الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد بوضياف – المسيلة –

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم الفلسفة

الموضوع

القيمة الابستمولوجية للمنهاج الأكسيومي في الفكر المعاصر "روبير بلانشي أنموذجا"

مذكرة مكمّلة لنيل شهادة الماستر في الفلسفة

مذكرة مكمّلة لنيل شهادة الماستر في الفلسفة

إعداد الطالبة:

– بلقليل سكينة

إشراف الأستاذ:

– أحمد حسن

السنة الجامعية: 2020 -2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة محمد بوضياف بالمسيلة

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم : الفلسفة

المرجع: القرار الوزاري رقم 933 المؤرخ في 28 جويلية 2016 المحدد للقواعد المتعلقة بالوقاية من السرقات العلمية ومكافحتها

تصريح شرفي

خاص بالالتزام بقواعد النزاهة العلمية لانجاز البحث

أنا الممضي أدناه،

السيد(ة) بلخليل سكينة

الصفة: طالب، أستاذ باحث، باحث دائم طالبة دكتوراه

الحامل لبطاقة التعريف الوطنية رقم: 698872

الصادرة بتاريخ 2013/08/27 عن دائرة/ بلدية أولاد دراج ولاية المسيلة

المسجل(ة) بكلية العلوم الإنسانية والاجتماعية قسم : الفلسفة

والمكلف بانجاز أعمال بحث (مذكرة ماستر، مذكرة ماجيستير، أطروحة دكتوراه) الموسومة بـ :

القيمة الاستعمالية للمنتج الكتسب ما بين الفرد والمؤسسة

دراسة ميدانية لمؤسسة أنموذجا

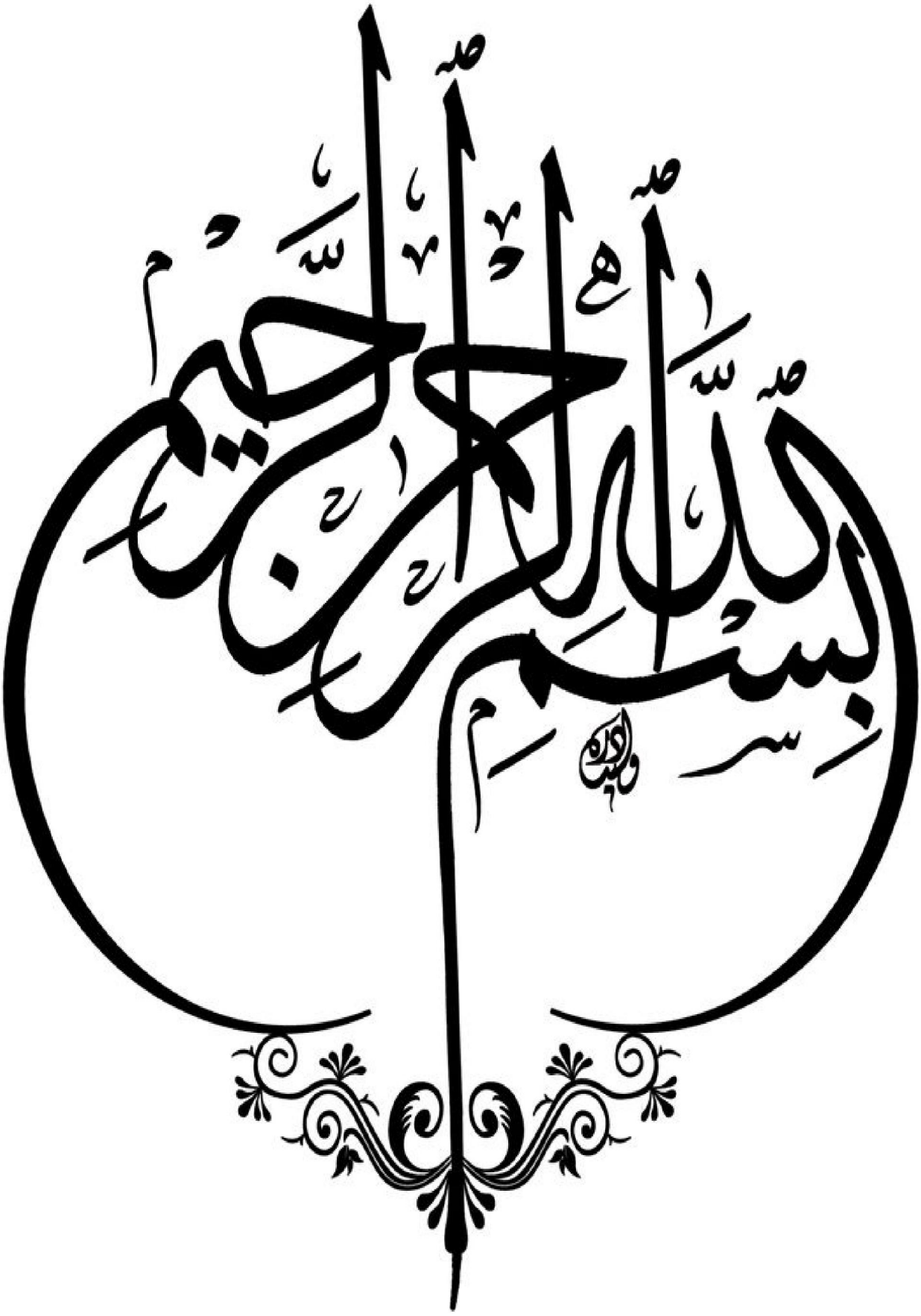
أصرح بشرفي أني ألتزم بمراعاة المعايير العلمية والمنهجية ومعايير الأخلاقيات المهنية والنزاهة الأكاديمية المطلوبة في إنجاز البحث المذكور أعلاه.

التاريخ 24 سبتمبر 2021

بلخليل

عن رئيس المجلس الشعبي البلدي

ومفوض منه ضابطا


بسم الله الرحمن الرحيم

شكر وتقدير

مصداقا لقول الرسول صلى الله عليه وسلم "من لم يشكل الناس لم يشكر الله"

أحمد الله حمدا كثيرا وأثني عليه وأرفع شكري إليه على توفيقه في إتمام هذا العمل الذي تتمنى أن يكون بدرة عمل مثمرة في المستقبل وأن يكون منارة في دروب طالب العلم والمعرفة.

أتوجه بالثناء والشكر الجزيل والعرفان الجميل لكل من علمني حرف في حياتي أتقدم بالشكر الجزيل وأنبل الكلمات والتقدير إلى أستاذي الفاضل "أحمد حسن" الذي تتبع هذا العمل خطوة بخطوة وشجعنا على الاستمرار في هذا العمل وبفضل نصائحه وتوجيهاته وإرشاداته المستمرة التي ساهمت في إثراء هذا البحث.

وإلى كل من ساهم ومد العون لي في إنجاز هذا العمل، كما أتقدم بالشكر إلى أساتذة وطلبة قسم الفلسفة بالمسيلة.

إهـــــــداء

أهدي هذا العمل المتواضع إلى كل من يعرفني من قريب أو بعيد .

أخص بالذكر إلى عائلتي الغالية بدء بالقلب الحنون أمي والحبيب الغالي أبي ، وإلى سندي

في هذه الحياة إخوتي وأخواتي وإلى كتاكيت الصغار: عبد الرحمن ، شيماء ، إدريس، زكريا ، أنفال،

روفيد ماريا .

وإلى صديقات دربي : مروى ، بشرى ، سمية، لبنى ، نور الهدى .

كما لا يفوتني أن أهدي هذا العمل إلى توأم روحي وأجمل أنيس: عامر

مقدمـــــة

مقدمة:

إن ظهور الرياضيات وتطورها عبر العصور جاءت لخدمة وتلبية حاجيات الانسان الضرورية على غرار القيام بعمليات الحساب، خاصة في الأعمال التجارية واستخدامها في قياس الكميات والأحجام وحساب المساحات واستعمالها في عملية التنبؤ بالأحداث الفلكية، وهذا دليل على ارتباط الرياضيات بنشاط الانسان اليومي وواقعه العملي وغيرها من الاستخدامات الأخرى.

ولقد عرفت الرياضيات تطورات مختلفة عبر العصور، إذ بلغت قمة النضج مع الفكر اليوناني بالأخص الرياضي اليوناني إقليدس التي لازالت اسهاماته معتمدة لدى الرياضيين مدة طويلة عرفت بالهندسة الاقليدية، مع اليونانيين أصبحت الرياضيات تجريدية.

حيث أخذت طابع مغاير لما كانت عليه سابقا في الحضارات الشرقية القديمة حينما كانت تتسم بأنها عملية.

إن الرياضيات كانت ولا تزال العلم المثالي لتفكير الانساني والنموذج الأكمل للمعقولية والدقة واليقين وذلك راجع إلى طبيعتها ولغتها المضبوطة من جهة وإلى صرامة منهجها من جهة أخرى.

وعلى الرغم من ذلك فقد شهدت الرياضيات جملة من الأزمات المختلفة، بداية من مسلمة التوازي لإقليدس التي أثارت الشك والريب في نفوس الرياضيين على صدقها وصحتها، أخذ بعض الرياضيين أن يبرهنوا على صحتها إلا أنهم اصطدموا بواقع مغاير لصحتها.

وهذا ما أدى إلى ظهور هندسات جديدة سميت بالهندسات اللا اقليدية مغايرة لما جاء به إقليدس مع تطور أبحاث الرياضيين في مجال الرياضيات، حيث ظهر ما يعرف بأزمة الأسس النصف الثاني من القرن التاسع عشر، والتي دفعت الرياضيين إلى ضرورة الالتفات إلى مبادئ وأسس التي يشيدون عليها صروحهم وبراهينهم.

إذا لم تعد الرياضيات بعد هذه الأزمة تعرف على أساس الكم المتصل والمنفصل، بل تغيرت وأصبحت تهتم بدراسة البنيات المختلفة، لم يعد المنهج منهجيا يقينا استنباطيا يقوم على الحدس والاستنتاج بل أصبحت تقوم على الفرض والاستنتاج، متخذة من التناسق ركيزتها الأساسية، وهذا ما يعرف بـ "الأكسيوماتيك" والتي تعتبر أحد حلول هذه الأزمة، تغيرت نظرة الرياضيات وأصبحت تقوم على المنهج أكثر من موضوع، وكذلك تغير في العلوم الأخرى لبعض المفاهيم، راجع إلى استخدام الأكسيوماتيك في العلوم الأخرى.

إن هذا التطور الذي عرفته الرياضيات و أحدث ثورة علمية و معرفية ضخمة أنتجت لنا جملة من المفاهيم والنتائج العلمية الجديدة، و هذا ما جعل في إعادة النظر في الإطار الابستمولوجي الكلاسيكي لبناء معرفة ابستمولوجية جديدة مطابقة لتحول والتغير الحاصل، وهو ما حمل لواءه مجموعة من فلاسفة العلم المعاصرين منهم "روبير بلانشي" الذي حاول من خلال تقديمه لقراءة تحليلية نقدية لتطور الرياضيات موضوعا و منهجا و إعادة قولبة المفاهيم الرياضية الأساسية و اقتحام لباقي العلوم الأخرى أن يؤسس مشروعه من خلال نقده لتطور الرياضيات، لكن الاشكال الذي يستوقفنا هنا هو: – ما هي القيمة الأبستمولوجيا للنسق الأكسيوماتيكي بالنسبة للفكر المعاصر عامة؟ وعند روبير بلانشي خاصة؟ وإلى أي حد استطاع المنهاج الأكسيوماتيكي أن يوفق في ايجاد حلول لمختلف المشكلات المعرفية والعلمية؟

تندرج تحت هذه الاشكالية العامة مجموعة من المشكلات الجزئية والاسئلة الفرعية التي تحيط بالموضوع من كل الجوانب والتي يمكن اجمالها فيما يلي:

* ما هو المنهج الأكسيوماتيكي؟ وما هي أسس هذا المنهاج؟ وأين تكمن قيمته؟

* إلى أي مدى أسهمت الأكسيوماتيك في تطور الفكر المعاصر؟

* ما هي الأسباب التي أدت إلى ظهور الهندسة اللاإقليدية؟

واستجابة لهذه الاشكالية وأسئلتها الفرعية تم اقتراح خطة من ثلاث فصول ومقدمة وخاتمة حيث إن الفصل الأول كان عنوانه: ماهية الأكسيوماتيك، وفيه تناولت تعريف الأكسيوماتيك وكذلك تطرقت إلى الهندسات الإقليدية واللا اقليدية، ثم مرورا بعد ذلك بالأثر التي تركه المنهج الأكسيومي في مختلف الفلسفات (الرياضيات، العلم، المعرفة).

أما الفصل الثاني فقد كان عنوانه المنهج الأكسيومي وخصائصه وتناولت فيه خصائص المنهج الأكسيومي وأنساقه، وكذلك أكسيوماتيك العدد مع "بيانو" وكذلك أكسيوماتيك الهندسة مع "هلبرت"، حيث كانت بدايته الفعلية مع هذا الأخير.

أما الفصل الأخير فكان بعنوان البعد الابستمولوجي للمنهج الأكسيوماتيكي وتناولت فيه فوائد وحدود المنهج الأكسيوماتيكي، وكذلك تطرقت إلى القيمة الابستمولوجية للمنهاج الأكسيومي.

وفي الأخير قدمنا خاتمة حاولنا فيها أن نقدم النتائج المستخلصة من هذه الدراسة ككل وكذا محاولة تقديم اجابات شافية لأهم الاشكالات المطروحة.

وقد اعتمدت على المنهج التحليلي من خلال شرح الأفكار التي تم عرضها، وذلك من أجل تقريب وتوضيح وتبسيط الأفكار الغامضة، وكان ذلك بطريقة موضوعية بعيدة عن الذاتية أو أحكاما مسبقة.

وما كان لهذا البحث أن يكتمل ولا لتلك الخطة أن تتم لولا اعتمادي على مجموعة من المصادر والمراجع، حيث كانت أهم المصادر التي استخدمتها لروبير بلانشي، لعل أبرزها كتابه: الأكسيوماتيك، وكذلك كانت المراجع متنوعة نذكر منها كتاب مدخل إلى فلسفة العلوم لمحمد عابد الجابري، والذي استفدت منه كثيرا.

أما عن الأسباب التي قادتني إلى اختيار الموضوع هو: الرغبة في خوض موضوع جدير بالبحث وبعيدا عن المواضيع المستهلكة من قبل لان البحوث الفلسفية تفتقر لهذا النوع من

الدراسات، وفضلا عن أهمية الموضوع فإنه يحاول أن يعرض لنا جانب مخفي في البحوث حول الأكسيوماتيك.

ومن هنا فإن أهمية البحث تتضح من خلال الكشف عن المنهج الأكسيوماتيكي وقيمته الابستمولوجية في الفكر المعاصر، وهذا بداية لقديم تصورات جديدة حول المنهج الأكسيومي وما أضافه من تطورات على مستوى الفكر.

ومما لا شك فيه أن ثمة العديد من الصعوبات التي واجهتنا أثناء البحث، إذ يمكن القول إن الأمر لم يكن سهلا لنقص الدراسات والبحوث الأكاديمية حول هذا الموضوع، وكذلك النقص في الكتب المخصصة لهذا البحث، مما شكل صعوبة في التقاط الأفكار وغموضها.

الفصل الأول

مدخل مفاهيمي

تمهيد:

تعد الرياضيات منذ القدم النموذج الأعلى للدقة واليقين والأكمل للمعقولية، وذلك راجع إلى طبيعة موضوعها وكذا إلى لغتها المضبوطة وصرامة منهجها، حيث اعتبرها ديكارت المنهج الأنسب للبحث عن الحقيقة، ومن خلالها أقام مشروعه المعرفي، وذلك انطلاقا منها محاولا الاقتداء بدقتها وبصرامة نتائجها، وقبله "أفلاطون" جعل من تعلمها شرطا أساسيا لولوج طلب الحكمة، وكذلك قال غاليلي حينما رأى الطبيعة كتاب مفتوح مكتوب برموز رياضية.

بيد أن هذا قد تغير مع تطور الأبحاث في مجال الرياضيات، وما عرفاه من أزمات مختلفة بداية من مسلمة التوازي لإقليدس التي أدخلت الشك في صفوف الرياضيين.

فالتطور الذي عرفته الرياضيات أحدث ثورة علمية ومعرفية تغيرت من خلالها مفاهيم وأفرزت نتائج علمية جديدة وإعادة النظر في الابستمولوجيا الكلاسيكية وهذا ما أدى إلى ظهور المنهج الأكسيومي بعد الأزمات والتطورات التي طرأت على الرياضيات، عرف المنهج الأكسيومي انتشار كبير وانتقل إلى علوم أخرى غير الرياضيات التي كانت بدايته الفعلية انطلاقا منها، إن تعدت إلى العلوم التجريبية.

الفصل الأول: مدخل مفاهيمي

تقتضي أدبيات دراسة أي موضوع تحديد ماهيته، وذلك بالبحث عن ارهاصاته الأولى ومن ثم تحديد مفهومه، والبحث عن متغيراته وتحديدها.

المبحث الأول: ماهية الأكسيوماتيك

المطلب الأول: نشأة المنهج الأكسيوماتيكي

شهد الفكر البشري تطورا تدريجيا في مجال العلم إلى درجة أن أصبحت جل الحقائق تتسم بالثبات والمطلقية، بل أكثر من ذلك من الصعب مخالفتها أو حتى تجاوزها، ولكن بعد ظهور مذاهب جديدة أصبح من الممكن على المفكرين تجاوز تلك الحقائق وحتى إبطالها.

فقد عرفت الرياضيات – على سبيل المثال– بداية النصف الثاني من القرن التاسع عشر تطورا كبيرا في جميع مجالاتها، فبع أن ابتعدت الهندسة عن الاعتبارات المكانية و الحدسية و العينية و تطورت بأنساقها المتعددة من مرحلة الوصف العيني القائم على الأشكال الهندسية إلى مرحلة الصياغة الصورية القائمة على علاقات منطقية خالصة، اتجهت جهود الرياضيين إلى ميدان الجبر و التحليل، و استبداله بالعدد و هذا ما عرف في تاريخ الرياضيات بحركة تحسين الرياضيات[1].

لجأ الرياضيون إلى العدد لجعله أساسا جديدا في الرياضيات بكل فروعها، وسرعان ما اصطدموا بمشكلة العدد نفسه ما هو؟ و بمشكلة تعدد اللانهايات وسلاسل الأعداد وغيرها من المشاكل التي طرأت على الرياضيات " ظهرت في عالم الرياضيات مفاهيم و كائنات لا تتفق مع الواقع التجريبي و لا يستسيغها حدسنا كالأعداد التخيلية و المركبة و الدوال المنفصلة"[2].

---

[1] صلاح محمود عثمان، الاتصال واللاتناهي بين العلم والفلسفة، منشأة المعارف، مصر، 1998، ص ص99-100.

[2] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، ط7، لبنان، 2006، ص74.

إضافة إلى ذلك مشكلة اللانهايات في مجموعة من الأعداد، وهذا الأخير بمحاولة الرياضي الألماني جورج كانتور G. Canter (1845-1918م) مكتشف اللانهاية (transfini) بحلها وذلك من خلال ما يعرف بنظرية المجموعات.

إذ أصبحت تعتمد عند الرياضيين كأساس للرياضيات، إلا أنها أدت إلى نقائض ومفارقات كثيرة زرعت الشك والاضطراب في نفوس الرياضيين، خصوصا وأن الأمر يتعلق بالأساس الجديد الذي لجأ إليه الرياضيون ليشيدوا عليه عملهم بمختلف مجالاته[1]، و هو الأمر الذي ترتب عنه نقاش حاد بين الرياضيين، وأدى إلى ظهور ما يعرف بأزمة الأسس الرياضية.

إن هذه الأزمة التي جعلت الرياضيين يلتفون بجد حول المبادئ و الأسس التي تبنى عليها استدلالاتهم و نظرياتهم المتنوعة، و من هنا قامت في أوساط الرياضيين حركة واسعة تركزت حول مراجعة مبادئ البرهان الرياضي و تقدمها، وتأكد من مدى صدقها و نوعية هذا الصدق[2].

فحركة النقد الداخلي في الرياضيات أدت إلى ظهور تلك السجالات التي قامت بين تيارات مختلفة، وذلك بإعادة صياغة بعض المشكلات المعرفية الهامة والخاصة بالمفاهيم الرياضية، طبيعة المفاهيم وعلاقاتها بالعالم الواقعي، والمحتوى العيني لمفهوم الوجود في الرياضيات [3]. وبشكل واضح ودقيق إعادة صياغة المنهج الرياضي صياغة منطقية واعية وهو ما عرف بالمنهج الأكسيومي، يرجع هذا المنهج بجذوره إلى اليونان، وبالتحديد إلى أرسطو وإقليدس، حيث يعتبر إقليدس صاحب أول نسق استنباطي في تاريخ الرضيات و الذي يتجلى في الهندسة الاقليدية، مع تطور الرياضيات أصبحت الرياضيات الآن تعتمد على المنهج الأكسيومي بشكل واسع.

---

[1] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع نفسه، ص103.

[2] محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص72.

[3] بودين روزنتال، الموسوعة الفلسفية، ترجمة سمير كرم، دار الطبعة، الطباعة والنشر، ط3، لبنان، 1981، ص 541.

إن المنهج الأكسيومي لم يوجد فجأة إذ أنه ظهر نتيجة لحركة النقد الباطني التي تناولت المسلمات التي وضعها إقليدس، بحيث أمكن بفضل هذا المذهب من وضع مسلمات جديدة، فنشأت بذلك هندسات أخرى لا إقليدية[1].

والجدير بالذكر هنا هو أن المنهج الأكسيوماتيكي لم يغص مشكلة محددة خاصة بالهندسة بل إنما هو منهج التفكير الرياضي بشكل عام.

إذ تعدى المنهج الأكسيوماتيكي في تفكيره إلى مجالات أخرى غير الرياضيات التي كانت بدايته مع الرياضيات ثم انتقلت إلى باقي العلوم منها العلوم إذ تعدى المنهج الأكسيوماتيكي إلى مجالات أخرى غير الرياضيات التي كانت بدايته معها، حيث انتقل الأكسيوماتيك إلى باقي العلوم منها العلوم التجريبية، فالمنهج الأكسيوماتيكي لم يخص مشكلة محددو بل مشكلات مختلفة.

المطلب الثاني: تعريف الأكسيوماتيك Axiomatique:

إن الأكسيوماتيك لغة مشتق من كلمة "Axiome" والتي تعني البديهية و يعرفه "لالاند" بأنه "دراسة نقدية للبديهيات وتختلف معانيها وتؤخذ مبادئ لاستدلال علم الهندسة، تتسم بداهة وما يصدر عن بداهات، بأنها مبدأ معلوم بذاته صحيح و يصدر عنه لرهانا، فالمعنى الأكثر تداولا فهو مقدمة قياسية تعد بأنها بينة و تقبل على أنها صحيحة بلا دليل من قبل الذين يفهمون معناها، وبشكل خاص ماهي إلا قضايا بينة بذاتها لمجرد أن نسمع كلماتها[2]. ويسمى المنهج الذي ينطلق من البديهيات باسم المنهج البديهي أو الأكسيوماتيكي.

أما بالنسبة لجميل صليبا فإننا نجده في معجمه الفلسفي يعرف الأكسيوماتيك كما يلي: البديهية قضية أولية صادقة بذاتها يجزم بها العقل من دون دليل، إذ أنها سميت بالبديهيات

[1] جلال شمس الدين، فلسفة العلوم، مؤسسة الثقافة الجامعية، د ط، الاسكندرية، 2004، ص34.

[2] اندري لالاند، الموسوعة الفلسفية، م1، منشورات دار عويدات، بيروت، ط2، 2001، ص120.

مبادئ تحليلية أولية صادقة أما المسلمات مبادئ تركيبية غير صادقة بذاتها، فالأكسيوماتيك "Axiomatique" هي الدراسة النقدية المبادئ للبرهنة الرياضية و تسمى عناصر الأكسيوماتيك بالمبادئ، و هي الأسس التي يقوم عليها النظام الرياضي و من جهة ماهو استنتاج شرطي[1].

وقد استعملت كلمة المصادرة بدل البديهية باعتبار المصادرة أكثر شيوعا و استخداما في الأوساط الرياضيين و من ثمة يصبح الأكسيوماتيك هو العلم الذي يبحث في بديهية الهندسة، تعتبر أول ما ظهر في علم الهندسة[2].

هذا وشاعت كلمة المصادرات بدل البديهية، إلا أن المنهج الأكسيوماتيكي عمما فيما بعد وذلك راجع إلى تعدد مصادرات العلم، حيث أصبح يطابق العرض المصادرياتي، وفي هذا نجد "محمود يعقوبي" قد عرفه "بأنه علم ينظر في البديهية هي كل قضية يكون تصور طرفيها كافيا في الجزم بصدقها واستغنائها عن البرهان وفي افتقاره إليها في بدايته مثال الكل أعظم من الجزء"[3].

ومن ثمة يصبح المنهج الأكسيوماتيكي هو مجموعة القضايا أو الأولويات التي يختارها الرياضي لبناء نسق رياضي معين، و هو ما يصطلح عليه الأكسيوماتيك فهي مجموعة من المبادئ المتجانسة التي لا يمكن التمييز بينها، يقال عنه أنه منظومة من الأولويات يقوم عليها كل برهان رياضي[4].

ويرى بعض الاستنباطي حين ينظر إلى الطريقة التي لا يفكر بها عالم الرياضيات ويبحث، وبهذا المعنى يصبح المنهج الأكسيوماتيكي مرادف للمنهج البديهي، هذا الأخير الذي يعتبر طريقة استنباطية في بناء نظرية علمية حيث:

---

[1] جميل صليبا، معجم الفلسفي، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت – لبنان، 1982، ص ص202–203.

[2] عبده الحلو، معجم مصطلحات الفلسفية، المركز التربوي للبحوث والانماء، لبنان، د س، ص 15.

[3] محمود يعقوبي، معجم الفلسفة أهم مصطلحات وأشهر الاعلام، الميزان، الجزائر.

[4] محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص81.

1-يتم اختيار مجموعة من القضايا المقبولة دون برهان لنظرية (البديهيات).

2-لا يمكن تعريف المفاهيم (الأولية) التي تتضمنها ضمن إطار النظرية.

3-تصاغ قواعد الاستنباط نظرية معينة و تعريفها بما يسمح بالانتقال الضروري من قضايا معينة إلى قضايا أخرى[1].

لعل ما يميز المنهج الأكسيوماتيكي الحديث الترميز والصورنة، فيصبح بذلك هذا المنهج نسق رمزيا من الحدود والمسلمات الأولية، فارغة من أي مضمون حدسي تحكمها مجموعة من القواعد التي تضمن سلامة استعمالها، وعليه فإن الرياضي في هذا المنهج لم يعد يهتم بالأوليات بل بالعلاقة التي تقوم بينها حتى يتمكن من الانصراف التام إلى هذه العلاقات و يتحرر تحررا تاما عن تأثير المعنى الواقعي المشخص الذي تحمله هذه الأوليات، فإنه يلجأ إلى استعمال الرموز، و بالتالي الاستغناء تماما عن اللغة الطبيعية العادية و هذه الرموز هي رموز تامة يمكن أن توضع مكان أية كلمة، وبذلك يتحول الكلام العادي إلى جبر و هو ما يسمى بالرمزية أو الصياغة الصورية البحتة [2].

ومن هنا تصبح مصادرات أي نظرية استنتاجية كما يقول بلانشي، "ليست قضايا قابلة للصدق أو الكذب لأنها تحتوي على متغيرات غير محددة نسبيا بل عدد ما فقط نعطي هذه المتغيرات قيما معينة، أو بعبارة أخرى عندما تحل محلها ثوابت، فإن المصادرات ستصبح قضايا صادقة أو كاذبة حسب اختيارنا لهذه الثوابت، لكننا عندئذ نخرج من المصادريات كي تنتقل إلى تطبيقاتها، ومعادلات نسق واحد هي أفضل ما تشبه به المصادرات فإن هذه المصادرات مجرد دوال قضوية [3]، ولعل أوضح مثال على المنهج الأكسيوماتيك إنما يتجلى لنا في ميدان الهندسة إذ أنه مع كثرة الاتساق الهندسية المنسجمة انسجاما و اتساقا منطقيا أصبح

---

[1] مرابطين سامية، الاكسيوماتيك بنظرة فلسفية، روبير بلانشيه أنموذجا، ألفا للوثائق، الجزائر، ط1، 2017، ص69.

[2] محمد عابد الجابري، المرجع سابق، ص81.

[3] روبير بلانشيه، الاكسيوماتيك، المصادريات، ترجمة محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ط3، 2004، ص 38

الرياضي لا يهتم بحقيقة البديهيات و إنما بالعلاقات اللزوم بين الأوليات و النظريات، والقضايا الهندسية التي يقولها الرياضي فإنها تتخذ صورة "إذا كانت البديهيات صحيحة كانت النظريات صحيحة"[1].

من هنا فإن النسق المصادرياتي أو النظرية الصورية في نظر بلانشي هي الصورة التامة التي تأخذها اليوم النظرية الاستنتاجية فإن "نسق يصرح فيه تماما بالحدود غير المعرفة و القضايا غير المبرهنة، على أساس أن هذا الأخير توضع ثم جرد فرضيات يمكن أن تبنى منها جميع قضايا النسق وفقا لقواعد مع تقديرها بشكل تام و صريح" [2].

إن التعاريف السابقة للأكسيوماتيك ميزت بين أنواع من الأكسيوماتيك وبدراية من الأكسيوماتيك المادي، Axiomatique matérielle المتمثل في نسق إقليدس كان فرضي استنباطي، مرورا بأكسيوماتيك صوري Axiomatique formelle وهو ما مثله في نسق هلبرت في الهندسة، ويصبح بذلك نسق فرضي استنتاجي[3].

كما أن المنهج الأكسيومي بمعناه الحديث كان مرتبط بالبنيات الرياضية، فالباحث الرياضي يطبق المنهج الأكسيومي وينصرف بجل اهتماماته إلى البنيات أي أدواته في العمل والبحث، فبمجرد ظهور العلاقات التي تقوم بين المفاهيم التي يدرسها توصلنا للحصول على بنية من أوليات معروفة، حيث يصبح ماسكا بالجهاز الذي ينظم القضايا العامة المرتبطة بجميع البنيات التي تتعلق بهذا النوع.

بيد أن الباحث الذي لا يستخدم المنهاج الاكسيومي، لا يمكنه الحصول عليها إلا بعد جهد و بحث طويل واستخدام أدوات أخرى غير التي يستخدم الباحث في المنهج الأكسيومي،

---

[1] هانز رايشنباخ، نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة، فؤاد زكريا، دار الوفاء لدينا الطباعة والنشر، الاسكندرية، د ط، د س، ص 341.

[2] روبير بلانشيه، الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص9.

[3] مرابطين ساكمية، الاكسيوماتيك بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص ص69-70.

ففعاليتها على موهبته الشخصية و تقترن غالبا بفرضيات حدسية، فالمنهاج الاكسيومي هو النظام التابلوري*، الخاص بالرياضيين[1].

ويعود الأكسيوماتيك بمعناه الحديث إلى مورتز باش، الذي يعد أول من حاول سنة 1882م عرض الهندسة في نسق من المصادرات و فضلا على ذلك أكد أنه على الهندسة كي تصبح علما استنتاجيا، أن تعتمد طريقة استخلاص النتائج و ذلك بالابتعاد عن المعنى المادي و الواقعي و أن تكون في غنى عن الأشكال[2].

يصنف مؤرخو الرياضيات تطور الأكسيوماتيك الحديث إلى فترتين، الفترة أولى تمتد من ظهور الهندسات الإقليدية بالتحديد هندسة لوباتشفسكي إلى غاية أعمال هلبرت D-Hilbert (1862-1943م)، حول أسس الهندسة، وفترة الثانية تمتد من أعمال هلبرت إلى أيامنا الحالية، و هذه الأخيرة تميزت بانتشار و تطور الأفكار الهندسية و ذلك بالتوازي مع انتشار و تطور المنطق الرياضي[3].

يعد دافيد هلبرت أو من قام بناء أكسيوماتيكا تاما لهندسة غير متناقضة إذا كانت أبحاث هذا الأخير حول أسس و مبادئ الهندسة نقطة انطلاقا نحو تفكير منهجي و فلسفي، حيث قام هلبرت بإعادة صياغة الهندسة الإقليدية فعرضها عرضا أكسيوماتيكيا يمتاز بالدقة و الوضوح والتماسك المنطقي وانسجامه، أي أن في نظره التفكير بشكل أكسيوماتيكي يقابله تفكير بشكل واع ودقيق، وذلك بصياغة البديهيات بشكل أكثر عمقا حتى تتمكن من النفوذ إلى ماهية التفكير العلمي، هدف التفكير العلمي عند هلبرت موجود في مقدمة كان تفكير أكسيوماتيكي[4].

---

* النظام التايلوري: systéme tayler هو طريقة تنظيم العمل داخل المصانع الكبرى، كمصانع السيارات مثلا حيث يتم العمل بشكل سلسلة ولا يتيح للعامل أية فرصة لإضاعة الوقت تايلور مهندس أمريكي صاحب هذا النظام (1856-1915). ينظر:
- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص2015.

[1] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص ص 214-215.

[2] روبير بلانشيه، الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 28.

[3] نقلا عن: - مرابطين سامية، الأكسيوماتيك بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص74.

[4] Encyclopédie universalise, corpus 09.11. France. 1993. p409.

فالغاية من المنهج الأكسيوماتيكي حسب هلبرت هو إبراز و تبين العلاقات بين مختلف فروع الرياضيات و الهندسة على وجه التحديد و لهذا اعتبر مؤلفه أسس الهندسة بمثابة دراسة نقدية لمبادئ الهندسة الإقليدية،أي بحثا عن أساس واضح و صحيح لها و ذلك بغية فتح المجال نحو تطور الابحاث في هذا المجال[1].

ومنه يصبح الأكسيوماتيك في نظر هلبرت وسيلة تسمح بايجاد جديد من الحلول للمشكلات التي تواجه الرياضيين، وبالتالي فإن المفاهيم الجديدة للأكسيوماتيك تختلف اختلافا جذريا عن المفاهيم السابقة التقليدية، كون أن الأول أسهمت في حل مختلف المشكلات التي ما فتئت تظهر في ميدان الهندسة و التحليل، و من ثمة أصبحت الدقة ما هي إلا مظهر للمنهج الأكسيوماتيكي و من أهم خصائصه بالنسبة من يفهم جيدا هدف كل بحث رياضي[2].

وسرعان ما تبلورت مجهودات النزعة الأكسيوماتيكية التي تذهب إلى أن أسس المنطق والرياضيات مبنية على مقولات عامة نسلم بها و لا تحتاج إلى برهان على صحتها وبداهتها وتسمى بالبديهيات، تعتمد أساس الاستنباط مقولات أخرى تشكل ما يسمى بالطريقة الأكسيومية، ومن هذا فإن المنطق و الرياضيات يصدران و ينباعان من مصدر واحد أسبق منهما وهي الطريقة الأكسيوماتيكية أو الصورية الخالصة أي تعني تأسيس المنطق و الرياضيات على بديهيات و مسلمات أولية صورية [3].

المطلب الثاني: مفهوم الابستمولوجيا

يعرف جميل صليبا Epistémologie بأنها لفظ مركب من لفظين أحدهما ابستما (Epistemie) و هو العلم و الآخر لوغوس (logos) و هي النظرية أو الدراسة الابستمولوجيا بمعنى إذن نظرياتها و نتائجها، دراسة انتقادية توصل إلى تبين أصلها المنطقي و أهمية قيمتها

[1] Gilbert arsac, l'axiomatique de Hilbert aléas éditer Lyon, paris، 1998, p17.

[2] نقلا عن: مرابطين سامية، الأكسيوماتيك بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص 75.

[3] بشير بن صالح، المنطق ومناهج البحث العلمي، مكتبة اقرأ، قسنطينة، د ط، د ت، ص123.

الموضوعية، فالابستمولوجيا تختلف إذن عن دراسة طرق العلوم من جهة و عن دراسة تركيب القوانين العلمية من جهة ثانية[1].

أما بالنسبة للالاند نجده يعرفها بأنها تعني هذه الكلمة فلسفة العلوم و لكن بالمعنى أكثر دقة، فهي ليست دراسة خاصة بالمناهج العلوم بل الميتودولوجيا تهتم بالمناهج، فالصفة الجوهرية التي تحملها فهي دراسة النقدية لمبادئ و الفرضيات و النتائج العلمية و هي دراسة هادفة لثبات أصلها وقيمتها الموضوعية [2].

تختلف التعاريف من مفكر لآخر أما محمود يعقوبي يعرفها بأنها "النظر النقدي في مبادئ العلوم و فروضها ونتائجها للوقوف على أحوالها المنطقية وعلى قيمتها المعرفية"[3]، كما أن الابستمولوجيا هي دراسة لمناهج المعرفة العلمية أي أنها مناهج تطبيق في العلوم، علاوة على أنها دراسة لمبادئ العلوم، و فرضياتها و نتائجها دراسة نقدية تهدف إلى إبراز الأصول المنطقية لها [4].

وفي نظر "عبد المنعم حنفي" فإن الابستمولوجيا هي نظرية في العلم، وذلك على الرغم من أن ترجمتها الحرفية هي نظرية المعرفة، وهي تندرج أيضا ضمن مبحث فلسفة العلوم ومجالها دراسة أسس العلوم وفرضياتها، وكذا نتائجها دراسة نقدية، فالابستمولوجيا تدرس المعرفة بوجه عام، ويسود الاعتقاد أن أعلى درجات العلم هي المعرفة العلمية، بيد أن نظرية المعرفة تختلف عن الابستمولوجيا في كون نظرية المعرفة البحث في طبيعة المعرفة و إمكاناتها و البحث في المشكلات الفلسفية المترتبة على العلاقة بين الذات المدركة والموضوع المدرك أما الابستمولوجيا تتمثل بأنها الدراسة النقدية لمختلف العلوم [5].

---

[1] جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج1، مرجع سابق، ص22.

[2] أندريه لالاند، الموسوعة الفلسفية، تعريب، خليل أحمد خليل، منشورات عويدات، بيروت، ط2، 2001، ص.

[3] محمود يعقوبي، معجم الفلسفة، مرجع سابق، ص8.

[4] رحيم أبو رغيف الموسى، الدليل الفلسفي الشامل، ج1، دار المحجة البيضاء، د ب، ط1، 2013، ص24.

[5] –عبد المنعم حنفي، المعجم الشامل لمصطلحات الفلسفة، مكتبة مدبولي، د ب، ط3، 2000، ص ص17–18.

المبحث الثاني: الهندسات الاقليدية واللاإقليدية:

المطلب الأول: مبادئ الهندسة الاقليدية وعيوبها

إن تاريخ الرياضيات يشير إلى أنها لم تصبح علما صوريا بحتا إلا بعد عدة مراحل من الظهور و الهندسة بوجودها الصوري أوضح مثال و نموذج على انطلاقها من العالم المادي و الممارسات العلمية، و تطور منهج الرياضيات يمكن التماسه بصورة أوضح في تطور النسق الهندسي، كون هذا الأخير أول فرع من الرياضيات يضرب بجذوره في القدم و في تاريخ الحضارة البشرية على عكس علم الحساب الذي لم يتضح منهجه إلا بعد تطوره المنهج الهندسي[1].

وتعرف الهندسة على أنها " فرع من الرياضيات يبحث العلاقات و الأشكال المكانية و تجريباتها، تحولت لأول مرة في اليونان إلى نظرية استنباطية على يد إقليدس"[2].

إن تاريخ الهندسة يشهد أنها كانت في البداية تستمد موضوعاتها من خبرة الانسان المباشرة وسرعان ما اتجهت مع تقدم العلم نحو درجة أعلى من التجديد، أما في الوقت الحاضر أصبحت تعرف بمنهجها الاستنباطي البديهي من أجل البناء المنطقي لأية نظرية هندسية في صورة مجردة.

ويعود أصل الهندسة الأول إلى الحضارات الشرقية القدسية و بالتحديد إلى الحضارة الفرعونية نتيجة الحاجة العملية، حيث ابتكر المصري القديم عدة طرائق رياضية تعينه على حل

[1] مرابطين سامية، الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، روبير بلانشيه أنموذجا، ألفا للوثائق، قسنطينة، الجزائر، ط1، 2017، ص29.

[2] محمد فتحي عبد الله، معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، مصر،2002، ص342.

مشاكله اليومية و إعادة تقويم مساحة أرضه بعد كل فيضان، نقطة البدأ في نشأة علم المساحة الذهني هو علم الهندسة[1].

لا يمنع هذا في نظر العديد من المؤرخين من وجود بعض البحوث النظرية لدى البابليين و المصريين أنفسهم إلا أنهم برعوا في الجانب التطبيقي و العملي بصفة أكثر، نظرا لما تطلبه عليهم الظروف المعيشية إلا أنهم لم يتمكنوا من تدوين هذه الهندسة كعلم نظري وله قواعده، إلا أن اليونانيين أول من نقل هذا العلم إلى مصاف التجريد و البرهنة و هذا راجع إلى " إدراك اليونايين دون غيرهم من الشعوب القديمة لفكرة العلم كحجة أو برهان على قضية م صدقا عاما أي في كل التطبيقات الجزئية التي تصادفها و ذلك بدلا من الاكتفاء بوصفات عملية و قواعد تقريبية غير أكيدة التي تصمد كما فعل قدماء المصريين" [2].

وهذا الجديد الذي ابتكره اليونانيين وأبدعوا فيه علة غرار الحضارات السابقة هو تجريدهم ليصبح هذا علما قائما بذاته، وأقاموا نسقا هندسيا في سلسلة براهين عديدة على نظرياتهم وابتكروا عدة مفاهيم في البناء المنطقي، إضافة إلى استعمالهم عدة طرق جديدة في التفكير كالتجديد والتحليل والتركيب نقل اليونان العلم الرياضي من عالم الحدس و التطبيق العملي إلى عالم العقل و التفكير الميتافيزيقي.

وقد لخص روبير بلانشي تقدم العلم الرياضي عند اليونان منطلقا في ذلك من وجهة نظر ليبينتز قائلا: "اليونانيين قد أعملوا فكرهم بكل دقة ممكنة في الرياضيات و تركوا للجنس البشري نماذج عن فن البرهنة"[3].

فالهندسة لم تعد معهم مجموعة من الوصفات العلمية أو على أفضل تقدير، من الأقوال التجريبية لكي تصبح علما عقليا.

---

[1]–صلاح عثمان، الاتصال و اللانهائي بين العلم و الفلسفة، مرجع سابق، ص84.

[2]–ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، لبنان، ط2، 1969، ص33–34.

[3]–روبير بلانشي، المصادريات، الاكسيوماتيك، ترجمة محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ص07.

و من هذا جاء الدور التربوي المتميز الذي ما فتئ الناس يعترفون به لها، و إذا وقع تعليمها للأطفال فقد كان ذلك لترويض العقل أكثر مما كان لتعليم بعض الحقائق على أساس أن ممارستها تكسب و تنمى عادة الاستدلال الدقيق، كما قال (ل.برنشفيك):" لقد كان إقليدس للعديد من الأجيال الذين تغذوا من مادته، ربما أستاذ المنطق أكثر مما كان أستاذ هندسة، و أصبحت العبارة more glonetrico (الطريقة الهندسية) تعني الطريقة المنطقية" (morelogico)[1] ".

لعبت اليونان دور الريادي في تاريخ الرياضيات، حيث أصبحت الرياضيات في ذات علم برهاني واستدلالي، وهذا ما سنجده مع إقليدس الذي تميزت هندسته بعرضها المنطقي ومنهجها الاستنباطي، في كونها تقوم علة مجموعة من المبادئ والأسس.

أ- مبادئ الهندسة الاقليدية:

تعد الهندسة الإقليدية أقدم نموذج علمي منظم للمعرفة الرياضية و لعل إقليدس هو أول من قام بدراسة نسقية النظريات الهندسية التي كانت مبعثرة في عصره في الفترة الممتدة من القرن (6-3 ق.م) في كتابه الشهير الذي سماه (الأصول) و هو الكتاب الوحيد الذي كان معتمدا من طرف الباحثين إلى غاية القرن التاسع عشر أساسا للدراسات الرياضية منها الهندسية [2].

وترجع نجاحة كتابه هذا في نظر الكثير من الباحثين إلى المنهج الذي اعتمد عليه في عرض تلك النظريات المبعثرة التي كانت موجودة عند الفيثاغوريين ونظمها في نسق علمي محكم" يتوقف فيها برهان كل نظرية لاحقة على نظريات أو مبرهنات أخرى سبق إثبات صحتها وتستند جميع القضايا إلى أسس و مقدمات و أصول محددة قليلة العدد و قيمة الصلة"[3].

---

[1] روبير بلانشي، الأكسيوماتيك، المصدر نفسه، ص ص7-8.

[2] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص74.

[3] محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي، بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، دنيا الطباعة و النشر، مصر، د ت، ص142.

ومن هذا المنطلق عرفت الهندسة بأنها نموذج للنسق الاستنباطي اليقيني والذي يقوم على مجموعة من المعطيات الأولية توضع قبل بداية كل برهنة.

وهذا ما قد ميز إقليدس في هندسته بين ثلاث أنواع من المبادئ هي: البديهيات، المسلمات، التعاريف.

أ- البديهيات Axiomes: وهي "قضية واضحة بذاتها إلى درجة أنه لا يمكن أن تتأدى منها إلى ما هو أبسط" [1].

والبديهية بمفهومها الشائع هي مقدمة قياسية تعد بأنها بنية وتقبل على أنها صحيحة بلا برهان من قبل كل اللذين يفهمون معناها.

فالقضايا من هذا الصنف التي تقوم علم الهندسة عليها هي قضايا بينة بذاتها لمجرد أن تسمع كلامها[2]، و تتميز بأنها بسيطة إلى درجة أنه لا يمكن أن يرتقي الشك إليها، و ما هو أدنى منها، سماها إقليدس بالأفكار العامة كذلك أرسطو أطلق عليه بالمبادئ.

فالأفكار العامة واضحة بذاتها لا تحتاج إلى أي برهان لصحتها وأن إنكارها يؤدي إلى تناقض، نجد من بين البديهيات، مثال الكل أكبر من أجزائه، الأشياء المتساوية لشيء واحد متساوية فيما بينها.

ب- المسلمات (المصادرات) Postulats: وهي " قضايا غير واضحة بذاتها، ولكن الرياضي يطلب بالتسليم بها دون برهان فهي إذا مجرد مطالب فالتسليم بها تساعد على تشييد صرح رياضي معين"[3].

فهي قضايا أقل وضوحا من البديهيات، ومن ثمة كان من المفروض أن تتطلب برهانا و لكن إقليدس طالب بالتسليم بصدقها بلا برهان لأن طالب البرهان عليها يعرف تطور العلم،

[1] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص 73.

[2] أندري لالاند، الموسوعة الفلسفية، مرجع سابق، ص ص125-126.

[3] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص 74.

إذا أراد منا التسليم بها منذ البدء طالما أننا نستنبط منها قضايا لا تتناقض و لا تتنافى معها و كذلك لا تتناقض فيما بينها[1].

من أهم مسلمات الإقليدية نذكر منها[2]:

المسلمة الأول: من الممكن رسم مستقيم بيم نقطتين

المسلمة الثانية: من الممكن مد مستقيم محدود إلى أي طول

المسلمة الثالثة: من الممكن رسم دائرة من أي مركز، وعلى أي بعد من هذا المركز تتساوى أبعاد نقط المحيط.

المسلمة الرابعة: المستقيمان لا يحددان مكانا

المسلمة الخامسة: إذا قابل مستقيم مستقيمين، كون معها من ناحية واحدة زاويتين داخليتين مجموعهما أقل من قائمتين، فإن المستقيمين إذا امتدا يتقاطعان في النهاية من الجهة التي تكون فيها مجموعة الزاويتين أقل من قائمتين (مسلمة التوازي)

المسلمة السادسة: كل الزوايا القائمة متساوية

يرى إقليدس يجب أن نسلم بهذه المسلمات لأنها تفصل العناصر الضرورية للإنشاءات الهندسية وتجعلها غير قابلة للبرهان، فكل محاولات الباحثين للبرهان عليها باءت بالفشل.

ج- التعريفات définitions: يؤدي التعريف بشكل عام وظيفة مهمة في مجال الرياضيات فهو عبارة عن أقوال شارحة لمعنى الحدود الأولية، هذه الأخيرة التي لا يقال لها صادقة أو كاذبة. إذ إن كل تعريف جديد من التعاريف المتتابعة داخل النسق إنما هو أمر يحدد بدقة من خلال المراحل التي وصل إليها النسق[3].

---

[1] محمد فتحي عبد الله، معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم، مرجع سابق، ص322.

[2] الشيخ كمال محمد محمد عويضة، إقليدس بين فلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان، ط1، 1994، ص76.

[3] جلال شمس الدين، فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص18.

تشمل هذه التعاريف على تعريف الألفاظ المستخدمة في الرياضيات (الهندسة) كالنقطة والخط، والمربع وغيرها، إذا أن هذه التعريفات ليس قضايا، ومن هنا لا يمكن وصفها بأنها صادقة أو كاذبة، و إنما إقليدس طالب بالبدء بها بقبولها [1].

يبدأ إقليدس بسلسلة من التعريفات و اعتبارها مبادئ لا يمكن أن تغير عن جواهر الأشياء أو ماهيتها بل أنها تعريفات إسمية و ليست واقعية، وضعت بغية الوصول إلى درجة أعلى من الوضوح اللغوي، مرتبطة بالمعطيات الأولية للتجربة، يذكر إقليدس مجموعة من التعريفات منها[2].

ب- عيوب النسق الاقليدي:

أ- البديهات:

ظلت الهندسة الإقليدية النموذج الأمثل للرياضيات الدقيقة واليقينية لما يربو عن ألفي عام، نظرا لاعتمادها على المنهج المنطقي الصارم تلزم عنه بالضرورة النظريات و النتائج لزوما مباشرا عن مبادئ حقيقية للواقع الخارجي، و كان الرياضيون يعترفون بهذه السمات و الخصائص بدرجة متفاوتة محاولين بذلك اعتمادا على الهندسات الإقليدية للبرهنة على نظرياتهم، و تحليل العلاقات التي تسري بينهما دون أدنى مناقشة فلسفية لهذه المبادئ الهندسية و أسسها.

مع تطور الأبحاث و الدراسات الحديثة و الرياضية و ما أحدثته مسلمة التوازي من شكوك حول الرياضيين، انتقل هؤلاء من مرحلة تقدير نظرياتهم إلى مرحلة النقد و المناقشة لمبادئ النسق الإقليدي[3].

---

[1] محمد فتحي الله، معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم، مرجع سابق، ص322.

[2] كامل محمد محمد عويضة، إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، مرجع سابق، ص ص72-73.

[3] مرابطين سامية، الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص ص39-40.

انتقد كذلك المنهج الإقليدي في كونه يفترض قضايا هندسية لم تكن موضوعة بين البديهيات أو المسلمات، وبالتالي لم تتم البرهنة على أنها مشتقة من غيرها، وقد تطورت هذه الانتقادات بتطور الأزمنة و العصور، و كذلك بتطور الأبحاث الإبستمولوجية المعاصرة و التي أسقطت ثوب النموذج، و المثال عن هذه الهندسة، هذا ما قصده بلانشي في قوله،" ظهر أكثر فأكثر أن الهندسة الإقليدية إذا بقيت دهرا طويلا أكمل الأمثلة التي يمكن أن تقدم على النظرية الاستنتاجية، فإن الجهاز المنطقي الذي كان يدعمها لم يكن خاليا من العيوب"[1].

فبالنسبة للبديهيات الإقليدية فإن إقليدس عند وضعه لنسقه الاستنباطي لم يكف يفصل بين المسلمة و البديهية، إلا أن استعمالاته لبعض البديهيات قد أدرجت تحت اسم المسلمات و كذلك حصل مع البديهية وضعت المسلمات في مكان البديهيات أي أن هناك اختلاط في استعمال كل من المسلمة والبديهية تارة تأخذ مسلمات و تارة أخرى بديهيات [2].

ويذهب بلانشي في رأيه إلى أن البديهيات إلى جانب المصادريات، وضعت لإتمام مبادئ الهندسة ولديها اسم آخر "المفاهيم العامة" عند إقليدس. حيث إن الفصل بين البديهيات و المصادرات يبقى في الغالب متخوف من استعمالاتها الكثيرة، ما تأخذ مكان الأخرى بلا فرق، الدليل على ذلك اسم (نظرية البديهيات) (Axiomatique) التي كان يجب تسميتها (Postulatique) أي مصادريات، والزمن نشروا كتب إقليدس ووصفوا على رأس (الأصول) الخواص التي صادر عليها إقليدس أثناء برهنته، قد وضعوها تارة عقب المطالب وتارة أخرى عقب الأمور المشتركة" [3].

تتميز البديهية بصدقها و شدة وضوحها فهي تعجز عن الاهتداء إلى قضايا أوضح منها للبرهنة عليها، فهي قضايا واضحة بذاتها لا تحتاج إلى برهان و تسمى باللامبرهنات

[1] روبير، الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 08.

[2] فاروق عبد المعطي، فيثاغورث فيلسوف علم الرياضيات، دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان، ط1، 1994، ص90.

[3] روبير بلانشيه، الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص ص15-16.

واتصف بالعامية لكونها تستخدم في كافة العلوم " فأن البديهية تكون قضية تحليلية من الخلف إنكارها، وعلاوة على ذلك فهي تعمل كمجرد مبدأ صوري ينظم خطوات الاستدلال"[1].

لعل عدم الفصل التام بين المسلمات و البديهيات يرجع إلى كون إقليدس يعتمد في تميزه بينهما الحدس و الوضوح الذاتي فهو " يؤمن بصدق البديهية بناء على حدسه لها"[2].

وطبق هذا المعيار –الوضوح الذاتي– على مسلماته أيضا، فهي في نظره واضحة "أنها افتراضات آنية و ليست صادقة صدقا مباشرا و بالتالي كان الحدس و ما يتسم به من وضوح مصدر المسلمات و البديهيات على حد سواء و لهذا صعب على إقليدس الفصل الجذري فبينهما"[3].

أي أنه صعب على إقليدس أن يفصل بين المسلمات والبديهية كونهما نابعين من مصدر الحدس أي انه معرفة مباشرة تقذف فينا بدون أي واسطة"، نجد أن معيار الوضوح الذاتي نفسه يتصف بالخداع كونه ذاتيا يختلف من إنسان لآخر و كل حسب المزاج الذهني و قدراته العقلية، اختلف فيها الرياضيين المعاصرين في التمييز بينهم، نجد الحدسيين في قول بلانشي فإن العقول الحدسية يطالبون من دون شك بأن تلغي كثيرا من المبرهنات التي يجدونها أقل وضوحا من المبرهنة التي تريد تسويغها"[4] حيث يرى حيث يرى أن الحدسيين يجلب إلغاء المبرهنات التي تكون غير واضحة في ذاتها وعدم الاعتماد عليها في صياغة مبرهناتهم.

في المقابل نجد المناطقة الذين يعتبرون – البديهيات– تطبيقات مباشرة لقواعد المنطق، حيث جعلها تكتسب صفة الضرورة كونها صفات منشقة من مبادئ العقل.

---

[1] المصدر السابق، ص16.

[2] فاروق عبد المعطي: فيثاغورث فيلسوف علم الرياضة، مرجع سابق، ص81.

[3] المرجع نفسه، ص81.

[4] رويبر بلانشيه، الاكسيوماتيك، المصدر السابق، ص 16.

حيث يقول بلانشيه:" وعلى العكس من ذلك، فإن عقولا اخرى أكثر تشددا يرفضون الاعتراف بأن تكون البديهية الغلافية ضرورية بدون قيد و لا شرط"[1]. أي أن ضرورة هذه القضايا ليست مستمدة من الحدس.

إن التحول عن البديهية واستخدامها في نظر العديد من الابستمولوجيا هو في الحقيقة تحولا عن الحدس ولجوء إلى المنطق تصاغ به مجموعة من الفروض. ولقد أصبح معيار الوضوح الذاتي امرا مشكلا بذاته بأنه "يرجع إلى تصورات الفرد المنطقية وعاداته الذهنية، فما يكون موضوع معرفة حدسية عن شخص قد يكون موضوع استدلال بالنسبة لأخر، وما يقبله الجميع قبولا حدسيا قد يكون باطلا، و تاريخ العلم يزخر بالأمثلة" [2].

ب- المسلمات (المصادرات):

اعتمد إقليدس في أصوله بالإضافة غلى البديهيات على المسلمات التي هي أقل وضوحا من الأول، مؤكدا هو و تبعه على أن هذه المسلمات " حقائق كلية و ضرورية عن المكان الفيزيقي، و لهذا فهي صادرة عن المادة، و قد سبب لها أصلها التجريبي الماضي غموض و تعقيدا"[3].

فنحن نسلم بصدقها لأنها لا تتعارض مع الواقع الخارجي، دون أن نبرهن عليها، " ان التجربة ذاتها كانت تعطي المشروعية لهذه الواقعية"[4]، وبعد شروع إقليدس في استنتاجاته "قد حصل له مرتين أن لجأ إثناء البرهنة نفسها من أجل هذه البرهنة غلى ذكر قضية خاصة جدا، طلب من الناس أن يسلموا له بها، دون أن يتمكن من تسويقها إلا بضرب من اللجوء إلى الوضوح الحدسي" [5].

---

[1] المصدر نفسه، ص 16.

[2] فاروق عبد المعطي: فيثاغورث علم الرياضيات، مرجع سابق، ص84.

[3] كامل محمد محمد عويضة: إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، مرجع سابق، ص90.

[4] محمد وقيدي، المعرفة عند غاستون باشلار، دار الطبعة للطباعة والنشر، بيروت – لبنان، ط1، 1980، ص 18.

[5] روبير بلانشيه، الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص10.

أي أن إقليدس في البرهنة لجأ إلى الحدس ليضمن صدق المسلمات دون البرهنة عليها وهذا ما نجده في مسلمة التوازي، هذه المسلمة كما وصفها بلانشي "كالحلقة الأجنبية في النسق و كالذريعة لسد فجوة في التسلسل المنطقي"[1].

فقد كانت هناك محاولات البرهنة على مسلمة الخامسة لإقليدس التي اثارت الشك حول صفوف العلماء في محاولة البرهنة على مدى صدقها، فكانت محاولاته من قبل علماء العرب، وكذلك الغرب المحدثين فأدى إلى ظهور هندسات جديدة ما تسمى بهندسات اللاإقليدية، ومن هذا ما جعل الكثير من مؤرخي الرياضيات يصفون مسلمات إقليدس بأنها أكثر الأجزاء جليا للدهشة.

ج- التعريفات:

تتميز التعريفات الإقليدية بأنها قضايا أولية تقوم بشرح وتعريف الحدود غير الأولية بحدود المعاني الأولية، وهي نابعة عن مصدرين أساسيين الحدس والمنطق، واستعمل إقليدس مجموعة من اللامعرفات حيث نستوقف عندها كي لا نقع في تراجع إلى النهاية كذلك استخدم إقليدس مجموعة من اللامبرهنات نقف عندها في البرهنة، ومن ثمة كانت هذه اللامعرفات بمثابة الألفباء الهندسية حسب تشبه راسل[2]، فهي تفسر العناصر الأولى و التي تكون التعريفات اللاحقة قائمة عليها.

ومن ثمة فهي لا تؤدي الوظيفة المكونة إليها في النسق الإقليدي وهي: "ذكر الخواص الأساسية التي نستعملها لاستخلاص جميع الخواص الأخرى منها في القضايا التي يوجد بها الحد المراد تعريفه"[3].

---

[1]-روبير بلانشيه، مصدر سابق، ص10.

[2]-روبير بلانشيه، الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص18.

[3]-المصدر نفسه، ص19.

كان إقليدس قد اعتبر هذه التعريفات من المبادئ البسيطة في نسق لا يمكن تصور ما هو أبسط منها، إلا أنها في الواقع تتركب من حدين مختلفين في الطبيعة هما المعرف والمعرف به.

يجب تفادي الخلط بين الصدر الصوري للتعريفات والصدق المادي لها، يرى بلانشي "أن يجب أن نتحاشى اللجوء الضمني إلى الحدس بسبب عدم مناسبته، أن نبرهنها كنظرية أو أن نضعها كمصادرة" [1].

وبالتالي فإنه من المستحيل الجمع بين البساطة و التركيب في آن واحد حتى لا نقع في خطئ التعريف المركب الذي نبه إليه ساكيري " ومثلما لو أردت أن أعرف المجسم الكثير الوجوه المنتظم (polyédre) الذي وجوهه مسدسات أضلاع (hexagones)[2] .

د- البرهنة و التعريف:

من خلال ما سبق قوله بالنسبة للتعريفات و البديهيات فإن هذه الأخيرة تعد نقطة انطلاق أي نظرية استنتاجية، فهناك مجموعة من القضايا غير المبرهنة بالإضافة إلى مجموعة من اللامعرفات أي يتم من خلالها البرهنة على نظريات جديدة، بالتالي فإن البرهنة و التعريف هما العمليتان الرئيسيتان يتم بواسطتهما تطور النظرية الاستنتاجية[3].

إذا بحثنا في الشروط الضرورية لإقامة التعريف والمبرهنة الجيدة، لابد لنا أن نلحظ قصر الهندسة الإقليدية عن بلوغ الدقة للوصول إلى ذلك وهذا راجع إلى الجمع بين الصدق المادي في القضايا والصحة الصورية في ترابطهما و بين التجربية و الدقة المنطقية، وهذه الازدواجية هي السمة الأساسية الغالبة في النسق الهندسي، و بالتالي فإنه يجمع و يدمج علمين منفصلين تماما علم المنطق و علم التجريب.

---

[1]-روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك، مصدر سابقنص20.

[2]-المصدر نفسه ، ص21.

[3]-مرابطية سامية: الأكسيوماتيك بنظرة فليفية، مرجع سابق، ص47.

" إذا قرأنا كتابا في الهندسة التقليدية بصفته بناءا مصادرتيا خالص تفقد فيه حدوده معناه الحدسي، وتقاس صحته بتماسكه المنطقي فقط، أو على العكس من ذلك أن نعيد لحدوده و قضاياه دلالتها الحدسية الأولى، لكننا عندئذ نكون أما علم من العلوم الواقع بديهياته، و مبرهناته هي في الواقع قوانين فيزيائية"[1].

إذا راعينا صدق المحتوى فإن البرهنة و التعريف يلعبان دور الوسيلة لتقريره صوريا، فالتعريف يبلور تصورا دقيقا لمعنى الحدود في حين أن البرهنة تحملت على قول صدق القضايا و عندئذ يؤول التعريف و البرهنة كما يقول بلانشيه إلى " علم البيان ، و تكون وظيفتهما في جوهرها نفسانية أي تعليمية"[2].

أما إذا راعينا الجانب المنطقي فإننا نظفي نسبية على قيمة كل من التعريف و البرهان أي أنهما يؤولان إلى الفعالية النفسية من جهة و الدقة المنطقية من جهة، تصبح البرهنة هي الحجة الفعالة و التعريف الجيد هو التعريف المصحوب بالشكل و التناقص أحيانا.

يرى بلانشيه أن الكثير من براهين إقليدس هي براهين عن أشياء نعرفها سابقا و متأكدون من صدقها، إن منطق بور روايال (port royal) إلى استخراج أحد عيوب المنهج الإقليدي، وهو مثل في " الاستدلال على الأشياء التي ليست في حاجة إلى أدلة" [3]، أي أنه استدلال عقيم لا جدوى منه، و من هذه النقطة انتقده العديد من الفلاسفة مثل شوبنهاور Schopenhauer (1788-1860)* الذي حكم على منهج إقليدي بأنه عبث absurde لا طائل من ورائه و مثله في ذلك، كما قال هو مثل من بتر ساقيه لكي يمشي بعكازين[4].

---

[1] روبير بلانشيه، نظرية العلم الابستمولوجيا، ترجمة محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004، ص ص89-90.

[2] روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص22.

[3] المصدر نفسه، ص23.

* فيلسوف ألماني، من أهم مؤلفاته، العالم، العالم كإرادة وتصور.

[4] المصدر نفسه، ص23.

هـ- الأشكال: رأينا سابقا بالنسبة لمبادئ الهندسة الإقليدية أنها مبادئ واضحة و ضرورية بذاتها كونها مستمدة من الحدس الحسي للمكان الخارجي، لعل الأشكال الهندسية المستعملة تصرح على هذه السمة، الخطأ الذي وقع فيه إقليدس أنه لم يصرح بهذه السمة و اعتبر أن الأشكال ليست الا مجرد مساعدة على الاستدلال كونها تبطل البرهنة المنطقية في قول بلانشي: "فإذا ألغينا الشكل انهارت البرهنة"[1].

أي أن من لا يملك في ذهنه تصورا ذهنيا عن شكل هندسي ما لن يتمكن من البرهنة عليه، وهذا للجوء إلى الحدس وضعه في بناء استدلالي يتصف بالمنطقية، بعد خطأ فادحا كوننا نجمع بين متنافرين ضمنيا في بناء واحد، وبذلك فإن العودة إلى الأشكال يعتبر شرطا ضروريا للهندسة كونها تكشف عن المسلمات المضمرة، و من ثمة يمكن إنشاء لمفهوم دقيق وواضح فيما بعد في الذهن" من البين أن المنهج الدقيق لا يمكن أن يسمح لنفسه بهذا اللجوء الدائم إلى الحدس، بل أنه يوجب ذكر جميع الخواص المفترضة و ذلك في صورة قضايا صريحة" فالقضايا التي نبرهنها نقررها بصفتها مبرهنات théoremes ، و الأخرى تضاف إلى عدد المصادرات" [2].

إلا أن هذه العيوب يجب أن لا غفلنا عن قيمة الهندسة الإقليدية و الاستدلال الهندسي والذي اعتبره باسكال (pascal) نموذجا لفن الإقناع، دون أن نعتبرها من الوظائف الجوهرية له فإقليدس يرجع إليه الفضل في كونه أول من طبق نسقا منطقيا على النظريات الهندسية التي كانت مبعثرة آنذاك و أكسبها صفة العلم[3]، وقد استفاد الرياضيون المعاصرون من هذه الانتقادات، وكان هذا النقد والقصور والنقص في الجهاز الإقليدي محل بحث ونقاش دائم بين الرياضيين من مختلف العصور، وبطريقة غير مباشرة أساسا لقيام هندسات إقليدية تحاول تفادي الأخطاء التي وقع فيها إقليدس.

---

[1] روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك مصدر سابق، ص18.

[2] المصدر نفسه، ص15.

[3] مرابطين سامية: الأكسوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص 49.

المطلب الثاني: ظهور الهندسات اللاإقليدية

إن الهندسة الإقليدية رغم أنها ظلت النموذج الأمثل و الأعلى للدقة المنطقية و البرهان الرياضي من جهة إلا أن مسلماتها قد بقيت دوما مجالا للشك و التساؤل، وكانت المسلمة التي أثارت كثيرا من التردد و الارتباك في أوساط الرياضيين من مختلف العصور مسلمة الخامسة (مسلمة التوازي) التي تضاع كما يلي: من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم إلا مستقيم واحد موازٍ للأول، وعلى هذه المسلمة برهن إقليدس على عدة قضايا بنائه الهندسي، ومنها على وجه التحديد القضية القائلة إن مجموع زوايا المثلث يساوي 180°[1].

والجدير بالذكر هو أن العديد من الرياضيين اليونان و العرب المحدثين قد حاولوا البرهنة على المسلمة الخامسة (مسلمة التوازي) و الرجوع بها إلى قضايا أبسط منها و لكنهم لم يفلحوا، كما أنهم لم يستطيعوا الاستغناء عنها، " والهندسة اللاإقليدية تناقض الهندسة الإقليدية، مثال ذلك أن مجموع زوايا المثلث في الهندسة اللاإقليدية يختلف عن 180 درجة و مع ذلك فكل هندسة لا إقليدية (...) على تناقض داخلي، و إنما هي نظام متسق بنفس المعنى الذي تكون به هندسة (...) متسقة و هكذا تحل كثرة من الهندسات محل النسق الإقليدي الواحد" [2].

وطالما اعتقد الرياضيون أنهم قد اهتدوا إلى طريقة لاستخلاص القضية المتعلقة بالتوازي من بديهيات أخرى، و مع ذلك كان يتضح في الأخير أن براهينهم في كل الأحوال باطلة، يقول رايشنباخ: "يقحمون دون وعي منهم مسلمة لم تكن متضمنة في البديهيات الأخرى و لئن كانت لها فعالية مساوية لبديهية التوازي، وإذن فقد كانت نتيجة هذا التطور

---

[1] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص75.

[2] هانز رايشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة، فؤاد زكريا، دار الوفاق، لدينا الطباعة و النشر، مصر، الاسكندرية، د ط، 1951، ص ص125-126.

أن هناك مسلمات مكافئة لهذه البديهيات غير أن الرياضي لم يكن له الحق في قبول هذه المسلمات أكثر مما له قبول هندسة إقليدس"[1].

ومع تطور الأبحاث و اكتشاف نقائص و عيوب الجهاز الأقليدي، بما فيه حقيقة المسلمات ظهر ما يعرف بالهندسات اللاقليدية و التي تعرف على أنها :" كل هندسة لا تتطبق مما انطلق منه إقليدس من أن المكان متجانس و متماثل و ذو ثلاثة أبعاد، و من أننا لا نستطيع أن نمد بين نقطتين في هذا المكان إلا خطا مستقيما واحدا لا غير، و من أن الخط المستقيم هو أقرب مسافة بين نقطتين، و من أننا لا نسطيع أن نرسم من نقطة خارج المستقيم إلا خطا موازيا واحدا لهذا المستقيم"[2].

ومن الهندسات اللاقليدية هندسة لوبا تشيفسكي (1793-1856م)* وهندسة ريمان (1826-1866م)*، حيث يقصد بالهندسات اللاقليدية بصفة رئيسية هندسة لوبا نتسفسكي و برنارد ريمان"، وقد استمرت جهود البرهنة على المسلمة الخامسة وانتقلت إلى العالم الإسلامي، بعد ترجمة كتاب الأصول إلى اللغة العربية، حيث حاول كل من عمر الخيام ونصر الدين الطوسي البرهنة على مسلمة التوازي، وسرعان ما انتقلت البرهنة على مسلمة التوازي إلى العالم الأوروبي، وأشهر محاولة على البرهنة كانت لها أهمية كبيرة وأدت إلى نتائج غير متوقعة هي التي قام بها ساكيري* عام 1733م، وقد "ظلت أبحاث ساكيري مطمورة حتى انتبه إليها جوس وأدرك أن بها أفكار هندسية غريبة عن إقليدس"[3].

---

[1] هانز رايشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، مرجع سابق، ص123.

[2] محمود يعقوبي: معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام، الميدان، الجزائر، ط2، 1973، ص 173.

* فيلسوف ورياضي روسي اكتشف هندسة مخالفة للهندسة الاقليدية.

* عالم ألماني، هو أحد أهم علماء ورواد الهندسة اللا اقليدية ".

*ساكيري: منطقي ورياضي إيطالي، ('1667-1733)، عرف في تاريخ المنطق، وتاريخ العلوم برسالته نشرت في 1733 وترجمت إلى الفرنسية: Euclide lavé de toute tache.

[3] -محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي و نشأته و تطوره، دار النهضة العربية للطباعة و النشر، لبنان، بيروت، 1979م، ص108.

ويعد ساكيري من بين أهم الرياضيين الذين انتبهوا إلى ضرورة معالجة المسلمة الاقليدية الخامسة (مسلمة التوازي) و ضرورة البرهان عليها، إلا أن براهين ساكيري كانت مطمورة لم ينتبه إليها أي رياضي إلا بعد أن جاء جوس و أدركها، حيث كانت مطمورة لم ينتبه إليها أي رياضي، وكان ساكيري يؤمن بالمسلمة الخامسة، إلا أنه شعر بضرورة البرهنة عليها مستخدما البرهان بالخلف لإثبات صحة المسلمة و هو مؤمن بصدقها مسبقا إلا أنه توصل إلى أن النسق الذي أقامه على القضية التي افترضها و المخالفة للمسلمة كان خاليا من التناقض مما يترتب عليه امكانية، قيام نظرية هندسية تخالف قضايا الهندسة الإقليدية و خرج بثلاث فروض : فإما أن نسلم بأنه لا يوجد سوى مستقيم واحد مواز من نقطة خارج مستقيم و إما أنه لا يوجد أي مستقيم مواز مطلقا و إما أن توجد مالا نهاية من المستقيمات الموازية[1].

فقد رفض ساكيري الفرضين الثاني والثالث لأنه يتنافى مع مسلمة إقليدس و احتفظ بالأولى بمسلمة التوازي وحدها، هنا النقطة التي توقف عندها البرهان[2]، ولعل الرياضي الألماني جوس (gauss 1777-1855) هو أول من تحقق من وجود هندسة لا إقليدية دون أي تناقض، يعتبر أول من سماها بالهندسات ضد الإقليدية [3].

كما أنه بين أن مجموع زوايا المثلث الذي نرسمه على مثل هذا السطح يكون أقل من 180 درجة و لكنه يمكن رسم من نقطة خارج مستقيم اكثر من مواز له، معلنا بأننا أمام إنشاء جديد ذو هندسة لا إقليدية، وعمل على البرهنة على ذلك، إلا أن جاوس لم ينشر هذا الاكتشاف الثوري معللا بذلك خوفا من ردة فعل أساتذة الرياضيات و الفلسفة في عصره، إذ توقع أن يتهم بالجنون من طرفهم[4].

---

[1]-مرابطين سامية: الأكسيوماتيك بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص ص51-52.

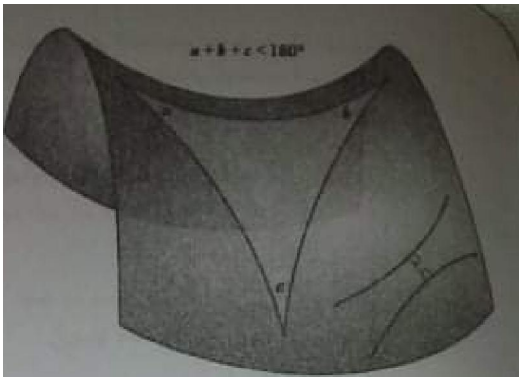
[2]-ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، مرجع سابق.

[3]-مرابطين سامية:الأكسيوماتيك الرياضي، مرجع سابق، ص 52.

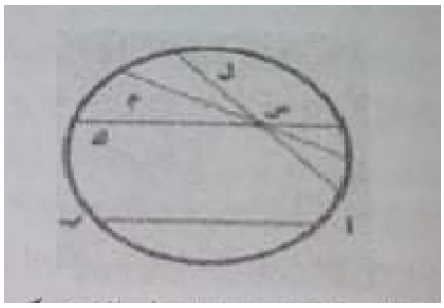
[4]-عبد الحليم بوهلال، ابستمولوجيا كانط والفيزياء المعاصرة، كنوز الحكمة، بن عكنون، الجزائر، 2017، ص197.

ولعل محاولة الرياضي الروسي نيكولا لوبا تشفسكي (N. loba 1743-1856 chevsky) تعتبر أول عمل مطبوع و مؤسس في الهندسة اللاإقليدية، إذا أراد إثبات البرهان على المسلمة بواسطة البرهان بخلف افتراض أنه من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم موازين أو أكثر، و راح يستنتج و يبرهن إلا أنه لو يصل إلى إثبات المسلمة الإقليدية بل توصل إلى نتائج مخالفة يقول بلانشي: " ونحن نعلم كيف أن فشل في البرهنات المستقيمة قد أوحى بفكرة البرهنة بالخلف، وكيف أن البرهنات بالخلف بدورها سرعان ما أدت عن طريق قلب وجهة النظر إلى تكوين الهندسات الأولى التي تسمى لاإقليدية"[1].

توصل لوباتشيفسكي غلى أن مجموع زوايا المثلث أقل من 180°، إن مخالفة نتائجه لنتائج إقليديس لا تؤدي إلى بطلان فرض الانطلاق ولا إلى تأكيد صحة المسلمة، إنما يعني ذلك فقط أن هناك مقدمات مختلفة أدت إلى نتائج مختلفة، وهذا شيء طبيعي، إذ لم يحدث هناك أي تناقض داخلي في نظام لوبا تشفسكي الجديد، و من ثمة فإن مسلمة إقليدس هي مسلمة مستقلة تماما عن باقي المسلمات الأخرى، لأن إنكارها لم يحدث أي تناقض، عكس ما افترضه إقليدس و من ثمة فإن اي نظام يشيد على عكسها يمتلك نفس المقدار من المشروعية الذي يمتلكه النظام المشيد عليها هي نفسها، مما يجعل هندسة تقف الند للند و هكذا و جدت نفسها أمام هندسات متعددة لا أمام هندسة واحدة[2].



الشكل1: مثلث لوباتشفيسكي



الشكل2: متوازيات لوباتشيفسكي

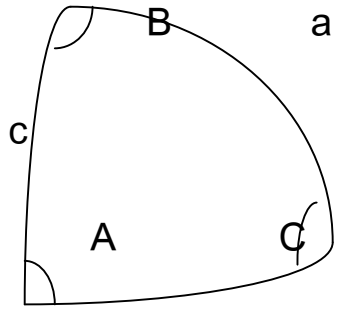
[1]– روبير بلانشيه، الأكسيوماتيك، المصدر نفسه، ص10.

[2]–محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 76.

ظهور نسق آخر في الهندسة على يد الأماني ريمان (riemann)، فهذا الأخير تجاور المسلمة الاقليدية واتخذ منطلقا له مسلمة مخالفة لمسلمة التوازي تماما، حيث افترض أنه من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم أي مواز له، و أن اي مستقيمين كيفما كان وضعهما لابد أن يتقاطعا[1].

انطلاقا من هذا الفرض توصل ريمان إلى نتائج جديدة منها أن زوايا المثلث تساوي أكثر من 180°، يمكن فهم تصور ريمان إذا اعتبرنا أن المكان محدب اي مكان مروي الشكل كالكرة الأرضية، المجسمة.

على عكس ما ذهب إليه لوبا تشيفسكي و إقليدس باعتبار أن المكان مقعر و الآخر مستو (مسطح).



الشكل1: مثلث ريمان

نلاحظ هنا أن أضلاع المثلث ليست خطوطا مستقيمة.

جدول المقارنة بين الهندسات الثلاثة (إقليدس، لوبا تشيفسكي، ريمان)[2]

الهندسة	السطح	الانحناء	مجموع زوايا المثلث
إقليدس	سطح مستو	يساوي الصفر	يساوي 180°
لوباتشفسكي	سطح مقعر	أقل من الصفر	أقل من 180°
ريمان	سطح محدب "كروي"	أكبر من الصفر	أكبر من 180°

[1]–محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق،ص76.

[2]–ثابت الفندي: فلسفة الرياضة،مرجع سابق،ص58.

ومن النتائج التي أسفرت عنها قيام هندسات لا إقليدية تعير نظرة الرياضيين إلى المبادئ التي يشيدون عنها صروحهم الرياضية، والنتيجة الهامة التي يمكن استخلاصها فيما يخص أسس الهندسة هي أن المسلمة الخامسة مستقلة منطقيا عن بقية مسلمات إقليدس.

إذا إن كل هندسة (هندسة إقليدس– لوبان تشيفسكي– ريمان) تعتبر صحيحة في نسقها الخاص.

المطلب الثالث: حركة تأسيس المسلمات في الهندسة

إن البحث في منهج الرياضيات من وجهة ابستمولوجية هو البحث في الأصول و الأسس والمبادئ التي يقوم عليه هذا المنهج الاستنباطي، التي يستمد منها نتائجه و قوانينه و في إطار حركة النقد التي تعرضت لها مبادئ الهندسة الاقليدية أدى إلى تغيير جذري على مستوى مبادئها بخصوص مسلمة الخامسة لإقليدس (مسلمة التوازي) ومن هذه الحركة النقد انبثقت منها هندسات كثير منها هندسة لااقليدية و غيرها، فقد غيرت هذه الهندسات وما أحدثته من تصورات جديد على مستوى الهندسة، و قيام منهج جديد مختلف على المنهج الفرضي الاستنباطي و هو ما يعرف بالمنهج الفرضي الاستنتاجي أو الأكسيوماتيك[1].

وفي الربع الأخير من القرن التاسع عشر قامت حركة عرفت بحركة تأسيس المسلمات اهتمت " بدراسة و تحديد مسلمات كل هندسة معينة من الهندسات وحصر القضايا أو النظريات التي تترتب عليها و يؤلف مجموعها موضوع تلك الدهشة"[2]، من خلال هذا فإنها تحاول صياغة مبدأ عام تقوم عليه منهج هذه الهندسات من تأميل هذه الهندسة و ارجاعها إلى الأصول الثابتة أو الأكسيوماتيك التي أصبحت لغة الرياضة المعاصرة.

---

[1] مرابطين سامية: الاكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص59.

[2] ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص68.

*بيانو، عالم منطقي ورياضي ألماني، عرف بتطويره للمنطق الرياضي من مؤلفاتهن سجل المعادلات الرياضية.

لقد قام العديد من المناطقة والرياضيين بهذه الحركة من بينهم موريس باش M. Pasch (1843-1932م) أبو اللاكسيوماتيك الحديث وكذا بيانو (piano1858-1932م) و انكريس enriques ودافيد هلبرت أستاذ الرياضة بجامعة برلين وغيرهم.

إذا أراد هؤلاء قامة الهندسة كعلم يقوم على الاستنباط تستغل فيه مبادئ ومفاهيم الاستنباط عن ما كان سائدا من قبل و لهذا نجد باش يعبر عن مشروعه قائلا: " لكي تصبح الهندسة، علما استنتاجيا حقا، يجب أن تكون الكيفية التي نستخلص بها النتائج مستقلة في كل مكان عن معنى التصورات الهندسية، مثلما يجب أن تكون مستقلة عن الأشكال، فلا نأخذ بعين الاعتبار غلا العلاقات rapports التي تضعها القضايا التي تقوم بوظيفة التعريفات بين التصورات الهندسية"[1].

يحاول باش هنا جعل الهندسة بموضوعها ومنهجها مستقلة تماما عن أي مضمون مادي أو واقعي، ويجعلها تهتم بالعلاقات الصورية القائمة بين القضايا، لذلك يجب إقامة الهندسة على مجموعة مسلمات صورية وجعلها علم استنباطي أكسيوماتيكي، كما عمل على جعل الهندسة بموضوعها ومنهجها مستقلة تماما عن أي مضمون مادي أو واقعي، إذ حاول تفسير تصوره للمنهج الاستنباطي بقوله: "الاستنباط الرياضي غرضه أولا البرهان على خاصية جديدة لشيء هندسي ما، أما الثانية فهي بيان العلاقة المنطقية بين القضايا، فالاستنباط الدقيق يجب أن يبرز فقط تسلسلا منطقيا للقضايا، كما أنه يستمد قوته من المسلمات المصرح بها منذ البداية دون إعانة من الحدس في أي صورة"[2].

إن المنهج الاستنباطي في نظر باش بأنه استنباط برهاني خالي من العشوائية وأنه منهج يقوم على تبيان العلاقة المنطقية بين القضايا والحدود، فالاستنباط الدقيق يجب أن يكون تسلسلا منطقيا للقضايا، لأن قوته تكمن في المسلمات المكلفة عليها دون الرجوع إلى الحدس

[1]- روبيلا بلانشي: الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص28.

[2]-ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص ص68-69.

في أي صورة وكذلك دون الاستعانة بالأشكال الهندسية كما هو في هندسة إقليدس التي كان يرى فيها كانط مبررا لنظريته، وفي الواقع أن دعوة باش و زملائه لم تمس علم الهندسة فقط بل تعدت إلى علم المنطق كونه علما صوريا قائم على فطرية الاستنباط، وهذا أدى إلى العديد من المناطقة إلى إصلاح المنطق نفسه و إخراجه من ركوده الطويل كعلم أشبه بعلوم اللغة و تحويله إلى علم رياضي ناضج ليقوم بدوره الجديد الذي أصبح جوهر يا بالنسبة إلى تأسيس و تأصيل الرياضة على نحو يستبعد معاني الالفاظ الهندسية و الأشكال الحسية و يستبقي رموزا صورية وعلاقات منطقية[1].

دعا باش إلى تطبيق مبادئه وقام بوضع أربع قواعد، اثنين منها خاصة لتأسيس المسلمات بالحدود الأولية و الباقي خاص بالبرهنة و العلاقات كما يذكرها بلانشيه:

1-يجب التصريح بالحدود الأولية التي نريد أن نعرف بواسطتها سائر الحدود الأخرى.

2-يجب التصريح بالقضايا الأولية التي نريد أن نبرهن بواسطتها سائر القضايا الأخرى وهذه القاعدتين الأولى والثانية خاصة بتأسيس المسلمات في النسق الاستنباطي الهندسي.

3-يجب أن تكون العلاقات المذكورة بين الحدود الأولية علاقات منطقية خالصة، و أن تبقى مستقلة عن المعنى العيني الذي يمكن أن نعطيه للحدود.

4-يجب ألا تتدخل في البرهنات إلا هذه العلاقات، بقطع النظر عن معني الحدود[2].

تبع العديد من الرياضيين مشروع باش و خطواته و عمموا ذلك على كل الأنساق الهندسية بمحاولة تأصيلها، أي تنقية الهندسة من المسلمات التي كانت النموذج الأعلى في البداهة واليقين بسبب وضوحها الحدسي و ارتباطها أو مطابقتها للمكان، و تعويضها بمسلمات تكون أكثر بساطة و أولوية[3].

---

[1] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص69.

[2] روبير بلانشيه، الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص29.

[3] -مرابطين سامية، الأكسيومكاتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص62.

المبحث الثالث: الأثر الفلسفي للأكسيوماتيك

المطلب الأول: فلسفة الرياضيات

إن للمنهج الأكسيومي فيما يخص مختلف العلوم سواء كانت استدلالية أم كانت تجريبية، و كان لها تأثير و صدى كبير على الخطاب الفلسفي المعاصر، و خاصة في فلسفة الرضيات و كذلك في فلسفة العلم و فلسفة المعرفة، ففي المقام الأول تفتح المصادريات أحد الطرق الممكنة لحل المشكلة التي هيمنت منذ مستهل قرن (القرن العشرين) على كل الفلسفة الرياضية، و هي مشكلة أساس هذا العلم نفسه، فقد شغلت هذه المشكلة بال الرياضيين و رفضت نفسها، وتمخضت عنها ما يعرف بأزمة نظرية المجموعات و هذه النظرية التي وضعها (ج.انتور G.cantor) خلال الربع الأخير من القرن 19[1].

إذ كان يعتقد و انطلاقا من أبحاث فريجة أن الرياضيات لن تقوم على أساس متين ما لم تقف عند مفهوم العدد الصحيح هذا المفهوم الذي يشكل منطلق الحساب و أساس التحليل، " لذا ينبغي في نظره إقامة نسق نظري يمكننا من تحديد مفهوم العدد الصحيح من غير أندنى التباس و لا تناقض" [2]، ولهذا توجهت أبحاث الرياضيين إلى تأسيس الهندسة، التحليل و الجبر على أساس نظرية المجموعات، وسرعان ما بدأ التصدع خصوصا بعد أبحاث كانتور، إذ ظهر تناقض منطقي بين المفاهيم الأساسية المستعملة في نظرية المجموعات و هذا ما سيؤدي إلى ظهور أزمة الأسس التي تمتد من 1900 إلى غاية 1930، و التي تعكس في جوهرها عدم مواكبة المنطق التقليدي للمخاض الرياضي، وعجز المنطق العقلانية التقليدية، وهذا ما أدى إلى إعادة نظر جديدة في المفاهيم الرياضية و كيفية بناءها بل كذلك نظرة جديدة في موضوعاتها[3].

---

[1] روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك، المصدر نفسه، ص91.

[2] عبد السلام نبعيد، سالم يفوني: درس الابستمولوجيا، دار توبقال للنشر، المغرب، ط 3، 2001، ص40.

[3] مراطين سامية: الأاكسيوماتيك الرياضي، مرجع سابق، ص114.

ولحل أزمة الأسس احتدم النقاش ين الرياضيين لاختلاف وجهات نظرهم والتي أدت إلى ظهور ثلاث نزعات مختلفة واتجاهات النزعة المنطقية، النزعة الحدسية وأخيرا الأكسيوماتيكية ترى النزعة المنطقية و التي كانت بدايتها مع أعمال فريجة وصولا إلى راسل و وايتهد (whitehead1861–1947)* و تعرف بضرورة رد جميع مفاهيم الرياضيات الخالصة إلى المنطق و استخلاص الحقائق الرياضية انطلاقا من المبادئ المنطقية ذاتها، ظهور نقائض المجموعات لا يعود لأسباب رياضية كعدم دقة التعريف بل يرجع إلى أسباب منطقية، كزن أن المنطق التقليدي الذي اعتمدوا عليه لم يكن ليحول دون الوقوع في الفخ الدور المنطقي، "لذا بما أن هذه الأخير قد أدت إلى تناقض يجب منعها فإننا من جهة أخرى ندعم قواعد المنطق بحيث لا تسمح بالوصول إليها"[1].

هذا ما جسده راسل بالفعل في نظرية الأصناف أو الأنماط لتغلب على النقائض و التي تقوم على تصنيف الأشياء إلى أنواع مرتبة ترتيبا هرميا، هذا ما أدى إلى تغير مفهوم المجموعة أو الفصل، ومع ذلك لم تتمكن هذه المحاولات من حل النقائض" كون أن استبعاد هذه الأخيرة يجعلنا مضطرين إلى وضع بعض البديهيات التي لا يمكن إنكار طابعها خارج المنطق"[2].

نجد أصحاب الإتجاه الحدساني على رأسهم هنري بوانكاريه (H. poincaré 1854–1912)، يرى بأن الرياضيات لا تشتق من المنطق كما ذهبت إليه النزعة المنطقية بل تحتاج إلى مادة (ما يقابلها الصورة) و هي تحتاج إلى تجربة من نوع خاص هي الحدس التجريبي فالمنطق و الأكسيوماتيك فهما وسيلة لشرح و استعراض الكشوف الهندسية التي تقوم على الحدس دوما[3].

---

*–وايتهد: عالم منطق ورياضي إنجليزي إشترك مع راسل في تأليف كتاب الأصول الرياضيات (1910–1933).

[1]روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص93.

[2]روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص93.

[3]عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص112.

*براوور: رياضي هولندي، ينتمي إلى النزعة الحدسانية.

** هايتنغ: رياضي هولندي، أنشأ المنطق الحدسي عام 1930م، من مؤلفاته أسس الرياضيات.

تأتي النزعة الحدسية الجديدة مع أعمال الرياضي الهولندي براور Brower (1881-1966)* و كذا هايتنغ (Heyting)** يؤكد على الاستغلال الذاتي لمواضيع الرياضيات على المنطق، " وتنسب الصعوبات إلى الاستعمال الأعمى للأداة المنطقية ذلك أن هذه الأداة لا تعود تقدم لنا أي ضمان... بل إن الحدس فغي نهاية الأمر هو الذي يحكم على صحة القواعد المنطقية نفسها"[1].

يتفق الحدسيون الجدد كلهم في مسألة أساسية وهي بالتحديد قانون الثالث المرفوع، و معلوم أن نقائض نظرية المجموعات ترجع كلها إلى مبدأ الثلث المرفوع الذي يقدر أن القضية صادقة أو كاذبة، فلا مكان لقيمة ثالثة، ولهذا يقول برور:" إن تطبيق مبدأ الثالث المرفوع لا يمكن أن يتم دون قيد و شرط إلا في حظيرة ميدان رياضي نهائي و محدد بوضوح"[2].

ويعني هذا أن المنطق الكلاسيكي لا يعبر بصدق فعاليته و فيما ذهب إليه في مبدأه الثالث المرفوع، وإن نجحت النزعة الحدسية فعلا في تكسير قالب المنطق القديم منطق ثنائي القيمة و فتحت المجال أمام أنواع أخرى من المنطق المتعدد القيم، و إنه مذهب يعود بالرياضيات إلى الوراء فيتركها مجزأة و مشتتة [3].

أما النزعة الأكسيومية فتذهب إلى القول بأنه لا يمكن العودة بالرياضيات لا إلى الحدس أو المنطق و لكن إلى النسق الأكسيومي الذي يعبر عن قضايا صورية خالصة هذه القضايا تستمد صحتها لا من كونها صورية كما هو الحال في المنطق، ولكن كونها فارغة تماما من المعنى[4]. ومن ثمة فإنه في نظر هؤلاء لا يمكن تعريف المجموعات كما تعرف المجاهيل والمتغيرات في المعادلات الرياضية المتعددة المجاهيل.

---

[1] المصدر نفسه، ص92.

[2] نقلا عن: محمد عابد الجابري: مرجع سابق، ص116.

[3] المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

[4] صلاع عثمان: الاتصال واللاتناهي، مرجع سابق، ص116.

جاء هلبرت بنظرية البرهنة التي تعتبر أن كل نظرية رياضية يمكن وضعها على شكل نسق صوري أي مجموعة من الصيغ لا تختلف عن الصيغ الرياضية المعهودة إلا بكونها إضافة إلى رموزها الرياضية تحتوي على رموز منطقية، ومن ثمة تبرهن على تماسك النسق لمعرفة قيمته، مما يستلزم قيام علم جديد هو البرهانية و الاستدلالية داخل النسق[1].

"فالصياغة الصورية الأكسيومية تساعدنا و بكيفية استدلالية و دون اعتماد على حدس البداهة الذاتي على معرفة ما إذا كان نسق أكسيومي ما منسجما أم لا، وإذا أمكن توفر ذلك في الصياغة الأكسيومية لنظرية المجموعات فهذا يعني أنه ثم تجاوز مشكلة الأساس" [2].

يتبين لنا كيف فشلت النزاعات الثلاث في إيجاد حل لهذه الأزمة، إلا أن تقدم الأبحاث الأكسيومية و انتشار الصياغة الأكسيومية قد ساهد في تجاوز هذه الأزمة، سرعان ما تبنت النزعة المنطقية و الحدسية المنهج الأكسيومي في أبحاثها مما خفف من حدة النزاع و النقاش بينهم و خاصة بين المنطقية و الصورية (الأكسيومية)، إذ يقول بلانشي "إذا كانت الصورانية لم تقدم حلا نهائيا لمشكلة أساس الرياضيات فإنها بقيامها و بردود الفعل التي أثارتها قد تقدمت هذه المشكلة بخطوات إلى الأمام و هي من جهة أخرى قد أثرت تأثيرا كبيرا في المذاهبي التي كانت في بداية الأمر معارضة لها و اليوم قد زالت تقريبا الفروق بين المنطقانية و النزعة المصادرياتية إلى درجة أن الاتجاهين يتركبان عند بعض المؤلفين مثل كوين (Quine)، وبذلك فقدت مسألة معرفة أين ينتهي المنطق و أين تبدأ الرياضيات قسما كبيرا من معناه"[3].

فالصورانية الهلبرتية بنقلها المشاكل إلى صعيد البناءات الرمزية تستعمل لغة في متناول الحدسانية، إنه يمكننا أن نرفض الصورانية المصادرتية لكن التبديه والصورنة قد أصبحا اليوم كما قال كافييس Cavaillis "لباسين إجباريين "[4].

---

[1]–مرابطين سامية، الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص117.

[2]–عبد السلام بن عبد العالي، سالم يفوت، درس الابستمولوجيا، مرجع سابق، ص90.

[3]–روبير بلانشيه، الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص96.

[4]– المصدر نفسه، الصفحة نفسها.

المطلب الثاني: فلسفة العلم

أدى إدخال العلم المنهج الأكسيومي في مختلف العلوم التجريبية إلى إعادة ظهور مشكلة عويصة تصدرت أبحاث فلسفة العلوم و اهتماماتها، و هي مشكلة علاقة النظرية بالممارسة أي بالتحديد علاقة الرياضيات كعلم نظري صوري بالواقع العلمي التجريبي، و تمحورت هذه المشكلة بين اتجاهين فلسفيين قديمين هما الاتجاه التجريبي و اتجاه عقلاني، الاتجاه التجريبي يعتبر أن الرياضيات مشتقة من التجربة الحسية و لا يرى انقطاع و انفصال بينهما، أما اتجاه عقلاني يؤكد على الضرورة العقلية للحقائق الرياضية، أي لا يمكن إلحاقها بالتجربة فكلاهما مستقل عن بعضه الآخر[1].

سرعان ما ذهب كانط ايمانويل (E.kant) أنه حاول تجاوز هذا المشكل الدي دار بين الاتجاه العقلي و الاتجاه التجريبي، ظنا منه أن استطاع التوفيق بين الطابع الحدسي و الطابع الضروري في الرياضيات، و أكد كانط على الأحكام و القضايا التركيبية القبلية مما سهل لأن تكون الرياضيات لغة الفيزياء نفسيها، و بهذا جرد كانط العقلانية من الطابع الديني و كذلك ن جهة يعترف بأن الرياضيات تنشأ جذورها في الحساسية[2].

إن هذا الانفصال يتميز بصورة أوضح عند كل من أصحاب التوجهين المنطقاني والصوراني بتنسيق نظرية علمية ويقدمها على شكل نسق أكسيومي، يتحقق العالم من صدق القانون العلمي وبدمجه في شبكة من العلاقات الصورية، أي داخل نسق استنباطي، إذ يبادر بالتصريح بكل المبادئ الأولية التي أسست عليه هذه النظرية، وعلى هذا التأسيس تأسست من خلاله الوحدة الجدلية بالمفهوم الباشلاري بين النظرية والتجربة، "وهذا ما يفسر كون الواقع أصبح قابلا لأن يلقى شروط فهمه رياضيا، وكون الرياضيات متفقة مع الواقع اتفاقا فعليا "[3].

---

[1]–مرابطين سامية: الأكسيوماتيك الرياضي، نرجع سابق، ص118.

[2]–روبير بلانشيه: نظرية العلم، الابستمولوجيا، مصدر سابق، ص ص88–89.

[3]–سالم يفوت: فلسفة العلم المعاصرة ومفهومها للواقع، دار الطبعة للطباعة والنشر، لبنان، ط1، دس، ص 156.

إن إشكالية ارتباط النظرية بالممارسة أو الرياضيات بالواقع، إنما تتجسد لنا بشكل أكبر في علاقة الرياضيات بالنظريات الفيزيائية، فلقد بين علم المعاصر كما يقول بلانشيه "أن في عالم الفيزيائي كان الحسم في أكبر المشاكل الفيزيائية التي اعترضت طريقة تطوره رياضيا و بالتالي، فإن الواقع الفيزيائي أصبح يتطلب أكبر النظريات إغراقا في الصورية و التجريد لفهمه، و أصبحت الحقيقة الرياضية تعبر عن حقيقة فيزيائية"[1].

إن الاتصال بين العلمين الرياضيات و الفيزياء أصبح ينظر لهما على أنهما علمان متلازمان لا ينفصلان أبدا، إذ أصبح دور الرياضيات كبيرا في فهم الواقع و هذا ما ذهب إليه أغلب الابستمولوجين المعاصرين من بينهم باشلار إذ يعتبر الرياضيات ضرورية في محور اكتشاف لأنها الوحيدة تتيح لنا التفكير في الظاهرة الفيزيائية، إذ يرفض أن الرياضيات أو العلم الرياضي على أنه لغة التعبير فقط في قوله " إن ما قد يفسح المجال للاعتقاد بأن الفكر العلمي يظل في الواقع هو عبر أعمق التصحيحات التي يحققها ، إنما يرجع إلى أن الباحثين لا يقدرون دور الرياضيات في الفكر العلمي حق قدره فقد قرروا بلا شك أن الرياضيات لغة ووسيلة تعريف بسيطة"[2].

ويذهب أيضا باشلار بأن علاقة تكاملية بين العلوم الرياضية و العلوم الفيزيائية، " إذ يكون المجرب سباقا إلى الإعلان عن ظاهرة، ولا يتأخر الرياضي عن التعديل من النظريات السائدة كي تصبح قادرة على تمثيل هذه الواقعة الجديدة، وحينا آخر يكون العالم الرياضي هو المبادر إلى الإعلان عن إمكان وجود ظاهرة جديدة فيسير الفيزيائي بمقتضى هذا الإعلان إلى الطريق الذي يرسمه"[3]. فالموقف الابستمولوجي المعاصر جاء كرد فعل للوضعية التجريبية التي فصلت بين الرياضيات و المنطق و اعتبرتها قضايا تحليلية، وأن قضايا العلوم التجريبية تعتبر

[1] -Robert blanché, l science physique et la réalitén réalisme positurisme, mthematisme, puf, France .1984,p187.

[2]–غاستون باشلار: الفكر العلمي الجديد، مرجع سابق، ص60.

[3]–محمد وقيدي، فلسفة المعرفة عند غاستون باشلار، دار الطبعة للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، ط1، 1980، ص153.

قضايا اختبارية و استكشافية، إذ اعتبرت الرياضيات أحسن وسيلة للتعبير عن العلم التجريبي كونها تتصف بالدقة والضرورة، نجد بلانشيه في آراه ينقد هذه الفكرة و يؤكد على الارتباط الوثيق بين هذين النوعين من العلمين، في قوله " إن الرياضيات لم تعد في الفيزياء المعاصرة تبدو كأنها وسيلة يستعين بها العلم التجريبي، بل إن العلم التجريبي هو الذي أصبح أداة لازمة تستعين بها النظرية"[1].

ومن هنا نرى أن بلانشي يؤكد على الارتباط الوثيق بين العلمين، العلوم الرياضية والعلوم الفيزيائية ويرفض فكرة أن تكون العلوم الرياضية مجرد قضايا تحليلية لعلوم الفيزياء، بل اعتبر أن علوم الفيزياء أداة لازمة تستعين بها النظرية، ومن خلال هذا فإن بلانشيه يريد القول أن التمييز بين الرياضيات و الفيزياء لم يعد ممكنا لأن في العلم المعاصر أصبح الاكتشاف مرتبط و مقرونا بالاستنباط، وصارت التطورات الفيزيائية تستمد وجودها من العلاقات الرياضية،" لذا فإن الاتجاه الوضعي لهذا التميز يتجاهل الحقيقة، بل أنه حتى في العلوم الصورية لا نجد أبدا نظام رموز خاص و إنما هناك ترابط وثيق يتجلى في كل مستويات التجديد"[2].

يظهر من خلال هذا القول لبلانشيه أنه لم يعد موجود التمييز بين العلوم الرياضية والفيزيائية وأصبح مرتبط بالاستنباط في العلم المعاصر على غرار العصور الأخرى، وإذا طبقنا الصياغة الأكسيوماتيكية أصبحنا نلحظ توزعا من الازدواج بين ما هو عقلي و ما هو تجريبي، وإمكان قراءة مزدوجة قراءة مجردة عقلية صورية أو قراءة عينية تجريبية مادية [3].

نخلص مما سبق إلى أن الأكسيوماتيك وما أحدثه من قلب وتغير للعلاقات بين العلوم قد ساهم في العلوم التجريبية في إنشاء ترابط وثيق بين العلوم الصورية ممثلة في الرياضيات والعلوم الواقعية العينية ممثلة في الفيزياء.

---

[1] Robert blanché, la science physique et la réalité, réalisme positivisme mathématisme, op, cit ;p 206.

[2] Robert blanché, la science physique et la réalité, réalisme positivisme mathématisme, op, cit, p 25.

[3] روبير بلانشيه، الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص100.

المطلب الثالث: فلسفة المعرفة

انعكست علاقة النظرية بالممارسة و التي آثارتها الصياغة الأكسيومية على ميدان المعرفة أي علاقة العقل بالتجربة، يقول بلانشي" فالمنهج المصادر يأتي ليس طريقة تقنية للرياضيين فقط، إنه يمكننا أن نجد فيه تصويرا كثيرا لإيجاد الطريقة التي يسلكها الفكر في طلبه للمعرفة"[1].

يرى بلانشي في قوله بأن المنهج المصادر يأتي أو الأكسيوماتيك ليس حكرا على الرياضيين فقط بل تعدى ذلك إلى مختلف العلوم منها التجريبية، فالمنهج الأكسيوماتيكي يقدم لنا قراءة مزدوجة لأي علم من العلوم مما يجعل المعرفة مفتوحة من الأسفل على التجربة و كذلك من الأعلى و هو العقل، كل حد منهما لا يمكن تصوره وو قيامه بعيدا عن الثاني " و مثلما أنه لا محتوى بدون صورة، فإننا لا نعرف صورة خالصة، فقد يوجد فراغ فكري، لكن لا يمكن أن يوجد تفكير فارغ"[2].

وأصبح الفكر الانساني بإمكانه أن يتحرك بين مستويين، وهو أن يصعد من الواقعة إلى الفكرة وأن ينزل من الواقعة إلى الفكرة، وهو ما أدى إلى بلورة الخطاب الفلسفي الجديد في نظرية المعرفة سواء كانت المفاهيم فلسفية أم علمية، وقد سيطر على ميدان نظرية المعرفة اتجاهان فلسفيان متقابلان هما: العقلانية و التجريبية، العقلانية التي تعتبر أن العقل هو الأداة الأساسية التي ترد إليها جميع معارفنا؛ الأداة التي تحتوي على مجموعة من المبادئ الثابتة والضرورية والمعارف الفطرية التي لا يمكن الشك فيها [3].

بينما التجريبية موقف معاكسا لها، ترد جميع المعارف إلى التجربة في تزويد العقل و تمده بمعارف حسية متنوعة، فالعقل هنا مجرد وسيلة يقوم بإعادة تنظيم و عقلنة المعارف الحسية

---

[1]–روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك، المصدر سابق، ص103.

[2]–المصدر نفسه، ص105.

[3]–مرابطين سامية، الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، المرجع السابق، ص123.

من جديد، ومع مرور الوقت تغير هذا المنظور في الفكر المعاصر و أصبح يقوم على التوفيق بين العقل و التجربة، و تلاشي هذا الصراع القائم بين العقلانية و التجريبية، يقول برانشفيك،" إن العقل و التجربة لا يمكنهما إلا أن ينعزلا و يستدير كل منهما الآخر و إنما هما متضامنان مقدر عليهما أن يمتزجا و تداخلا و يقوي كل منهما الآخر"[1].

يرى بلانشفيك في قوله ان الصراع القديم بين العقلانية والتجريبية بدأ يضمحل مع بداية العصر المعاصر و أصبح العقل و التجربة متضامنان و ممتزجان و متدخلان، كما نجد غاستون باشلار الذي بين أنه بدون تشكيل عقلاني للتجربة، يقر باشلار في نظرية المعرفة العلمية على وجود تضافر بين كل من التجربة والعقل يكمل كل منهما الآخر، و من هنا أن العقلانية المعاصرة تقول بدينامية العقل و بحوار العقل و التجربة أي الانفتاح كل منهما على الآخر، في الحوار تكون المبادرة الأولى للعقل لا للتجربة، "فالعقل ليس نسقا مغلقا من القوانين بل هو القدرة على استعمال معايير و قواعد قصد بناء التجربة و إضفاء صفة الموضوعية على الواقع"[2].

وفي المقابل نجد موقف بلانشيه الذي يمكن فهمه ضمن الفلسفة العقلانية المعاصرة، وإعادة النظر في العديد من الاشكاليات التي طرحت في عصره، أعلن بلانشيه و غيرهم من العلماء أمثال باشلار و برانشفيك و غيرهم عن قيام عقلانية جديدة مغايرة للعقلانية الكلاسيكية، ولا تريد أن تكون استمرارية لها، ينتقد بلانشيه كونها تؤمن بالعقل ثابت محدد سلفا بالنسبة لكل تجربة ممكنة[3].

يسير بلانشيه في تحديد الطبعة العقلانية المعاصرة فيما سار إليه باشلار بأن يتجاوز العقلانية الكلاسيكية بالقول مع باشلار الحوار بين العقل و التجربة و كذلك بالتفتح على

---

[1] شعبان حسن، برونشفيك، باشلار بين الفلسفة والعلم، دراسة نقدية مقارنة، دار التنوير للنشر، بيروت، لبنان، ط1، 1993، ص6.

[2] –سالم يفوت، فلسفة العلم والعقلانية، المعاصرة، دار البعة للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1982، ص90.

[3] –محمد وقيدي: ماهي الابستمولوجيا، دار الحداثة، بيروت، ط1، 1983، ص179.

التجربة فالعقل لا يقتصر على تلقي أثر التجربة بل فاعليته تعتمد على وسائل رياضية و منطقية، وتساهم في بناء موضوع معرفتها و اكتشافه[1].

وعلى الرغم من أن بلانشيه ينتقد المثالية التي تجعل الذات مركز المعرفة، إلا أنه يعود ليعترف بدور المثالية الرياضية، Idéalisme mathématique " أي تهتم ببناء نظام معقد من العلاقات كي تعبر عن الكيفيات الحسية التي تمدنا بها الحواس بفضل الرياضيات"[2].

إن العلم المعاصر لحظ أن تميز بالانتقال من التفكير الجوهري الواقعي أو الشيء في ذاته إلى التفكير في العلاقة، و هذا في تدخل الأسلوب الرياضي قائم على نسق من العلاقات بين مجموعات من البنيات الرياضية في قول بلانشيه " ينتقل للفكر من البنية التصورية إلى البنية الرياضي، فإن هذا الانتقال من الشيء المطلق أو الجوهر إلى الشيء المبني تدريجيا على شبكة من العلاقات، فيكون هناك إذن قلب بعلاقات الفكر بموضوعه و علاقة المعرفة بالكائن"[3].

إن لعقلانية الرياضية عند بلانشيه تتميز بأنها تندرج ضمن تيار مجدد في الفلسفة المثالية، و لاشك في أن هذا التيار العقلاني يحاول أن يحرك الهوة التي تفصل الفلسفات المثالية الكلاسيكية عن العلم المعاصر، و التي كانت قائمة بين الذات و الموضوع و بين العقل و التجربة، فهي علمان يستلهمان معا نفس النموذج المتمثل في محاولة البحث عن فلسفة المعرفة الموضوعية [4].

عقلانية بلانشيه جاءت مغايرة للعقلانية الكلاسيكية القائم على الصراع بين العقل و التجربة، أما في العلم المعاصرة كان انقلاب على الكلاسيكية، وتقوم على الحوار بين العقل و التجربة

---

[1]–مرابطين سامية، الاكسوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، المرجع سابق، ص125.

[2] Robert blanché, la science physique et la réalité, réalisme positivisme mathématisme, op, cit ;p 206.

[3] IBID. pp24-31.

[4]–مرابطين سامية، الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص125.

باعتبارهما يكمل كل منهما الآخر، عند الرياضيين المعاصرين من بينهم باشلار وبرانشفك جاءت نظرتهم العقلانية الكلاسيكية تجاوزها تماما إلى عقلانية جديدة تقوم على التوافق بين العقل و التجربة، العقلانية المعاصرة لبلانشيه تؤمن بدور الرياضيات الكبير في بناء المعارف و إنشائها ليصبح التفكير تفكير بالعلاقة لا بالجوهر، على أساس أن المعرفة هي نظام معقد من العلاقات تعبر عن الكيفيات المحسوسة بلغة رياضية و بأسلوب و منهج أكسيوماتيكي.

إن عقلانية روبير بلانشي تقوم أساسا على ترييض العقل فقط، أطلق عليها العقلانية الرياضية و هي تخالف العقلانية الكلاسيكية إذا ترفض مطلقية العقل و ثباته و تقر بتطوره وفق ما تنتجه تطورات العلم، خاصة العلم الرياضي يعد المنطلق الأساسي لكل تطور عقلي[1]، يعرض لنا بلانشي من خلال نظرية العلم و العقلانية الرياضية بأن علاقة الفلسفة بالعلم علاقة تفاعلية، إذ تقر عقلانية بلانشيه المعاصر بضرورة التكامل بين ما هو عقلي وماهو تجريبي، لا وجود و لا طغيان جانب على جانب آخر و الجمع بينهما و ضرورة تحاور العقل مع التجربة " عقلانية لا يمكننا أن نسميها عقلانية تجريبية لأن الاسمين في العادة متعارضان، بحيث يمكننا على الأقل أن نصفها بأنها استقرائية... لا العقل ينظر في معطي لم يشارك في إعداده، ولا هو يستنفد قواه على صعيد العلاقات و الحساب الصوري، و لا شيء يظهر فعاليته أفضل مما تظاهره إقامة أو إدراك تطابق كما تلي بين الخطاطة الرمزية و النموذج العيني"[2].

[1]–أحمد حسن: نظرية العلم والعقلاني الرياضية، الفلسفة الفرنسية جدل التموقع والتوسع، تأليف مجموعة باحثين، إشراف وتحرير: سمير بلكفيف، منشورات ضفاف، بيروت، ط1، 2015، ص156.

[2]–روبير بلانشيه: المصادريات (الاكسيوماتيك)، مصدر سابق،ص106–107.

الفصل الثاني

المنهج الأكسيوماتيك وخصائصه

تمهيد:

إن المنهج الأكسيوماتيكي الذي ظهر بعد الأزمات التي طرأت على الرياضيات بداية من مسلمة التوازي للهندسة الإقليدية والتي أثارت الشكوك في صفوف الرياضيين، كانت تعتبر الرياضيات يقينية ومطلقة في نتائجها، تزعزعت هذه النظرة لدى الرياضيين، مما أدى إلى ظهور ثلاث نزعات، من بين هذه النزعات نجد نزعة الأكسيوماتيكية التي ترد كل من الرياضيات والمنطق إلى الأكسيوماتيك.

الأكسيوماتيك تنطلق من أوليات (مسلمات) يختارها الرياضي ليشيد صرحه الرياضي و للوصول إلى نتائج دقيقة و يقينية.

ظهور الأكسيوماتيك أول مرة على يد باش الذي يعتبر أب الأكسيوماتيك و بعد ذلك انتقلت كل من الرياضيين بيانو و هلبرت، نجد هلبرت هو من توسع في هذا المنهج الأكسيومي، ووضع شروط و خصائص لهذا المنهج ليقوم عليه ويكون بناء الأكسيومي بناء يقينيا بنتائجه، فماهي خصائص المنهج الأكسيومي؟ وماهي أنساقه؟

المبحث الأول: التعريف بروبير بلانشي وأهمية المنهج الأكسيوماتيكي

المطلب الأول: نبذة عن حياة روبير بلانشي (أعماله، فلسفته)

حياة روبير بلانشي:

روبير بلانشي فيلسوف و منطقي فرنسي (1898–1975) بدأ حياته الفكرية بتأملات وثيقة الصلة بالميتافيزيقيا حول العلم الفيزيائي و الواقع (1946) و المسالك المثالية (1948) اشتهر بكتبه في المنطق الرياضي وفي الابستمولوجيا و بمقاومته لتكثير الأنساق المنطقية الحديثة في ضوء قواعد (علم الدلالة) و الاستعاضة عنها بما يسميه (المنطقي الفكري) الذي من شأنه أن يزيل التعارض بين المنطق المصورة و المنطق الطبيعي[1]0

آثار روبير بلانشيه:

ترك روبير بلانشيه كتب في هذا الصدد في الأبستمولوجيا على نحو: الأكسيوماتيكا (1955)، مدخل المنطق المعاصر (1975)، البنيات العقلية (1966)، العلم الراهن و العقلانية (1967)، العقل و المقال (1967) المنطق و تاريخه من أرسطو إلى راسل (1971)، الابستمولوجيا (1972)، الاستدلال.

أهم فلسفة روبير بلانشي:

إن أهم ما ميز فلسفة بلانشي هو البحث عن أفكار جديدة مغايرة للأفكار السابقة التي كانت سائدة آنذاك، وهذا ما أكده منذ البداية بأن فلسفة روبير بلانشي لم تكن موقف فلسفيا منعزلا، بل تسير وفق تيار فلسفي ساهم العديد من الفلاسفة المعاصرين في بلورته ونجد تتميز:

- أنها موقف قائم على الوعي بنتائج الثورة العلمية وما أحدثته من انقلاب في المفاهيم التي يستخدمها الخطاب الفلسفي والخطاب العلمي، متجاوزا العوائق العقلانية الكلاسيكية، ومشيرا

[1] محمود اليعقوبي: معجم الفلسفة، الميزان، الجزائر، ط 2، ص 198.

إلى دور العلم الرياضي في بناء المعرفة الفلسفية لهذا سمي عقلانية روبير بلانشي بالعقلانية الرياضية.

- أنها ترفض فكرة قبليتها أو القول بفرطيته الأفكار بل تقول بوظيفة التصورات وهذا الموقف نجده عند "باشلار" و"بلانشي".
- نجد أنها ترفض باعتبار الواقع كمعطى، بل هو نتيجة لإضفاء صفة الموضوعية والعقلانية عليه كونه الواقع أصبح بناء عقلانيا وتقنيا في الآن نفسه.
- المكانة التي يخذلها العلم الرياضي في العلوم فالعلوم الرياضية ليست مجرد لغة بل أن العلم يفكر بفضل العلوم الرياضية.
- عقلانية بلانشيه الرياضية بأنها في الوقت التي تضع نفسها ضمن الفلسفات المعاصرة فإنها تنتقد تيارات فلسفية متعارضة و تحاول أن تتجاوزها و هي العقلانية الكلاسيكية، الواقعية، الوضعية، كونها اتجاهات لا تمثل الفلسفية المطابقة للعلم و نتائجه.[1]

المطلب الثاني: أهمية المنهج الأكسيوماتيكي

يعتبر المنهج الأكسيوماتيكي هو الأنسب لدراسة المسائل الرياضية الحسابية منها و الهندسية، فهو منهج مثمر و منتج و خصب، فضلا عن كونه يؤسس لعلم الحساب، لأن النظرية الممثلة بنسق من العلاقات يمكن أن تظهر في مجالات أخرى، حيث إن التفكير الرياضي الحديث يرى أن نقطة البدء تكون مشروعة إذا كانت تسمح لنا ببناء علم منسق و منتج لا إذا كانت تندرج في ذاتها على بداهة مطلقة، وهذا الأمر هو الذي عمل المنهج الأكسيومي على تجنبه في البداية، كذلك نجده يرفض العودة إلى ذلك عن طريق تصورات أولية و أكسيوماتيكية ينطلق منها الرياضي [2].

[1] محمد وقيدي: الأبستمولوجيا، مرجع سابق، ص 186.

[2] زبيدة مونية بن ميسى: فلسفة الرياضة عند جان كفاييس دراسة تحليلية ابستمولوجية، رسالة مقدمة لنيل شهادة دكتوراه العلوم في الفلسفة، جامعة منتوري قسنطينة، 2007-2008، ص 268.

فالأكسيوماتيك تسمح لنا بالبرهنة على القضايا بكل وضوح مع إزالة الغموض و الشكوك عنها، و هذا ما جعلها تتصف بالدقة والوضوح، من خلال يمكن للباحث الرياضي أن يتوصل إلى نتائج يقينية بكل سهولة.[1]

تظهر الرياضيات في المنهج الاكسيوماتيكي كوجه رئيسي، فلها دور فعالا في بناء هذا الصرح، حسب دافيد هلبرت الذي بنى ورسم المنهج الأكسيوماتي على الرياضيات، ويعزز ذلك كفاييس رأى دافيد هلبرت حيث يرى أن الرياضيات الأكسيوماتية توصلنا إلى تكوين ماهية الفكر العلمي، و لهذا فهو بطريقة غير مباشرة جعل من المنهج الأكسيوماتي وسيلة للتوحيد بين العلم، و هذا ما دل على نجاح المنهج الأكسيوماتيك في السنوات الأخيرة، فالمنهج الأكسيوماتي لا يسمح فقط بتأسيس الرياضيات، و لكن بتبرير تطبيقاتها الشامل في العلوم الأخرى و كل ما يكون موضوعا للفكر العلمي هو مرتبط مباشر بالمنهج الأكسيوماتيك و منه فهو ينتمي إلى الرياضيات.[2]

فالرياضيات في العصر الراهن قائمة جملة و تفصيلة على المنهج الأكسيوماتيكي ، كما أنها تستمتع بثراء كبير، و اكتشافها يتطلب عمرا مديدا و لهذا يستحيل أن تبقى المبادئ الرياضية كما كانت عليه، فالنظرة المعاصرة تغيرت تماما من الرياضيات الكلاسيكية التي كانت من قبل، و ذلك راجع إلى زيادة المعرفة و التنوع في موضوعاتها، و هي تختلف من الرياضيات القديمة إلى الرياضيات الكلاسيكية أحدثت ثورة علمية على مستواها مما أدى إلى اختلاف الرؤية لدى بعض العلماء من عصر إلى عصر.

بالإضافة إلى المنهج الأكسيومي سمح بتطوير البديهيات إلى مصادريات جديد، وإضفاء الطابع الأكسيومي عليها، وأيضا بتبسيط النظريات الرياضية، لا يعترف ببديهية جديد ما دامت لم تكن نتائجها مثمرة.

---

[1] بولي موي: المنطق وفلسفة العلوم، تر: فؤاد حسن زكرياء، دار النهضة، مصر، د س، ص 194.

[2] زبيدة مونية بن ميسي: فلسفة الرياضة عند جون كفاييس، مرجع سابق، ص ص267-268.

المبحث الثاني: شروط وخصائص الأكسيوماتيك

إن مجموع الأوليات الاكسيومات التي يختارها الرياضي لتشييد صرح بناء رياضي معين يشكل هو وهذا البناء نفسه باعتباره بناء منطقيا متماسكاما يطلق عليه بالاسم الاكسيوماتيك وهكذا تنطلق كل نظرية رياضية أكسيومية من منطلقين:

- الحدود الأولية التي نأخذها بدون تعريف لأنها تكون وسيلة وأداة لتعريف باقي الحدود مثل: النقطة، المستقيم، المستوى في الهندسة ومثل المجموعة، العنصر بالنسبة إلى نظرية المجموعات.
- المسلمات أو القضايا الأولية التي تعتبرها هي الأخرى صحيحة بالتعريف [1].

الحدود الأولية التي توضع في بداية كل نظرية استنتاجية تكون خاصة بتلك النظرية فقط و توضع لشرح و تعريف الحدود الأخرى دون شرح معناها، و هذه الحدود التي يجب أن نقف عندها عند تعريف الحدود الأخرى هي مجرد نقطة بدء لا ترتد إلى غيرها و لذا سميت باللا معرفات و تشترط أن تكون قليلة و بسيطة و هي تختلف من ميدان لآخر، بالإضافة إلى هذه اللا معرفات نجد في كل نسق أكسيوماتيكي مجموعة من التعريفات وهي حدود ليست أولية و تعتبر بداية كل تشيد أكسيوماتيكي كونها تشرح المعاني غير الأولية بحدود المعاني الأولية، و يشترط أن تكون تعريفات منطقية دقيقة تنتقل من الصور المحسوسة إلى الصورة العقلية [2].

أما المصادرات أو المسلمات تعتبر الجزء الأهم في كل نظرية رياضية وهي مجرد فروض يختارها كل رياضي ليقيم عليها بناءه الرياضي ويختلف باختلاف المسلمات أو الفروض، ويشترط فيها أن تكون محل الحدود الأولية قليلة العدد، ويحبذ عن كل معنى حدسي من خلالها يتم البرهنة على النتائج.

---

[1] المرجع نفسه، ص 83.

[2] مرابطين سامية: الاسكيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، المرجع السابق، ص 77.

"إن الهدف المقصود عندما تضع نظرية استنتاجية في صورة مصادرتية هو تخليصها من الدلالات العينية و الحدسية التي أثبتت عليها في أول الأمر"[1]، وهو إضافة صفة الرمزية على كل نسق أكسيوماتيكي وسرعان ما ظهر الحاجة إلى التخلي عن الكلمات و الألفاظ و استبدالها برموز لها معنى مسبق و تكون صالحة تقبل بشكل دقيق وخاص.

فإننا نشير مثلا إلى علاقة التلاقي **incidence** بالحرف **F**، و إلى النقاط بالحروف الأولى الكبرى و إلى المستقيمات بالحروف الصغرى و نكتب فقط **F(A,a)**، إننا نرى من خلال هذا المنال أن الترميز لا يتوقف عند المفاهيم الخاصة بالنظرية بالمفاهيم الهندسية بل أيضا يستعمل رموز منطق العلاقات.[2]

تصبح الطريقة الأكسيوماتيكية عبارة عن جهاز من الرموز تحكمه مجموعة من الإجراءات الآلية والعلاقات المنطقية.

وتظهر سمة الصورية بشكل كبير في البرهان الرياضي الذي أصبح مجرد إجراءات منطقية صورية يؤدي إلى نتائج صورية، ضرورة البرهان الرياضي لم تعد تخص القضايا المبدئية بل فقط الرابطة المنطقية التي تجمع بينها في النسق الاستدلالي، إذا أصبحت الرياضيات اليوم بأنها نظام فرضي استنتاجي، بناء فكري يتم تشييده بواسطة فروض تم اختيار دون النظر إلى صدقها أو كذبها، الصدق الوحيد هو خلو البناء من أي تناقض داخلي فلا يمكن أن تكون صادق أو كاذبة إلا إذا كان صدقها المنطقي أي أنساقها وخلوها من التناقض الداخلي [3]. الالتزام فقط بقواعد التعريف و البرهنة الواجب توفرها في أي عمل استنتاجي، و من يظهر الارتباط الوثيق بين المنطق و الرياضيات، فيحل المنطق محل الحدس، "و أصبحت حقيقة الرياضية حقيقة يؤول إلى مطابقات بين أفكار وليس فيها شيء من الواقع، أننا نفترض و

[1] روبير بلانسي: الاسكيوماتيك، مصدر سابق، ص 53.

[2] المصدر نفسه، ص 54.

[3] مرابطين سامية: الاكسيوماتيك بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص 80.

ننظر في افتراضنا ونستخلص لوازم فنستنتج فتكون النتيجة أو اللازم الأخير قضية صادقة بالنسبة إلى افتراضنا، لكن هذا الصدق ليس أكثر واقعية من الافتراض نفسه، و لذا فهي دائما صادقة و برهانية لكنها تجريدية و عقلية".[1]

إن كل نسق أكسيوماتيكي نجد مستوى دلاليا خاصا بالمضمون ومستوى تنظيميا صوريا يضبط العلاقة بين مختلف صور النسق، انطلاق من الصورية يصبح الصدق الرياضي صدق نسبيا لا مطلقا، مما فتح المجال لتعدد الأنساق الرياضية و المنطقية التي تعدد بتعدد المصادريات و الفروض يقول بلانشيه "إن الصحة المنطقية في بسط النظرية على صورة مصادريات، لا تعود عندئذ ذات معنى مطلق بل بصيرورتها خاصة بهذه أو تلك المجموعة من المبادئ المنظمة فإنها تقبل التقدير الموضوعي".[2]

يرى بلانشيه في قوله أن الصحة المنطقية للمصادريات لا تكون مطالقة بالمعنى بل بتطورها و تقديرها الموضوعي و خاصة أصبحت بعيدة عن التقدير الذاتي و أصبح الرياضي يلتزم بقواعد التعريف و البرهنة التي تنظم نسقه، هذا ما قصده كارنب حين قال: "كل إنسان حر في إنشاء منطقه كما يشاء شريطة أن يذكره بوضوح و أن يلتزمه بعد ذلك بكل دقة" [3].

إن المنهج الأكسيوماتي يتميز بالرمزية و الصورية، و هناك شروط تحكمه من خلال ما عرفناه، إلا أن هناك خصائص أخرى لضمان سلامة المنهج و سلامة ما يترتب عن هذا المنهج، سواء تعلقت الشروط بالنسق ككل أو لمسلمات النسق.

المطلب الأول: الاستقلال l'indépendance: والمقصود بالخاصية الاستقلال أن كل مسلمة مستقلة على باقي المسلمات الأخرى إذ لا يؤدي تغير إحداها إلى تناقش النسق وتكون مسلمات

[1] روبير بلانشي: نظرية العلم، الابستمولوجيا، مصدر سابق، ص ص 74-75.

[2] روبير بلانشي، الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 57.

[3] المصدر نفسه، ص 57.

أكسيوماتيك مستقلة عن بعضها البعض و عندما لا يكون قيام البرهنة على أي منها بواسطة الباقي، فإن كان في الإمكان ذلك فإن الأولية المبرهن عليها تصبح نظرية نجد القضية القائلة: زوايا المثلث تساوي 180°، درجة تعتبر نظرية لأنه يبرهن عليها بواسطة مسلمة التوازي، وهذه تعتبر مستقلة عن باقي في الأوليات الإقليدية وكذلك من خلال ظهور هندسات

اللا إقليدية لوباتفيسكي وريمان و تعدد الأنساق الهندسية فلو لم تكن الولية مستقلة لما أمكن القيام بهندسات جديدة.[1]

والبرهنة على استقلال أي مسلمة يكفي إيجاد نسق آخر لا توجد فيه هذه المسلمة إذا ظهر تناقض وعدم اكتمال في النسق فإنه يدل على عدم استقلالية هذه المسلمة.

يقول بلانشي "ترى الصلة التي تربط دليل الاستقلال ببرهان بالخلق، فإخفاق أحدهما يرجع إلى نجاح الآخر، و هكذا بالمحاولة اليائسة لبرهنة مصادرة المتوازيين لبرهنة بالخلق، توصلنا دون أن نقصد ذلك إلى إنشاء الهندسات الإقليدية الأولى و بتماسك هذه الأخيرة إلى استقلال المصادرة"[2] يرى بلانشي أن استقلال المسلمة يعود إلى استخدام البرهان بالخلف، إذ ما لم نحصل على النتيجة المراد الحصول عليها، كما فعر ساكيري بالبرهنة على مسلمة التوازي بالبرهان بالخلف و إثبات قضايا و هذا ما أدى إلى إنشاء هندسات إقليدية و هذا دليل على استقلال المسلمة عن غيرها من المسلمات.

هناك من يعترض على فكرة الاستقلال نفسها فيقولون "إذا كانت كل مسلمة مستقلة حقا في معناها عن غيرها في طائفة من المسلمات فإنه يمتنع الاستنباط بسبب عدم الاشتراك أو الاتصال بين معاني مسلمات الطائفة المذكورة، إذن فلا بد أن يكون هناك اشتراك ما لا استقلال أو انفصال تام بين طائفة من المسلمات بحيث يمكن استنباط قضايا أو نظريات

[1] عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 85.

[2] روبير بلانشي: الاسكيوماتيك، مصدر سابق، ص 50.

منها"[1]، يرى بأن هذا الاستقلال قد يمنع الاستنباط و فإذا لم تكن هناك اتصال أو اشتراك بين المعاني كيف يمكن أن تكون هناك علاقة فهناك من يرى وجود ارتباط أو اشتراك بين المسلمات للوصول إلى قضايا أو نظرية ما، لا يمكن القول بأن تكون استقلالية تامة بين المسلمات.

هناك من أدى بعض الرياضيين إلى التفريق بين الاستقلال المطلق و الاستقلال المركب الاستقلال المطلق فمستحيل معه الاستنباط لأن المسلمات تكون غير مشتركة أما الاستقلال المركب فهو الذي توافر لدينا أ ب ج كطائفة من المسلمات لنظرية ما.

يريد ببساطة أن يقول إن ب لا تنتج عن أ و إن ج لا تنتج عن ب أي أن هناك ترتيبا في الاستقلال كما هو واضح و هذا لا يمنع بالطبع إمكان استنباط أ من ب و ج معا، و مثال هذا هو ما يسمح بالاشتراك بعض الشيء في المعنى [2].

يرى بلانشي أن استقلال المصادرات ليس من الناحية المنطقية ضروريا لصحته، إلا أن عدم توفر هذا الشرط يؤدي إلى وجود فائض من القضايا الأولية نظرا لأننا نبحث عن الاقتصاد، فنحن نسعى إلى الاعتماد على هذا الشرط[3].

يبدو أن الاستقلال خاصية نسبية و اقتصادية و جمالية في آن واحد أكثر منها خاصية حقيقية أو منطقية أو أي شيء آخر، فنسبيتها لأنها لا يمكن أن تكون هناك استقلال مطلق لما يؤدي إلى امتناع الاشتراك في المعنى مع بقية المسلمات أما أنها اقتصادية لأنها اقتصاد الفكر أن لا نكرر المسلمة شيئا مما تقوله الأخرى فيكون حد أدنى أما قيمة جمالية بالإضافة إلى ذلك فراجع إلى أن في الاقتصاد جمالا و أناقة[4].

---

[1] محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص 79.

[2] المرجع نفسه، ص ص 79.

[3] روبير بلانشي: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 50.

[4] محمد ثابت الفندي: ففلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص ص79-80.

المطلب الثاني: عدم التناقض

ويقصد به عدم التناقض الأوليات فيما بينها، ويعتبر هذا الشرط أهم مسألة منطقية في إقامة النسق الأكسيوماتيكي ، عرف هلبرت عدم التناقض بقوله "استحالة استنباط قضية ما تناقض تلك المسلمات أي تكون نفيا كليا أو جزئيا لإحدى المسلمات"[1]، ولتأكد من صحة هذا الشرط فإن أحسن طريقة تتلخص في البرهنة على نظرية ما و على عكسها داخل بناء أكسيومي معين، فكلما كان ذلك ممكنا كان هذا الأكسيوماتيك يشتمل على الأقل أوليتين متناقضتين.

غير أن المعيار هذا و إن كان وحده الصالح لمعرفة ما إذا كانت أوليات الاكسيومات متناقضة أو غير متناقضة ليس من السهل تطبيقه دوما ذلك لن النتائج و النظريات التي يمكن تشيدها داخل أكسيوماتيك ما في الغالب غير محدودة لذلك من الصعب جدا استفادة جميع النتائج التي يسمح فيها بناء أكسيومي ما الذي يترك احتمال الوقوع في التناقض احتمالا قائما[2].

وهذا الاعتراض هلبرت يفكر في طريقة أخرى مباشرة للبرهان على عدم التناقض من المسلمات فيما بينها، و هذه الطريقة التي تعطي للمسلمات تفسيرا مشخصا في هذا العالم، فنبين أنه توجد أشياء في عالمنا هذا تنطبق عليها المسلمات، و هذا التفسير في رأيه هو الكفيل بعدم تناقضها و أفضل التفسيرات الممكنة عنده التفسير العددي، لأن الأعداد كما يقول نموذج اليقين عند الرياضيين[3].

وهذا لأنها بها يقيسون صحة قضاياهم ومدى صدقها وعدم تناقضها، لتصبح نسق أكسيوماتيكي.

---

[1] مرجع نفسه، ص 77.

[2] عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 85.

[3] محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص ص 77-78.

المبحث الثالث: أنساق الأكسيوماتيك ونماذجها

المطلب الأول: أنساق الأكسيوماتيك

هناك عدة أنواع من الاكسيوماتيك تختلف إما من حيث البنية و إما من حيث قواعد الاستنتاج.

1.النسق المشبعة Saturées: وتسمى أيضا بالأنساق المغلقة، و نقول عن نسق ما أنه مشبع عندما لا يكون في الإمكان إضافة أولية مستقلة جديدة إلى أولياته، و إلا أدى ذلك إلى إحداث تناقض فيه.[1]

نسعى دوما إلى تقوية نسق ما و تقييده فإننا نضيف إليه مصادرة أو عدة مصادرات مستقلة إلى المصادرة الأول، إلا أنه لحظة تشبع النسق فإن هذه المصادرة يصبح هذا النسق متناقض، و هو الحال في الهندسة الإقليدية و ذلك بطبيعة الحال بشرط أن لا تعد فيها من المصادرات الإضافية، أي تلك المصادرات على الرغم من عدم صياغتها الصريحة في أول الأمر.[2]

2.الأنساق المخففة أو المنفتحة affaiblies: يكون النسق الاكسيومي مخففا إذا كان عكس النسق المغلق، أي أنه يمكننا سحب و تغير أي مصادرة مستقلة دون مساس بالأخرى، و بهذا تحقق النسق، لأننا نحذف فيه بعض القيود، و نوسعه بفتح الباب أمام بعض الإمكانات التي كانت المصادرة التي حذفناها تتسبب بالضبط في استبعادها و بعبارة أخرى كما يقول بلانشي فإن النسق يصبح بذلك فقيرا في مفهومه و نسبيا فيما صدقه .[3]

3. الأنساق المتكافئة: يكون بناء أكسيومي ما مكافئا لبناء أكسيومي آخر، إذا كان الاختلاف بينهما قائما فقط في الصياغة و التركيب، أي إذا كان معا مؤسسين على نفس

[1] محمد عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 86.

[2] روبير بلانشي: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 52.

[3] روبير بلانشي: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 51.

الحدود و القضايا التي تؤخذ في أحدهما على أنها أوليات و تؤخذ في الأخر على أنها مشتقات –مبرهنات– وبعبارة أخرى "يقال عن نظامين أكسيومين أنها متكافئات إذا كانت كل قضية في الأول يمكن البرهنة عليها وفي الثاني أو العكس و أيضا إذا كان كل حد في الأول يمكن تعريفه بواسطة حدود الثاني أو العكس".[1]

يمكن اعتبار أن جميع الأنساق الهندسة الإقليدية هي متكافئة، لأنها تحتوي في صميمها على نفس المجموعة من الحدود و القضايا و الذي يختلف فيها هو فقط توزيع هذه القضايا و الحدود إلى أولية و مشتقة، وبشكل أعم و كذلك بشكل أدق: "فإن النسقين من القضايا يكونان متكافئين، إن كانت كل قضية في أحدهما تقبل البرهنة بواسطة قضايا الآخر فقط و العكس بالعكس"[2]

أي هنا يمكن اعتبار النسق متكافئ إلا إذا كانت الاختلاف بين بناء أكسيومي يكون في الصياغة و التركيب و كذلك يكونان مؤسسين من نفس الحدود و القضايا تكون إحداهما أولية والأخرى مشتقة و من هذا يمكن اعتبار نسق متكافئ.

4. الأنساق المتقابلة Isomorphes*: بما أن الاكسيوماتيك بناء نظريا مجردا، فإنه من الممكن إعطاء تأويلات و تحقيقات مشخصة مختلفة، و تسمى بالطرز، على حد تعبير الجابري فإنها عندما تكون هذه الطرز لا تختلف فيما بينها إلا بتعدد الدلالات المشخصة التي تعطيها للأوليات التي تقوم عليها، فإنها تطابق مع بعضها البعض، عندما نهمل هذه الدلالات و التأويلات المشخصة نقصر اهتماما على الجانب الصوري المجرد وحده لهذه الطرز و تسمى بالطرز المتقابلة (النسق المتقابل) أي لها نفس البنية المنطقية.[3]

---

[1] محمد عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 85.

[2] روبير بلانشي: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 35.

* Isomorphes: كلمة يونانية الأصل تنقسم إلى iso: تعني النفس، Forme: معناها الشكل أو الصورة، أي معناها نفس الصورة.

[3] محمد عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 85.

يرى بلانشي أن المنهج المصادرياتي يهتم على الخصوص بالكشف عن التشاكلات بين نظريات عينية متغايرة في الظاهر و ذلك بردها إلى الوحدة في نسق مجرد و عندئذ فإن أي واحدة من هذه النظريات يمكنها أن تحقق وسعنا استعمال هذه الكلمة أن تكون نموذجا للنظريات الأخرى، و كذلك للنظرية المجردة المطابقة لها[1].

المطلب الثاني: أكسيوماتيك العدد

هناك محاولات الرائدة لتأسيس الرياضيات على الطريقة الاكسيوماتيك تلك التي قام بها الرياضي الإيطالي بيانو **Peano** الذي صاغ نظرية أكسيومية للأعداد الطبيعية الصحيحة، انشغل بالخصوص بمشكلة التعبير الرمزي: في المقام الأول لأن وجازتها ستسمح بعرضها كاملة، ثم لاننا نجد فيها تصويرا بسيطا واضحا لطابع التشكيكية.[2]

نظريته صاغها وبناها على ثلاث حدود أولية: الصفر، العدد، التالي (عاقب العدد) وخمس قضايا أولية وهي: عبارة عن علاقات منطقية التي تبين استعمال تلك الحدود وهي:

1. الصفر عدد (طبيعي صحيح).
2. التالي لعدد عدد.
3. لا يمكن أن لعددين ما أو أكثر نفس التالي.
4. ليس الصفر تاليا لأي عدد.
5. إذا كانت الخاصية ما تصدق على الصفر، و إذا كانت هذه الخاصية عندما تصدق على عدد ما، تصدق أيضا على العدد التالي، فإنها تصدق على جميع الأعداد (مبدأ الاستقراء).[3]

إذا تأملنا قليلا هذه القضايا الخمسة نلاحظ:

---

[1] روبير بلانشي: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص ص 44-45.

[2] روبير بلانشي:الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 39.

[3] محمد عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 87.

1.أنه بالإمكان تعريف العدد (واحد) بأنه تال للعدد صفر، ثم العدد (اثنان) بأنه تال للعدد (واحد) وهكذا نسير مع سلسلة الأعداد تصعيدا.

2.يمكن أن نعطي للحدود الأولية أو لبعضها معنى أو معاني غير تلك المتعارف عليها، و يبقى الاكسيوماتيك ما لما صحيحا (منطقيا) "أننا إذا حافظنا للكلمة (عاقب) على معناها العادي، و قصدنا بكلمة (الصفر) أي عدد و ليكن 100، وبكلمة (العدد) كل واحد من الأعداد ابتداء من 100 فإن البديهيات الخمس تبقى محققة و معها بطبيعة الحال جميع المبرهنات و النظريات التيث تستنتج منها" [1].

وفي الأخير نجد أن أكسيوماتيك العدد اهتمت بالجانب الحساب أي الأعداد الطبيعية على يد بيانو التي أعطاها ثلاث حدود أولية وهي الصفر، العدد وعاقب العدد (التالي) و كذلك خمس قضايا أولية ننقلها من الكتابة الرمزية إلى اللغة العادية.

ويمثل عمل بيانو هذا الكمال في تحسيب الرياضيات أي رد الرياضيات إلى الحساب من خلال محاولته اشتقاقها من الأعداد الطبيعية، وبذلك عمق الاتجاه نحو مزيد من التجريد و الصورنة و الابتعاد عن الحدس و الحس المشترك، حيث أُبحت الرياضيات تكتب بصياغة رمزية أكسيومية على أساس أفكار وقضايا أولية تستخدم المنطق كحجة رياضية من خلال تطبيق عدد محدود من القواعد منطقية.

و من هذه أكسيومات العدد لبيانو نجده أن نظريته مهدت لظهور و تأسيس الرياضيات على المنطق و خاصة من حيث استعماله لبعض الأفكار و الرموز المنطقية في عرض نسقه، مما جعله نسقا محكما و محققا لمتطلبات الدقة [2].

[1] روبير بلانشي: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص 40.

[2] فاروق بوخزنة: أشكال الصوراتية في الرياضيات المعاصرة، مذكرة مقدمة لنيل درجة الماجستير في الفلسفة، جامعة الجزائر، بوزريعة، المدرسة العليا للأساتذة قسم الفلسفة، 2011/2010، ص ص87-88.

المطلب الثالث: أكسيوماتيك الهندسة

من المحاولات الرائدة في تأسيس الرياضيات على الطريقة الأكسيومية في ميدان الهندسة نجد الصياغة التي قام بها الرياضي الألماني دافيد هبلرت للهندسة الإقليدية سنة 1899، حيث بنى نظامه الأكسيومي على 21 أولية، وهي كافية للبرهنة بدقة وصرامة على القضايا المعروفة في هندسة الإقليدية، وما يميز صياغة هلبرت هذه هو الاحتفاظ بمعان هندسية كالنقطة والمستقيم والمستوى مع استبدالها بكلمات أخرى بشرط أن تقبل هذه الكلمات نفس العلاقات التي تربط تلك الأوليات، وقد تمكن من كشف عن أوليات تستعمل في هذه الهندسة بصورة ضمنية دون تصريح، ثم صنف مجموع هذه الأوليات إلى خمس مجموعات كما يلي:[1]

1. أوليات الترابط: هي رابطة معينة بين المفاهيم الهندسية الثلاثة (النقطة، المستقيم، المستوى) وهي الأولية المميزة للهندسة الإسقاطية مثل: النقطتان تعينان مستقيما، على المستقيم يوجد دائما على الأقل نقطتان، و على المستوى يوجد على الأقل ثلاث نقاط ليست على خط مستقيم.[2]
2. أوليات التوزيع: هي التي تحدد العلاقة التي نعبر عنها بكلمته (بين)، و التي تسمح بتوزيع النقط على المستقيم و المستوى و الفراغ (مثلا: إذا كانت أ، ب، ج نقاط من المستقيم، وإذا كانت ب بين أ و ج فهي أيضا بين ج، أ).
3. أوليات التوازي: وهي تخص مسلمة أوقليدس المعروفة.
4. أوليات التطابق: وهي تتعلق بالتساوي الهندسي (مثلا: إذا كانت أ و ب نقطتين من مستقيم **A** و أ نقطة من مستقيم أي كان **A**، فإنه يوجد على **A** و من أية جهة من جهات **A**، نقطة و نقطة واحد ب بحيث تكون النقطة أ ب موافقة للقطعة أ ب).[3]
5. أوليات الاتصال: تتعلق بما يعرف ببديهية أرخميدس.

---

[1] محمد عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابّق، ص 88.

[2] روبير بلانشي: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص ص 41-42.

[3] روبير بلانشي: مصدر سابق ، ص 42.

الفصل الثالث

البعد الابستمولوجي
للأكسيوماتيك و فوائده

تمهيد:

تبين لنا أن المنهج الأكسيومي ليس طريقة جديدة في التفكير وإنما هو أسلوب استنتاج قديم قدم التفكير المنطقي إلا أن الجديد فيه هو صياغته كمنهج مقنن بقواعد شروط يقوم عليها تفرض عليه استعمال مقنن له سواء كان ذلك في التفكير الرياضي أو المنطقي.

وحتى باقي العلوم اندرج المنهج الأكسيومي وأصبح يعتمد في معظم الدراسات الرياضية والتجريبية منها، وهذا ما جعل المنهج الأكسيومي يشكل بالفعل تلك القيمة الأبستمولوجيا التي أضافها هذا المنهج على التفكير العلمي المعاصر والخطاب الفلسفي من جهة أخرى.

فما هو البعد الإبستمولوجي للمنهاج الأكسيومي؟

المبحث الأول: فوائد وحدود المنهج الأكسيومي

المطلب الأول: فوائد المنهج الأكسيومي

جاء المنهج الأكسيوماتيكي نتيجة تطور مستمر و متواصل لأبحاث الرياضيين منذ أزيد من نصف قرن، سعيا لحل المشاكل التي ظهرت في الرياضيات و التي اعترضت تطور هذا المنهج مقاومة عنيفة سواء من جانب الفلاسفة أو حتى الرياضيين أنفسهم، ظل الكثير من العلماء الرياضيات لوقت طويل يرون أن الأكسيوماتيك مجرد مهارة منطقية فارغة عاجزة عن إغناء أية نظرية، فإن هذا النقد هو نتيجة حادث تاريخي عرضي فالصياغات الأكسيومية الأولى ترددت أصداؤها بشكل واسع (مع كل من ديدكند و بيانو في أكسيومية الحساب و كذلك صياغة الهندسة مع هلبرت)، بمعنى أن نظريات تحددها المنظومة العامة لأولياتها تحديدا كاملا و هذا ما جعلها منظومة لا تقبل التطبيق على أية نظرية أخرى غير التي إستخلصت منها[1].

وقد تعرض المنهج الأكسيومي عندما بدأ يظهر في شكله الحديث إلى إنتقدات شديدة "يدعون أنه جدب عقيم الجدوى، قد يفيد في تنظيم المعارف الموجودة و لكنه لا يساعد على إكتشاف حقائق جديدة، وهناك من رأى فيه مجرد شطحات فكرية أو مجرد لعبة نظرية شبيه بلعبة الشطرنج ،خصوصا و أن المبدأ الأساسي في هذا المنهاج يقضي بضرورة الإغفال التام لمعاني الحدود و القضايا و الإهتمام فقط بالعلاقات[2]. حيث هناك معارضين إنحصرت ملاحظاتهم و إنتقاداتهم للمنهج الأكسيومي في مجموعة من الصياغات الأكسيومية الأولى و التي تجاوزتها الأكسيوماتيك الحديث بفعل تطوره، و فعاليته الدالة على خصوبته و إبداعيته، وذلك من خلال طاقته الخلاقة في ميادين الرياضيات و العلوم و المنطق، يعتبر أنه هيكل حي و ليس مجرد هيكل بدون حياة، فخصوم الأكسيوماتيك حين حكموا على المنهج أنه عقيم

[1]–مرابطين سامية: الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق،ص97–98.

[2]–عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق،ص89.

وبالفراغ لأنهم نظروا إلى صورته الخارجية فقط المتمثلة في سلسلة من الصياغات المنطقية، غاضين النظر عن أهدافه و فعاليته و ما يتمتع بمقدرات مبدعة في التحليل و التركيب و التنظيم و الاكتشاف و الإبداع[1].

برهنت الطريقة الأكسيوماتيكية وفعاليتها منذ مطلع هذا القرن، ليس في ميدان الرياضيات فحسب بل في ميدان العلوم التجريبية والتي بلغت درجة راقية من التجريد كالفيزياء، وتتجلى هذه الفعالية من خلال فوائده العديدة منها:

أن المنهج الأكسيومي باعتباره أداة للتجريد و التحليل بالغة الأهمية نجدها تفتح باب التجريد واسعا أمام الفكر و تطرح أمامه بإستمرار آفاق و إمكانيات جديدة في المضي قدما في العالم المجرد" فالإنتقال من نظرية عينية إلى نفس النظرية الموضوعة في صورة مصادريات ثم المصورنة يجدد و يواصل عملية التجرد [...]إذ لا تصير الموضوعات فقط بل أيضا العمليات المجراة على هذه الموضوعات غير محددة تحديدا عينيا لكونها غير معنية إلا بواسطة بعض الخواص الأساسية البالغة التجريد[2].

إن الارتقاء من العيني إلى المجرد يعتبر خطوة هامة في إغناء الفكر البشري و إكسابه قدرة لا تحد من معالة أكثر القضايا تجريدا و تعميما باعتبار " أن المنهج المصادر يأتي يواصل تحليل المفاهيم الأولى بإلزامنا بعزل بعض الخصائص المصرح بها في البديهيات و بالاقتصار على استعمالها أو استعمال التي نكون قد استنتجناها منها"[3].

يعتبر المنهج الأكسيومي في استدلالاته يقوم بتحليل المفاهيم الأولى وعزلها عن بعض البعض لغرض دراستها والوصول إلى استنتاج دقيق و من هذه الاستنتاجات يمكن إعادة بناءها من جديد.

---

[1] مرابطين سامية، الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق،ص98.

[2] روبير بلانشي، الأكسيوماتيك، مصدر سابق ص73-74.

[3] المصدر نفسه، ص74.

كما أن الارتقاء من مستوى أدنى إلى مستوى أعلى على صعيد التجريد بفتح أمام الفكر آفاق خصبة، و يساعده على تنظيم المعلومات و المعارف التي إكتسبها تنظيما محكما و إرجاعها في النهاية إلى مجموعة قليلة من المبادئ و الصور المظبوطة بدقة[1]، ما يسهل عملية التعميم كما يقول راسل" هو تحويل ثابت إلى متغير و هذا بالضبط هو عمل العالم المصادر يأتي عندما يستعيض عن المستقيم و الموافقة (المطابقة) بالرمزين ص،س، اللذين يحققان العلاقات التي تذكرها المصادرات"[2].

ومن ثمة أصبح المنهج الأكسيومي أداة متعددة الصورة قابلة للتطبيق على النظريات المختلفة، و التي تعتبر نماذج متقابلة للنظرية المصورة، ولعلم عدم التحديد هنا و كثرة الممكنات بتعدد القيم المعطاة " ليست فقرا فيها مادام ليس عدم تحديد أيا كان، بل تحكمه شروط دقيقة و كثرة الممكنات في حدود مرسومة بالضبط يمثل على العكس ثروة بالقوة، وبهذا نحصل بواسطة المصادرات على اقتصاد هام في التفكير فنحن نجمع عدة نظريات في نظرية واحدة و نتصور الكثير في الواحد[3].

ومن هنا أصبح الأكسيوماتيك أداة ثمينة في التفكير تمكننا من الاقتصاد في المجهود الفكري من خلال جمع عدة نظريات في نظرية واحدة و بالتالي التفكير في المتعدد من خلال الواحد[4]، وكذا أنه منهج يساعدنا على اكتشاف التناظر بين النظريات المتفرقة التي يضمنها علم واحد، أو توزعها مجموعة من العلوم، مما يمكننا من السيطرة فكريا على النظريات التي تبدو ظاهريا متنافرة، واستخلاص البنية المتغيرة المشتركة بينها، و هذا ما يفتح أمام الباحث باب للاكتشاف و الاختراع واسعاً خصبًا، بعدما انطلق من مبادئ و قضايا محددة بدقة[5].

---

[1]–عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق ص 90.

[2]–المصدر نفسه، الصفحة نفسها.

[3]–روبير بلانشي، الأكسيوماتيك، مصدر سابق،ص75.

[4]–مرجع نفسه، ص91.

[5]–عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص91.

المطلب الثاني: حدود المنهج الاكسيومي

بالرغم من الفوائد العديدة للمنهج الأكسيومي التي يصعب حصرها، إلا أنه لا ينبغي أن يحجب علينا نقائصه و حدوده، باعتباره لا يمثل سوى وجها واحدا من أوجه العلم و هو الوجه الصوري المجرد فقط، التماثل في خصائص هذا المنهج لابد أن يلحظ ذلك الإغفال و الإهمال التام للصدق المادي للقضايا فالمنطقي و الرياضي لا يتخليان عن الصدق المادي لقضاياهما و الاهتمام فقط بالناحية الاستدلالية الشكلية للقضية[1].

يتجلى لنا أن السعي نحو الصورنة المحضة هو ما أدى إلى بروز ثنائية المنطق و الحدس و التي أنتجها رفض الحدس و استبعاده تماما، كونه يستبدله بقواعد المنطق " إلا أن لا يمكن تبيان بداية المنطق و لا نهاية الحدس فيه"[2].

فالعملية الاستدلالية في الرياضيات تتم في شكل تكاملي يبني المنطق و الحدس لا انفصال و تفكك بينها، إذا كان المنطق ضروريا للبناء الواعي لعمليات البرهنة داخل النسق الصوري، فإن الحدس هو من يختار و يقرر اتجاهها و مضمونها، بل إن دوره يتضاعف في ابتكار المفاهيم جديدة و ربطها بالواقع، و عليه فإن كل بناء أكسيومي هو بناء مزدوج[3].

إن الحدس العيني يصف المنهج الأكسيوماتيكي من الاسفل أو المنطلق، فإن هذا المنهج أيضا محدود من الأعلى لحدس عقلي لا يمكن إزالته إذا كانت وظيفة القواعد المنطقية (قواعد التركيب و قواعد التحويل) في نسق منطقي في القيادة و التنظيم" إلا أن هذا لا يمنع من أنه قد توقعنا هذه الأخيرة في التناقض مما يستدعي إعادة النظر فيها و الاحتكام إلى محكمة مؤهلة، وهو العقل الحدسي الذي يتدخل لتصحيح هذه القواعد و تهذيبها و حصر مجال تطبيقها وتحديد بعض حالات الشذوذ فيها"[4].

---

[1]–مرابطين سامية: الاكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق،ص102.

[2]–البعزاتي بناصر: الإستدلال و البناء بحث في خصائصه العقلية العلمية، دار الأمان، المغرب،ط1، 1999،ص41.

[3]–مرابطين سامية: الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص103.

[4]–روبير بلانشيه: الإستدلال، ترجمة محمود اليعقوبي،دار الكتاب الحديث،2003 ص46.

ومن ثمة أن المنهج الأكسيوماتيكي محدود من الجهتين بحدس عيني محسوس من الأسفل و بحدس عقلي مجرد من الأعلى، وهذا ما عبر عنه كلاين بقوله:" غنني أود أن أشير إلى أنه حتى في حالة الصرامة المثالية الكاملة للرياضيات، فإنني لا اشك في وجود عناصر حدسية تأخذ مكانها دائما في بلورة المفاهيم الأساسية لأي بناء رياضي صارم"[1].

يرى كونزت أن الصورية المحضى لا وجود لها إذ " في كل بناء تجريدي يوجد راسب حدسي يستحيل محوه و إزالته"[2].

إن المعرفة للبشرية لا تعرف لحظة الصفر فالإنسان العارف هو إنسان له ماضي مهرفي ومنه يستقي الوسائل و الأدوات التي تستعمل في المعرفة، فلا وجود لمعرفة تجريبية محضى وأخرى عقلية محضة بل كل ما هناك أنه هناك جانب يطغى على الآخر دون إلغائه تماما، فالفكر الرياضي دوما فكر مشخص هو مجرد يستمد اصوله من التجربة الحدسية إنطلاقا من التجربة و يعمل على صياغة الأفكار مجردة ليرتقي بها درجة أعلى من التجربة و يستبدلها برموز اصطلاحية، من خلال هذه الرموز يكون الرياضي قادرا على أن يبني عالما ذهنيا جديدا و يحاول الاستغناء عن التجربة فيه و الدلالات الحدسية دون إلغائها أو إهمالها كليا.

يتبين أن المنهج الاكسيومي لا يمكن أن يكفي بنفسه بل لابد له من حدس المشخص يتخذه أساسا ومنطلقا، ولابد له من حدس عقلي يتدخل في أعلى مراحله إلا أن أهميته راجع إلى أنه يطرح بعض مشكلة الصياغات المنطقية المجردة وتوقفها دوما على الحدس المشخص لا يمكن رفضه.

[1] -ogment coleous, de pukhagore a hilbert, les épreuves de la mathémathique et leur maitres, bibliothèque de philosophie, paris ,P310-311.

[2] عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص126.

المبحث الثاني: القيمة الأبستمولوجية للمنهج الأكسيومي

المطلب الأول: الرياضيات والمنطق

انقلب وجه الرياضيات رأساً على عقب عندما صبغت مختلف فروعه صياغة أكسيومية، وما خلف عن ذلك من تحديد و تعميم متزايدين، وطرد المنطق للحدس و إتباع المحتوى للبنية و التأثير الواضح لهذا المنهج يتجلى لنا بصورة أكثر في الهندسة ،بالتحديد من خلال تعدد الأنساق الهندسية، لقد عملت الأكسيوماتيكية لموضوعات الهندسة على حل مشكلة الثنائية التي كانت قائمة في العلم هذا، كونه عقليا يخضع نتائجه و عملياته الإستدلالية لقواعد المنطق وحدها، و ينطبق في الوقت ذاته على التجربة و على الواقع المشخص لقد تم الفصل إذن بين الجانبي النظري (المنطقي)و الجانب التطبيقي(الحدسي) في الهندسة الإقليدية، وأصبح الجانبان اليوم عبارة عن علمين مختلفين تمامًا، أحدهما مجرد الهندسة للنظرية و الآخر مشخص الهندسة التطبيقية[1].

وهذا ما عبر عليه أحد الرياضيين قائلًا:" منذ أن بدأ الرياضيون و علماء الهندسة بالتحديد يدرسون المفاهيم الهندسية منفصلة عن مختلف مظاهرها التجريبية، عرفت الهندسة تطورًا معتبرًا لما كانت عليه"[2].

إضافة إلى ما سبق قد اضفى المنهج الأكسيومي وحدة وتنظيم للعلوم الرياضية ذلك من خلال التركيز على مفهوم البنية الرياضية "مما أدى إلى سهولة الكشف عن التماثل الصوري بين النظريات متباعدة من جهة و استنتاج مفاهيم مجردة لا يمكن أن يوحي بها أي شيء ما دمنا نخضعها لتأويلها الابتدائي" [3].

---

[1]–عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق،ص89.

[2] –Jules tannery, science et philosophie, librairie felix alcase ,paris, 1912,P39 .

[3]–روبير بلانشيه: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص79.

بهذا تتولد كائنات رياضية جديدة يعرفها الرياضيون من قبل، نتج عن هذه الوحدة التي نتكلم عنها اليوم هي الرياضة بصيغة المفرد لا الجمع، وبهذا بدأت تختفي معالم التصنيف التقليدي الذي كان يوزع المواد الرياضية حسب موضوعات من جبر و حساب و هندسة و تحليل، عوص التصنيف القائم على أساس البنيات' إذا نجد البنيات الترتيبية، البنيات التوبولوجية و البنيات الجبرية يمكن أن تتركب هذه البنيات مع بعضها البعض مثل الجبر[1].

أي هنا يتجلى لنا أن تقدم الرياضيات مرهون باكتشاف وسيلة فعالة تنير الطريق أمام الرياضيين في نظرياتهم و أبحاثهم، نجد هلبرت عبد عنهم قائلا:" غن أي تقدم للرياضيات قائم باكتشاف وسيلة و مناهج سهلة وواضحة مما يسهل على الباحث توجيه نفسه لمختلف فروع الرياضيات، و من هنا فإن الوحدة العضوية للرياضيات هي متضمنة في طبيعة هذا العلم ذاته[2].

إن التغير الذي أدخله هلبرت و أتباعه على أسلوب و منهج الرياضيات جعل الباحثين يعتبرونه الوحيد الذي علم الرياضيين أن يفكروا تفكيرًا مصادرتيًا و أكسيوماتكيا لا لشيء سوى لأن جسد للأجيال اللاحقة مثالية الرياضيات و تعاليها عن كل ما هو محسوس و عقلي، و هذا ما جعل راسل يصف الرياضيات المصاغة أكسيوميا بقوله علم الرياضيات علم لا تدري فيه أبدا عما تتحدث و لا ما إذا كان ما نقول فيها صادقًا [3].

إن تقدم الرياضيات وتطورها مما كانت عليه سابقا راجع غلى الطريقة الاكسيوماتيكية التي غيرت مجرى الرياضيات مما كانت عليه قائم على التصنيف على حساب الموضوعات والآن تغيرت تصنيفها أصبح قائم على البنيات والأوليات التي تنطلق منها الرياضيات ويختارها العالم الرياضي لبناء صرحه على مقومات صحيحة للوصول إلى استنتاج صحيح.

---

[1]–المصدر نفسه، ص80.

[2]–نقلا عن، مرابطين سامية:الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص107.

[3]–بناصر البعزاتي: الإستدلال و البناء، بحث في الخصائص العقلية العلمية، مرجع سابق،ص47.

المنطق:

أما بالنسبة للمنطق و الذي وجد في الأكسيوماتيك أفضل ميادينه نلاحظ ظهور المنطق الرياضي الذي حاول أن يحاكي الرياضيات في لغتها ومفاهيمها من خلال إستخلاص قوانين الإستناج و الإستدلال و قواعد التركيب و التحليل، ووصفها في صورة نظرية إستنتاجية مبدهة ومع تقدم الأعمال المتعلقة بالمنطق و تقدم الصورنة، سرعان ما بدأ يظهر آفاق منطقية صورية متنوعة تجلت في منطق متعدد القيم و منطق الحدسي و منطق لوكازيفتش[1].

إلا أنه بفضل الصياغة الاكسيومية لحدود المنطق المعاصر إستطاع هذا الاخير أن يوسع مجاله إلى العلوم الأخرى، إلا انه في بداية الأمر كان يستخدم في العلوم الإستدلالية و كذا العلوم التي كانت تعتمد على الرياضيات بكثرة مثل الفيزياء ليمتد و لو بشكل إستثنائي إلى العلوم الأخرى مثل البيولوجيا،علم النفس، فهو موجود في الفيزيولوجيا العصبية و نظريات الدارة الكهربائية، و بهذا أصبح المنطق كما يقول بلانتشه " معترف به في نظر أولئك الذين يحكمون على علم من العلوم بتطبقاته العلمية، إذ أصبح الآن من بناء الحاسبات الإلكترونية الكبيرة و إستعمالها مساعدًا ضروريًا للتقنيات المتقدمة"[2].

انطلاقًا من كون الأنساق المنطقية أصبحت عبارة عن بنيات صورية تجد نفسها موضوعا لمختلف العلوم، فإننا نشاهد على صعيد التأمل المنطقي الخالص عدة محاولات لتوسيع الأداة المنطقية الرمزية و تطويعها، ومن هذا أصبح النسق يدخل في كل المجالات المختلفة، في قول بلانشه" بهذا فإن المنطق المعاصر يتجه إلى أن يعود إلى الواقع إلى ما لم يتخل عنه قط من الناحية المبدئية، أي كونه منطقا عاما و ليس فقط و بصفة جوهرية لغة مخصصة للاستعمال الرياضي" [3].

---

[1]–مرابطين سامية: الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص107.

[2]–روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص81.

[3]المصدر نفسه، ص90.

المطلب الثاني: العلوم التجريبية

بالإضافة إلى العلوم الاستدلالية فإن المنهج الأكسيومي قد أثبت فعاليته أيضا في ميدان العلوم التجريبية و الطبيعية، رغم أن إستعماله يتضاءل كلما نزلنا من العلوم الصورية إلى العلوم العينية الواقعية، والواقع أن استعمال المنهج الأكسيومي لم يتجاوز ميدان الفيزياء بعد، بالرغم من المحاولات التي جرت في اللاحقة مثل البيولوجيا، لا تزال محاولات متفرقة لم ترق بعد إلى التطبيق التام للأكسيوماتيك على مواضيعها وأبحاثها[1].

لعل هذا راجع لكون هذه العلوم لا تزال في الدرجات الدنيا من سلم التجديد، كونها إرتبطت أكثر و تعلقت بظواهر الواقع المحسوس، وهو ما يقف عائق أمام تطبيق المنهج الأكسيومي فيها " إن المنهج لكي يكون مثمراً يجب أن لا يتدخل إلا في وقته و عندما يكون العلم المعني قد بلغ درجة معينة من النضج"[2].

أكد العديد من العلماء أن الصياغة الأكسيومية تمثل الصيغة المكتملة للبناء العلمي أن كل نظرية علمية ناضجة تطمح إليها و أن تقيم صرحها على أسس متينة، كون الصياغة الأكسيومية عبارة عن إعادة بناء عقلية تتخذ لغة المنطق الإستنباطي التركيبي هيكلًا لها، فتعده قليلا للتعبير عن أهم مبادئها، فهناك محاولات عديدة لصياغة الأكسيومية في بعض العلوم[3].

إن أبرز مثال توضح فيه هذا القانون أو المسار نجده مجسدًا في علم الفيزياء، إذ كان تجريبيا وصفيا يعين بالكيفيات عند اليونان و في القرون الوسطى و التي اصبحت إستقرائية (كمية) ابتداء من القرن السابع عشر(17)، ثم استنتاجية في القرن 19، قد بلغت الآن مع القرن 20 مرحلة عالية من التطور واصبحت فيه المعالجة الأكسيوماتيكية صالحة لتطبيقها عليه بشكل واسع و كبير[4].

---

[1]–روبير بلاشه: الاكسيوماتيك، مصدر سابق، ص81.

[2]–المصدر نفسه، الصفحة نفسها.

[3]–مرابطين سامية: الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، ص109.

[4]–عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق.ص92.

انطلاقا من تطبيق خصائص الأكسيوماتيك على موضوعات علم الفيزياء و مناهجها إقتضى ذلك التميز بين النظريات المجردة و الواقعية إذ أصبح العالم الفيزيائي يميز في النظرية الواحد بين مظهرين، أحدهما حسي عيني و الآخر رمزي صوري، بإعتبار أن النظرية الفيزيائية أصبحت مجرد نسق عن العلاقات، ما يسمح للعلماء بإستخلاص الأنساق و البنيات المتشاكلة داخل فروع الفيزياء، لق أصبحت الفيزياء النظرية لا تعكس وقائع الموضوعات ، بل إنها تسعى إلى توضيح المظاهر الحسية في شكل، رموز و علامات و بهذا يمكننا القول أن الفزياء النظرية هي فيزياء رياضية[1].

كذلك نجد باشلار عبر عن هذا التطور لقد تم إستبدال المنهج التجريبي بالمنهج الأكسيومي الذي يجعل صحة النظرية العلمية في إنسجامها المنطقي و إعتناقها لشروط المنهج الاكسيومي و ليس تطابقها مع الواقع من خلال قوانين التجربة و سرعان ما أصبحت الصياغة الأكسيومية من شروط بناء النظرية العلمية[2].

وهذا ما عبر عنه كارل بوبر حيث " يعتبر أن النظريات العلمية حينما تصاغ أكسيوميا فهذا لأجل الزيادة في التحصين العقلاني بواسطة السبك المنطقي الصارم، لهذا فإن القابلية للصياغة الأكسيومية خاصية أساسية من الخصائص التي تبرز علمية بناء نظري ما[3].

إنطلاقا من مشروع الصياغة الأكسيومية الرياضية ظهر إرتباط وثيق بين الرياضيات و الفيزياء اللذين أصبحا علمين متكاملين لا يستغني الواحد منها عن الآخر و أشار إليها

ألبرت أينشتاين بهذا الإرتباط الوثيق و الذي أصبحت من خلاله المفاهيم الفيزيائية مجرد إبداعات رياضية حرة، و أصبح الفكر الرياضي قادرًا لوحده على فهم الواقع، إن التجربة بالتأكيد مقياس المنفعة الوحيد لبناء رياضي بخصوص الفيزياء، إذ إن منحنا الرياضيات و الفيزياء و

[1]–مرابطين سامية: الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص111.

[2]–مرجع نفس، صفحة نفسها.

[3]–بناصر البعزاتي:الإستدلال والبناء، بحث في خائص العقلية العلمية، مرجع سابق، ص 36–37.

العديد من المزايا و هي تمكننا من الإقتصاد في التفكير و النجاح في التفسير، تمنح للنسق بنيته، تذهب به إلى الإختزال المنطقي، بالإضافة تجعل الفيزياء النظرية تحصل على قاعدتها الأكسيومية مما يمكنها من إكتشاف ثغراتها و تناقضاتها[1].

نستخلص إلى القيمة الإيستيمولوجية الهامة التي أضافها المنهج الأكسيومي على مختلف العلوم إستدلالية كانت أم تجريبية تتجلها في ذلك التقريب بين النظريات العلمية المتباعدة ظاهرياً.

لتصبح بذلك نماذج لنظرية مجردة واحدة و وحيدة، مما يسهل كما يقول بلانشيه من إمتزاج هذه العلوم و الجمع بينها، حتى و إن كانت أكثر تباعدا...

وهكذا يخرج كل علم عن عزلته و تحصل الوحدة بإقامة روابط متزايدة العدد تنسج بين جميع أجزاء المعرفة[2].

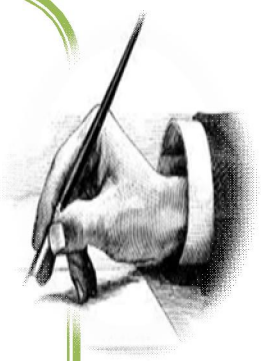
و في الأخير يمكن القول بأن المنهج الأكسيومي والصيغة الاكسيوماتيكية أصبحت الصيغة المكتملة و التامة في البناء العلمي و هي تعد آخر مراحل في مسار التطور العلمي بعد مرحلة الوصفية و الإستقرائية والإستنتاجية، إلا أن الأكسيوماتيكية تكون عديمة الجدوى مالم تبنى على سبقها من معارف.

فتطبيق المنهج الأكسيومي في العلوم الواقعية العينية و هي الفيزياء إلى إلغاء التقسيم الوضعي الثنائي للعلوم و تحقيق الوحدة بين جميع أجزاء و مظاهر المعرفة الإنسانية.

[1]–مرابطين سامية:الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية، مرجع سابق، ص112.

[2]–روبير بلانشيه:الأكسيوماتيك، مصدر سابق، ص69.

خاتمـــــة



خاتمة:

في الأخير يمكن إستخلاص مجموعة النتائج نذكر أهمها:

– إن الرياضيات الكلاسيكية كانت تمتاز بالتعريف بهذا الموضوع والمنهج، الموضوع هو المقادير الكمية المتصلة والمنفصلة، أما منهجا فكان يقيني استنباطي.

– يعرف الأكسيوماتيك أو المنهج البديهي بأنه نسق من الأوليات والمبادئ والفروض التي يختارها الرياضي بكل حرية لكي يقيم عليها برهانه الرياضي.

– إن العرض الأكسيومي أو المصادرياتي يضرب جذوره إلى العهد اليوناني من خلال النسق الاستنباطي إلا في حديثا أصبح يقوم على الرمزية، الصورية إذ تحكمه شروط و قواعد المنطق دون العودة إلى الحدس العيني.

– تحول المنهج الرياضي من يقيني استنباطي إلى فرضي استنتاجي، يقوم على الصورية والتماسك المنطقي من خلال عدم تناقض النتائج مع مقدمات وظهور الأكسيوماتيك.

– كان النسق الاستنباطي الاقليدي يقوم على الصدق الواقعي لقضاياه ومبادئه من جهة والحدس والوضوح الذاتي، وهذا ما جعل حقائق الرياضيات تتصف بالإطلاق والدقة واليقين.

– الهندسة الاقليدية كانت أقدم نموذج تقوم على مجموعة المبادئ التي صيغت بفعل التنظيم في شكل نسق وتعد من خلالها القيام بجميع البرهنة على أية نظرية هندسية أخرى، بعد تقدم البحوث و الدراسات و اكتشاف العيوب في الهندسة الاقليدية، تعد مسلمة التوازي نقطة شك و ريب لدى العديد من الرياضيين من خلال الدراسة النقدية لمبادئ الهندسة و ظهور ما يسمى بهندسات الاقليدية (ريمان، لوبا تشفيسكي)، تعددت الأنساق الهندسية جعل من المفاهيم الرياضية و المقولات الفلسفية تتغير.

– مع ظهور الأكسيوماتيك توطئت العلاقة بين الرياضيات والمنطق فأصبحت الأولى لغة مختلفة للأنساق المنطقية أما المنطق فإهتم بالمنشآت الرياضية و قواعدها و شروط قياسها.

– استفادت العلوم الاستدلالية والتجريبية من تطبيق المنهج الأكسيوماتيكي، ساهم بشكل كبير في حل مختلف الاشكاليات والمسائل التي تعرف تقدم هذه العلوم.

– أدى تطبيق المنهج الأكسيوماتيك في مختلف العلوم إلى توحيدها وإلغاء التصور الوصفي للعلوم التي قسمها إلى صورية وأخرى تجريبية.

– لقد ستهم المنهج الأكسيومي في حل مشاكل فلسفة الرياضيات وخصوصا أزمة الأسس التي سيطرت على التفكير الرياضي لمدة طويلة.

– من خلال قواعد التركيب والتحويل التي يقوم عليها العرض المصادرياتي تم اكتشاف العديد من أنواع الأنساق الأكسيومية.

– ان المنهج الأكسيوماتيكي أصبح أداة فعالة في التفكير العلمي وفتح المجال واسعا أمام الاقتصاد في الجهد الفكري، وبفضله أصبح العالم يفكر في المتعدد من خلال الواحد.

أما في ميدان فلسفة العلوم انتهى ذلك التمييز بين جانب النظري وجانب الواقعي في العلوم والذي تجسد بشكل أكبر في علاقة الرياضيات والفيزياء.

– ساهم الأكسيوماتيك في بلورة نظرية جديدة في المعرفة، رفعت لواءها العقلانية المعاصرة، هذه النظرية تقوم على علاقة دينامية بين العقل والتجربة، تجاوز بهذا الطرح القديم القائم على فصل العقل والتجربة.

– التفكير المعاصر تفكيرا بالعلاقة لا بالجواهر، وهذا ما نادت به المنهج الأكسيوماتيكي بقيادة روبير بلاشتي، العقلانية الرياضية.

– العقلانية الرياضية هي مشروع ابستمولوجي معاصر، رفعه بلانشيه، تؤمن بدور الرياضيات في بناء المعارف وانشاءها بدور العقل الفعال بمعية التجربة التي تساعده في ذلك.

إذن الأكسيوماتيك نسق رياضي صوري ومنهج في آن واحد أثبت فعاليته لا في العلوم الصورية من المنطق والرياضيات، بل تجاوزت إلى العلوم التجريبية الأخرى، وأضفى بعدا ابستمولوجيا جديدا مهما واسهم في إقامة عقلانية جديدة عرفت بالعقلانية الرياضية.

قائمة المصادر والمراجع

قائمة المصادر و المراجع:

قائمة المصادر:

اللغة العربية:

1. روبير بلانشيه: الاستدلال، ترجمة: محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، الجزائر، 2003.
2. روبير بلانشيه: الأكسيوماتيك، المصادريات، ترجمة: محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ط3، ص 2004.
3. روبير بلانشيه: نظرية العلم (الابستومولوجيا)، ترجمة: محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004.

اللغة الفرنسية:

1. Robert Blanchie : la science physique et la réalité, réalisme positionisme, mathématisme, PUF, France, 1984.

ثانيا: المراجع

1. البغراتي بناصر، الاستدلال و البناء، بحث في خصائص العقلية العلمية، دار الأمان، الرباط، المغرب، ط1، 1999.
2. بول حبول: المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد حسن زكريا، دار النهضة، مصر، د ط، د ت.
3. بشير بن صالح، المنطق ومناهج البحث العلمي، مكتبة إقرأ، قسنطينة، د ت.
4. جلال شمس الدين، فلسفة العلوم، مؤسسة الثقافة الجامعية، الاسكندرية، د ط، 2004.
5. سالم يفوت، فلسف العلم المعاصر، و مفهومها للواقع، دار الطليعة للطباعة و النشر، لبنان، ط1، د ت.

6. صلاح محمود عثمان، الاتصال و اللاتناهي بين العلم والفلسفة، منشأة المعارف، مصر، د ط، 1998.

7. عادل عوض: منطق النظرية العملية المعاصرة، منشأة المعارف الاسكندرية، 2000.

8. عبد الحليم بوهلال، ابستمولوجيا كانط والفيزياء المعاصرة، كنوز الحكمة، الجزائر، د ط، 2017.

9. فاروق عبد المعطي، فيثاغورس فيلسوف الرياضيات، دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان، ط1، 1994.

10. كامل محمد محمد عويضة، إقليدس بين الفلسفة و المنهج، دار الكتاب العلمية، بيروت، لبنان، ط1، 1994.

11. مجموعة باحثين: الفلسفة الفرنسية المعاصرة جدل التموقع و التوسع، إشراف، سمير بلخفيف، منشورات الاختلاف، الجزائر، ط1، 2015.

12. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية للطباعة و النشر، بيروت، ط1، 1969.

13. محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة و تطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، لبنان، د ط، 2006.

14. محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي، بحث في الحساب التحليلي و المصطلح، دنيا الطباعة و النشر، مصر، د ط، دت.

15. محمد وقيدي، فلسفة المعرفة عند غاستون باشلار، دار الطبعة للطباعة و النشر، بيروت، لبنان، ط1، 1980.

16. محمد وقيدي، ما هي الاسبتمولوجيا، دار الحداثة، بيروت، ط1، 1983.

17. محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته و تطوره، دار النهضة العربية، بيروت، د ط، 1989.

18. مرابطين سامية، الاكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية روبير بلانشه أنموذجا، ألفا للوثائق، قسنطينة، الجزائر، ط1، 2017.

19. هانز رايشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة: فؤاد زكريا، دار الوفاء، لدنيا الطباعة و النشر، الاسكندرية، د ط، د ت.

باللغة الفرنسية:

1. Arsac Gilbert, l'axiconatique de Hibert, Aléas éditer Lyoun, Paris, 1998.
2. Egnont Colerus, de pythagor à hibert, les épreuves de la mathematique et leur maîtres, bibliothèque de philosophie Paris.
3. Novikov P S : introduction à la logique mathématique Dunon Edition.
4. Tannery Jules : science et philiosphie, libraire felic Alcan, Paris 1912.

ثالثا: الموسوعات و المعاجم

1. أندري لالاند "الموسوعة الفلسفية ج1، ترجمة: خليل أحمد خليل، منشورات عويدات، بيروت، ط2، 2001.
2. جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج1، دار الكتاب العالمي، بيروت، لبنان، د ط، 1994.
3. رورنتال يودين، الموسوعة الفلسفية، ترجمة: سمير كرم، دار الطليعة للطباعة و النشر، بيروت، د ط، د ت.
4. عبد المنعم حنفي، المعجم الشامل لمصطلحات الفلسفة، مكتبة مدبولي، القاهرة، ط3، 2000.

5. عبده الحلو: معجم المصطلحات الفلسفية، المركز التربوي للبحوث و الإنماء، لبنان، د ت.
6. محمد فتحي عبد الله، معجم مصطلحات المنطق و فلسفة العلوم، دار الوفاء لدنيا الطباعة و النشر، مصر، د ط، 2002.
7. محمود يعقوبي، معجم الفلاسفة، دار الكتاب الحديث، القاهرة، ط1، 2008.

بالفرنسية:

1. Encyclopédie universalise : carpus 09 ; 11, France, 1993.

رابعا: الرسائل الجامعية و المجلات و المقالات

1. زبيدة مونيا بن ميسي حرم بن عيسى: فلسفة الرياضة عند جون كفابيس، دراسة تحليلية ابستومولوجية، رسالة لنيل شهادة دكتوراه على في الفلسفة، إشراف الزواوي، بغورة، قسم الفلسفة، كلية العلوم الإنسانية و العلوم الاجتماعية، جامعة منتوري، قسنطينة، 2008/2007.
2. فاروق بوخزنة، أشكال الصورانية في الرياضيات المعاصرة، إشراف عليش لعموري، مذكرة لنيل درجة ماجستير في الفلسفة، قسم الفلسفة، المدرسة العليا للأساتذة، بوزريعة، الجزائر، 2010-2011.
3. محمد تونسي، الرياضيات و الفيزياء المعاصرة، إنسجام العقل و المادة، مجلة العلوم، الإنسانية، عدد 52، ديسمبر، 2019، جامعة عمار ثليجي، الأغواط، الجزائر، 2019.

الفهرس

العنوان	الصفحة
شكر وتقدير	
إهداء	
مقدمة عامة	أ – د
الفصل الاول : مدخل مفاهيمي	
تمهيد	7
المبحث الأول: مدخل مفاهيمي	8
المبحث الثاني: هندسات الاقليدية و اللا اقليدية	17
المبحث الثالث: الأثر الفلسفي الأكسيوماتيكي	28
الفصل الثاني: المنهج الاكسيوماتيك و خصائصه	
تمهيد:	50
المبحث الأول: التعريف بروبير بلانشي و أهمية المنهج الأكسيوماتيكي	51
المبحث الثاني: شروط و خصائص الأكسيوماتيك	54
المبحث الثالث: أنساق الأكسيوماتيك و نماذجها	60
الفصل الثالث : البعد الإستمولوجي للأكسيوماتيك	
تمهيد:	66
المبحث الأول: فوائد و حدود الأكسيوماتيك	67
المبحث الثاني: القيمة الأبستمولوجية للمنهج الأكسيومي	72
خاتـمة:	107
قائمة المصادر والمراجع :	111
الفهرس	115

ملخص:

يتناول البحث دراسة استمولوجية للمنهج الاكسيوماتيكي وفق منظور "روبير بلانشي" بداية من التعريف بالمنهاج الاكسيوماتيكي وكيفية ظهور من خلال نقد الهندسات الإقليمية التي رسمت خطاها على يد الفيلسوف اليوناني إقليدس وحولها إلى منهج استنباطي قائم على الحدس بعد مدة طويلة من الاعتقاد الجازم بأن هندسة إقليدس صحيحة ويقينية.

تغيرت هذه النظرة مع بعض الرياضيين حاولوا البرهان عليها إلا أنه بدون جدوى بداية مع باش حاول البرهنة على مسلمة التوازي التي أثارت الشك والريب.

إلا أن محاولاته كانت منافية لما كانت عليه الهندسة، بعد محاولات أخرى من العلماء الرياضيين ظهرت ما يعرف بالهندسات اللاإقليدية (لوباتشوفسكي ريمان) وهي مغايرة ظهرت ما يعرف بالهندسة الإقليدية فكل في مجالها، وتحت أنقاض الهندسات الإقليدية ظهر ما يسمى بالأكسيوماتيك التي تقوم على نسق من الأوليات يختارها الرياضي يشيد عليها صرحه.

إن ظهور المنهج الأكسيومي كان مترطب بالرياضيات أولا ثم انتقل إلى باقي في العلوم الأخرى كالفيزياء اي أثبت فعاليته وثماره في حل بعض المشاكل التي عرقت طريق العلم، فهو يفكر في المتعدد من خلال الواحد، وكانت له تأثيرات واسعة وساعد على فتح، المجال أمام الفكر ليواصل التقدم والتطور ومزيد من النجاحات.

Résumé:

La recherche porte sur une étude pasmologique de la méthode exponentielle selon la perspective de Robert Blanche, en commençant par la définition de la méthode ascomatique et comment elle est apparue à travers la critique de la géométrie régionale qui a été dessinée par le philosophe grec Euclide et l'a transformée en un méthode déductive basée sur l'intuition après une longue période de ferme conviction que la géométrie d'Euclide est correcte et certaine.

Ce point de vue a changé avec certains mathématiciens qui ont essayé de le prouver, mais en vain.À partir de Bash, il a essayé de prouver l'axiome du parallélisme, ce qui a suscité des soupçons et des soupçons.

Cependant, ses tentatives étaient contraires à ce qu'était la géométrie, après d'autres tentatives de mathématiciens apparurent ce qu'on appelle la géométrie non-euclidienne (Yubachowski Riemann), qui est différente.Ce qu'on appelle la géométrie euclidienne est apparu, chacun dans son domaine, et sous des décombres de la géométrie euclidienne sont apparus ce qu'on appelle expomatique, qui s'appuie sur un schéma de Primitifs choisi par l'athlète qui vante son édifice.

L'émergence de l'approche axiome a d'abord été mouillée par les mathématiques, puis s'est déplacée vers d'autres sciences telles que la physique, qui a prouvé son efficacité et ses fruits dans la résolution de certains problèmes qui obstruaient le chemin de la science, car elle pense le multi à travers l'un, et elle a eu de larges effets et a aidé à ouvrir, le champ de la pensée Pour continuer le progrès et le développement et plus de succès.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research
جامعة محمد بوضياف بالمسيلة
University Mohamed Boudlaf of M'sila

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية
نيابة العمادة للدراسات والمسائل المرتبطة بالطلبة

Faculty of Humanities and Social Sciences
Vice-Deanship of the College for Studies and Student Issues

وثيقة ايداع مذكرة ماستر

الموضوع
القيمة الابستمولوجية للمنهاج الأكسيومي في الفكر المعاصر "روبير بلانشي" أنموذجا

.....

.....

إعداد الطلبة:

1- بلقليل سكينة رقم التسجيل: 15351026659

2- ..... رقم التسجيل: .....

القسم: فلسفة **الشعبة:** فلسفة التخصص: فلسفة عامة

إشراف: الأستاذ أحمد حسن **الرتبة:** أستاذ مساعد "أ"

أقر بأنني تابعت العمل المذكور أعلاه في جلسات إشرافية طيلة الموسم الجامعي: 2020-2021 وأسمح بإيداعه على مستوى ادارة القسم للمناقشة.

موافقة وإمضاء المشرف(ة):

رئيس فريق الاختصاص
الأستاذ: أحمد حسن

رئيس القسم

الحمد لله