

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ MOHAMED BOUDIAF - M'SILA  
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT DE GENIE ÉLECTRIQUE

FACULTÉ : TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT : GENIE ÉLECTRIQUE  
N° :.....



DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIES  
FILIERE : ELECTROMECHANIQUE  
OPTION : ELECTROMECHANIQUE

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de

**MASTER Académique**

**Spécialité : Electromécanique**

**Intitulé**

---

**Modèle 2D Analytique d'un Moteur Synchrone à  
Aimant Permanent Monté en Surface avec Stator  
encoché**

---

Proposé et dirigé par :

**Mr : MABRAK Samir**

Présenté par :

**DJOUABRI AZIZ**

**SAADI ABDERAOUF**

Examiné par le jury composé de :

**Mr : CHAKROUNE Salim**

**Président**

**Mr : MABRAK Samir**

**Rapporteur**

**Mr : LADGHEM CHIKOUCHE Brahim**

**Examineur**

N° d'ordre

**Année universitaire : 2019/2020**

# Sommaire

Introductions Générale	1
------------------------	---

## Chapitre I

### Présentation des machines synchrones

I.1. Introduction	3
I.2 .Constitution de la machine	3
I.2.1.Stator	3
I.2.2. Rotor	3
I.3.Principe de la machine synchrone	4
I.4.Bilan des puissances de la machine synchrone	4
I.5.Expression du couple	5
I.6.Caractéristiques générales des machines synchrones	6
I.7.Classement des machines synchrones	7
I.7.1.Rotors à pôles lisses	8
I.7.2.Rotors à pôles saillants	8
I.8.Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP)	8
I.8.1.Les différents types d'aimants permanents	8
I.8.2.Avantages des MSAP	10
I.8.3.Inconvénients des machines synchrones à aimants permanents	11
I.8.4.Différentes structures de machines synchrones à aimants permanents	12
I.8.4.1.Structures à flux radial (RFPM)	12
I.8.4.2.Structures à flux axial (AFPM)	12
I.8.5.Applications des machines synchrones à aimants permanents	13

## Chapitre II 1

### Modèle électromagnétique des machines synchrones à aimants permanent sur la surface rotorique

II.1. Introduction	15
II.2. Modélisation électromagnétique du type de machine étudiée	15
II.2.1. Equations de Maxwell	16
II.2.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique	17
II.3. Modèle Analytique de résolution	18
II.3.1. Modèle des aimants	19

II.3.2. Modèles des courantes de sources	20
a) Alimentation sinusoïdale	
II.4. Potentiel vecteur créé par les aimants	23
II.5. Détermination des performances de la machine	25
II.5.1. Induction magnétique	25
II.5.2. Expression de la force électromotrice	25
II.5.3. Détermination des expressions des couples	26
II.6. Analyse des performances électromagnétiques	27
II.6.1. Distribution du champ magnétique	27
II.6.2. Analyse de la FEM et du couple électromagnétique	28
II.7. Calcul des grandeurs électromagnétiques de la machine pour un stator encoché	30
II.7.1. Transformation conformes des encoches.	30
II.8. Distribution de l'induction magnétique à vide	35
II.9. Calcul de couple détente.	36
II.10. Calcul de la force électromotrice	37
II.11. Conclusion	39

### **Chapitre III**

#### **Modélisation par éléments finis de machines à aimants montés sur la surface rotorique**

III.1. Introduction	40
III.2. Les méthodes numériques	40
III.2.1. La méthode des éléments finis	41
III.2.1.1. Présentation la méthode des éléments finis	41
III.2.1.2. Modélisation par éléments finis.	41
III.2.1.3. Le principe du calcul par éléments finis	44
III.2.1.4. Le logiciel FEMM	44
III.3. Validation des modèles analytiques	45
III.3.1. Distributions du champ magnétique stator lisse	46
III.3.2. Distributions du champ magnétique stator encoché .	47
III.4. Calcul du couple de détente.	48

III.4.1. Tenseur des contraintes de Maxwell.	48
III.5. Etude paramétrique.	50
III.5.1. Influence des paramètres géométriques de la machine	50
III.5.1.1. Influence de l'épaisseur des aimants	50
III.5.1.2. Influence de l'épaisseur de l'entrefer	52
III.5.1.3. Influence de l'ouverture des aimants.	53
III.6. Conclusion	54
Conclusion Générale	55
Référence bibliographique	56

## Liste des figure et tableaux

Fig.I.1: Structure de machine à 2 paires de pôles.	4
Fig.I.2: Le diagramme des puissance et les pertes dans la machine synchrone.	5
Fig.I.3: Le diagramme de Fresnel de puissance absorbée parfaite.	6
Fig.I.4: représenté un schéma de type de machine synchrone.	8
Fig.I.5: Cycle d'hystérésis des aimants.	9
Fig.I.6: Courbes de B(H) de différents aimants.	10
Fig.I.7: Vue schématique des machines : (a) à flux radial, (b) à flux axial.	12
Fig.I.8: Structures à rotor interne et à rotor externe.	13
Fig.I.9: Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator.	13
Fig. II.1: Structure d'une machine synchrone à aimant	16
Fig. II.2: Aimantation radiale.	16
Fig. II.3: Structure étudiée sur un pas polaire.	19
Fig. II.4 : Forme d'onde d'une aimantation radiale.	20
Fig.II.5 : Modélisation des encoches statoriques.	21
Fig.II.6: Répartitions de l'induction au milieu de l'entrefer ( $r_m$ ) due aux aimants: ( $e_a=3.58\text{mm}$ , $\alpha_p = \frac{5}{6}\tau_a$ ) : (a) induction radiale, (b) induction tangentielle.	28
Fig.II.7: Répartition de la f.é.m.	29
Fig. II.8:Couple d'interaction pour différents sens d'aimantation.	30
Fig. II.9: Modèle d'une seule encoche de profondeur infinie dans le plan S.	31
Fig. II.10:Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z.	31
Fig. II.11: Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan W.	32
Fig. II.12: Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan T.	33
Fig. II.13: Modèle d'une seule encoche dans le plan K.	33
Fig. II. 14: partie imaginaire de la perméance relative complexe calculées pour un pas dentaire.	34
Fig. II. 15: partie réelle de la perméance relative complexe calculées pour un pas polaire.	34
Fig. II. 16: partie imaginaire de la perméance relative complexe calculées pour un pas dentaire.	34
Fig. II. 17: partie imaginaire de la perméance relative complexe calculées pour un pas polaire.	35
Fig II. 18 : Répartitions de l'induction radiale et tangentielle créées dans l'entrefer à stator (a) induction radiale. (b) induction tangentielle .	36

Fig.II.19: la forme d'onde du couple de détente.	36
Fig.II.20 : La forme de la force électromotrice.	39
Fig.III.1: Coupe transversale de la machine avec maillage global en 2D.	43
Fig.III.2 : Maillage par éléments finis d'un pas polaire	43
Fig.III.3 : Distributions du champ magnétique stator lisse	46
Fig.III.4: Composantes Radiale $B_r$ de l'induction avec stator lisse.	46
Fig.III.5: Composantes tangentielle $B_t$ de l'induction avec stator lisse.	47
Fig.III.6: Distributions du champ magnétique stator encoché.	47
Fig.III.7: Composantes Radiale $B_r$ de l'induction avec stator encoché.	47
Fig.III.8 : Composantes tangentielle $B_t$ de l'induction avec stator encoché.	49
Fig.III.9 : Relation entre $\vec{t}_m$ , $\vec{n}$ et $\vec{B}$ .	50
Fig.III.10: Couple de détente (aimantation radiale).	51
Fig.III.11: Influence de l'épaisseur des aimants sur l'induction radiale.	51
Fig.III.12: Influence de l'épaisseur des aimants sur l'induction tangentielle.	52
Fig.III.13: Influence de l'épaisseur de l'entrefer sur l'induction radiale.	52
Fig.III.14: Influence de l'épaisseur de l'entrefer sur l'induction tangentielle.	53
Fig.III.15: Influence de l'ouverture des aimants sur l'induction radiale.	53
Fig.III.16: Influence de l'ouverture des aimants sur l'induction tangentielle.	53
Tableau I.1: Principales caractéristiques magnétiques des familles d'aimants.	10
Tableau II : paramètres dimensionnels sur les performances des machines expérimentale étudiée.	27

# *Remerciements*

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Recherche en Électromécanique de science technologie, sous la direction de **Mr. MABRAK Samir** qui, nous tenons à remercier, et avec qui nous avons eu l'honneur de travailler. Ses conseils et ses orientations nous ont été d'un grand apport pour l'aboutissement de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de notre reconnaissance ainsi que notre sincère gratitude.

Nous tenons à exprimer nos plus vifs remerciements à Monsieur **CHAKROUNE Salim**, Maître de Conférences à de science technologie, pour l'honneur qu'il nous fait de présider le jury de soutenance. Nous ne saurions omettre de reconnaître sa disponibilité à chaque sollicitation.

Que Monsieur **LADGHEMCHIKOUCHE Brahim**, Maître de Conférences à de science technologie, soit convaincu de notre sincère reconnaissance pour avoir accepté d'examiner et critiquer ce mémoire.

Nous remercions **M ,BENNACEUR Abdelbaki** ,de nous aider à expliquer la méthodologie et comment créer la mémoire de fin d'étude et notre compréhension de ce qui se passe sur ces sujets précieux et importants dans tous les domaines de la vie .

## *Dédicaces*

A mon très cher père

A mon très cher mère

A mes très chers parents

A tous mes amis qui m'aiment et qui m'apprécient

A toutes celles et tous ceux qui me sont chers

***DJOUABRI AZIZ***

A mon très cher père

A mon très cher mère

A mes très chers parents

A mes oncles

A tous mes amis (es) qui m'aiment et qui m'apprécient

A toutes celles et tous ceux qui me sont chers

**SAADI ABDERAOUF**

## Introduction Générale

Le domaine de la conversion de l'énergie électrique est marqué par le développement de l'électronique et de la micro-électronique. Les composants de l'électronique de puissance ont subi une grande évolution et ont vu leurs performances (tenue en tension et en courant, fréquences d'utilisation, rapidité de commutation ...) augmenter fortement [1],[2].

Cette évolution a permis de concevoir des convertisseurs statiques capables d'alimenter en fréquence variable les moteurs à courant alternatif. De plus, l'arrivée sur le marché, des matériaux magnétiques (aimants permanents modernes) dont les caractéristiques se sont améliorées en terme de performance et de prix, a permis l'essor de la machine synchrone. En effet la mise en place des aimants permanents au rotor pour créer le champ inducteur, a permis la suppression des contacts glissants ainsi que les dispositifs à diodes tournantes nécessaires aux rotors bobinés. Les machines synchrones à aimants sont caractérisées par un couple massique et un couple volumique importants comparativement aux machines classiques [3].

Plusieurs structures d'inducteurs de machines synchrones à aimants sont envisageables. Cette diversité porte beaucoup plus sur la nuance d'aimants, ainsi que sur leur disposition au niveau du rotor [4]. Le choix entre ces différentes structures d'inducteurs est, le plus souvent, imposé par des contraintes technologiques et par la possibilité d'améliorer les performances en couple massique [5], en fiabilité et en comportement dynamique et statique. Les structures à rotor lisse sont très bien adaptées pour les systèmes utilisant la commande par orientation de flux.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à l'étude d'une machine à aimants permanents montés sur la surface rotorique avec un stator classique encoché. Les aimants sont de type  $N_d F_c B$  à aimantation radiale et parallèle.

L'objectif de notre travail est de pré-dimensionner la structure étudiée et d'effectuer une comparaison des résultats obtenus en utilisant deux méthodes de résolution des équations de propagation du champ électromagnétique : la méthode analytique et la méthode des éléments finis afin de sélectionner les structures les plus performantes. Les calculs sont effectués sous des critères mécaniques et thermiques fixés.

Dans le premier chapitre de notre mémoire, on présente la machine synchrone, et présente les différents matériaux pour aimants permanents utilisés dans les machines synchrones ainsi que les différents types d'inducteurs de ces dernières. Nous rappelons les avantages de la machine excitée par des aimants par rapport à une excitation classique.

Au deuxième chapitre, on développe, Modèle électromagnétique des machines synchrones à aimants permanent montés sur la surface rotorique sous des hypothèses concordantes, un modèle d'étude bidimensionnel basé sur la résolution analytique des équations de Maxwell afin de calculer les champs magnétiques dus aux aimants et aux courants .

Dans le dernier chapitre, modélisation par éléments finis de machines à aimants montés sur la surface rotorique , d'un modèle en 2D, utilisant les éléments finis afin de tenir compte de la structure réelle de la machine est présenté. Il est exploité pour analyser l'état de saturation des structures envisagées.

## Chapitre I : Présentation des machines synchrones

### I.1. Introduction :

Le terme de machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation. La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ce qui impose en fonctionnement normal une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique. Cette famille de machine regroupe en fait plusieurs sous familles, qui vont de l'alternateur de plusieurs centaines de mégawatts au moteur de quelques watts, en passant par les moteurs pas à pas. Néanmoins, la structure de toutes ces machines est relativement proche. Le stator est généralement constitué de trois enroulements triphasés répartis, tel que les forces électromotrices générées par la rotation du champ rotorique soient sinusoïdales ou trapézoïdales. Les stators, notamment en forte puissance, sont identiques à ceux d'une machine asynchrone. Pour des applications de faible puissance aux environs de quelques kilowatts on peut s'affranchir de cette faiblesse de ce genre des machines [1]. Il existe trois grandes familles de rotor, ayant pour rôle de générer le champ d'induction rotorique. Les rotors bobinés à pôles lisses, les rotors bobinés à pôles saillants ainsi que les rotors à aimants [2].

Autrefois utilisés quasi exclusivement en alternateur, le développement de l'électronique de puissance et la généralisation des aimants comme inducteur permettent aujourd'hui d'employer les machines synchrones en tant que moteurs dans une large gamme de puissance.

La machine synchrone dans la très grande majorité des cas est utilisée en triphasé

### I.2 Constitution de la machine

Comme tout moteur, la machine synchrone est constituée d'une partie mobile « le rotor » et d'une partie fixe « le stator ».

#### I.2.1. Stator :

Le stator est habituellement l'induit (siège de la transformation de puissance). Le stator est constitué d'un bobinage triphasé généralement couplé en étoile, découpé en  $p$  paire de pôles. Les bobinages sont insérés dans des encoches au sein de culasse en ferrite.

### I.2.2. Rotor :

De la même manière, l'inducteur est généralement le rotor. Suivant la technologie utilisée, le champ magnétique est créé par des bobinages ou des aimants permanents. (cf. diaporama durant le cours).

Lorsque que l'inducteur est bobiné, il est nécessaire de conserver des balais afin de l'alimenter (mais cette fois sans commutation).

Cette année, seule la machine synchrone BRUSHLESS (sans balai, donc à aimants permanents) est au programme. Cette structure réserve plusieurs avantages :

- Pas de pertes au rotor.
- Pas besoin de bobinage et de balais au rotor.
- Un rotor plus léger (car aimants plus légers que les bobinages).
- Servomoteurs à faible inertie donc très réactifs.
- Pour les faibles dimensions, induction plus importante.

Autrefois, cette technologie ne permettait pas de réaliser des machines de très fortes dimensions(cout trop important) mais avec les progrès réalisés sur les aimants, on observe une montée en puissance de ces moteurs.

Les aimants utilisés sont généralement soit des ferrites (faible induction mais bon marché) ou du Samarium cobalt (forte induction mais couteux).[2]

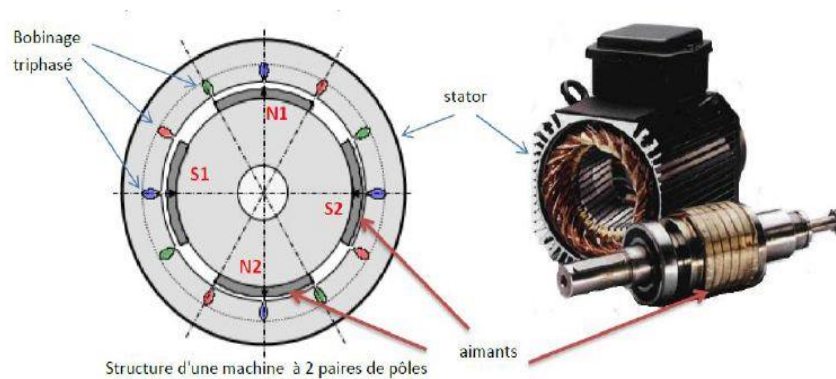


Figure I.1 :Structure de machine à 2 paires de pôles

### I.3.Principe de la machine synchrone:

Le stator alimenté par un système de tensions triphasé crée un champ tournant dans l'entrefer. Ce champ magnétique tourne à la vitesse de  $fp$  tours par secondes avec  $f$  fréquence d'alimentation des bobinages statoriques, et  $p$  le nombre de paires de pôles.

Le rotor composé de  $p$  aimants permanents va alors s'aligner avec le champ tournant.

Le rotor tourne ainsi à la même que le champ tournant. La vitesse de rotation du rotor est donc :

$$\Omega = wp \quad \text{I. 1}$$

*Rq 1* : Le synchronisme des champs magnétiques induit et inducteur impose une procédure spécifique de démarrage (de couplage au réseau en mode alternateur).

- En mode moteur : un moteur synchrone ne peut démarrer directement à pleine tension depuis le réseau de fréquence 50Hz (Car le rotor a une vitesse nulle au démarrage  $\Omega \neq$  ). Pour une alimentation directe en 50 Hz, il faudrait donc au préalable amener la charge à la vitesse nominale par un moteur auxiliaire puis connecter l'alimentation.

Pour les moteurs BRUSHLESS, la solution consiste à utiliser un onduleur (système électronique recréant un système de tension triphasé de fréquence et d'amplitude voulu) . Autrefois, le rotor devait être lancé à la vitesse de synchronisme par un dispositif tierce et la variation de vitesse était impossible à réaliser.

- En mode alternateur (pour les machines à rotor bobiné essentiellement) : avant de connecter la machine synchrone au réseau, il faut lancer le rotor à la vitesse de synchronisme par un moteur annexe, puis en modulant le courant d'induction, amener la fem créée par l'alternateur à la même valeur que la tension du réseau.

*Rq 2* : Le problème de ce mode de fonctionnement de la machine synchrone est son instabilité. Les constantes de temps électrique étant beaucoup plus faibles que les constantes de temps mécaniques, le moindre changement rapide de courant statorique entraîne le décrochage du champ magnétique créé par le rotor. Pour cette raison, le moteur synchrone, en pratique, ne peut fonctionner correctement qu'en étant asservi afin de maintenir en permanence les champs statoriques et rotorique "en phase".

#### I.4 Bilan des puissances de la machine synchrone

En mode moteur, les pertes dans la machine synchrone se répartissent suivant la manière suivante :

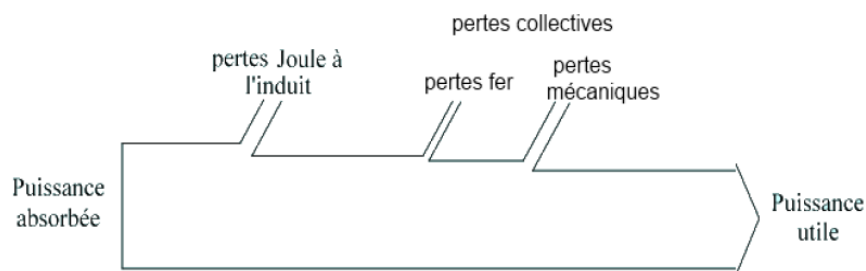


Figure I.2 :Le diagramme des puissance et les pertes dans la machine synchrone .

On regroupe habituellement les pertes fer dans le stator (pertes par hystérésis et courants de Foucault) et les pertes mécaniques car sous la tension nominale, elles ne dépendent toutes deux que de la vitesse de rotation du moteur (ce qui devient faux lorsque l'onduleur commande le moteur en amplitude variable).

Les rendements des machines synchrones à aimants permanents sont généralement très bons. (Meilleurs que pour les autres moteurs d'environ 1%) de l'ordre de 96% pour 100kW, 91% pour 6kW et 78% pour 1kW.

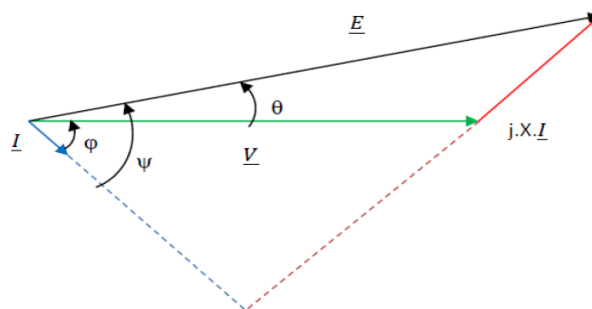
L'expression littérale du rendement s'écrit :

$$n = \frac{Cu \cdot \Omega}{\sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi} = \frac{Cu \cdot \Omega}{Cu \cdot \Omega + PJ + Pc} \quad \text{I.2}$$

### I.5 .Expression du couple

On peut calculer simplement l'expression du couple dans la machine synchrone en faisant l'approximation d'une conversion de puissance parfaite, ce qui implique de négliger la résistance d'un enroulement.

Le diagramme de Fresnel vu en page précédente devient alors :



**Figure I.3 :Le diagramme de Fresnel de puissance absorbée parfaite**

Or si on considère la conversion parfaite, P est aussi la puissance mécanique transmise au rotor , La puissance absorbée s'écrit:

$$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi = Cm \cdot \Omega \quad \text{I.3}$$

On a donc :

$$Cm = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi \Omega = 3p \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi w \quad \text{I.4}$$

A partir de relation géométriques dans le diagramme de Fresnel, on peut exprimer le couple en fonction d'autres paramètres :

En projetant V et E sur I, on a :

$$V \cdot \cos\varphi = E \cdot \cos\psi \quad \text{I.5}$$

L'expression du couple devient :

$$Cm = 3p.E.I.\frac{\cos\psi}{w} \quad I.6$$

Conclusions : On s'aperçoit que le couple est donc maximal lorsque  $\psi$  est nul. Il faut donc que la fem et le courant soit en phase. C'est pour cela que lorsque la fem est trapézoïdale, on commande le moteur en créneau de créneau et lorsque la fem est sinusoïdale, on commande le moteur en courant sinusoïdal. On parle alors de moteur synchrone autopiloté.

Lorsque l'on respecte cette condition, on pourrait montrer que le moteur synchrone se commande alors comme un moteur à courant continu avec l'avantage d'un rotor avec une faible inertie. C'est pour cette raison que le moteur synchrone est très répandu dans les applications de robotique. (faible inertie + commande aisée)

En projetant  $j.X.I$  et  $E$  sur la verticale, on a :

$$E.\sin\theta = X.I.\cos\varphi = L.w.I.\cos\varphi \quad I.7$$

Le couple s'écrit alors :

$$Cm = 3p.V.E.\frac{\sin\theta}{L}.w^2 \quad I.8$$

Un autre mode de commande de la machine peut donc être obtenu en maintenant l'angle  $\theta$  à  $90^\circ$ . Cet angle correspond également au déphasage à maintenir entre le champ magnétique créé par le rotor et le champ magnétique créé par le stator.

## I.6 .Caractéristiques générales des machines synchrones

Dans sa version à rotor bobiné, la machine synchrone triphasée est le convertisseur adapté pour la production d'électricité, ceci grâce à la possibilité de fournir de l'énergie réactive en modulant le courant d'excitation.

Pour des puissances inférieures à environ 50 kW, les moteurs synchrones à aimants permanents présentent des avantages certains :

- Une inertie (ou poids) plus faible qu'avec un rotor bobiné. On a alors une puissance massique plus importante que les pour les autres moteurs électriques. Cela peut être intéressant lorsque le problème d'encombrement ou de poids est important (par exemple, la Toyota Prius est équipée d'un moteur synchrone à aimants permanents) ou lorsque l'on a besoin d'une dynamique importante (servomoteur en robotique)

- Un rendement amélioré grâce à l'absence de consommation dans le rotor
- Un entretien réduit dû à l'absence de balais.
- Cependant, on observe quelques limitations :
- Cout plus élevé des aimants

- Induction non réglable (difficulté de réglage à forte vitesse sans des pertes plus importantes)

- Risque de démagnétisation des aimants et tenue en température réduite.

La commande relativement complexe de ces moteurs qui était autrefois un frein, ne pose plus actuellement de problème grâce à l'augmentation des performances de l'électronique (de puissance et de contrôle).[2]

## I.7. Classement des machines synchrones :

En regroupe trois grandes familles de machine synchrone comme suivant :

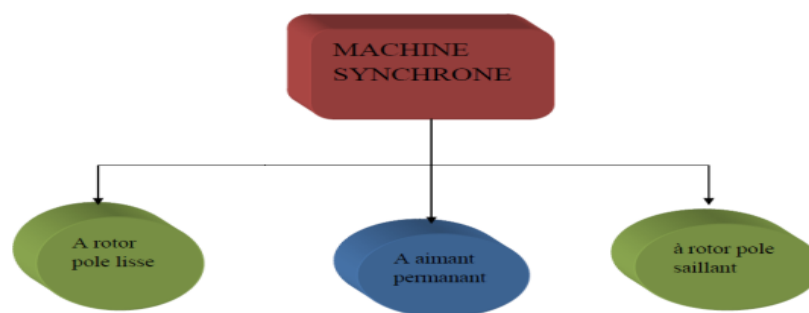


Figure I.4 : représenté un schéma de type de machine synchrone

### I.7.1 . Rotors à pôles lisses

L'entrefer est d'épaisseur constante ; en un point donné, elle ne dépend pas de la position de l'arbre.

On les trouve sur les machines :

- à faible nombre de pôles (2 ou 4)
- de faible diamètre,
- de longueur importante.

### I.7.2 Rotors à pôles saillants

L'épaisseur de l'entrefer est variable ; en un point donné, elle dépend de la position de l'arbre.

On les trouve sur les machines :

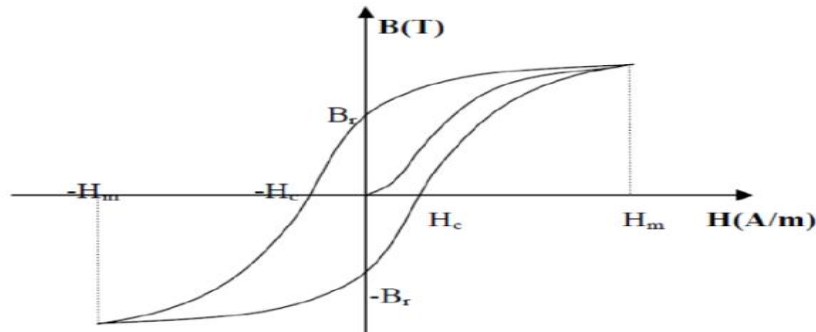
- à nombre de pôles élevés (jusqu'à 40)
- de diamètre élevé,
- de longueur relativement faible.

## I.8 Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) :

Historiquement, les premiers aimants permanents ont été utilisés au début du 19ème siècle. De performances très modestes à leurs débuts, les progrès réalisés de puis plus d'un

siècle ont contribué au développement des machines à aimants. L'évolution des aimants permanents modernes, qu'ils soient à base d'alliage métalliques ou à Terres rares (par exemple du type manico, samarium cobalt, néodyme fer bore,...) leur a permis d'être utilisés comme inducteurs dans les machines synchrones offrant ainsi beaucoup d'avantages à savoir: L'induction de saturation élevée, faible désaimantation, densité de puissance massique élevée, énergie maximale stockée plus grande par rapport aux autres types de machines. Dans la machine à aimants permanents MSAP, l'inducteur est remplacé par des aimants, le champ d'excitation peut être également créé par des aimants permanents, ceci présente l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotorique. La machine synchrone à aimants permanents est utilisée largement dans plusieurs applications comme les machines-outils, la robotique, les générateurs aérospatiaux, la traction électrique, ...etc. Le domaine d'emploi de la MSAP à l'heure actuelle est de quelques dizaines de Kilowatt à cause des caractéristiques magnétiques des aimants qui peuvent se perdre en dépassant les limites de fonctionnement.

L'ensemble de ces propriétés leur donne un avantage incontestable dans la motorisation d'actionneurs de forte puissance massique et de hautes performances, notamment dans les systèmes embarqués.



**Figure I.5 : Cycle d'hystérésis des aimants**

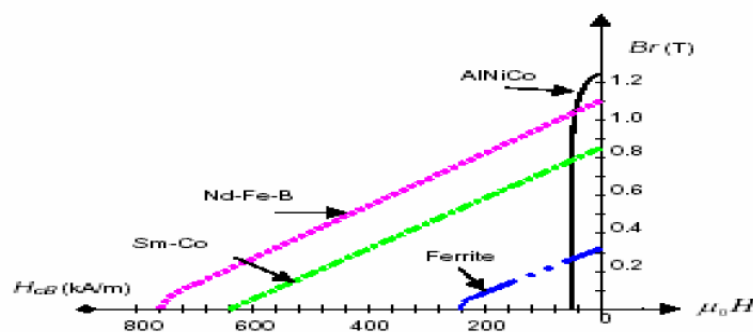
Les aimants permanents sont des matériaux durs, caractérisés par une polarisation rémanente  $J_p = B_r$ , un champ coercitif d'aimantation  $H_c$ , et une énergie spécifique maximale  $(BH)_{max}$ . D'un point de vue macroscopique, l'état magnétique d'un aimant est décrit par trois vecteurs [3] :

- l'induction magnétique  $B$ ,
- le champ magnétique  $H$ ,
- la polarisation rémanente de l'aimant  $J_p$ .

L'aimantation de l'aimant est la résultante d'une aimantation rémanente  $J_{pet}$  d'une aimantation induite par un champ extérieur  $J_{ext} = \mu_0 X_m(H) \cdot H$  où  $X_m$  est la susceptibilité magnétique du matériau (qui dépend du champ appliqué). Par conséquent, on peut écrire la relation suivante[4] :

$$B = \mu_0 [H + X_m(H) \cdot H] = \mu_0 [1 + X_m(H)] \cdot H + J_p \quad I.9$$

Pour les machines tournantes, la partie utile de la caractéristique  $B(H)$  des aimants se situe dans le quart de plan où  $H < 0$  et  $B > 0$ . On parle de caractéristique de démagnétisation lorsqu'un champ extérieur est appliqué pour s'opposer à l'aimantation résiduelle de l'aimant (Fig.I 6) [5].



**Figure I.6: Courbes de  $B(H)$  de différents aimants [5].**

Les aimants permanents que l'on peut rencontrer dans les machines sont principalement les ferrites et les AlNiCo et les aimants terres rares : (Le Samarium-Cobalt et le Néodyme-Fer-Bore) dont les principales caractéristiques sont regroupées dans le tableau I.1) [4].

**Tableau I.1:** Principales caractéristiques magnétiques des familles d'aimants [4].

Propriétés	AlNiCo	Ferrite	Sm-Co	Nd-Fe-B
Champ rémanent $B_r$	T 0,6 à 1,35	0,35 à 0,43	0,7 à 1,05	1,0 à 1,3
Champ coercitif intrinsèque $H_{ci}$	KA/m 40 à 130	180 à 400	800 à 1500	800 à 1900
$(BH)_{max}$	KJ/m <sup>3</sup> 20 à 100	24 à 36	140 à 220	180 à 320
Coefficient de température $B_r$	%/°C -0,01	-0,2 à -0,045	-0,08 à -0,02	0,05 à -0,15
Coefficient de température $H_{ci}$	%/°C -0,02	0,2 à 0,4	0,2 à 0,25	-0,5 à -0,9
Température maximum de fonctionnement	°C 500 à 550	250	250 à 350	80 à 200

### I.8.1. Les différents types d'aimants permanents :

Il existe une grande variété de matériaux, pour aimants permanents, dont les propriétés et les applications sont diverses. Dans le cas des machines tournantes, on distingue trois types[2,6]:

• **Les Alnico:** aimants permanents réalisés à partir d'un alliage Aluminium-Nickel-Cobalt. Caractérisés par une induction rémanente élevée et un champ coercitif faible ils sont donc de caractéristiques énergétiques médiocres. En effet, de part leur composition métallique ils sont le siège de pertes fer, et le procédé de fabrication induit une direction privilégiée de l'aimantation, qui est celle de la plus grande longueur. Actuellement, en raison de leur basse qualité, ils ne sont presque plus utilisés.

• **Les Ferrites:** aimants permanents, formés de matériaux de la famille des céramiques et donc électriquement non-conducteurs et quasiment ferromagnétiques. Ils sont caractérisés par une faible induction rémanente mais ont un champ coercitif élevé. Ils sont surtout intéressants pour leur bon rapport densité d'énergie – prix.[7].[8]

• **Les alliages métaux – terres rares:** ils sont, actuellement, les plus performants des aimants permanents utilisés dans la construction des machines synchrones. La version la plus courante est l'alliage samarium cobalt, caractérisé par une induction rémanente et un champ coercitif élevés. A taille égale, la densité d'énergie emmagasinée dans l'aimant est trois fois plus grande que celle des Alnico et six fois plus que celle des ferrites, réduisant ainsi de façon considérable le volume du rotor, ce qui permet donc d'augmenter le couple massique de la machine et de réduire son inertie. Leur prix est cependant élevé.

Le choix de l'aimant est effectué en fonction de caractéristiques recherchées et du prix de l'aimant qui est très variable. Quelques propriétés magnétiques des différents types d'aimants sont données dans le tableau I.1 ci-dessous.

### I.8.2 Avantages des MSAP :

Lors de la construction des machines synchrones à aimants permanents (MSAP), à la place des bobinages d'excitation offrent beaucoup d'avantages:

- ✚ Moins des pertes de cuivre, les pertes viennent surtout du stator d'où le rendement du moteur est amélioré,
- ✚ Une faible inertie et un couple massique élevé,
- ✚ Une meilleure performance dynamique,
- ✚ Construction et maintenance plus simple,
- ✚ Augmentation de la constante thermique et de la fiabilité, à cause de l'absence de contacte bague balais dans ces machines.

Le choix des aimants permanents dépend des facteurs suivants:

- ✚ Performance du moteur, Poids du moteur, Dimension du moteur,
- ✚ Rendement du moteur, Facteur économique.

### I.8.3 Inconvénients des machines synchrones à aimants permanents

✚ Commutateur mécanique remplacé par un autre électronique, ce qui a pour effet de rendre le contrôle du moteur plus complexe et coûteux que celui d'un moteur à courant continu.

✚ Prix des aimants le rend plus cher.

✚ La présence de pulsation de couple.

✚ Risque de désaimantation, ce qui limite l'utilisation par les dés contraintes comme la température max, courant max....etc.

✚ Pertes par courant de Foucault dans les aimants.

### I.8.4 Différentes structures de machines synchrones à aimants permanents :

Les structures des machines synchrones à aimants permanents sont classées suivant la disposition des aimants sur le rotor. Leurs différentes configurations incluent les machines à flux radial (RFPM) et à flux axial (AFPM). Celles-ci peuvent être alimentées, soit par des courants sinusoïdaux dans le cas des PMSM ou par des courants en créneaux dans le cas de BDCM.[5]

Une vue schématique des deux types de machines à aimants, à flux radial et à flux axial, est donnée par la figure suivant :

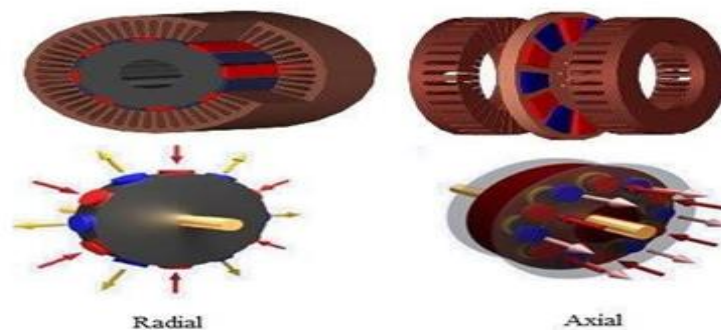
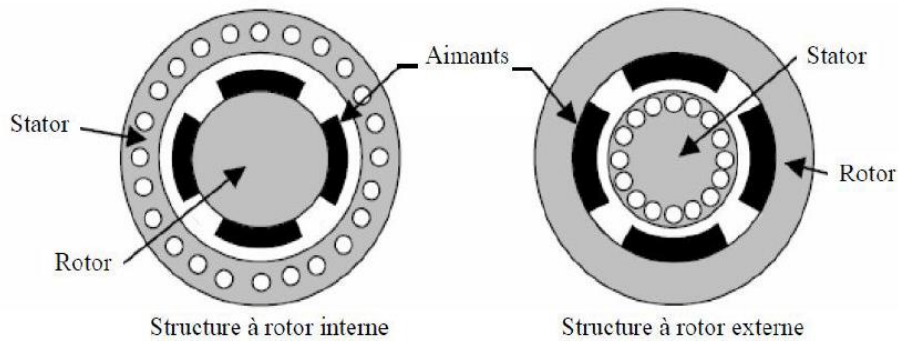


Figure I.7: Vue schématique des machines : (a) à flux radial, (b) à flux axial

#### I.8.4.1. Structures à flux radial (RFPM) :

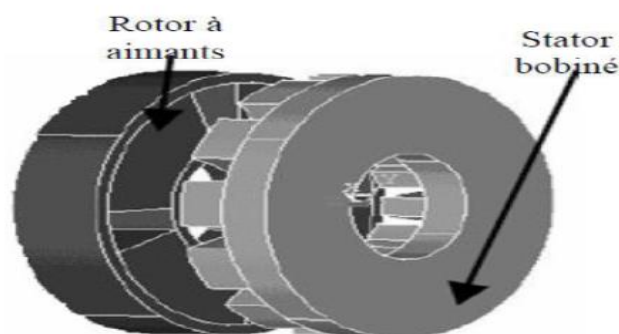
La machine synchrone à flux radial (RFPM) est la machine à aimant la plus conventionnelle. Elle est employée couramment pour l'entraînement direct. Son stator est identique à celui d'une machine d'induction classique. Ces structures peuvent se présenter, soit avec un rotor placé à l'intérieur ou à l'extérieur (Figure I.8).[2]



**Figure I.8 : Structures à rotor interne et à rotor externe.**

#### **I.8.4.2 . Structures à flux axial (AFPM)**

Ces machines dites « discoïdales » ou AFPM représentent une autre solution possible pour les entraînements directs à basse vitesse. Elles comportent un ou plusieurs disques fixes bobinés et un ou plusieurs disques mobiles supportant les aimants permanents. Leur principal avantage est l'optimisation de la surface utile de génération du couple, qui se traduit par une puissance volumique importante. Cependant, leur assemblage est très compliqué, à cause des contraintes mécaniques liées aux poussées axiales[8] . Comparées à la structure à flux radial, ces machines se caractérisent par un plus grand diamètre et une longueur axiale relativement plus courte. Le flux provenant des aimants est axial tandis que le courant est dans la direction radiale. Différentes configurations à flux axial existent: celle à structure simple avec un seul rotor associé à un seul stator (Figure I.8) et celles à double entrefer avec soit, un seul stator inséré entre deux rotors (Figure I.9) ou un seul rotor inséré entre deux stators . L'exploitation des ces machines dans le domaine de traction (vélo électrique et voiture hybride) est très prometteuse[5].



**Figure I.9: Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator.**

#### **I.8.5 Applications des machines synchrones à aimants permanents :**

Ces machines ont trouvé un vaste champ d'applications dans plusieurs domaines(équipement domestique, lecteurs CD/DVD et disques durs d'ordinateur, voiture et

vélo électriques, transport, aérospatial, machines-outils, servomoteurs, équipement médical et propulsion des navires). Celles-ci sont utilisées pour des puissances allant de la gamme des microwatts à celle des mégawatts.

Il est utilisé pour les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, les compresseurs et les pompes centrifuges, et grâce au développement de l'électronique de puissance, l'association machine à aimants convertisseur de puissance a trouvé de nombreuses applications dans les domaines très divers tels que la robotique, la technologie de l'espace et dans d'autres applications plus particulières (domestique,...).

## Chapitre II :

### Modèle électromagnétique des machines synchrones à aimants permanent montés sur la surface rotorique

#### II.1. Introduction :

Le fonctionnement des machines électriques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporelle du champ magnétique. Bien que l'aspect électrostatique intervienne (les isolants par exemple), il ne présente pas le même degré d'acuité que les aspects magnétiques pour le fonctionnement. Le champ magnétique dans les machines électriques a un rôle très important, car son calcul affecte directement la taille et les performances de la machine. Il y a deux types de sources communes du champ magnétique, celui créé par le courant de l'enroulement statorique et celui des aimants permanents montés sur la surface rotorique. Dans ce chapitre nous présentons un modèle analytique pour le calcul électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique.

#### II.2. Modélisation électromagnétique du type de machine étudiée :

Le type de machines que nous abordons dans notre travail (Fig. II.1), est celui des machines à aimants montés sur la surface du rotor. Ces machines sont constituées de deux parties bien distinctes :

- ✚ Le stator : Il est de forme cylindrique, constitué par un empilement de tôles en matériau ferromagnétique et il comporte un bobinage triphasé classique. Les conducteurs sont logés dans des encoches régulièrement réparties le long de l'entrefer.

- ✚ Le rotor : Celui-ci comporte des aimants montés sur sa surface. Chaque pôle est constitué d'un nombre donné de blocs aimantés qui sont fixés à l'aide de frettes amagnétiques sur l'arbre de la machine. Ce dernier peut être constitué soit d'une seule pièce massive soit d'un circuit magnétique feuilleté. L'aimantation dans ce type de machines peut être, radiale, parallèle ou sinusoïdale, (Fig.II.2). En pratique, l'aimantation sinusoïdale est approximée en subdivisant chaque pôle en un certain nombre de blocs dont l'aimantation est inclinée d'un angle, mesurée en degrés électriques, correspondant à la position du bloc dans le pôle [9], [10].

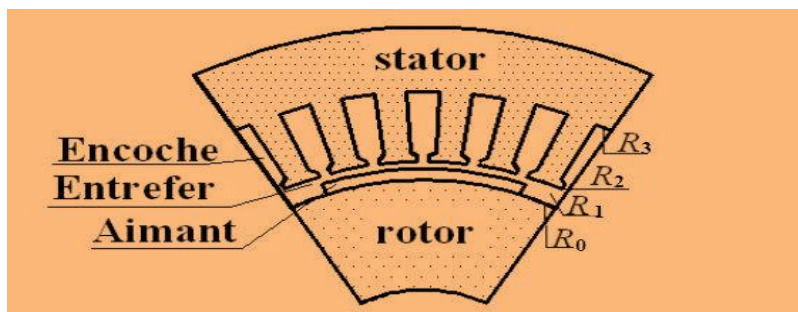


Figure II.1: Structure d'une machine synchrone à aimant

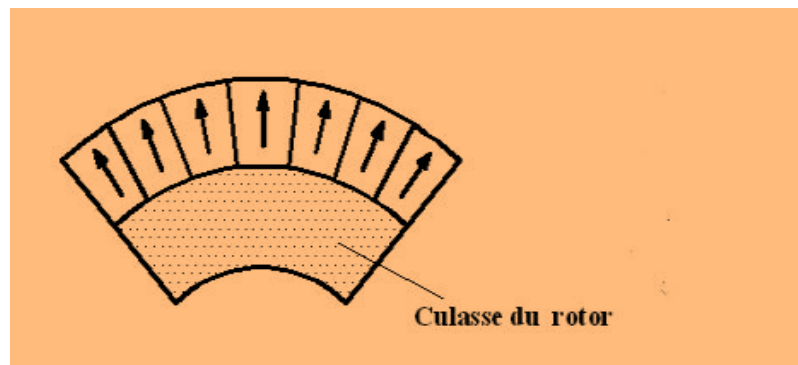


Figure II.2 : aimantation radiale

### II.2.1. Equations de Maxwell :

Le fonctionnement des machines électriques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporels du champ magnétique. L'analyse de ces phénomènes conduit à la résolution des équations de Maxwell dans un domaine tridimensionnel. En général, la modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents s'effectue à partir d'un modèle magnétostatique justifié par la nature des phénomènes électromagnétique. Celle-ci est traduite par les équations suivantes [9], [11], [12], [10], [13]:

- Conservation de flux magnétique :  $div(\vec{B}) = 0$  (II. 1)

Les deux équations de couplage :

- Equation de Maxwell Ampère :  $rot(\vec{H}) = \vec{j}$  (II. 2)

- Equation de Maxwell Faraday :  $rot(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  (II. 3)

Propriétés des matériaux et des milieux :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (II. 4)$$

Où  $\mu_0$  représente la perméabilité magnétique du vide et  $\mu_r$  la perméabilité relative du milieu considéré.

Les aimants magnétiquement rigides, actuellement employés dans les machines électriques, possèdent une caractéristique de désaimantation linéaire dans la zone normale d'utilisation [18]. Pour les milieux aimantés cette dernière équation est donnée par

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{II.5})$$

Où  $B$ ,  $H$ ,  $J$ ,  $E$  et  $M$  désignent respectivement l'induction magnétique, l'excitation magnétique, la densité volumique de courant, le champ électrique et l'aimantation des aimants (induction rémanente en présence des aimants).

### II.2.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique :

La formulation en potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  est utilisée lorsque les sources de champ sont des densités de courants sources. L'équation (II.1) entraîne l'existence d'un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  tel que [14], [10] :

$$\vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) \quad (\text{II.6})$$

L'utilisation de la formulation en potentiel vecteur magnétique et la combinaison des équations (II.1) à (II.5) (II.6) donnent l'équation générale de répartition du potentiel qui est décrite par l'expression suivante :

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) = \vec{J} + \text{rot} \left( \frac{1}{\mu} \vec{M} \right) \quad (\text{II.7})$$

On a

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) = \text{grad} \left( \text{div}(\vec{A}) \right) - \Delta(\vec{A}) \quad (\text{II.8})$$

Dont l'unicité est assurée en imposant  $\text{div}(\vec{A}) = 0$ , appelée la jauge de Coulomb [14], [10].

Donc

$$\Delta(\vec{A}) = -\vec{J} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta \right)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = -\vec{J} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta \right) \quad (\text{II.8})$$

Où  $M_r$ ,  $M_\theta$  représentent respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'aimantation.

Si on néglige les courants induits dans la zone des aimants, l'équation (II.10) s'écrirait en coordonnées polaires, comme suit :

- Dans la région des aimants

$$\frac{\partial^2 A_{II}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{II}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{II}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial M_r}{\partial M_\theta} - M_\theta \right) \quad (\text{II. 9})$$

- Dans l'entrefer :

$$\frac{\partial^2 A_I}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_I}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_I}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II. 10})$$

Le calcul du champ revient donc à résoudre des équations aux dérivées partielles du potentiel vecteur dans l'intervalle  $[R_0, R_2]$ . Le principe de la méthode de résolution consiste à rechercher les expressions analytiques du potentiel vecteur dans les différentes zones du domaine d'étude. Les champs produits par les différentes sources, fonctions de la variable d'espace et du temps  $(\theta, t)$ , sont calculés séparément.

### II.3. Modèle Analytique de résolution

Dans la modélisation adoptée. En négligeant l'effet de la denture statorique, l'entrefer magnétique (région des aimants et l'entrefer mécanique) de la machine est considéré lisse. Sous Ces conditions, le domaine d'étude, dans un système en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , est réduit à deux zones concentriques (Fig. II.3) :

- $[R_0, R_1]$  : Zone (1) contenant les aimants.
- $[R_1, R_2]$  : Zone (2) contenant l'entrefer mécanique.

Vu que les machines électriques sont constituées des matériaux différents et comme les lignes de champs sont continuées à travers la machine, il est utile de définir les conditions de passage du champ entre les interfaces communes entre deux domaines différents.

- La condition de conservation de la composante normale de l'induction magnétique qui se traduit par :

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{B}_1 - \vec{n}_2 \cdot \vec{B}_2 = 0 \quad (\text{II. 11})$$

- La condition de discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique

Donnée par :

$$\vec{n}_1 \wedge \vec{H}_1 - \vec{n}_2 \wedge \vec{H}_2 = \vec{j}_s$$

Où  $\vec{j}_s$  est la densité superficielle de courants.

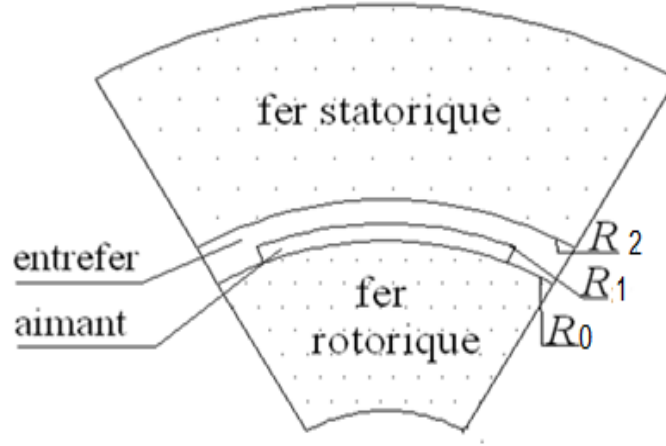


Fig.II-3 Structure étudiée sur un pas polaire

### II.3.1. Modèle des aimants

Le rotor de la machine met en œuvre  $2p$  pôles identiques et symétriques constitués d'aimants sous forme de "blocs aimantés", portant une aimantation  $\vec{M}$ .

Où  $M_r$ ,  $M_\theta$  représentent respectivement, les composantes radiale et tangentielle de l'aimantation qui sont exprimées comme suit :

$$M_r(\theta) = \sum_{n=1,2,3\dots}^{\infty} M_{rn} \cdot \cos(np\theta) \quad (\text{II. 12})$$

$$M_\theta(\theta) = \sum_{n=1,2,3\dots}^{\infty} M_{\theta n} \cdot \sin(np\theta) \quad (\text{II. 13})$$

Où  $p$  : désigne le nombre de paires de pôles,  $\theta$  est l'écart angulaire relativement au centre d'un aimant et  $M_{rn}$  et  $M_{\theta n}$ , sont respectivement, les amplitudes des harmoniques d'ordre  $n$  des composantes  $M_r$  et  $M_\theta$ .

• Pour une aimantation radiale

$$M_{rn} = \frac{4M}{\pi n} \sin\left(np \frac{\pi}{2} \alpha_p\right) \quad (\text{II. 14})$$

$$M_{\theta n} = 0 \quad (\text{II. 15})$$

Où  $\alpha_p$  représente l'ouverture des aimants sur un pas polaire

La figure (Fig. II.4), montre la forme de l'aimantation radiale sur un pas polaire

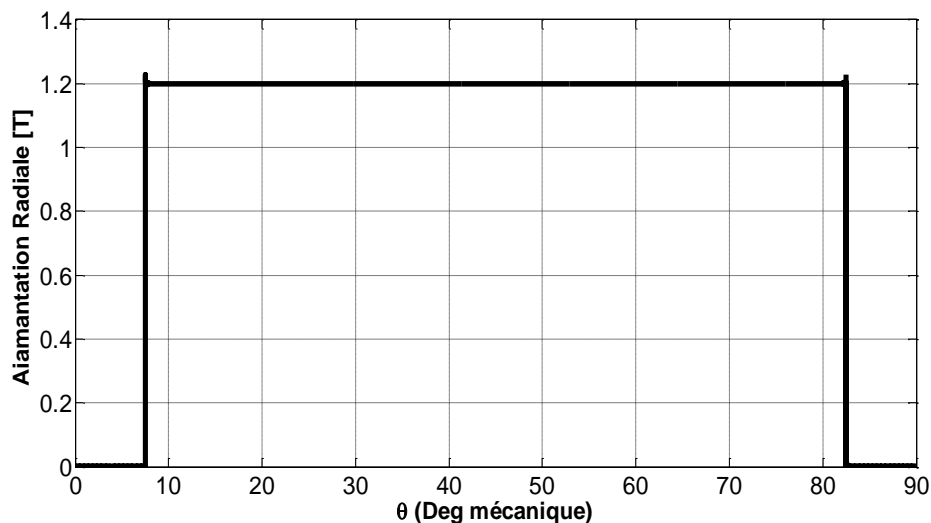


Fig. II.4. Forme d'onde d'une aimantation radiale

### II.3.2. Modèles des courantes de sources

La machine étudiée présente trois enroulements identiques, régulièrement décalés, de  $2\pi/(3p)$  dans l'espace. Si on néglige l'effet de la denture statorique, les ampères-tours injectés dans l'encoche peuvent être alors assimilés à une densité superficielle de courant placée à l'endroit de l'isthme d'encoche (Fig. II. 5).

Au niveau du stator, l'origine des angles est choisie confondue avec l'axe de symétrie d'une phase du bobinage statorique et ainsi, tous les points sont repérés par l'angle  $\theta'$ . La relation entre les coordonnées statorique et rotorique ( $\theta$ ) s'écrit :

$$\theta' = \theta_0 + \theta + \Omega t$$

Où  $\theta_0$  représente le décalage initial du rotor par rapport au stator et  $\Omega$  est la vitesse de rotation mécanique du rotor. Notons que tous les angles sont exprimés en radian mécanique.

L'alimentation de la machine est assurée par un onduleur de tension contrôlé en courants qui délivre des courants de forme sinusoïdale ou rectangulaire [10].

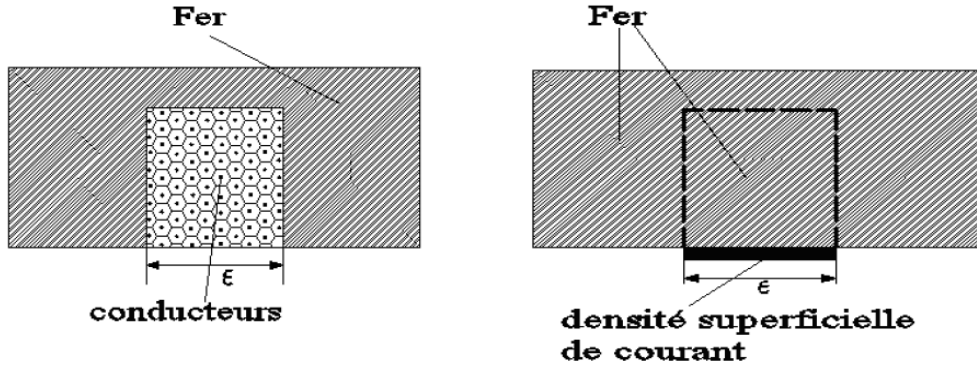


Fig.II-5 Modélisation des encoches statoriques .

### A- Alimentation sinusoïdale

Pour une alimentation sinusoïdale, les courants triphasés sinusoïdaux d'amplitude  $I_m$  sont exprimés par :

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos(\omega t) \\ i_b = I_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c = I_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (\text{II. 15})$$

Les densités superficielles équivalentes, définies dans le repère statorique au niveau du Rayon d'alésage  $R_3$ , s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} J_a = \sum_n J_n \cos(np\theta' + \omega t) \\ J_b = \sum_n J_n \cos\left(np\theta' + \omega t - (n+1)\frac{2\pi}{3}\right) \\ J_c = \sum_n J_n \cos\left(np\theta' + \omega t + (n+1)\frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (\text{II. 16})$$

Où

$$j_n = \frac{4pNI_m}{\pi R_3} k_{bn}$$

$N$  étant le nombre de spires dans une encoche et  $k_{bn}$  le coefficient de bobinage de l'enroulement statorique exprimé par [10] :

$$k_{bn} = k_{fn} k_{rn} k_{in} k_{dn} \quad (\text{II. 17})$$

Les différents coefficients sont exprimés ainsi :

- $k_{fn}$  coefficient de filtrage :

$$k_{fn} = \frac{\sin(np\xi/2)}{(np\xi/2)}$$

Où  $\xi$  représente l'ouverture de l'encoche

•  $k_{dn}$  coefficient de distribution :

$$k_{dn} = \frac{\sin(nqp\tau_d/2)}{q(\sin(nqp\tau_d/2))}$$

$\tau_d$  Est le pas dentaire.

•  $k_{rn}$  Coefficient de raccourcissement :

$$k_{rn} = \sin\left(\frac{np\beta}{2}\right)$$

$\beta$  Est l'angle de raccourcissement.

•  $k_{in}$  coefficient d'inclinaison :

$$k_{in} = \frac{\sin(n\gamma_i)}{(n\gamma_i)}$$

$\gamma_i$  Représente l'angle de décalage horizontal de l'axe d'une encoche par rapport à l'axe de la machine. La densité résultante équivalente au système de courants triphasés s'écrit alors :

$$j(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_n j_n \cos(np\theta' + \omega t v) \quad (\text{II. 18})$$

Avec : 
$$v = \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases}$$

Où seules les harmoniques  $n = 6m \pm 1$  sont non nulles.

Dans le repère rotorique, cette densité est exprimée par la relation suivante :

$$j(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_n j_n \cos(np\theta + (np\Omega + \omega v)t + \theta_0) \quad (\text{II. 19})$$

#### II.4. Potentiel vecteur créé par les aimants

La résolution de ces équations différentielles se fait par séparation de variables. La structure géométrique et la disposition des aimants suggèrent des solutions qui prennent la même forme dans les zones (I) et (II).

- ✓ Dans l'entrefer mécanique (région I)

$$\Delta AI(r, \theta) = 0 \quad (\text{II. 20})$$

$$\frac{\partial^2 AI}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial AI}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 AI}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II. 21})$$

Ainsi, le potentiel vecteur,  $AI(r, \theta)$  est de la forme suivante :

$$AI(r, \theta) = \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} KI(r) * \sin(np\theta) \quad (\text{II. 22})$$

L'équation (20) devient :

$$\frac{\partial^2 KI}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial KI}{\partial r} - \left(\frac{np}{r}\right)^2 \cdot KI = 0 \quad (\text{II. 23})$$

La solution générale de cette équation est :

$$KI(r) = [C_1(r)^{np} + C_2(r)^{np}] \quad (\text{II. 24})$$

Le vecteur potentiel créé dans l'entrefer s'écrit comme suit :

$$AI(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (C_1(r)^{np} + C_2(r)^{np}) \sin(np\theta) \quad (\text{II. 25})$$

✓ Dans les aimants (région II) :

$$\Delta AII(r, \theta) = 0 \quad (\text{II. 26})$$

$$\frac{\partial^2 AII}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial AII}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 AII}{\partial \theta^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial M_r}{\partial \theta} \quad (\text{II. 27})$$

Ainsi, le potentiel vecteur,  $AII(r, \theta)$  est de la forme suivante :

$$AII(r, \theta) = \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} KII(r) * \sin(np\theta) \quad (\text{II. 28})$$

L'équation (II. 27) devient :

$$\frac{\partial^2 KII}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial KII}{\partial r} - \left(\frac{np}{r}\right)^2 \cdot KII + \frac{1}{r} (npM_{rn}) = 0 \quad (\text{II. 29})$$

La solution générale de cette équation est composée de deux termes ; elle s'écrit ainsi :

$$R_n(r) = KII_{hn}(r) + KII_{pn}(r) \quad (\text{II. 30})$$

Où  $KII_{hn}(r)$  est la solution homogène de l'Equation (II. 29), donnée par :

$$K_{hn} = C_3 r^{np} + C_4 r^{-np} \quad (II.31)$$

Où  $K_{pn}(r)$  représentent les termes de la solution particulière de l'Equation (II. 29), qui s'expriment ainsi :

$$K_{pn}(r) = \begin{cases} \frac{npM_{rn}}{n^2p^2 - 1} r & \text{si } n^2p^2 \neq 1 \\ -\frac{1}{2}npM_{rn}r \ln(r) - 1 & \text{si } n^2p^2 = 1 \end{cases} \quad (II.32)$$

Alors l'expression du vecteur potentiel créée dans la région des aimants devient :

$$AII(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [C_3(r)^{np} + C_4(r)^{-np} + KII_{pn}(r)] \sin(np\theta) \quad (II.33)$$

Où  $C_1, C_2$  et  $C_3$  et  $C_4$  sont les constantes d'intégrations liées à chaque harmonique d'espace de rang  $n$ . Dans le cas où seuls les aimants sont présents, les conditions aux limites qui permettent de calculer ces différentes constantes sont :

- au niveau de rayon d'alésage  $R_2$  :

$$\frac{\partial AII(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = 0 \quad (II.34)$$

On obtient :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 \cdot R_2^{-2np} \text{ si } n^2p^2 \neq 1 \\ C_1 = C_2 \cdot R_2^{-2np} \text{ si } n^2p^2 = 1 \end{cases} \quad (II.35)$$

- au niveau de rayon  $R_0$  :

$$\frac{\partial AII(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R_0} = 0 \quad (II.36)$$

On trouve :

$$\begin{cases} C_3 = \frac{R_0^{-2np} C_4 n^2 p^2 - R_0^{-2np} C_4 - R_0^{-np+1} M_{rn}}{n^2 p^2 - 1} & \text{si } n^2 p^2 \neq 1 \\ C_3 = \frac{C_4}{R_0^2} + \frac{1}{4} 4 C_4 + 2(\ln(R_0) + 1) M_{rn} & \text{si } n^2 p^2 = 1 \end{cases} \quad (II.37)$$

- au niveau de rayon  $R_1$  :

$$\begin{cases} AI(R_1, \theta) = AII(R_1, \theta) \\ BI_\theta(R_1, \theta) = BII_\theta(R_1, \theta) \end{cases} \quad (II.38)$$

On obtient :

$$\begin{cases} C_2 = -\frac{1}{2} \frac{(R_0^{2np}(R_1^{-np+1} + np.R_1^{-np+1}) - 2R_0^{np+1} + R_1^{np+1} - R_1^{np+1}.np).R_2^{2np}M_{rn}}{(n^2p^2 - 1)(R_1^{2np} - R_2^{2np})} \text{ si } n^2p^2 \neq 1 \\ C_2 = -\frac{1}{4} \frac{(R_1^{2np} - R_0^{2np} + 2 \ln(R_1).R_0^{2np} - 2 \ln(R_0).R_0^{2np}).R_2^{2np}M_{rn}}{(R_0^{2np}.R_2^{2np})} \text{ si } n^2p^2 = 1 \end{cases} \quad (II.39)$$

$$\begin{cases} C_4 = \frac{1}{2} \frac{(2R_0^{np+1} - R_0^{2np}R_1^{-np+1} - R_0^{2np}np.R_1^{-np+1})R_2^{2np} + R_0^{2np}R_1^{np+1}(np - 1)}{(np^2 - 1)(R_2^{2np} - R_0^{2np})} \text{ si } n^2p^2 \neq 1 \\ C_4 = -\frac{1}{4} \frac{R_0^{2np}M_{rn}(2R_2^{2np} \ln(R_1) - 2R_2^{2np} \ln(R_0) + R_1^{2np} - R_2^{2np})}{(R_0^{2np}.R_2^{2np})} \text{ si } n^2p^2 = 1 \end{cases} \quad (II.40)$$

## II.5. Détermination des performances de la machine :

Les expressions des potentiels vecteurs du seaux aimants et aux courants dans les différentes zones du domaine d'étude étant connues. Les inductions magnétiques dues aux différentes sources de champ s'en déduisent facilement en utilisant les relations (II.15).

### II.5.1. Induction magnétique :

On donne, ci-dessous, les expressions des composantes de l'induction due aux aimants au niveau de l'entrefer de la machine nécessaires pour la détermination du couple électromagnétique.

$$B_r(r, \theta) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} B_{rn}(r) \cos(np\theta) \quad (II.41)$$

$$B_\theta(r, \theta) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} B_{\theta n}(r) \sin(np\theta) \quad (II.42)$$

Avec

$$B_{rn}(r) = \frac{np.K_n}{r} \left[ \left( \frac{r}{R_2} \right)^{np} + \left( \frac{R_2}{r} \right)^{np} \right] \quad (II.43)$$

$$B_{\theta n}(r) = -\frac{np.K_n}{r} \left[ \left( \frac{r}{R_2} \right)^{np} - \left( \frac{R_2}{r} \right)^{np} \right] \quad (II.44)$$

Ces expressions sont valables dans la zone définie par  $R_0 \leq r \leq R_2$

### II.5.2. Expression de la force électromotrice :

Pour calculer la force électromotrice induite dans une phase statorique, on détermine dans un premier temps, le flux embrassé par les conducteurs de cette phase. L'invariance, par translation suivant l'axe Oz du système étudié, permet d'exprimer le flux produit par les aimants sous la forme suivante :

$$\Phi(\omega t) = L_u \int_0^{2\pi} A(R_2, \theta) C(\theta, t) R_2 d\theta \quad (\text{II. 45})$$

$A(R_2, \theta)$  et  $C(\theta, t)$  désignent respectivement le potentiel vecteur créé par les aimants et la densité des conducteurs de la phase considérée. L'expression de  $A(R_2, \theta)$  est déduite de la relation (II. 28) et celle de  $C(\theta, t)$  est donnée par l'expression suivante :

$$C(\theta) = \sum_{i=1} C_n \cos(np\theta) \quad (\text{II. 46})$$

Où  $C_n = \frac{4pNk_{bn}}{\pi}$  (II. 47)

L'expression du flux par phase après intégration devient :

$$\Phi(\omega t) = \pi L_u \sum C_n K_n \left[ \left( \frac{r}{R_2} \right)^{np} + \left( \frac{R_2}{r} \right)^{np} \right] \sin(np\theta_0 + n\omega t) \quad (\text{II. 48})$$

La FEM induite se déduit par dérivation. Son expression est la suivante :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi L_u n\omega \sum C_n K_n \left[ \left( \frac{r}{R_2} \right)^{np} + \left( \frac{R_2}{r} \right)^{np} \right] \cos(np\theta_0 + n\omega t) \quad (\text{II. 49})$$

### II.5.3. Détermination des expressions des couples :

Le couple d'interaction développé par le type de machines étudiées est calculé en utilisant les moments des forces de Laplace s'exerçant sur la densité de courants placée au niveau du rayon d'alésage. Ce couple est exprimé par la relation suivante déduite du tenseur des contraintes de Maxwell :

$$\Gamma(\theta) = L_u R_2^2 \int_0^{2\pi} J_s B_\theta d\theta \quad (\text{II. 50})$$

• Pour une alimentation par des courants sinusoïdaux, l'expression du couple est :

$$\Gamma(\theta) = \frac{3}{2} \pi p R_2 L_u \sum_{n=1}^{\infty} n J_n K_n \left[ \left( \frac{r}{R_2} \right)^{np} + \left( \frac{R_2}{r} \right)^{np} \right] \cos(np\theta_0 + (n + v) \omega t) \quad (\text{II. 51})$$

Avec :  $v = \begin{cases} +1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ -1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases}$

Notons qu'on peut aussi calculer ce couple à partir de l'expression suivante :

$$\Gamma = \frac{p}{\omega} \sum_{m=1}^3 e_m(\theta) i_m(\theta) \quad (\text{II.52})$$

## II.6. Analyse des performances électromagnétiques :

Une étude qualitative de l'influence des paramètres dimensionnels sur les performances électromagnétiques des machines envisagées est élaborée en exploitant le modèle analytique.

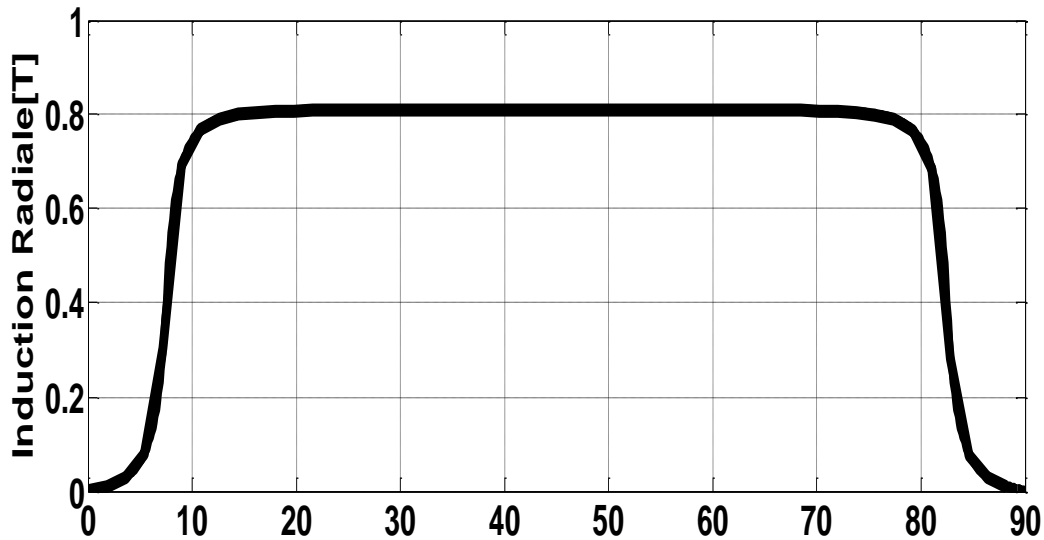
Les caractéristiques de la machine étudiée sont ensuite représentées :

**Tableau II.1** :paramètres dimensionnels sur les performances des machines étudiée.

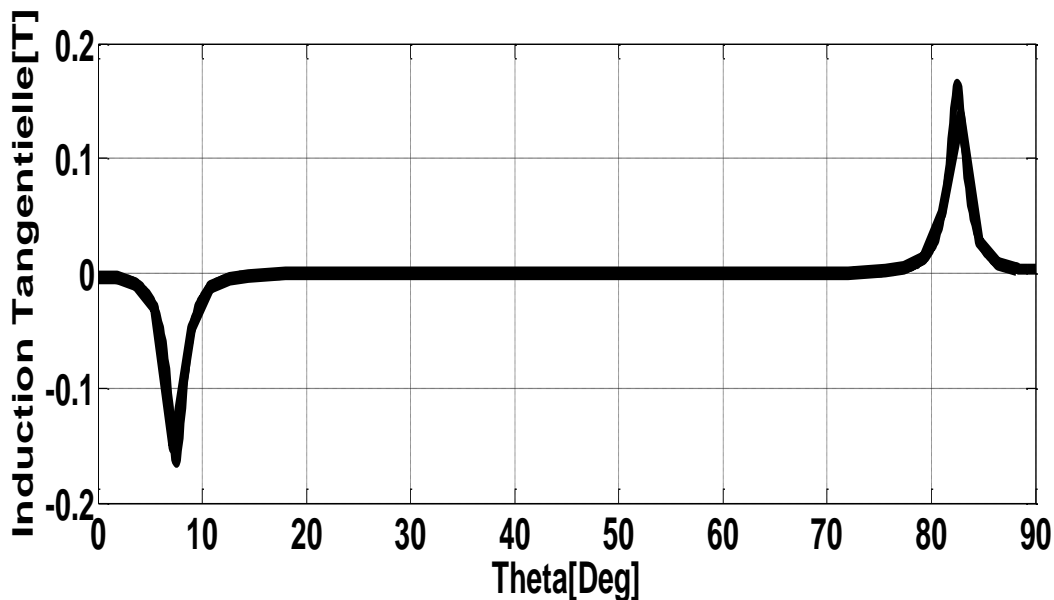
Paramètre	Symbole	Valeur et unité
Aimantation résiduelle (NdFeB)	$M$	<b>1.18 T</b>
Perméabilité relative des aimants	$\mu_r$	<b>1.07</b>
Nombre de conducteurs dans une encoche	$N_c$	<b>40</b>
Intensité du courant de phase		<b>6 A</b>
Nombre d'encoches statorique	$Q_s$	<b>24</b>
Ouverture de l'encoche	$b_o$	$(1/3) \cdot \tau_s$
Nombre de paires de pôles	$P$	<b>2</b>
Rayon externe du stator	$R_3$	<b>46.20 mm</b>
Rayon d'alésage	$R_2$	<b>28.10 mm</b>
Rayon externe de l'aimant	$R_1$	<b>27.55 mm</b>
Rayon du fer rotorique	$R_0$	<b>23.97 mm</b>
Rayon interne du fer rotorique	$R_{in}$	<b>11.00 mm</b>
Epaisseur de l'entrefer	$G$	<b>0.55 mm</b>
Epaisseur des aimants	$h_m$	<b>3.58 mm</b>
Longueur active de la machine	$L$	<b>50.82 mm</b>
Rapport ouverture des aimants sur le pas polaire	$\beta$	<b>5/6</b>

### II.6.1. Distribution du champ magnétique :

On considère, le fonctionnement à vide. La figure (II.6) représente les répartitions de l'induction radiale et tangentielle créées par les aimants à aimantation radiale et parallèle au niveau de milieu de l'entrefer en fonction de la position angulaire. On observe que la forme de l'induction est peu influencée par le sens de l'aimantation.



(a)



(b)

**Figure II.6:** Répartitions de l'induction au milieu de l'entrefer ( $r_m$ ) due aux

Aimants : ( $e_a=3.58\text{mm}$  ,  $\alpha_p = \frac{5}{6}\tau_a$ ) : (a) induction radiale, (b) induction tangentielle.

### II.6.2. Analyse de la FEM et du couple électromagnétique :

Dans une machine synchrone à aimants permanents montés sur la surface du rotor sans pièces conductrices, où l'on considère qu'il n'y a pas de courants induits, le couple électromagnétique apparaît comme la combinaison de trois composantes [10] :

- une composante continue correspondant à sa valeur moyenne

- une ondulation due au couple de détente,
- une ondulation due à la forme de la force électromotrice et à celle des courants.

Pour les deux modes d'alimentations adoptés (Fig. II.8), la variation du couple électromagnétique développé par les deux structures à aimantation radiale. Les ondulations de couple sont liées à la forme de la force électromotrice et au champ magnétique dans l'entrefer. Ces ondulations de couple sont caractérisées par le taux d'ondulation défini par :

$$\tau(\%) = \frac{\Gamma_{max} - \Gamma_{min}}{2\Gamma_{moy}} * 100$$

Où  $\Gamma_{max}$ ,  $\Gamma_{min}$  et  $\Gamma_{moy}$  représentent respectivement le couple maximal, le couple minimal et le couple moyen. Nous cherchons donc un taux d'ondulation minimal en fonction des paramètres géométriques de la machine.

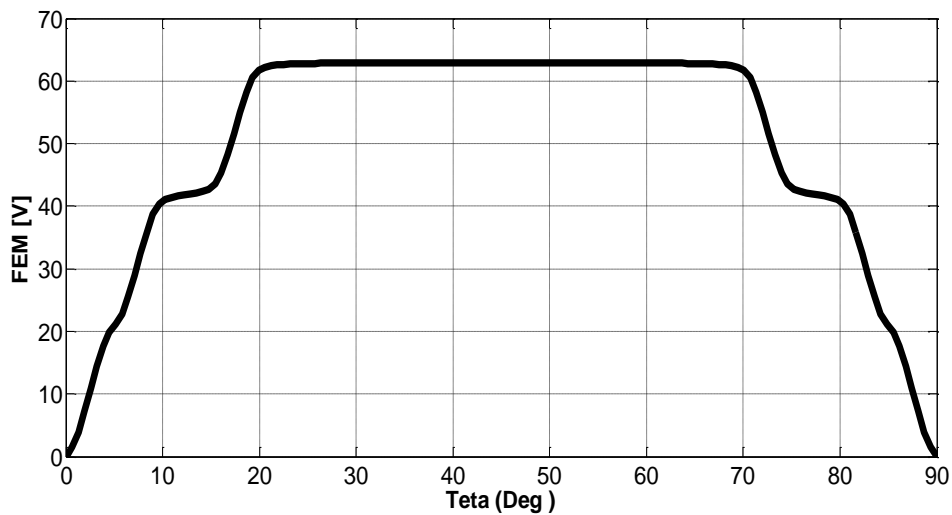
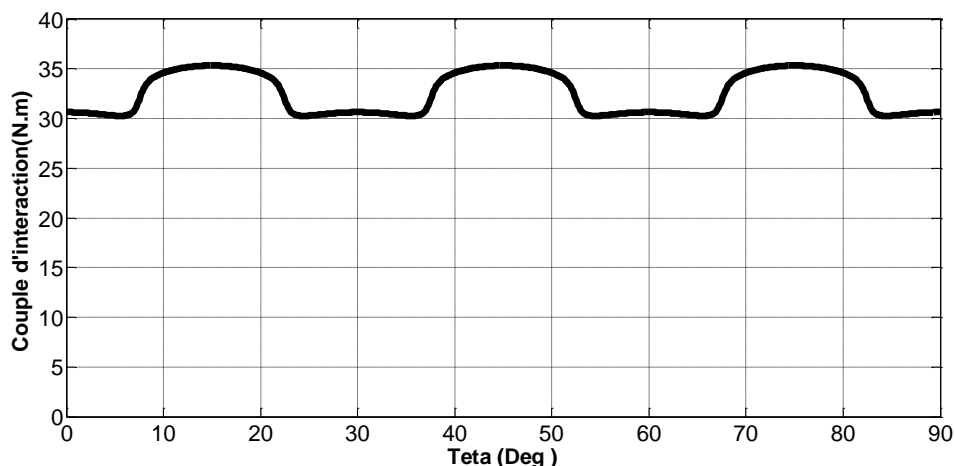


Fig.II.7 : Répartition de la f.é.m.



**Fig.II.8** : Couple d'interaction pour différents sens d'aimantation.

### II.7.Calcul des grandeurs électromagnétiques de la machine pour un stator encoché :

Nous allons étudier la machine dans le cas réel, avec un stator encoché. La présence des encoches dans les machines électriques induit une influence sur la machine de deux manières [16], [17] ; en effet, elle affecte la distribution du flux électromagnétique dans l'entrefer et dans les aimants et diminue également le flux par pôle qui est calculé souvent par l'utilisation du coefficient de Carter  $k_c$ . De plus, l'interaction du champ magnétique avec les côtés de l'encoche produit des forces qui créent un moment de rotation, qui est appelé couple de détente.

#### II.7.1. Transformation conformes des encoches

L'effet d'encochage du stator sur les inductions radiales et tangentielles est introduit via une fonction perméance relative complexe issue d'une transformation conforme analytique de Schwarz-Christoffel d'un modèle avec une seule encoche de profondeur infinie. Ce modèle permet d'exploiter les équations (II.41) et (II.42) pour déterminer les inductions radiales et tangentielles dans le cas avec encoches statoriques. Avec  $B_k = B_r + jB_\theta$ , l'induction complexe dans la structure réelle est donnée par :

$$B_s = B_k \cdot \left( \frac{\partial k}{\partial S} \right)^* \quad (\text{II.53})$$

Avec

$$\frac{\partial k}{\partial s} = \lambda = \frac{k}{s} \frac{w-1}{(w-a)^{\frac{1}{2}}(w-b)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{II.54})$$

Ces deux expressions (II.52) et (II.53) sont issues de plusieurs transformations conformes analytiques qui permettent de passer du plan S ( $r, \theta$ ) dont les coordonnées sont données par l'équation complexe en coordonnées polaires (Fig. II.7) :

$$s = r e^{j\theta} \quad (\text{II.55})$$

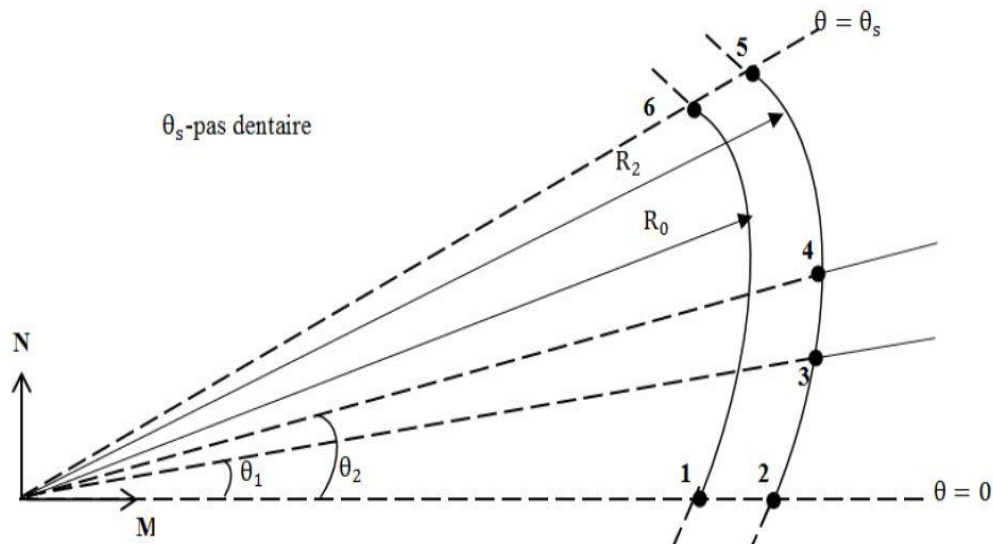


Fig. II. 9: Modèle d'une seule encoche de profondeur infinie dans le plan S

La première transformation conforme qui permet de transformer le plan S en coordonnées polaires au plan Z en coordonnées cartésiennes (Fig. II.9)

$$z = \ln(s) \quad (\text{II.56})$$

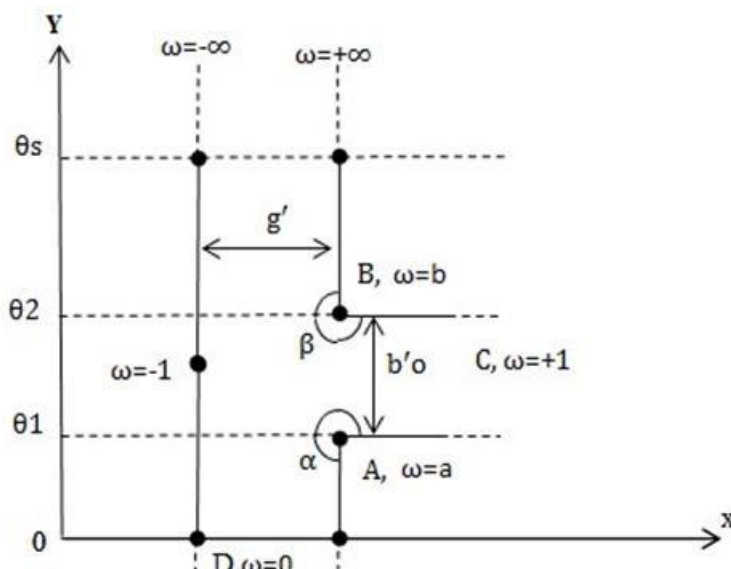


Fig. II. 10: Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z

La deuxième transformation conforme complexe, qui est une transformation de Schwarz-Christoffel qui permet de transformer le pas dentaire du plan Z en un demi-plan infini et positif W (Fig. II.10), est :

$$z = j \frac{g'}{\pi} \left[ \ln \left| \frac{1+p}{1-p} \right| - \ln \left| \frac{b+p}{b-p} \right| - 2 \frac{b-1}{\sqrt{b}} \tan^{-1} \frac{p}{\sqrt{b}} \right] + C \quad (\text{II.57})$$

Ou

$$p = \sqrt{\frac{w-b}{w-a}} \quad (\text{II.58})$$

$$c = \ln R_2 + j\theta_2 \quad (\text{II.59})$$

$$g' = \ln \left( \frac{R_3}{R_1} \right) \quad (\text{II.60})$$

$$b = \left[ \frac{b'_0}{2g'} + \sqrt{\left( \frac{b'_0}{2g'} \right)^2 + 1} \right]^2 \quad (\text{II.61})$$

$$a = \frac{1}{b} \quad \text{et} \quad b'_\theta = \theta_2 - \theta_1$$

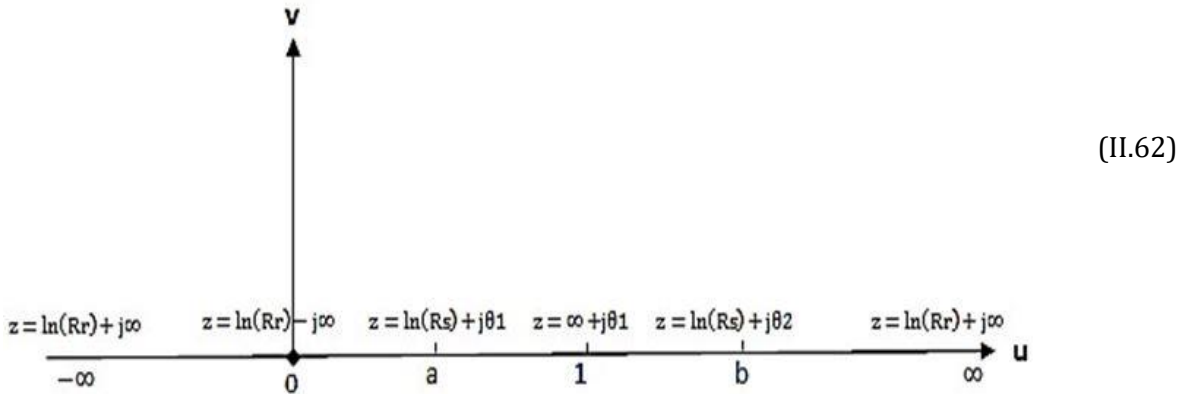


Fig. II. 11: Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan W

La troisième transformation conforme qui permet de passer du plan W au plan T, qui représente deux plans infinis (Fig. II.11), est :

$$t = j \frac{g'}{\pi} \ln \omega + \ln R_2 + j \frac{\theta_s}{2} \quad (\text{II.63})$$

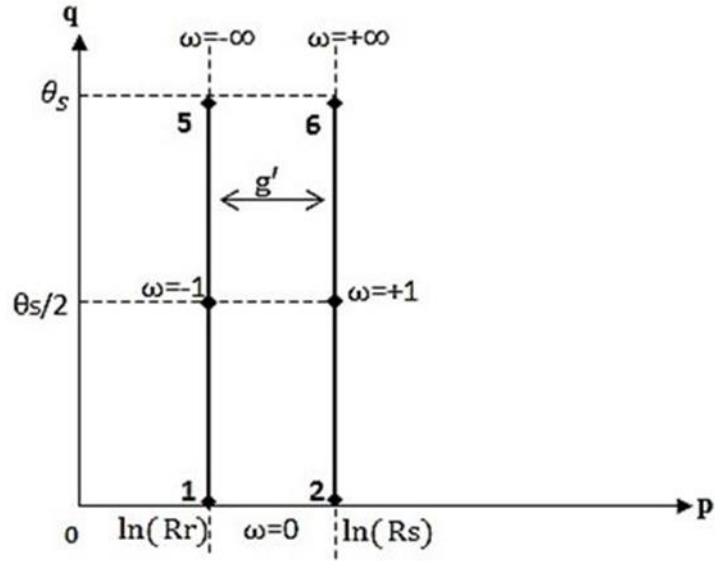


Fig. II.12: Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan T

La dernière transformation permet de transformer le plan T au plan K (Fig. II.12), en coordonnées polaires par utilisation :

$$k = R_2 e^{j\left(\frac{g}{\pi} \ln \omega + \frac{\theta_s}{2}\right)} \quad (\text{II.64})$$

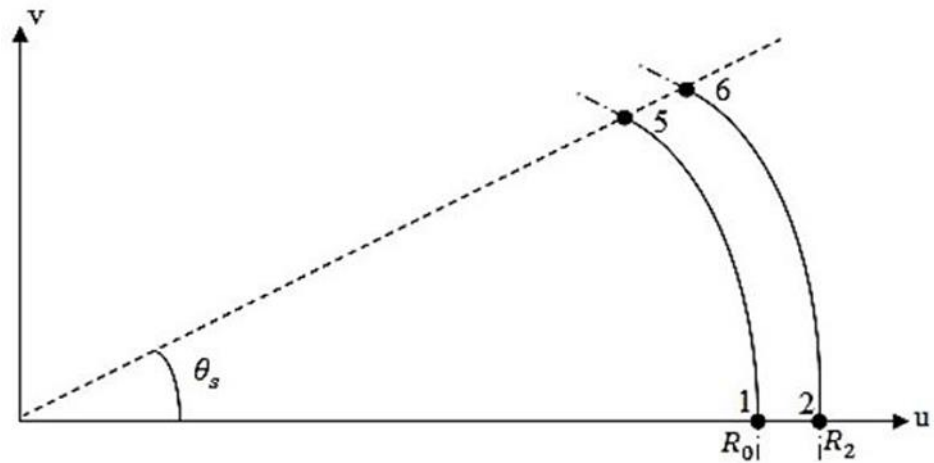


Fig. II.13: Modèle d'une seule encoche dans le plan K

Les parties réelle et imaginaire de la perméance relative  $\lambda$ , issues de l'équation (II.53), sont :

$$\lambda_a = \lambda_0 + \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{an} \cos(nQ_s \theta) \quad (\text{II.65})$$

$$\lambda_b = \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{bn} \sin(nQ_s \theta) \quad (\text{II.66})$$

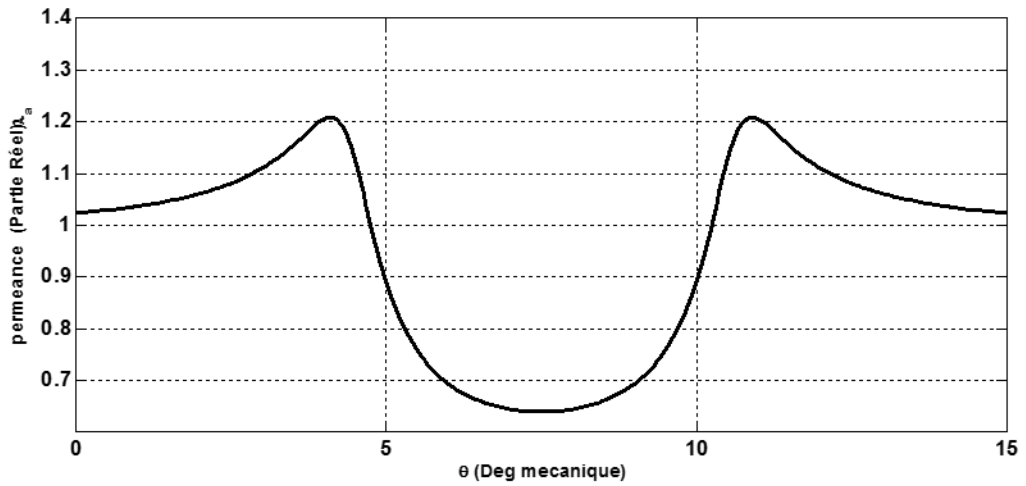


Fig. II. 14: partie réelle de la perméance relative complexe calculées pour un pas dentaire

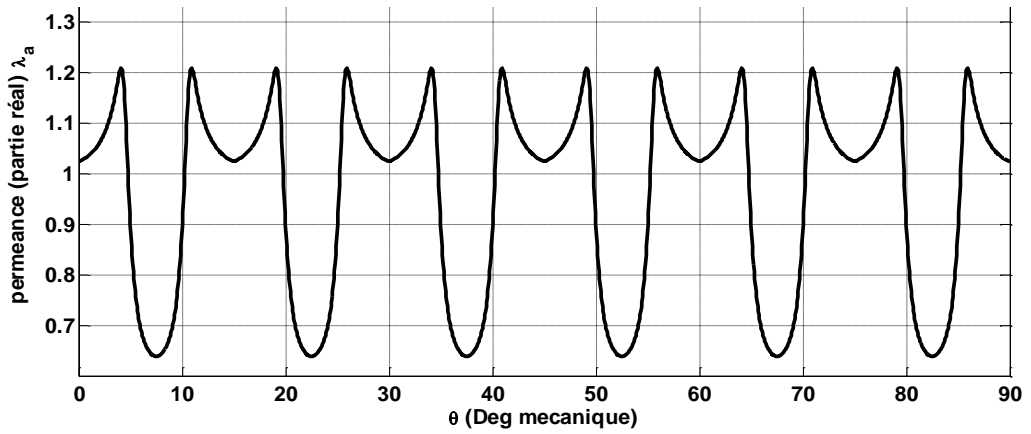


Fig. II. 15: partie réelle de la perméance relative complexe calculées pour un pas polaire

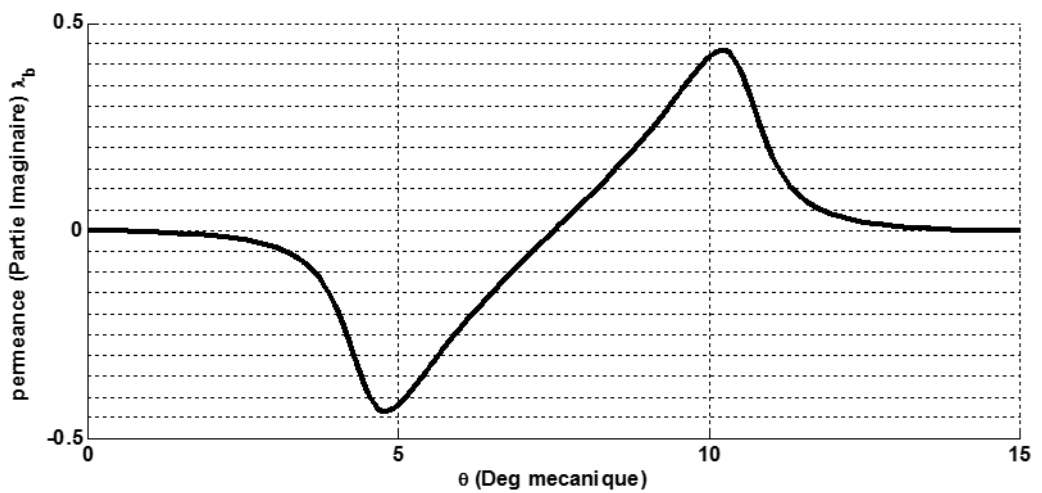


Fig. II. 16: partie imaginaire de la perméance relative complexe calculées pour un pas dentaire

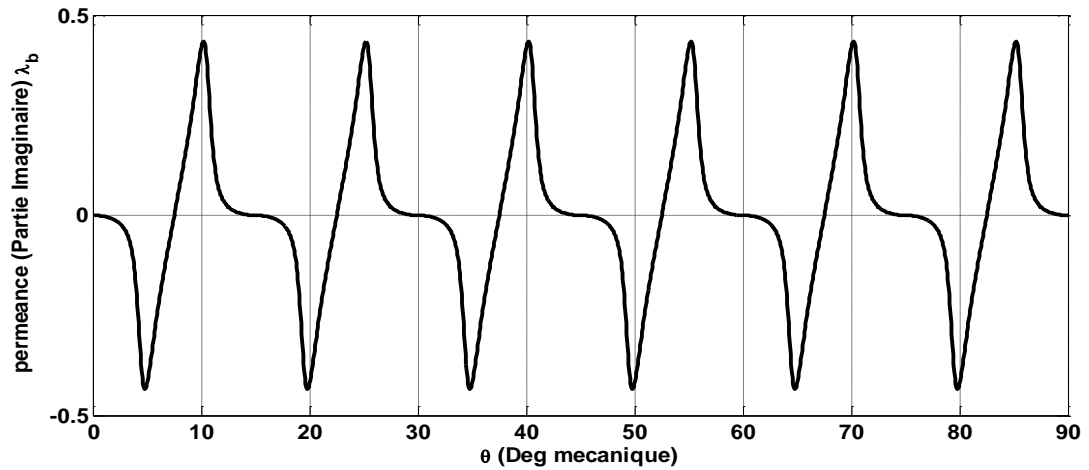


Fig. II. 17: partie imaginaire de la perméance relative complexe calculées pour un pas polaire

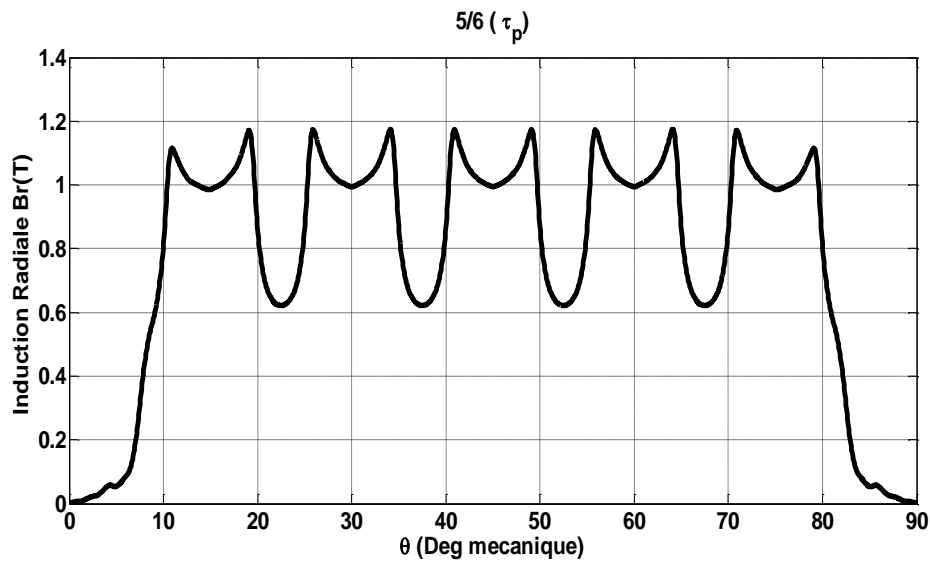
A partir des équations (II.42), (II.43), (II.53), (II.64), (II.65), les inductions radiales et tangentielles dans l'entrefer avec stator encoché s'en déduisent par :  $B_{Sr} =$

$$Re(B_K \lambda^*) = B_r \lambda_a + B_\theta \lambda_b \quad (II.67)$$

$$B_{S\theta} = Im(B_K \lambda^*) = B_\theta \lambda_a - B_r \lambda_b \quad (II.68)$$

## II.8. Distribution de l'induction magnétique à vide

On considère, que les enroulements statoriques ne sont pas alimentés, donc c'est le fonctionnement à vide. Le Figure (II.17) représente respectivement la répartition de l'induction radiale et tangentielle pour une aimantation radiale.



(a)

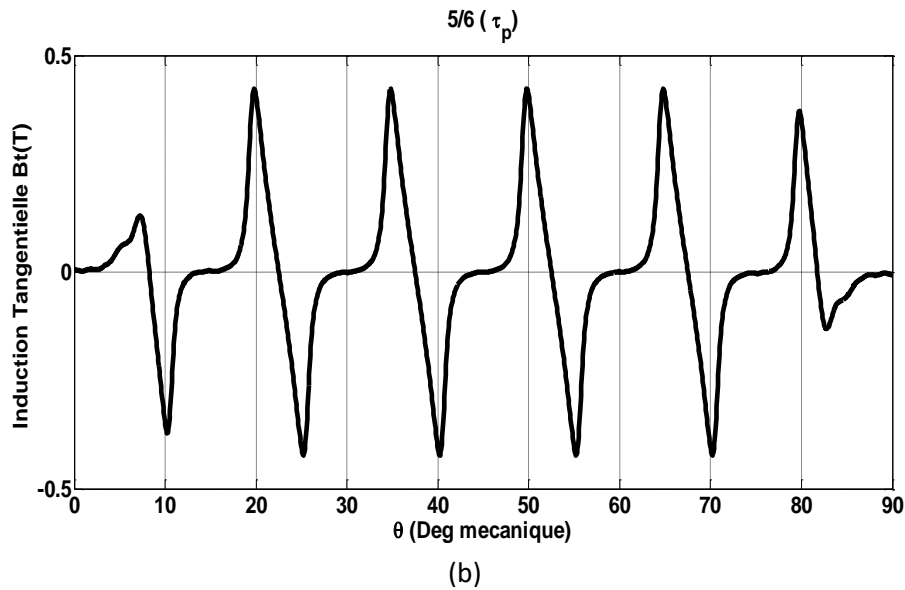


Figure II-18 Répartitions de l'induction radiale et tangentielle créées dans l'entrefer à stator  
(a) induction radiale. (b) induction tangentielle

## II.9. Calcul de couple détente

Le couple de détente est un couple pulsatoire dû à l'interaction de la denture statorique avec les aimants rotoriques. Le couple de détente est calculé en considérant le moment des forces de Laplace s'exerçant sur l'ensemble de dents de la machine. D'après les calculs développés par (7)(8), on a l'expression suivante du couple de détente par encoche :

$$T_{encoche} = \frac{l_a}{2\mu_0} \int_a^b |B_K|^2 \left| \frac{g'}{\pi} k^2 \frac{w-1}{(w-a)^{\frac{1}{2}}(w-b)^{\frac{1}{2}}} \right| dw \quad (II.69)$$

L'expression du couple de détente total développé par la machine étudiée est :

$$T_c = \sum_{k=1}^{Q_s} T_{encoche}$$

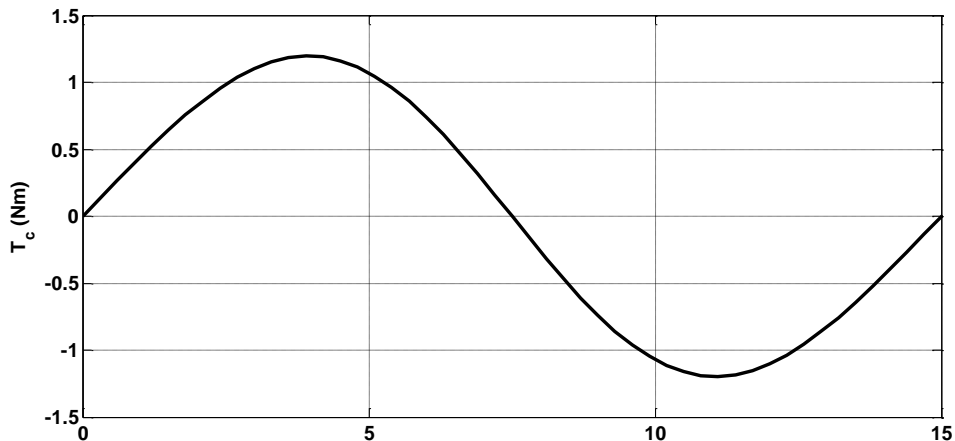


Fig. II. 19: la forme d'onde du couple de détente

## II.10. Calcul de la force électromotrice :

On utilise la loi de Faraday pour calculer, à vide, la FEM induite dans un enroulement statorique créée par l'induction magnétique :

$$E_c(t) = -N_c \frac{d\phi_c}{dt} \quad (\text{II.70})$$

Où  $N_c$  est le nombre de conducteurs.

Le flux est l'intégral de l'induction magnétique créée dans l'entrefer [16] :

$$\phi_c(t) = L_u R \int_{-\frac{\gamma_c}{2}}^{\frac{\gamma_c}{2}} B_{sr}(r, \theta, t) \quad (\text{II.71})$$

Avec :

$$\gamma_c = \gamma_c \frac{2\pi}{Q_s}$$

$$B_{sr}(r, \theta, t) = B_r(r, \theta, t) * \lambda_a(r, \theta) + B_\theta(r, \theta, t) * \lambda_b(r, \theta) \quad (\text{II.72})$$

$$B_{sr}(r, \theta, t) = \sum_{1.2.3...}^{\infty} B_{rn} \cos(np(\theta - \omega_{rm}t)) \left\{ \lambda_o + \sum_{m=1}^{N_\lambda} \lambda_{am} \cos(m Q_s(\theta - \theta_{so})) \right\} \\ + \sum_{m=1}^{N_\lambda} B_{\theta n} \sin(np(\theta - \omega_{rm}t)) \sum_{m=1}^{N_\lambda} \lambda_{bm} \sin(m Q_s(\theta - \theta_{so})) \quad (\text{II.73})$$

Où  $B_{rn}$ ,  $B_{\theta n}$ ,  $\lambda_o$ ,  $\lambda_{am}$ ,  $\lambda_{bm}$  et  $\omega_{rm}$  sont respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'induction créée dans l'entrefer à stator lisse, données par les Eqs (II.71) et (II.73) ; les coefficients de série de Fourier de la perméance complexe ; la vitesse de rotation du rotor [tr/s].

$$\phi_c(t) = L_u R \sum_{1.2.3...}^{\infty} \left\{ \lambda_o B_{rn} \frac{2}{np} \sin\left(np \frac{\gamma_c}{2}\right) + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} - B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin\left((np + m Q_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)}{np + m Q_s} A_m \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} + B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin\left((np - m Q_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)}{np - m Q_s} A_m \right\} \cos(np \omega_{rm} t) \quad (\text{II.74})$$

Avec

$$A_m = \begin{cases} 1 \\ \cos(m\pi) \end{cases}$$

Pour l'égalité  $np = m Q_s$ , il faut remplacer le terme  $\frac{\sin\left((np - m Q_s)\frac{\gamma_c}{2}\right)}{np - m Q_s}$  par  $\frac{\gamma_c}{2}$ . La FEM induite dans une phase peut être recalculée par la somme des FEMs induites dans les enroulements connectés en série de la phase. Si on prend en considération le facteur de distribution des bobinages tel que :

$$K_{dn} = \frac{\sin\left(npq\frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(np\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (\text{II.75})$$

Où  $q$  est le nombre d'encoches par et par phase,  $\alpha$  est le déphasage entre deux tensions induites par deux enroulements adjacents. Dans un enroulement triphasé, le nombre de tours par phase reliés en série est donné par :

$$N_s = \begin{cases} N_c \frac{Q_s}{6\alpha_p} & \text{pour un enroulement a simple couche} \\ N_c \frac{Q_s}{3\alpha_p} & \text{pour un enroulement a double couche} \end{cases}$$

Où  $\alpha_p$  est le nombre de voies en parallèle. A partir des Eqs. (II.70) et (II.74), on aboutit à l'expression finale suivante de la FEM :

$$\begin{aligned} E_c(t) = N_s \omega_{rm} L_u R \sum_{1.2.3\dots}^{\infty} K_{dn} & \left\{ \lambda_o B_{rn} \frac{2}{np} \sin\left(np\frac{\gamma_c}{2}\right) \right. \\ & + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn}\lambda_{am} - B_{\theta n}\lambda_{bm}) \frac{\sin\left((np + m Q_s)\frac{\gamma_c}{2}\right)}{np + m Q_s} A_m \\ & \left. + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn}\lambda_{am} + B_{\theta n}\lambda_{bm}) \frac{\sin\left((np - m Q_s)\frac{\gamma_c}{2}\right)}{np - m Q_s} A_m \right\} \sin(np\omega_{rm} \\ & - \alpha_o) \sin \quad (\text{II.76}) \end{aligned}$$

Avec  $\alpha_o$  égale à zéro pour la phase A,  $\frac{2\pi}{3}$  pour la phase B,  $\frac{4\pi}{3}$  pour la phase C. La forme est presque la même, on constate que le sens de l'aimantation n'influence pas la répartition de la FEM. Les Figures (II.19) montrent la variation force électromotrice créée par la machine étudiée dans le cas réel avec un stator encoché.

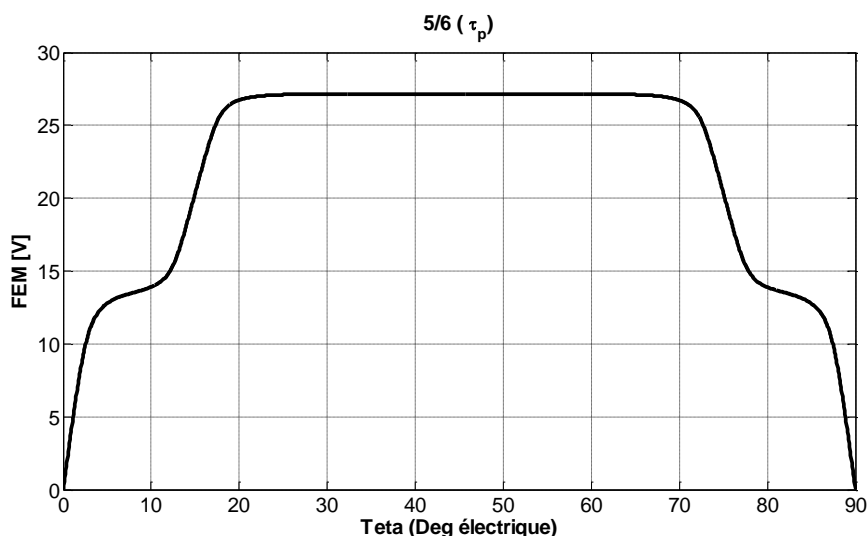


Figure II-20. La forme de la force électromotrice

## II.11. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développés un modèle analytique basé sur la résolution des équations de Maxwell pour déterminer les inductions radiales et tangentielles dues aux aimants permanents aimantés sinusoidalement en considèrent le stator lisse.

La forme du force électromotrice et couple d'interaction est affectée par la forme de l'alimentation et du sens de l'aimantation de l'inducteur. En effet, pour une alimentation radiale.

L'effet des encoches du stator sur la forme d'onde et l'amplitude des inductions radiale et tangentielle est introduit par une fonction perméance relative complexe issue de quatre transformations conformes analytiques dont la deuxième est issue de l'intégrale de Schwarz-Christoffel. Le couplage entre les deux modèles permet de déterminer avec une précision appréciable le couple de détente que ce soit par rapport à la forme d'onde ou à l'amplitude qui est très sensible aux formes d'ondes et amplitudes des inductions radiales et tangentielles.

## Chapitre III

### Modélisation par éléments finis de machines à aimants montés sur la surface rotorique

#### III.1. Introduction :

Il existe plusieurs méthodes de résolutions des équations aux dérivées partielles. Ces méthodes permettent de modéliser les géométries les plus complexes et de prendre en compte les phénomènes physiques comme la saturation des matériaux ferromagnétiques, les anisotropies des milieux et la présence des courants de Foucault induits dans les conducteurs soumis à un flux variable [9]. Les méthodes de résolution numériques les plus utilisées sont les méthodes des équations intégrales de frontières, la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis. Dans notre travail nous allons nous intéresser à la méthode des éléments finis. La méthode des éléments finis (finité élément méthode), fut développée et appliquée en premier lieu en génie civil et en mécanique ; elle n'a trouvé sa place, qu'aux années 70, en électricité [13]. Elle est l'une des méthodes numériques les plus utilisées. Cette méthode est utilisée pour la résolution des équations différentielles aux dérivés partielles décrivant le comportement électromagnétique des machines électriques [21]. Sous les mêmes conditions et avec les mêmes hypothèses simplificatrices, nous allons effectuer une comparaison des résultats obtenus à partir du modèle analytique développé au chapitre précédent avec ceux issus de la méthode des éléments finis, en utilisant un outil de modélisation gratuit développé pour calculer les machines synchrones à aimants, appelé FEMM ( Finité Elément Méthode Magnent) [10].

#### III.2. Les méthodes numériques

Nous distinguons deux techniques principales de résolution des équations des champs

Électromagnétiques :

**a) méthode des différences finies (D.F) :** le maillage est, souvent, un quadrillage rectangulaire sur les nœuds pour lesquels est effectuée la discrétisation de l'équation différentielle associée à la décomposition en série de Taylor du potentiel scalaire.

**b) méthode des Eléments Finis (E.F) :** autorisent l'emploi d'éléments de toute forme à l'intérieur desquels le potentiel est approché par un polynôme ; la résolution se ramène à la minimisation d'une fonctionnelle liée à l'énergie emmagasinée dans les éléments.

La méthode des éléments finis permet de représenter finement les différentes grandeurs dans le système. Cependant, les résultats obtenus restent « gourmands » en ressources informatiques,

et ne peuvent donc pas être directement exploités dans les structures actuelles de commande ou de **diagnostic**. La détermination des champs électromagnétiques est d'un grand intérêt pour la conception des machines électriques. L'analyse de ces phénomènes électromagnétiques est basée sur la résolution des équations de Maxwell dont la complexité est telle qu'elle est exclue dans la plupart des cas du formalisme analytique [22].

### **III.2.1. La méthode des éléments finis**

#### **III.2.1.1. Présentation la méthode des éléments finis**

Historiquement, les premiers développements de la méthode des éléments finis ont été proposés par Richard Courant dans les années 1940, mais ce sont les mécaniciens qui ont développé, popularisé et démontré l'efficacité de cette méthode dans les années 1950-1960.

En 1970, Silvestre et son équipe de l'université MC Gill à Montréal se sont intéressés, à l'adaptation de cette méthode, à la résolution des problèmes elliptiques de l'Electrotechnique.

La méthode des éléments finis est fréquemment utilisée pour modéliser précisément et finement des systèmes électrotechniques. Cette méthode permet de tenir compte de la géométrie de la machine et permet une approche systématique des problèmes magnétiques.

De plus un couplage entre les grandeurs électriques, mécaniques et magnétique peut être réalisé.

Les éléments finis permettent également une étude tridimensionnelle, ce qui apporte une très grande finesse dans la connaissance du système.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes numériques les plus utilisées actuellement pour résoudre d'une manière efficace les équations différentielles aux dérivées partielles des problèmes physiques [18].

#### **III.2.1.2. Modélisation par éléments finis**

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple des variables pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.

Dans son approche variationnelle, la méthode des éléments finis permet de ramener la résolution des équations aux dérivées partielles à la minimisation d'une fonctionnelle liée à l'énergie du système considéré. Celle-ci est donnée, dans le cas d'un problème de magnétostatique [10], par la relation suivante :

$$F = \frac{1}{2} \int \left( \left[ \int_0^B H dB \right] - 2JA \right) d\tau \quad (\text{III. 1})$$

Le domaine d'étude  $\tau$  est alors subdivisé en régions élémentaires (les éléments finis) où l'inconnue est approchée par une interpolation polynomiale. L'idée fondamentale de cette méthode est de discrétiser le problème en décomposant le domaine matériel à étudier en éléments de forme triangulaire. Pour des problèmes résolus en 2D, les éléments de forme triangulaire (Fig. III. 1) sont les plus utilisés [18]. Cette subdivision a l'avantage de s'adapter à toute configuration géométrique et permet l'usage d'algorithmes de numérotation automatique. L'approximation du potentiel dans un élément triangulaire (e) a une forme bilinéaire qui s'écrit ainsi :

$$A^{(e)}(x, y) = a^{(e)} + b^{(e)}x + c^{(e)}y \quad (\text{III. 2})$$

La discrétisation de la forme intégrale (Fig. III. 1) par éléments finis et la recherche des potentiels aux nœuds qui minimisent cette forme entraînent la résolution d'un système d'équations algébriques. La forme matricielle de ce système s'écrit :

$$[M][A] = [S] \quad (\text{III. 3})$$

Où  $[M]$  : est la matrice des contraintes et dépend des propriétés magnétiques des matériaux.

$[A]$  Est le vecteur des inconnues qui sont les potentiels vecteurs aux différents nœuds du Maillage,  $[S]$  est le terme source dû aux densités du courant [10].

La résolution du système d'équations peut être effectuée soit :

- par une méthode indirecte, de gradient conjugué par exemple. La solution est obtenue par un processus itératif.
- par une méthode directe de décomposition (méthode de Gauss-Crout) avec un stockage des éléments de la matrice sous forme de vecteurs. La technique de stockage dite ligne de ciel "Sky-line" est l'une des plus utilisée [10].

La résolution permet de déterminer les inconnues en deux étapes :

- Une première étape de décomposition de la matrice  $[M]$  sous la forme :

$$[A] = [L][D][L]^T \quad (\text{III. 4})$$

Où  $[L]$  est une matrice triangulaire inférieure et  $[D]$  une matrice diagonale.

- Une seconde étape de substitution pour déterminer la solution aux nœuds.

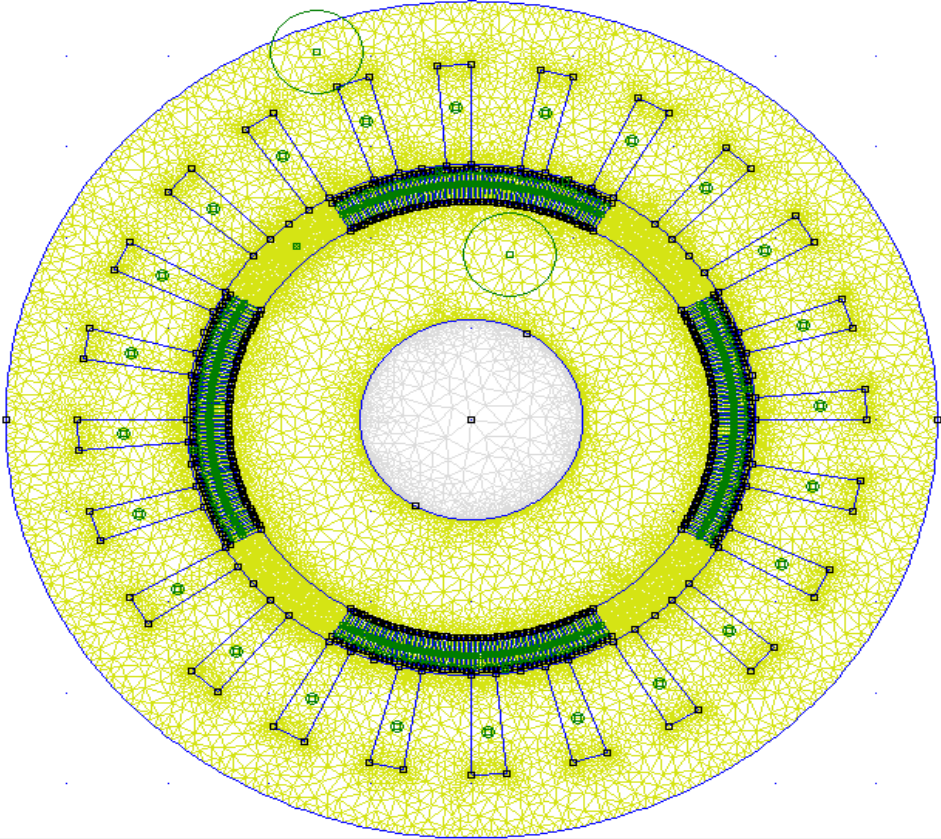


Figure III-1 Coupe transversale de la machine avec maillage global en 2D.

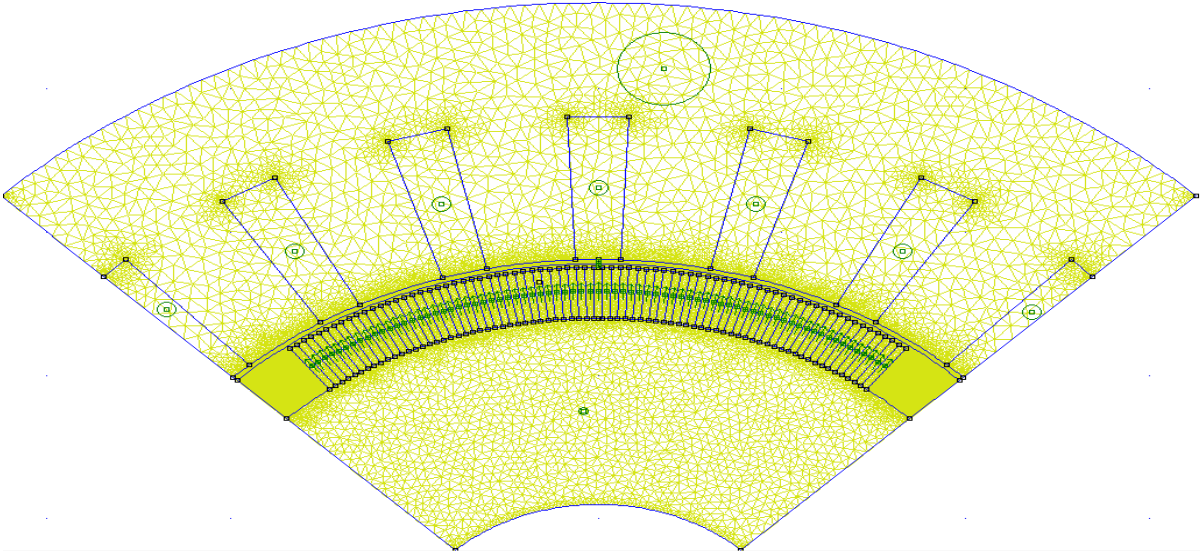


Figure III-2 Maillage par éléments finis d'un pas polaire

### III.2.1.3. Le principe du calcul par éléments finis

Le principe du calcul par éléments finis est de diviser la structure de la machine étudiée en nombre important d'éléments de dimensions finies puis de résoudre les équations de Maxwell sur chacun de ces éléments. Les conditions aux limites de chaque élément sont fixées par les éléments voisins. La combinaison de tous ces éléments de calcul permet alors de connaître l'état magnétique de la structure complète et donc d'effectuer des calculs de flux, de force, et d'inductance...

L'intérêt de cette méthode de calcul est qu'elle permet, comme tout calcul théorique, d'avoir accès aux trois étapes de manière indépendante. La méthode des éléments finis discrétise une formulation intégrale de l'équation aux dérivées partielles pour conduire à un système d'équations algébriques qui fournit une solution approchée du problème étudié.

Le domaine d'étude est décomposé en un nombre fini d'éléments polygonaux qui forment le maillage. La valeur du potentiel vecteur est déterminée sur tous les sommets des polygones (les sommets sont appelés les nœuds du maillage). En employant des fonctions d'interpolation appropriées, la solution en tout point du domaine sera déterminée en fonction des valeurs aux sommets de l'élément. Pour transformer un système d'équations aux dérivées partielles par une formulation intégrale, les processus les plus souvent utilisés sont la méthode des résidus pondérés et la méthode variationnelle [10].

Nous étudions dans ce chapitre la modélisation de la machine en régime statique. Cette étude permet d'avoir les caractéristiques magnétostatiques de la machine. Pour y parvenir nous avons mis en place le code de calcul le logiciel FEMM, simple à utiliser, moins adaptable mais plus rapide à mettre en œuvre, permettant de calculer les différentes grandeurs pour plusieurs positions sans pour autant être obligé à chaque fois de redéfinir la géométrie et le maillage

### III.2.1.4. Le logiciel FEMM

Est une suite de programmes modulaires utilisés pour résoudre les problèmes magnétostatique et électrostatique en deux dimensions (axisymétrique ou plan) ; le femm peut diviser en trois parties essentielles : [19]

- ✓ **Préprocesseur** : permet aux utilisateurs de dessiner les différentes parties de l'élément à étudier, de définir les matériaux utilisés, d'imposer les conditions aux limites et ainsi de suite.
- ✓ **Le solveur** : permet la résolution de problèmes magnétiques et électrostatiques plans et axisymétriques (incluant les problèmes de magnétostatique linéaire et non linéaire et

les problèmes harmoniques à basses fréquences). Pour les problèmes de magnétostatique et d'électrostatique, un solveur utilisant le gradient conjugué basé sur le pré-conditionnement de sous-relaxation symétrique successif est employé.

- ✓ **Le post-processeur** : C'est un graphique permettant l'exploitation de la solution du problème. La solution peut être représentée par un tracé de densité ou par des vecteurs s'il s'agit d'une grandeur vectorielle. Un certain nombre de calcul intégral, le long des contours et des aires prédéfinis, est aussi accessible.

L'utilisation de la méthode numérique de calcul par éléments finis nous apporte plusieurs avantages : la prise en compte de la géométrie de la machine, de la saturation des matériaux magnétiques, ainsi que l'effet de peau dans les barres rotorique. D'autre part, d'un point de vue pratique, il est très facile de faire varier les conditions de fonctionnement de la machine (fréquence et l'alimentation), en changeant simplement les données du programme de calcul d'où une grande souplesse d'utilisation. Ainsi ce code de calculs permet de calculer les différentes grandeurs pour plusieurs positions sans pour autant être obligé à chaque fois de redéfinir la géométrie et le maillage. La modélisation par élément finis permet d'étudier avec précision l'effet des défauts sans autant détruire la machine.

### III.3. Validation des modèles analytiques

L'utilisation des méthodes analytiques pour la résolution des équations aux dérivées partielles est pratiquement impossible dans le cas où l'on tient compte de la géométrie réelle de la machine et lorsque les matériaux considérés ont des caractéristiques magnétiques non linéaires. La méthode des éléments finis représente l'un des outils le plus efficaces pour la résolution de ce dernier type d'équations.

Pour valider le modèle analytique développé au chapitre II, nous allons utiliser une méthode numérique ; celle des éléments finis. Nous allons comparer, sous les mêmes hypothèses et les mêmes conditions, les résultats de l'induction obtenus à partir des deux modèles (analytique et numérique). Cette comparaison est montrée sur les Fig. (III.4) pour une aimantation radiale, On voit que les répartitions de l'induction radiale et de l'induction tangentielle créées par les aimants au niveau du milieu de l'entrefer pour les types d'aimantation radiale, sont identiques qu'elles soient obtenues par le calcul analytique ou par le calcul basé sur la méthode des éléments finis.

### III.3.1. Distributions du champ magnétique stator lisse

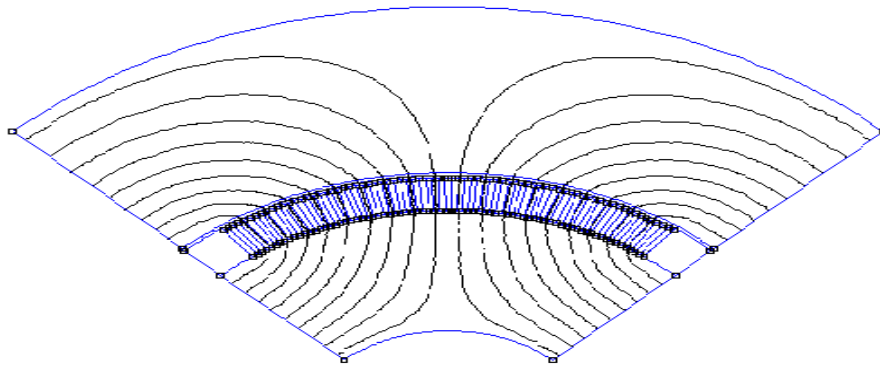


Fig.III-3 Distributions du champ magnétique stator lisse

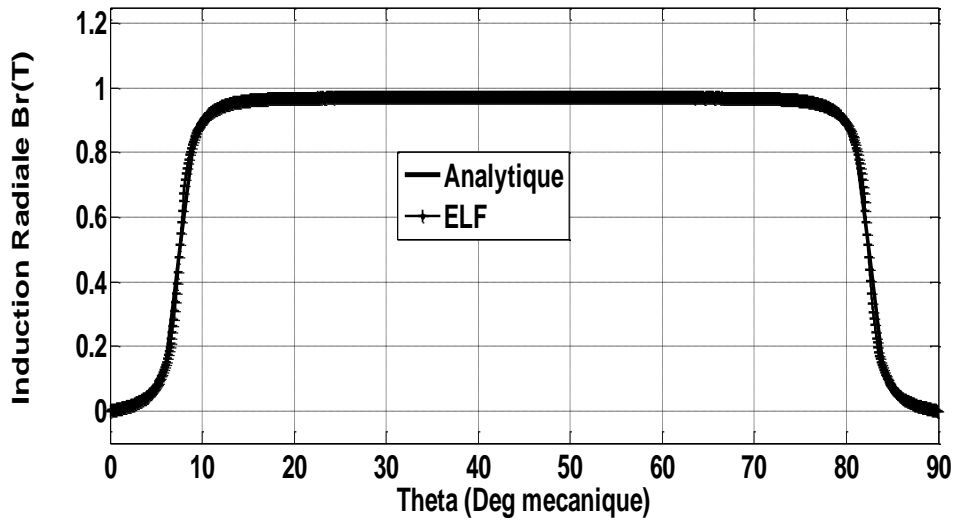


Fig.III-4 Composantes Radiale  $B_r$  de l'induction avec stator lisse

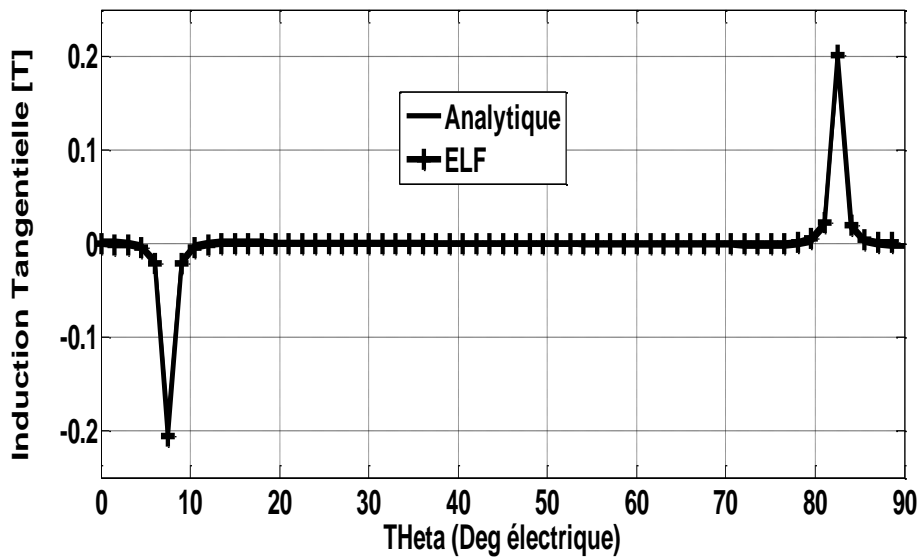


Fig.III-5 Composantes tangentielle  $B_t$  de l'induction avec stator lisse

III.3.2. Distributions du champ magnétique stator encoché

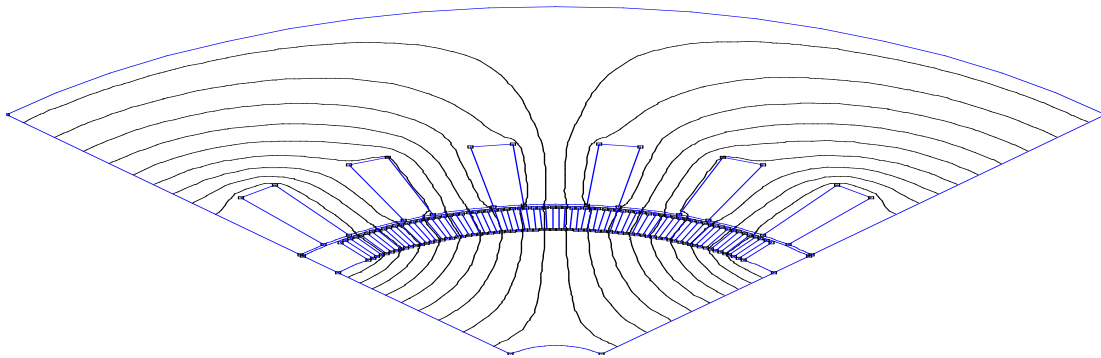


Fig.III-6 Distributions du champ magnétique stator encoché

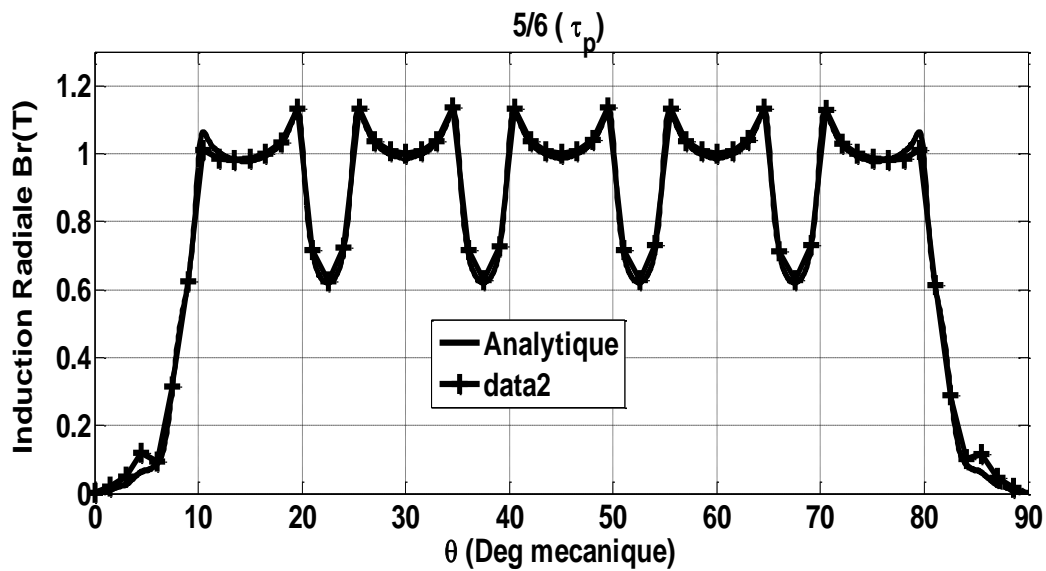


Fig.III-7 Composantes Radiale  $B_r$  de l'induction avec stator encoché

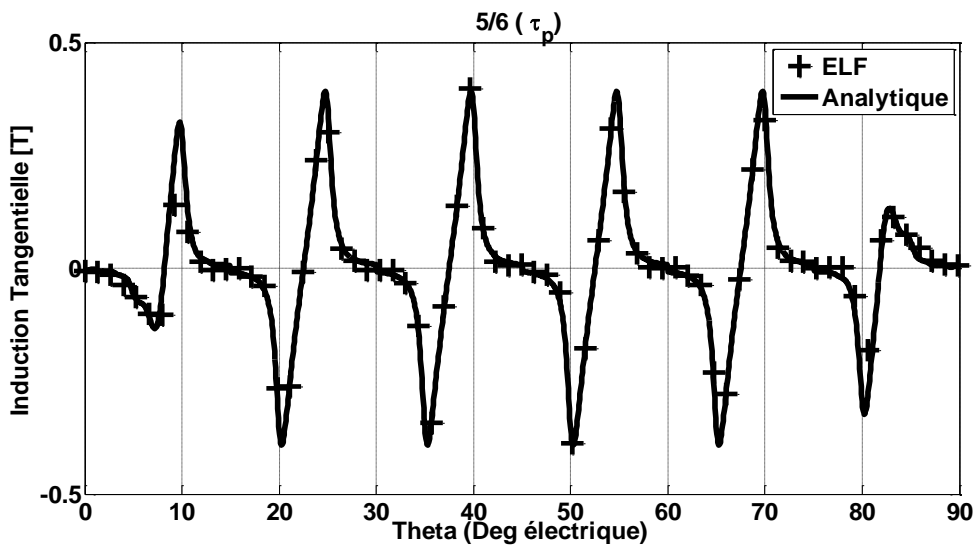


Fig.III-8 Composantes tangentielle  $B_t$  de l'induction avec stator encoché

### III.4. Calcul du couple de détente

Le couple de détente est un couple pulsatoire dû à l'interaction de la denture statorique avec les aimants rotorique. En d'autres termes, c'est un couple dû à la variation de l'énergie magnétique au sein du moteur lorsque le rotor tourne à vide. Le couple de détente développé par la structure étudiée est calculé en considérant le moment des forces de Laplace s'exerçant sur l'ensemble des dents de la machine. D'après les calculs développés par [14 ,15].

Le couple de détente développé par la structure étudiée peut être calculé à partir de :

#### III.4.1. Tenseur des contraintes de Maxwell

L'origine du couple de détente est l'interaction entre les dents statorique et les aimants montés sur la surface rotorique [16]. On peut calculer ce couple à partir du tenseur des contraintes de Maxwell, après avoir calculé la force totale exercée sur un corps dans un champ électromagnétique [15] :

$$\vec{t}_m = \left( \vec{n} \cdot \frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) \cdot \vec{B} - \vec{n} \cdot \frac{1}{2} \frac{|\vec{B}|^2}{\mu_0} \quad (\text{III. 5})$$

Où  $\vec{n}$  et  $\vec{B}$  sont respectivement la normale sortante de la surface (S) et le vecteur l'induction.

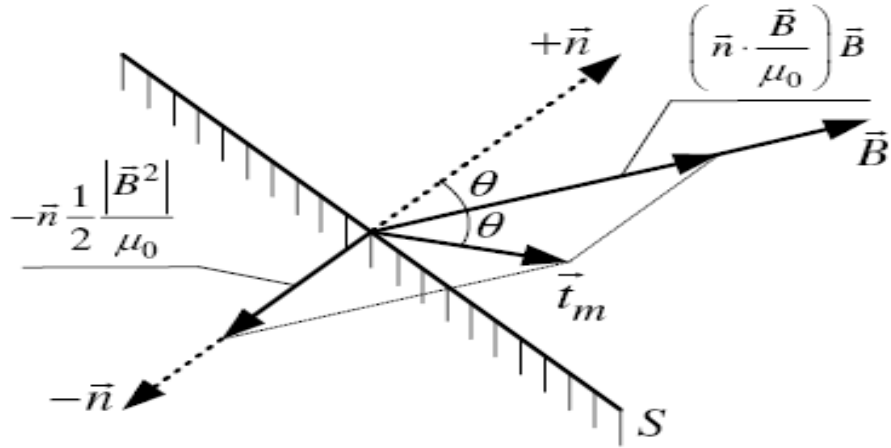
Le vecteur  $\vec{t}_m$  peut se décomposer en deux composantes : selon la direction de  $\vec{B}$  et perpendiculairement à la surface (S) (Fig. III.9).

Le vecteur d'induction est la somme vectorielle de la composante radiale et de la composante tangentielle :

$$\vec{B} = \vec{B}_r \cdot \vec{a}_r + \vec{B}_\theta \cdot \vec{a}_\theta \quad (\text{III. 6})$$

Avec :

$$\vec{n} = \vec{a}_r$$


 Fig.III-9 Relation entre  $\vec{t}_m$ ,  $\vec{n}$  et  $\vec{B}$ 

Par une combinaison des Eqs. (III.21) et (III.22) on obtient :

$$\vec{t}_m = \frac{1}{\mu_0} B_r (B_r \cdot \vec{a}_r + B_\theta \cdot \vec{a}_\theta) - \vec{a}_r \cdot \frac{1}{2} \frac{|\vec{B}|^2}{\mu_0} \quad (\text{III. 7})$$

$$t_m = \frac{1}{\mu_0} \left( B_r^2 - \frac{1}{2} |B|^2 \right) \vec{a}_r + \frac{1}{\mu_0} B_r \quad (\text{III. 8})$$

On s'intéresse à la composante tangentielle du vecteur  $\vec{t}_m$  pour calculer le couple de détente.

$$T = \frac{1}{\mu_0} l_\alpha R^2 \int_0^{2\pi} B_r(\theta) B_\theta(\theta) d\theta \quad (\text{III. 9})$$

Où  $l_\alpha$  est la longueur active de la machine et où  $R$  est le rayon d'alésage.

La forme du couple de détente, sur un pas dentaire, est représentée par la Fig. (III. 10)

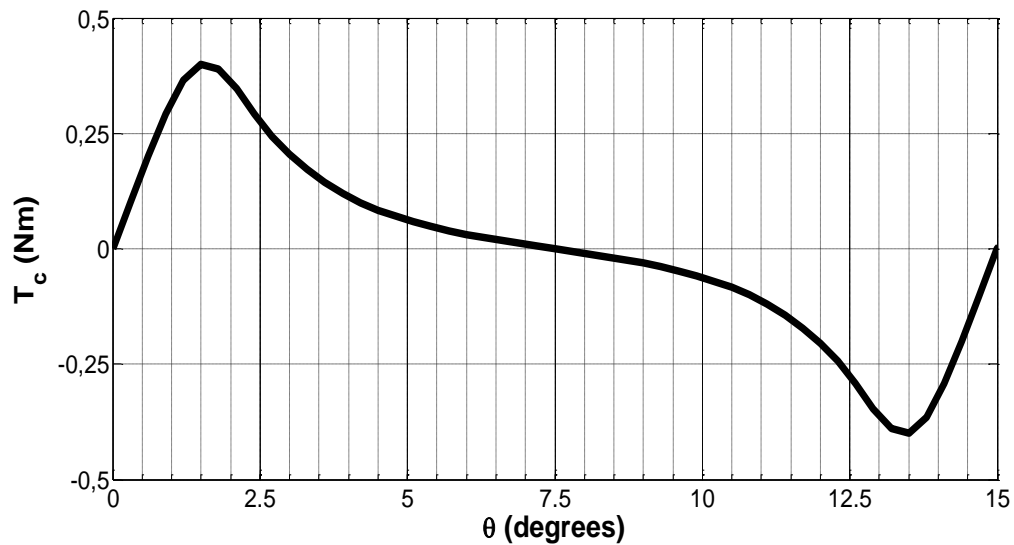


Fig.III-10 Couple de détente (aimantation radiale)

### III.5. Etude paramétrique

Les performances d'une machine synchrone à aimants sont largement influencées par la structure de son inducteur. Ce dernier est caractérisé par les dimensions de stator lisse, les dimensions et le sens de l'aimantation des aimants.

#### III.5.1. Influence des paramètres géométriques de la machine

##### III.5.1.1. Influence de l'épaisseur des aimants

Les figures (III.11) et (III.12) représentent la variation de l'induction radiale et tangentielle créée par les aimants radiaux en fonction de l'épaisseur des aimants au milieu de l'entrefer. Elle montre que l'amplitude de l'induction est proportionnelle à l'épaisseur de l'aimant utilisé. La variation de l'épaisseur des aimants influe également sur les valeurs de l'induction moyenne et de l'induction maximale.

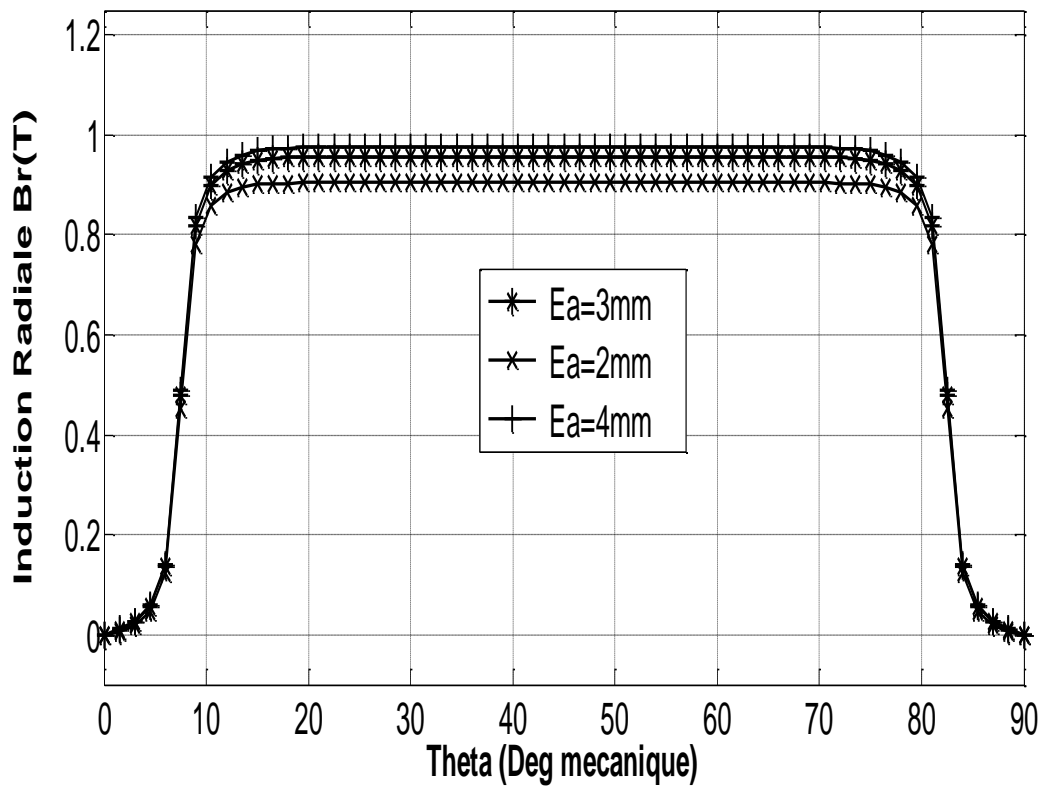


Fig.III-11 Influence de l'épaisseur des aimants sur l'induction radiale.

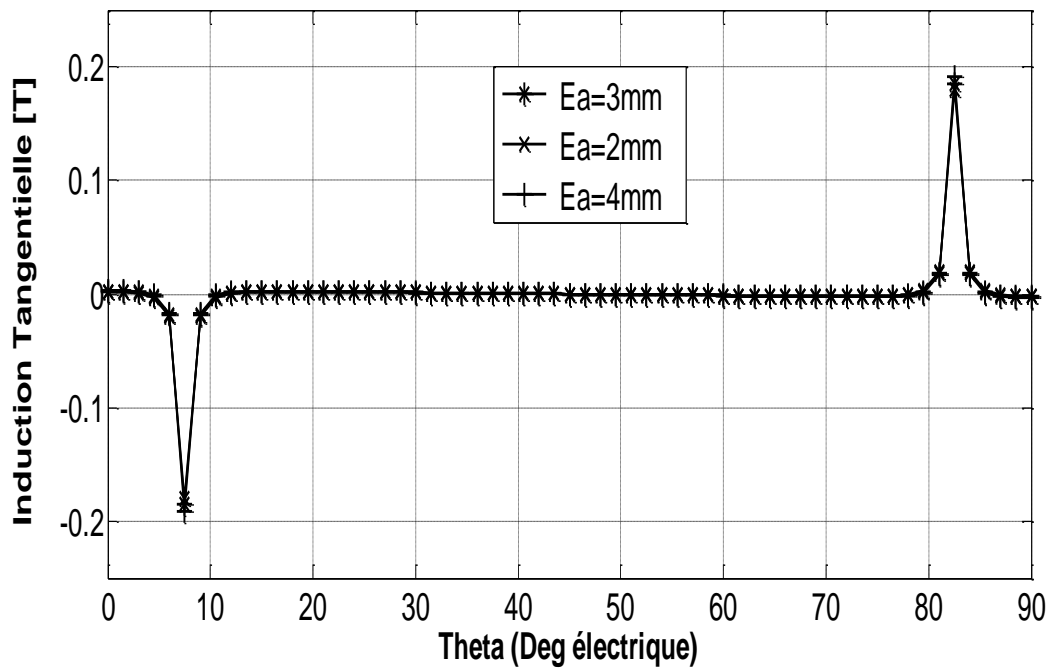


Fig.III-12 Influence de l'épaisseur des aimants sur l'induction tangentielle.

### III.5.1.2. Influence de l'épaisseur de l'entrefer

La Figure (III.13) et (III.14) représentent la variation de l'induction radiale et tangentielle créée par les aimants radiaux en fonction de l'épaisseur de l'entrefer au milieu de l'entrefer. Elle montre que l'amplitude de l'induction est proportionnelle à l'épaisseur de l'entrefer utilisé. La variation de l'épaisseur de l'entrefer influe diminue l'amplitude de l'induction moyenne et de l'induction maximale.

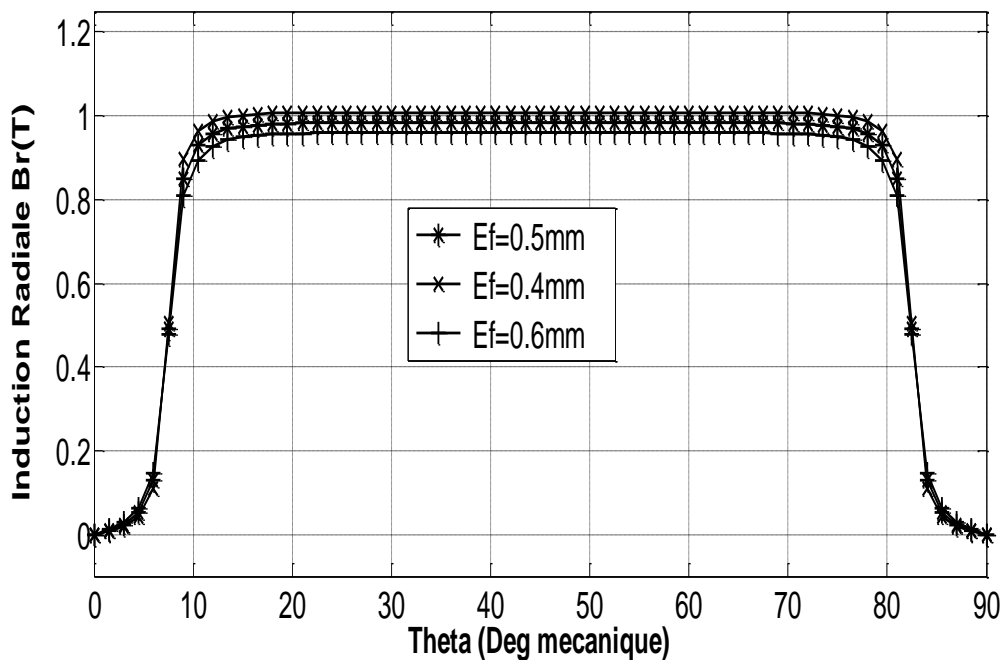


Fig.III-13 Influence de l'épaisseur de l'entrefer sur l'induction radiale.

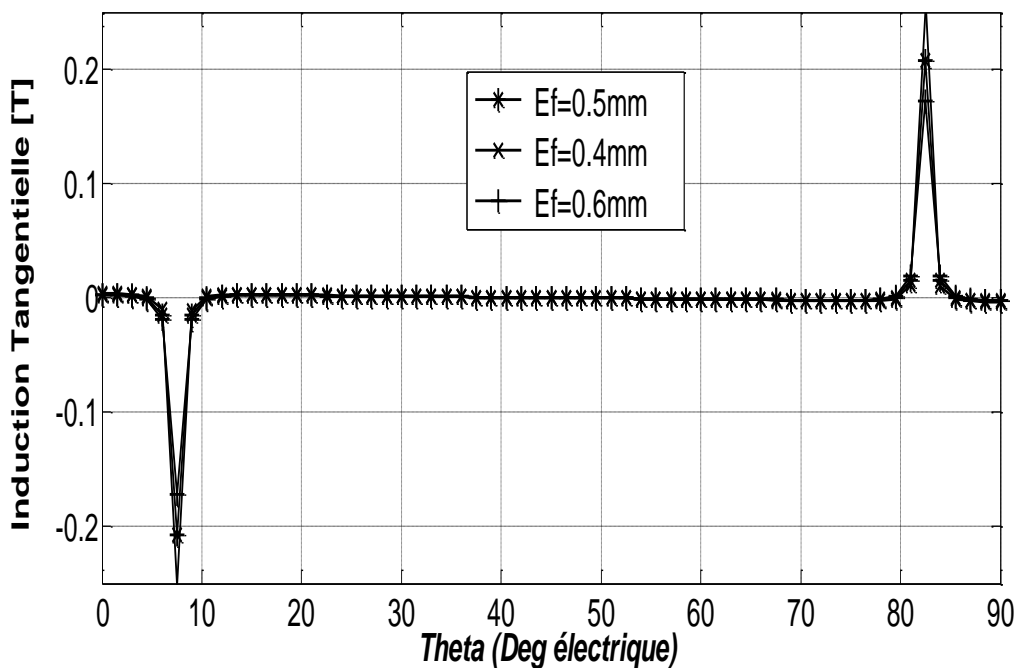


Fig.III-14 Influence de l'épaisseur de l'entrefer sur l'induction tangentielle.

### III.5.1.3. Influence de l'ouverture des aimants

L'ouverture des aimants détermine la forme d'onde. Elle passe d'une forme proche d'une sinusoïde pour les petites ouvertures à des formes quasi-trapézoïdales pour des ouvertures proches du pas polaire. En effet, la valeur maximale de l'induction reste inchangée toutefois, l'ouverture des aimants ne modifie pas d'une manière apparente la valeur crête de l'induction.

Les figures (III.15) et (III.16). Montré la répartition de l'induction radiale et tangentielle pour différentes ouvertures des aimants au milieu de l'entrefer.

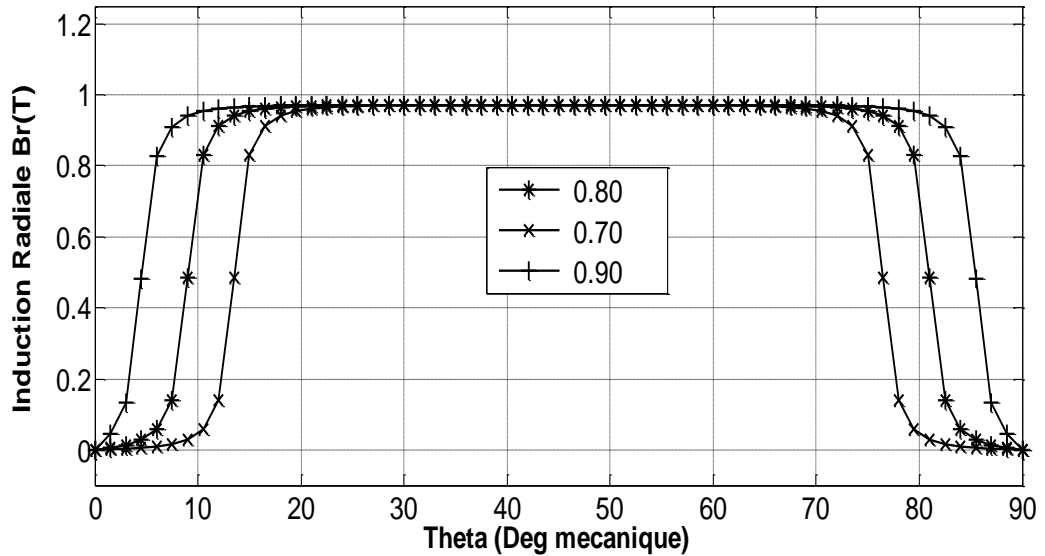


Fig.III-15 Influence de l'ouverture des aimants sur l'induction radiale.

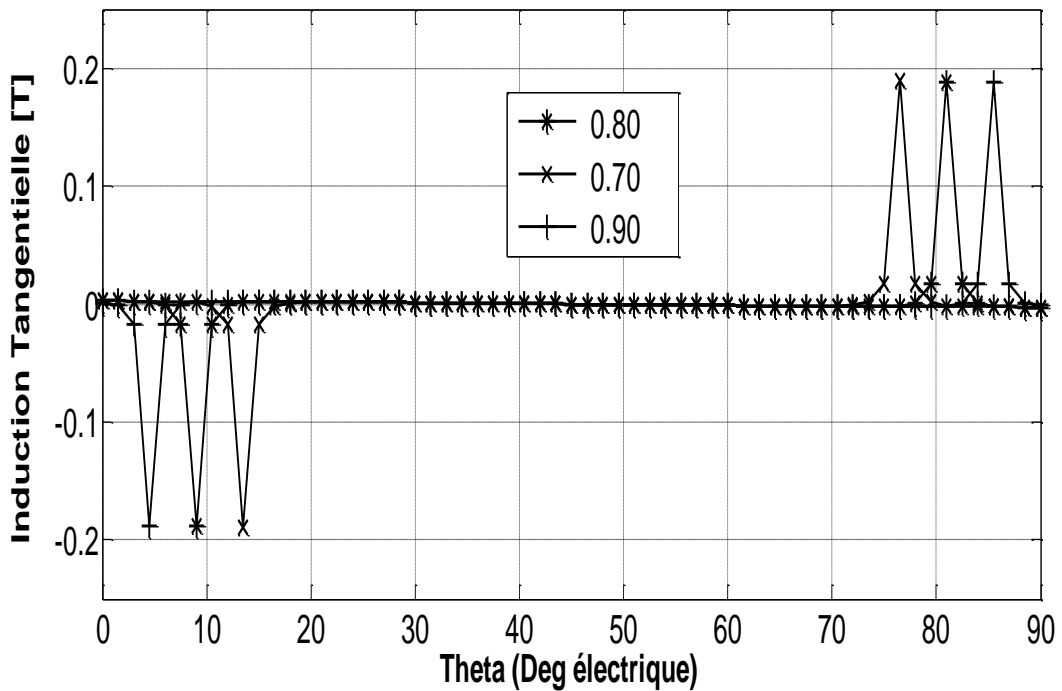


Fig.III-16 Influence de l'ouverture des aimants sur l'induction tangentielle.

### **III.6. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons abordé le calcul numérique par la méthode des éléments finis des machines synchrones à aimants, Le modèle éléments finis en 2D, développé pour le calcul électromagnétique des machines à aimants montés sur la surface du rotor non magnétique.

Le Calcul du couple de détente est essentiel pour savoir les bonnes performances de la machine.

La répartition de l'induction au niveau de l'entrefer est fortement influencée par les dimensions des aimants. Pour une épaisseur d'aimant donnée, une sélection des ouvertures relatives des aimants permet d'agir sur la forme d'onde de l'induction radiale.

---

## CONCLUSION GENERALE

Les aspects liés à la conception des machines électriques à aimants sont multiples. Ils concernent le type d'aimant, la structure de la machine, le mode d'alimentation et le type de commande qu'on ne peut dissocier.

Le travail réalisé, dans le cadre de ce mémoire, a permis de développer un modèle d'étude bidimensionnel, utilisant des solutions analytiques, pour dimensionner les différentes structures des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique.

Le modèle d'étude développé, basé sur la résolution analytique des équations du champ, donne des expressions explicites entre les performances de la machine et ses paramètres de dimensionnement.

Il constitue ainsi un outil efficace pour l'analyse des différentes configurations de machines étudiées.

Il permet, en particulier dans une procédure de dimensionnement suivant les contraintes qu'impose le cahier des charges, de dégager rapidement les solutions envisageables.

Nous avons utilisé des techniques de calcul, pour déterminer le champ dans le cas d'un stator encoché.

Ces techniques sont les transformations conformes basées sur le développement géométrique, par ce que grâce à ces transformations nous avons déterminé une relation entre les paramètres définis dans le plan à stator lisse encoché.

Nous avons exprimé l'induction dans le plan réel de la machine, multipliant la fonction perméance complexe par l'expression montrée dans le plan sans encoche. Pour ce qui concerne le couple de détente, il est propre aux structures des machines à aimants permanents avec encoches au stator.

C'est un couple parasite qui à lui seul peut être une source de rejet de ce type de machines. Le couple de détente accentue les ondulations du couple résultant et il est nécessaire de chercher des stratégies pour le minimiser et même l'annuler.

Cependant ; ces ondulations, liées à la structure de l'inducteur, peuvent être réduites soit par utilisation des aimants à une ouverture optimale, pour avoir un couple de faible amplitude. Le modèle numérique développé, qui est basé sur la résolution des équations du champ par la méthode des éléments finis en 2D, tient compte de la structure réelle de la machine, des caractéristiques électriques et magnétiques de ses différentes parties, de son mode d'alimentation. A l'aide de cet outil, on a validé les résultats obtenus par le calcul analytique. Ce modèle peut être exploité pour analyser certaines caractéristiques inaccessibles par la modélisation analytique.

### Références bibliographiques

- [1] Chena dec, J. «Les machines synchrones -Technologies et différents modes d'alimentations des machines synchrones». 2001
- [2] Annane Adel « Analyse du comportement du moteur synchrone dans les entraînements électriques à vitesse variable» Mémoire de magister –Université Badji MOKHTARANNABA,2009/2010.
- [3] Jaque Degauque « Aimant permanents, Matériaux et applications » Technique d'Ingénieur, Volume D 2.I.
- [4] A. Selloum « Commande équivalente en vitesse et en position d'une MSAP » PFE Université Ferhat Abbas, Sétif 2002.
- [5] MOUSSAOUI Lotfi, «Contribution A La Commande Des Machines Synchrones A Aimants Permanents, Utilisation Des Réseaux De Neurones Et De La Logique Floue», Mémoire de magister Université BADJI MOKHTAR ANNABA, Année 2007.
- [6] M. MABRAK Samir « Calcul analytique et numérique des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique» PFE, Ecole Nationale Polytechnique, Juin 2008.
- [7] J. Caron, J. Hautier « Modélisation et Commande de la machine Asynchrone», Techniqueet documentation, Paris,1995.
- [8] Z. G. Wang, J. X. Jin « SVPWM Techniques and applications in PMSM machine control» journal of electronic science and technology of china, vol.6, pp.191-192 ,N°2,June 2008 .
- [9] M. Bel kadi : «Calcul numérique d'une machine synchrone à aimant permanentà pôles lisses», Thèse magister d'état, ENP, Alger, Algérie.
- [10] L. Hadjout : «Dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur la surface rotorique», Thèse doctorat d'état, ENP, Alger, Algérie, Décembre.2006.
- [11] R. Ibtouen : « Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilotée à aimants insérés », Thèse doctorat d'état, ENP,Alger, Algérie, avril. 1993.
- [12] R. Ibtouen : «Modélisation des machines électriques», cours de 1ere année PG,ENP, (cours non édité), 2001,2002.
- [13] A. MAIOUFI : «Modélisation des phénomènes électromagnétiques non linéaires par la méthode des volumes finis», Thèse magister, université de Batna, Algérie,Avril. 2006.
- [14] Y. Ouazir : « Calcul des performances d'une machine synchrone à aimant permanent à entrefer lisse », Thèse magister, ENP, Alger, Algérie, juillet. 1997.

- 
- [15] L. Hadjout : « Analyse des performances électromagnétiques d'une machine synchrone autopilotée à aimants à rotor lisse », Thèse Magister, ENP, Alger, Algérie, juin. 1994.
- [16] D. Zarko: «A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with reduced torque pulsations», thèse de doctorat, université de Wisconsin Madison, 2004.
- [17] Z. Q. Zhu, D. Howe: «instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motor, part III: effect of stator slotting», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 29. No. 1. January. 1993.
- [18] D. Zarko, D. Ban, T. Lipo: «Analytical Solution for Cogging Torque in Surface Permanent-Magnet Motors Using Conformal Mapping», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 44. No. 1. January. 2008.
- [19] D. Zarko, D. Ban, T. Lipo: «Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap of a Surface Permanent-Magnet Motor Using Complex Relative Air-Gap Permeance», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 42. No. 7. July. 2006.
- [20] R. Lateb, N. Takorabet, F.M. Tabar: «Effect of magnet segmentation on the cogging torque in surface-mounted permanent-magnet motors», IEEE Transactions On Magnetic. Vol. 42. No. 3. March. 2006.
- [21] Y. Boutora, N. Takorabet, R. Ibtouen, S. Mazani: « A new method of minimizing the bandwidth and profile of square matrices for triangular finite elements mesh», IEEE Transactions On Magnetic. Vol. 43. No. 4. April. 2007.
- [22] A. De Bernardinis : « Etude et optimisation d'un ensemble alternateur à aimants/redresseur commandé. Application à un véhicule hybride », Thèse de Doctorat INPL de Nancy.(France), Décembre. 2000.

## ملخص

يعرض هذا العمل منهجية لتحديد الأبعاد الهندسية للألات الكهربائية ذات المغناطيس الدائم المراب على مساحة الدوار. تهدف الخطة إلى استخراج نموذج مبني على حل معادلات المجالات المغناطيسي بصيغة تحليلية للدراسة النوعية للنتائج القياسية لهذه الآلات. قمنا في بداية هذا العمل باعتبار الثابت بدون حزم، وبعد ذلك قمنا بنفس العمل باعتبار الثابت في الحالة العادية. وفي الأخير استعملنا طريقة تسمى "العناصر المنتهية" لتدقيق النموذج التحليلي.

**الكلمات المفتاحية:** الآلات المغناطيسية الدائمة، الحث المغناطيسي، تموجات عزم الدوران، الدوام المعقدة، زوجين الاسترخاء، عناصر محدودة، التشبع.

## Résumé

Ce travail consiste à effectuer un pré-dimensionnement des machines synchrones à aimant permanents montés sur la surface rotorique. En premier temps, nous faisons cette étude en considérant le stator sans encoche en adoptant une méthode analytique de calcul, puis nous faisons les mêmes calculs par une méthode numérique pour valider notre modèle analytique ; la méthode numérique est basé sur la méthode des éléments finis. En deuxième lieu, nous faisons les mêmes calculs des deux méthodes analytique et numérique tout en tenant compte de la présence des encoches. Une étude paramétrique sera effectuée pour voir l'influence des paramètres géométriques de la machine sur ses performances. La méthode numérique sera incarnée par l'utilisation du logiciel FEMM.

**Mots clés:** machine à aimants permanents, induction magnétique, FEM, ondulations du couple, perméance complexe, couple de détente, éléments finis, saturation.

## Abstract

This work consists in doing a pre-dimensionnement of Permanent Magnet Synchronous Machine gone up on the surface of the rotorique. In first time, we make this survey considering the stator without pitches adopting an analytic method, then we do the same task by a numeric method to validate our analytic model; the numeric method is based on the method of the finite elements. In second time, we do the same task, using both analytic and numeric methods taking into account the presence of the pitches. A parametric survey will be done to see the influence of the geometric parameters of the machine on its performances. The numeric method will be embodied by the use of the software FEMM.

**Key words:** Permanent Magnet Machine, magnet flux density, EMF, Torque ondulation, Air Gap Permeance, cogging torque, finite-element method, saturation.