du moteur à courant continu avec l'algorithme GWO et la méthode d'approximation, a été le point de départ pour déterminer les gains optimaux du contrôleur PID fractionnalisé à l'aide de l'algorithme GWO.

La méthode GWO a été utilisée pour minimiser la fonction objective de l'intégrale du temps multipliée par l'erreur absolue (ITAE) et optimiser les paramètres du contrôleur dans le but d'obtenir un moteur à courant continu avec de bonnes performances en régime permanent et transitoire. La valeur ITAE est donnée par l'équation 3.8.

$$J(K_p, K_i, K_d) = \int_0^{t_{sim}} t|e(t)|dt \quad (3.8)$$

La lettre J représente le critère de performance. Il indique à quel point le système contrôlé suit le modèle de référence. La différence entre le point de consigne et la variable contrôlée est représentée par  $e(t)$ , et le temps est représenté par  $t$ .

Pour le modèle de système  $G_{DCM}(s)$  présenté dans l'Eq. (3.2) avec les paramètres PID suivants:  $K_p = 6.8984, K_i = 0.5626, K_d = 0.9293$ , un contrôleur PID est construit en utilisant l'algorithme GWO avec un PID fractionnalisé et un retour unitaire, la fonction de transfert en boucle fermée d'un système de moteur à courant continu est:

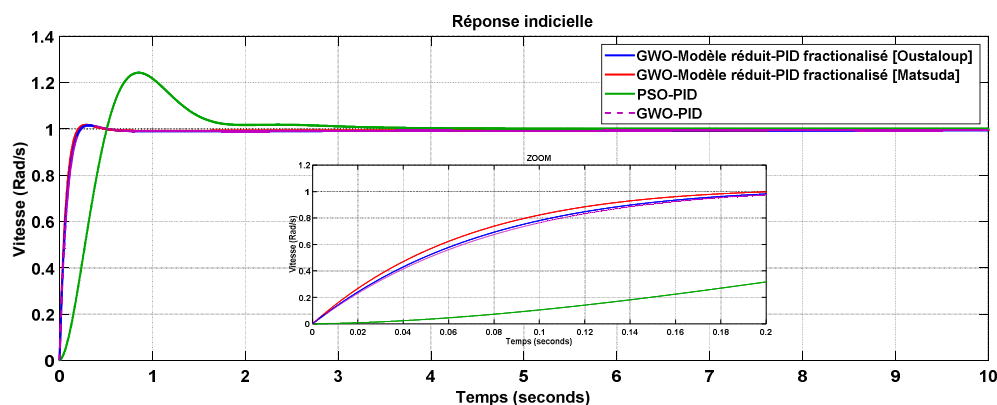
$$G_{CLHGSO-FPID}(s) = \frac{G_{HGSO-FPID}(s) * G_{DCM}(s)}{1 + G_{HGSO-FPID}(s) * G_{DCM}(s)} \quad (3.9)$$

Le contrôleur PID résultant est «fractionnalisé» comme indiqué dans l'équation (III.7) avec deux ordres fractionnaires de l'intégrateur  $\alpha = 0,1$  et  $\alpha = 0,2$ .

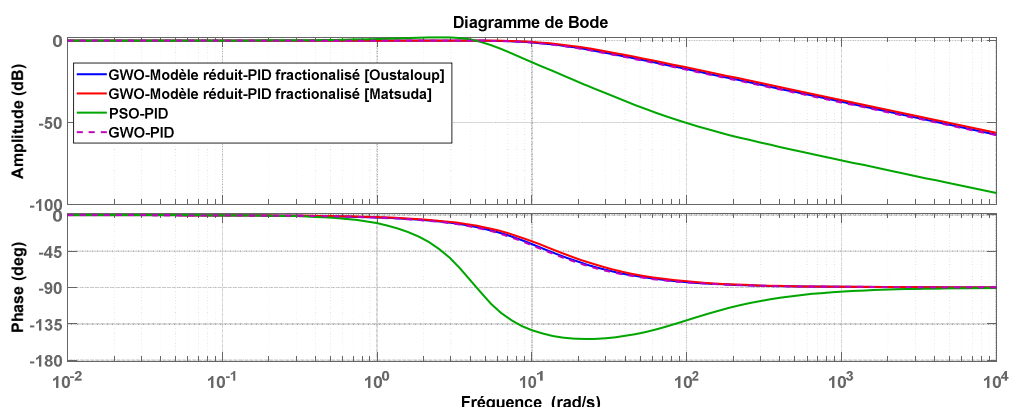
Appliqué au système  $G_{mcc}(s)$  de l'équation (III.2) dans le cas de conditions idéales et en présence d'une impulsion pour étudier la robustesse du système, on obtient les réponses de la figure III.9 aux figures III.14.

Pour avoir une idée plus complète de l'amélioration de la robustesse obtenue en utilisant le correcteur fractionnalisé, nous comparerons les résultats des réponses du système aux contrôleurs PID d'ordre entier optimisés avec GWO et PSO et PID fractionnalisés optimisé par GWO pour :

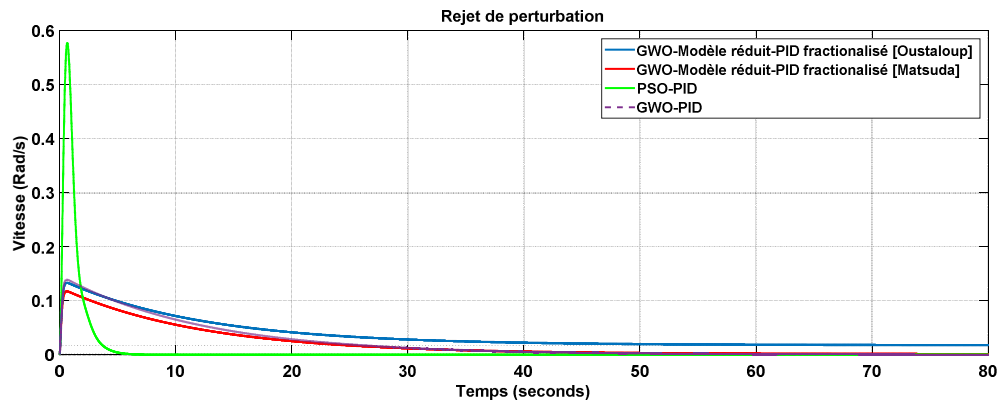
- 1- Entrée échelon (1rad/s)
- 2- Une entrée perturbation



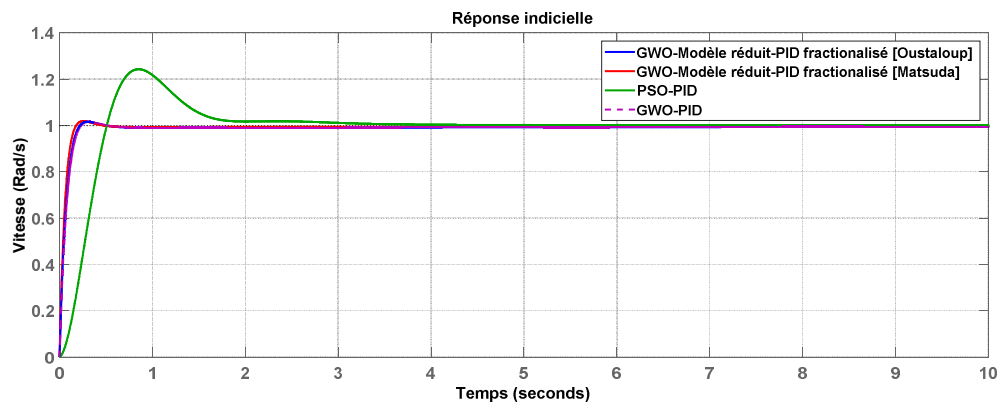
**Figure. III.8** Réponse indicielle -Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionnalisé pour  $\alpha=0,1$ .



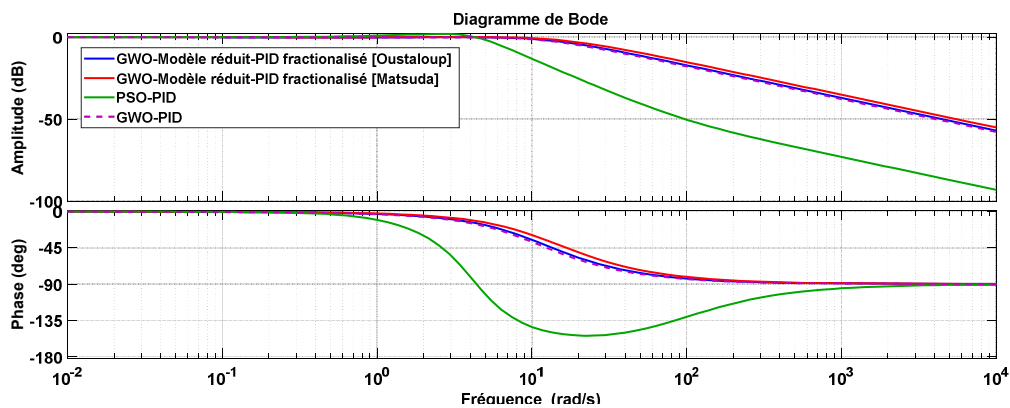
**Figure.III.9** Tracé de Bode -Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionnalisé pour  $\alpha=0,1$ .



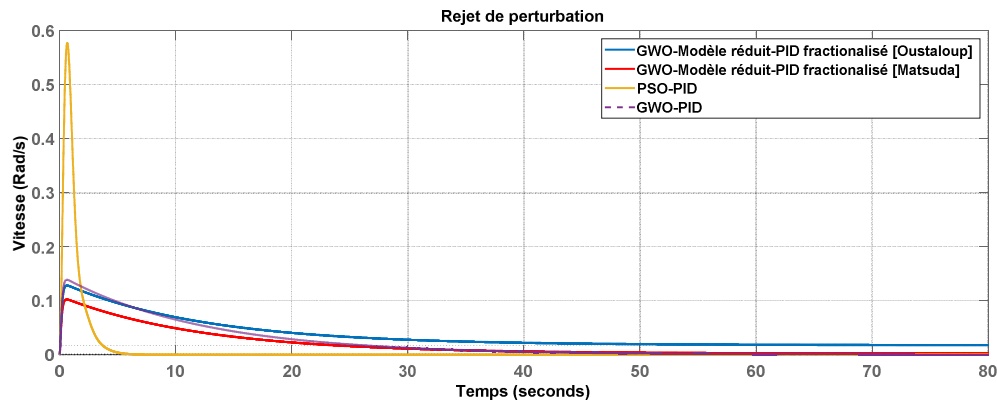
**Figure.III.10** Rejet de perturbation-Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionalisé pour  $\alpha=0,1$ .



**Figure.III.11** Réponse indicielle -Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionalisé pour  $\alpha=0,2$ .



**Figure.III.12** Tracé de Bode -Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionalisé pour  $\alpha=0,2$ .



**Figure.III.13** Rejet de perturbation-Étude comparative avec différentes approches basées sur les contrôleurs PID et le PID fractionalisé pour  $\alpha=0,2$ .

On peut voir sur les Figures.III.9 et III.12 que la vitesse du moteur à courant continu atteint rapidement le point de consigne avec un dépassement négligeable en utilisant le contrôleur fractionnalisé basé sur GWO.

Les tableaux III.3 et III.4 donnent les résultats de la simulation de l'analyse de la réponse transitoire (dépassement [D], temps de stabilisation [Ts] et temps de montée [Tr]) pour l'ordre intégral fractionnaire et d'autres contrôleurs classiques optimisés par PSO et GWO.

**Table III.2.** Résultats des réponses transitoires pour  $\alpha = 0.1$

Type de contrôleur	Dépassement (%)	Temps de stabilisation Ts [s]	Temps de montée Tr (s)
GWO/FPID [Matsuda]	1.7228	<b>0.1763</b>	<b>0.1192</b>
GWO/FPID [Oustaloup]	<b>1.7032</b>	0.1952	0.1324
GWO/PID [17]	1.5062	0.2052	0.1388
PSO/PID [12]	24.2406	1.8028	0.3560

**Table III.3.** Résultats des réponses transitoires pour  $\alpha = 0.2$

Type de contrôleur	Dépassement (%)	Temps de stabilisation Ts [s]	Temps de montée Tr (s)
GWO/FPID [Matsuda]	1.8412	<b>0.1562</b>	<b>0.1053</b>
GWO/FPID [Oustaloup]	1.7507	0.1888	0.1281
GWO/PID [17]	<b>1.5062</b>	0.2052	0.1388
PSO/PID [12]	24.2406	1.8028	0.3560

Le système de contrôle de vitesse de MCC avec le GW/FPID suggéré avec l'approximation de Matsuda avait les plus petites valeurs pour les temps de

stabilisation et de montée avec un dépassement négligeable, comme indiqué dans les tableaux III.4 et III.5.

### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la commande PID fractionnalisée, ensuite nous avons fait une comparaison entre le cas entier optimisé par PSO et GWO et le cas fractionnalisé. D'après les résultats obtenus on constate que les régulateurs fractionnalisés nous donnent les meilleures performances (temps de réponse et temps de stabilisation ainsi un bon rejet de perturbation) par rapport au cas entier.

Le concept de la différentiation et l'intégration non-entière appelé 'calcul fractionnaire' est une généralisation de la différentiation et l'intégration entière à un ordre réel ou complexe. Il a permis de donner un autre horizon dans la communauté scientifique et d'ingénierie pour mieux décrire, identifier et contrôler les systèmes réels.

Le Calcul d'ordre fractionnaire est un domaine des mathématiques qui traite des dérivés et intégrales des ordres non entiers. En 1999, Podlubny a proposé le régulateur  $PI^\lambda D^\mu$ , une généralisation du correcteur **PID** classique, comprenant une intégration fractionnaire d'ordre  $\lambda$  et une dérivation fractionnaire d'ordre  $\mu$ .

Dans ce mémoire de fin d'études, nous avons pu améliorer les performances de moteur à courant continu en utilisant le correcteur PID fractionnalisé optimisé par la méthode d'optimisation de loup de gris (GWO/FPID).

Ce mémoire de fin d'études est divisé en trois chapitres

**Le premier chapitre** traite principalement les différentes notions d'opérateur d'ordre fractionnaire, nous avons commencé avec trois définitions plus récentes, à savoir la définition de Grunwald-Letnikov et la définition de Riemann-Liouville et définition de Caputo, on a introduit quelques propriétés de la dérivation non entière. Enfin nous avons présentés quelques approches de l'opérateur d'ordre fractionnaire dans le cas continu et discret.

**Le deuxième chapitre** se concentre sur l'introduction d'un contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé d'ordre fractionnaire dans le schéma de commande classique. Elle est basée sur le remplacement d'une fonction d'ordre entier par une cascade de fonctions d'ordre fractionnaire.

**Le troisième et dernier chapitre** est consacré à l'application de la commande PID fractionnalisée. Ensuite, une comparaison entre le cas entier optimisé par PSO et GWO et le cas fractionnalisé a été faite. D'après les résultats obtenus on constate que les régulateurs fractionnalisés nous donnent les meilleures performances (temps de réponse et temps de stabilisation ainsi un bon rejet de perturbation) par rapport au cas entier.

### *Références bibliographiques*

- [1] F.Alouani.2006. Magister en électronique : option control, commande par logique floue appliquée aux pendules inversés et au simulateur de vol d'hélicoptère : Simulation et expérimentation, université de Mohamed Boudiaf de M'sila,
- [2] Tustin, A. et al, 'The design of systems for automatic control of the position of massive object', Proceedings of Institution of Electrical Engineers, 105, Part C, Suppl. N° 1, 1958.
- [3] Oustaloup, A., 'La commande CRONE', Hermès, Paris, 1991.
- [4] Podlubny,I., ' Fractional order systems and PI $\lambda$ D  $\mu$ controllers', IEEE Transactions on automatic control, Vol. 44, No. 1, pp 208-214, 1999.
- [5] D. Idiou, A. Charef et A. Djouambi, , "identification récursive des systèmes à dérivée fractionnaire ", 3rd international conference on systems and processing information, Guelma, Algeria, May 12-14, 2013.
- [6] S. Mirjalili, S.M. Mirjalili, and A. Lewis, A, "Grey Wolf Optimizer," Advances in Engineering Software. Vol. 69, pp. 46-61, 2014.
- [7] Podlubny, Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications. San Diego: Academic Press, 1998.
- [8] R. Koeller, "Application of fractional calculus to the theory of viscoelasticity ", Appl. Mech. vol. 51, pp. 299–307, 1984.
- [9] Charef A. ,,,,"Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional PI $\lambda$ D  $\mu$  controller," IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 153, pp. 714-720, 2006.
- [10] D. IDIOU "Modélisation et Identification des Systèmes d'Ordre Fractionnaire ", Université des Frères Mentouri, Constantine-Algerie, Thèse de doctorat 2017.
- [11] K.Tadeuzs. Selected problems of fractional systems theory, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [12] R. Caponetto, G. Dongola, and L. Fortuna. Fractional order systems : modeling and control applications, volume 72. World Scientific Pub Co Inc, 2010. (Cité pages 47 et 59.).
- [13] Hilfer R. "Applications of Fractional Calculus in Physics" ,World Scientific, 2000.
- [14] Sabatier J.,Agrawal O.P.,Tenreiro Machado J.A.,,,,"Advances in fractional calculus," Springer, 2007.
- [15] I. Petras, I. Podlubny, P. O'Leary, L. Dorcak, and B. M. Vinagre, Analogue Realization of Fractional Order Controllers," Fakulta Berg , TU Kosice, 2002.

## Références bibliographiques

- [16] R. Malti, M. Aoun, F. Levron, A. Oustaloup. “Numerical Simulations of Fractional Systems: An Overview of Existing Methods and Improvements”. *Nonlinear Dynamics*, Springer Verlag, Vol.38 No. 1-4, pp.117 - 131, 2004.
- [17] T. Poinot, et J. C. Trigeassou, “A method for modelling and simulation of fractional systems”, *Signal Processing*, vol. 83, pp. 2319 – 2333, 2003.
- [18] Moze,M. Commande CRONE des systèmes linéaires à paramètres variants. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, France, 2007.
- [19] A. Ben Messaoud, S. Talmoudi Ben Aoun, and M. LahmariKsouri. “Modélisation des systèmes d’ordre fractionnaire par des modèles extrêmes d’ordre entier, Conference: Conférence Internationale des Energies Renouvelables (CIER2016), 2016.
- [20] Oustaloup A., *La dérivation non entière : théorie, synthèse et applications*, Hermès, Paris, 1995.
- [21] Podlubny I. “Fractional Order Systems and  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  Controllers,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 44, No. 1, pp. 208-214, 1999.
- [22] Pan, Indranil, and Saptarshi Das. *Intelligent fractional order systems and control: an introduction*. Vol. 438. Springer, 2012.
- [23] LAHOUAR Khalid ,SILINI Abdelbasset «Etude Comparative de la Commande PID classique et la Commande d'ordre fractionnaire : Application à un Moteur à Courant Continu», Mémoire de Master Option: Electromécanique, UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M’SILA, 2019 /2020.
- [24].Bagley R.L., Torvik P.J. ,,,“On the appearance of the fractional derivatives in the behavior of real materials,”” *J. Applied Mechanics*, Vol. 41, pp. 294–298, 1984.
- [25] Y. Bensafia, K. Khettab, and A. Idir, “An Improved Robust Fractionalized PID Controller for a Class of Fractional-Order Systems with Measurement Noise”, *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, Vol.11, No.2, pp. 200-207, 2018.
- [26] Bensafia, Y., Khettab, K., & Idir, A., A Novel Fractionalized PID controller Using The Sub-optimal Approximation of FOTF. *Algerian Journal of Signals and Systems*, 7(1), 21-26, 2022.
- [27] D. Xue and Y. Q Chen, “Sub-Optimum  $H_2$  rational approximations to fractional-order linear systems,” *IDETC/CIE Conf.*, pp. 01-10, California USA 2005.
- [28] A. Idir, M. Kidouche, Y. Bensafia, K. Khettab, S.A. Tadjer, “Speed control of DC motor using PID and FOPID controllers based on differential evolution and PSO”, *Int. J. Intell. Eng. Syst.*, Vol.11, pp. 241–249, 2018. DOI: 10.22266/ijies2018.0831.24.
- [29] Idir, A., Ahriche, A., Khettab, K., Bensafia, Y., & Kidouche, M. (2019). Real

## Références bibliographiques

- time simulation of sensorless control based on back-EMF of PMSM on RT-Lab/ARTEMIS real-time digital simulator. *Int. J. of Adv. in Appl. Sci. Vol*, 8(4), 269-278.
- [30] Idir, A., Kidouche, M., Zelmat, M., & ahriche, A. A Comparative Study between DTC, SVM-DTC and SVM-DTC with PI Controller of Induction Motor. In *International Conference on Electronics & Oil, ICEO* (Vol. 11, pp. 1-2).
- [31] Ragab, A., Radwan, A. G., & Soltan, A. (2019, October). Impact of oustaloup and matsuda approximations on fractional PID controller of PV panel. In 2019 Novel Intelligent and Leading Emerging Sciences Conference (NILES) (Vol. 1, pp. 205-208). IEEE.
- [32] Idir, A., Khettab, K., & Bensafia, Y. Design of an Optimally Tuned Fractionalized PID Controller for DC Motor Speed Control Via a Henry Gas Solubility Optimization Algorithm”, *Int. J. Intell. Eng. Syst.*, Vol.15, pp. 59–70, 2022.
- [33] K. Mohammed Amine ,B. Moussa,"Les méthodes métaheuristiques pour l'optimisation en génie électrique", Option Electromécanique, Université Mohamed Seddik Ben Yahia – Jijel,2019.
- [34] Idir, A., Canale, L., Tadjer, S. A., & Chekired, F. (2022, June). High Order Approximation of Fractional PID Controller based on Grey Wolf Optimization for DC Motor. In 2022 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2022 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/I&CPS Europe) (pp. 1-6). IEEE.
- [35] H.Reddad , M.Zemzami, N.El Hami , N. Hmina,"Optimisation métaheuristique et en application mécatronique" Page | 2.
- [36] M. Kihal,« Développement de Modèles CEM pour Le Diagnostic et La Caractérisation des Perturbations dans Les Systèmes de Puissance », Rapport scientifique université de jijel,2018/2019.