

# Université Mohamed Boudiaf - M'sila

FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



Numéro de série : .....

Numéro d'inscription : .....

## Thèse

Présentée pour l'obtention du diplôme de

**DOCTORAT SCIENCES**

Spécialité : Electronique

**Option** : Communication

## THEME

**Stratégies de simulation bayésienne couplées avec les méthodes  
d'optimisation pour la restauration d'images**

Présenté par

**KAIBICHE Khadidja**

Soutenue le : 10/09/2020

**Devant le jury composé de :**

<u>Nom &amp; Prénom</u>	<u>Grade</u>	<u>Etablissement</u>	<u>Qualité</u>
SAIGAA Djamel	Professeur,	Université Med Boudiaf, M'sila	Président
LADJAL Mohamed	M.C.A,	Université Med Boudiaf, M'sila	Examineur
hadjadj abdechafik	Professeur,	Université Amar Telidji.Laghouat	Examineur
KIOUS Mecheri	Professeur,	Université Amar Telidji.Laghouat	Examineur
CHIKOUCHE Djamel	Professeur,	Université Med Boudiaf, M'sila	Directeur
MAYOUF Abdelhalim	Professeur,	Université Ziane Achour, Djelfa	Co-directeur

**Année universitaire : 2019/2020.**

# Table des matières

<b>Table des figures</b> .....	x
<b>Liste des tableaux</b> .....	xiii
<b>Introduction générale</b> .....	<b>3</b>
Organisation de ce travail.....	3
<b>Chapitre 1 : Débruitage d'image : Etat de l'art</b> .....	<b>6</b>
1.1 Introduction.....	6
1.2 Méthodes de seuillage en ondelettes.....	6
1.2.1 Choix du SeiuL.....	10
1.2.2 Filtre bilatéral et analyse multi-résolution.....	11
1.2.3 Principe de Stein.....	13
1.3 Restauration des images des documents anciens.....	14
1.3.1 Méthodes globales.....	14
1.3.2 Méthodes locales .....	15
1.3.3 Séparation recto et le verso .....	15
1.3.4 Classification non supervisées : k-means.....	17
1.3.5 Méthodes bayésiennes .....	19
<b>Chapitre 2 : Estimation non biaisée à base de Stein pour débruitage d'images.</b> .....	<b>21</b>
2.1 Introduction .....	21
2.2. Principe du débruitage a base des SURE-LET .....	21
2.2.1 Débruitage à base de Stein .....	22
2.2.2 Estimation de risque .....	22
2.2.3 Débruitage a base des SURE-LET .....	25

2.2.4	Minimisation de $\epsilon$ .....	26
2.2.5	Fonctions de seuillage .....	27
2.3	Simulations .....	28
2.3.1	Filtre bilatéral et multi-résolution.....	32
2.4	Conclusion.....	32
<b>Chapitre 3 : Estimation bayésienne couplées avec le filtre bilatéral a paramètre optimal .....</b>		<b>35</b>
3.1	Introduction.....	35
3.2	Le modèle bayésien en traitement des images.....	35
3.2.1	Maximum a posteriori .....	36
3.2.2	Maximum de Vraisemblance.....	36
3.2.3	Transformations de voisinage spatial .....	37
3.2.4	Transformation d'ondelettes à multirésolutions.....	38
3.3	Hybridation filtre bayésienne -filtre bilatéral .....	39
3.3.1	Filtre bivariate dans le domaine d'ondelette .....	40
3.3.2	Filtres de voisinage et non-linéaires .....	41
3.3.3	Caractéristiques du filtre bilatéral .....	42
3.4	Conclusion.....	50
<b>Chapitre 4 : Restauration des documents anciens.....</b>		<b>52</b>
4.1	Introduction.....	52
4.2	Restauration des images niveaux de gris de documents anciens .....	52
4.2.1	Binarisation par seuillage .....	53
4.2.2	Séparation avant- plan /arrière-plan .....	55
4.2.3	Algorithme d'approximation.....	56
4.2.4	Reconstruction de l'image.....	58
4.2.5	Expérimentation et résultats finaux .....	61
4.3	Restauration des images couleurs de documents arabes.....	67

4.3.1	Erreur quadratique moyenne .....	67
4.3.2	Caractérisation des images de documents arabes.....	68
4.3.3	Calculer l'intensité gaussienne et la distance moyenne basés sur k-means .....	69
4.3.4	Expérimentation et résultats .....	70
<b>Conclusion et Perspectives.....</b>		<b>87</b>

## Table des figures

Fig 1.1 Application de la transformée d'ondelettes décomposition a 2 échelles .....	7
Fig 1.2 Exemple du débruitage d'une image bruitée .....	8
Fig 1.3 Estimateurs par seuillage d'ondelettes : (a) Seuillage dur (b) Seuillage doux (c) Seuillage Firm (d) Seuillage Nonnegative Garrote, (e) Seuillage SCAD. ....	9
Fig 1.4 Schéma d'un banc de filtres d'analyse/synthèse.....	12
Fig 1.5 Filtre bilatéral liée à multi-résolution première niveaux. FB : Filtre bilatéral, W : ondelette (Wavelet) .....	13
Fig 1.6 Images traitées respectivement par : la méthode d'Otsu et la méthode de Kricha . ....	16
Fig 1.7 Image de document dégradé . ....	16
Fig 1.8 Ensemble de données avec trois clusters, (b) le résultat de regroupement des données par K-means K=4. ....	18
Fig.2.1 Image débruitée : combinaison linéaire.....	26
Fig.2.2 Fonctions de seuillage $\theta_2(x,0)$ pour : courbe bleu en continu $m_0 = 12$ , courbe rouge en pointillés $m_0 = 2$ , et courbe en pointillés court vert est fonction de seuillage dur.	28
Fig.2.3 Image test : (a) Cameraman originale (b) bruitée avec $\sigma = 10$ (c) Débruitage par : BayseShrink (d) Méthode deZhang (e) OWT-SURELET.....	31
Fig.2.4 Image test : (a) Lena originale (b) bruitée avec $\sigma = 10$ (c) Débruitage par : Méthode deZhang (d) filtre bilatéral (e) OWT-SURELET.....	31
Fig.2.5 PSNR pour les images de test (a) Lena (b) Cameraman (c) Peppers (d) House obtenu par les techniques OWT SURE-LET, OWT SURE-LET-JBF et BF.....	33
Fig 3. 1 Le voisinage de pixel .....	38
Fig 3. 2 Décomposition en ondelettes .....	38
Fig 3. 3 Voisinage d'un coefficient central d'ondelette.....	39
Fig 3. 4 Schéma d'algorithme de hybridation filtre bayésienne -filtre bilatéral.....	42
Fig 3.5 Variation de MSE et PSNR en fonction de $w$ (la taille de filtre) Pour différentes images avec .....	44
Fig 3.6 Images obtenues par filtrage bilatéral est appliqué aux sous-bandes d'approximation après deux décomposition, en utilisant un masque $\delta_\rho$ carré de taille $3 \times 3$ et un	

paramètre $h$ variable et la grandeur de $\rho$ fixé a 1.8. Plus la valeur de $h$ est grande, plus la similarité photométrique du filtre est faible et plus l'image est floue.....	45
Fig 3.7 Images obtenues par filtrage bilatéral en utilisant un masque $\delta_\rho$ carré de taille $3 \times 3$ et un paramètre $h$ variable et la grandeur de $\rho$ fixé a 1.8. Plus la valeur de $h$ est grande, plus la similarité photométrique du filtre est faible et plus l'image est floue. ....	46
Fig 3.8 Images classique obtenues (cameraman de type TIFF de taille 512x512) par filtrage bilatéral en utilisant un masque $\delta_\rho$ carré de taille $3 \times 3$ et un paramètre $h$ variable et la grandeur de $\rho$ fixé a 1.8. Plus la valeur de $h$ est grande, plus la similarité photométrique du filtre est faible et plus l'image est floue.....	47
Fig 3.9 Images obtenues par filtrage bilatéral en utilisant un masque $\delta_\rho$ carré de taille $3 \times 3$ et un paramètre $\rho$ variable et la grandeur $h$ : (a) de fixé à 35 et (b) de fixé à 25. ....	48
Fig 3.10 Débruitage des images classique (Lena de taille 512x512, Fingerprint 512x512 et House 256x256) .....	49
Fig. 4. 1 Exemples d'images de documents de notre base de test. ....	53
Fig. 4. 2 Restauration par la méthode de seuillage d'Otsu.....	57
Fig. 4. 3 Image originale d'un document dégradé: Zoom sur deux parties d'image. ....	59
Fig. 4. 4 Sous-bandes de la DWT (ondelette Daubechies-8) à l'échelle 1 : détails verticaux (HL), diagonaux (HH), horizontaux (LH), illustrant la dépendance entre les sous-bandes d'une même échelle et (LL) approximation au niveau 1. ....	59
Fig. 4. 5 Image débruitée : Zoom sur deux parties d'image.....	60
Fig. 4. 6 Image original et image débruitée final .....	61
Fig. 4. 7 Processus générale de la méthode proposée .....	62
Fig. 4. 8 Restauration par : Chaine proposée .....	63
Fig. 4.9 Image original et image débruitée final. Par OWT SURE-LET-JBF et le prétraitement par la méthode d'OTSU .....	64
Fig. 4. 10 Image originale, (b) Image binarisée (c) Restauration par: OWT SURE-LET, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF .....	65
Fig. 4. 11(a) Image originale, (b) Restauration par: filtre bilatéral (c) Restauration par: OWT SURE-LET, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF .....	65
Fig. 4. 12 (a) Image originale, (b) Image niveau de gris après d'Otsu1 (c) Image niveau de gris après d'Otsu2(d) Restauration par : OWT SURE-LET-.....	66
Fig. 4. 13(a) Image originale, (b) Restauration par: filtre bilatéral (c) Restauration par: OWT SURE-LET, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF .....	66

Fig. 4. 14 Les étapes de la reconstruction par notre méthode .....	69
Fig. 4. 15 MSEE en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids géométriques $\rho$ MSEE en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids géométriques $\rho$ .....	71
Fig. 4. 16 MSEE en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids d'intensités $h$ .....	71
Fig. 4. 17 MSEE en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids géométriques $\rho$ .....	74
Fig. 4. 18 MSEE en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne .....	74

## Liste des tableaux

Tableau 2.1 Résultats du PSNR pour différentes images débruitées par plusieurs techniques	30
Tableau 3. 1 Les valeurs de MSE et PSNR en fonction de $\delta$ $\rho$ (la taille de filtre) en utilisant le filtre bilatéral pour différentes images avec $\sigma_b = 10$	44
Tableau 4 1 Les valeurs de PSNR <sub>out</sub> de chaque image.	67

# Introduction Générale

## Introduction

Dans une image numérique on appelle bruit numérique toute fluctuation parasite ou dégradation que subit l'image de l'instant de son acquisition jusqu'à son enregistrement. Le bruit numérique est une notion générale à tout type d'image numérique, et ce quel que soit le type du capteur à l'origine de son acquisition (appareil photo numérique, scanner, caméra thermique...etc.). Les sources de bruit numérique sont multiples, certaines sont physiques liées à la qualité de l'éclairage, de la scène, la température du capteur, la stabilité du capteur de l'image durant l'acquisition, d'autres apparaissent durant la numérisation de l'information. Donc la résolution de nombreux problèmes inverses en traitement du signal et de l'image nécessite le recours à des méthodes de simulation stochastique ou d'optimisation numérique. Ce calcul est souvent réalisé à partir d'un modèle statistique permettant de fusionner analytiquement les informations provenant des mesures et les connaissances préalables sur les variables inconnues du problème. Contrairement aux méthodes basées sur l'optimisation d'un critère pénalisé, les techniques de simulation stochastique présentent l'avantage de pouvoir estimer conjointement tous les paramètres de la distribution posteriori issue du modèle bayésien. Ces méthodes permettent ainsi d'employer des modèles statistiques très élaborés pour notamment traduire les connaissances préalables sur la solution recherchée. Cependant, leur applicabilité est limitée par un coût de calcul élevé dans le cas de problèmes de grande taille (c'est-à-dire faisant intervenir un grand nombre de données et/ou d'inconnues).

Le débruitage d'images est un problème important en traitement d'images puisque le bruit limite souvent l'interprétation visuelle et automatique de la scène. Il est alors nécessaire de prétraiter les images avec une méthode de restauration appropriée avant de passer à leur analyse. La restauration est une étape clé dans beaucoup de cas. Nous nous sommes intéressés à l'estimation statistique bayésienne dans le domaine des transformées multi-échelles comme solution au problème de débruitage. Nous allons chercher une technique puissante qui permet de préserver les structures d'intérêt tel que les contours et les textures, sans introduire de structures artificielles, nous allons opter de traitement multi-échelle associées aux ondelettes a estimation des coefficients bayésienne et le filtre non linéaire ou principe de gaussiennes spatiales et intensité.

L'objectif de notre thèse de doctorat est de développer ces stratégies en intégrant des outils d'optimisation numérique pour la restauration des documents anciens. La première partie de ce travail sera donc consacrée à l'analyse de convergence de ces techniques. Une deuxième partie se focalisera sur la proposition de méthodes hybrides s'inspirant des résultats récents de l'optimisation se basant sur les outils d'optimisation et des algorithmes ondelettes. Finalement, les algorithmes développés feront l'objet d'application à des problèmes de grande taille en restauration d'images. La réduction du bruit est un vaste et délicat sujet du traitement des images et constitue un outil essentiel dans ce domaine.

## Organisation de ce travail

Le présent manuscrit est organisé en quatre chapitres. La première est consacrée à l'état de l'art relatif au débruitage des images, notamment, la restauration des images des documents anciens. Le chapitre deux nous détaillerons la méthode de estimation non biaisée à base de Stein basée sur la paramétrisation linéaire du processus de débruitage, exprimé comme une combinaison linéaire de fonctions de seuillage, comme somme de processus élémentaires pondérés. Cette méthode introduit en plus de l'information a priori sur la position des coefficients significatifs à partir d'un prédicteur inter-échelle. Dans le cas des coefficients d'ondelettes orthonormale à l'estimation non biaisée, nous avons considéré que la transformation est discrète bi-dimensionnelle avec l'ondelette analysante est la 'sym8'.

Et nous présentons dans le chapitre trois une estimation statistique bayésienne de type MAP dans le domaine des transformées multi-échelles comme solution au problème de débruitage. Citons notamment la transformée en seuillage ondelettes à distribution bivariate, nous avons retenu la moyenne et l'écart-type de la matrice d'approximation, les écart-types des matrices associées aux détails horizontaux, verticaux et diagonaux. La littérature est riche en méthodes de débruitage par filtrage. Le filtrage bilatéral comme une technique de débruitage ajouté aux précédentes méthodes que permet de faire un lissage et d'éliminer des détails inutiles. Nous détaillerons dans ce chapitre le filtrage bilatéral. Nous mettrons l'accent sur les différents paramètres optimaux qui influent sur la qualité du filtrage. Nous illustrerons les résultats obtenus par ce filtre. Nous calculerons deux critères pour juger de la qualité des résultats, à savoir l'erreur quadratique moyenne MSE et le rapport signal sur bruit SNR.

Dans le chapitre quatre on a appliqué les algorithmes proposés dans ce travail aux tâches d'amélioration et de restauration des images de documents. Les images des documents anciens nécessitent un traitement supplémentaire pour être utilisable, en raison des autres

détériorations en générale physique qui peuvent prendre autres formes. Il existe deux principaux problèmes dans le traitement de documents anciens qui sont : Le contraste faible entre le fond et le texte et la présence d'un bruit, il est important d'avoir à disposition un filtre capable d'adapter la force de son filtrage en fonction de la quantité de bruit. Deux résultats sont possibles le premier partie, le résultat trouvé étant en binaire qui permet la reproduction du contenu du manuscrit et évite d'utiliser beaucoup de couleurs en cas d'impression. Dans ce cas, nous présentons une approche non linéaire du principe de gaussiennes spatiales et de gaussiennes intensités, Ce qu'il a prouvé utile pour la suppression du bruit et augmenter le contraste entre le texte et le fond. Au même chapitre nous avons adressé la problématique liée au prétraitement des documents anciens. La présence, souvent simultanée, de plusieurs défauts dans le même document rend la tâche de prétraitement non triviale. Le défaut est souvent considéré de manière isolée sans tenir compte de son contexte. Nous présentons pour cela, la méthode d'OTSU a deux-seuils. La deuxième application, en couleurs RGB et qui se veut le plus authentique à l'image manuscrite originale. Nous avons appliqué l'algorithme non supervisé K-means sur les distances euclidiennes entre l'intensité de paramètre de filtre bilatéral et les intensités des pixels de l'image réelle, le résultat dépendra fortement du choix a priori du nombre de classes. Après avoir appliqué la transformée en ondelette, nous remplaçons chaque pixel par une somme pondérée des valeurs des pixels situés dans son voisinage. Pour estimer cette dernière nous utilisons l'estimateur bayésien dans un cadre de maximum a posteriori (MAP).

# Chapitre 1 : Débruitage d'image : Etat de l'art

# Chapitre 1 : Débruitage d'image : Etat de l'art

## 1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons donner un bref aperçu des approches les plus utilisées pour la restauration des images bruitées et que nous avons utilisé dans ce travail. Nous commençons par décrire les méthodes de seuillage en ondelettes les seuils utilisées pour l'analyse des coefficients des transformées en ondelettes, les filtres basés sur la Principe de Stein. Et les méthodes de filtrages adaptatifs non linéaires comme le filtre bilatéral et l'analyse de multi-résolution, et enfin la restauration des images des documents anciens.

## 1.2 Méthodes de seuillage en ondelettes

Une littérature abondante est apparue sur le débruitage d'image basé sur la technologie de la transformée en ondelettes discrète (TOD). En 1984 Grossman et Morlet [1] l'ont utilisé les ondelettes comme un outil mathématique d'étude de signaux sismiques. Ensuite l'hypothèse s'est développée sous la conduite des multiples contributeurs [2-8]. Aujourd'hui, les applications des ondelettes sont plusieurs<sup>1</sup>: compression [9, 10], filtrage, débruitage, résolution d'équations aux dérivées partielles. L'importance de la TOD réside dans le fait que les images transformées en ondelette ont tendance à être parsemées (c'est-à-dire que de nombreux coefficients sont presque nuls). Dans le domaine des ondelettes, le bruit est uniformément réparti sur tous les coefficients, tandis que la plupart des informations sur l'image sont concentrées dans quelques-unes, les plus significatives. Par conséquent, le moyen, le plus simple, de distinguer les informations du bruit dans le domaine des ondelettes est de seuiller les coefficients de l'ondelette.

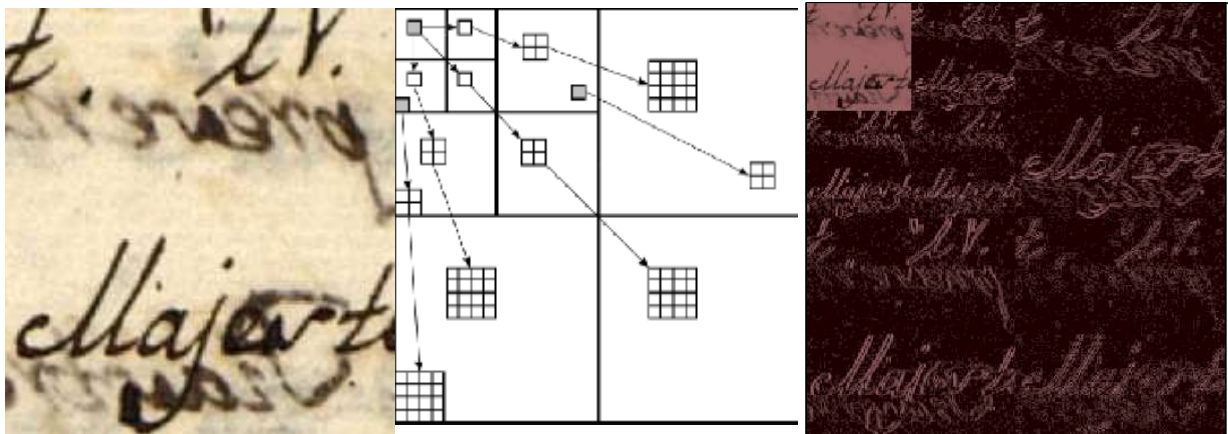
Le seuillage est une technique simple non linéaire, qui fonctionne sur un coefficient d'ondelette à la fois. Dans sa forme la plus élémentaire, chaque coefficient est seuillé en le comparant avec le seuil choisi, si le coefficient est inférieur au seuil, celui-ci est mis à zéro; sinon il est conservé ou modifié. Le remplacement des petits coefficients bruités par zéro et

---

<sup>1</sup>*Mathsoft wavelets home page.* <http://www.mathsoft.com/wavelets.html>. Many applications of wavelets in many different domains.

l'application de la transformation en ondelettes inverse au résultat peut conduire à une reconstruction avec les caractéristiques essentielles du signal et avec moins de bruit. En effet, l'idée est de reconstruire le signal en utilisant uniquement des coefficients empiriques dont la valeur absolue est supérieure à un seuil fixé. Les estimateurs de seuillage furent introduits par Donoho et Johnstone [11] pour des bases arbitraires. Ils furent ensuite utilisés dans les méthodes d'ondelettes au début des années 90 dans par Donoho et Johnstone [12]. Le débruitage par ondelette correspond à l'extraction d'une structure cohérente du signal traité [12]; ceci revient à envisager le bruit comme étant non cohérent relativement à la base d'ondelette choisie, donc non corrélé avec les fonctions de base. Puisque les coefficients peu corrélés avec la base sont faibles, ils sont affectés au bruit. Par conséquent, grâce à un seuil adapté, on peut séparer le bruit du signal.

C'est d'ailleurs, pour cette raison que l'implémentation du débruitage par ondelettes classique est considérée comme un filtrage non linéaire par seuillage qui considère les coefficients d'ondelette supérieurs à un seuil  $\lambda$  comme faisant partie du signal informatif.



**Fig 1. 1 Application de la transformée d'ondelettes décomposition a 2 échelles**

Dans la littérature, on trouve de nombreuses méthodes de seuillage, dont les plus connues et les plus appliquées sont celles du seuillage dur est présenté par la figure 1.3.a et du seuillage doux est présenté par la figure 1.3.b définis respectivement par,

$$\delta_{\lambda}^H(d) = \begin{cases} 0 & \text{si } |d| \leq \lambda \\ d & \text{si } |d| > \lambda \end{cases} \quad \text{ou } \lambda \in [0, \infty[ \quad (1.1)$$

Et

$$\delta_{\lambda}^S(d) = \begin{cases} 0 & \text{si } |d| \leq \lambda \\ d - \text{sign}(d) \cdot \lambda & \text{si } |d| > \lambda \end{cases} \quad \text{ou } \lambda \in [0, \infty[ \quad (1.2)$$

Le seuillage doux n'est pas efficace pour les grands coefficients. Et en raison des discontinuités de la fonction de seuillage dur, les résultats ont tendance à avoir une grande variance et être instables.

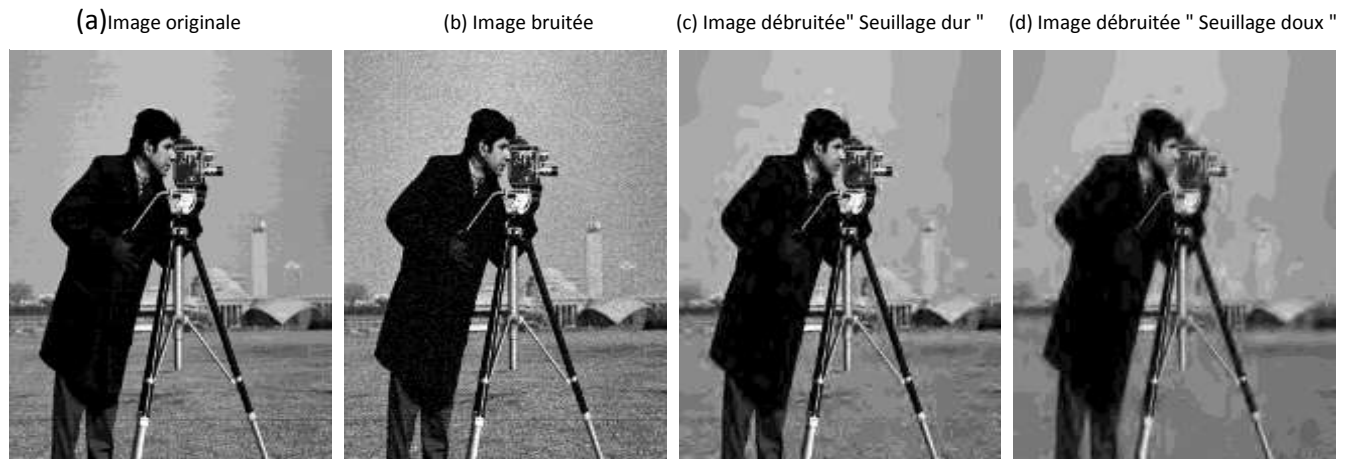


Fig 1. 2 Exemple du débruitage d'une image bruitée

Pour trouver un compromis entre le seuillage dur et le seuillage doux Plusieurs méthodes ont été proposées [13-16]. La fonction de seuillage firm est présentée par la figure 1.3.c proposée par Gao & Bruce [84] est définie par :

$$\delta_{\lambda_1, \lambda_2}^F(d) = \begin{cases} 0 & \text{si } |d| \leq \lambda_1 \\ \text{sign}(d) \frac{\lambda_2(|d| - \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} & \text{si } \lambda_1 < |d| \leq \lambda_2 \\ d & \text{si } |d| > \lambda_2 \end{cases} \quad (1.3)$$

Le seuillage firm groupe les avantages du seuillage dur et doux, mais l'inconvénient de la fonction de seuillage firm qu'elle exige deux seuils. Pour pallier le problème Gao [14] propose le seuillage 'nonnegative garrote' qui conserve les avantages de la loi précédente tout en ne nécessitant que le choix d'un seul seuil.

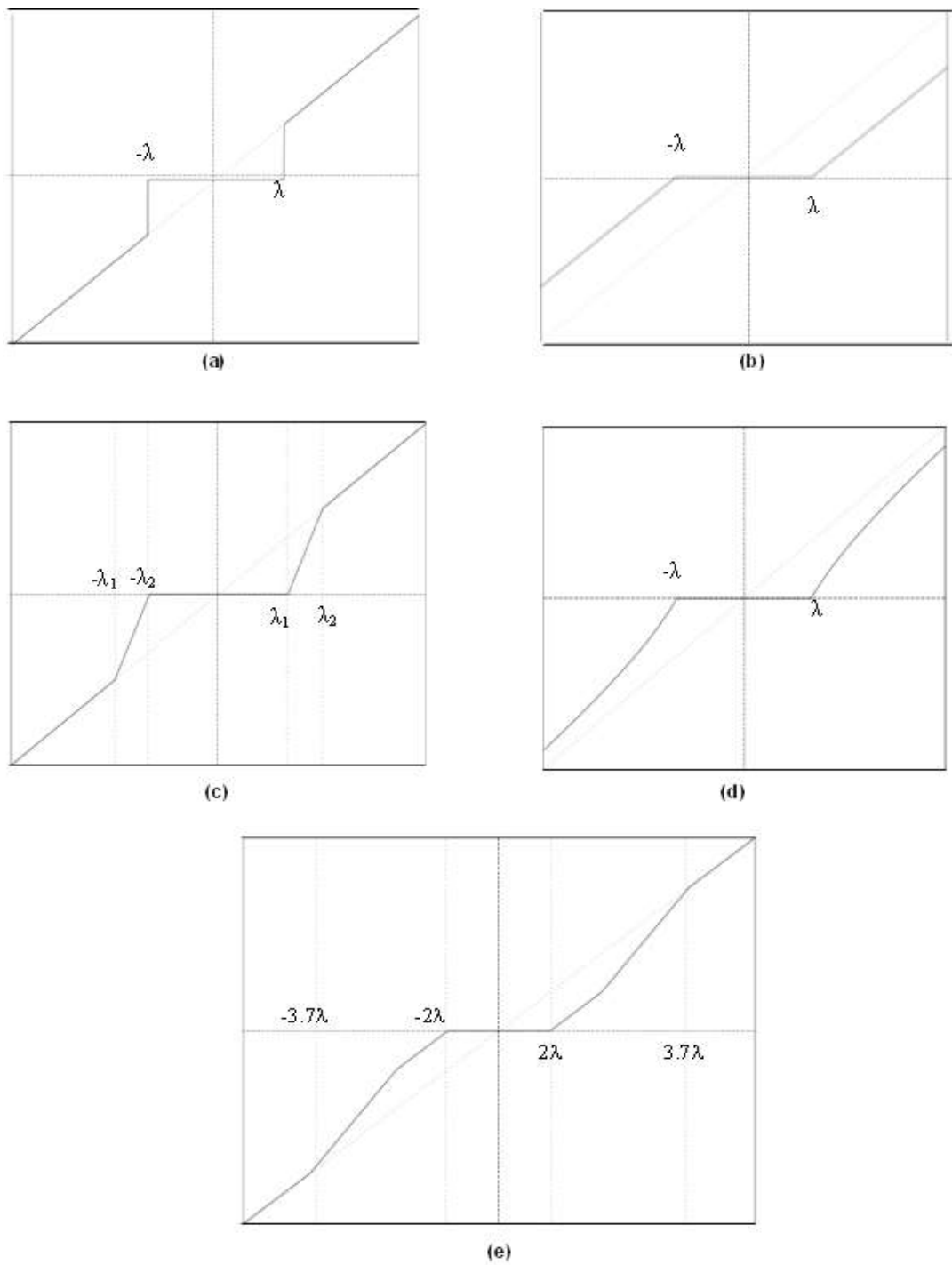


Fig 1. 3 Estimateurs par seuillage d'ondelettes : (a) Seuillage dur (b) Seuillage doux (c) Seuillage Firm (d) Seuillage Nonnegative Garrote, (e) Seuillage SCAD. [85]

Le seuillage 'nonnegative garrote' est présenté par la figure 1.3.d est défini par

$$\delta_{\lambda}^G(d) = \begin{cases} 0 & \text{si } |d| \leq \lambda \\ d - \frac{\lambda^2}{d} & \text{si } |d| > \lambda \end{cases} \quad (1.4)$$

Et après, Antoniadis & Fan [16] ont proposé le seuillage 'SCAD' est présenté par la figure 1.3.e dont la règle de seuillage est définie par

$$\delta_{\lambda}^{\text{SCAD}}(d) = \begin{cases} \text{sign}(d) \max(0, |d| - \lambda) & \text{si } |d| \leq 2\lambda \\ \frac{(\alpha-1)d - \alpha\lambda \text{sign}(d)}{\alpha-2} & \text{si } 2\lambda < |d| \leq \alpha\lambda \\ d & \text{si } |d| > \alpha\lambda \end{cases} \quad (1.5)$$

Où  $\alpha = 3.7$  est donnée par Antoniadis & Fan [16].

Le seuillage dur en termes de risque d'estimation aboutit à une variance plus essentielle de la fonction estimée par seuillage doux avec un seuil identique. Du fait de sa discontinuité, il présente en outre une sensibilité importante vis-à-vis des faibles variations des données. La réduction des coefficients de grande valeur, dans le cas du seuillage doux entraîne un biais d'estimation plus élevé. Le seuillage firm évite la discontinuité du seuillage dur et le biais d'estimation du seuillage doux, et se place comme cas intermédiaire entre les deux. Avec l'estimateur de seuillage 'nonnegative garrote' offre des résultats bien meilleurs, dans le cas des échantillons de taille limitée, que les estimateurs de seuillages dur et doux mais reste comparable à l'estimateur de seuillage 'Firm'. Si le seuil est identique pour tous les coefficients, alors on parle d'estimateur avec seuil fixe, sinon on parle de seuillage local avec seuil variable. On donne les seuils les plus courants et qui garantissent l'aspect minimax de ces estimateurs à un facteur N prêt.

### 1.2.1 Choix du seuil

Il existe de nombreuses méthodes permettant de déterminer la valeur du seuil, on trouve par exemple le seuil minimax, universel, SureShrink et BayesShrink :

• **Le seuil minimax  $\lambda^M$**  Le seuil minimax est proposée par Donoho et Johnstone [11], il dépend de la taille de l'échantillon, et est choisi de manière à minimiser le risque maximum, est défini par :

$$\lambda^M = \hat{\sigma}_e \cdot \lambda_N^* \quad (1.6)$$

Avec

$$\lambda_N^* = \inf_{\lambda} \sup_d \left( \frac{R_{\lambda}(d)}{N^{-2} + R_{\text{oracle}}(d)} \right)$$

Et  $R_{\lambda}(d) = E(\hat{d}_{\lambda}(y) - d)^2$  et  $R_{\text{oracle}}(d)$  est le risque optimal obtenu à l'aide d'un oracle, avec  $\hat{\sigma}_e$  l'écart type du bruit estimé.

**Le seuil universel  $\lambda^U$**  Proposée par Donoho et Johnstone [11].

$$\lambda^U = \hat{\sigma}_e \sqrt{2 \log(N^2)} \quad (1.7)$$

Où  $N^2$  est la taille du signal. Avec  $\hat{\sigma}_e$  est l'estimation du niveau de bruit [11] ont proposé une estimation de l'écart-type de bruit  $\sigma_e$  dans le domaine des ondelettes. Une estimée de  $\hat{\sigma}_e$  est obtenue par  $\hat{\sigma}_e = \frac{\text{MAD}(d^j)}{0.6745}$ , ou  $j$  représente le niveau de décomposition et MAD est la valeur médiane absolue des coefficients de l'échelle la plus fine.

• **Le seuil SureShrink  $\lambda^S$**  L'idée est basée sur la minimisation de l'estimation sans biais du risque de Stein 'SURE' ('Stein's unbiased risk estimator' en anglais) [Stein, 1982]. Le seuil SureShrink [17] est défini par :

$$\lambda_j^S = \arg \min_{0 \leq \lambda < \lambda^U} \text{SURE} \left( \lambda; \frac{d^j}{\hat{\sigma}_e} \right) \quad (1.8)$$

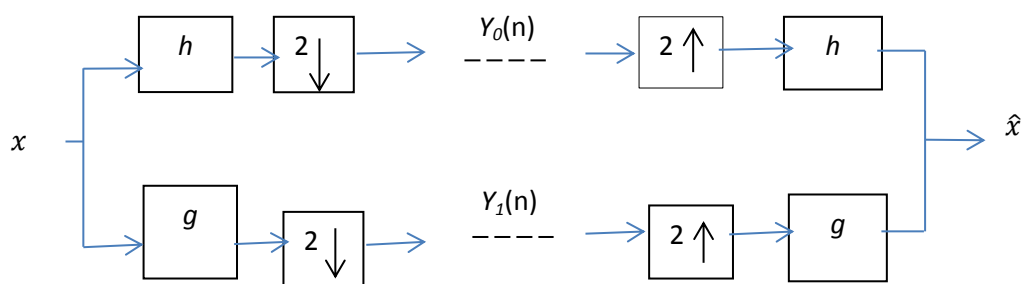
Où  $\lambda^U$  est le seuil universel donné par l'équation (1.7) et  $\lambda_j$  est la valeur du seuil à chaque niveau  $j$  de décomposition.

• **Le seuil BayesShrink  $\lambda^B$**  Le BayesShrink [18] utilise une structure mathématique Bayesian la formule de calcul du seuil est donnée par  $\lambda^B = \frac{\hat{\sigma}_n^2}{\hat{\sigma}_x}$ . Ou  $\hat{\sigma}_n^2$  est la variance estimée du bruit et  $\hat{\sigma}$  est l'écart-type estimé de signal.

## 1.2.2 Filtre bilatéral et analyse multi-résolution

Le filtrage multi-résolution dispose d'avantages importants pour le débruitage. La littérature est riche en méthodes de débruitage par filtrage. Le filtrage bilatéral comme une technique de débruitage ajouté aux multi-résolutions que permet de faire un lissage et d'éliminer des détails inutiles. Dans le domaine des ondelettes, Stéphane Mallat [19] a donné

un algorithme d'analyse (ou décomposition) en ondelettes qui permet d'obtenir une analyse multi-résolution du signal. Cet algorithme travaille par filtrage de l'image suivant les lignes puis les colonnes par deux filtres, passe-haut et passe-bas. Les principes de base de l'analyse multi-résolution et des ondelettes ont été posés par Yves Meyer [20] pour les apparences mathématiques, par Stéphane Mallat [19] pour les aspects signaux et images, et par [21] pour les surfaces d'ondelettes se trouvent par ailleurs appréciés en représentation des images naturelles [22]. Pour les travaux de reconstruction, les bases d'ondelettes redondantes (en particulier non décimées) permettent d'améliorer les résultats [12]. La considération des dépendances entre coefficients voisins permet aussi d'améliorer la qualité du débruitage [23]. Beaucoup de travaux nouveaux s'intéressent à l'apprentissage de dictionnaires redondants. Aharon et al [24] ont ainsi proposé d'apprendre des dictionnaires de patches qui simultanément à l'usage de parcimonie structurée [25] mènent à des résultats état-de-l'art. La représentation des images par une collection de patches est au cœur des méthodes de débruitage les récentes. Récemment, utilisent les ondelettes complexes afin de filtrer les images radar par Gagnon et al [26]. Ce type d'approche est repris en 2010 par Khare et al [27] qui filtrent des images en utilisant des ondelettes complexes de Daubechies. L'idée de transformation de la multi-résolution est présentée par la figure 1.4 : un signal  $x(n)$  est décomposé par les filtres  $h$  et  $g$  ensuite chaque décomposition subit une décimation d'un facteur 2, conduisant aux résultats  $y_0(n)$  et  $y_1(n)$ . Les filtres  $h$  et  $g$  sont appelés les filtres d'analyse et le couple  $(h;g)$  est appelé le banc de filtres d'analyse.

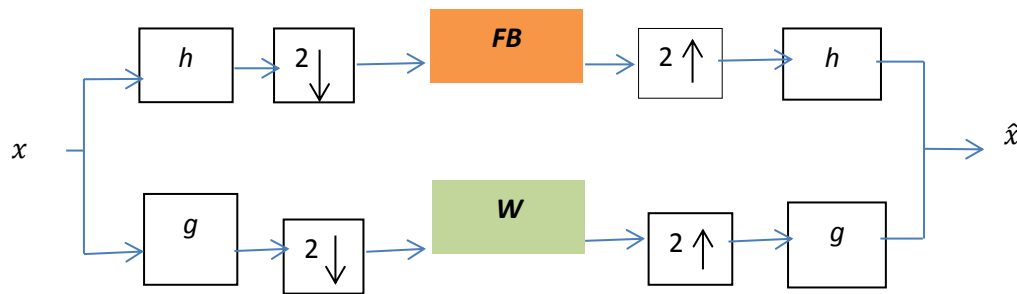


**Fig 1. 4 Schéma d'un banc de filtres d'analyse/synthèse.**

Si les signaux  $\hat{x}$  et  $x$  sont égaux on dit que le système est à reconstruction parfaite.

L'analyse de multi résolution a été prouvée comme un outil essentiel pour supprimer le bruit dans les signaux ; On peut distinguer mieux le bruit et l'image sur un niveau de

résolution qu'un autre. Le filtrage bilatéral comme une technique de débruitage ajoutée aux méthodes de multi résolution que permet de faire un lissage et d'éliminer des détails inutiles.



**Fig 1. 5** Filtre bilatéral liée à multi-résolution première niveaux. **FB** : Filtre bilatéral, **W** : ondelette (Wavelet)

Le filtre bilatéral est appliqué aux sous bandes d'approximations au domaine spatial. Le filtre bilatéral est un filtre non linéaire proposé par Aurich et Weule [28], Smith et Brady [29], et Tomasi et Manduchi [30] pour lisser les images. Il a été adopté pour multiples applications comme le débruitage des images [31, 32], la Compression [33], les manipulations de texture, et la photographie mise en valeur [34, 35]. Il est aussi employé dans d'autres secteurs, telle que la maille carénage, débruitage volumétrique [36], le flux optique l'estimation du mouvement, et le traitement vidéo. Ce grand succès découle d'une multitude d'origines. En premier lieu, sa formulation et la mise en œuvre est simple: un pixel est simplement remplacé par une moyenne pondérée de ses proches.

### 1.2.3 Principe de Stein

En 1961 James et Stein [37] ont introduit un estimateur permet d'obtenir une erreur quadratique moyenne moins petite que l'estimateur du maximum de vraisemblance (MV) sur des données de dimension  $p$  supérieure ou égale à 3, ces estimateurs sont dominant uniformément (en termes de risque). Après ils ont été généralisé Le résultat de l'estimateur par Block [38]. Et puis, Stein [39] a alors inséré en 1981 un estimateur non biaisé du risque connu sous l'acronyme SURE (Stein's Unbiased Risk Estimate). Luisier et Blu [40] ont repris le principe des combinaisons linéaires de fonctions élémentaires à paramétrisation qu'ils ont appelé LET (Linear Expansion of Thresholds) et l'ont généralisé, conduisant ainsi à la méthode SURE-LET. Mentionnons également que des travaux sur les approches SURE ont été menés dans le cadre de débruitage multivarié [41,42] et de l'estimation ensembliste [43]. Récemment, Dans ce contexte de suppression de bruit blanc, nombreux méthodes issues de

l'état de l'art ont été analysées [44] et la meilleure technique identifiée est la méthode Non Local Bayes développée par Lebrun [45] en 2013. Ce processus est une amélioration de deux autres méthodes issues de l'état de l'art que sont Non Local Means [46] et Block Matching and 3D filtering [47]. Et puis les de auteurs Masse et al [48] ont améliorés la méthode Non Local Bayes NLB que a permis d'identifier deux pistes importantes afin de réduire les temps de calcul sans perdre un imposant gain de qualité lors de la restauration.

### 1.3 Restauration des images des documents anciens

Le principe des techniques de restauration des images de documents anciens en utilisant les algorithmes de seuillage ou de classification qui visent à trouver un seuil optimal séparer l'histogramme de l'image en deux classes, l'avant-plan et arrière-plan , le principe de ces algorithmes considère que chaque pixel appartient à l'avant plan si sa valeur est supérieure au seuil calculé, sinon il appartient au fond du document . Il y a deux domaines de seuillage des images : globales et locales.

#### 1.3.1 Méthodes globales

Fisher est introduit en 1958 [49] un algorithme que diviser l'histogramme de l'image en C classes en minimisant la somme des variances des classes. Doyle en 1962 [50] est proposée seuillage percentile, et puis 1966 [51] propose méthode du Mode, Méthode du Triangle (Zack) [52]. En 1980 introduit la méthode de Pun [53], et méthodes basées sur le groupage [54]. En 1985 représentant des méthodes entropiques [55] et seuillage par préservation des Moments [56], dans [57] introduit en 1986 le seuillage par erreur minimale. Les méthodes de seuillage globales [58-60] sont conçues pour trouver un seuil optimal unique pour l'ensemble de l'image du document. Récemment, en 2007 les auteurs [61] ont proposé un seuillage global fixe, elle consiste à comparer le niveau de gris de chaque pixel de l'image avec un seuil global fixe. A même année Boudraa et al, ont exploité les aspects ponctuel et contextuel des pixels, pour estimer le seuil de binarisation [62]. Méthode de Xiao et al. [63] basée sur l'histogramme de corrélation spatiale des niveaux de gris...la recherche est multiple et ouverte.

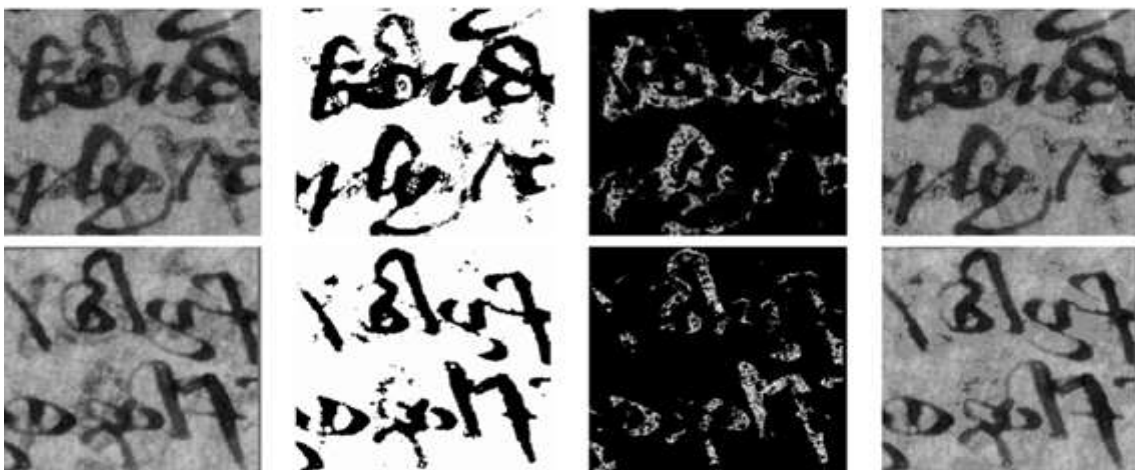
#### 1.3.2 Méthodes locales

Ces méthodes adoptent une valeur de seuil pour chaque pixel. La binarisation de documents anciens par mesure de contraste [64] Cette méthode a été fournie par Giuliano et al, avec l'objectif d'extraire le texte du fond dans leur système de reconnaissance de

caractères. L'algorithme de seuillage dynamique [65], proposée par White et Rohrer, il consiste à comparer le niveau de gris de chaque pixel avec la moyenne des niveaux de gris de ses voisins dans une fenêtre fixe. En 1986 Niblack [66] introduit une méthode de binarisation basée sur la variance locale, L'algorithme calcule un seuil pour chaque pixel d'image, basé sur la moyenne locale et l'écart-type locale de bruit et son voisinage dans une fenêtre centrée. Récemment, Singh et al. [67] ont proposé une nouvelle manière pour calculer les seuils, basée sur de sommes intégrales et rend le temps de calcul fixe avec indépendant de la taille de fenêtre glissante. En 2012 Peng et al. [68] ont proposé une nouvelle méthode de binarisation adaptative.

### 1.3.3 Séparation recto et le verso

Le problème majeure dans le traitement des manuscrit est l'apparition des marques en transparence ou des éléments du verso sur le recto constitue une des dégradations les plus courantes des documents anciens. Les méthodes globales sont simples, rapides et intuitives, adaptées pour convertir n'importe quelle image en niveaux de gris en une forme binaire, et donnent de bons résultats pour les documents numérisés.



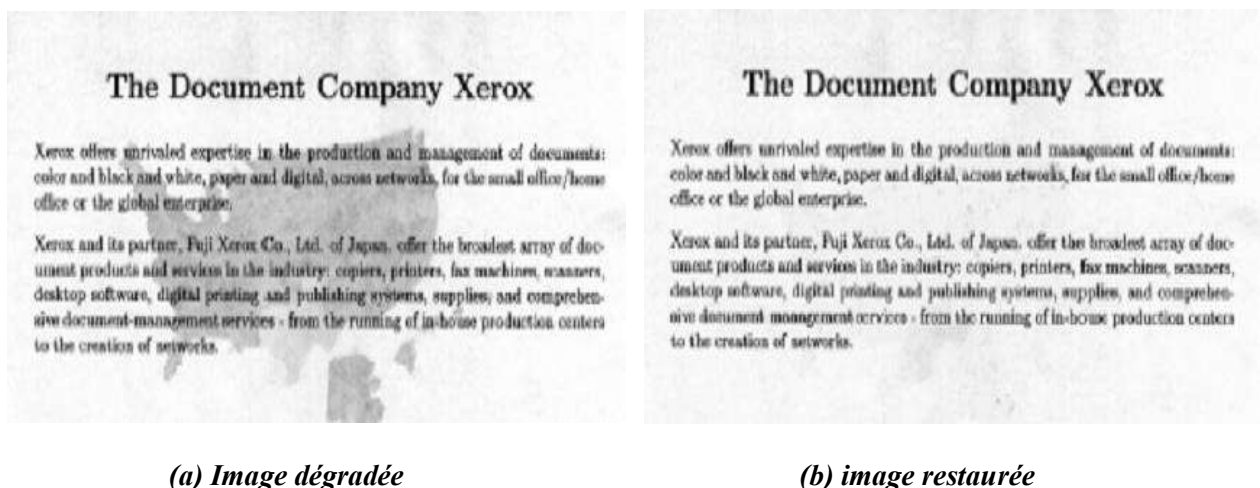
Exemple de séparation recto et le verso d'images<sup>2</sup>

<sup>2</sup>[https://www.researchgate.net/figure/a-degraded-recto-top-and-verso-images-of-the-Piers-example-b-initial-mask\\_fig1\\_228516870](https://www.researchgate.net/figure/a-degraded-recto-top-and-verso-images-of-the-Piers-example-b-initial-mask_fig1_228516870)



**Fig 1. 6 Images traitées respectivement par : la méthode d'Otsu et la méthode de Kricha [69].**

Ce type des images contiennent divers dégradations rendant difficile l'exploitation directe, c'est pourquoi la majorité des systèmes de traitement et d'analyse d'images de documents disposent d'un module de prétraitement. Par exemple, la figure 1.8. présente le résultat de prétraitement d'une image de document dégradé par une tache.



**(a) Image dégradée**

**(b) image restaurée**

**Fig 1. 7 Image de document dégradé [70].**

D'autre part la problématique de la classification se pose dans différents secteurs comme pour l'extraction des informations, la compression des données, la reconnaissance et la classification des formes, etc. En conséquence, les techniques de seuillage adaptatif comme [66,71] ont été élaborées et adoptées. D'autres méthodes basées sur la classification et segmentation [72,73], ou les techniques de séparation/sources [74,75]. Fisher est introduit en

1958 [49] un algorithme de classification non supervisés, L'idée est de diviser l'histogramme de l'image en C classes en minimisant la somme des variances des classes, est un mélange de deux gaussiennes. La binarisation par les méthodes de classification des pixels dans un espace couleur ou niveau de gris comme les méthodes k-means [70,76] basées sur les champs de Markov MRF (Markov Random Fields) [77]. Dans [78], une méthode basée sur une sérialisation de l'algorithme des nuées dynamiques (k-means) a été proposée. Il s'agit d'une classification automatique des couleurs sur une fenêtre glissante parcourant toute l'image.

### 1.3.4 Classification non supervisées : k-means

L'algorithme K-means [107] parmi les techniques de classification les plus populaires et les plus utilisés. Cette technique est utilisée dans différents domaines aussi bien industriels que scientifiques pour sa simplicité et son efficacité. L'idée générale dans le domaine de traitement des documents anciens est de prendre chaque pixel appartenant à l'ensemble de données et de l'associer au centre le plus proche, La méthode K-means attache à diviser l'espace en un ensemble K de classes établi a priori.

#### *Algorithme K-means*

Choisir k individus au hasard, comme centre de classes initiales distinctes  $c_1, \dots, c_k$  et donner création à K classes  $C_1, \dots, C_k$  initialement diminuées à un unique élément. Avec  $\{C_1, \dots, C_k\}$  l'ensemble de classes fixé a priori K etc  $c_1, \dots, c_k$  sont centres des classes initiales.

**Etape 1 :** pour chaque itération  $i, i \geq 1$

Le critère optimisé par cet algorithme est défini par :

- chaque individu  $x_n, n = \{1 \dots N\}$  est affecté à la classe  $C_j$  avec

$$j = \operatorname{argmin}_{g \in \{1 \dots K\}} \{d(x_n, c_g^{(i-1)})\}$$

$d$  est une mesure de distance

**Etape 2 :** Recalculer le centre de chacune de ces classes.

**Etape 3 :** Répéter l'étape (1) et (2) jusqu'à :

$$c_g^i = c_g^{i-1} \quad \forall g \in \{1 \dots k\}$$

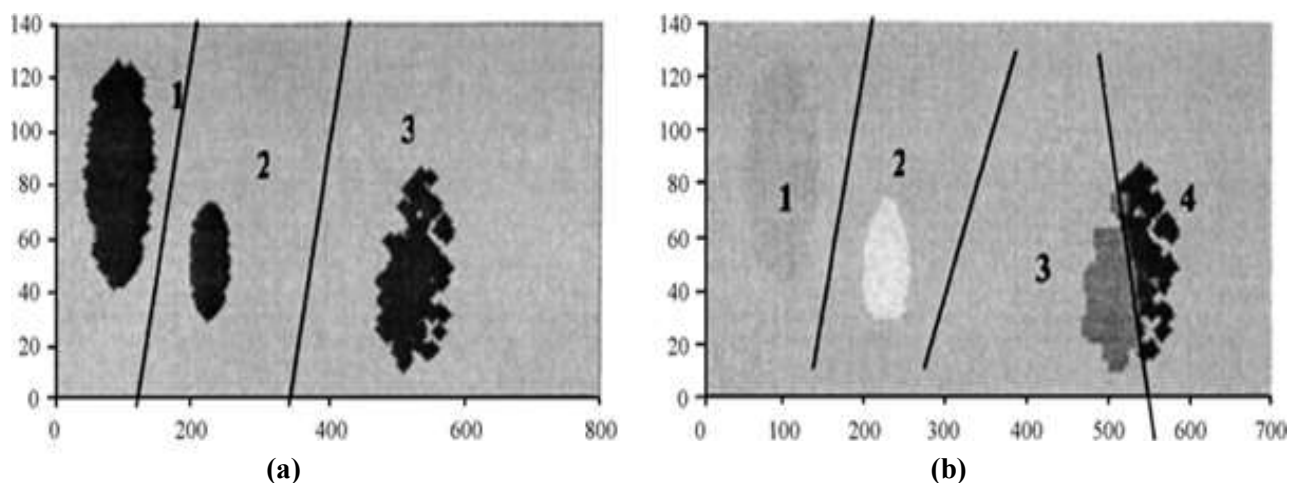
-Editer la partition obtenue.

-La meilleure solution obtenue généralement choisit après plusieurs exécutions de l'algorithme.

### Choix du nombre de cluster

La classification automatique par K-means vise à identifier des pixels similaires, ce qui permet donc à découvrir la distribution des éléments et les corrélations intéressantes dans des images. Cependant, l'algorithme a besoin de savoir le nombre de classes à rechercher.

Dans la plupart des cas, l'utilisateur n'aura pas de connaissances préalables sur le nombre de classes qui se trouve est une méthode non supervisée, ce qui conduit à une séparation d'informations en quelques classes  $k$  qui est généralement plus petit ou plus grand que le nombre réel de classes. Donc, trouver le bon nombre de clusters est un problème très important [108, 109]. Si on prend l'ensemble d'informations montré par la figure 1.8 (a) Par exemple. Il est évident que le nombre de clusters optimal est trois. Dans cet exemple la méthode K-means a trouvé les meilleurs quatre clusters dans lesquels l'ensemble des données peut être divisé figure 1.8(b).



**Fig 1. 8 Ensemble de données avec trois clusters, (b) le résultat de regroupement des données par K-means  $K=4$ . [108]**

Si la valeur de  $K$  d'un algorithme de classification n'est pas inexacte, Cela signifie le partitionnement qui n'est pas optimal pour l'ensemble de données considéré, ce qui conduit à des fausses décisions. Le problème de décider le nombre optimal de clusters pour un ensemble de données ainsi que l'évaluation des résultats d'un processus de regroupement ont été sujet d'une multitude des effort de recherches [110-112].

### 1.3.5 Méthodes bayésiennes

Les méthodes bayésiennes ont été également utilisées dans le domaine de la restauration des images des documents anciens comme c'est dans [75, 77,79], est un modèle bayésien, basé sur les équations différentielles (PDE). Dans l'article [75] le modèle bayésien basé sur un modèle de Markov caché pour régler le problème de recto-verso et la transparence du papier. L'auteur, [80] propose un modèle basé sur les MAP de Champs de Markov Caché (MRF), utilisé pour la binarisation des images de documents non uniformes éclairés. La méthode de Wolf [77] est basée sur une régularisation de la segmentation par les champs de Markov pour la séparation entre le recto et le verso, repose sur la distribution spatiale des pixels et non pas sur des informations sur la couleur ou sur les niveaux de gris, il est réussi de restaurer les documents de 18ème siècle, bien que sa performance diminue pour les images de grande résolution. En outre, la taille de fenêtre de voisinage utilisé dans la procédure limiter l'étendue de sa précision.

L'auteur de [81] a introduit un nouveau algorithme récursif pour une élimination des bruits impulsionnels préservant les détails. Dans le papier de [82], ils ont utilisé un système d'imagerie multi-spectrale pour restaurer des anciens manuscrits dans un but de leur reconnaissance. Les auteurs de [83] ont effectué une comparaison quantitative entre cinq algorithmes de débruitage pour le filtrage des images calligraphique chinoise.

## Chapitre 2 : Estimation non biaisée à base de Stein pour débruitage d'images.

# Chapitre 2 : Estimation non biaisée à base de Stein pour débruitage d'images.

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre sera introduite et validée la méthode statistique de débruitage d'image « SURE-LET » (Stein's Unbiased Risk Estimate-Linear Expansion of Thresholds) [83]. Celle-ci, utilisant un algorithme de seuillage par ondelettes orthonormales basée sur le principe de SURE-LET, compte parmi les techniques les plus performantes en termes de débruitage d'image infecté par un bruit AWGN. Ensuite, une étude de la méthode « OWT SURE-LET » sera présentée en détail, suivi de l'implémentation de l'estimateur s'y afférant. De plus dans cette même partie sera exposée une étude des dépendances entre échelles. Et finalement nous avons couplées cette technique par le filtrage bilatéral.

## 2.2. Principe du débruitage a base des SURE-LET

L'estimateur des SURE-LET développe d'avantage la théorie originale de SURE et propose une méthodologie générale pour le débruitage rapide et efficace d'images multidimensionnelles. Cette approche est basée sur la paramétrisation linéaire du processus de débruitage, exprimé comme une combinaison linéaire de fonctions de seuillage. Dans cette étude on s'intéresse à l'estimateur SURE-LET dans le domaine de la transformée en ondelettes. On suppose un signal  $y_n$  corrompu par AWGN (additive white Gaussian noise), le problème du débruitage peut se mettre sous la forme suivante :

$$y_n = x_n + b_n, \text{ pour tout } n \in \{1, \dots, L\} \quad (2.1)$$

Le signal d'origine  $x_n$  est toujours supposé inconnu. Objectif est Trouver un estimateur  $G(y)$  de  $x$  minimisant l'erreur quadratique moyenne ( $\|G(y) - x\|^2$ ) . Ou les observations dégradées  $y_n$ ,  $n = 0, \dots, N-1$  représentant les valeurs réelles échantillonnées d'une image bruitée, sont modélisées telle que la somme d'un signal  $x_n$  à estimer et d'un AWGN ( $b_n$ ) de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ .

### 2.2.1 Débruitage à base de Stein

L'idée général de cette méthode est la minimisation d'un estimateur non-biaisé de l'erreur quadratique moyenne, MSE (mean squared error), entre l'image analysée et l'image original. Cet estimateur est strictement dérivé à partir des observateurs bruités. Dans le cas d'un bruit additif, blanc gaussien, une telle estimation du MSE fut initialement proposée par Stein. Il y deux applications possibles du principe de Stein, l'un applique le principe de Stien a les échantillons (après reconstruction) et l'autre applique le principe de Stien a les les coefficients (après décomposition).

#### *Lemme*

Soit  $G : \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}^L$  une fonction continue, différentiable presque partout, telle que :

- $E(\|G(y)\|^2) < \infty$
- $E\left(\left\|\frac{\partial G(y)}{\partial y^T}\right\|_F\right) < \infty$
- $\forall z \in \mathbb{R}^L, \lim_{\|t\| \rightarrow +\infty} G(t) \exp\left(-\frac{(t-z)^T \Gamma^{(b)}^{-1} (t-z)}{2}\right) = 0$

Alors

$$E(G(y)x^T) = E(G(y)y^T) - E\left(\frac{\partial G(y)}{\partial y^T}\right) \Gamma^{(b)}$$

Ce lemme est une reformulation du principe de Stein démontré dans [39].

### 2.2.2 Estimation de risque

Une méthode classique pour évaluer la qualité d'un signal reconstruit  $\hat{x}$  est l'étude du rapport signal sur bruit : SNR (Signal to Noise Ratio). Le SNR est défini de la manière suivante :

$$\text{SNR}(x, \hat{x}) = 10 \log_{10} \left( \frac{\|x\|^2}{\|\hat{x} - x\|^2} \right).$$

On voit que le dénominateur fait apparaître l'erreur quadratique :  $\|\hat{x} - x\|^2$ . En traitement d'image, le PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) est plus souvent utilisé, Pour obtenir un bon débruitage (SNR ou PSNR élevé) il faut donc minimiser l'erreur quadratique.

La matrice de covariance du bruit est simplement  $\Gamma^{(b)} = \sigma^2 I_L$ , telle que  $I_L$  est la matrice unité  $L \times L$ . L'objectif est à nouveau de construire un estimateur de l'erreur quadratique moyenne (Mean Square Error - MSE):

$$MSE = E\left(\sum_{n=1}^L |\hat{x}_n - x_n|^2\right) = E(\|\hat{x} - x\|^2) \quad (2.2)$$

Le signal d'origine  $x$  est toujours supposé inconnu, il va donc falloir être capable de trouver une forme équivalente de la MSE ne faisant pas apparaître  $x$ . On considère l'effet de l'estimateur directement sur les valeurs du signal et non plus sur les coefficients après décomposition. Le théorème suivant propose un estimateur non-biaisé de la MSE.

***Théorème***

On suppose que  $G(y)$  estime  $x$ .  $G(y)$  est une fonction continue, différentiable, telle que l'espérance  $E(|\partial g_n(y) / \partial y_n|) < \infty$  pour  $1 \leq n \leq L$ . On a alors:

$$E\left(\sum_{n=1}^N g_n(y)x_n\right) = E\left(\sum_{n=1}^N g_n(y)y_n\right) - \sigma^2 E\left(\sum_{n=1}^N \frac{\partial g_n(y)}{\partial y_n}\right) \quad (2.3)$$

Ce théorème est une reformulation du principe de Stein démontré dans [39]. Il permet d'exprimer une espérance en faisant intervenir le signal d'origine  $x$  (supposé inconnu) seulement en fonction d'espérance faisant intervenir le signal observé  $y$ . D'une autre part, à la suite de ce théorème. La variable aléatoire est donnée par :

$$\varepsilon = \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2 \quad (2.4)$$

Est un estimateur non biaisée de la MSE:  $E(\|G(y) - x\|^2)$ .

***Démonstration***

$$E(\|G(y) - x\|^2) = E(\|G(y)\|^2) - 2E(G(y)x) + E(\|x\|^2)$$

D'après le théorème, nous obtiendrons

$$E(\|G(y) - x\|^2) = E(\|G(y)\|^2) - 2 E(G(y)y) + 2 \sigma^2 E\{\text{div}(G(y))\} + E(\|x\|^2)$$

Avec

$$E(\|x\|^2) = E(\|y\|^2) - L\sigma^2$$

Donc

$$E(\|G(y) - x\|^2) = E(\|G(y)\|^2) - 2 E(G(y) y) + 2 \sigma^2 E\{\text{div}(G(y))\} + E(\|y\|^2) - L \sigma^2$$

Est alors la variable aléatoire est donnée par

$$\varepsilon = \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2$$

### **Divergence**

La fonction  $G$  est formée de la composition de l'opérateur de décomposition  $D$ , d'un opérateur de seuillage  $\Theta$  et de la reconstruction  $R$ , ce qui peut s'écrire :  $G=R\Theta D$ .  $\Theta$  représente l'opérateur de seuillage c'est l'étape d'estimation des coefficients d'ondelettes,  $\Theta(Dy) = \Theta(Y) = (\theta_l(Y_l))_{1 \leq l \leq L}$ . Autrement dit, les composantes de la fonction  $G$  s'écrivent, pour tout  $y \in \mathbb{R}^L$  et  $n \in \{1, \dots, L\}$

$$g_n(y) = \sum_{l=1}^L R_{n,l} \theta_l Y_l \tag{2.5}$$

Avec  $L$  la longueur du signal après la transformation

De plus, on a par définition pour tout  $l \in \{1, \dots, L\}$  :

$$Y_l = (Dy)_l = \sum_{m=1}^L D_{l,m} y_m \tag{2.6}$$

On en déduit que, pour tout :  $n \in \{1, \dots, L\}$

$$\frac{\partial Y_l}{\partial y_n} = D_{l,n} \tag{2.7}$$

À l'aide de ces relations, exprimons maintenant la divergence

$$\text{div}(G(y)) = \sum_{n=1}^L \frac{\partial g_n(y)}{\partial y_n} = \sum_{n=1}^L \sum_{l=1}^L R_{n,l} \theta'_l(y_l) \frac{\partial y_l}{\partial y_n} = \sum_{n=1}^L \sum_{l=1}^L R_{n,l} \theta'_l(y_l) D_{l,n}$$

$$= \sum_{l=1}^L \theta'_l(y_l) \sum_{n=1}^{L'} D_{l,n} R_{n,l} \quad (2.8)$$

Donc

$$\text{div}(G(y)) = \text{diag}(D R)^T \Theta'(Dy) \quad (2.9)$$

Avec

$$\Theta'(Y) = \left( \frac{\partial \theta_l(Y_l)}{\partial Y_l} \right)_{1 \leq l \leq L'} \quad (2.10)$$

La MSE,  $E(\|G(y) - x\|^2)$  peut être estimée de manière non biaisée par la variable aléatoire :

$$\varepsilon = \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2$$

Cette méthode peut être exprimée comme une fonction des coefficients d'entrée bruitée  $\hat{x} = G(y) = R \Theta Dy$  pour conclure sur cette partie de calcul, la variable  $\varepsilon$  est exclusivement exprimée en fonction des observations et est l'estimation fiable de MSE.

### 2.2.3 Débruitage a base des SURE-LET

Nous allons maintenant considérer que la fonction d'estimation  $\hat{x}$  s'écrit comme une combinaison linéaire de K fonctions élémentaires  $G_k$ :

$$G(y) = \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) \quad (2.11)$$

G Sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions élémentaires faisant chacune intervenir une fonction "seuillage", constitue la partie LET de la technique suivant la terminologie introduite par [86]. L'avantage de cette formulation est qu'elle permet de formuler le problème de débruitage telle qu'un problème d'optimisation relativement simple à résoudre. L'estimateur des SURE-LET développe d'avantage l'hypothèse originale de SURE et propose une méthode générale pour le débruitage rapide et efficace d'images multi dimensionnelles. La flexibilité et la faible complexité computationnelle de cette approche, sont garanties par une paramétrisation linéaire du processus de débruitage, exposé comme une combinaison linéaire de fonctions de seuillage. On propose de fonctions de seuillage applicable à des transformations linéaires arbitraires des données bruitées. Dans cette étude on

s'intéresse à l'estimateur SURE-LET dans la branche de la transformée en ondelettes, c'est-à-dire on calcule d'abord la transformée en ondelettes des observations, on estime les coefficients d'ondelettes par l'estimateur SURE-LET, et enfin on reconstruit le signal original à partir des coefficients estimés.

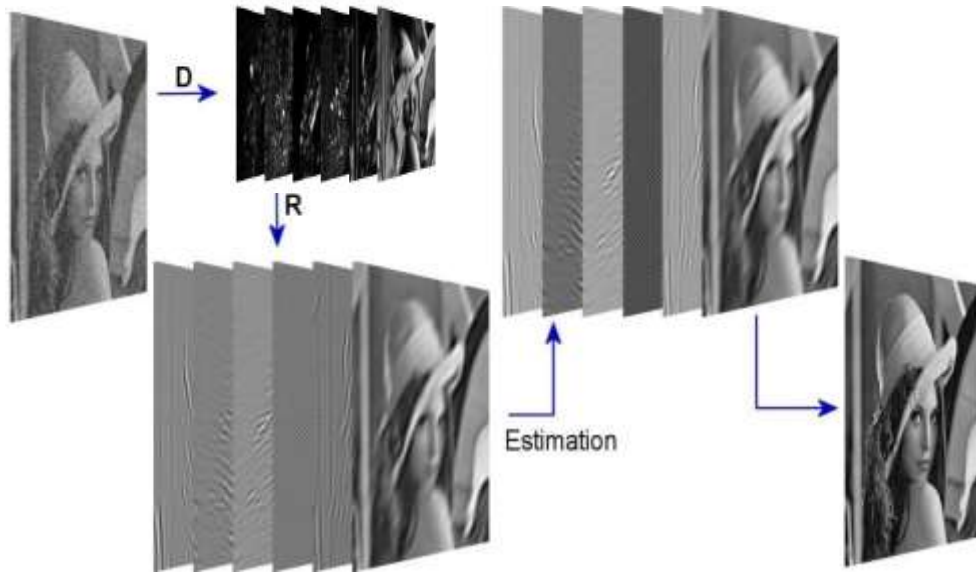


Fig.2. 1 Image débruitée : combinaison linéaire

Avec D l'opérateur de décomposition et R l'opérateur de reconstruction. Afin d'avoir la meilleur débruitage possible (au sens de l'erreur quadratique moyenne), il suffit de minimiser l'estimateur  $\epsilon$ . Pour ce faire on va analyser chaque estimateur en tant que fonction du vecteur de paramètres  $a = (a_1, \dots, a_K)^T$ . En dérivant cette fonction par rapport à chaque  $a_k$ , on va pouvoir réécrire le problème sous l'aspect d'un système d'équation linéaires à résoudre.

### 2.2.4 Minimisation de $\epsilon$

On va travailler dans cette section sur une combinaison linéaire de fonctions de seuillage et chercher le vecteur de paramètres  $a$  permettant de minimiser maintenant l'estimateur  $\epsilon$ . On travaille ici avec la fonction de  $R^L$  dans  $R^L$  :

$$G(y) = \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) = \sum_{k=1}^K a_k R\Theta_k(Dy) \tag{2.12}$$

D'après l'équation (4) on a :

$$\epsilon = \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2$$

$$= \left\| \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) - y \right\|^2 + 2\sigma^2 \operatorname{div} \left( \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) \right) - L\sigma^2 = J_E(a) \quad (2.13)$$

Pour débruiter il faut chercher le vecteur à qui minimise  $J_E(a)$ . Pour ce faire, étudions la

quantité  $\frac{\partial J_E(a)}{\partial a_k}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_E(a)}{\partial a_k} &= \left( \sum_{\ell=1}^K a_\ell G_\ell(y) - y \right)^T G_k(y) + G_k(y)^T \left( \sum_{\ell=1}^K a_\ell G_\ell(y) - y \right) + 2\sigma^2 \operatorname{div}(G_k(y)) \\ &= 2 \sum_{\ell=1}^K a_\ell G_k(y)^T G_\ell(y) - 2G^{(k)}(y)^T y + 2\sigma^2 \operatorname{div}(G_k(y)) \end{aligned} \quad (2.14)$$

On a ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_E(a)}{\partial a_k} = 0 &\Leftrightarrow \sum_{\ell=1}^K a_\ell G_k(y)^T G_\ell(y) = G_k(y)^T y - \sigma^2 \operatorname{div}(G_k(y)) \\ &\Leftrightarrow \tilde{M}a = \tilde{c} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Avec

$$\tilde{M}_{k,\ell} = G_k(y)^T G_\ell(y) \quad (2.16)$$

Et

$$\tilde{c}_k = G_k(y)^T y - \sigma^2 \operatorname{div}(G_k(y)), \quad \text{pour tous } (k, \ell) \in \{1, \dots, K\}^2 \quad (2.17)$$

Quand le système est sous-déterminé, on peut le résoudre en considérant la matrice pseudo-inverse de  $\tilde{M}$ . À nouveau, la recherche d'un minimum de  $\varepsilon$  en fonction des  $(a_\ell)_{\ell=1}^K$  est équivalente à la résolution d'un système d'équation linéaire.

### 2.2.5 Fonctions de seuillage

La fonction de seuillage utilisée dans ce travail est une combinaison linéaire de fonctions de seuillage. Nous avons travaillé avec des fonctions à valeurs complexes définies comme suit :

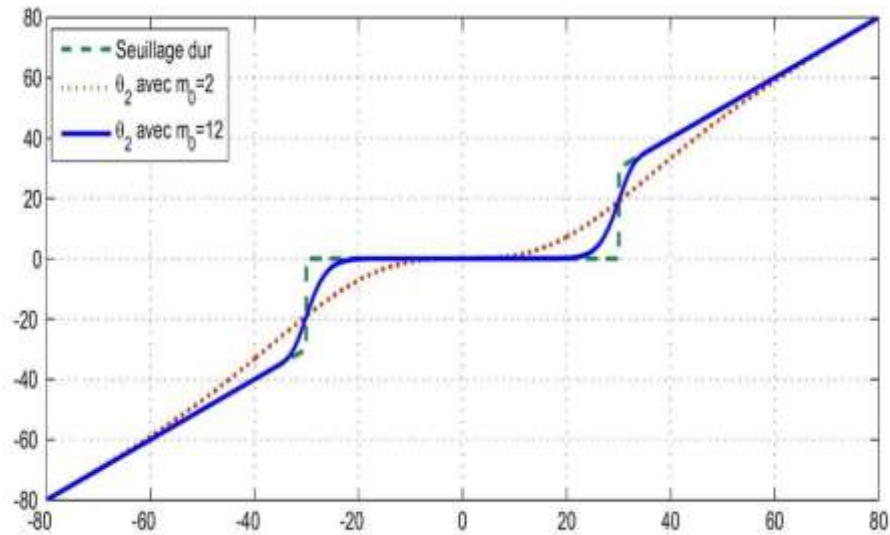
$$\theta_1(x, y) = x + iy, \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad (2.18)$$

$$\theta_2(x, y) = x + iy \left( 1 - e^{\frac{-(x^2 + y^2) \frac{m_0}{2}}{(B\sigma)^{m_0}}} \right), \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad (2.19)$$

Avec  $m_0 \in \mathbb{R}_+^*$  et  $B \in \mathbb{R}_+^*$

Quand  $m_0$  augmente, les données réelles de seuillage dur en restant différentiable et en permettant de travailler sur les parties des coefficients complexes.

La figure 2.2 illustre ce principe, Pour deux valeurs de  $m_0$  ainsi que la fonction d'un seuillage dur.



**Fig.2. 2 Fonctions de seuillage  $\theta_2(x,0)$  pour : courbe bleu en continu  $m_0 = 12$ , courbe rouge en pointillés  $m_0 = 2$ , et courbe en pointillés court vert est fonction de seuillage dur.**

Le facteur  $\beta$  est à choisir en fonction de la transformation, on peut estimer des  $\beta(\sigma)$  optimaux pour un niveau de bruit et une transformation fixés.

### 2.3 Simulations

Nous illustrons dans cette section l'intérêt de la technique développée de OWT SURE-LET pour la réduction du bruit dans les images bruitées. Nous présentons ainsi les résultats obtenus par simulation. Il y deux critères ont été calculés pour justifier la validité des approches détaillées. Le premier critère est l'erreur quadratique moyenne (MSE) donnée par la formule suivante :

$$MSE = \frac{1}{M^2} \sum (\hat{x} - x)^2 \tag{2.20}$$

Où  $x$  est l'image originale,  $\hat{x}$  est l'image débruitée et  $M$  la taille de l'image. Le deuxième critère est le rapport signal max a bruit (pic signal-to-noise-ratio : PSNR). Ce rapport est défini en décibel comme suit :

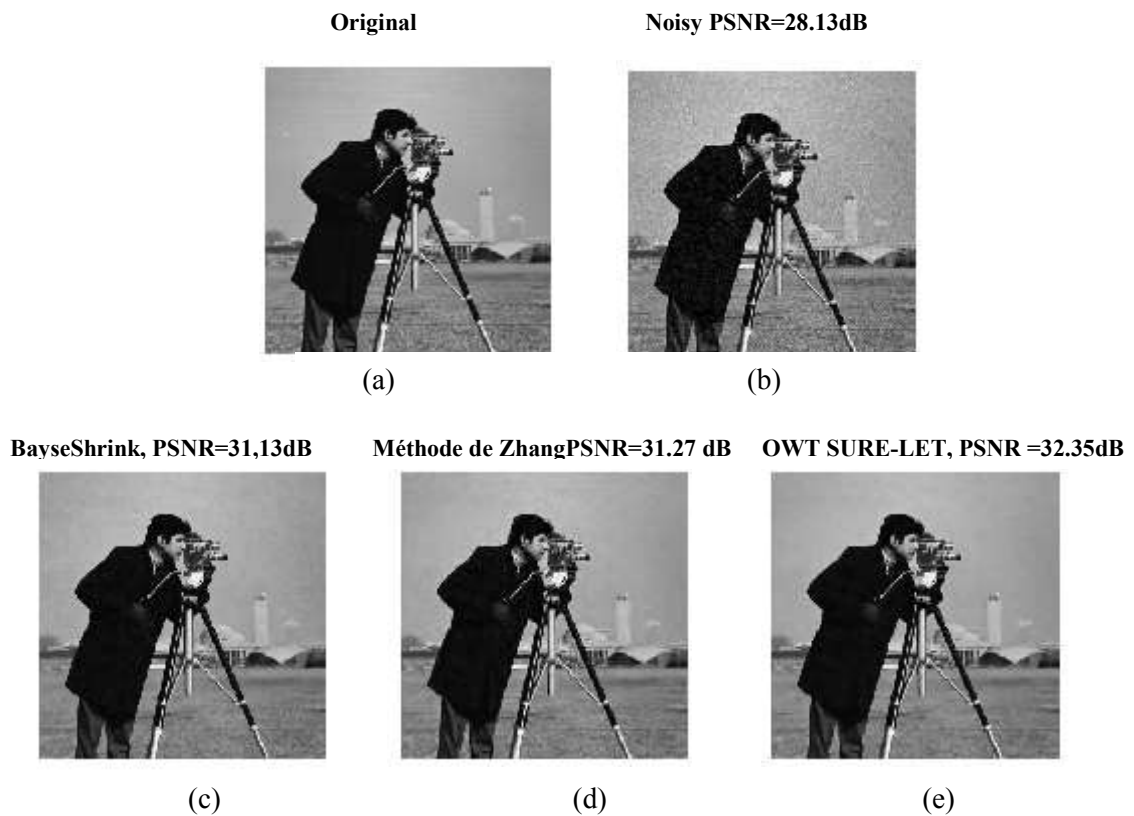
$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left( \frac{255^2}{\text{MSE}} \right) \quad (2.21)$$

Le tableau 2.1 montre les résultats de débruitage (PSNR) par les différentes méthodes basées sur la transformée en ondelettes sur les images de références et avec différentes variances de bruits AWGN de moyenne nulle et de variance  $\sigma_n^2$ . Nous avons choisi les images test : Lena, Cameraman, Boat et Barbara, à une décomposition à l'échelle quatre, l'ondelette analysante pour OWT SURE-LET est la 'sym8'. Zhang a proposé l'utilisation de trois niveaux de décomposition en ondelette avec l'onde mère Db8. Pour les technique BayseShrink : nous allons utiliser 4 niveaux de décomposition en ondelette avec l'onde mère Db8 et l'application d'une fonction de seuillage doux (soft thresholding).

La Figure 2.3 montre les images résultantes, pour chaque méthode de débruitage, avec un écart-type  $\sigma_n = 10$  en entrée. Nous remarquons que la qualité visuelle de la technique OWT SURE-LET est supérieure à celles des autres méthodes de débruitage. Ce comportement a tendance à se reproduire pour l'autre image tests : Cameraman Figure 2.3 et Lena Figure 2.4.

Tableau 2. 1 Résultats du PSNR pour différentes images débruitées par plusieurs techniques.

Image	$\sigma$	Filter bilatéral	Wiener2	BayseShrink	Méthode de Zhang[87]	OWT SURE-LET
Lena (512x512)	10	33.65	33.55	33.44	33.61	<b>34.55</b>
	15	31.43	31.11	31.61	31.68	<b>32.67</b>
	20	29.79	28.99	30.31	30.40	<b>31.36</b>
	25	28.41	27.23	29.37	29.37	<b>30.36</b>
	30	27.29	25.73	28.60	28.55	<b>29.55</b>
Barbara (512x512)	10	31.39	29.76	31.52	31.67	<b>32.18</b>
	15	28.80	28.15	29.33	29.33	<b>29.83</b>
	20	27.11	26.68	27.77	27.71	<b>27.98</b>
	25	25.86	25.38	26.55	26.41	<b>26.73</b>
	30	24.89	24.23	25.62	25.62	<b>25.88</b>
Boat (512x512)	10	32.20	32.20	32.43	32.47	<b>32.91</b>
	15	30.04	30.22	30.27	30.29	<b>30.86</b>
	20	28.49	28.41	28.87	28.89	<b>29.47</b>
	25	27.27	26.79	27.83	27.87	<b>28.44</b>
	30	26.24	25.39	27.02	26.99	<b>27.63</b>
Cameraman (256x256)	10	30.60	30.58	31.13	31.27	<b>32.35</b>
	15	29.22	29.08	28.61	28.84	<b>30.04</b>
	20	27.45	27.58	27.08	27.15	<b>28.51</b>
	25	27.03	26.21	25.89	25.96	<b>27.38</b>
	30	25.17	24.96	25.10	25.08	<b>26.48</b>



**Fig.2. 3 Image test : (a) Cameraman originale (b) bruitée avec  $\sigma = 10$  (c) Débruitage par : BayseShrink (d) Méthode deZhang (e) OWT-SURELET.**



**Fig.2. 4 Image test : (a) Lena originale (b) bruitée avec  $\sigma = 10$  (c) Débruitage par : Méthode deZhang (d) filtre bilatéral (e) OWT-SURELET**

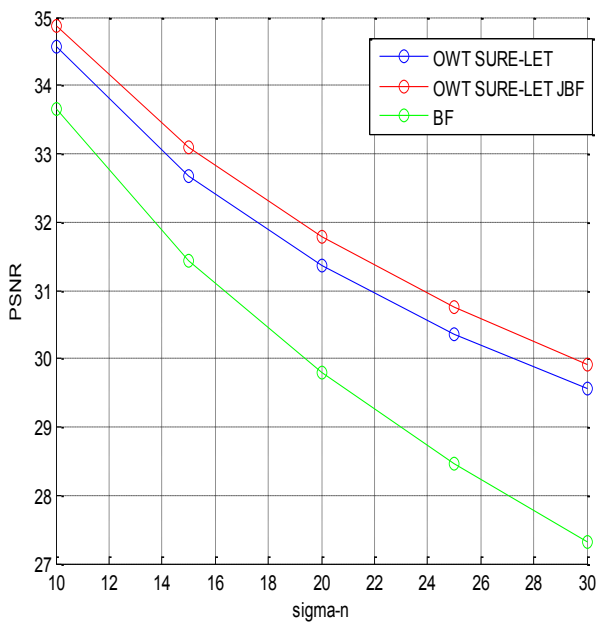
### 2.3.1 Filtre bilatéral et multi-résolution

Le technique de l'hybridation de OWT SURE-LET-filtre bilatéral est constitué essentiellement de deux branches : une branche basée sur l'algorithme des SURE-LET, dans laquelle, nous calculons la transformée en ondelettes du signal bruité. Nous estimons en suite les coefficients selon l'estimateur SURE-LET [98]. Et puis nous calculons la transformée en ondelettes inverse à partir des coefficients estimés, cette méthode fournit une image dite image de référence qui va être traitée par un filtre bilatéral a multi-résolution de paramètres variables. Nous illustrons dans cette section l'intérêt de la technique proposée.

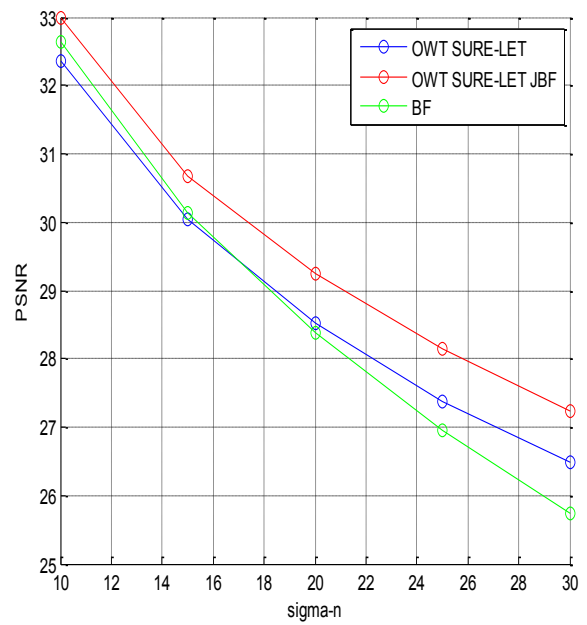
Le PSNRout données par les diverses méthodes pour les quatre images tests, sont comparés dans les Figures 2.5. LePSNRout a été calculé pour chaque valeur d'entrée du  $\sigma$ in dans la gamme de [10,30]. Nous constatons qu'avec l'augmentation de l'écart-type du bruit le PSNR diminue et ceci pour les quatre images test. Nous constatons que l'algorithme proposé dépasse les autres techniques de débruitage. Nous constatons également qu'il s'avère d'autant plus performant, comparé à OWT- SURE-LET, que le rapport PSNR est important. De plus, nous constatons que le filtre bilatéral (BF) s'avère le moins performant comparé aux autres méthodes pour les bas PSNR.

## 2.4 Conclusion

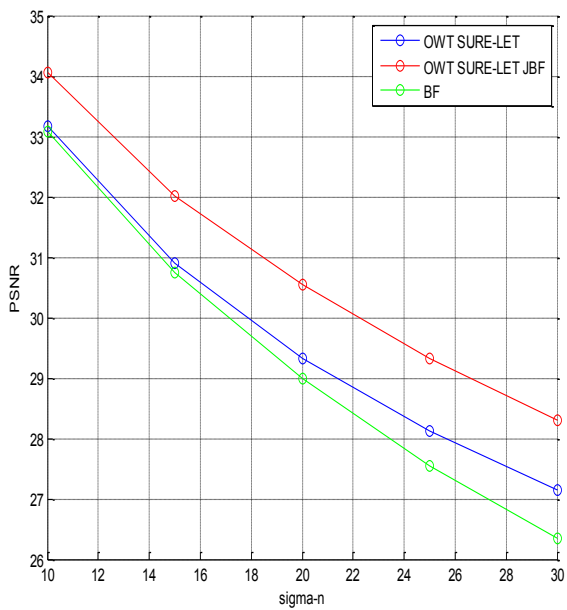
L'estimateur non-biaisé du risque introduit par Stein est un estimateur de l'erreur quadratique moyenne (EQM) sous l'hypothèse de bruit gaussien qui a été déjà utilisé avec succès pour des images dégradées par du bruit gaussien en filtrage par ondelettes. Alors dans ce chapitre nous avons détaillé la méthode statistique tel que l'estimateur non biaisé du risque quadratique de Stein est appliqué à des décompositions d'ondelettes et permettent d'obtenir des résultats légèrement meilleurs que ceux que fournissent des méthodes récentes de débruitage. Ensuite, nous allons d'appliquer la technique proposée pour débruité les images bruité de documents anciens à niveaux de gris.



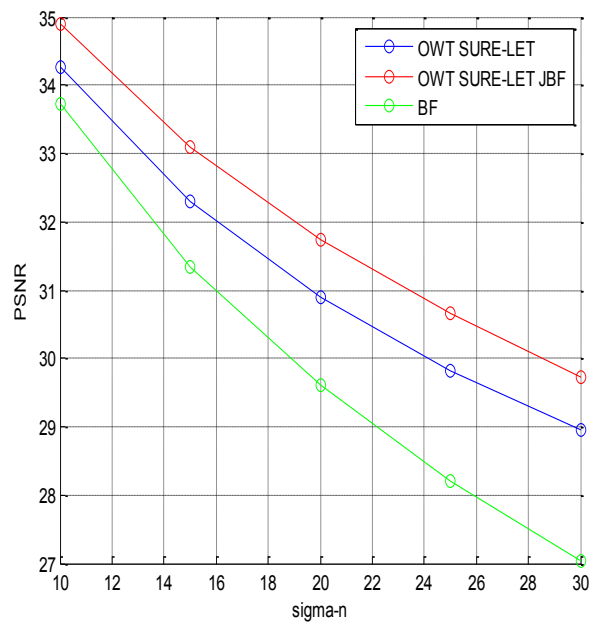
(a) PSNR pour l'image de test Lena



(b) PSNR pour l'image de test Cameraman



(c) PSNR pour l'image de test Peppers



(d) PSNR pour l'image de test House

Fig.2. 5 PSNR pour les images de test (a) Lena (b) Cameraman (c) Peppers (d) House obtenu par les techniques OWT SURE-LET, OWT SURE-LET-JBF et BF.

# Chapitre 3 : Estimation bayésienne couplées avec le filtre bilatéral a paramètre optimal

# Chapitre 3 : Estimation bayésienne couplées avec le filtre bilatéral à paramètre optimal

## 3.1 Introduction

Le cadre de l'inférence bayésienne, né avec Thomas Bayes et Pierre-Simon de Laplace (Thomas Bayes (1701-1761), Pierre-Simon de Laplace (1749-1827)) au cours du 18ème siècle, nous fournit un outil important pour la résolution des problèmes inverses. En effet, il permet une introduction aisée d'informations a priori adaptées au problème posé, ce qui est très important pour la modélisation probabiliste de tous les paramètres afin d'obtenir un estimateur conjoint de toutes les inconnues qui soit le plus proche possible de la solution désirée. Cette approche peut s'avérer particulièrement pertinente lors de l'optimisation de fonctions coûteuses, et trouve ainsi de plusieurs applications dans l'industrie et l'ingénierie en général. L'objectif de ce chapitre est de proposer des méthodes utilisant un modèle statistique de voisinage de coefficients d'ondelettes. On recherche alors des bons estimateurs de  $x$  (observation non bruitée) en tout point de la grille à partir de l'observation de  $y$ . L'estimateur a été proposé dans ce cadre: seuillage dans des bases d'ondelettes ou des représentations géométriques. Les filtres adaptatifs comme le filtre bilatéral permettent d'adapter leurs filtrages en fonction des contours et de la structure de ce qu'ils croient percevoir comme des objets. Ils ne sont pas capables de s'adapter sans interventions extérieures à la quantité de bruit dans l'image. Le filtre bilatéral a la propriété intéressante de posséder des paramètres ajustable. Dans ce chapitre nous proposons un filtre bilatéral adaptatif liée à model bayesienne en filtrant le bruit et les détails de même variance pour optimiser la qualité des images bruitées. Nous étudions ici une classe d'estimateurs différente : celle des estimateurs basés sur des moyennes de patchs voisins. Donnons d'abord quelques définitions permettant de formuler l'estimation dans un cadre de la théorie des statistiques.

## 3.2 Le modèle bayésien en traitement des images

L'analyse bayésienne d'images procure des solutions aux difficultés de segmentation pour un prétraitement. Elle a été proposée à l'origine par les freres Geman [88] pour résoudre

des problèmes de restauration avec préservation des discontinuités spatiales, ensuite de segmentation d'images [89]. L'approche attachée, nécessite la définition d'une connaissance a priori  $p(u)$  sur le champ caché  $u$ , généralement donnée par la définition d'un champ de Markov [90-93]. L'inférence statistique est une étude qui a déjà fait ses preuves par le passe [94,95] en traitement d'images. Il est possible d'extraire des informations sur la nature statistique des éléments qui composent les images. Le concept tiré du nom de Thomas Bayes<sup>1</sup>, qui introduisit le théorème qui porte à présent son nom dans un article posthume de 1763, il y a 260 ans. Multiples exemplaires statistiques a priori adaptés à la modélisation statistique des coefficients d'ondelettes dans le cas bruité ont été envisagés. L'inférence bayésienne se distingue de l'inférence classique par la contribution d'une connaissance a priori sur la grandeur à estimer.

### 3.2.1 Maximum a posteriori

Le filtre MAP (Maximum a posteriori), développé en 1993 par Lopes et al. [96], utilise le coefficient de variation associé à des détecteurs géométriques afin de contrôler la méthode de filtrage. L'intensité de rétrodiffusion est modélisée par le biais d'une K-distribution. Une modélisation bayésienne permet, de plus, d'exploiter un type de bruit multiplicatif et la distribution de la réflectivité. L'estimateur Maximum a posteriori MAP  $\hat{x}$  de  $x$  obtenu à partir des observations  $y$  est déterminé comme un argument qui maximise  $P(x/y)$ . D'après la loi de Bayes, et comme  $P(y)$  ne dépend pas de  $x$  maximiser  $P(x/y)$  revient à maximiser le produit  $P(y/x)P(x)$ . L'estimateur MAP est le suivant :

$$\hat{x} = \operatorname{argmax}_x [P(y/x)P(x)]. \quad (3.1)$$

Le terme  $P(y/x)$  est facilement calculé d'après la loi de bsi on suppose que  $best$  un bruit blanc comme nous avons vu dans le chapitre deux. La fonction de cout quadratique fonction de l'erreur d'estimation  $c(x - \hat{x}) = (x - \hat{x})^2$ , il est possible de trouver l'estimateur optimal MMSE « Minimum Mean Square d Error » lorsque l'on se restreint à une certaine classe.

---

<sup>1</sup>Thomas Bayes (1702-1761) était un membre de la Royal Society, qui publia à titre posthume un Essay toward solving a Problem in the Doctrine of Chances. Voir McGrayne (2011) pour une introduction et Dale (1999) pour une étude plus profonde sur les contributions de Bayes à la théorie qui porte à présent son nom.

### 3.2.2 Maximum de Vraisemblance

La densité  $p(y/x)$  est appelée fonction de vraisemblance. L'estimateur du maximum de vraisemblance (« maximum likelihood » en anglais) est la valeur de  $x$  qui maximise  $p(y/x)$ . Si le maximum est intérieur à la gamme de variation de  $x$  et si  $\ln p(y/x)$  a une dérivée première continue.

L'estimateur MAP à connaissance la dérivée de la densité de probabilité de l'observation conditionnée par le paramètre, quantité nommée vraisemblance. L'estimateur résultant, défini par :

$$\left. \frac{\partial \ln p(y/x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{ml}(y)} = 0 \quad (3.2)$$

La fonction de vraisemblance *a posteriori* est noté

$$VP(y;x) = P_x(x) V(y;x) \quad (3.3)$$

La vraisemblance *a posteriori* résume toute l'information disponible sur l'image, à savoir à l'information *a priori* sur l'image contenue dans  $p_x(x)$ . A partir de la vraisemblance *a posteriori* un certain nombre d'estimateurs aux caractéristiques variées peuvent être définis. L'approche de maximum de vraisemblance peut être employée si on est capable d'écrire le modèle probabiliste générant les données, ce qui est le cas par exemple dans le modèle linéaire généralisé. Mais n'est pas vrai dans le cas général.

### 3.2.3 Transformations de voisinage spatial

L'idée de voisinage spatial adaptée pour chaque pixel est de sélectionner des motifs qui sont des copies légèrement modifiées du motif de référence, centre au pixel considéré. La stratégie retenue Pour estimer ce voisinage consiste à faire croître une fenêtre autour de chaque point de l'image est tant qu'un compromis entre le biais et la variance de l'estimateur à construire n'est pas obtenu. Le technique consiste à calculer des moyennes locales dans un voisinage adapté en s'appuyant sur des motifs locaux pour pondérer les observations.

En cas générale de principe de voisinage à l'image, il y a des dépendances fortes entre les pixels et les pixels voisins. On remplace la valeur de chaque pixel  $(i, j)$  par une somme pondérée des valeurs des pixels situés dans son voisinage  $x(v(i, j))$ , pour calculer la valeur du pixel de coordonnées  $(i, j)$  dans image observée  $y(i, j)$ .  $x(i, j) \rightarrow y(i, j) = t(x(v(i, j)))$ .

Le voisinage  $v(i, j)$  est centré dans un pixel  $(i, j)$ , alors les pixels sont arrangé selon une maille carrée, les pixels des voisins de  $(i, j)$  dépendent de la distance considérée. L'image résultant a la même taille que l'image originale avec des propriétés beaucoup plus intéressantes. On utilise très souvent la relation des 4 plus proches voisins, ou celle des 8 plus proches 10 voisins, comme décrits sur la figure 3.1. Les 4 sites N-O, N-E, S-E et S-O {nord – ouest, nord-est au sud -est, sud -ouest}.

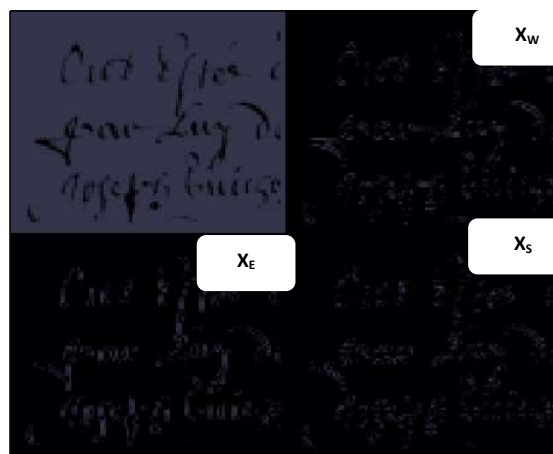


**Fig 3. 1 Le voisinage de pixel**

### 3.2.4 Transformation d'ondelettes à multirésolutions

L'objectif de ce paragraphe est de présenter le modèle utilisant pour une modélisation bayésienne des données aux sous-bandes de détail et filtre non linéaire et non itérative, en vue d'améliorer le processus de filtrage. L'utilisation de l'estimation bayésienne va permettre de prendre en compte une modélisation des données comme information a priori.

Les multi résolutions séparables comme algorithme de Mallat [4] conduisent à une autre construction de bases d'ondelettes séparables, dont les éléments sont des produits de fonctions dilatées à la même échelle. Dans le cas bidimensionnel, les sous-bandes  $HH_j$ ,  $HL_j$  et  $LH_j$ , ou l'échelle  $j$ , correspondent respectivement aux coefficients de détail d'orientation diagonale, horizontale et verticale.



$X_N$

La sous-bande  $LL_j$  représente les coefficients d'approximations à l'échelle la plus grossière. En appliquant la transformation d'ondelettes discrète (TOD) dans le long de la direction nord-sud,  $x = (x_N, x, x_S)$ , Dénote les coefficients d'ondelette réels,  $y = (y_N, y, y_S)$  dénote les observations bruitées de  $x$ ,  $b = (b_N, b, b_S)$  sont les échantillons du bruit nous obtenons alors à partir de l'équation(2.1) :

$$\begin{cases} c_n = a_n + b_n \\ d_n^j = s_n^j + b_n \end{cases} \quad n = 0, \dots, 2^j - 1 \quad (3.4)$$

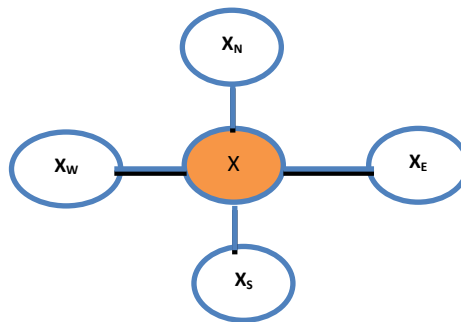
Où nous notons  $a_n$  le coefficient d'approximation de la TOD de l'image  $x$  à la position  $n$  et  $s_n^j$  le coefficient détail de la TOD de l'image  $x$  à la position  $n$ , l'échelle  $j$ . Dans le cadre d'une approche bayésienne, un modèle statistique *a priori* adapté à la classe des signaux à estimer est imposé aux coefficients d'ondelettes pour décrire leur distribution. L'application de la règle de Bayes pour introduire l'information *a priori* permet d'estimer le signal  $x$ . Le diagramme suivant représente le processus complet de débruitage bayésien dans le domaine des transformées multi-échelles.

$$y \xrightarrow{TOD} \{c_{mn}, d_{mn}^{oj}\} \rightarrow \underbrace{\text{a priori sur } \{a_{mn}, s_{mn}^{oj}\}}_{\text{paramétrisé par } \theta} \xrightarrow{\text{estimateur a posteriori}} \{c_{mn}, \hat{s}_{mn}^{oj} (d_{mn}^{oj} / \theta, \sigma_B^2)\} \xrightarrow{TODI} \hat{x} \quad (3.5)$$

Où  $\theta$  est l'ensemble des hyperparamètres du modèle *a priori* [85].

### 3.3 Hybridation filtre bayésienne -filtre bilatéral

Pour chaque Pixel de bord central  $x$  d'image (qui n'est pas un Pixel de frontière), nous utilisons la fenêtre de voisinage  $3 \times 3$  comme illustré au-dessous. Les quatre voisins les plus proches sont  $\{x_E, x_W, x_N, x_S\}$  correspondants à deux directions E-O (Est-Ouest) ou N-S (Nord-Sud).



**Fig 3. 2 Voisinage d'un coefficient central d'ondelette**

Nous présentons l'estimation des coefficients d'ondelette sa donc débuté à travers une réflexion autour du lissage bilatéral qui intègre une vrai adaptation aux informations 2-D.

### 3.3.1 Filtre bivariate dans le domaine d'ondelette

Toujours le MAP est un estimateur populaire en reconstruction d'image, ce qui est aussi dû d'ailleurs à sa simplicité relative de mise en œuvre, par rapport aux autres estimateurs bayésiens. L'estimateur classique de MAP pour (2.1) est

$$\hat{X}(y) = \arg \max_x p_{x/y}(X/Y) \quad (3.6)$$

En utilisant la règle de Bayes, on obtient

$$\hat{X}(y) = \arg \max_x [p_n(Y - X) \cdot p_x(X)] \quad (3.7)$$

Par conséquent, ces équations nous permettent d'écrire cette évaluation en termes de pdf (probability density function) du bruit  $p_b$  et le pdf du coefficient de signal  $p_x$ . Une situation courante consiste à considérer que la loi du bruit  $n$  est une densité gaussienne centrée avec de variance  $\sigma_b$  définie par :

$$p_b(b) = \frac{1}{\sigma_b \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_b^2}\right) \quad (3.8)$$

L'écart-type est estimé dans une bande où le signal informatif est considéré inexistant ou quasi-inexistant, notamment dans les plus hautes fréquences. Dans la littérature beaucoup d'auteurs utilisent un estimateur robuste à partir de la valeur médiane des coefficients en ondelettes de la sous bande de détail diagonale du premier niveau de décomposition.

$$\hat{\sigma}_b^2 = \left[ \frac{\text{median}(|y_{i,j}|)}{0,6745} \right]^2, y_{i,j} \in \text{subband } HH_1$$

Avec  $y_{i,j}$  représente les coefficients de détails diagonal du premier niveau de décomposition.

Dans [97] la distribution des coefficients  $x$  est une pdf avec distribution bivariate non gaussien

$$p_x(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sigma} \sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right) \quad (3.9)$$

La variance marginale  $\sigma^2$  dépend également de coefficient de décomposition. En utilisant (3.7) et (3.9), l'estimateur de MAP de  $x_1$  est définie par

$$\hat{x}_1 = \frac{\left(\sqrt{y_1^2 + y_2^2} - \frac{\sqrt{3}\sigma_b^2}{\sigma}\right)_+}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2}} \cdot y_1 \quad (3.10)$$

La fonction  $(g)_+$  est égale  $\max(0, g)$  :

$$(g)_+ = \begin{cases} 0 & \text{si } g < 0 \\ g & \text{sinon} \end{cases}$$

Les auteurs dans [97] l'estimation de variance marginal  $\sigma^2$  pour les coefficients d'ondelettes. le modèle d'observation, est obtenu  $\sigma_y^2 = \sigma^2 + \sigma_b^2$  avec  $\sigma_y^2$  est le variance marginal des observations bruités  $y_1$  et  $y_2$ , sont modélisés comme zéro moyens.  $\sigma_y^2$  Peut-être obtenu empiriquement par :

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{M} \sum_{y_i \in N(k)} y_i^2 \quad (3.11)$$

Avec  $M$  est la taille du voisinage  $N(k)$ . Et  $\sigma$  peut être estimé par

$$\hat{\sigma} = \sqrt{(\hat{\sigma}_y^2 - \hat{\sigma}_b^2)_+} \quad (3.12)$$

Ces méthodes nécessitent toujours l'ajustement de variance et les fenêtres des voisinages qui contrôlent le lissage. Le problème est qu'il n'existe pas de solution très satisfaisante pour les déterminer à partir des données de l'image et seule l'impression visuelle aide en pratique à les fixer [30,98].

### 3.3.2 Filtres de voisinage et non-linéaires

Le filtrage bilatéral et la transformée en ondelettes possèdent des points communs à travers le schéma Lifting<sup>2</sup>.

DWT : Transformée en ondelettes discrète (Discret Wavelet Transform)

IDWT : Transformée inverse en ondelettes discrète

<sup>2</sup><http://www.tsi.enst.fr/pages/enseignement/ressources/mti/ondelettes-2g/francais/lifting/lifting.html>

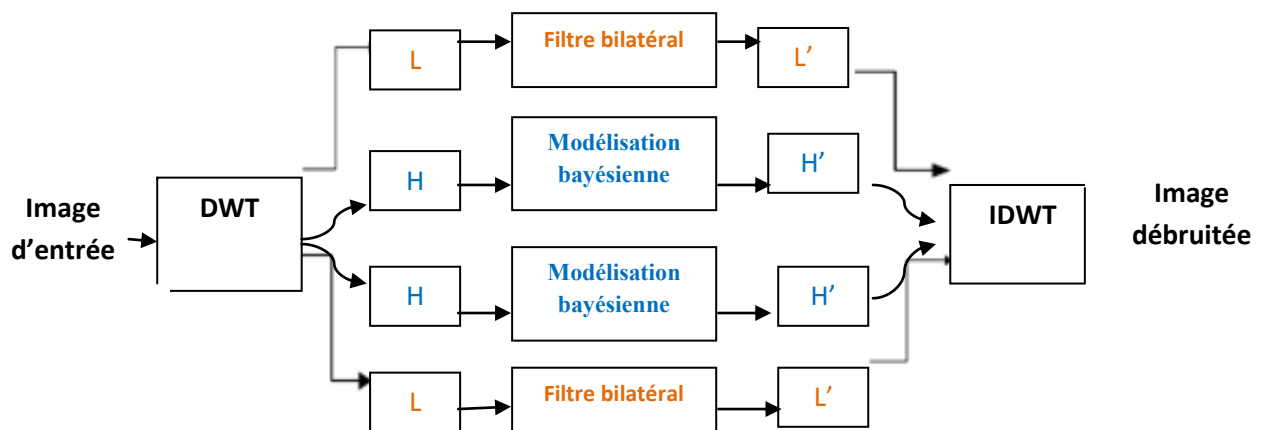


Fig 3. 3 Schéma d'algorithme de hybridation filtre bayésienne -filtre bilatéral

Ou (L;H) est appelé le banc de filtres d'analyse et (L';H') est appelé le banc de filtres de synthèse. Quand le signal est reconstruit, un filtrage bilatéral est appliqué aux sous-bandes d'approximation. Contrairement au filtrage bilatéral standard à un unique niveau, ce filtre bilatéral a multi-résolution au potentiel d'éliminer les composantes de bruit à basse fréquence. En outre, il est possible d'appliquer un seuil d'ondelettes aux sous-bandes de détail, où certains composants du bruit peuvent être identifiés et enlevés efficacement.

### 3.3.3 Caractéristiques du filtre bilatéral

Le filtre bilatéral [30] possède une place importante dans la littérature de restauration des images bruitées. Il permet de filtrer efficacement le bruit dans les zones d'intensités uniformes, tout en préservant les contours et les structures des objets. Il possède une efficacité démontrée et sa formulation simple contribue à sa popularité [99]. L'intensité d'un pixel filtré est remplacé par la moyenne des combinaisons non-linéaires des intensités des pixels dans un masque carré, centré sur le pixel traité et de taille  $(n+1) \times (n+1)$ .

Les poids utilisés dans le calcul de la moyenne varient en fonction des similarités photométriques et de la position des pixels dans le masque par rapport au pixel courant. La formalisation de l'idée principale se trouve dans les travaux de Yaroslavsky [100], Aurich et Weule [101], Smith et Brady [102], et Tomasi et Manduchi [30].

La version la plus populaire utilise des poids gaussiens, comme dans l'expression discrétisée suivante :

$$\hat{u}(x) = C^{-1}(x) \sum_{\delta_\rho} \exp -\frac{|x-y|^2}{\rho^2} \exp -\frac{|Y(x)-Y(y)|^2}{h^2} u(y) \quad (3.13)$$

Où dénominateur  $C(x)$  est un coefficient de normalisation,  $\delta_\rho$  représente la fenêtre de convolution,  $\hat{u}(x)$  est la valeur estimée du pixel a la position  $x$ ,  $\rho$  et  $h$  sont respectivement la déviation standard de la distribution gaussienne des poids géométriques et la déviation standard de la distribution gaussienne des poids d'intensités.

$$C(x) = \sum_{\delta_\rho} \exp -\frac{|x-y|^2}{\rho^2} \exp -\frac{|Y(x)-Y(y)|^2}{h^2} \quad (3.14)$$

Le paramètre  $\rho$  caractérise le comportement spatial du filtre bilatéral, il change avec les changements du niveau de bruit et la taille de  $\delta_\rho$ .

#### **A- Choix du masque $\delta_\rho$**

Nous avons choisi les images classiques corrompues par AWGN. Tout d'abord, nous avons généré les images bruitées en ajoutant le bruit aux images originales. La Figure 3.5 illustre la variation de MSE en fonction de la taille du filtre pour quatre images d'après cette Figure, nous pouvons facilement constater la diminution rapide de MSE dans l'intervalle  $1 \leq \delta_\rho \leq 3$ .

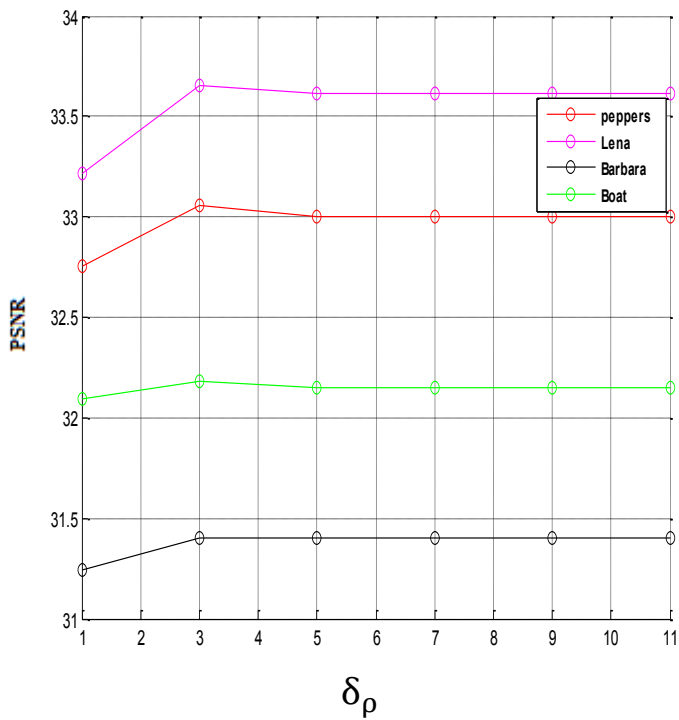
Il est clair d'après le tableau 3.1, que les performances de filtrage en termes de MSE et PSNR sont presque invariantes à partir de  $\delta_\rho > 3$ . Donc pour assurer le compromis entre temps d'exécution et réduction du bruit, nous choisissons la taille du filtre  $3 \times 3$ .

#### **B- Choix optimal du paramètre $h$**

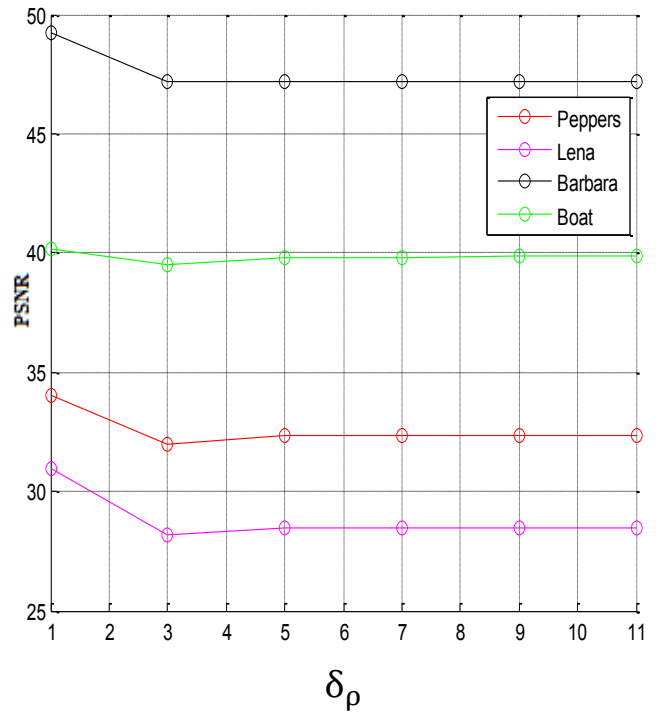
La grandeur  $h$  permet alors de régler le paramètre de similarité photométrique du filtre. Le réglage de cette grandeur doit prendre en compte le type d'application pour laquelle le filtre est utilisé. Les figures (3.6-3.8) illustre le comportement du filtrage bilatéral pour différentes valeurs de  $h$ .

Tableau 3. 1 Les valeurs de MSE et PSNR en fonction de  $\delta \rho$  (la taille de filtre) en utilisant le filtre bilatéral pour différentes images avec  $\sigma_b = 10$

$\delta \rho$	1	3	5	7	9	1	3	5	7	9
	Lena (512× 512)					Boat (512× 512)				
MSE	31.00	<b>28.02</b>	28.27	28.28	28.29	40.14	<b>39.31</b>	39.62	39.63	39.62
PSNR	33.22	<b>33.66</b>	33.62	33.61	33.62	32.19	<b>32.19</b>	32.15	32.15	32.14
	Barbara (512×512)					Peppers (256× 256)				
MSE	48.86	47.06	47.06	47.07	47.07	34.51	<b>32.18</b>	32.56	32.58	32.58
PSNR	31.24	31.40	31.40	31.40	31.40	32.75	<b>33.06</b>	33.00	33.00	33.00



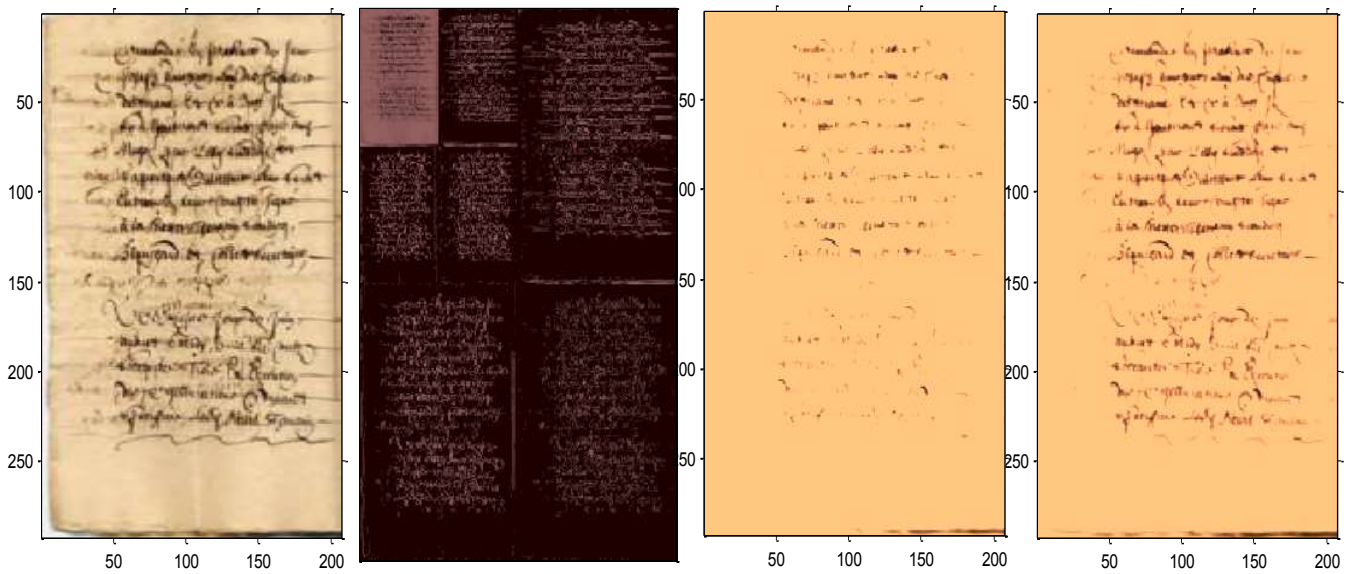
PSNR en fonction de  $\delta \rho$



MSE en fonction de  $\delta \rho$

Fig 3. 4 Variation de MSE et PSNR en fonction de  $\delta \rho$  (la taille de filtre) Pour différentes images avec

$$\sigma_n = 10$$



**Fig 3. 5** Images obtenues par filtrage bilatéral est appliqué aux sous-bandes d'approximation après deux décomposition, en utilisant un masque  $\delta_\rho$  carré de taille  $3 \times 3$  et un paramètre  $h$  variable et la grandeur de  $\rho$  fixé à 1.8. Plus la valeur de  $h$  est grande, plus la similarité photométrique du filtre est faible et plus l'image est floue.

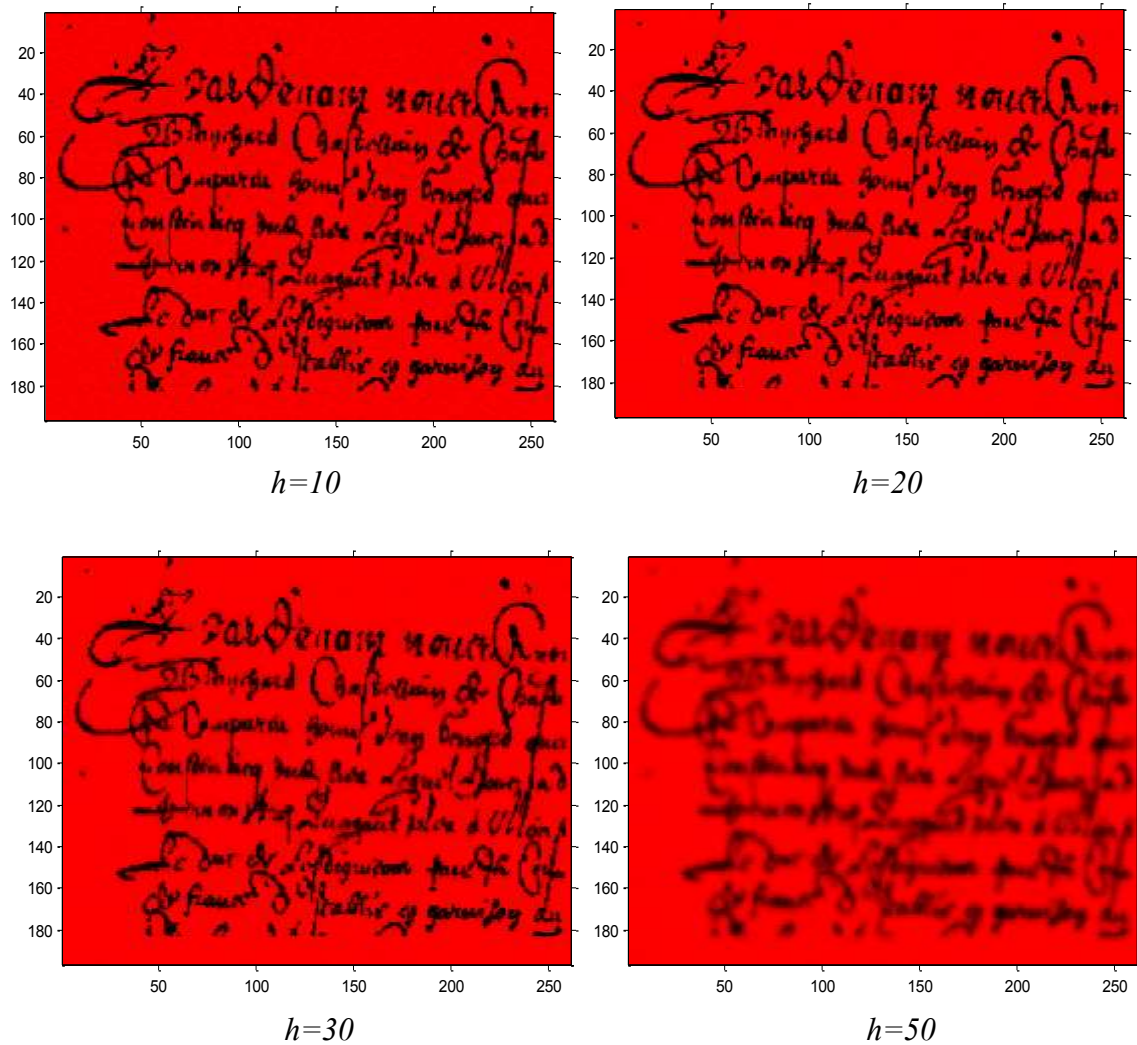


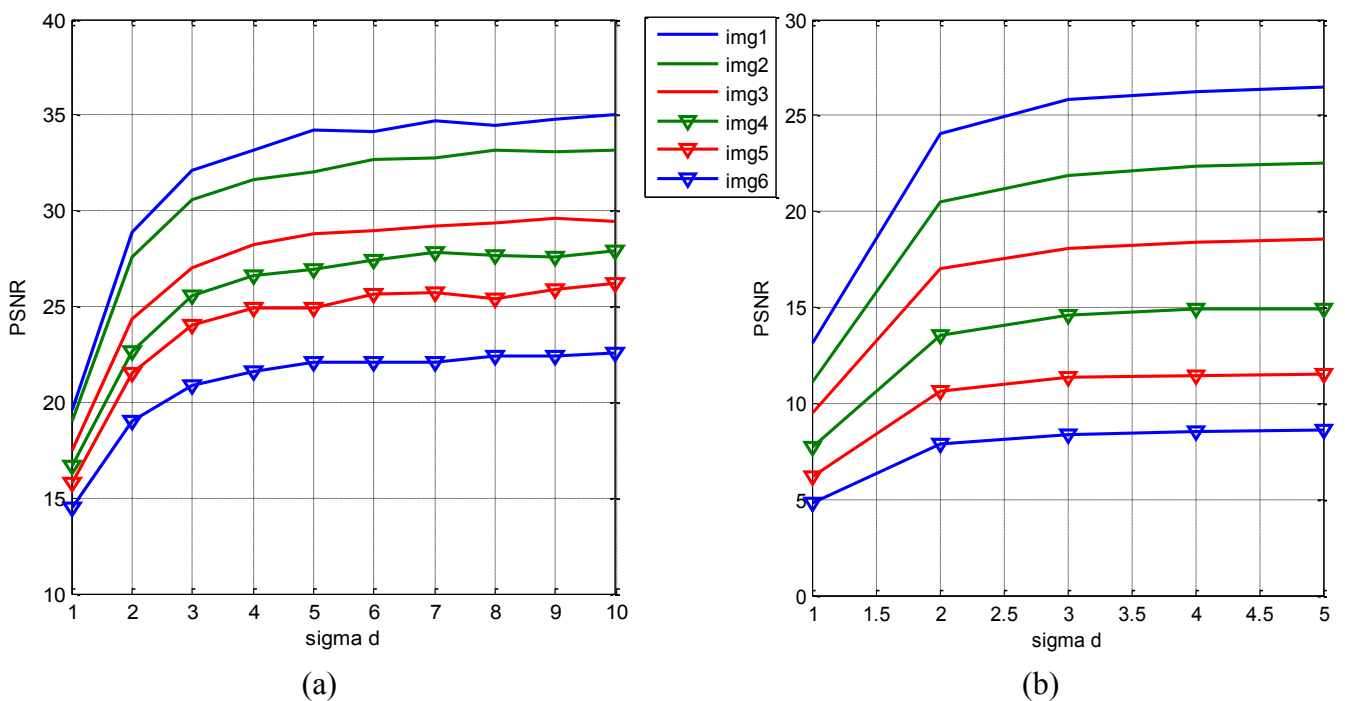
Fig 3. 6 Images obtenues par filtrage bilatéral en utilisant un masque  $\delta_p$  carré de taille  $3 \times 3$  et un paramètre  $h$  variable et la grandeur de  $\rho$  fixé à 1.8. Plus la valeur de  $h$  est grande, plus la similarité photométrique du filtre est faible et plus l'image est floue.



**Fig 3. 7 Images classique obtenues (cameraman de type TIFF de taille 512x512) par filtrage bilatéral en utilisant un masque  $\delta_\rho$  carré de taille  $3 \times 3$  et un paramètre  $h$  variable et la grandeur de  $\rho$  fixé à 1.8. Plus la valeur de  $h$  est grande, plus la similarité photométrique du filtre est faible et plus l'image est floue.**

**C- Choix optimal du paramètre  $\rho$**

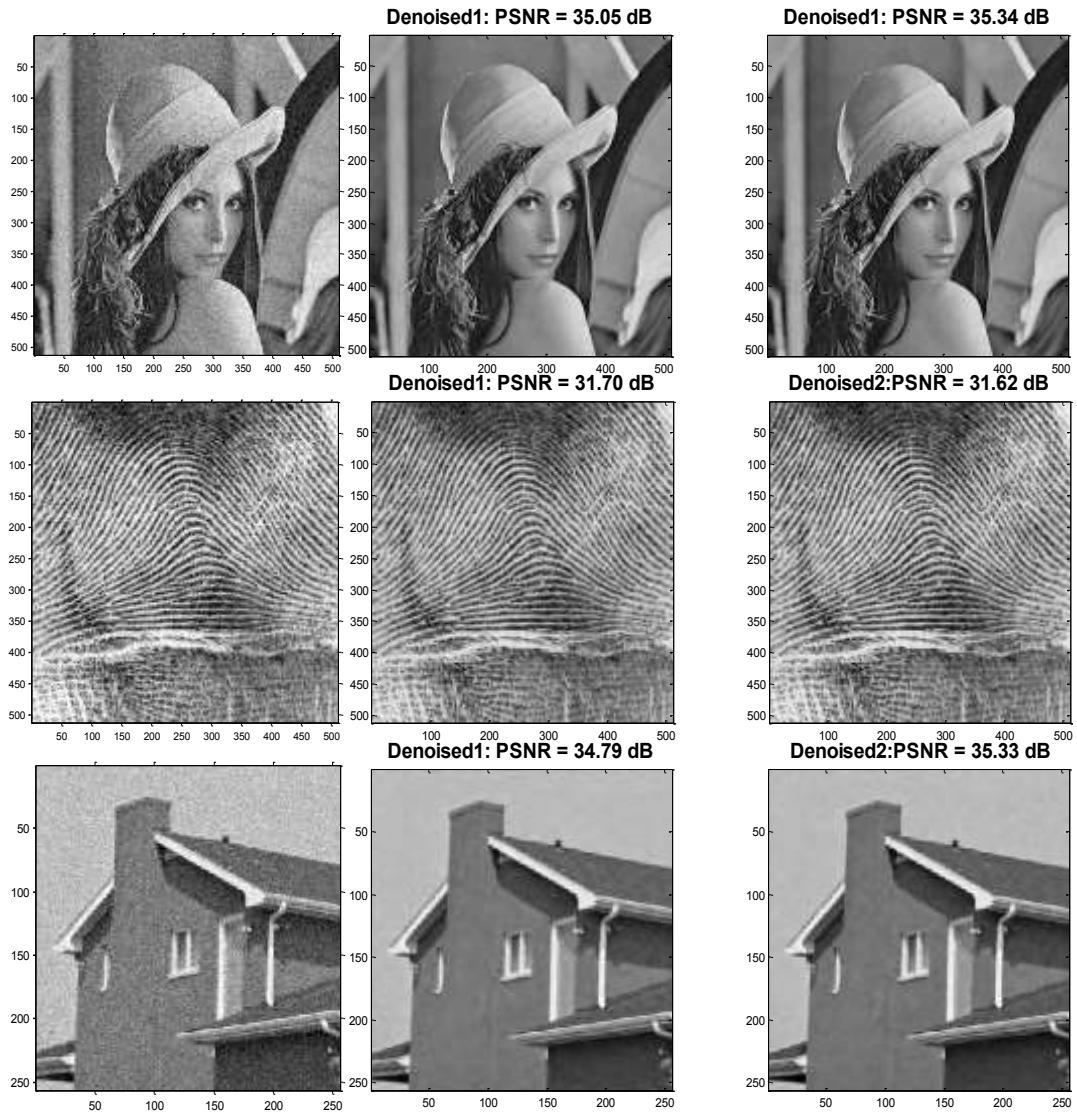
Dans cette section, nous avons estimée de la valeur de paramètre  $\rho$  permettant un filtrage bilatéral optimal du bruit. Pour calibrer la meilleure valeur de PSNR en fonction de la déviation géométrique par pixel on utilise un intervalle de densités de la distribution gaussienne variant de 15 à 45. On applique un filtrage bilatéral pour des valeurs de  $\rho$  variantes de 0 à 10, par pas de 1.5.



**Fig 3. 8 Images obtenues par filtrage bilatéral en utilisant un masque  $\delta_\rho$  carré de taille  $3 \times 3$  et un paramètre  $\rho$  variable et la grandeur  $h$  : (a) de fixé à 35 et (b) de fixé à 25.**

On remarque qu'à partir de la valeur 2.5, la déviation standard de distribution gaussienne des poids géométriques a donné le même résultat de la PSNR. Il est clair que les performances de filtrage en termes de PSNR sont presque invariantes à partir de 2.5. Donc pour assurer le compromis entre temps d'exécution et réduction du bruit, nous choisissons  $\rho = 5$ . Pour faire une comparaison nous avons testée notre méthode sur les images classique. Donc les résultats expérimentaux prouvent que la bonne gamme pour les trois paramètres : la taille de filtre  $\delta_\rho$ ,

déviations standard de la distribution gaussienne des poids géométriques  $\rho$  et la déviation standard de la distribution gaussienne des poids d'intensités  $h$ .



**Fig 3. 9 Débruitage des images classique (Lena de taille 512x512, Fingerprint 512x512 et House 256x256)**

A la filtrage bilatéral en utilisant un masque  $\delta_\rho$  carré de taille  $3 \times 3$  (E-O, N-S) et un paramètre  $\rho$  fixé à 5. Dans le cas de AWGN nous avons choisir  $h$  est  $2x \sigma_b$  (cas optimal). Dans le cas de documents anciens dégradés le  $h$  varié selon chaque image comme nous allons voir dans le chapitre suivante. La colonne Denoised1 les images débruitée par OWT SURE-LET couplée par le filtre bilatéral a paramètres optimales, la colonne Denoised2 débruitée par la méthode proposée dans ce chapitre. Nous remarquons que la qualité visuelle de débruiteur qui proposée dans ce chapitre, estimateur bayésienne-filtrage bilatéral est supérieure à celle du proposée a chapitre deux.

### **3.4 Conclusion**

Dans ce Chapitre nous avons développée des techniques de débruitage des images basées sur l'algorithme des ondelettes et filtre bilatéral. Nous avons rappelé le principe de l'analyse bayésienne et le principe de transformations de voisinage spatial qui utilisée au débruitage des images. Nous avons ensuite proposé une structure hybride de débruitage qui combine l'estimateur bayésienne et le filtrage bilatéral. Ensuite nous avons étudié le principe de filtrage bilatéral à multirésolution, il y a des dépendances fortes entre un coefficient et ses voisins les plus proches, en introduisant l'information dans le voisinage des pixels. Après avoir appliqué la transformée en ondelette, nous remplaçons chaque pixel par une somme pondérée des valeurs des pixels situés dans son voisinage. Les résultats obtenus ont mis en évidence l'efficacité de la méthode proposée pour la réduction du bruit. Ceci est possible en effectuant un choix judicieux de la base d'ondelette et le niveau de résolution. Pour conclure, l'association de l'algorithme des ondelettes et le filtre bilatéral conduit à un traitement robuste.

# Chapitre 4 : Restauration des documents anciens

# Chapitre 4 : Restauration des documents anciens

## 4.1 Introduction

Il existe deux principaux problèmes dans le traitement de documents anciens qui sont : Le contraste faible entre le fond et le texte et la présence d'un bruit, il est important d'avoir à disposition un filtre capable d'adapter la force de son filtrage en fonction de la quantité de bruit. Les images des documents anciens nécessitent un traitement supplémentaire pour être utilisable, en raison des autres détériorations en générale physique qui peuvent prendre autres formes. Habituellement les pixels appartenant au texte à l'intérieur d'un document sont plus sombres que les pixels des parties de détérioration, mais il peut posséder certains traits qui sont dégradés et avoir la même intensité. Dans le cadre de nos travaux nous avons opté pour le traitement multi-échelle associées aux ondelettes et le filtre non linéaire, principe de gaussiennes spatiales et gaussiennes intensité.

Pour chaque pixel donné, la taille de l'élément structurant varie de tous ses pixels voisins. Deux résultats sont possibles, le premier étant en niveau de gris qui permet la reproduction du contenu du manuscrit et évite d'utiliser beaucoup de couleurs en cas d'impression, nous avons opté dans le cas de suppression de bruit la méthode non biaisé que nous avons développé dans le chapitre deux. Et un deuxième résultat en couleurs et qui se veut le plus authentique à l'image manuscrite originale, nous avons utilisé la reconstruction bayésienne. Et en fin nous appliquant le filtre bilatéral a des paramètres différents pour les deux résultats.

## 4.2 Restauration des images niveaux de gris de documents anciens

Le travail à réaliser dans cette partie se focalisera sur la restauration de documents dégradés aux niveaux de gris. Nous utilisons les ensembles d'images en binaire, qui permet la reproduction du contenu du manuscrit et évite d'utiliser beaucoup de couleurs en cas d'impression.



Fig. 4. 1Exemples d'images de documents de notre base de test.

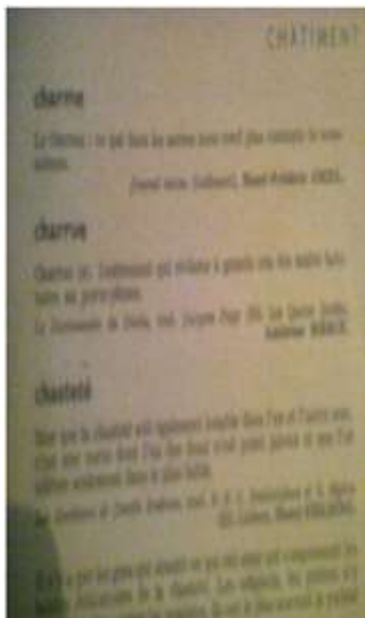
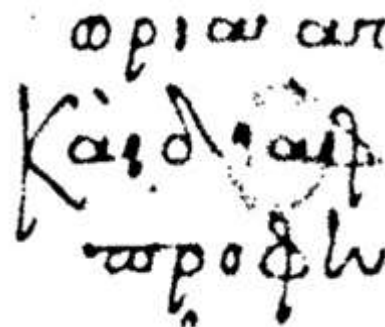
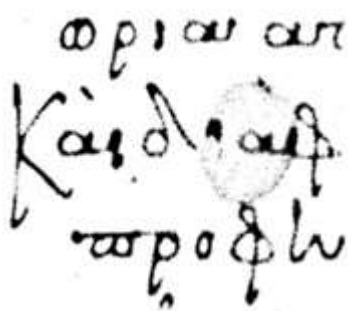
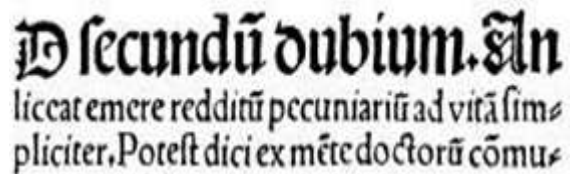
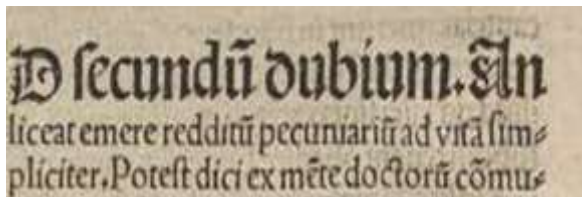
#### 4.2.1 Binarisation par seuillage

Le seuillage est la technique de segmentation la plus répandue pour extraire les objets du fond de l'image. Les avantages de cette technique sont sa facilité de mise en œuvre et son efficacité dans les systèmes en temps réel. La différence entre la binarisation et la segmentation est que la binarisation transforme une image en niveau de gris en une image dont les valeurs de pixel ne peuvent avoir que la valeur 1 ou 0 donc elle produit toujours deux classes, alors que la segmentation peut en produire plusieurs classes.

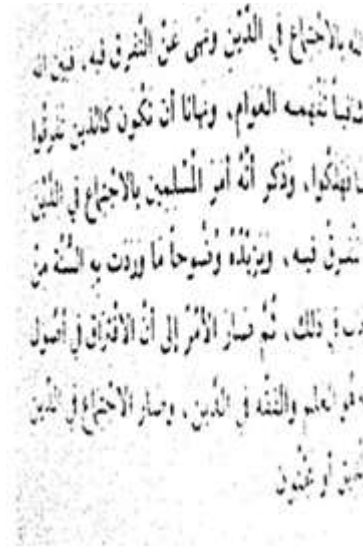
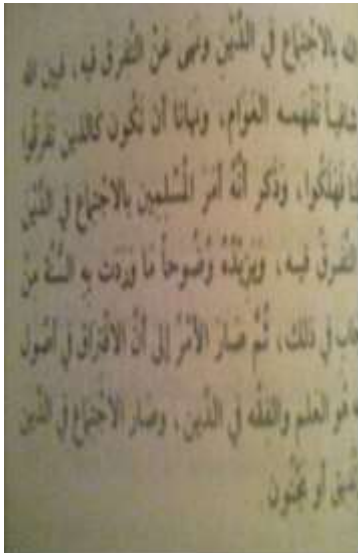
Pour faire le seuillage d'une image, on remplace la valeur des pixels en fonction d'une valeur fixe de seuil, de la manière suivante :

$$\forall i, j \in N \times M, I(i, j) = \begin{cases} 255 & \text{si } f(i, j) > S \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.1)$$

Avec  $N \times M$ : nombre de colonnes et de lignes de l'image ;  $I$  : image binarisée;  $S$  : seuil de binarisation ;  $f$  : valeur fonction de l'image d'origine. Cet algorithme est pour objectif d'atténuer les dégradations et donc d'améliorer la qualité de l'image. En particulier il s'agit de proposer une version de l'image qui serait la meilleure possible pour les traitements suivants dans la chaîne. Le travail à réaliser dans cette partie se focalisera sur la binarisation de documents dégradés pour extraire le texte du fond. Grâce à une méthode déjà existante<sup>1</sup>. Pour extraire le texte du fond et amélioré la qualité d'image.



<sup>1</sup><http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27652-objective-evaluation-of-binarization-methods-for-document-images>



De gauche à droite respectivement : l'image d'origine et sa version binarisée

Il y a une difficulté majeure dans les manuscrits est l'apparition du verso sur le recto, un problème récurrent dans ce type de documents, On a choisi la méthode de seuillage d'Otsu[58] car elle est simple à implanter et donne de bons résultats en général sur les documents manuscrits. La technique proposée est formée de deux parties, premièrement séparation avant- plan /arrière-plan en utilisant la méthode OTSU a deux-seuils, est une méthode de seuillage basées sur le regroupement des niveaux de gris et puis récupérer les images par notre méthode. Ou nous utilisons les méthodes de binarisation classique dans les cas des images documents qui contiennent moins de dégradation.

#### 4.2.2 Séparation avant- plan /arrière-plan

La binarisation est une étape importante dans tout processus de traitement et d'analyse d'images. Un grand nombre de techniques de binarisation ont été proposées dans la littérature est riche en méthodes de binarisation basées sur le seuillage [103-106], dont chacune est appropriée à un type particulier d'images.

Nous utilisons la méthode de binarisation Otsu pour produire une image binarisée, cette méthode est basée sur l'estimation de seuil optimum  $S_{opt}$ . La technique d'Otsu [58] essaye de trouver le seuil  $S$  qui sépare l'histogramme de façon optimale en deux segments (qui maximise la variance inter-segments ou qui minimise la variance intra-segments). Le calcul de la variance inter-classes ou intra-classes est basé sur l'histogramme normalisé  $H=[h_0...h_{255}]$  de l'image d'où  $\sum h_i = 1$ . La variance inter-classes pour chaque seuil probable  $s$  est donnée par :

$$\sigma_{\text{inter}}^2 = q_1(s) \times q_2(s) \times [u_1(s) - u_2(s)]^2 \quad (4.2)$$

Tel que:

$$u_1(s) = \frac{1}{q_1(s)} \sum_{i=0}^{s-1} h(i) \times i \quad \text{et} \quad u_2(s) = \frac{1}{q_2(s)} \sum_{i=s}^{255} h(i) \times i$$

$$q_1(s) = \sum_{i=0}^{s-1} h(i) \quad \text{et} \quad q_2(s) = \sum_{i=s}^{255} h(i)$$

Wolf et Jolion [83] ont proposé d'utiliser une version à deux-seuils de la technique d'Otsu, dont le premier seuil  $k_{\text{haut}}$  correspond au seuil calculé par la technique d'Otsu. Le deuxième seuil  $k_{\text{bas}}$  est calculé à partir du seuil  $k_{\text{haut}}$  et le premier mode  $m_0$  de l'histogramme :  $k_{\text{bas}} = 0.87 (k_{\text{haut}} - m_0) + m_0$ . Ainsi la décision d'appartenance à une des classes Objet et Fond est modifiée comme suit :

$$I_{x,y} < k_{\text{bas}} \quad \longrightarrow \quad B_{x,y} = 0$$

$$I_{x,y} > k_{\text{haut}} \quad \longrightarrow \quad B_{x,y} = 255$$

$$k_{\text{bas}} > I_{x,y} > k_{\text{haut}} \quad \longrightarrow \quad B_{x,y} = \begin{cases} 255 & \text{s'il existe un chemin à un pixel } I_{u,v} > K_{\text{haut}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Tel que  $I_{x,y}$  est le niveau de gris du pixel de coordonnées (x, y) et  $B_{x,y}$  est sa valeur après la binarisation.

Nous avons appliqué la méthode de seuillage d'Otsu1 et Otsu2, sur l'image d'anciens documents comportant la superposition de verso sur le recto. Nous présentons dans la figure 4.2 les résultats de la première partie de notre méthode, ensuite les résultats obtenus pour la restauration des documents manuscrits anciens par notre méthode.

### 4.2.3 Algorithme d'approximation

Cette technique calcule un seuil global de séparation texte/fond basé sur la minimisation de la variance intra-classe des pixels. Le résultat de l'algorithme d'approximation de l'arrière-plan est présenté dans la figure 4.2:

Mfois: Le nombre de répétitions de l'approximation de l'arrière-plan par fenêtre glissante.

1. M = Moyenne (H)
2. Pour  $i = 0$  à N faire

Si  $H(i) < M$

$$Arr_{courant} = Y(i)$$

Si non

$$Arr_{courant} = Arr_{precedent}$$

Fin si

$$Y_{Arr} = Y_{Arr} + Arr_{courant}$$

3. compteur = 0

Tantque (compteur < Mfois)

- Balayage  $Y_{Arr}(i,j)$  par une fenêtre glissante.

- chaque pixel est mis à jour par la moyenne de son  $n \times n$  voisinages.

compteur = compteur + 1

Fin Tantque

4. Fin

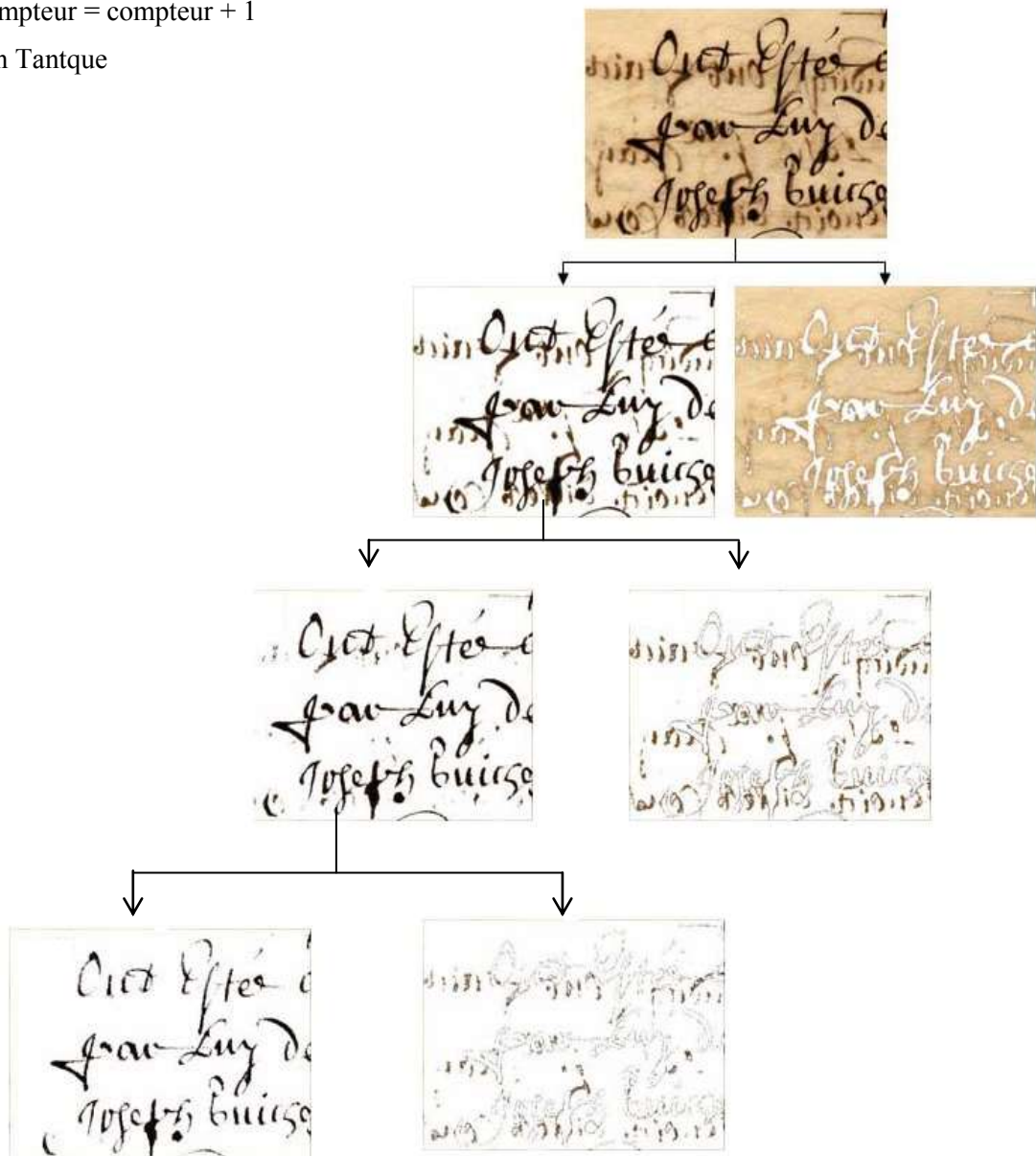


Fig. 4. 2Restauration par la méthode de seuillage d'Otsu

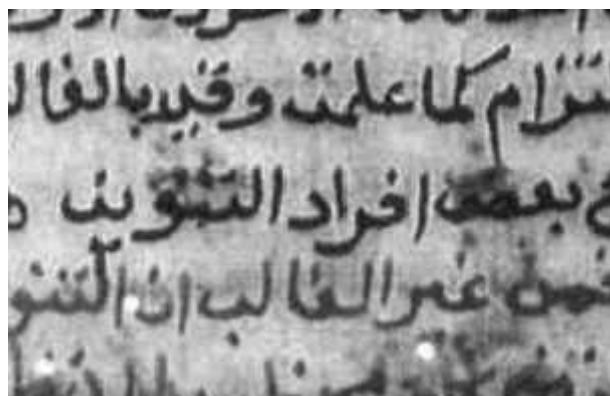
Avec  $Y$  l'image de dimensions  $N \times M$  ;  $H$  : L'histogramme de l'image binaire calculé sur l'image  $Y$  et  $Y_{arr}$  Arrière-plan estimé. La figure 4.2 illustre les résultats obtenus sur un manuscrit ancien extrait.

L'image est binarisée avec moins de détérioration, mais contient toujours des traces et des cachets. Pourtant, il est à remarquer que dans divers cas, l'image peut être restaurée par simple seuillage, ceci est le cas par exemple de tâche fines, pas très foncées, ou d'un bruit. Après la première utilisation de cette technique Otsu 1, on obtient l'avant plan initial et arrière-plan avec la couleur du fond originale. Et après la deuxième utilisation Otsu 2 on obtient l'avant plan intermédiaire. Il est première partie est fourni une image dite image de référence qui va être traitée par la méthode proposée OWT SURE-LET JBF.

#### 4.2.4 Reconstruction de l'image

Cette technique est constituée essentiellement de deux branches : une branche basée sur l'algorithme des SURE-LET, nous avons classifiée les détails des images des documents dégradés par les coefficients d'ondelettes selon l'estimateur SURE-LET. Ensuite on fait l'inversion de la décomposition en ondelettes pour reconstruire l'image restauré. Cette branche fournit une image dite image de référence qui va être traitée par un filtre bilatéral de paramètres optimales, c'est la deuxième branche.

La figure 4.3 représente image originale d'un document dégradé avec point parasite zoomée sur deux parties d'image où l'intensité de certains pixels du texte sont plus brillants que les pixels du fond dégradé. Il est possible d'appliquer un seuil d'ondelettes aux sous-bandes de détail, où certains composants du bruit peuvent être identifiés et enlevés efficacement; En outre, le filtrage bilatéral fonctionne dans les sous-bandes d'approximation. Ce nouveau cadre de débruitage d'images de documents combine le filtrage bilatéral et le seuillage d'ondelettes.



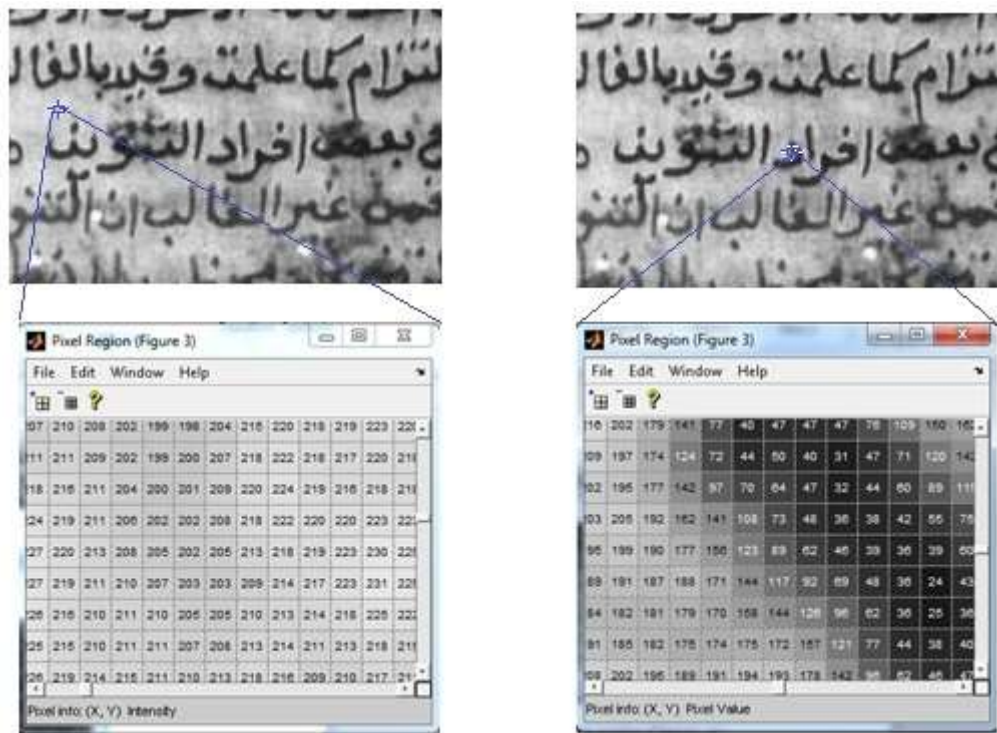


Fig. 4. 3 Image originale d'un document dégradé: Zoom sur deux parties d'image.



Fig. 4. 4 Sous-bandes de la DWT (ondelette Daubechies-8) à l'échelle 1 : détails verticaux (HL), diagonaux (HH), horizontaux (LH), illustrant la dépendance entre les sous-bandes d'une même échelle et (LL) approximation au niveau 1.

A cette étape, récupérer les parties manquantes dans l'étape précédente en utilisant la méthode SURE-LET basée sur la classification d'ondelette, considérant la décomposition à l'échelle deux. On remarque une ressemblance entre les sous-bandes de détails a une même échelle de l'image de taille [305x195], bien que si on regarde les coefficients un par un, ils ne sont ni égaux ni nécessairement de même signe. On note que les coefficients de détail de forte valeur tendent à se regrouper autour des bords des objets quelle que soit l'orientation.

Ce résultat est obtenu après les deux étapes. Finalement et dans le domaine spatial nous utilisons le filtre bilatéral sur l'image de référence débruitée. Visuellement, Il est très clair que l'approche proposée donne de bons résultats.

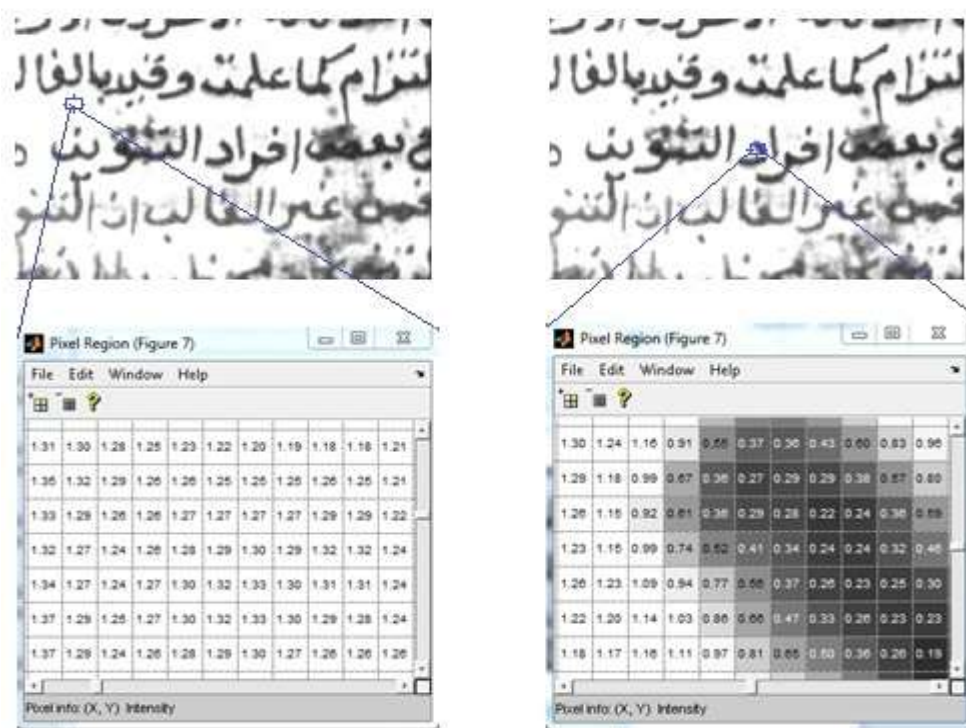


Fig. 4. 5Image débruitée : Zoom sur deux parties d'image.

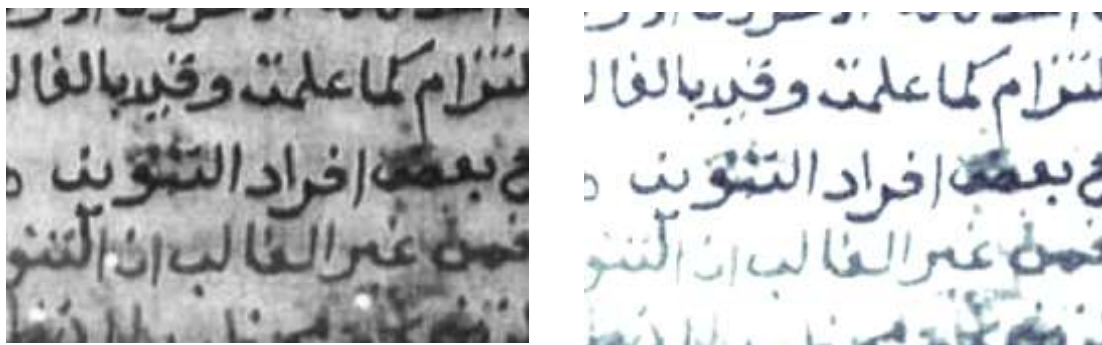


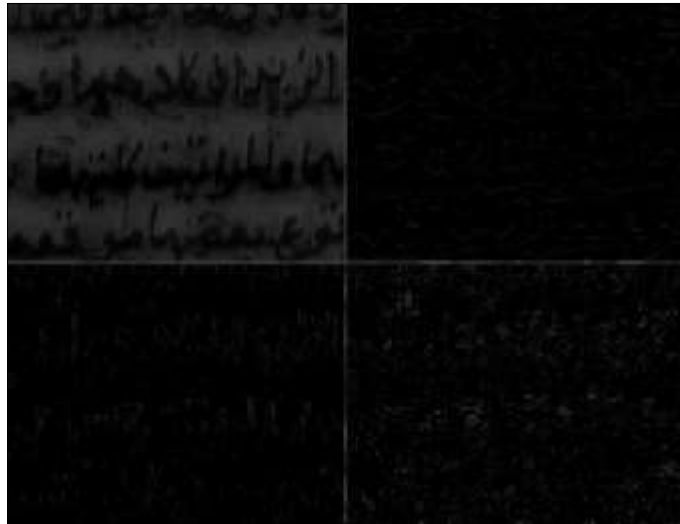
Fig. 4. 6 Image original et image débruitée final

#### 4.2.5 Expérimentation et résultats finaux

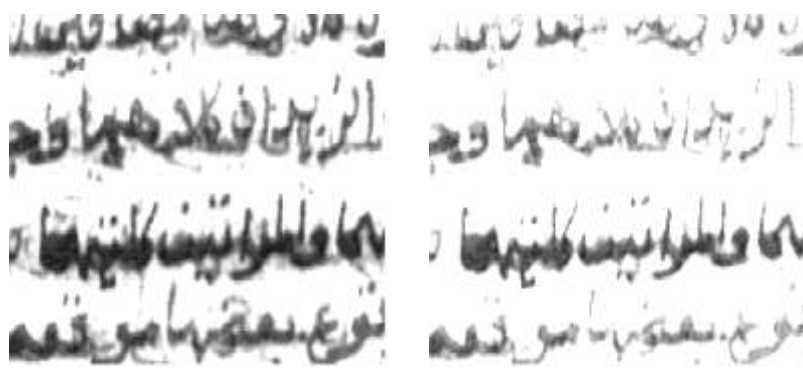
Nous représentons, par la suite, quelques résultats expérimentaux qui permettent d'évaluer les performances de l'algorithme pour restaurer des anciens manuscrits. Les documents considérés couvrent la majorité des problèmes liés aux documents anciens (acidité, humidité, recto/verso, faible contraste). Sur un premier exemple, l'image de la figure 4.7 format TIF, Le problème de cette image réside dans le passage en transparence du verso sur le recto qui entraîne des marques sur le recto dégradant la lisibilité du document. L'application de méthode d'Otsu2 sur ces images dégradées c'est une solution pour extraire le texte original du recto du fond bruité.



Image original image niveau de gris après Otsu2



Classification d'ondelette



Restauration par :

OWT SURE-LETOWT SURE-LET-JBF

Fig. 4. 7Processus générale de la méthode proposée



Restauration par : Chaine proposée, aux échelles : 2 et 3.

Le deuxième exemple, image à une transparence du recto sur le verso c'est une partie représentative d'un document possédant ce type de dégradation est donné sur la figure 4.8. L'application de méthode d'Otsu2 sur ces images dégradées est une solution pour extraire le texte original du recto du fond bruité après la binarisation par une méthode déjà existante<sup>2</sup>.

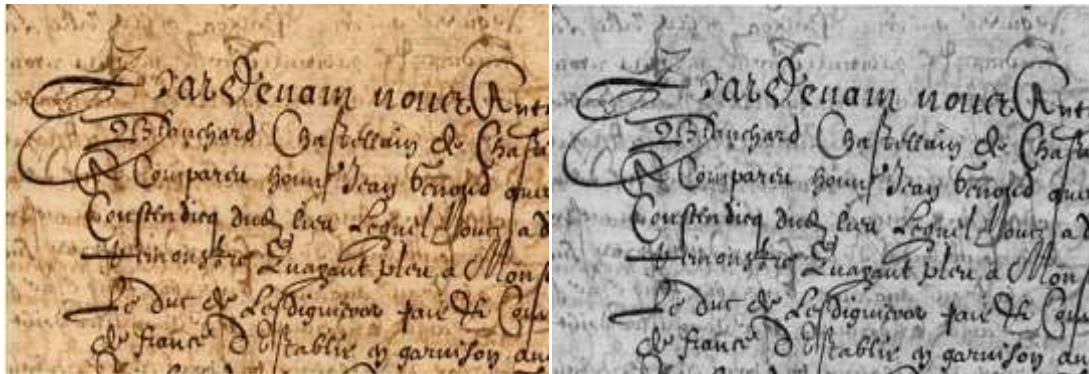
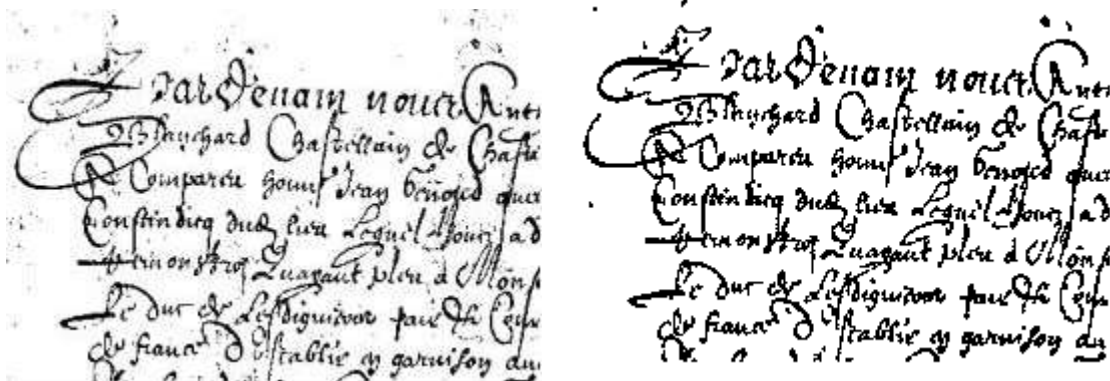


Image original

Image au niveau de gris



Avant-plant/Arrière-plant après seuillage d'Otsu1



Avant-plant après seuillage d'Otsu2

image restaurée par notre méthode

Fig. 4. 8 Restauration par : Chaine proposée

<sup>2</sup><http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27652-objective-evaluation-of-binarization-methods-for-document-images>

Premièrement on convertit l'image originale en RVB à l'image en YIQ -image en niveau de gris en construisant l'histogramme de la luminance de la composante Y, pour obtenir la valeur du seuil grâce à la méthode d'Otsu. Après la première utilisation de cette technique d'Otsu 1, on obtient l'avant plan initial et arrière-plan de la couleur du fond originale. Ensuite, après une deuxième utilisation de cette technique (Otsu 2), on obtient l'avant plan intermédiaire que nous le traitons par OWT SURE-LET JBF.

**Quelque résultat obtenu**

L'ensemble des images de documents dégradés qui nous avons traitées collectées à partir du web, elles ne possèdent pas les mêmes caractéristiques. Elles sont de natures très différentes, provenant de plusieurs sources, couvrant plusieurs domaines, et présentant différents types de dégradations liées aux documents anciens.



**Fig. 4. 9** Image original et image débruitée final. Par OWT SURE-LET-JBF et le prétraitement par la méthode d'OTSU

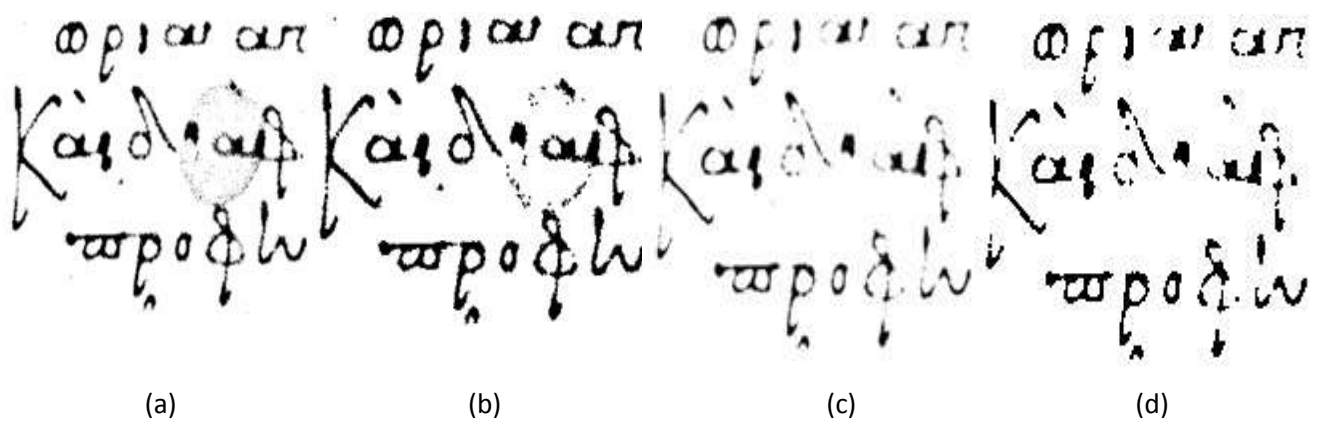


Fig. 4. 10 Image originale, (b) Image binarisée (c) Restauration par: OWT SURE-LET, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF

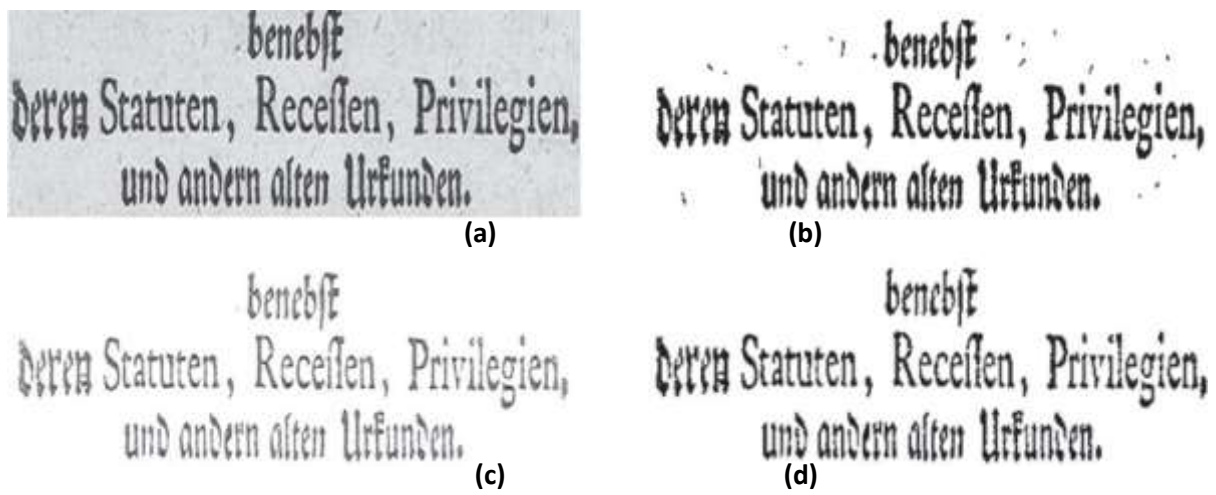


Fig. 4. 11(a) Image originale, (b) Restauration par: filtre bilatéral (c) Restauration par: OWT SURE-LET, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF

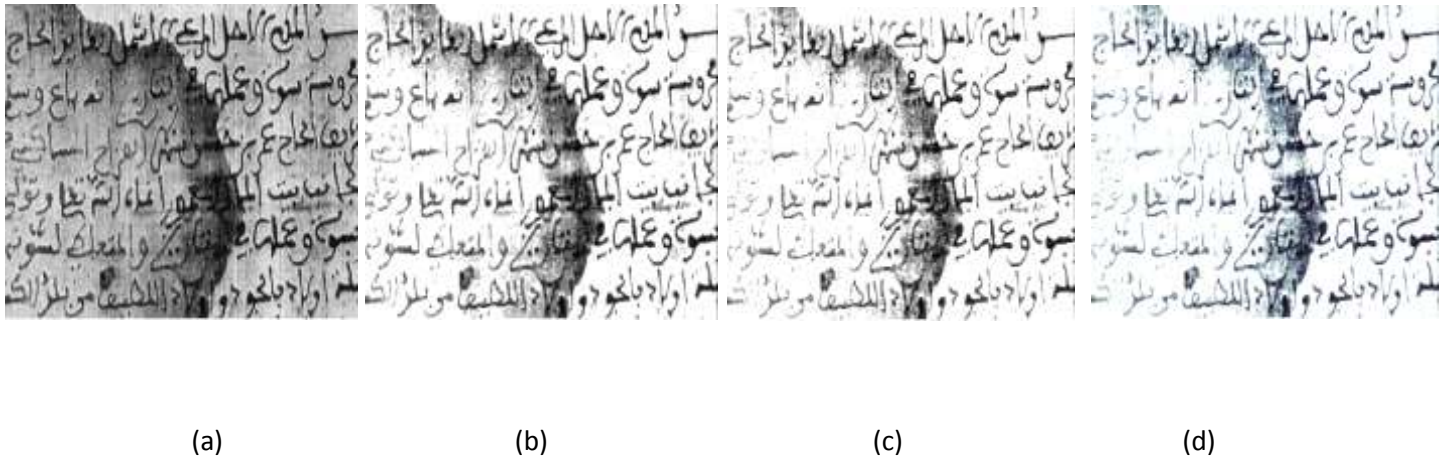


Fig. 4. 12(a) Image originale, (b) image niveau de gris après d’Otsu1 (c) image niveau de gris après d’Otsu2, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF

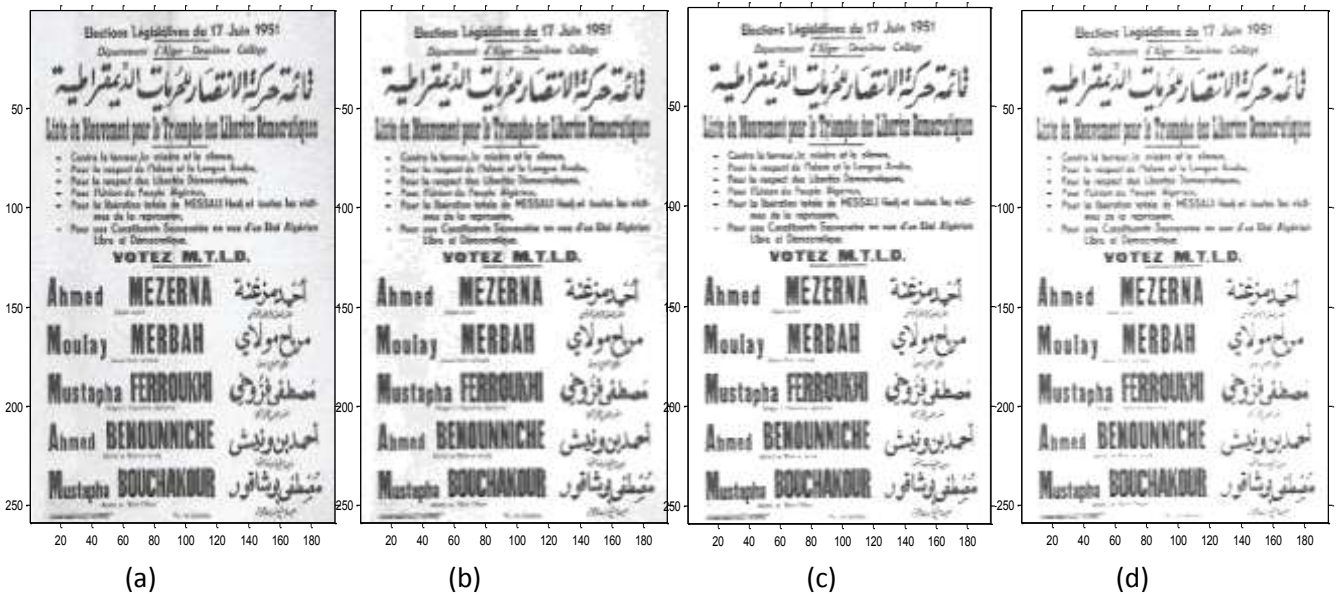


Fig. 4. 13(a) Image originale, (b) Restauration par: filtre bilatéral (c) Restauration par: OWT SURE-LET, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF

	Fig 4.1	Fig 4.2	Fig 4.3	Fig 4.4	Fig 4.5	Fig 4.6
<b>PSNR<sub>input</sub></b>	23,23	19.32	15.07	19,33	17.27	19.77
<b>BF</b>	23.82	22.32	20.07	21.19	17.17	20.11
<b>OWT_SURELET</b>	24.38	23.65	21.15	27.66	18.09	21.12
<b>Notre méthode</b>	<b>29.61</b>	<b>33.07</b>	<b>33.36</b>	<b>36.57</b>	<b>28.55</b>	<b>40.67</b>

Tableau 4 1 Les valeurs de PSNR<sub>out</sub> de chaque image.

Le tableau 4.1 montre l'écart-type du PSNR<sub>out</sub>, donnée par les diverses images de documents anciens, sont comparés par différentes méthodes que nous avons validée. Nous constatons que l'algorithme proposé dépasse les autres techniques de restauration. Nous constatons également qu'il s'avère d'autant plus performant, comparé à OWT- SURE-LET, que le rapport PSNR est important. De plus, nous constatons que le filtre bilatéral (BF) s'avère le moins performant comparé aux autres méthodes pour les bas PSNR. Les expérimentations montrent que le système proposé produit des résultats précis et robustes pour la restauration des images qui présentent des irrégularités de fond, écriture à faible contraste et effet de transparence.

### 4.3 Restauration des images couleurs de documents arabes

Dans cette section nous avons d'appliquer l'algorithme de classification non supervisé k-means[107] sur des images couleurs des documents, notamment appliquer sur les distances euclidiennes entre les intensités de filtre bilatéral. Le résultat dépendra fortement du choix a priori du nombre de classes des K-means comme nous avons vu dans le partie (1.3.4). L'idée est de prendre chaque pixel appartenant à l'ensemble des données et de l'associer au centre le plus proche, La méthode K-means consiste à diviser l'espace en un ensemble K de classes établi a priori. Au niveau de caractérisation, nous avons retenu la moyenne et l'écart-type de la matrice d'approximation, les écart-types des matrices aux détails horizontaux, verticaux et diagonaux. Par ailleurs, les caractérisations basées sur des approches d'analyse de texture ont démontré leur efficacité pour la classification d'images bruités, d'intensité différente, et ce, sans connaissances a priori voire par exemple [113-115]. L'évaluation de la qualité de clustering est introduite dans ce qui suit.

#### 4.3.1 Erreur quadratique moyenne

Le MSE est une mesure de compacité très utilisée, elle est notamment équivalente à la fonction de coût de l'algorithme de K-means, décrite précédemment [116]:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K c_{ij} \times \|x_i - y_j\|^2$$

Ou  $k$  est le nombre de groupes et  $c_{ij} = 1/c_j$  ( $i$ ) indique  $six_i \in C_j$ .

### 4.3.2 Caractérisation des images de documents arabes

On subdivisé l'image en blocs ou des pixels par l'extraction des caractéristiques par bloc et puis on classifiée l'image que va traiter en  $K$  classes suivant les blocs par  $K$ -means, affinement par classification itérative avec l'algorithme de  $K$  means pixel par pixel et finalement pour la reconstruction, utiliser la reconstruction bayésienne de type et l'application du filtre bilatéral adapté pour chaque pixel de l'image.

L'algorithme  $k$ -means est exécuté sur les valeurs moyennes des pixels et des pixels voisins, le nombre de  $k$  est égal 3 pour extraire trois classes pour segmenter l'image de document dans douze couches.



Caractérisation par TOD

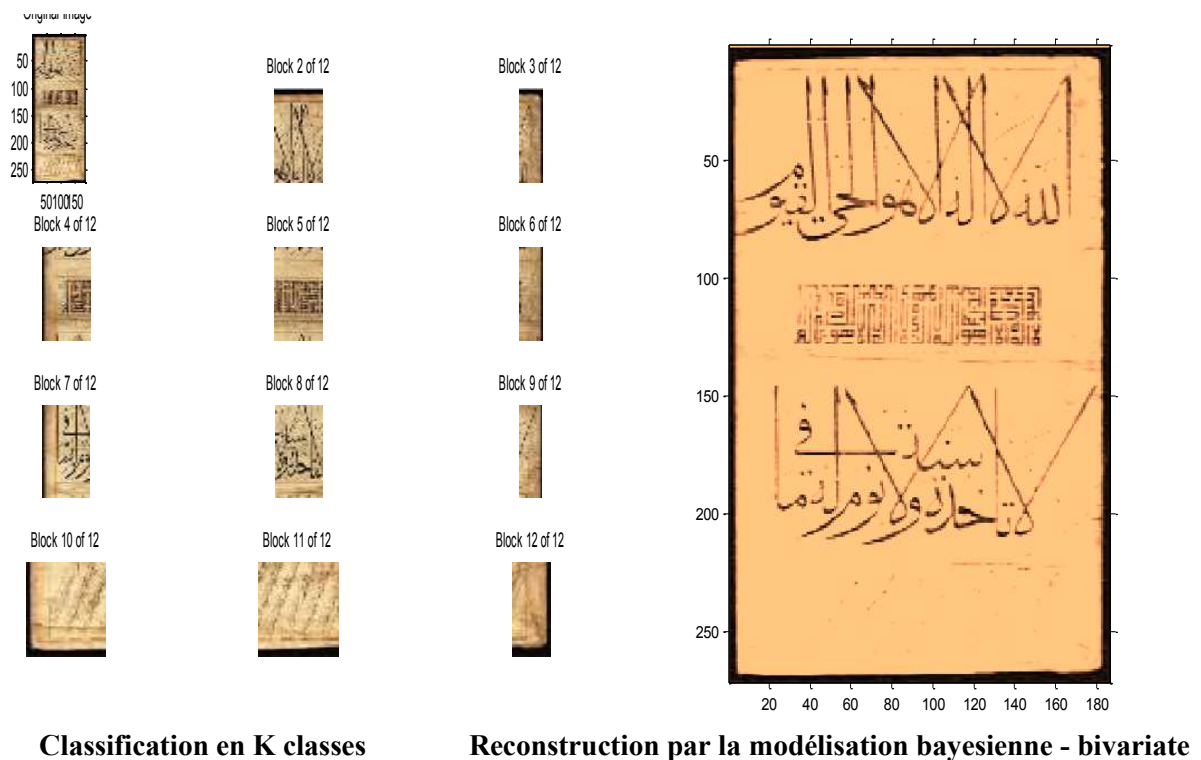


Fig. 4. 14 Les étapes de la reconstruction par notre méthode

### 4.3.3 Calculer l'intensité gaussienne et la distance moyenne basés sur k-means

Le filtre bilatéral a multi-résolution propose de calculer la nouvelle intensité d'un pixel  $y$  via la somme pondérée des distances euclidiennes entre l'intensité de  $y$  et les intensités des pixels  $x$  ( $x$  étant les pixels de voisinage de  $y$ ). Notre conception consiste à remplacer la distance euclidienne entre  $Y(y)$  et  $Y(x)$  à l'équation par la distance entre  $Y(y)$  et  $Y(C)$  avec  $C$  est le centre de la classe à laquelle appartiennent les pixels  $x$ . Les classes sont déterminées auparavant en appliquant l'algorithme K-means sur l'image.

Donc les étapes de notre approche de débruitage sont basées sur l'application du filtre bilatéral a multi-résolution adapté pour chaque pixel de l'image comme suit :

**Étape 1 :** Extraire le voisinage du Pixel correspondant (région locale) ;

**Étape 2 :** Appliquer l'algorithme k-means (voire la partie 1.3.4) sur les Pixel de la région locale. Cette version de "k-means" détermine automatiquement la valeur de "k" basé sur les mesures de distance d'intra-classe et d'inter-classe;

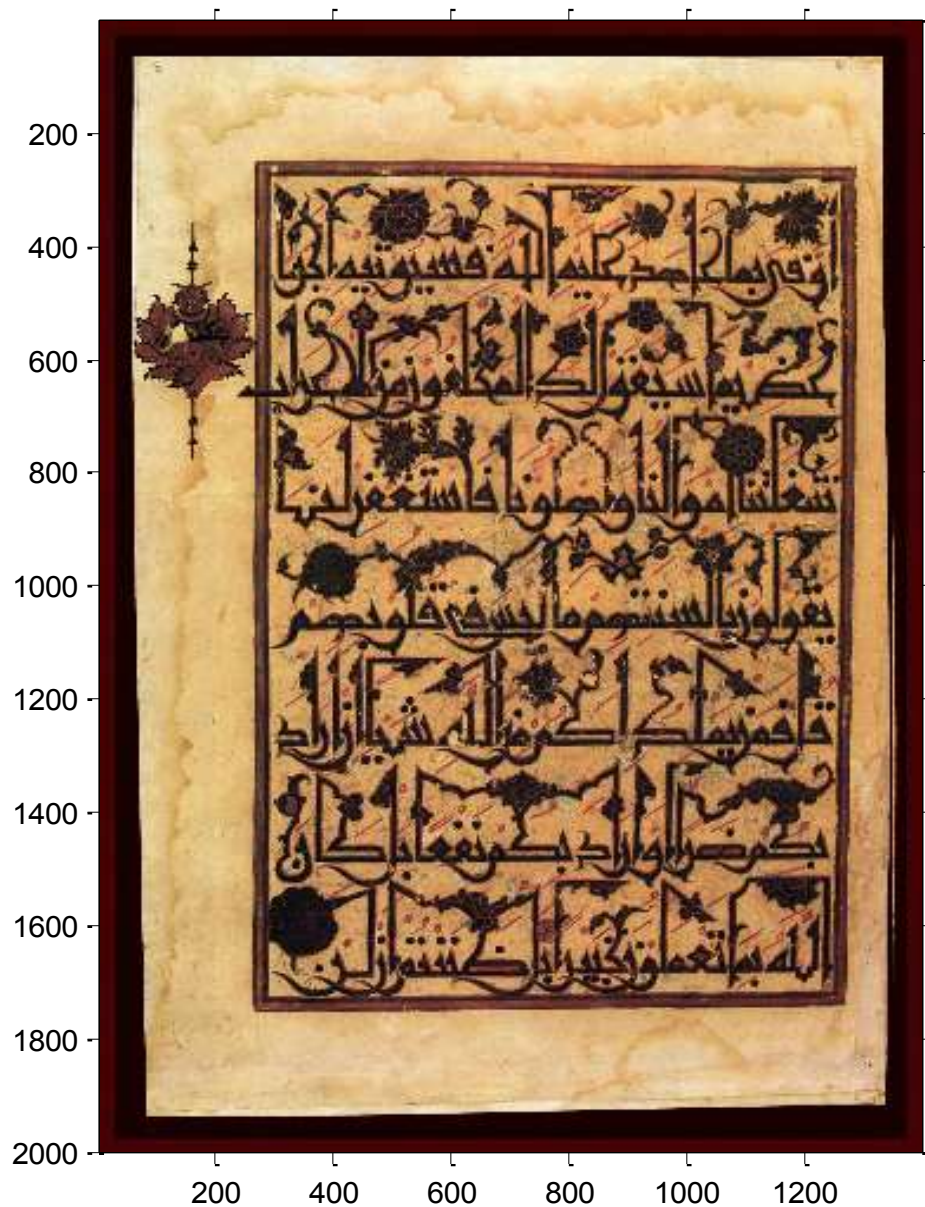
**Étape 3 :** Changer la valeur du Pixel voisin  $Y(x)$  dans les équations (3.13) et (3.14) par la valeur de son centre de l'intensité  $Y(C)$  et calculer la réponse de filtre ;

**Étape 4 :** Répéter les deuxièmes et troisièmes étapes pour tous les Pixel d'image.

#### 4.3.4 Expérimentation et résultats

Nous représentons, par la suite, quelques résultats expérimentaux qui permettent d'évaluer les performances de l'algorithme pour restaurer des anciens manuscrits arabes.

*Exemple 1 :*



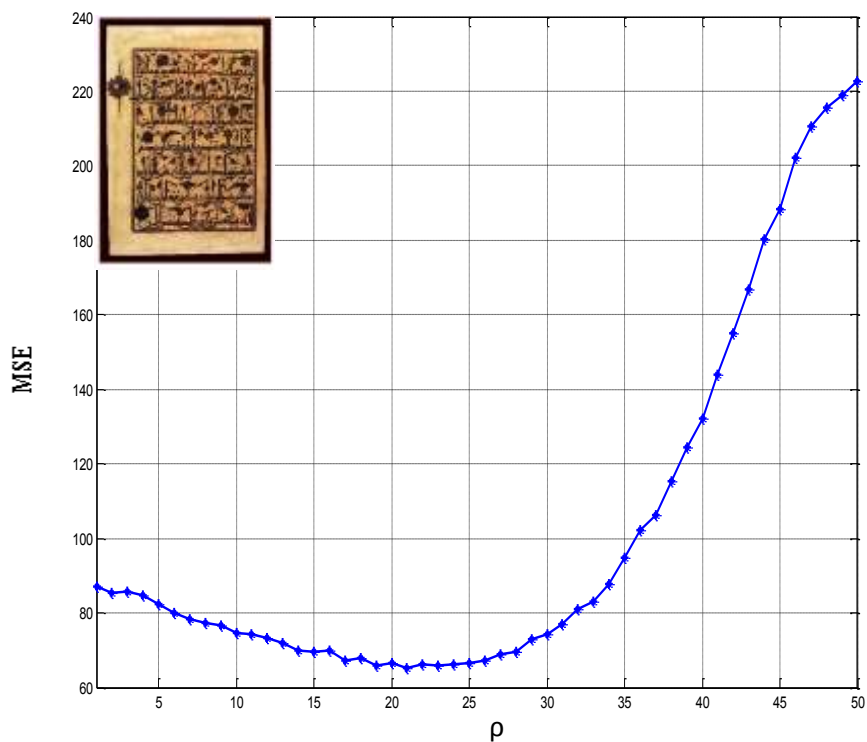


Fig. 4. 15 MSEE en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids géométriques  $\rho$

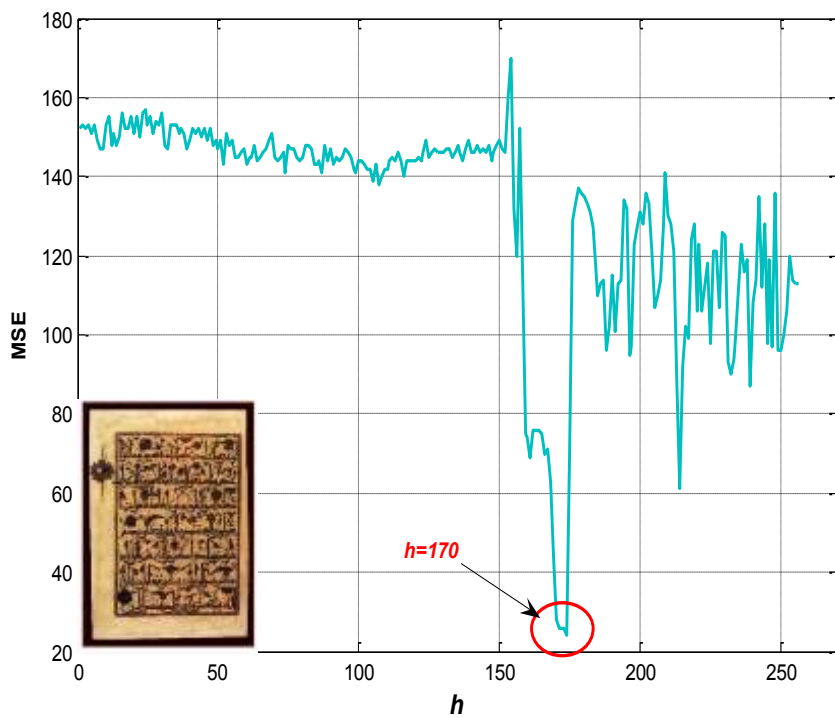
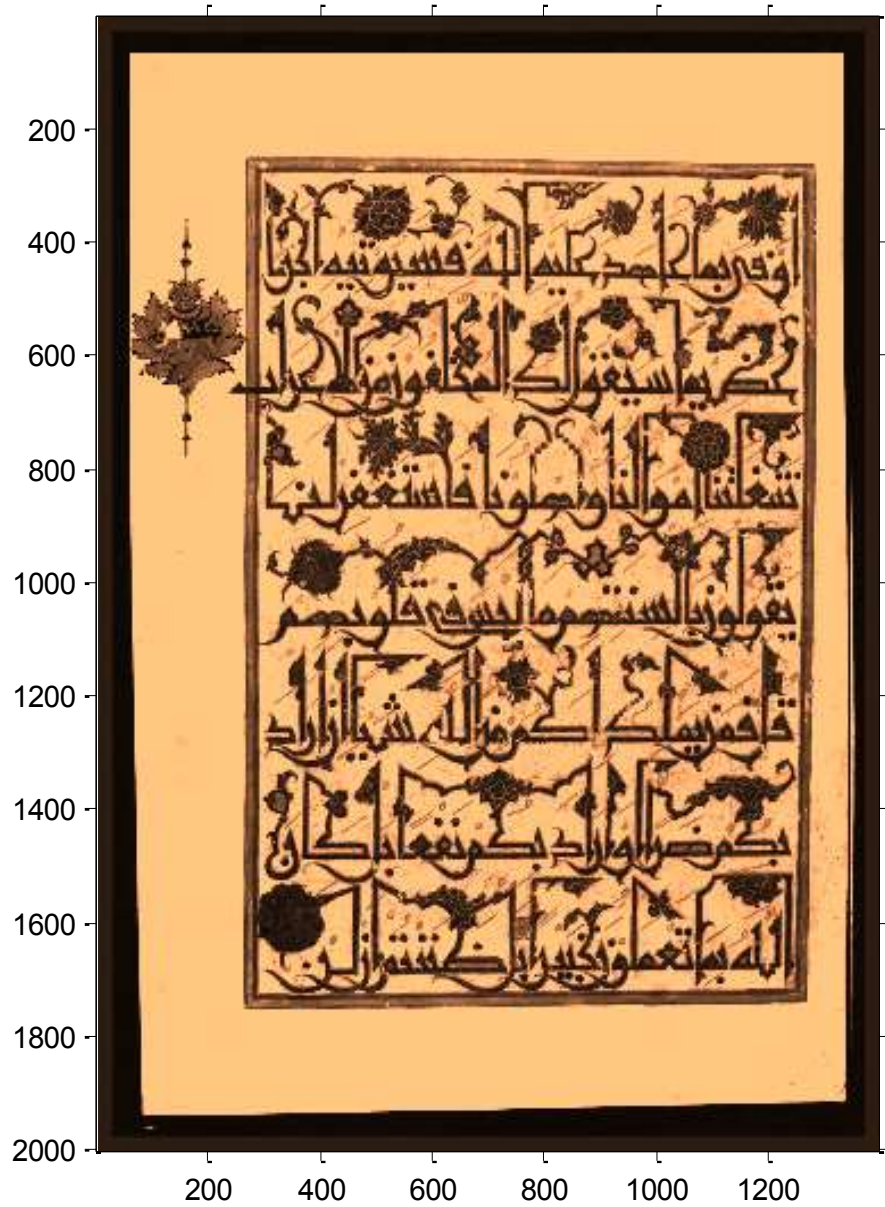


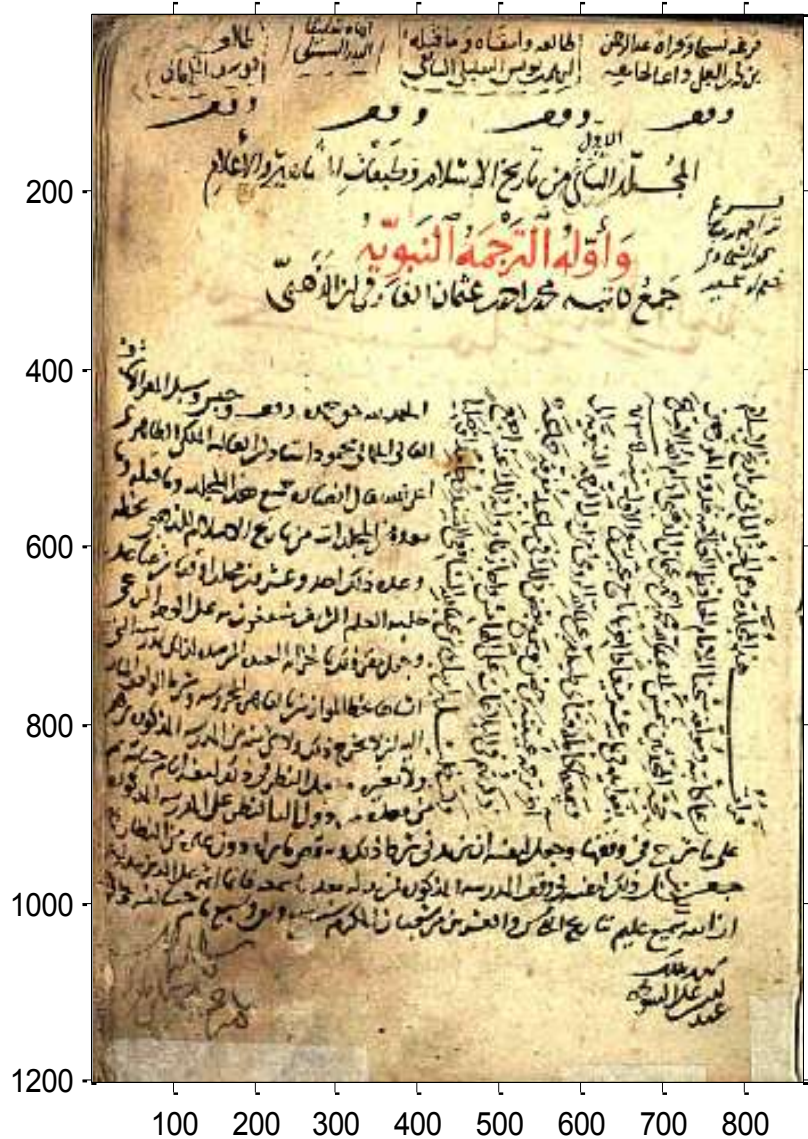
Fig. 4. 16 MSEE en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids d'intensités  $h$ .

Pour la meilleure reconstruction (en terme de MSE), nous avons choisi  $\rho$  à l'intervall [20-25],  
 $eth = 170$ .

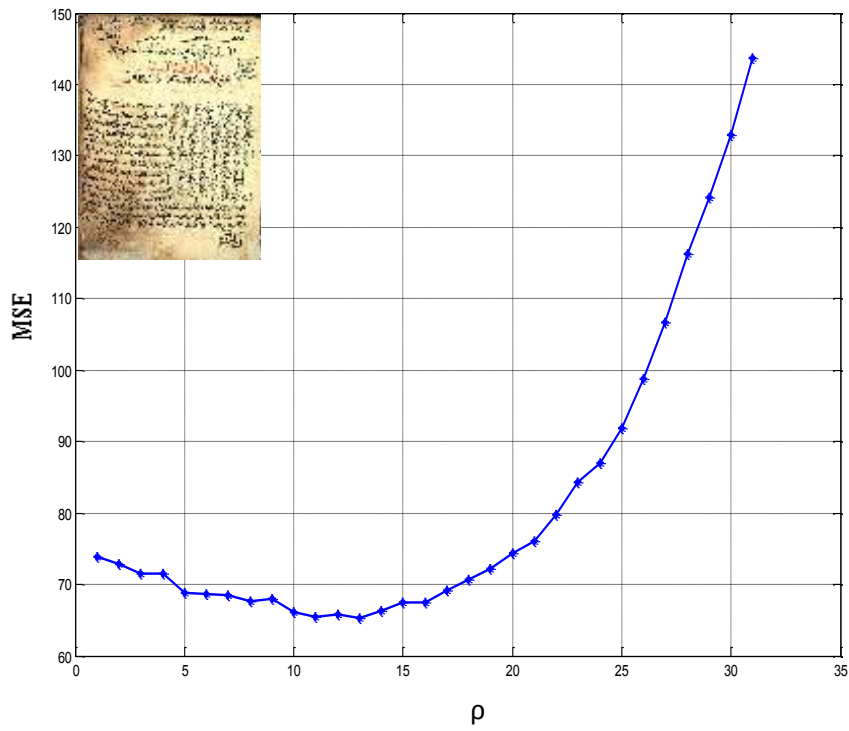


Exemple 2 :

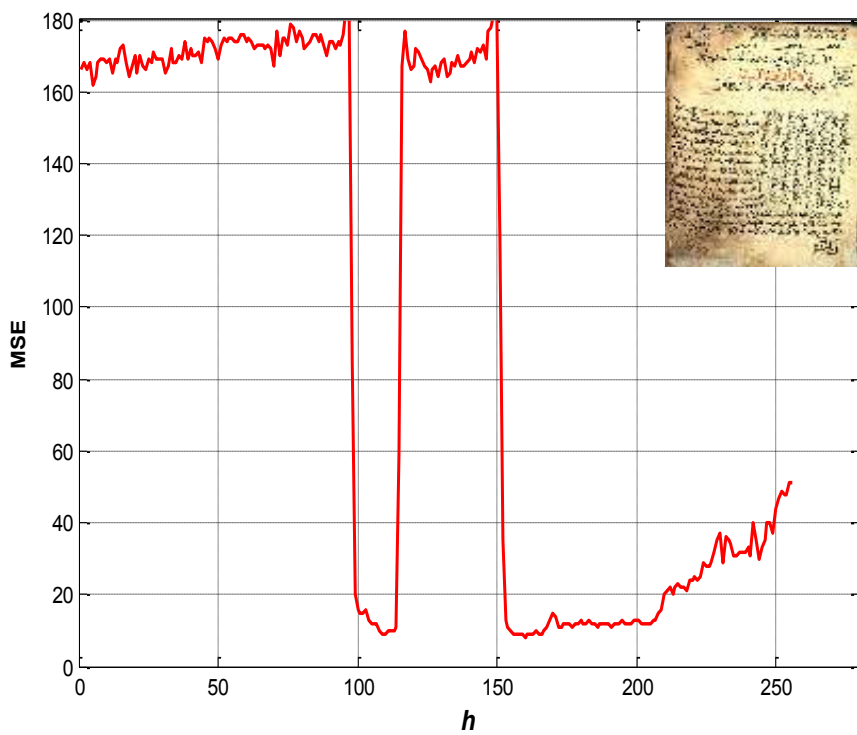
La lignée du prophète du Dieu (messager du dieu), paix et bénédictions soient sur lui, attribué à l'imam Eddahabi du manuscrit de l'histoire de l'Islam et les classes de célébrités et de médias. Écrit en 714H<sup>3</sup>.



<sup>3</sup> <https://twitter.com/mahtootat1/status/726404485929684993>

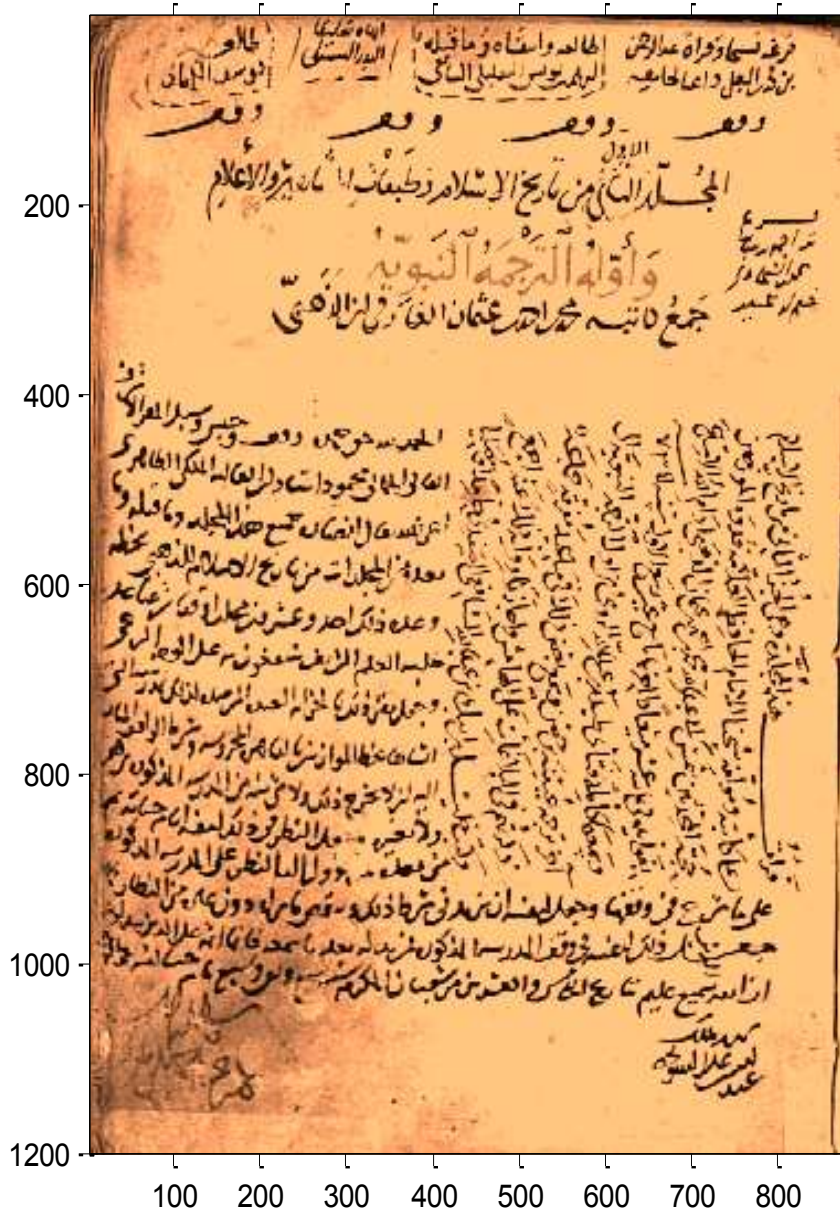


**Fig. 4. 17MSE** en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids géométriques  $\rho$



**Fig. 4. 18MSE** en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids d'intensités  $h$  .

Pour la meilleure reconstruction, nous avons choisi  $\rho=14$ ,  $eth\sim 110$ . Ou  $h\sim 160$



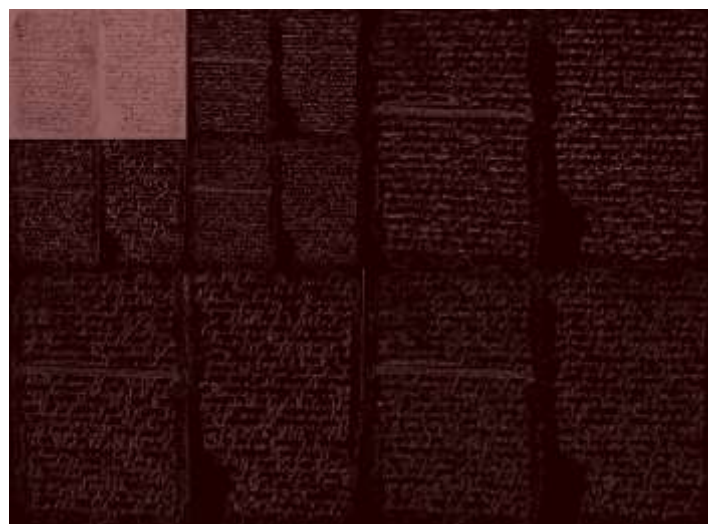
La lignée du prophète du Dieu (messager du dieu), paix et bénédictions soient sur lui, attribué à l'imam Eddhabi du manuscrit de l'histoire de l'Islam et les classes de célébrités et de médias. Écrit en 714H<sup>4</sup>.



<sup>4</sup> <https://twitter.com/mahtootat1/status/726404485929684993>

**Exemple 3 :**

Le manuscrit du Coran de l'université de Birmingham est composé de deux feuillets conservés dans la collection Mingana de manuscrits du Moyen-Orient de l'université de Birmingham, Fabriqué entre c. 568 et 645. Ils n'ont pas offert exactement la date de la rédaction du manuscrits .



**Sous-bandes de la DWT à l'échelle 2**

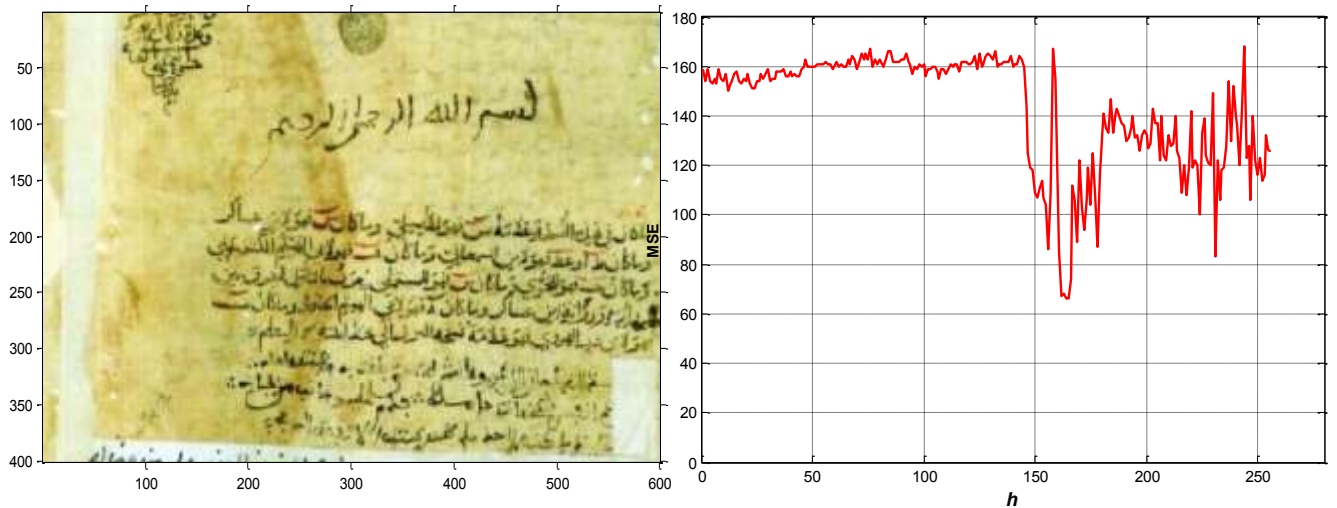
<sup>5</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Manuscrit\\_du\\_Coran\\_de\\_l%27universit%C3%A9\\_de\\_Birmingham](https://fr.wikipedia.org/wiki/Manuscrit_du_Coran_de_l%27universit%C3%A9_de_Birmingham)

Nous avons appliqué un model bayesienne d'ondelettes aux sous-bandes de détail, Où certains composants du bruit peuvent être identifiés et enlevés efficacement; En outre, le filtrage bilatéral fonctionne dans les sous-bandes d'approximation en appliquant l'algorithme K-means a la distance entre  $Y(y)$  et  $Y(C)$ . L'inconvénient majeure de l'application de cet algorithme consiste a un temps de traitement est considérable. Pour résoudre ce problème on extraire les caractéristiques de l'image que nous avons traitée par bloc ou par pixel. L'algorithme k-means est exécuté au sens des valeurs moyennes au lieu du calcule au voisinage des pixels, dans ce cas de figure le paramètre k est égal à 3.

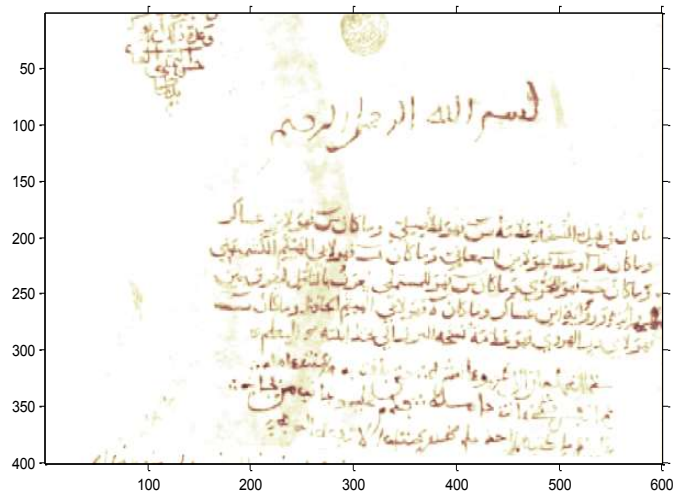


**Exemple 4 :**

Ce manuscrite est influencé par la terre, mal restauré à Ziauddin Suhrawardi ( ضياء الدين السهروردي ), 563 hijri. <sup>6</sup>Plusieurs défauts peuvent souvent coexister dans la même image d'un document, comme illustré dans cette figure (variation d'éclairage et transparence du verso sur le recto), ce qui rend les traitements très complexes.



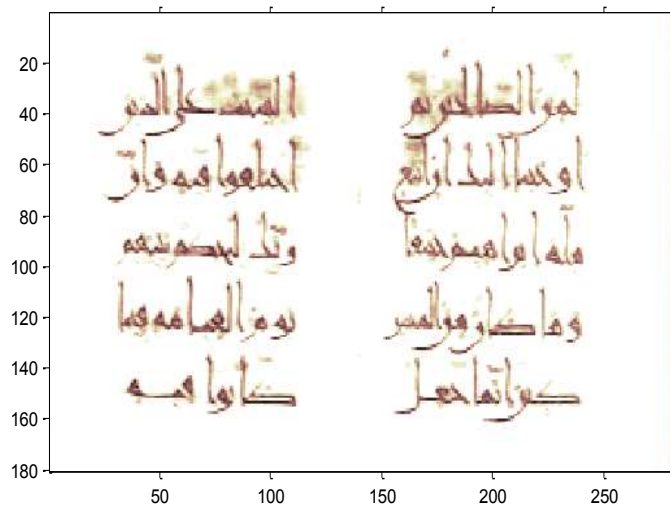
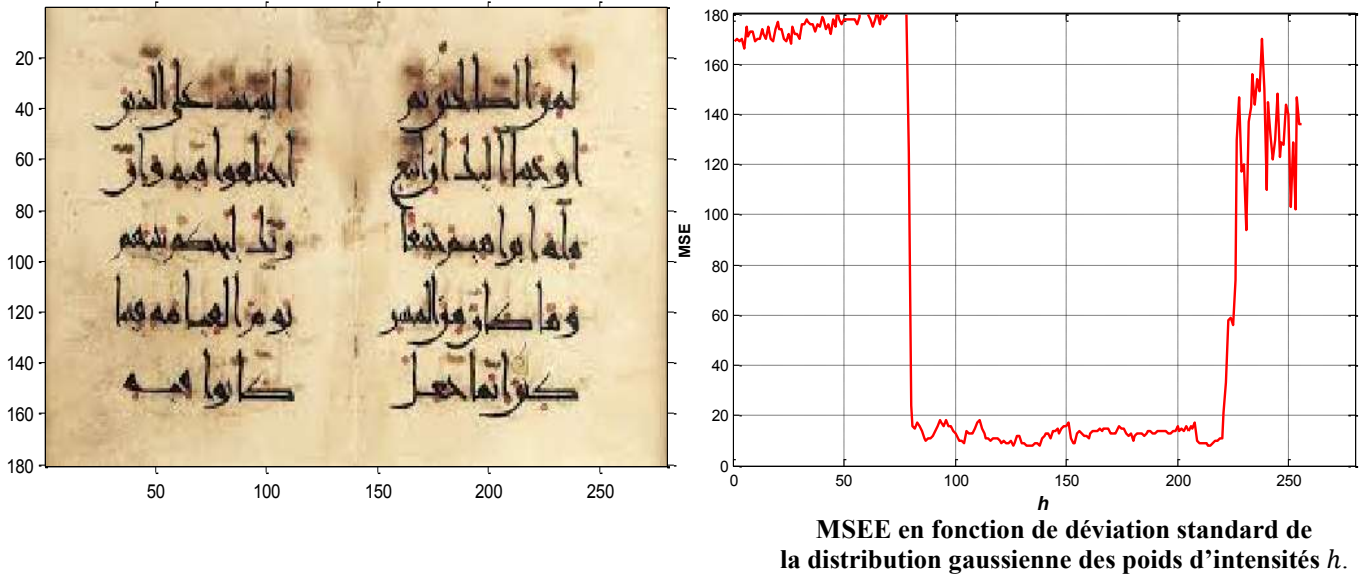
**MSEE en fonction de déviation standard de la distribution gaussienne des poids d'intensités  $h$ .**



La meilleure cas est  $h = 160$ .

<sup>6</sup> <http://wqf.me/?p=16283>

Autre exemple<sup>7</sup>



La meilleure gamme de  $h$  est très grand est entre 80 et 230. Parce que le manuscrit est en bon état.

<sup>7</sup><https://www.youm7.com/story/2016>

**Titre:**Tafsir Kitab al-Thamra

**Auteur:**Abd al-Rahman al-Sufi

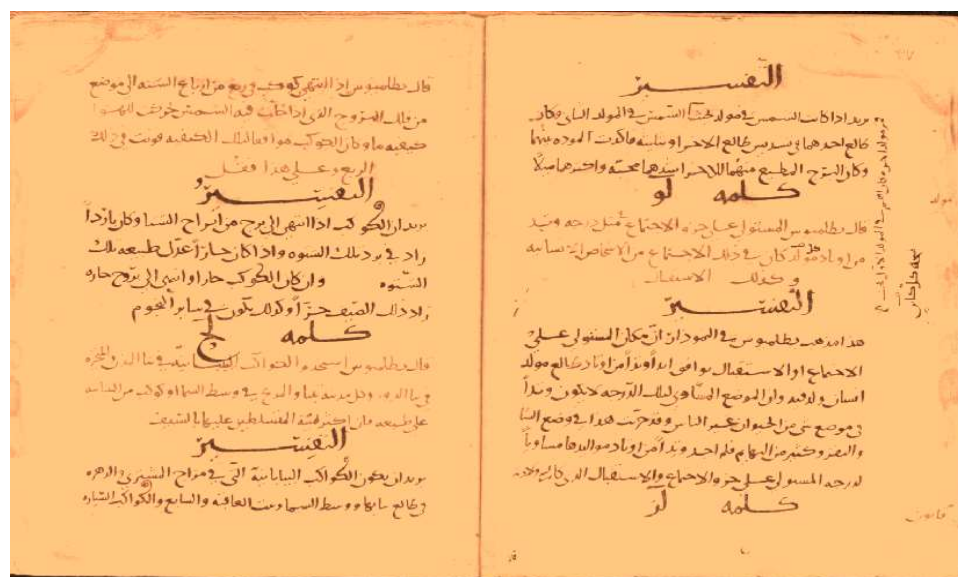
**Année:** 376 hijri / 986 Gregorian

**Langue:**Arabic

**Modèle d'écriture:**Naskh

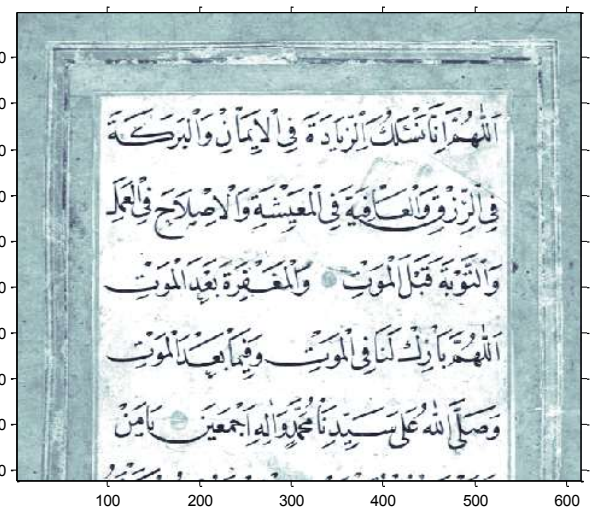
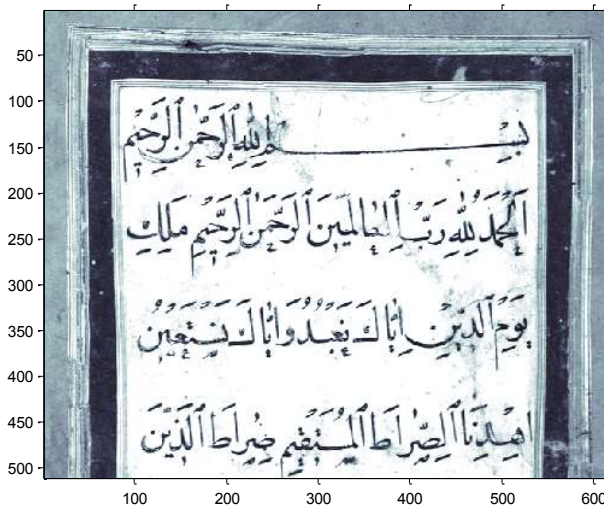
**Notes:**Le travail de Ptolémée à côté d'Al-Sufi d'Al-Rahman d'Abd (soutenu 903 dans rayon, Iran, mort dans 986 à Chiraz) a copié dans 371 hijri, 5 ans avant la mort de l'auteur. <sup>8</sup>

Même il y plusieurs défauts dans cette image de document, Mais le résultat est très satisfaisant, Ceci est dû à que la variation d'éclairage est claire.

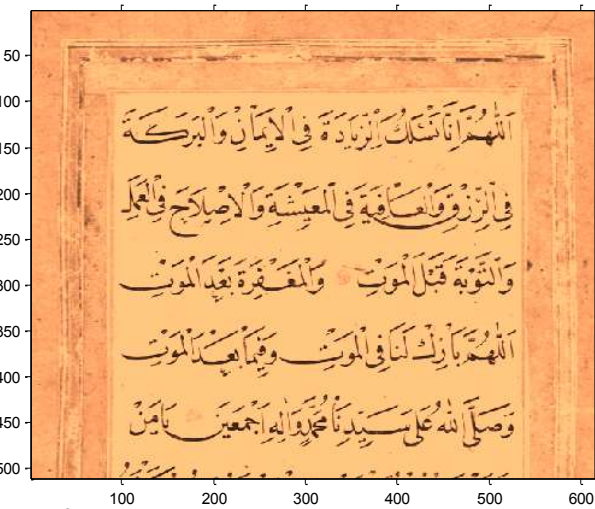
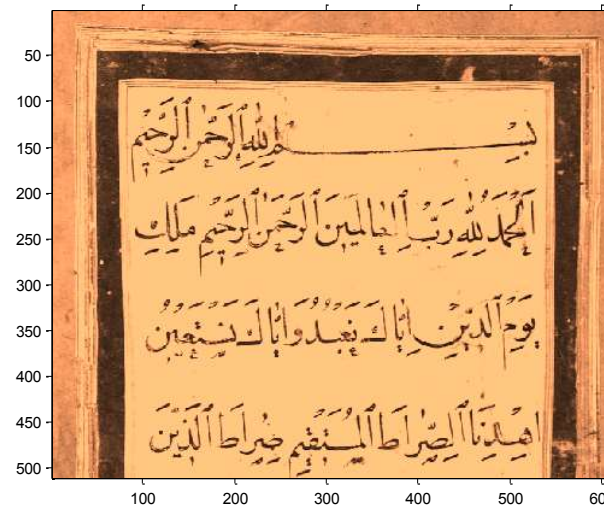


<sup>8</sup> <http://digitaloccultmanuscripts.blogspot.com/>

Exemple<sup>9</sup>



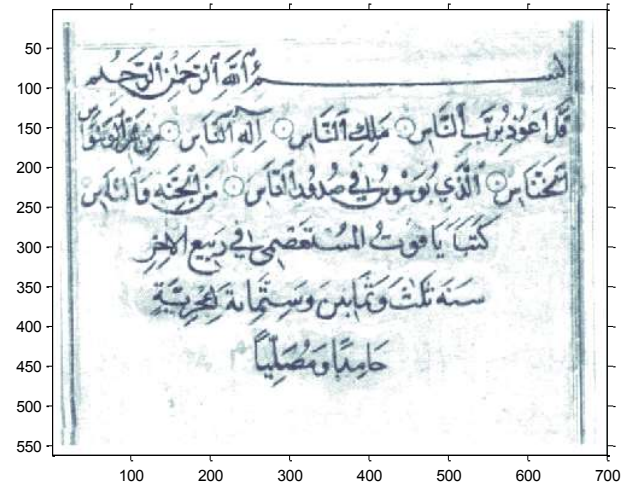
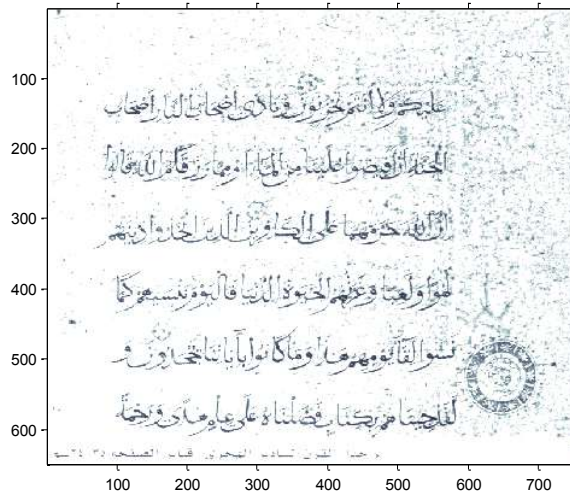
Reconstruction par premier méthode



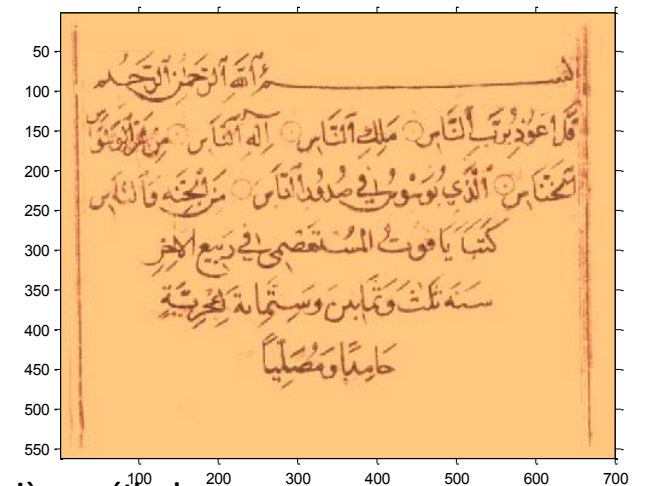
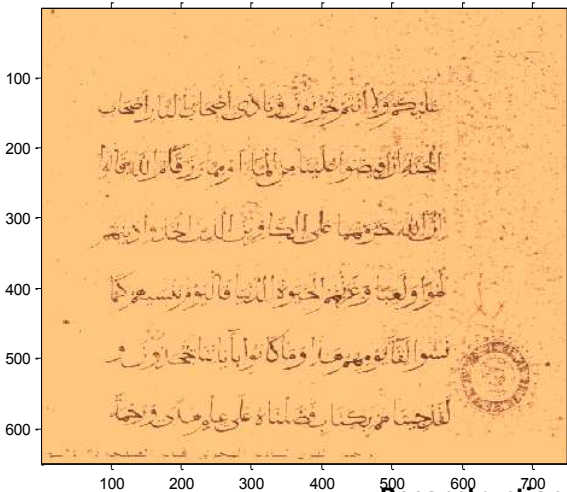
Reconstruction par deuxième méthode

<sup>9</sup> <https://www.wdl.org/ar/item/6797/>

Autre exemple<sup>10</sup>



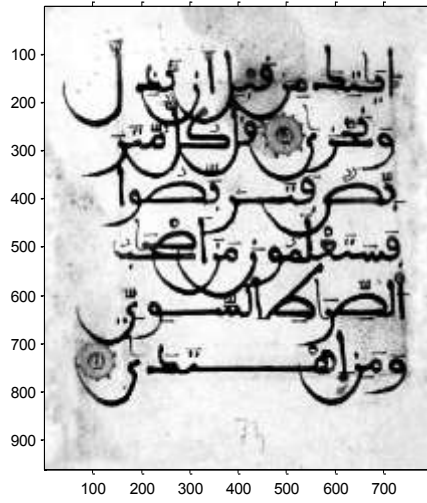
Reconstruction par premier méthode



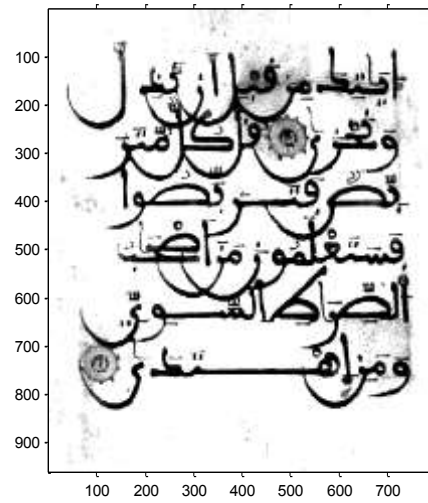
Reconstruction par deuxième méthode

<sup>10</sup><https://www.alukah.net/library/0/27006/>

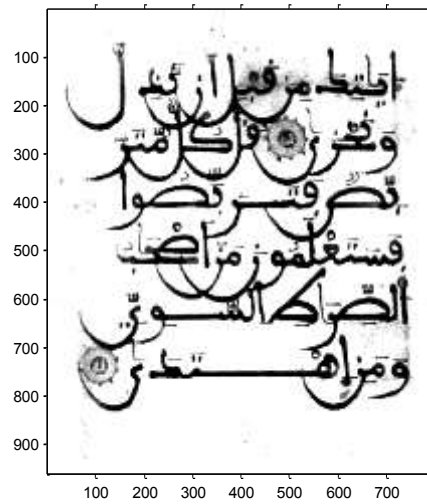
Image d'une page du Coran andalou<sup>11</sup>.



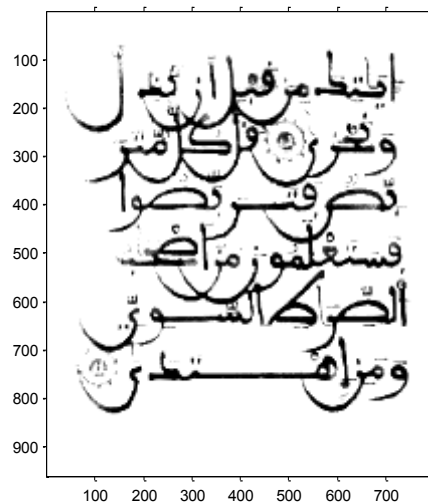
(a)



(b)



(c)



(d)

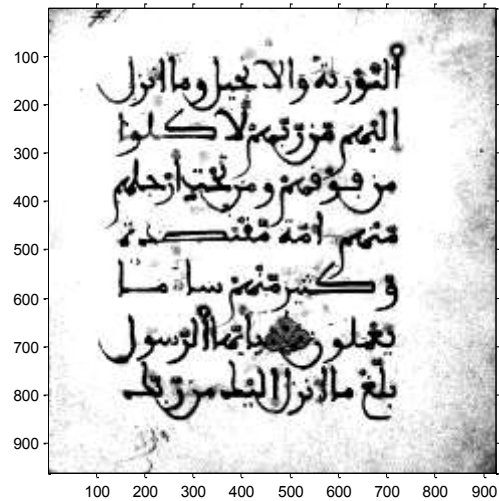
(a) Image originale, (b) image niveau de gris (c) Restauration par: OWT SURE-LET, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF

<sup>11</sup> [https://www.facebook.com/MarovanBenAbiAmer?fref=pb&hc\\_location=friends\\_tab](https://www.facebook.com/MarovanBenAbiAmer?fref=pb&hc_location=friends_tab)

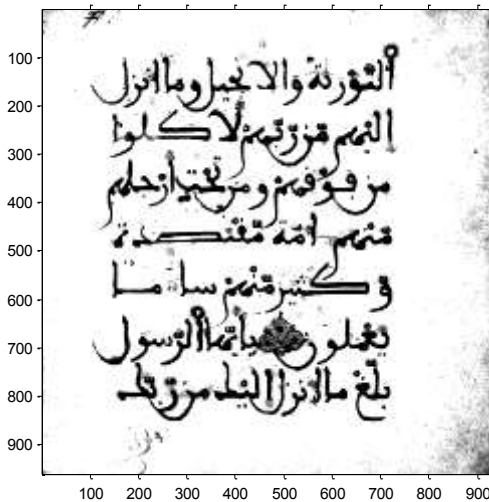
Image d'une page du Coran andalou<sup>12</sup>.



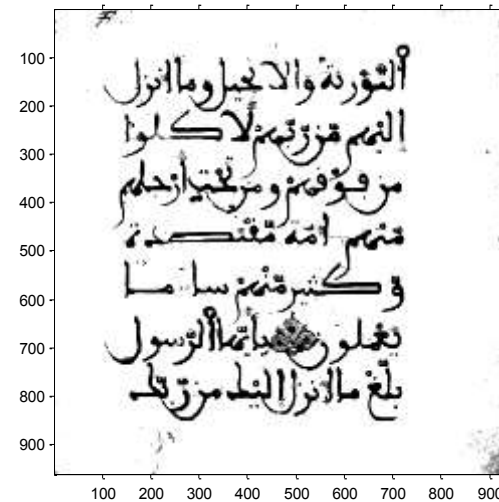
(a)



(b)



(c)



(d)

(a) Image originale, (b) image niveau de gris (c) Restauration par: OWT SURE-LET, (d) Restauration par : OWT SURE-LET-JBF

<sup>12</sup> [https://www.facebook.com/MarovanBenAbiAmer?fref=pb&hc\\_location=friends\\_tab](https://www.facebook.com/MarovanBenAbiAmer?fref=pb&hc_location=friends_tab)

#### 4.4 Conclusion

Nous avons démontré dans la première partie de ce chapitre l'efficacité d'une méthode de restauration par la méthode de seuillage d'Otsu2 pour la séparation recto/verso des images de documents écrits anciens dégradés. Les images traitées sont des images de document à fond bruité par des marques du verso en transparence. L'idée consiste à extraire correctement le texte original du fond bruité. L'approche proposée est une approche de débruitage utilisant à la fois l'algorithme de SURE-LET JBF basée sur la classification d'ondelette et le domaine spatial couplé aux méthodes Otsu2, l'utilisation du premier seuillage de cette technique (Otsu1), on obtient l'avant plan initial et arrière-plan avec la couleur du fond originale. Et par la deuxième seuillage (Otsu2) on obtient l'avant plan intermédiaire. La première partie a fourni une image de référence, qui a été traitée par la méthode proposée OWT SURE-LET JBF.

Dans la deuxième partie nous avons appliqué l'algorithme de classification non supervisé k-means sur les distances euclidiennes entre les intensités des images par les paramètres de filtre bilatéral.

Les résultats sont largement satisfaisants, l'œil humain reste toujours le meilleur juge en traitement de documents anciens.

# **Conclusion et Perspectives**

## Conclusion et Perspectives

Dans ce travail, nous avons étudié le problème de la restauration documents anciens qui a engendré une importante littérature en traitement des images. La présence, fréquemment simultanée, d'une multitude de défauts dans le même document rend la tâche de prétraitement non triviale. Ces dégradations peuvent être dues au mauvais état de conservation du document.

Après avoir présenté l'état de l'art des méthodes de débruitage des images et restauration des documents anciens, Nous avons trouvé que il y deux résultats sont possibles, le premier étant en niveaux de gris qui permet la reproduction du contenu du manuscrit et évite d'utiliser beaucoup de couleurs en cas d'impression, nous avons opté dans le cas de suppression de bruit la méthode non biaisé. Et un deuxième résultat en couleurs et qui se veut le plus authentique à l'image manuscrite originale, nous avons utilisé la reconstruction bayésienne. Et enfin nous appliquant le filtre bilatéral à des paramètres différents pour les deux résultats.

Dans la première partie Nous avons d'appliquer des techniques statistiques en restauration d'image. Nous avons détaillé La méthode statistique telle que l'estimateur non biaisé du risque quadratique de Stein est appliqué à des décompositions d'ondelettes. On a utilisé l'Estimation SURE à base de Stein pour deux résultats : en débruitage d'image infecté par un bruit AWGN (additive white Gaussian noise) et en restauration d'image des documents anciens à niveaux de gris, On a utilisé les techniques de binarisations des d'images, notamment la méthode d'Otsu a deux-seuils. Et en suit reconstruire les données originales par le calcul de la transformée d'ondelettes inverse.

Dans la deuxième partie, nous avons appliqué la transformée en ondelettes sur les données bruitées pour estimer les coefficients nous utilisons l'estimateur bayésien dans un cadre de maximum a posteriori (MAP) en introduisant l'information dans le voisinage des pixels, nous remplaçons chaque pixel par une somme pondérée des valeurs des pixels situés dans son voisinage. Pour estimer cette dernière, nous utilisons l'estimateur bayésien avec distribution bivariate non gaussien.

Nous avons ensuite proposé des structures de débruitage qui combine les algorithmes proposées et le filtrage bilatéral adaptatif à multi résolution dans les sous bandes

approximatives, Comme technique d'hybridation. L'association d'ondelette et le filtre bilatéral conduit à un prétraitement robuste. Il y a des dépendances fortes entre un coefficient et ses voisins plus proches, en introduisant l'information dans le voisinage des pixels. Et nous avons appliqué l'algorithme de classification non supervisé k-means sur les distances euclidiennes entre les intensités des images par les paramètres filtre bilatéral, déviation standard de la distribution gaussienne des poids géométriques et la déviation standard de la distribution gaussienne des poids d'intensités.

Pour valider les approches proposées, nous avons calculé les deux paramètres : l'erreur quadratique moyenne (MSE) et le rapport signal sur bruit (SNR). Bien que le troisième paramètre (l'œil humain), reste toujours le meilleur juge en traitement d'image. Nous avons vu que la qualité des images avaient une influence sur les résultats mais les résultats obtenus sont très bons ce qui renforce notre choix et notre proposition.

### Perspectives

L'étude comparative a montré la supériorité de la méthode proposée, où nous avons utilisé les estimations statistique bayésienne et le filtrage bilatéral pour l'obtention des seuils optimaux et l'application de l'algorithme hybride pour améliorer la qualité de l'image débruitée, pour cela, nous pouvons conclure que nous avons utilisé avec succès les algorithmes proposées pour l'optimisation des seuils pour chaque sous bande dans le domaine de débruitage des images. Cependant, des tests sont en cours pour optimiser davantage la procédure de débruitage proposée.

Nous souhaitons étudier l'a priori pour qui les estimateurs bayésiens peuvent être calculés analytiquement.

Les futurs objectifs de perfectionnement de notre approche consistent à automatiser le processus itératif de normalisation et enrichir la méthode de segmentation pour produire les trois classes (fond, texte, graphique) utiles à un système d'amélioration des images de documents anciens.

Enfin, le plus important, c'est que le débruitage d'images ou généralement le traitement d'images reste un domaine très ouvert qui bénéficie de toute amélioration ou idée proposée, et cela nous laisse penser que le travail que nous avons effectué reste ouvert à d'éventuelles améliorations.

## Références

- [1] A. Grossmann and J. Morlet. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM J. Math. Anal.*, 15(4) :723–736, 1984.
- [2] P. Lemarié and Y. Meyer. Ondelettes et bases hilbertiennes. *Rev. Mat. Iberoamericana*, 2 :1–18, 1986.
- [3] G. Battle. A block spin construction of ondelettes, Part I : Lemarié functions. *Communications on Mathematical Physics*, 110 :601, 1987.
- [4] S. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(7) :674–693, July 1989.
- [5] I. Daubechies. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(5) :961–1005, 1990.
- [6] Y. Meyer. *Ondelettes et Opérateurs*, I : Ondelettes, II : Opérateurs de Calderón-Zygmund, III : (with R. Coifman), Opérateurs multilinéaires. English translation of first volume is published by Cambridge University Press. Hermann, Paris, 1990.
- [7] O. Rioul and M. Vetterli. Wavelet and signal processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 8(4) :14–38, october 1991.
- [8] A. Cohen, I. Daubechies, and J. Feauveau. Bi-orthogonal bases of compactly supported wavelets. *Comm. Pure and Appl. Math.*, 45 :485–560, 1992.
- [9] A. Gouze. Schéma lifting quinconce pour la compression d’images. PhD thesis, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2002.
- [10] C. Parisot. Allocation basée modèles et transformée en ondelettes au fil de l’eau pour le codage d’images et de vidéos. PhD thesis, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2003.
- [11] Donoho, D.L., and Johnstone, I.M. (1994). “Minimax risk over  $l_p$ -balls for  $l_q$ -error. *Probab*”. *Theory Related Fields*, 99(2), 277-303. 1994.
- [12] Donoho, D.L., and Johnstone, I.M. (1995). “Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage”. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 90(432), 1200-1224.1995.
- [13] Gao, H. Y. & Bruce, A. G. (1997). Waveshrink with firm skrinkage. *Static. Sinica*, 7, 855–874.

- [14] Gao, H. Y. (1998). Wavelet shrinkage denoising using the non-negative garrote. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 7(4), 469–488.
- [15] Vidakovic, B. (1999). *Statistical Modeling by Wavelets*. New York : John Wiley & Sons.
- [16] Antoniadis, A., Bigot, J., & Sapatinas, T. (2001). Wavelet estimators in nonparametric regression: A comparative simulation study. *Journal of Statistical Software*, 6(6), 1–83.
- [17] Donoho, D., Johnstone, I., Kerkyacharian, G. et Picard, D. (1995). Wavelet shrinkage : Asymptopia ? *Journal of the Royal Statistics Society, Series B*, 57:301–369.
- [18] S. Grace Chang, Bin Yu and M. Vetterli, “Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression”, *IEEE Trans. Image Processing*, Vol. 9, pp. 1532-1546, Sept. 2000.
- [19] S. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(7) :674–693, July 1989.
- [20] Meyer Y., (1986) *Ondelettes et fonctions splines, sem. Equations aux dérivés partielles*, Ecole Polytechnique, Paris, France.
- [21] Schröder P., Sweldens W., (1995) *Spherical wavelets : Efficiently representing functions on the sphere*. SIGGRAPH’95 Conf. Proc. pp.161-172.
- [22] Mallat, S. (2009). *A wavelet tour of signal processing : the sparse way*. Elsevier/Academic Press (with contributions form Gabriel Peyré).
- [23] Portilla, J., Strela, V., Wainwright, M. et Simoncelli, E. (2003). Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain. *IEEE Trans. Image Process.*, 12(11):1338\_1351.
- [24] Aharon, M., Elad, M. et Bruckstein, A. (2006). K-SVD : An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation. *IEEE Trans. Signal Process.*, 54(11):4311\_4322.
- [25] Mairal, J., Bach, F., Ponce, J., Sapiro, G. et Zisserman, A. (2009). Nonlocal sparse models for image restoration. *International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pages 2272\_2279.
- [26] D. Gnanadurai and V. Sadasivam, 2005. “Undecimated wavelet based speckle reduction for SAR images” . *Pattern Recognition Letters* 26(6), 793–800.
- [27] A. Khare, M. Khare, Y. Jeong, H. Kim, and M. Jeon, 2010. “Despeckling of medical ultrasound images using Daubechies complex wavelet transform” . *Signal Processing* 90, 428–439.

- [28] V. AURICH and J. WEULE, “Non-linear Gaussian filters are performing edge preserving diffusion”, in Proceedings of the DAGM Symposium, pp. 538–545, 1995.
- [29] M. SMITH and J. M. BRADY, “SUSAN — A new approach to low level image processing” , International Journal of Computer Vision, vol. 23, no. 1, pp. 45–78, May 1997.
- [30] C. Tomasi and R. Manduchi. “Bilateral filtering for gray and color images”. In Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, pages 839-846, 1998.
- [31] C. LIU, W. T. FREEMAN, R. SZELISKI, and S. KANG, “Noise estimation from a single image,” in Proceedings of the Conference on IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, volume 1, pp. 901–908, 2006.
- [32] Oh, B.M., Chen, M., Dorsey, J., Durand, F.: “Image-based modeling and photo editing”. In: Proc. of SIGGRAPH conference, ACM,2001
- [33] F. DURAND and J. DORSEY, “Fast bilateral filtering for the display of high dynamic-range images,” ACM Transactions on Graphics, vol. 21, no. 3, pp. 257– 266, Proceedings of the ACM SIGGRAPH conference, 2002.
- [34] Eisemann, E., Durand, F.: “Flash photography enhancement via intrinsic relighting”. ACM Trans. on Graphics 23. Proc. of SIGGRAPH conference, 2004
- [35] G. Petschnigg et al., “Digital photography with flash and no-flash image pairs,” in Proc. SIGGRAPH, pp. 664–672, 2004
- [36] Wong, W.C.K., Chung, A.C.S., Yu, S.C.H.: “Trilateral filtering for biomedical images”. In: Proc. of International Symposium on Biomedical Imaging, IEEE,2004
- [37] JAMES, W., STEIN, C. "Estimation with quadratic loss". *Proc. Fourth Berkeley Symp. Math. Statist. Prob.*, 1:311–319. 117 , 1961
- [38] BOCK, M. E. “Minimax estimators of the mean of a multivariate distribution”. *Annals of Statistics*, 3(1):209–218. 117, 1975
- [39] Stein, C. “Estimation of the mean of a multivariate normal distribution”. *Ann. Statist.* 9, 1135–1151, 1981.
- [40] LUISIER, F., BLU, T. “SURE-LET multichannel image denoising : interscale orthonormal wavelet thresholding”. *IEEE Trans. on Image Proc.* 118, 147,2007
- [41] BENAZZA-BENYAHIA, A., PESQUET, J.-C. “Building robust wavelet estimators for multicomponent images using Stein’s principle”. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 14(11):1814–1830. 118,2005

- [42] CHAUX, C., DUVAL, L., BENAZZA-BENYAHIA, A., PESQUET, J.-C. A “nonlinear Stein based estimator for multichannel image denoising”. *IEEE Trans. on Signal Proc.* To be published. 118, 120,2008
- [43] COMBETTES, P., PESQUET, J.-C. “Constraint construction in convex set theoretic signal recovery via Stein’s principle”. In *Proc. Int. Conf. on Acoust., Speech and Sig. Proc.*, vol. 2, pages 813–816, Montréal, Canada. 118, 2004
- [44] A. Masse, S. Lefevre, R. Binet, S. Artigues, P. Lassalle, G. Blanchet, and S. Baillarin. Fast and accurate denoising method applied to very high resolution optical remote sensing images. In *Proc. SPIE. 10427, Image and Signal Processing for Remote Sensing XXIII*, volume 10427, page 20, Warsaw, Poland, 2017.
- [45] M. Lebrun, A. Buades, and J. M. Morel. A Nonlocal Bayesian Image Denoising Algorithm. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 6(3) :1665–1688, 2013.
- [46] A. Buades, B. Coll, and J. M. Morel. A Review of Image Denoising Algorithms, with a New One. *Multiscale Modeling & Simulation*, 4(2) :490–530, 2005.
- [47] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik, and K. Egiazarian. Image Denoising by Sparse 3-D Transform-Domain Collaborative Filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(8) :2080–2095, August 2007.
- [48] A. Masse, S. Lefèvre, R. Binet, S. Artigues, G. Blanchet, and S. Baillarin. Denoising very high resolution optical remote sensing images : Application and optimization of nonlocal bayes method. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 11(3) :691–700, March 2018.
- [49] W.D. Fisher, —On grouping for maximum homogeneity, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 53, No. 284, pp. 789-798, 1958.
- [50] W. Doyle, —Operation useful for similarity-invariant pattern recognition, *Journal of the Association for Computing Machinery (JACM)*, vol. 9, No. 2, pp. 259-267, 1962.
- [51] J.M.S. Prewitt, M.L. Mendelsohn, —The analysis of cell images, *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 128, No. 3, pp. 1035-1053, 1966.
- [52] G.W. Zack, W.E. Rogers, S.A. Latt, —Automatic measurement of sister chromatid exchange frequency, *Journal of Histochemistry and Cytochemistry*, vol. 25, No. 7, pp. 741–753, 1977.
- [53] T. Pun, —A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram, *Signal Processing*, vol. 2, No. 3, pp. 223-237, 1980.
- [54] F.R.D. Velasco, —Thresholding using the isodata clustering algorithm, *IEEE Transaction on System, Man and Cybernetics*, vol. 10, pp. 771–774, 1980.

- [55] J.N. Kapur, P.K. Sahoo, A.K.C. Wong, —A New method for gray-level picture threshold using the entropy of the histogram, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol.29, No. 3, 1985.
- [56] W.H. Tsai, —Moment-preserving thresholding: A new approach, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 29, No. 3, pp. 377-393, 1985.
- [57] J. Kittler, J. Illingworth, —Minimum error thresholding, *Pattern Recognition*, vol. 19, No. 1, pp. 41-47, 1986.
- [58] N. Otsu, —A threshold selection method from gray-level histograms, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 9, No. 1, pp. 62–66, 1979.
- [59] J.N. Kapur, P.K. Sahoo, A.K.C. Wong, —A New method for gray-level picture threshold using the entropy of the histogram, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol.29, No. 3, 1985.
- [60] A.S. Abutaleb, —Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimensional entropy, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 47, No. 1, pp. 22–32, 1989.
- [61] M.R. Gupta, N.P. Jacobson, E.K. Garcia, —OCR binarization and image pre-processing for searching historical documents, *Pattern Recognition*, vol. 40, No. 2, pp. 389–397, 2007.
- [62] A.O. Boudraa, E.H.S. Diop, F. Salzenstein, A. Bouchikhi, —Seuillage d'images basé sur l'opérateur de Teager-Kaiser, *Proceedings of the 21ème Colloque du Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, pp. 885-888, Troyes, 2007.
- [63] Y. Xiao, Z.G. Cao, T.X. Zhang, —Entropic thresholding based on gray-level spatial correlation histogram, *Proceeding 19th International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, pp. 1-4, December 2008.
- [64] E. Giuliano, O. Paitra, L. Stringer, —Electronic character reading system, *U.S. Patent*, No. 4.042.15, 1977.
- [65] J.M. White, G.D. Rohrer, —Image Thresholding for Optical Character Recognition and Other Applications Requiring Character Image Extraction, *IBM Journal of Research and Development*, vol. 27, No. 4, pp. 400 – 411, July 1983.
- [66] W. Niblack, —An Introduction to Digital Image Processing, *Prentice Hall*, pp. 115-116, 1986.
- [67] T.R. Singh, S. Roy, O.I. Singh, T. Sinam, K. Singh, —A New Local Adaptive Thresholding Technique in Binarization, *International Journal of Computer Science Issues (IJCSI)*, vol. 8, No.2, pp.271-277, November 2011.

- [68] X. Peng, H. Cao, K. Subramanian, R. Prasad, P. Natarajan, —Information Extraction from Historical Semi-Structured Handwritten Documents, *Proceedings of the 12th Annual workshop on Family History Technology*, pp. 20-24, 2012.
- [69] KRICHA A., ESSOUKRI BEN AMARA N., Segmentation fond/texte des documents anciens, GEI, 2006.
- [70] F. Drira, —Contribution à la Restauration des Images de Documents Anciens, *Thèse de doctorat*, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 14/12/2007.
- [71] R. F. Moghaddam. An adaptive and parameterless generalization of Otsu's method for document image binarization. *Pattern Recognition*, vol. 45, n°6 , p. 2419-2431, 2012.
- [72] R.F. Moghaddam, M. Cheriet, —Word-spotting in historical document images, *Proceedings of the International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR)*, pp 511-515, 2009.
- [73] C. L. Tan. Restoration of archival documents using a wavelet technique . *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* , vol. 24, n°10, p. 1399–1404, 2002.
- [74] A. I. Tonazzini. Multichannel Blind Separation and Deconvolution of Images for Document Analysis. p. 912 -925, april 2010.
- [75] F. a. Su. Bayesian Separation of Document Images with Hidden Markov Model. 2nd International Conference on Computer Vision Theory and Applications. Barcelona, 2007.
- [76] F. Drira, —Contribution à la Restauration des Images de Documents Anciens, *Thèse de doctorat*, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 14/12/2007.
- [77] C. Wolf, —Document Ink bleed-through removal with two hidden Markov random fields and a single observation field, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 32, No. 3, pp. 431-447, 2010.
- [78] Y. Leydier, F.L. Bourgeois, H. Emptoz, —Serialized k-Means for Adaptive Color Image Segmentation Application to Document Images and Others, *Document Analysis Systems VI*, Springer Berlin Heidelberg, pp. 252-263, 2004.
- [79] A. Tonazzini, L. Bedini, E. Salerno, —Independent Component Analysis for Document Restoration, *International Journal on Document Analysis and Recognition (IJ DAR)*, vol. 7, No. 1, pp. 17-27, 2004.
- [80] Moghaddam, R. F.-H. (2009). A Unified Framework Based on the Level Set Approach for Segmentation of Unconstrained Double-Sided Document Images Suffering from Bleed-Through. *ICDAR* . , p. 441-445.

- [81] Alajlan, Naif. "A novel recursive algorithm for detail-preserving impulse noise removal". *J. King Saud Univ. – Comput. Inf. Sci.* 22, 37–44, 2010.
- [82] Hedjam, Rachid, Cheriet, Mohamed. "Historical document image restoration using multispectral imaging system". *Pattern Recogn.* 46 (8), 2297–2312, 2013.
- [83] Huang, Zhi-Kai, Li, Zhi-Hong, Huang, Han, Li, Zhi-Biao, Hou, Ling- Ying. "Comparison of different image denoising algorithms for Chinese calligraphy images". *Neurocomputing* 188 (5), 102–112, 2016.
- [84] Gao, H. Y. & Bruce, A. G. (1997). *Waveshrink with firm shrinkage*. *Static. Sinica*, 7, 855–874.
- [85] L. BOUBCHIR "Approches bayésiennes pour le débruitage des images dans le domaine des transformées multi-échelles parcimonieuses orientées et non orientées". These de DOCTORAT de l'UNIVERSITE de CAEN/BASSE-NORMANDIE. 2006.
- [86] LUISIER, F., BLU, T. (2007). SURE-LET multichannel image denoising : interscale orthonormal wavelet thresholding. *IEEE Trans. on Image Proc.* 118, 147.
- [87] X.-P. Zhang, « Thresholding neural network for adaptive noise reduction », *IEEE Trans. Neural Networks* 12 (3) (2001) 567–584.
- [88] Geman, S. & Geman, D. (1984), 'Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images', *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell.* 6(6), 721–741.
- [89] Geman, D, Geman, S, Graffigne, C. & Dong, P. (1990), 'Boundary detection by constrained optimization', *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell.* 12(7), 609–628.
- [90] Winkler, G. (1995), *Image analysis, random fields and dynamic Monte Carlo methods*, Springer.
- [91] Chalmond, B. (2000), *Éléments de modélisation pour l'analyse d'images*, Vol.33 of *Mathématiques et Applications*, Springer.
- [92] Hurn, M. A., Husby, O. & Rue, H. (2003), A tutorial on image analysis, in J. Moller, ed., 'Spatial Statistics and Computational Methods', Vol. 173 of *Lecture Notes in Statist.*, Springer Verlag, Berlin, pp. 87–141.
- [93] Descombes, X. (2004), *Methodes stochastiques en analyse d'image : des champs de Markov aux processus ponctuels marques*, Habilitation a diriger des recherches, Université de Nice Sophia Antipolis.
- [94] Besag, J. (1974), 'Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems', *J. Royal Statist. Soc., Series B* (36), 192–236.

- [95] Besag, J. (1986), ‘On the statistical analysis of dirty pictures’ (with discussions), J. Royal Statist. Soc., Series B (48), 259–302.
- [96] A. Lopes, E. Nezry, R. Touzi, and H. Laur. 1993, “Structure detection and statistical adaptive speckle filtering in SAR images. International Journal of Remote Sensing 14(9), 1735–1758.
- [97] L. Sendur and I. W. Selesnick, “A bivariate shrinkage function for wavelet based denoising,” in IEEE ICASSP, 2002.
- [98] Kaibiche, K., Saadi, S., Chikouche, D., Messali, Z., Restoration of Stained Old Manuscripts via a Hybrid Wavelet and Bilateral Filtering System, Journal of King Saud University- Computer and Information Sciences, 2016.
- [99] S. Paris and F. Durand. A “fast approximation of the bilateral filter using a signal processing approach”. In European Conference on Computer Vision 2006, pages IV : 568-580, 2006.
- [100] L. P. YAROSLAVSKY, “Digital Picture Processing”. An Introduction. Springer Verlag, 1985.
- [101] V. AURICH and J. WEULE, “Non-linear Gaussian filters are performing edge preserving diffusion”, in Proceedings of the DAGM Symposium, pp. 538–545, 1995.
- [102] M. SMITH and J. M. BRADY, “SUSAN — A new approach to low level image processing” , International Journal of Computer Vision, vol. 23, no. 1, pp. 45–78, May 1997.
- [103] I. Pratikakis, B. Gatos, K. Ntirogiannis —H-DIBCO 2010 - Handwritten Document Image Binarization Competition, *Proceedings of the International Conference on Frontiers in Handwriting Recognition (ICFHR)*, pp. 727-732, Kolkata - India, November 2010.
- [104] B. Gatos, K. Ntirogiannis, I. Pratikakis, —ICDAR 2009 Document Image Binarization Contest (DIBCO 2009), *Proceedings of the International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR)*, pp. 1375-1382, 2011.
- [105] M. Sezgin, B. Sankur, —Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation, *Journal of Electronic Imaging*, vol. 13, No. 1, pp. 146–165, 2004.
- [106] A. Kefali, T. Sari, M. Sellami, —Evaluation de plusieurs techniques de seuillage d’images de documents arabes anciens, *Proceedings of the 5ème Symposium*

*International Images Multimédias Applications Graphiques et Environnements (IMAGE)*, pp.123-134, Biskra-Algeria, 2009.

- [107] S. Ray and R.H. Turi, “Determination of Number of Clusters in K-means Clustering and Application in Color Image Segmentation”, In Proc. of the 4th Intern. Conf. on Advances in Pattern Recognition and Digital Techniques, India, 1999.
- [108] Halkidi, M., Batistakis, Y., & Vazirgiannis, M. (2001). On clustering validation techniques. *Journal of Intelligent Information Systems*, 17(2-3), 107-145.
- [109] Wang, W., & Zhang, Y. (2007). On fuzzy cluster validity indices. *Fuzzy sets and systems*, 158(19), 2095-2117.
- [110] Dave, R. N., (1996). Validating Fuzzy Partitions Obtained Through c-Shell Clustering, *Pattern Recognition Letters*, vol. 17, pp. 613–623.
- [111] Chen, G., Jaradat, S. A., Banerjee, N., Tanaka, T. S., Ko, M. S., & Zhang, M. Q. (2002). Evaluation and comparison of clustering algorithms in analyzing ES cell gene expression data. *Statistica Sinica*, 12(1), 241-262.
- [112] Dimitriadou, E., Dolničar, S., & Weingessel, A. (2002). An examination of indexes for determining the number of clusters in binary data sets. *Psychometrika*, 67(1), 137-159.
- [113] Grana C., Borghesani D., Cucchiara R., « Automatic segmentation of digitalized historical manuscripts », *Multimedia Tools and Applications*, vol. 55, no 3, p. 483-506, 2011.
- [114] Ouji A., Leydier Y., Bourgeois F. L., « Chromatic / achromatic separation in noisy document images », *International Conference on Document Analysis and Recognition*, IEEE, p. 167- 171, 2011.
- [115] Mehri M., Gomez-Krämer P., Héroux P., Mullot R., « Old document image segmentation using the autocorrelation function and multiresolution analysis », *DRR*, 2013b.
- [116] Guérif, S. (2006). Réduction de dimension en apprentissage numérique non supervisé. *Doctoral dissertation, Université Paris, 13*.
- [117] Barash, D. (2002), ‘A fundamental relationship between bilateral filtering, adaptive smoothing, and the nonlinear diffusion equation’, *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell.* 24(6), 844–847.



# Annexe

## A. Transformée en ondelettes

La Transformée en ondelettes TO, est construite comme une transformée qui « projette » un signal sur une famille de fonctions qui sont de "petites ondes" car leur support est limité, contrairement à la transformée de Fourier ou de Gabor. Les coefficients qui résultent de cette projection, représentent le degré de similitude cette petite onde que l'on translate le long du signal et que l'on dilate. Pour chaque valeur de translation et pour chaque valeur de dilatation (ou « échelle ») on crée un nouveau jeu de coefficients.

### A.1 Transformée en ondelettes continue (CWT) Continuous Wavelet Transform

On définit la transformée en ondelettes continue par la formule suivant

$$wf(a,b) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \Psi_{a,b}^*(t) dt \quad (\text{A.1})$$

L'étoile «\*» représente le complexe conjugué. La famille d'ondelettes est générée à partir de la dilatation de a et de la translation de b d'une ondelette mère  $\Psi(t)$  :

$$\Psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{b}} \Psi\left(\frac{t-a}{b}\right) \quad (\text{A.2})$$

Les équations (A.1) et (A.2) donnent

$$wf(a,b) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \frac{1}{\sqrt{b}} \Psi^*\left(\frac{t-a}{b}\right) dt \quad (\text{A.3})$$

Avec :

$wf(a,b)$  est le coefficient d'ondelettes de la fonction  $f(t)$

$\Psi^*$  est le complexe conjugué de l'ondelette analysante  $\Psi$

$a$  est le facteur d'échelle ou de dilatation

$b$  est un paramètre de translation

$\frac{1}{\sqrt{b}}$  est un coefficient de normalisation.

A une échelle donnée, la Transformée en ondelette est considérée comme un filtre, le filtre se dilate en fonction de l'échelle d'analyse

## A.2 Transformée en ondelettes discrète (DWT) *Discret Wavelet Transform*

La transformée en ondelettes continue est très redondante. Afin d'appliquer efficacement la transformée en ondelettes aux signaux discrets, il convient de discrétiser les coefficients de dilatation 'a' et de translation 'b'.

Morlet a proposé de construire des bases ou des frames de fonctions construits sur le modèle suivant

$$f_{t_0, \Delta t}(t) = \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} f\left(\frac{t - t_0}{\Delta t}\right) \quad (\text{A.4})$$

Avec  $\Delta t$  la largeur spatiale des fonctions  $f$  et les paramètres de translation sont proportionnels à  $\Delta t$ ,  $\Delta t = b^j$  et  $t_0 = k\Delta t$ , couramment dans la décomposition on choisit des facteurs d'échelle formés de puissance de deux (décomposition dyadique).

Les fonctions de bases dilatées sont données par les relations  $\Psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \Psi(2^{-j}t - k)$ . L'ondelette de base doit être écrite comme convolution infinie de filtres discrets. Plus exactement, soit un couple de filtres discrets  $(m_0, m_1)$  :

$$k \mapsto m_0[k], \quad k \mapsto m_1[k] \quad k \in \mathbb{Z}$$

On suppose qu'il existe une fonction d'échelle  $\phi$  et une ondelette  $\Psi$  telles que

$$\hat{\phi}(w) = \prod_{k=1}^{+\infty} m_0\left(\frac{w}{2^k}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{\Psi}(w) = m_1\left(\frac{w}{2}\right) \hat{\phi}\left(\frac{w}{2}\right) \quad (\text{A.6})$$

Sous certaines conditions sur  $m_0$  et  $m_1$ , la famille  $(\Psi_{j,k})$  est une base orthogonale, et la décomposition en ondelettes d'une fonction échantillonnée peut être effectuée par un algorithme rapide constitué d'une cascade de filtrages et de sous-échantillonnages. Cette approche réduit considérablement la complexité de la construction d'une ondelette. Au lieu de choisir une fonction, on choisit l'ensemble discret (et en général fini) des coefficients des deux filtres.

### A.3 La transformée en ondelette liée à l'analyse multirésolution

L'analyse multirésolution d'un signal permis de construire une base (orthonormée) d'ondelettes consiste en fait à représenter un signal comme une limite de ses approximations successives. L'analyse en multirésolution est donc une suite croissante de sous-espaces linéaires  $(V_j)_{(j \in \mathbb{Z})}$  de  $L^2(\mathbb{R})$ ,  $L^2(\mathbb{R})$  est l'espace vectoriel des fonctions mesurables de carré intégrable, ayant les propriétés suivantes :

-Emboîtement des sous-espaces  $\dots \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset \dots \subset V_{j+1} \subset V_j \subset \dots$

-Densité de l'espace engendré  $\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{R}} V_j} = L^2(\mathbb{R})$ , autrement dit, si  $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ , sa projection  $\bar{f}_j(x)$  dans  $V_j$  tend vers  $f(x)$  lorsque  $j \rightarrow +\infty$

-Racine de l'analyse nulle  $\bigcap_{j \in \mathbb{R}} V_j = \{0\}$ . La projection  $\bar{f}_j(x)$  de toute fonction  $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$  converge vers la fonction constante nulle lorsque  $j \rightarrow -\infty$

-Pour le passage de sous-espaces à l'autres, on utilisé le facteur 2. Dans ce cas est dit l'analyse de multirésolution est dyadique dans  $L^2(\mathbb{R})$ . Le changement d'échelle d'un sous-espace emboîté à l'autre par exemple l'espace  $V_{j+1}$  contient des signaux plus grossiers que l'espace  $V_j$ , donc

$$f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2^{-1}x) \in V_{j+1} \quad (\text{A.7})$$

et si

$$f(x) \in V_0 \Leftrightarrow f(x-k) \in V_0 \quad (\text{A.8})$$

Cette équation montre que si on translate d'un pas entier, on reste dans le même espace.

La Figure A.1 montre le principe de multirésolution. On peut démontrer qu'il existe une fonction d'échelle  $\phi(t) \in L^2(\mathbb{R})$  qui engendre par dilatation et translation une base orthonormée de  $V_{j+1}$  et une fonction d'ondelettes une base orthonormée de  $W_{j+1}$ . Les espaces obtenus ne sont pas quelconques, ils possèdent des propriétés intéressantes. Par construction, les espaces d'approximation  $V_{j+1}$  et de détails  $W_{j+1}$  sont complémentaires  $V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}$ . De plus, si les bases sont orthogonales, ils sont orthogonaux  $V_{j+1} \perp W_{j+1}$ .

### Algorithme de Mallat

Cet algorithme travaille par filtrage de l'image suivant les lignes puis les colonnes par deux filtres,  $\tilde{g}$  passe-haut et  $\tilde{h}$  passe-bas.  $\tilde{h}$  va permettre de repérer les basses fréquences dans l'image (l'approximation) et  $\tilde{g}$  les hautes fréquences (les détails).  $\tilde{h}$  et  $\tilde{g}$  sont construits à partir des fonctions  $\psi$  et  $\phi$ . La Figure A.1 présente l'algorithme de Mallat. La reconstruction des signaux analysés est effectuée à l'aide d'un banc de filtres  $h$  et  $g$  qui sont les filtres conjugués de  $\tilde{h}$  et  $\tilde{g}$ . En fonction de l'ondelette et du type de base (orthogonale ou bi-orthogonale) choisis pour l'analyse, les filtres d'analyse et de synthèse peuvent être de même taille, symétrique ou bien de taille différente, non symétriques.

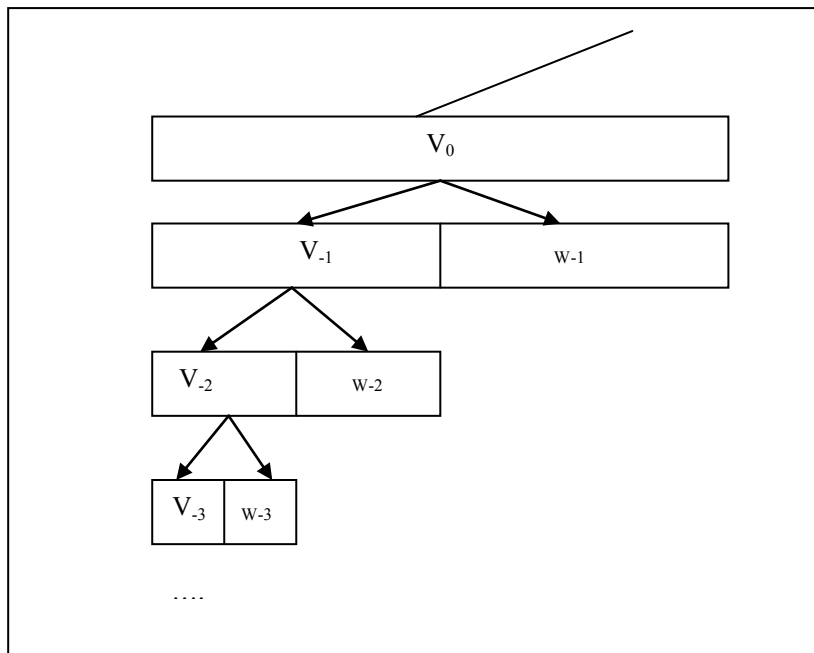


Fig. A.1. Principe d'analyse multirésolution

## Résumé

Dans le domaine du traitement d'images, Le filtrage non-linéaire est très utilisé pour éliminer le bruit sur une image. L'avantage de ce filtre réside dans le fait qu'il conserve les contours alors que les autres types de filtres ont tendance à les adoucir. Dans ce travail, nous proposons des nouvelles méthodes de débruitage pour récupérer une image de bonne qualité, proche de l'image originale, à partir d'une image bruitée par l'utilisation de la transformée en ondelettes et le filtrage non linéaire bilatéral et nous nous intéressons aux difficultés liés aux méthodes de traitements de documents anciens. Dans un premier lieu, nous proposons une approche non linéaire tout en démontrons son efficacité d'augmenter le contraste entre le texte et le fond et la suppression du bruit. La présence, souvent simultanée, de plusieurs défauts dans le même document rend la tâche de prétraitement non triviale. Le défaut est souvent considéré de manière isolée sans tenir compte de son contexte. La technique proposée pour cela est composée de deux parties, la première partie consiste à séparer avant- plan /arrière-plan en utilisant la méthode OTSU a deux-seuils, dans la deuxième partie on utilise une méthode de seuillage basées sur le regroupement des niveaux de gris et puis récupérer les images par notre méthode. Dans le deuxième lieu, nous appliquons l'algorithme non supervisé K-means sur les distances euclidiennes entre l'intensité de paramètre de filtre bilatéral optimale et les intensités des pixels de l'image.

**Mots-Clés :** débruitage, transformées multi-échelles, ondelettes, OWT SURE-LET, estimation bayésienne, filtrage bilatéral, K-means, méthode OTSU.

## **Abstract**

In the field of image processing, Non-linear filtering is very used to eliminate noise on an image. The advantage of this filter is that it retains the contours while other types of filters tend to soften them. In this work, we propose new methods of de-noising to recover a good quality image, close to the original image, from a noisy image by using wavelets transform and bilateral non-linear filtering, and we focus on the difficulties associated with methods of processing old documents. In the first place, we propose a non-linear approach and we demonstrate its efficiency in increasing the contrast between text and background and noise suppression. The often simultaneous occurrence of several defects in the same document makes the preprocessing task non-trivial. Defects are often found isolated, regardless of their context. The technique proposed for this is composed of two parts, the first part consists of separating foreground/background using the OTSU method has two thresholds, the second part uses a method of threshold based on grouping of gray levels and then retrieves images by our method. In the second place, we apply the unsupervised K-means algorithm over the Euclidean distances between the optimal bilateral filter parameter intensity and the pixel intensities of the image.

**Keywords:** denoising, multiscale transforms, wavelets, OWT SURE-LET, bayesian estimation, bilatéral filtering, K-means, OTSU method.