

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE



Numéro de série

Numéro d'inscription : D.AS/3C/03/18

Thèse

Présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT LMD

Filière : GENIE ELECTRIQUE

Spécialité : AUTOMATIQUE ET SYSTEMES

THEME

Contribution à la commande intelligente d'une classe de systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire : Cas des systèmes discrets d'ordre fractionnaire

Présentée Par :

DJOURNI Youcef

Soutenue le : 29/01/2025

Devant le jury composé de :

<u>Nom & Prénom</u>	<u>Grade</u>	<u>Etablissement</u>	<u>Qualité</u>
ZEGHLACH Samir	Professeur	Univ. de M'sila	Président
KHETTAB Khatir	Professeur	Univ. de M'sila	Encadreur
BENSAFIA Yassine	Professeur	Univ. de Bouira	Co-Encadreur
BOUROUBA Bachir	MCA	Univ. de Setif 1	Examineur
BOUGUERRA Abderrahman	Professeur	Univ. de M'sila	Examineur
BOUKHALFA Abdelouahab	MCA	Univ. de M'sila	Examineur

Année Universitaire : 2024/2025

أعوذ بالله من الشيطان الرجيم:

”وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا“ الآية 114 من سورة طه،

وقال تعالى

”يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ كَرَجَاتٍ“ الآية 14 من سورة المجادلة،

قال رسول الله صلى الله عليه وسلم:

”من سلك طريقاً يلتمس به علماً؛ سهل الله به طريقاً إلى الجنة“ أخرجه مسلم في صحيحه.

DÉDICACES

À la mémoire de mon cher père, dont les enseignements et l'amour continuent de guider chacun de mes pas,

À ma chère mère, pour son inébranlable soutien et ses encouragements constants,

À ma femme, dont la patience, la compréhension et le soutien indéfectible ont été une source de force durant toute la durée de cette thèse,

À mes enfants, Adem et Ferdaoues, qui apportent une joie immense et m'inspirent chaque jour à persévérer,

À toute ma grande famille, pour leur amour, leurs encouragements et leur présence bienveillante,

Je dédie ce modeste travail avec gratitude et affection.

Youcef

Avant-propos

Je remercie ALLAH le tout puissant pour la volonté et la patience qu'il m'a donné tout au long de mes études.

Je tiens à remercier particulièrement Monsieur **Khatir KHETTAB**, Professeur titulaire à Université Mohamed Boudiaf de M'sila pour la proposition du sujet de cette thèse et pour son soutien tout au long de ce travail. Merci, Monsieur, pour vos précieux conseils et la confiance que vous m'avez accordée durant ces années d'encadrement.

Je remercie sincèrement mon Co-encadreur, Monsieur **Yassine BENSAFIA**, Professeur titulaire à l'Université de Bouira, pour ses conseils avisés, sa disponibilité et son soutien constant tout au long de cette thèse.

Je tiens à remercier chaleureusement, Monsieur **Samir ZEGHLACH**, professeur à l'université de M'sila, d'avoir accepté la présidence du jury de ma soutenance, ainsi que Messieurs **Bachir BOUROUBA**, Maître de conférence à l'université de Setif 1, **Abderrahman BOUGUERRA**, Professeur à l'université de M'sila et **Abdelouahab BOUKHALFA**, Professeur à l'université de M'sila.

Je tiens également à remercier tout le personnel de mon département de génie électrique, en particulier le Professeur **Mohamed LADJAL** et le Professeur **Abdesslam HOCINI**, ainsi que tous les membres de l'Université Mohamed Boudiaf de M'sila.

J'adresse un grand merci à mes amis et collègues **Abdel basset NID**, **Samir KIREED**, **Oussama DJAIDJA**, **Faouzi MOUSSAOUI**, ainsi qu'à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin au cours de ces années de recherche et d'études.

À tous mes enseignants tout au long de ma formation, ainsi qu'à mes enseignants et amis des universités de Ferhat Abbes-Sétif et Mohamed Boudiaf-M'sila.

Y. DJOURNI

Résumé

ملخص: الهدف الرئيسي من هذه الأطروحة هو تصميم نظام تحكم استقراري ذي مرتبة كسرية، مناسب لفئة من الأنظمة ذات المرتبة الكسرية غير المتناسقة. تم تطبيق نظام التحكم المقترح، المستند إلى نهج Backstepping، لحل مشكلة عدم الاستقرار الناتجة عن الأحمال ذات القدرة الثابتة في الشبكة الصغيرة. بالإضافة إلى ذلك، تم تطبيقه أيضًا على نظام كهرو شمسي لتحسين تتبع نقطة القدرة القصوى، مما يزيد من أداء النظام. تستخدم المحولات DC-DC المطورة في هذه الأطروحة طريقة أوستلوب التكرارية. يتم تحليل الاستقرار والمتانة باستخدام نهج لياپونوف (Lyapunov) للأنظمة ذات المرتبة الكسرية. تظهر النتائج الرقمية فوائد المتحكم ذو المرتبة الكسرية مقارنة بنظيره ذو المرتبة الصحيحة في التعامل مع مختلف الاضطرابات.

الكلمات المفتاحية: الأنظمة ذات المرتبة الكسرية غير المتناسقة، التحكم Backstepping ذو المرتبة الكسرية، محولات DC-DC ذات المرتبة الكسرية، طريقة أوستلوب التكرارية، الأحمال ذات القدرة الثابتة، تتبع نقطة القدرة القصوى.

Résumé : L'objectif principal de cette thèse est de concevoir une commande stabilisante d'ordre fractionnaire (COF), adaptée à une classe de systèmes d'ordre fractionnaire non commensurable. La commande proposée, basée sur l'approche Backstepping, a été appliquée pour résoudre le problème de l'instabilité causée par la charge à puissance constante (CPC) dans un microgrid (MG). De plus, elle a également été appliquée à un système photovoltaïque (SPV) pour améliorer la poursuite du point de puissance maximale (PPPM), augmentant ainsi ses performances. Les hacheurs DC-DC développés dans cette thèse utilisent la méthode d'approximation d'Oustaloup (MAO). L'analyse de la stabilité et de la robustesse est effectuée par l'approche de Lyapunov pour les systèmes d'ordre fractionnaire (SOF). Les résultats numériques montrent les avantages du contrôleur d'ordre fractionnaire par rapport à son homologue d'ordre entier dans la gestion de diverses perturbations.

Mots-clés : Systèmes d'ordre fractionnaire non commensurable, Commande Backstepping d'ordre fractionnaire, Hacheurs DC-DC d'ordre fractionnaire, Méthode récursive d'Oustaloup, CPC, PPPM.

Abstract: The main objective of this thesis is to design a stabilizing fractional-order controller (FOC) adapted to a class of non-commensurate fractional-order systems. The proposed controller, based on the Backstepping approach, has been applied to address the instability issues caused by constant power loads (CPL) in a microgrid. Additionally, it has been applied to a photovoltaic system to improve the maximum power point tracking (MPPT), thereby enhancing its performance. The DC-DC converters developed in this thesis use the Oustaloup recursive approximation method ORA. Stability and robustness analysis is carried out using the Lyapunov approach for fractional-

order systems (FOS). Numerical results demonstrate the advantages of the fractional-order controller over its integer-order counterpart in managing various disturbances.

Keywords: Non-commensurate fractional-order systems, Fractional-order Backstepping control, Fractional-order DC-DC converters, Oustaloup recursive method, CPL, MPPT.

Acronymes

AC : Courant Alternatif.

CF : Calcul Fractionnaire.

COF : Commande d'Ordre Fractionnaire.

CPC : Charge à Puissance Constante.

DC : Courant Continu.

EFC : Expansion de Fraction Continue.

ESP : Expansion en Série de Puissance.

G-L : Grünwald-Letnikov.

INI : Impédance Négative Incrémentale.

MAO : Méthode d'Approximation d'Oustaloup.

MCC : Mode de Conduction Continue.

MCD : Mode de Conduction Discontinue.

MG : Microgrid.

OF : Ordre Fractionnaire.

PPPM : Poursuite du Point de Puissance Maximale.

PPM : Point de Puissance Maximale.

PV : Photovoltaïque.

PWM : Modulation de Largeur d'Impulsion.

R-L : Riemann-Liouville.

RNA : Réseau de Neurones Artificiels.

SNL : Système Non Linéaire.

SOF : Systèmes d'Ordre Fractionnaire.

SPV : Système Photovoltaïque.

TLI : Transformée de Laplace Inverse.

TOR : Tout Ou Rien.

Liste des Figures

Figure 2.1 : Diagrammes de Bode d'un différenciateur non entier borné en fréquence pour $m \in]0, 1[$	28
Figure 2.2 : Exemple d'une fractance à une structure arborescente.	31
Figure 2.3 : Exemple d'une fractance à une structure chaînée.	32
Figure 2.4 : Circuit équivalent d'un condensateur à propriété fractionnaire.	34
Figure 2.5 : Tracés de Bode d'un condensateur à propriété fractionnaire.	35
Figure 2.6 : Circuit équivalent d'une inductance à propriété fractionnaire.	36
Figure 2.7 : Tracés de Bode d'une inductance à propriété fractionnaire.	37
Figure 3.1 : Diagramme des différentes catégories de convertisseurs statiques.	43
Figure 3.2 : schéma de base du gradateur monophasé avec le triac.	44
Figure 3.3 : schéma de base du gradateur monophasé avec deux thyristors.	45
Figure 3.4 : Signal de sortie d'un gradateur sur une charge résistive à angle de phase.	45
Figure 3.5 : Signal de sortie d'un gradateur sur une charge résistive à train d'onde.	46
Figure 3.6 : Fonctionnement élémentaire de l'onduleur.	47
Figure 3.7 : Alimentation sans interruption.	49
Figure 3.8 : Alimentation à fréquence et tension variables.	50
Figure 3.9 : Alimentation de charge réactive.	50
Figure 3.10 : Fonctionnement élémentaire d'un redresseur.	50
Figure 3.11 : Fonctionnement élémentaire d'un hacheur.	52
Figure 3.12 : Circuit électrique d'un hacheur de type Buck.	52
Figure 3.13 : Circuit électrique d'un hacheur de type Boost.	53
Figure 3.14 : Circuit électrique d'un hacheur de type Buck-Boost.	53
Figure 3.15 : Formes d'ondes en conduction continue.	54
Figure 3.16 : Formes d'ondes en conduction discontinue.	55
Figure 3.17 : Circuit électrique d'un hacheur d'ordre fractionnaire de type Buck.	58
Figure 3.18 : Diagramme schématique du hacheur Buck à l'état 1.	58
Figure 3.19 : Diagramme schématique du hacheur Buck à l'état 2.	58
Figure 3.20 : La relation entre le gain de tension G et l'ordre p avec m constante.	61
Figure 3.21 : La relation entre le gain de tension et l'ordre m avec p constante.	62

Figure 3.22 : La relation entre le gain de tension et la charge R	62
Figure 3.23 : Circuit électrique d'un hacheur d'ordre fractionnaire de type Buck-Boost...	64
Figure 3.24 : Diagramme schématique du hacheur Buck-Boost à l'état 1.	64
Figure 3.25 : Diagramme schématique du hacheur Buck-Boost à l'état 2.	65
Figure 3.26 : La relation entre le gain de tension G et l'ordre p avec m constante.	68
Figure 3.27 : La relation entre le gain de tension et l'ordre m avec p constante.	69
Figure 3.28 : La relation entre le gain de tension et la charge R	69
Figure 4.1 : Hacheur Buck d'OF alimentant une CPC et une résistance d'amortissement...	79
Figure 4.2 : Architecture de la commande proposée pour le convertisseur abaisseur.	85
Figure 4.3 . Circuit équivalent du condensateur d'ordre fractionnaire avec l'ordre $N = 8$..	86
Figure 4.4 . Circuit équivalent de l'inductance d'ordre fractionnaire avec l'ordre $N = 8$..	86
Figure 4.5 : Résultats de simulation avec une CPC variable : (a) Commande Backstepping conventionnelle. (b) COF Backstepping.	88
Figure 4.6 : Résultats de simulation avec chargement et déchargement CPC : (a) Commande Backstepping conventionnelle. (b) COF Backstepping.	90
Figure 4.7 : Résultats de simulation avec une tension d'entrée variable : (a) Commande Backstepping conventionnelle. (b) COF Backstepping.	92
Figure 4.8 : Résultats de simulation avec une charge résistive variable : (a) Commande Backstepping conventionnelle. (b) COF Backstepping.	94
Figure 5.1 : Un schéma bloc proposé du système photovoltaïque.	98
Figure 5.2 : Les courbes caractéristiques $I_{pv} - V_{pv}$ et $P_{pv} - V_{pv}$: (a) à différentes irradiations solaires; (b) à différentes températures de cellule.	100
Figure 5.3 : Entraînement, test et tous les résultats.	102
Figure 5.4 : Le système proposé avec structure de commande Backstepping et RNA.	106
Figure 5.5 : L'unité de fractance en chaîne du condensateur avec propriété fractionnaire...	107
Figure 5.6 : L'unité de fractance en chaîne d'une inductance avec propriété fractionnaire..	107
Figure 5.7 : Diagrammes de Bode : (a) Condensateur d'entrée $C_{in}^p = 1 \text{ mF}/s^{1-p}$; (b) Condensateur de sortie $C_{out}^\gamma = 500 \text{ }\mu\text{F}/s^{1-\gamma}$	109
Figure 5.8 : Diagramme de Bode d'une inductance $L^m = 0.15 \text{ mH}/s^{1-m}$	109
Figure 5.9 : Hacheur élévateur d'ordre fractionnaire.	111
Figure 5.10 : le courant de l'inducteur.	111

Figure 5.11 : La tension du condensateur.	112
Figure 5.12 : Courbe de température.	113
Figure 5.13 : Tension de sortie sous des variations de température (15 °C – 35 °C) à une irradiation de 1000 W/m ²	113
Figure 5.14 : Puissance de sortie sous des variations de température (15 °C – 35 °C) à une irradiation de 1000 W/m ²	114
Figure 5.15 : Courbe d'irradiance.	115
Figure 5.16 : Tension de sortie sous des variations d'irradiance (1000 W/m ² – 400 W/m ²) à une température de 25 °C.	116
Figure 5.17 : Courant de sortie sous des variations d'irradiance (1000 W/m ² – 400 W/m ²) à une température de 25 °C.	117
Figure 5.18 : Puissance de sortie sous des variations d'irradiance (1000 W/m ² – 400 W/m ²) à une température de 25 °C.	117
Figure 5.19 : Puissance de sortie sous des charges variables.	119
Figure 5.20 : Tension de sortie sous des charges variables.	119
Figure 5.21 : Courant de sortie sous des charges variables.	120

Liste des Tableaux

Tableau 3.1 : Classification de l'onduleur selon la nature de sources.	48
Tableau 3.2 : Les paramètres du convertisseur Buck d'ordre fractionnaire.	60
Tableau 3.3 : Les paramètres du convertisseur Buck-Boost d'ordre fractionnaire.	67
Tableau 4.1 : Paramètres du modèle proposé.	85
Tableau 4.2 : Comparaison des performances des contrôleurs sous variation de la CPC...	89
Tableau 4.3 : Comparaison des performances des contrôleurs sous variation de v_{in}	91
Tableau 4.4 : Comparaison des performances des contrôleurs sous variation de la charge R	92
Tableau 5.1 : Spécifications du panneau solaire.	100
Tableau 5.2 : Paramètres du système proposé.	105
Tableau 5.3 : Les paramètres de circuit calculés.	107
Tableau 5.4 : Résultats de simulation.	111
Tableau 5.5 : L'efficacité de la commande proposé sous $E = 1000 W/m^2$	115
Tableau 5.6 : L'efficacité de la commande proposé sous $T = 25^{\circ}C$	115
Tableau 5.7 : Comparaison entre les valeurs d'erreur sous des variations de charge.	118
Tableau A.1 : Données des diélectriques de condensateurs communs à $1kHz$ et à température ambiante.	126
Tableau B.1 : Modélisation des bobines à l'aide de dérivées fractionnaires (ordre de dérivation m , inductance avec pertes L^m)	127

Table des Matières

Dédicaces	xi
Avant-propos	xi
Résumé	iv
Acronymes	vi
Liste des Figures	vii
Liste des Tableaux	xi
1 Introduction générale.....	2
1.1 Introduction	2
1.2 Objectifs de la thèse	3
1.3 Organisation de la thèse	4
2 Eléments de théorie de base.....	7
2.1 Introduction	7
2.1.1 Un bref aperçu historique	7
2.1.2 Application du calcul fractionnaire	8
2.1.3 Système de commande d'ordre non entier	10
2.2 Opérateurs d'ordre fractionnaire	11
2.2.1 Quelques propriétés des opérateurs fractionnaires	12
2.2.2 Définitions fondamentales.....	13
2.2.2.1 Fonctions spécifiques au Calcul Fractionnaire	13
a. La fonction Gamma	13
b. La fonction bêta [56]	14
c. La fonction de Mittag-Leffler.....	15
2.2.2.2 Définitions des dérivées fractionnaires	16
2.2.2.3 Définitions des intégrales fractionnaires.....	17
2.2.2.4 Approximation numérique des intégrales et dérivées fractionnaire	18

2.2.2.5	Transformée de Laplace des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaires	19
a.	Eléments de base	19
b.	Transformée de Laplace des intégrales d'ordre fractionnaires.....	20
c.	Transformée de Laplace des dérivées d'ordre fractionnaires	20
2.3	Approximation des systèmes d'ordre fractionnaire	22
2.3.1	Méthodes Numériques :	23
2.3.1.1	Méthode directe de discrétisation :	23
2.3.1.2	Méthode indirecte de discrétisation :	24
2.3.2	Méthode fréquentielles :	25
2.3.2.1	Approximations utilisant EFC et les techniques d'interpolation.....	25
a.	Méthode d'approximation par EFC	25
b.	Méthode de Carlson.....	25
c.	Méthode de Matsuda	26
2.3.2.2	Approximations utilisant l'ajustement de courbes ou les techniques d'identification	26
a.	Méthode de Charef	26
b.	Méthode d'Oustaloup.....	27
2.3.3	Implémentation circuitique de l'opérateur d'ordre fractionnaire	31
2.3.3.1	Intégration d'ordre fractionnaire bornée en fréquence	33
2.3.3.2	Dérivation d'ordre fractionnaire bornée en fréquence.....	36
2.3.4	Estimation de la précision de l'approximation d'Oustaloup	38
2.4	Conclusion.....	39
3	Commande stabilisante d'OF pour les hacheurs d'ordre fractionnaire	42
3.1	Introduction	42
3.2	Les convertisseurs statiques	43
3.2.1	Définition	43
3.2.2	Les gradateurs AC-AC	44

3.2.3	Les onduleurs DC-AC	47
3.2.3.1	Classifications d'onduleurs DC-AC.....	48
3.2.3.2	Les applications des onduleurs DC-AC	49
3.2.4	Les redresseurs AC-DC.....	50
3.2.5	Les hacheurs	51
3.2.5.1	Types de Hacheurs	52
3.2.5.2	Réversibilité des Hacheurs.....	53
3.2.5.3	Mode de fonctionnement	53
3.2.5.4	Applications des Hacheurs DC-DC	55
3.3	Les hacheurs d'ordre fractionnaire.....	55
3.3.1	Hacheurs abaisseur d'ordre fractionnaire (Buck) :.....	56
3.3.1.1	Définition	56
3.3.1.2	Modélisation mathématique du convertisseur Buck d'ordre fractionnaire	57
3.3.1.3	Exemple illustratif :.....	60
3.3.2	Hacheurs abaisseur-élevateur d'ordre fractionnaire (Buck-Boost) :.....	63
3.3.2.1	Définition	63
3.3.2.2	Modélisation mathématique du convertisseur Buck-Boost d'ordre fractionnaire	64
3.3.2.3	Exemple illustratif :.....	67
3.4	Commande d'ordre fractionnaire par la méthode du backstepping	71
3.4.1	Introduction	71
3.4.2	La synthèse de la commande par Backstepping.....	71
3.5	Conclusion.....	76
4	Commande stabilisante d'OF appliquée à un hacheur alimentant CPC.....	78
4.1	Introduction	78
4.2	La modélisation du système alimentant une charge à puissance constante	79
4.3	Synthèse de la loi de commande	81

4.4	Résultats de simulation.....	84
4.4.1	L'approximation récursive d'Oustaloup	84
4.4.2	Test sous variation de la CPC	87
4.4.3	Test sous variation de la tension d'entrée	91
4.4.4	Test sous variation de la charge résistive	93
4.4.5	Discussion	94
4.5	Conclusion.....	95
5	Commande stabilisante d'OF appliquée à un hacheur dans un SPV.....	97
5.1	Introduction	97
5.2	La modélisation du système photovoltaïque	98
5.2.1	Caractéristiques d'un module PV.....	99
5.2.2	Modélisation d'un hacheur Boost d'ordre fractionnaire	100
5.2.3	Génération de la tension de référence par RNA.....	102
5.3	Synthèse de la loi de commande	103
5.4	Résultats de simulation.....	105
5.4.1	Simulation du Circuit	106
5.4.2	Performance sous test en boucle ouverte	110
5.4.3	Performance sous test en boucle fermé	112
5.4.3.1	Robustesse sous les variations de température	113
5.4.3.2	Robustesse sous les variations d'irradiance	115
5.4.3.3	Robustesse sous les variations de charge.....	118
5.5	Conclusion.....	120
6	Conclusion générale	123
	Bibliographie	132

Chapitre 1

Introduction Générale

1 Introduction générale

1.1 Introduction

Le calcul fractionnaire (CF) est une branche des mathématiques qui généralise le concept de la dérivation et de l'intégration à des ordres non entiers. Ses origines remontent à plusieurs siècles, avec des contributions significatives de mathématiciens comme Leibniz, Liouville et Riemann. Bien que longtemps considéré comme une curiosité mathématique, le FC a récemment gagné en importance en raison de ses applications diverses et puissantes dans le monde réel [1]. Il permet de modéliser et de commander des systèmes dynamiques complexes avec plus de précision et de flexibilité que les méthodes traditionnelles [2]. Dans des domaines tels que l'ingénierie, la physique et les sciences biologiques, les modèles fractionnaires offrent des descriptions plus fidèles des phénomènes naturels, notamment ceux présentant des comportements héréditaires et des effets de mémoire. Parmi les modèles fractionnaires, on peut citer ceux du condensateur et de l'inducteur [3, 4].

Les convertisseurs DC-DC peuvent présenter un comportement chaotique sous certaines conditions, bien qu'ils ne soient pas intrinsèquement des systèmes chaotiques. Ce phénomène se manifeste en présence de perturbations externes, de composants non idéaux ou d'une modulation PWM mal régulée, entraînant des dynamiques imprévisibles et potentiellement indésirables. L'analyse et la commande intelligentes de ces convertisseurs sont essentielles pour éviter ces comportements chaotiques et garantir un fonctionnement stable et efficace.

Les composants d'ordre fractionnaire, comme les condensateurs et les inducteurs d'OF, jouent un rôle crucial dans l'implémentation pratique des systèmes basés sur le calcul fractionnaire [5]. Contrairement aux composants conventionnels, ces éléments permettent d'introduire des caractéristiques de fréquence qui ne sont pas possibles avec les composants classiques. Par exemple, un condensateur d'OF peut être conçu pour avoir une réponse en fréquence qui varie selon une loi en puissance non entière, offrant ainsi des possibilités supplémentaires pour la conception de circuits et de systèmes.

La commande d'ordre fractionnaire est une approche de contrôle qui utilise les principes du CF pour améliorer les performances des systèmes dynamiques. En intégrant des dérivées et des intégrales fractionnaires dans les lois de commande, cette méthode permet de mieux gérer les dynamiques complexes et de compenser les effets de perturbations et d'incertitudes. Les COFs sont particulièrement efficaces dans des applications où les méthodes de contrôle traditionnelles échouent

à fournir une réponse satisfaisante, comme l'application dans un microgrid DC alimentant une charge à puissance constante [6, 7].

Malgré les nombreux avantages offerts par les systèmes de microgrid (MG) à courant continu, l'intégration de CPC présente des défis significatifs en matière de stabilité [8-10]. Ces charges, caractérisées par une impédance négative incrémentale, réduisent le facteur d'amortissement du MG

DC. Cette diminution entraîne des oscillations non amorties du courant et de la tension de sortie, rendant ainsi le MG instable.

Les oscillations non amorties résultant de l'INI compromettent la stabilité globale du MG DC, ce qui peut conduire à des dysfonctionnements et à une inefficacité énergétique. Ce phénomène est particulièrement problématique dans des environnements où une régulation précise de la tension est cruciale pour le bon fonctionnement des équipements connectés.

Des défis significatifs en matière de stabilité se posent également dans les systèmes photovoltaïques, notamment lors de la PPPM [11]. L'un des principaux défis est la poursuite efficace du PPM, surtout sous des variations climatiques changeantes telles que les fluctuations de la luminosité et les conditions météorologiques variables. Dans ce contexte, la COF joue un rôle crucial en améliorant la précision et la réactivité du système de la PPPM [12]. Grâce à sa capacité à modéliser et à compenser les dynamiques complexes et les incertitudes des conditions environnementales, la COF permet d'optimiser la production d'énergie des SPVs, même dans des environnements instables [13].

Dans le cadre de cette thèse, deux applications principales sont explorées. La première concerne l'application de la COF Backstepping au hacheur DC-DC alimentant d'une CPC. Les hacheurs fractionnaires offrent une meilleure stabilité et une réponse plus rapide par rapport aux hacheurs conventionnels, ce qui est essentiel pour les systèmes de conversion d'énergie.

La deuxième application concerne l'optimisation des systèmes photovoltaïques à l'aide de COF Backstepping pour la poursuite du PPM. En utilisant du convertisseur Boost d'OF et des techniques avancées de contrôle, telles que les réseaux de neurones artificiels, il est possible d'améliorer l'efficacité de conversion et d'augmenter la production d'énergie de SPV, même sous des conditions de fonctionnement variables et incertaines.

Ces explorations montrent l'importance et le potentiel du CF et de la technique proposée dans le développement de solutions avancées pour les systèmes d'ingénierie modernes.

1.2 Objectifs de la thèse

La présente thèse se concentre sur l'étude d'un MG DC capable d'alimenter efficacement une CPC. Pour émuler cette charge, un convertisseur Buck d'OF avec une tension de sortie rigoureusement régulée est utilisé. L'objectif principal est de proposer et de valider une solution de contrôle robuste pour surmonter les défis posés par l'INI. Pour stabiliser le système et éviter les effets néfastes de l'INI,

cette recherche propose une COF Backstepping. Ce type de contrôleur est conçu pour offrir une robustesse exceptionnelle contre les perturbations, tout en maintenant une disponibilité énergétique optimale. En utilisant ce contrôleur, le MG DC peut maintenir une performance stable et efficace, même en présence de CPCs.

Cette thèse examine également l'application d'un hacheur DC-DC Boost d'OF dans un SPV. L'objectif est de surmonter les défis posés par la non-linéarité des modules PV. Pour atteindre cet objectif, une COF Backstepping est employée. Ce type de contrôleur est particulièrement avantageux en termes de stabilité et de robustesse. En intégrant des dérivées et des intégrales fractionnaires, la commande Backstepping assure une régulation précise du hacheur Boost, même sous des conditions climatiques variables. Cela permet d'améliorer la stabilité du système et de renforcer sa capacité à s'adapter aux fluctuations de l'ensoleillement, garantissant ainsi une extraction optimale de l'énergie disponible et une performance stable de SPV.

Il est à noter que nous avons introduit un nouveau candidat pour la fonction de Lyapunov $V_i = V_{i-1} + |D^{p_i - p_\xi} e_i|$, adapté aux SOF non commensurable. Cette fonction est également applicable aux SOFs commensurable, renforçant ainsi la généralité de notre approche.

1.3 Organisation de la thèse

Cette thèse, articulée en cinq chapitres, est structurée comme suit

Chapitre 02 : Ce chapitre présente les définitions et les bases théoriques de ce travail de recherche. La méthode d'approximation fréquentielle d'Oustaloup est utilisée pour implémenter des modèles d'OF dans les circuits électroniques.

Chapitre 03 : Dans ce chapitre, nous présenterons un aperçu des convertisseurs statiques en utilisant la définition de Riemann-Liouville (R-L), en nous concentrant sur les hacheurs Buck, Buck-Boost et Boost. Une simulation illustrera ensuite la différence entre un hacheur d'ordre entier et un hacheur d'OF. Enfin, nous exposerons une approche de commande robuste et stabilisante d'OF non commensurable, basée sur les théories de Machado et de Lyapunov, applicable aux systèmes non linéaires (SNL).

Chapitre 04 : Ce chapitre compare les résultats numériques de la COF Backstepping avec son homologue d'ordre entier pour gérer diverses perturbations concernant la stabilité du bus DC. La commande proposée montre une réponse dynamique rapide et des performances améliorées.

Chapitre 05 : Ce chapitre discute de l'application de la commande Backstepping pour le SPV utilisant un convertisseur Boost d'ordre fractionnaire. Un réseau de neurones artificiels (RNA) est utilisé pour générer la tension de référence, ensuite injectée dans un contrôleur basé sur la technique de Backstepping. La stabilité asymptotique du SPV est assurée grâce aux critères de Lyapunov, avec des exemples de simulation démontrant l'efficacité et la robustesse de cette méthodologie.

Enfin, une conclusion générale présente une synthèse des principaux résultats de cette thèse et les perspectives de ce travail de recherche

Chapitre 2

Eléments de théorie de base

2 Éléments de théorie de base

2.1 Introduction

Tous ceux qui ont étudié le calcul classique connaissent les concepts d'intégration et de différenciation d'ordre entier. Nous savons, par exemple, que si $f(x) = x^3$, alors l'intégration de $f(x)$ au 1^{er} ordre donne $\int f(x)dx = \frac{1}{4}x^4 + \alpha_1$, et l'intégration de la même fonction au 2^{ème} ordre donne $\int[\int f(x)dx]dx = \frac{1}{20}x^5 + x\alpha_1 + \alpha_2$. De même, $\frac{d}{dx} f(x) = 3x^2$, et $\frac{d^2}{dx^2} f(x) = 6x$. Cependant, que se passerait-il si nous voulions intégrer notre fonction à l'ordre $\frac{1}{2}$, ou trouver sa dérivée au même ordre ? Comment pourrions-nous définir nos opérations ? Mieux encore, nos résultats auraient-ils un sens ou une application comparable à celle des opérations d'ordre entier familières ?

Malgré ses origines remontant à trois siècles, le CF est devenu un sujet d'étude particulièrement développé au 19^{ème} siècle, avec l'évolution de la théorie mathématique de la dérivation d'ordre non entier. Toutefois, ce n'est que vers le milieu du vingtième siècle que l'intérêt des chercheurs en ingénierie pour le CF s'est réellement manifesté.

Dans le domaine fréquentiel, les SOFs ont reçu peu d'attention en matière d'études [14, 15]. Étant donné l'absence d'interprétations physique exactes, on recourt largement à des méthodes numériques et d'approximation pour résoudre, analyser et implémenter ces systèmes [16, 17]. Puisque les dérivées et intégrales fractionnaires généralisent les notions classiques de différenciation et d'intégration d'ordre entier, il serait souhaitable d'avoir des interprétations physiques et géométriques qui relieraient également ces interprétations classiques aux cas d'ordre non entier.

2.1.1 Un bref aperçu historique

L'idée du calcul fractionnaire est connue depuis le calcul classique, la première référence étant associée à Leibniz et L'Hôpital en 1695. Cette histoire a commencé avec une question clé de Leibniz. Il s'est demandé : "Et si nous pouvions calculer les dérivées et les intégrales d'ordres non entiers ?". Cette question apparemment innocente a jeté les bases de la naissance du FC, un domaine qui défierait la pensée mathématique conventionnelle. L'Hôpital a approfondi la question de Leibniz et a commencé à démêler les subtilités des dérivées fractionnaires et des intégrales. L'Hôpital a peut-être été amené à réfléchir sur la possibilité d'avoir une intégration et une différenciation d'ordre arbitraire à la suite d'une simple manipulation symbolique. Son travail est significatif, car il fournit les premiers pas vers une formalisation du concept.

Les contributions de L'Hôpital ont ouvert la voie aux futurs géants des mathématiques qui allaient façonner le domaine du CF. Sur ces questions, nous observons les apports de célèbres mathématiciens tels que L. Euler et J.L. Lagrange qui ont repris le flambeau du CF au 18ème siècle. Au début du 19ème siècle, P.S. Laplace, J.B.J. Fourier, J. Liouville et B. Riemann enrichissent le domaine de leurs profondes contributions. Chaque mathématicien a apporté une perspective unique sur la compréhension du CF et de ses applications.

Plus tard, à la fin du 19ème et au début du 20ème siècle, le flambeau a été porté par Grünwald, Letnikov, Laurent, Marchaud et Kober. Ils ont continué à affiner et à étendre les théories, jetant les bases d'applications pratiques dans divers domaines scientifiques. Comme en 1974, le mérite de l'organisation de la première conférence sur le CF et ses applications revient à B. Ross [18] et le mérite de la publication du premier livre dédié au CF revient à K.B. Oldham et J. Spanier [19].

Le CF est connu pour sa capacité à produire des résultats plus précis pour décrire des modèles physiques non lisses et des systèmes complexes [20, 21]. En raison de ces caractéristiques uniques, de nombreux phénomènes physiques sont mieux modélisés et décrits en utilisant le CF. Par conséquent, au lieu de considérer les anciens résultats et concepts obtenus entièrement par la théorie traditionnelle, une variété d'études de recherche liées aux modèles fractionnaires a été établie [2, 22, 23].

Aujourd'hui, le CF et ses applications connaissent des développements rapides avec des applications de plus en plus convaincantes dans le monde réel [24, 25].

2.1.2 Application du calcul fractionnaire

Bien que le CF ait une longue histoire, il a longtemps été perçu comme un simple domaine théorique des mathématiques, dénué d'applications concrètes. Mais, au cours des dernières décennies, un tel état de choses a changé. Il a été constaté que le CF peut être utile et même puissant, et un aperçu de l'histoire simple du CF, en particulier avec des applications, peut être trouvé dans Machado et al. [26]. De nos jours, l'accent est de plus en plus mis sur la recherche et la découverte de nouveaux concepts et avantages potentiels du CF, en particulier en ce qui concerne ses applications en ingénierie, y compris les systèmes de contrôle [27-29].

Concernant les systèmes mécaniques, il existe plusieurs applications en utilisant des équations différentielles d'OF, citons comme exemples les travaux de [30-32].

Fondamentalement, toutes les résistances sont en réalité non linéaires. Le courant qui traverse les résistances provoque leur échauffement et donc leur conductivité augmente. La caractéristique est $V = f(R, I)$. La situation est également similaire pour les condensateurs. La permittivité de certains diélectriques varie en fonction de l'intensité du champ magnétique et la capacité est donc une fonction non linéaire de la tension sur le condensateur. Le courant qui traverse le condensateur est donné par $I = d(CV)/dt$, où la capacité C est variable et est une fonction de la tension V . Pour les inductances, leur non-linéarité est donnée par l'hystérésis. La perméabilité des noyaux inducteurs dépend du champ magnétique et donc l'inductance est en fonction du courant. La tension sur l'inducteur est non linéaire $V = d(LI)/dt$, où L est l'inductance variant avec le courant I . D'après les notes ci-dessus, nous pouvons affirmer que tous les éléments de base sont non linéaires mais pour certains d'entre eux, la non-linéarité est très faible et négligeable. Pour cette raison, nous pouvons les considérer comme linéaires et utiliser des outils mathématiques beaucoup plus simples pour leur modélisation. En fait, cette considération prouve indirectement que les caractéristiques des éléments passifs sont d'ordre non entier.

Inspiré par la liberté, la flexibilité et l'effet mémoire du CF, Westerlund [3, 4] a proposé des modèles fractionnaires d'inductance et de condensateur sous différents diélectriques dans lesquels de tels systèmes électriques sont formés. Dans ses rapports, il a pratiquement prouvé que les propriétés et les caractéristiques réelles importantes du condensateur et de l'inductance, sinon de tous les autres composants, sont essentiellement d'ordre non entier. Ces modèles sont basés sur la loi empirique de Curie de 1889 [33] qui stipule que le courant traversant un condensateur est $i(t) = \frac{U_0}{(h_1 t^\gamma)}$, où h_1 et γ sont des constantes, U_0 est la tension continue appliquée à $t = 0$, et $0 < \gamma < 1$. Le modèle a d'autres propriétés : le condensateur « se souvient » des tensions auxquelles il a été soumis précédemment, l'absorption diélectrique en est un exemple.

Pour une tension d'entrée appliquée sur un condensateur réel, avec une dérivée temporelle fractionnaire, le courant traversant un condensateur est donné par :

$$i_C(t) = C \frac{d^m v_C(t)}{dt^m} \quad (2.1)$$

où m (ordre) est une constante liée aux pertes de condensateur et C est la capacité.

De même pour une inductance d'OF, la relation tension-courant (v_L, i_L) dans une inductance réelle peut être exprimée comme

$$v_L(t) = L \frac{d^p i_L(t)}{dt^p} \quad (2.2)$$

où p (ordre) est une constante liée à l'effet de proximité et L est l'inductance.

Les modèles construits sont appliqués à plusieurs problèmes qui c'est mieux traités avec la théorie du CF, car ils capturent des phénomènes non linéaires, complexes et non stationnaires qui échappent aux approches traditionnelles. Par conséquent, au lieu de considérer les anciens résultats et concepts, une variété d'études de recherche liées aux modèles fractionnaires de ces éléments électriques a été établie [34, 35].

Il y a eu aussi plusieurs applications du CF concernant le domaine économique et financier [36], le traitement d'image [37], les applications dans le domaine de la biomédecine [38-40], l'optique [41], la géophysique [42], la viscoélasticité [43], la commande d'une transmission flexible [44] et la diffusion [45-48].

2.1.3 Système de commande d'ordre non entier

Plusieurs chercheurs de divers domaines de la science et de l'ingénierie traitent de systèmes dynamiques décrits par des équations d'ordre non- entier, c'est-à-dire des équations impliquant des dérivées et des intégrales d'OF. Cependant, ces systèmes étaient jusque-là étudiés de façon marginale seulement. Au début des années 1990, Oustaloup a développé le premier régulateur robuste d'ordre non entier CRONE pour la commande des systèmes dynamiques ou même des SOFs [44]. Ce régulateur se caractérise par le fait qu'il garantit la robustesse de la commande dans une gamme fréquentielle prédéterminée. La fonction de transfert du fameux régulateur CRONE dans le domaine de Laplace a cette forme

$$C(S) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{S}{\omega_b}}{1 + \frac{S}{\omega_h}} \right)^r \quad (2.3)$$

avec $0 < \omega_b < \omega_h$, $C_0 > 0$, and $r \in (0, 1)$.

Il existe un certain nombre d'applications réelles du régulateur fractionnaire CRONE telles que le contrôle de la suspension automobile [49], la transmission flexible [44] et l'actionneur hydraulique [50].

Plus tard, un autre régulateur d'ordre non entier a fait l'objet d'un travail de Podlubny [51]. La manière la plus appropriée pour contrôler plus efficacement les SOFs consiste à utiliser des COF [52].

Podlubny a proposé une généralisation du contrôleur PID, que l'on peut appeler régulateur $PI^\gamma D^\beta$ car il implique un intégrateur d'ordre γ et un différenciateur d'ordre β . La fonction de transfert d'un tel contrôleur a la forme :

$$G(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K_P + K_I S^{-\gamma} + K_D S^\beta, \quad \gamma, \beta > 0. \quad (2.4)$$

L'équation de la sortie du contrôleur $PI^\gamma D^\beta$ dans le domaine temporel est

$$U(t) = K_P e(t) + K_I D^{-\gamma} e(t) + K_D D^\beta e(t) \quad (2.5)$$

En prenant $\gamma = 1$ et $\beta = 1$, on obtient le contrôleur PID classique. $\gamma = 1$ et $\beta = 0$ donne un contrôleur PI. $\gamma = 0$ et $\beta = 1$ donne contrôleur PD. $\gamma = 0$ et $\beta = 0$ donne un gain.

Tous ces types classiques de contrôleurs PID indiqués ci-dessus sont des cas particuliers du contrôleur $PI^\gamma D^\beta$ fractionnaire. Cependant, le contrôleur $PI^\gamma D^\beta$ est plus flexible et permet de mieux ajuster les propriétés dynamiques d'un système de COF.

La COF présente une dimension infinie en raison de sa nature fractionnaire. L'implémentation d'une COF dans une bande-limite de fréquences est cruciale. Pour des raisons pratiques, une approximation dimensionnelle finie du contrôleur est nécessaire. Cette approximation doit être optimisée pour correspondre au comportement du contrôleur dans une plage spécifique de fréquences pertinente pour les applications pratiques. Cette approche équilibre la complexité des dimensions infinies avec l'efficacité réelle du contrôleur dans la gestion de la dynamique d'ordre fractionnaire dans les contraintes de fréquence souhaitées.

2.2 Opérateurs d'ordre fractionnaire

La généralisation du concept de dérivée $D^m[f(x)]$ aux valeurs non entières de m remonte au début de la théorie du calcul différentiel, où ces valeurs pouvaient être rationnelles ou irrationnelles, positives ou négatives, réelles ou complexes. En fait, Leibniz, dans sa correspondance avec Bernoulli, L'Hôpital et Wallis 1695, avait plusieurs notes sur le calcul de $D^{1/2}[f(x)]$. Néanmoins, le développement de la théorie du CF date de l'époque de nombreux mathématiciens tels qu'Euler, Caputo, Liouville, Riemann et Letnikov [53, 54]. Il convient de noter que le nom de CF est devenu quelque peu abusif. Une meilleure description pourrait être la différenciation et l'intégration dans un ordre arbitraire. Cependant, nous resterons fidèles à la tradition et appellerons cette théorie le CF.

On peut généraliser les opérateurs intégral-différentiels classiques en un seul opérateur d'ordre arbitraire ${}_a D_t^\alpha$ où a et t sont les bornes de l'opération. La définition de l'opérateur fondamental qui inclut la différenciation et l'intégration est donnée comme suit :

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \Re(\alpha) > 0, \\ 1 & \Re(\alpha) = 0, \\ \int_a^t (d\tau)^\alpha & \Re(\alpha) < 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

où $\alpha \in \mathfrak{R}$ est l'ordre de l'opération différentielle ou d'intégral fractionnaire. α avec une valeur négative indique une intégration tandis que α avec une valeur positive indique une différenciation.

2.2.1 Quelques propriétés des opérateurs fractionnaires

En substance, le défi mathématique pour définir les dérivées et intégrales d'OF consiste en ce qui suit [54, 55] : pour chaque fonction $f(t)$, t d'une classe assez générale, et pour tout nombre α (rationnel, irrationnel ou complexe), une correspondance avec une fonction $h(t) = D_c^\alpha f(t)$ satisfaisant les conditions suivantes :

- Si $f(t)$ est une fonction analytique de la variable t , alors la dérivée $h(t) = D_c^\alpha f(t)$ est une fonction analytique de la variable t et de l'ordre α .

- Lorsque l'ordre $n \in \mathbb{Z}^+$, $\alpha = n$, l'opération D_c^α coïncide avec la dérivée usuelle d'ordre n .
- Lorsque $n \in \mathbb{Z}^-$, $\alpha = -n$, l'opération D_c^α coïncide avec l'intégrale n -fois répétée.
- $D_c^\alpha f(t)$ et ses dérivées du premier ordre ($n - 1$) doivent tendre vers zéro à $t = c$.
- L'opérateur d'ordre $\alpha = 0$ est l'opérateur identité :

$$D_c^\alpha f(t) = f(t) \quad (2.7)$$

- L'opérateur doit être linéaire :

$$D_c^\alpha [af(t) + bg(t)] = aD_c^\alpha f(t) + bD_c^\alpha g(t) \quad (2.8)$$

- Pour les intégrales fractionnaires d'ordre arbitraire, $\Re(\alpha) > 0$, $\Re(\beta) > 0$, il contient la loi additive des exposants (propriété de semi-groupe) [56]:

$$D_c^\alpha D_c^\beta f(t) = D_c^{\alpha+\beta} f(t) \quad (2.9)$$

Cette loi est applicable sous certaines conditions raisonnables sur la fonction $f(t)$.

- La dérivée d'OF est commutative avec la dérivée d'ordre entier

$$\frac{d^n}{dt^n} (D_c^\alpha f(t)) = D_c^\alpha \left(\frac{d^n f(t)}{dt^n} \right) = D_c^{\alpha+n} f(t), \quad (2.10)$$

sous la condition $t = c$ nous avons $f^{(k)}(c) = 0$, ($k = 1, 2, \dots, n - 1$). La relation ci-dessus indique que $\frac{d^n}{dt^n}$ et D_c^α sont des opérateurs commutatifs.

- En supposant que $g(t)$ et $f(t)$ et toutes leurs dérivées soient continués. Alors, la règle de Leibniz pour la différenciation fractionnaire est donnée comme suit :

$$D_c^\alpha (g(t)f(t)) = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} g^{(k)}(t) D_c^{\alpha-k} f(t) \quad (2.11)$$

Cette règle implique des développements en séries et doit prendre en compte des termes infinis. A cet effet, son utilisation est donc limitée à quelques cas. Cependant, nous devons retenir les exceptions suivantes afin d'éviter des erreurs fréquentes :

$$\frac{d^\alpha(f(t)g(t))}{dt^\alpha} \neq \frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha} g(t) + \frac{d^\alpha g(t)}{dt^\alpha} f(t) \quad (2.12)$$

$$\frac{d^\alpha f(g(t))}{dt^\alpha} \neq \frac{d^\alpha f}{dg^\alpha} \frac{d^\alpha g(t)}{dt^\alpha} \quad (2.13)$$

Certaines autres propriétés importantes des dérivées fractionnaires et des intégrales peuvent être trouvées dans plusieurs autres travaux [56-58].

Dans la section suivante, le lecteur peut trouver quelques-unes des définitions les plus habituelles des opérateurs d'ordre, accompagnées d'outils mathématiques d'approximation numérique permettant de satisfaire les conditions évoquées précédemment.

2.2.2 Définitions fondamentales

Les trois définitions les plus connues pour la différentielle fractionnaire générale sont : la définition de Grünwald-Letnikov (G-L), la définition de R-L et la définition de Caputo [53, 54, 56]. Dans cette thèse, nous aborderons ces définitions car elles sont équivalentes sous certaines conditions [56]. D'autres définitions sont liées à des noms bien connus comme par exemple Weyl, Fourier, Cauchy, Abel, Nishimoto, etc.

2.2.2.1 Fonctions spécifiques au Calcul Fractionnaire

Nous donnons ci-dessous quelques informations sur les fonctions gamma et bêta, et les fonctions de Mittag-Leffler. De plus, plusieurs modifications des fonctions Mittag-Leffler sont introduites, développées depuis 1903. Ces fonctions jouent le rôle le plus important dans la théorie de la différenciation d'ordre arbitraire et dans la théorie des calculs différentiels fractionnaires.

a. La fonction Gamma

La fonction la plus importante utilisée dans le CF est la fonction Gamma d'Euler $\Gamma(\alpha)$, qui généralise la fonction factorielle ($n!$) à l'ordre également réel fractionnaire et même complexes [59]. Elle est définie par l'expression suivante :

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\alpha-1} dt, \quad \text{où la partie réelle de } (\alpha) > 0. \quad (2.14)$$

Considérant α comme un nombre réel positive, $\Gamma(\alpha)$ est une fonction continue pour les valeurs de α . Elle est utilisée plus souvent, même si elle est restreinte aux valeurs positives de α .

L'une des propriétés fondamentales de la fonction gamma est qu'elle mène à la relation de récurrence. En ce cas, l'intégration par partie de l'équation (2.14) devient

$$\Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha) \quad (2.15)$$

Evidemment, $\Gamma(1) = 1$ et en utilisant (2.15), on obtient pour $\alpha = 1, 2, 3, \dots$

$$\Gamma(2) = 1. \Gamma(1) = 1!$$

$$\Gamma(3) = 2. \Gamma(2) = 2!$$

$$\Gamma(4) = 3. \Gamma(3) = 3!$$

$$\Gamma(n + 1) = n. \Gamma(n) = n. (n - 1)! = n!$$

Pour $\alpha = -n$, ($n = 1, 2, 3, \dots$), une autre propriété importante de la fonction gamma est définie comme

$$\Gamma(\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{1}{k+\alpha} + \varphi(\alpha) \quad (2.16)$$

$$\text{Avec : } \varphi(\alpha) = \int_1^{\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt. \quad (2.17)$$

En divisant la définition (2.15) en deux intervalles, la première partie peut être évaluée en utilisant le développement en série pour la fonction exponentielle, mais la deuxième partie $\varphi(\alpha)$ est essentiellement une fonction entière.

La fonction gamma peut également être donnée par la limite d'Euler sous la forme :

$$\Gamma(\alpha) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n! n^{\alpha}}{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\dots(\alpha+n)} \right] \quad (2.18)$$

b. La fonction bêta [56]

Dans de nombreux cas, il est plus pratique d'utiliser la fonction dite bêta au lieu d'une certaine combinaison de valeurs de la fonction gamma. Il est donc convenable d'établir ici la relation de la fonction gamma liée à cette fonction.

La fonction bêta est généralement définie par

$$\beta(\alpha, z) = \int_0^1 \tau^{\alpha-1} (1 - \tau)^{z-1} d\tau, \quad (\Re(\alpha) > 0, \Re(z) > 0). \quad (2.19)$$

A l'aide de la transformée de Laplace, on obtient l'expression suivante pour la fonction bêta :

$$\beta(\alpha, z) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(z)}{\Gamma(\alpha+z)} \quad (2.20)$$

La définition de la fonction bêta (19) n'est valable que pour $\Re(\alpha) > 0$ et $\Re(z) > 0$. La relation (2.20) fournit la continuation analytique de la fonction bêta pour l'ensemble du plan complexe, si nous avons la fonction gamma continue analytiquement.

c. La fonction de Mittag-Leffler

Dans les équations de calcul d'ordre entier, la fonction exponentielle, e^z , joue un rôle important. De même, La fonction Mittag-Leffler a été introduite en 1903 pour remplir le même rôle dans le monde du calcul d'ordre non entier [60].

La fonction Mittag-Leffler à un paramètre est désignée par la fonction suivante

$$E_\alpha(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)} \quad (2.21)$$

Le développement en série pour la fonction (21) est comme suit

$$E_\alpha(z) = 1 + \frac{z}{\Gamma(\alpha+1)} + \frac{z^2}{\Gamma(2\alpha+1)} + \frac{z^3}{\Gamma(3\alpha+1)} + \dots \quad (2.22)$$

En 1953, la fonction Mittag-Leffler à deux paramètres a également été développée par R. P. Agarwal et Erdelyi [61, 62], définie comme

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)} \quad (\alpha > 0, \beta > 0). \quad (2.23)$$

Pour $\alpha = 1$ et $\beta = 1$, la fonction Mittag-Leffler est définie par la fonction exponentielle usuelle, comme suit :

$$E_{1,1}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k+1)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = e^z \quad (2.24)$$

Pour $\alpha = 1$ et $\beta > 1$, la fonction Mittag-Leffler a la forme générale suivante

$$E_{1,\beta}(z) = \frac{1}{z^{\beta-1}} \left(e^z - \sum_{k=0}^{\beta-2} \frac{z^k}{k!} \right) \quad (2.25)$$

Cette fonction est particulièrement intéressante pour la théorie des SOFs en raison de sa transformée de Laplace. L'expression suivante donne l'identité pour la transformation de Laplace de la fonction Mittag-Leffler.

$$t^{\alpha k + \beta - 1} \frac{d^k}{dt^k} E_{\alpha,\beta}(at^\alpha) \leftrightarrow \frac{s^{\alpha - \beta} k!}{(s^\alpha - a)^{k+1}} \quad (2.26)$$

k avec une valeur négative indique une intégration de la fonction Mittag-Leffler tandis que α avec une valeur positive indique une différenciation de la fonction Mittag-Leffler.

Agarwal a introduit une autre formulation de la fonction Mittag-Leffler définie ainsi :

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{(k+\frac{\beta-1}{\alpha})}}{\Gamma(\alpha k + \beta)} \quad (2.27)$$

Pour plus de détails sur les fonctions plus largement utilisées dans le CF et leurs transformations de Laplace, nous renvoyons à [59, 63].

2.2.2.2 Définitions des dérivées fractionnaires

Au sens de la dérivée fractionnaire, les plus connues définitions seront considérées dans ce paragraphe.

1. Au sens de Grünwald-Letnikov : La manipulation avec les dérivées fractionnaires de G-L est définie comme une limite d'une différence ascendante d'OF.

Définition 2.1. La dérivée d'ordre fractionnaire d'ordre $p > 0$ de G-L est donnée par :

$${}_{GL}D^p f(t) = \frac{d^p}{dt^p} f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-p} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{p}{j} f(kh - jh) \quad (2.28)$$

où h est le pas d'échantillonnage et on définit le binôme suivant comme

$$(1 - z)^p = \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{p}{j} z^j = \sum_{j=0}^{\infty} w_j^{(p)} z^j \quad (2.29)$$

où $w_j^{(p)} = \binom{p}{j} = \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(p-j+1)}$ avec $w_0^{(p)} = \binom{p}{0} = 1$.

Remarque 2.1. Dans les sections suivantes, pour simplifier l'écriture, on utilisera la notation D^p au lieu de D_0^p .

2. Au sens de Riemann-Liouville

Définition 2.2. Soient $p \in \mathbb{C}$ avec $\Re(p) > 0$, n un entier positive, $t_0 \in \mathbb{R}$ et f une fonction localement intégrable définie sur $[t_0, +\infty]$. La dérivée d'ordre p de f de borne inférieure t_0 est donnée ainsi

$${}_{RL}D^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-p)} \frac{d^n}{dt^n} f(t) = \int_{t_0}^t (t - \tau)^{n-p-1} f(\tau) d\tau \quad (2.30)$$

où l'ordre p est tel que $(n - 1) < p < n$ et Γ la fonction gamma d'Euler.

3. Au sens de Caputo

Caputo a également présenté une formule supplémentaire de la dérivée d'OF, qui est définie comme suit :

Définition 2.3. Soient n est un entier positive, l'ordre p est tel que $(n - 1) < p < n$, et $t_0 \in \mathbb{R}$. La dérivée d'ordre p de f de borne inférieure t_0 est donnée ainsi

$${}_c D^p f(t) \triangleq I^{n-p} D^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-p)} \int_{t_0}^t \frac{f^n(\tau)}{(t-\tau)^{p-n+1}} d\tau \quad (2.31)$$

La relation de cette définition en fonction de la définition de R-L peut être formulée également comme suit :

$${}_{RL} D^p f(t) = {}_c D^p f(t) + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{t^{k-p}}{\Gamma(k-p+1)} f^{(k)}(0^+) \quad (2.32)$$

Ce relation peut être décrit autrement par :

$${}_c D^p f(t) = {}_{RL} D^p \left(f(t) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0^+) \frac{t^k}{k!} \right) \quad (2.33)$$

2.2.2.3 Définitions des intégrales fractionnaires

Au sens de l'intégrale fractionnaire, les plus connues définitions seront définies au-dessous.

1. Au sens de Riemann-Liouville

Définition 2.4. Soient $m \in \mathbb{C}$ avec $\Re(m) > 0$, $t_0 \in \mathbb{R}$ et f une fonction localement intégrable définie sur $[t_0, +\infty)$. L'intégrale d'ordre m de f de borne inférieure t_0 est donnée ainsi

$${}_{RL} I_{t_0}^m f(t) \equiv \frac{1}{\Gamma(m)} \int_{t_0}^t (t - \zeta)^{m-1} f(\zeta) d\zeta \quad \text{avec } t > t_0. \quad (2.34)$$

Cette définition peut également être exprimée en utilisant la dérivée de R-L, notée comme l'équation (2.30), de la manière suivante

$${}_{RL} D^p f(t) = \frac{d^n}{dt^n} \{ I_{t_0}^{n-p} f(t) \} \quad (2.35)$$

Remarque 2.2. Dans les sections suivantes, pour simplifier l'écriture, on notera I^m pour I_0^m .

2. Au sens de Grünwald-Letnikov

G-L ont également présenté une autre formule de l'intégrale d'OF, qui est définie comme suit :

Définition 2.5. La définition au sens de G-L de l'intégrale d'ordre fractionnaire m est donnée par

$${}_{GL} I_{t_0}^m f(t) = {}_{GL} D^{-m} f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^m \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{-m}{j} f(kh - jh) \quad (2.36)$$

où h est le pas d'échantillonnage et on définit le binôme suivant comme

$$(1 - z)^{-m} = \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{-m}{j} z^j = \sum_{j=0}^{\infty} w_j^{(-m)} z^j \quad (2.37)$$

où le coefficient $w_j^{(-m)}$ du binôme (2.37) satisfait $w_0^{(-m)} = \binom{-m}{0} = 1$.

2.2.2.4 Approximation numérique des intégrales et dérivées fractionnaire

Pour effectuer le calcul numérique des dérivées d'OF, nous pouvons employer la relation (2.38), dérivée de la définition G-L (2.28). Cette approche est basée sur le fait que pour une large classe de fonctions, trois définitions G-L (2.28), RL (2.30) et Caputo (2.31) sont équivalentes. La relation avec l'approximation numérique explicite de la dérivée p aux points kh , ($k = 1, 2, \dots$) a la forme suivante [56, 64, 65].

$${}_{(k-\frac{L_m}{h})}D_{t_k}^p f(t) \approx h^{-p} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{p}{j} f(t_k - j) \quad (2.38)$$

où L_m est la « longueur de mémoire », $t_k = kh$, h est la période d'échantillonnage du calcul et $(-1)^j \binom{p}{j}$ sont des coefficients binomiaux $w_j^{(p)}$ ($j = 0, 1, \dots$). Pour leur calcul on peut utiliser la formule récurrente suivante

$$w_0^{(p)} = 1, \quad w_j^{(p)} = \left(1 - \frac{1+p}{j}\right) w_{j-1}^{(p)}. \quad (2.39)$$

Ensuite, la solution numérique générale de l'équation différentielle fractionnaire ${}_a D_t^p y(t) = f(y(t), t)$, peut être exprimée par

$$y(t_k) = f(y(t_k), t_k) h^p - \sum_{j=\gamma}^k w_j^{(p)} y(t_k - j). \quad (2.40)$$

Un principe de la « mémoire courte » peut être appliqué au terme mémoire représenté par la somme dans l'équation ci-dessus [63, 66]. De plus, l'indice dans la relation (2.40) sera $\gamma = 1$ pour $k < (L_m/h)$ et $\gamma = k - (L_m/h)$ pour $k > (L_m/h)$, ou sans utiliser le principe de la « mémoire courte », on met $\gamma = 1$ pour tout k .

Evidemment, cette simplification entraîne une certaine inexactitude. Si $f(t) \leq M$, on peut facilement établir l'estimation suivante pour déterminer le niveau de précision requis ε pour la longueur de mémoire L_m :

$$L_m \geq \left(\frac{M}{\varepsilon |\Gamma(1-p)|} \right)^{1/p}. \quad (2.41)$$

Une évaluation de l'effet mémoire courte et de la relation de convergence de l'erreur entre mémoire courte et mémoire longue a été clairement détaillée dans le travail de Podlubny [56].

2.2.2.5 Transformée de Laplace des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaires

La transformée de Laplace est une technique mathématique utilisée en ingénierie, en physique et dans diverses disciplines scientifiques pour simplifier l'analyse de systèmes linéaires invariants dans le temps et d'équations différentielles. En effet, l'analyse des comportements dynamiques se fait souvent au moyen de fonctions de transfert. Dans cette optique, l'introduction de la transformée de Laplace des dérivées d'ordre non entier est nécessaire pour une étude optimale. Heureusement, on ne trouve pas de très grandes différences par rapport au cas des systèmes d'ordre entier, confirmant l'utilité de cet outil mathématique même pour les SOFs. Dans la suite, nous donnerons quelques éléments de base de la transformée de Laplace des opérateurs d'OF.

a. Eléments de base

La transformée de Laplace d'une fonction $f(t)$ de la variable complexe s est notée $F(s)$ et est généralement calculée à l'aide de l'intégrale :

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t); s\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (2.42)$$

Si il existe deux constantes positives M et T telles que :

$$e^{-pt} f(t) \leq M \text{ pour tous } t > T. \quad (2.43)$$

Ce qui veut dire que la fonction $f(t)$ est intégrable sur l'intervalle $[0, +\infty)$.

La transformée de Laplace inverse (TLI) d'une fonction $F(s)$ peut aussi être retrouvée à partir de l'équation (2.42) comme suit :

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s); t\} = \int_{x-j\infty}^{x+j\infty} e^{st} F(s) ds, \quad x = \Re(s) > x_0, \quad (2.44)$$

avec $F(s)$ doit être analytique dans la région du demi-plan droit définie par $\Re(s) > x_0$.

L'application directe de la formule (2.44) pour trouver TLI peut être souvent complexe, mais elle a le potentiel de fournir des indications précieuses concernant le comportement de la fonction $f(t)$.

Si la transformée de Laplace de deux fonctions $f(t)$ et $g(t)$, qui sont nulles pour $t < 0$, est $F(s)$ et $G(s)$ respectivement, alors la transformée de Laplace de leur convolution, notée $f(t) * g(t)$,

$$f(t) * g(t) = \int_0^t f(t - \varsigma) g(\varsigma) d\varsigma = \int_0^t f(\varsigma) g(t - \varsigma) d\varsigma \quad (2.45)$$

est donnée par le produit de leurs transformées de Laplace :

$$\mathcal{L}\{f(t) * g(t); s\} = F(s) G(s) \quad (2.46)$$

Nous considérons la propriété suivante concernant la dérivée d'un ordre entier n de $f(t)$ comme

$$\mathcal{L}\{f^n(t); s\} = s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{(n-k-1)} f^k(0) = s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k f^{(n-k-1)}(0) \quad (2.47)$$

b. Transformée de Laplace des intégrales d'ordre fractionnaires

Passons maintenant à l'évaluation de la transformée de Laplace de l'intégrale fractionnaire de R-L (2.34) d'ordre $m > 0$, que nous pouvons écrire sous la forme d'une convolution des fonctions $f(t)$ et $g(t) = t^{m-1}$.

$$I^m f(t) = D^{-m} f(t) = \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^t (t - \zeta)^{m-1} f(\zeta) d\zeta = t^{m-1} * f(t) \quad (2.48)$$

où la transformée de Laplace de $g(t)$ est donnée par

$$G(s) = \mathcal{L}\{t^{m-1}; t\} = \Gamma(m) s^{-m} \quad (2.49)$$

On utilise la propriété de convolution (2.46) et sous l'hypothèse que la transformée de Laplace de $f(t)$ existe. La transformée de Laplace de l'intégrale d'OF au sens de R-L et celle de G-L est obtenue ainsi

$$\mathcal{L}\{I^m f(t); s\} = \mathcal{L}\{D^{-m} f(t); s\} = s^{-m} F(s). \quad (2.50)$$

c. Transformée de Laplace des dérivées d'ordre fractionnaires

Passons dans ce qui suit à l'évaluation de la transformée de Laplace des différentes dérivées d'OF dans les trois sens les plus connus.

- Au sens de Grünwald-Letnikov :

Considérons d'abord le cas de $0 < p < 1$, lorsque la dérivée fractionnaire de G-L [52] avec la limite inférieure $a = 0$ de la fonction $f(t)$, qui est borné à $t = 0$, peut s'écrire ainsi

$$D_t^p f(t) = \frac{f(0)t^{-p}}{\Gamma(1-p)} + \frac{1}{\Gamma(1-p)} \int_0^t (t - \tau)^{-p} f'(\tau) d\tau \quad (2.51)$$

En utilisant la transformée de Laplace de la fonction puissance (2.49), la formule de propriété de convolution (2.46) et la transformée de Laplace de la dérivée d'ordre entier (2.50) on obtient

$$\mathcal{L}\{D_t^p f(t); s\} = \frac{f(0)}{s^{1-p}} + \frac{1}{s^{1-p}} (sF(s) - f(0)) = s^p F(s) \quad (2.52)$$

La transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire de G-L d'ordre $p > 1$ pose des problèmes de convergence, car dans un tel cas on a des fonctions non intégrables. Cependant, la transformée de Laplace de la fonction puissance (2.49) permet une suite analytique par rapport au paramètre p , similaire à l'approche des fonctions généralisées [67]. Dans cette façon, en supposant que $m < p < m + 1$, on obtient

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{D_t^p f(t); s\} &= \sum_{k=0}^m f^{(k)}(0) \mathcal{L}\left\{\frac{t^{-p+k}}{\Gamma(-p+m+1)}; s\right\} + \mathcal{L}\left\{\frac{t^{m-p}}{\Gamma(-p+m+1)} * f^{(m+1)}(t); s\right\} \\ &= s^p F(s)\end{aligned}\quad (2.53)$$

Nous sommes arrivés à la même formule que (2.52).

- Au sens de Riemann-Liouville

L'utilisation de la formule de la transformée de Laplace d'une dérivée d'ordre entier (2.47) et la définition de la dérivée fractionnaire de R-L (2.30) où l'ordre p est tel que $(n-1) < p < n$, conduit à

$$\mathcal{L}\{D_t^p f(t); s\} = s^p F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k [D^{p-k-1} f(t)]_{t=0} \quad (2.54)$$

La transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire de R-L est un concept largement reconnu, comme le démontrent des références comme [19, 54]. Néanmoins, son utilité pratique est limitée par l'absence d'une interprétation physique claire des valeurs limites des dérivées fractionnaires à $t = 0$, qui reste inconnue.

- Au sens de Caputo

Pour établir la formule de transformée de Laplace pour la dérivée fractionnaire de Caputo, écrivons la dérivée de Caputo (2.31) sous la forme :

$$D_t^p f(t) = D_t^{-(n-p)} g(t), \quad g(t) = f^{(n)}(t), \quad (2.55)$$

Pour $n-1 < p \leq n$, l'utilisation de la formule (2.50) donne

$$\mathcal{L}\{D_t^p f(t); s\} = s^{-(n-p)} G(s) \quad (2.56)$$

Selon la propriété pour la dérivée d'un ordre entier (2.47), on trouve

$$G(s) = s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k f^{(n-k-1)}(0) \quad (2.57)$$

En introduisant (2.57) dans (2.56), nous arrivons à la formule générale de transformée de Laplace pour la dérivée fractionnaire de Caputo :

$$\mathcal{L}\{D_t^p f(t); s\} = s^p F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{p-k-1} f^{(k)}(0), \quad (2.58)$$

où $(n-1 < p \leq n)$.

Pour des conditions initiales nulles, la transformée de Laplace des dérivées fractionnaires d'ordre p (R-L, Caputo) se réduit à la transformée de Laplace des dérivées fractionnaires de G-L (2.5) comme suit :

$$\mathcal{L}\{D_t^p f(t); s\} = s^p F(s) \quad (2.59)$$

2.3 Approximation des systèmes d'ordre fractionnaire

L'étape cruciale dans l'implémentation numérique d'une commande d'ordre fractionnaire consiste à discrétiser les dérivations d'ordre fractionnaire " s^p ". Il existe deux principaux types de méthodes de discrétisation : directe et indirecte [68, 69]. Les méthodes directes impliquent l'expansion en série de puissance (ESP) [70, 71], l'utilisation de l'expansion de fraction continue (EFC) [65, 72] et l'intégration numérique [70, 73]. Pour créer un modèle rationnel continu, il faut calculer l'opérateur d'OF s^p en tant que fonction rationnelle de la variable de Laplace s . Ensuite, dérivez le modèle discret rationnel en utilisant des fonctions génératrices comme Euler, Tustin, Al Alaoui ou Barbosa, ce qui donne une fonction rationnelle de la variable discrète z .

Les systèmes de COF sont exprimés par des équations différentielles de la forme [56, 74]

$$a_n D^{m_n} y(t) + a_{n-1} D^{m_{n-1}} y(t) + a_{n-2} D^{m_{n-2}} y(t) + \dots + a_0 D^{m_0} y(t) = b_n D^{p_n} u(t) + b_{n-1} D^{p_{n-1}} u(t) + b_{n-2} D^{p_{n-2}} u(t) + \dots + b_0 D^{p_0} u(t) \quad (2.60)$$

ou des fonctions de transfert continu sous la forme [56, 74]

$$G(s) = \frac{b_n s^{p_n} + b_{n-1} s^{p_{n-1}} + b_{n-2} s^{p_{n-2}} + \dots + b_0 s^{p_0}}{a_n s^{m_n} + a_{n-1} s^{m_{n-1}} + a_{n-2} s^{m_{n-2}} + \dots + a_0 s^{m_0}} \quad (2.61)$$

L'obtention de modèles discrets $G(z)$ de l'expression précédente nécessite l'utilisation d'approximations pour les dérivées et les intégrales d'OF. En général, la discrétisation des opérateurs d'OF consiste à utiliser l'équivalent discret de l'opérateur de Laplace $s = w(z^{-1})$ comme une fonction génératrice, où z^{-1} est l'opérateur de décalage.

La fonction $G(z)$ peut-être décrit comme

$$G(z) = \frac{b_n (w(z^{-1}))^{p_n} + b_{n-1} (w(z^{-1}))^{p_{n-1}} + b_{n-2} (w(z^{-1}))^{p_{n-2}} + \dots + b_0 (w(z^{-1}))^{p_0}}{a_n (w(z^{-1}))^{m_n} + a_{n-1} (w(z^{-1}))^{m_{n-1}} + a_{n-2} (w(z^{-1}))^{m_{n-2}} + \dots + a_0 (w(z^{-1}))^{m_0}} \quad (2.62)$$

La fonction de transfert discrète résultante, $G(z)$, est de dimension infinie, reflétant la mémoire illimitée du SOF contrairement au système d'ordre entier qui a une mémoire limitée.

Les éléments et procédures conventionnels pour les systèmes d'ordres entiers ne s'appliquent pas directement aux SOFs en raison de leurs fonctions de transfert irrationnelles. Par conséquent, les approximations discrètes d'ordre entier sont cruciales pour l'implémentation de systèmes de contrôle d'OF réalisables. La simulation dans le domaine temporel pose des défis pour les modèles d'ordre fractionnaire, nécessitant souvent des modèles rationnels pour l'approximation.

Le problème de l'obtention d'un modèle continu réalisable pour une COF peut être considéré comme un problème d'obtention d'une approximation rationnelle de la fonction de transfert irrationnelle, modélisant le contrôleur d'OF. Dans ce contexte, deux méthodes mathématiques remarquables sont les méthodes d'identification de fréquence et la méthode de l'EFC, en particulier la méthode récursive d'approximation d'Oustaloup. Ces méthodes ont été largement utilisées dans l'implémentation des algorithmes de contrôle d'OF proposés, fournissant des solutions pratiques aux défis posés par les SOFs.

2.3.1 Méthodes Numériques :

2.3.1.1 Méthode directe de discrétisation :

La méthode numérique décrite est ce que l'on appelle ESP d'une fonction génératrice d'Euler [75]. Effectuer le ESP de la fonction $(1 - z^{-1})^{-m}$ conduit à la formule donnée par Lubich pour l'intégrale fractionnaire d'ordre m [72]:

$$D_T^{-m} f(nT) = T^m \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-m}{k} f((n-k)T) \quad (2.63)$$

Il est important de noter que l'ESP conduit à une approximation sous forme de polynômes, c'est-à-dire que l'opérateur fractionnaire discrétisé se présente sous la forme d'un filtre à réponse Impulsionnelle finie, qui ne comporte que des zéros. La fonction de transfert discrète résultante peut être exprimée dans le domaine z comme suit :

$$D_{kT}^{\pm m} G(z) = \left(\frac{1}{T}\right)^{\pm m} PSE\{(1 - z^{-1})^{\pm m}\}_n \approx T^{\mp m} R_n(z^{-1}), \quad (2.64)$$

où T est la période d'échantillonnage, $PSE\{u\}$ désigne la fonction résultante de l'application de l'ESP entière à la fonction u . n est l'ordre de l'approximation, et R est un polynôme de degré n , respectivement, de la variable z^{-1} , $z = \exp(sT)$ et $k = 1, 2, \dots$

Une autre méthode directe pour discrétiser les opérateurs analogiques d'OF est l'utilisation de l'opérateur de Tustin $\left(s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)$ comme une fonction génératrice [65]. Elle est couramment utilisée pour discrétiser les contrôleurs analogiques, mais elle peut également être appliquée pour discrétiser les opérateurs d'OF [65, 72].

Une autre approche pour discrétiser les opérateurs fractionnaires implique l'utilisation de l'EFC. La méthode EFC donne une approximation de la fonction irrationnelle $G(s)$ sous forme de fonctions rationnelles dans le domaine de Laplace S :

$$G(s) \cong a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s) + \frac{b_2(s)}{a_2(s) + \frac{b_3(s)}{a_3(s) + \dots}}}$$

$$G(s) \cong a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s)+} \frac{b_2(s)}{a_2(s)+} \frac{b_3(s)}{a_3(s)+} \dots \quad (2.65)$$

où $a_i(s)$ et $b_i(s)$ représentent soit des fonctions rationnelles de la variable s , soit des valeurs constantes.

La fonction génératrice $w(z^{-1})$ peut être utilisée en général dans la formule suivante [75]:

$$w(z^{-1}) = 2 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (2.66)$$

Il en résulte un opérateur fractionnaire approché sous la forme d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie qui a des pôles et des zéros [76]. La fonction de transfert discrète résultante peut être exprimée dans le domaine z comme suit :

$$D_{kT}^{\pm m} G(z) = \left(\frac{2}{T}\right)^{\pm m} CFE \left\{ \left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^{\pm m} \right\}_{p,n} \approx \left(\frac{2}{T}\right)^{\pm m} \frac{P_p(z^{-1})}{Q_n(z^{-1})} \quad (2.67)$$

où T est la période d'échantillonnage, $EFC\{u\}$ désigne la fonction résultante de l'application de l'EFC à la fonction u . p et n sont les ordres de l'approximation, et P et Q sont des polynômes de degrés p et n , respectivement, de la variable z^{-1} et $k = 1, 2, \dots$

Comparée à la technique ESP, l'approche EFC présente généralement une convergence beaucoup plus rapide. Cela signifie qu'un ensemble plus restreint de coefficients est nécessaire pour obtenir une approximation très précise.

2.3.1.2 Méthode indirecte de discrétisation :

La méthode indirecte de discrétisation de l'opérateur d'ordre fractionnaire implique les étapes suivantes :

1- Calculez le modèle rationnel continu de l'opérateur d'OF $s^{\pm m}$, qui peut être représenté comme une fonction rationnelle de la variable de Laplace s .

$$s^{\pm m} = G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.68)$$

2- Puis, obtenez le modèle rationnel discret $G(s)|_{s=F(z)}$ en utilisant les fonctions génératrices usuelles d'Euler, Tustin, Al Alaoui ou Barbosa [77, 78], ce qui donne une fonction rationnelle de la variable discrète z .

Ce processus permet la transformation d'un opérateur fractionnaire du domaine à temps continu vers le domaine à temps discret tout en conservant une représentation de fonction rationnelle.

2.3.2 Méthode fréquentielles :

Pour obtenir une approximation rationnelle d'une fonction irrationnelle, modélisation d'une COF, deux méthodes mathématiques remarquables pour la théorie du contrôle sont la méthode de EFC (les techniques d'interpolation) et les méthodes d'identification de fréquence, en particulier la méthode récursive d'approximation d'Oustaloup.

2.3.2.1 Approximations utilisant EFC et les techniques d'interpolation

La méthode EFC donne une approximation d'une fonction irrationnelle sous forme d'une fonction rationnelle dans le domaine de Laplace. Le résultat de cette approximation peut être défini par la fonction de transfert (2.65). Dans la suite, nous allons présenter quelques-unes des techniques les plus utilisées de ce type.

a. Méthode d'approximation par EFC

La méthode générale de EFC est particulièrement utile pour approcher une fonction irrationnelle impliquant un ordre fractionnaire. Les fractions continues permettent de représenter cette fonction comme une séquence infinie de fractions imbriquées. Par exemple, l'approximation de l'intégrateur fractionnaire $G(s) = s^{-m}$ peut être obtenue en appliquant EFC sur les fonctions suivantes :

$$G_h(s) = \frac{1}{(1+s\tau)^m}$$

$$G_l(s) = \left(1 + \frac{1}{s}\right)^m \quad (2.69)$$

avec $0 < m < 1$. $G_h(s)$ est l'approximation pour les hautes fréquences ($\omega\tau \gg 1$), et $G_l(s)$ est l'approximation pour les basses fréquences ($\omega\tau \ll 1$).

b. Méthode de Carlson

Un processus de Newton régulier utilisé pour l'approximation itérative de la racine d'ordre α implique d'affiner l'estimation de la racine par des itérations successives. Cette méthode est appliquée aux principes de convergence itératifs de Newton pour une approximation plus précise de la racine d'ordre α à chaque étape. La méthode également décrite par Carlson dans la référence [79], issue d'un

processus de Newton régulier, peut être classée dans cette catégorie. Le point de départ de la méthode est l'énoncé des relations suivantes :

$$(H(s))^{1/\alpha} - G(s) = 0 ; \quad H(s) = (H(s))^\alpha \quad (2.70)$$

En prenant $\alpha = \frac{1}{q}$, $m = \frac{q}{2}$, à partir de la valeur initiale $H(s)_0 = 1$ l'approximation de la fonction irrationnelle prend la forme rationnelle suivante

$$H_i(s) = H_{i-1}(s) \frac{(q-m)(H_{i-1}(s))^2 + (q+m)G(s)}{(q+m)(H_{i-1}(s))^2 + (q-m)G(s)} \quad (2.71)$$

c. Méthode de Matsuda

La méthode Matsuda [80], souvent appelée méthode d'EFC, est une approche utilisée pour l'approximation rationnelle des fonctions. Elle consiste à tronquer une expansion de fraction continue après le $n^{\text{ième}}$ terme pour obtenir un polynôme rationnel, qui est propre ou impropre en fonction de la parité de n . Supposons qu'un ensemble de s_k , $k = 1, 2, \dots, n$, soit donné, où les points choisis sont généralement espacés de manière logarithmique. Ce choix permet une couverture plus uniforme sur différentes échelles de fréquence. Un développement en fraction continue pour une fonction $H(s)$ prend la forme

$$H(s) = a_0(s) + \frac{s-s_0}{a_1 + \frac{s-s_1}{a_2 + \frac{s-s_2}{a_3 + \dots}}} \quad (2.72)$$

où $a_k = v_k(s_k)$ et $v_k(s)$ est définie par

$$v_0(s) = H(s), v_{k+1}(s) = \frac{s-s_k}{[v_k(s) - v_k(s_k)]} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.73)$$

La méthode Matsuda a démontré que l'utilisation de fractions continues peut réduire l'erreur d'évaluation dans le processus d'approximation.

2.3.2.2 Approximations utilisant l'ajustement de courbes ou les techniques d'identification

a. Méthode de Charef

La méthode de Charef [81, 82], souvent appelée la méthode de la fonction de singularité, est une approche utilisée pour l'approximation d'une fonction de transfert d'ordre arbitraire, soit de premier ou de second ordre. En général, un système typique peut être constitué d'un certain nombre de pentes fractionnaires dans toute sa gamme de fréquences, d'où l'introduction d'un modèle de pôles de puissance fractionnaires multiples de la forme

$$G(s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^p \left(1 + \frac{s}{p\tau_i}\right)^{m_i}} \quad (2.74)$$

où $1/p\tau_i$ sont les constantes de temps de relaxation et m_i sont les facteurs de puissance.

La méthode est à l'origine une extension de l'approche de Tsao [83], qui a utilisé une structure récurrente de paires pôle-zéro, pour représenter le modèle (2.74). Charef a étendu cette approche en utilisant une erreur spécifiée en décibels et une bande passante pour générer une séquence continue de paires pôle-zéro pour le système avec un seul pôle de puissance fractionnaire. La méthode a été ensuite étendue à un système multi fractal constitué d'un certain nombre de pôles de puissance fractionnaires.

Cette méthode, très proche de la méthode d'Oustaloup, est basée sur l'approximation d'une fonction de premier ordre de la forme

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{p\tau}\right)^m} \quad (2.75)$$

par un quotient de polynômes en s sous une forme factorisée :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{p\tau}\right)^m} = \frac{\prod_{i=1}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=1}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (2.76)$$

où les coefficients sont calculés pour obtenir une déviation maximale par rapport à la réponse d'amplitude d'origine dans le domaine fréquentiel de y dB. La définition des pôles et des zéros (les singularités) de la fonction rationnelle approchée s'obtient en appliquant les formules suivantes :

$$p_0 = p\tau\sqrt{b}, \quad p_i = p_0 ab^i, \quad z_i = ap_0(ab)^i \quad (2.77)$$

avec

$$a = 10^{\frac{y}{10(1-m)}}, \quad b = 10^{\frac{y}{10m}}, \quad ab = 10^{\frac{y}{10m(1-m)}} \quad (2.78)$$

Le nombre de singularités est lié à la bande passante souhaitée et aux critères d'erreur utilisés par l'expression :

$$N = \left\lceil \frac{\log\left(\frac{\omega_{max}}{p_0}\right)}{\log(ab)} \right\rceil + 1 \quad (2.79)$$

Pour les systèmes de second ordre, l'application de cette approche de Charef est bien décrite dans plusieurs travaux, citons comme exemple le travail de Ladaci [1].

b. Méthode d'Oustaloup

Cette section présente la méthode d'approximation récursive développée par Oustaloup (filtre d'Oustaloup) que nous utiliserons principalement pour implémenter des modèles d'OF dans les

circuits électroniques et les schémas de contrôle. En général, la MAO est largement utilisée pour trouver une approximation rationnelle d'ordre entier pour les intégrateurs et différenciateurs d'OF de la forme s^m , $m \in (-1, 1)$. Dans cette méthode, la limite inférieure, la limite supérieure et l'ordre d'approximation doivent être déterminés au préalable.

- Synthèse d'un différenciateur fractionnaire dans la bande de fréquences

Un différenciateur réel non entier de bande de fréquences, d'ordre non entier m et de fréquences de transition ω_b et ω_h , distribuées géométriquement autour de la fréquence de gain unitaire ω_u ($\omega_u = (\omega_b \omega_h)^{1/2}$), est défini par une transmission obtenue à partir de la combinaison des relations suivantes

$$C_0 = \frac{\omega_b}{\omega_u} = \frac{\omega_u}{\omega_h} \quad (2.80)$$

$$H(s) = C_0' \left(\frac{1+s/\omega_b}{1+s/\omega_h} \right)^{a+ib} \quad (2.81)$$

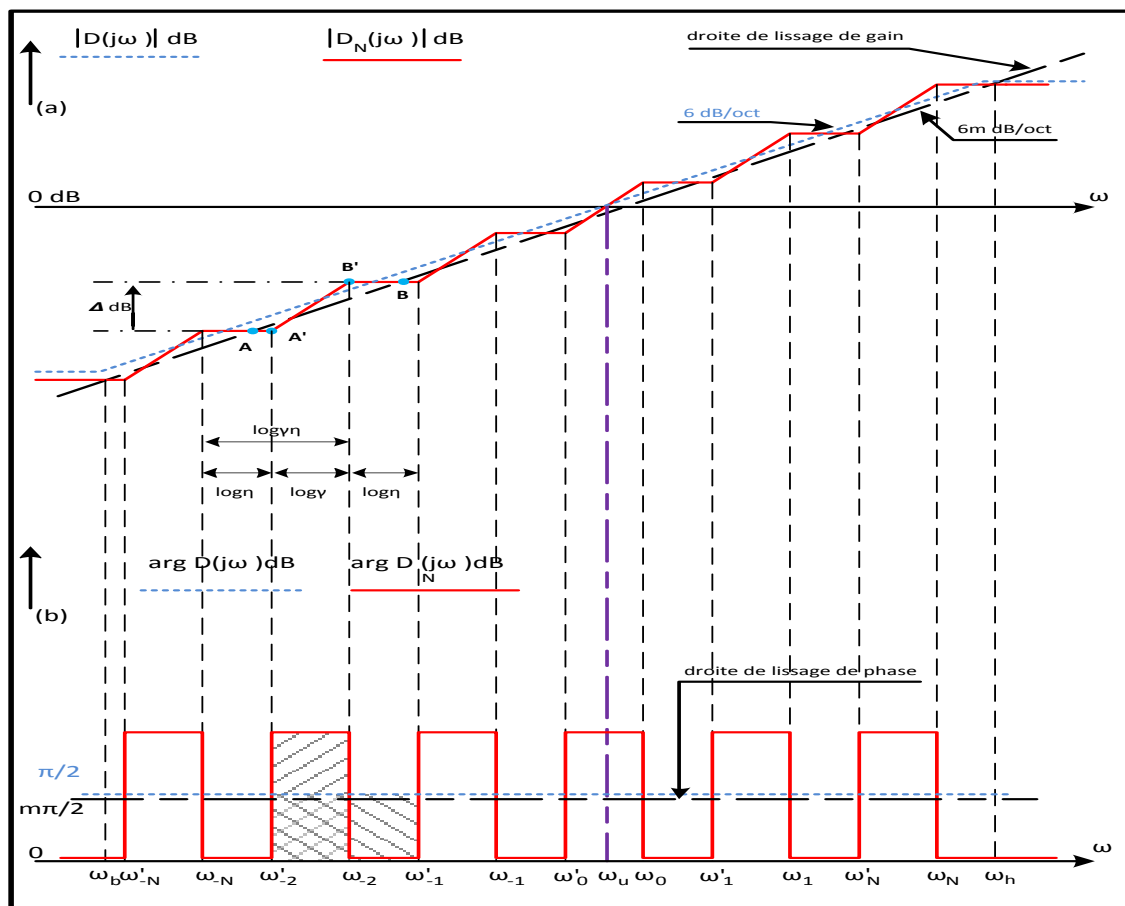


Figure 2.1 : Diagrammes de Bode d'un différenciateur non entier borné en fréquence pour $m \in]0, 1[$.

Un différenciateur réel non entier de bande de fréquences, d'ordre non entier m et de fréquences de transition ω_b et ω_h , distribuées géométriquement autour de la fréquence de gain unitaire ω_u ($\omega_u = (\omega_b \omega_h)^{1/2}$), est défini par une transmission obtenue à partir de la combinaison des relations suivantes

$$C_0 = \frac{\omega_b}{\omega_u} = \frac{\omega_u}{\omega_h} \quad (2.80)$$

$$H(s) = C'_0 \left(\frac{1+s/\omega_b}{1+s/\omega_h} \right)^{a+ib} \quad (2.81)$$

$$C'_0 = C_0^{a+ib} \quad (C_0 \in \mathbb{R} \text{ et } C'_0 \in \mathbb{C}) \quad (2.82)$$

où C_0 est un gain ajusté. On supposant que $b = 0$, le différenciateur réel non entier est donc donné par la relation suivante

$$H(s) = \left(\frac{\omega_u}{\omega_b} \right)^m \left(\frac{1+s/\omega_b}{1+s/\omega_h} \right)^m \quad \text{avec } (m \in \mathbb{R}). \quad (2.83)$$

La synthèse d'un tel différenciateur résulte d'une approche intuitive basée sur la notion de fractale par récursivité [58]. Une distribution récursive de zéros et de pôles réels (figure 2.1) est utilisée

$$H(s) = \lim_{N \rightarrow \infty} H_N(s) \quad (2.84)$$

$$\text{avec } H_N(s) = \left(\frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^m \prod_{k=-N}^N \frac{1+s/\omega'_k}{1+s/\omega_k} \quad (2.85)$$

En utilisant la relation (2.80)

$$\left(\frac{\omega_b}{\omega_u} \right)^m = \left(\frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^m = \frac{1}{\gamma^{N+1/2}} \quad (2.86)$$

où ω'_k et ω_k sont les rangs de zéro et de pôle respectivement, et $(2N + 1)$ est le nombre de zéros ou de pôles tel que

$$N = \frac{\log(\omega_N/\omega_0)}{\log(\gamma\eta)} \quad (2.87)$$

La récursivité des zéros et des pôles s'exprime par une répartition des fréquences de transition ω'_k et ω_k , qui est définie par l'ensemble des formules de synthèse suivantes :

$$\omega'_k = \gamma^{-1/2} \omega_u \text{ and } \omega_0 = \gamma^{1/2} \omega_u \quad (2.88)$$

$$\frac{\omega'_{k+1}}{\omega'_k} = \frac{\omega_{k+1}}{\omega_k} = \gamma\eta > 1 \quad (2.89)$$

$$\frac{\omega_k}{\omega'_k} = \gamma > 0, \quad \frac{\omega'_{k+1}}{\omega_k} = \eta = 0. \quad (2.90)$$

Les rapports γ et η définis par (2.90), et qui signifient un **rapport constant** $\gamma\eta$ entre deux zéros ou pôles consécutifs (2.89), sont appelés **facteurs récursifs**. Pour un ordre de différenciation m ($m =$

$\log(\gamma)/\log(\gamma\eta)$ donné et un rapport μ ($\mu = \omega_h/\omega_b$) donné entre les fréquences de transition ω_h et ω_b , ces facteurs ne dépendent que du paramètre N et pourraient ainsi s'écrire $\gamma(N)$ et $\eta(N)$. Les fréquences de transition de rang (ω'_0 et ω_0) sont déterminées par rapport à ω_u à l'aide de (2.88). Les autres sont déterminés à partir de ω'_0 et ω_0 en utilisant (2.89) ou (2.90) jusqu'aux fréquences de transition ω'_N les plus basses et ω_N les plus élevées. Ces fréquences s'expriment également facilement en fonctions des fréquences de transition ω_b et ω_h de $H(s)$.

La transmittance $H_N(s)$ d'ordre entier ($2N + 1$), ainsi définie, qui fournit une approximation de $H(s)$ pour N fini (le plus grand N est la meilleure approximation), est appelée *transmittance de synthèse*. Comme le montre la figure 2.1, un lissage légitime de ses diagrammes asymptotiques de Bode conduit effectivement à ceux de $H(s)$. En outre, le lissage des étapes du $H_N(s)$ entre ω_b et ω_h , figure 2.1(a), peut être représentée par une droite, dite droite de lissage de gain, de pente inférieure à 6 dB/oct , soit $6m \text{ dB/oct}$ avec N compris entre 0 et 1. Cette droite coïncide avec l'asymptote de gain de $H(s)$ entre ω_b et ω_h .

Δ est la hauteur des marches. Les pentes de la droite de lissage du gain, utilisant le segment AB , et d'une colonne montante, utilisant le segment $A'B'$, sont données respectivement par

$$6m \text{ dB/oct} = \frac{\Delta \text{ dB}}{\log \gamma + \log \eta} \quad \text{et} \quad 6m \text{ dB/oct} = \frac{\Delta \text{ dB}}{\log \gamma} \quad (2.90)$$

où, on peut tirer l'expression de l'ordre non entier m en fonction des facteurs récursifs γ et η

$$m = \frac{\log \gamma}{\log(\gamma\eta)} \quad (2.91)$$

Le lissage des créneaux du diagramme asymptotique de phase $D_N(s)$ entre ω_b et ω_h , figure 2.1(b), peut être représentée par une droite, dite droite de lissage de phase, d'ordonnée étant inférieure à $\pi/2$, à savoir $m\pi/2$ avec m compris entre 0 et 1. Cette droite coïncide avec l'asymptote de phase de $D(s)$ entre ω_b et ω_h .

S est l'aire des surfaces ombrées. L'ordonnée de la droite de lissage de phase et la hauteur d'un créneau sont exprimées respectivement par

$$m \frac{\pi}{2} = \frac{S}{\log \gamma + \log \eta} \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{2} = \frac{S}{\log \gamma} \quad (2.92)$$

L'analyse de la figure 2.1 présente aussi plusieurs formules de synthèse. On peut citer certaines de ces dernières, ce qui montre que γ et η ne dépendent que de N pour m et $\mu = \omega_h/\omega_b$ donnés.

$$\frac{\omega_h}{\omega_b} = (\gamma\eta)^{2N+1}, \quad \text{et donc} \quad \gamma\eta = \left(\frac{\omega_h}{\omega_b}\right)^{1/(2N+1)}$$

$$\gamma = (\gamma\eta)^m, \quad \text{et} \quad \eta = (\gamma\eta)^{1-m}$$

$$\gamma = \left(\frac{\omega_h}{\omega_b}\right)^{m/(2N+1)} \quad \text{et} \quad \eta = \left(\frac{\omega_h}{\omega_b}\right)^{(1-m)/(2N+1)} \quad (2.93)$$

2.3.3 Implémentation circuitique de l'opérateur d'ordre fractionnaire

Il existe deux types de circuits électriques liés au CF.

Les circuits des premiers types sont censés à être constitués de condensateurs et de résistances, qui sont décrits par des modèles conventionnels (ordre entier); cependant, le circuit lui-même peut avoir des propriétés d'ordre non entier, devenant ainsi ce qu'on appelle *une fractance*.

Les circuits du deuxième type peuvent être constitués de résistances, de condensateurs (tous deux modélisés au sens classique) et de *fractances*. Les fractance ont les propriétés suivantes. Ce sont des éléments à phase constante, c'est-à-dire que l'angle de phase est constant, indépendant de la fréquence dans une large gamme de bandes de fréquences. Deuxièmement, il est possible de construire un filtre présentant des caractéristiques modérées, qui ne peuvent pas être réalisées à l'aide de dispositifs conventionnels.

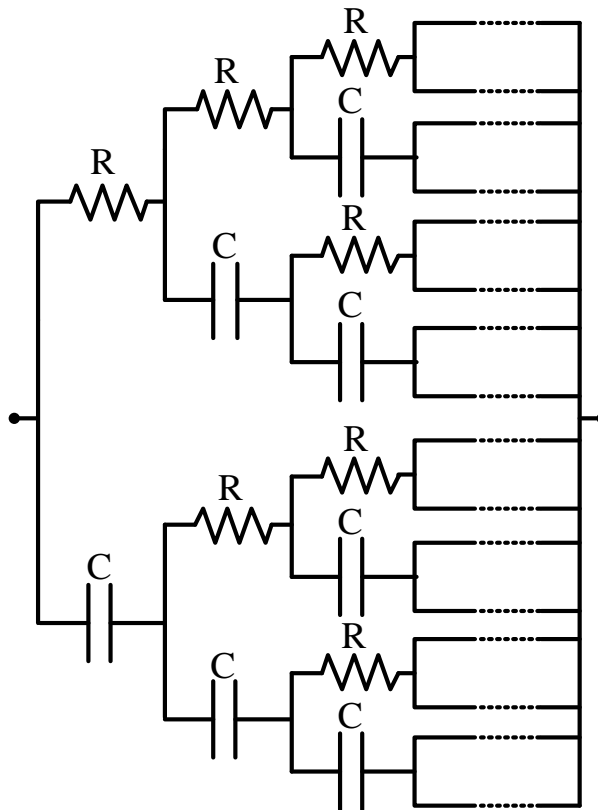


Figure 2.2 : Exemple d'une fractance à une structure arborescente.

1- Fractance à une structure arborescente

Le premier exemple de circuit électrique lié au CF est *la fractance*, un circuit électrique dont les propriétés se situent entre la résistance et la capacité. Le terme *fractance* a été suggéré par A. Le Méhauté [84] pour désigner des éléments électriques dont l'impédance est d'OF.

Un exemple d'élément de *fractance* à une structure arborescente est donné sur la figure 2.2, où un circuit auto-similaire infini composé de résistances R et de condensateurs de capacité C est représenté.

Comme cela a été montré dans le travail [85], l'impédance de la *fractance* illustrée à la figure 2.2 est donnée par

$$Z(j\omega) = \sqrt{\frac{R}{C}} \frac{1}{\sqrt{\omega}} \exp\left(\frac{-j\pi}{4}\right); \quad (2.94)$$

qui correspond à la fonction de transfert suivante

$$Z(s) = \sqrt{\frac{R}{C}} \frac{1}{\sqrt{s}} \quad (2.95)$$

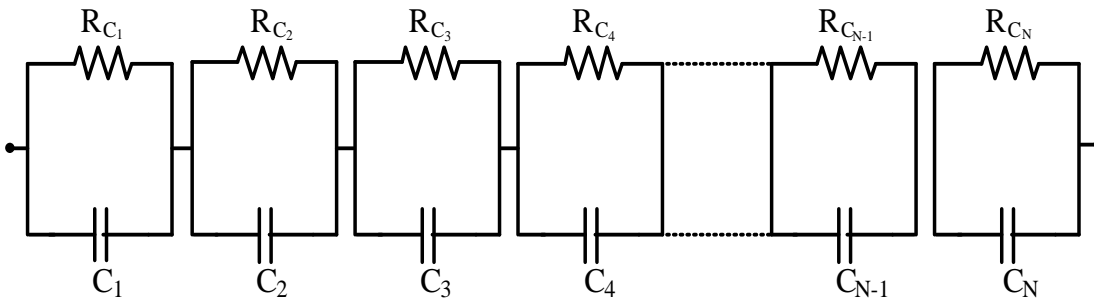


Figure 2.3 : Exemple d'une fractance à une structure chaînée.

1- Fractance à une structure chaînée

Le deuxième exemple de fractance est une fractance en chaîne, suggérée par G. E. Carlson et C. A. Halijak [79] et par K. B. Oldham et C. G. Zoski [86]. La fractance à une structure chaînée est constituée de N paires résistance-condensateur connectées en chaîne.

Si $R_{C_k} = R, C_k = C$ ($k = \overline{1, N-1}$) et $R_{C_N} = R/2, C_N = 0$, alors, comme cela a été démontré dans [86], la fonction de transfert de la fractance (figure 2.3) est approximativement égale à

$$G(s) \approx \sqrt{\frac{R}{Cs}} \quad (2.96)$$

et sur une certaine plage de temps, notamment $6RC \leq t \leq \frac{1}{6}N^2RC$, cette fractance de chaîne sert d'intégrateur fractionnaire d'ordre $\frac{1}{2}$. La précision requise et la longueur de l'intervalle de temps peuvent être obtenues par un choix approprié de R , C et N .

Cette idée a été développée plus en détail dans [87], où la recette suivante pour la conception d'un intégrateur fractionnaire d'ordre $1 - m$ ($0 < m < 1$) est donnée.

Remarque 2.3. Les fractances ne sont pas essentiellement limitées à l'ordre $(1 / 2)$, comme décrit dans les schémas de la figure 2.2 et la figure 2.3. Elles peuvent être utilisées en électrotechnique comme élément de circuit pour la différenciation et l'intégration fractionnaires analogiques.

En pratique, bien sûr, le circuit infini doit être tronqué, dans lequel la fractance réelle est toujours constituée d'un nombre fini d'étages (niveaux).

La réalisation de la fractance peut se faire simplement par des éléments passifs (R, L, C) si tous les coefficients obtenus par les différentes méthodes d'approximation rationnelle sont positifs. Si certains d'entre eux sont négatifs, alors la réalisation de la fractance nécessite un circuit actif comme des convertisseurs d'impédance négative, réalisés par des circuits amplificateurs opérationnels [88].

2.3.3.1 Intégration d'ordre fractionnaire bornée en fréquence

Pour une tension d'entrée appliquée sur un condensateur réel, avec une dérivée temporelle fractionnaire, le courant traversant un condensateur est donné par :

$$i_c(t) = C \frac{d^m v_c(t)}{dt^m} = c D_t^m v_c(t) \quad (2.97)$$

où m (ordre) est une constante liée aux pertes de condensateur et C est la capacité.

La relation entre l'ordre de dérivation m et les pertes du condensateur a été prouvée expérimentalement par des mesures [3]. Le lecteur trouvera en Annexe A les données des diélectriques de condensateur commun avec la constante appropriée m .

Pour un courant dans un condensateur, la tension peut s'écrire comme

$$v_c(t) = \frac{1}{c} \int_0^t i_c(t) dt^m = \frac{1}{c} D_t^{-m} i_c(t) \quad (2.98)$$

Alors l'impédance d'un condensateur d'ordre fractionnaire est

$$Z_C(s) = \frac{1}{Cs^m} = \frac{1}{\omega^m} e^{j(-m\frac{\pi}{2})} \quad (2.99)$$

L'approximation de l'équation (2.99) dans une bande fréquentielle bornée reposant sur une distribution récursive de N zéros et N pôles réels a la forme rationnelle suivante :

$$Z_C(s) \cong C_0 \prod_{k=-N}^N \frac{\omega'_k + s}{\omega_k + s} \quad (2.100)$$

où le gain et la récursivité des zéros et des pôles s'exprime par une répartition des fréquences de transition ω'_k et ω_k , qui sont définie par l'ensemble des formules de synthèse suivantes :

$$\begin{aligned} \omega'_k &= \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{k+N+0.5(1-m)}{2N+1}} \\ \omega_k &= \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{k+N+0.5(1+m)}{2N+1}} \\ C_0 &= \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{-m}{2}} \prod_{k=-N}^N \frac{\omega_k}{\omega'_k} \end{aligned} \quad (2.101)$$

où ω_b et ω_h sont la basse et la haute fréquence angulaire pour laquelle les paramètres sont calculés.

En résolvant les paramètres correspondants de (2.100), l'expression appropriée de l'impédance $Z_C(s)$ peut être obtenue.

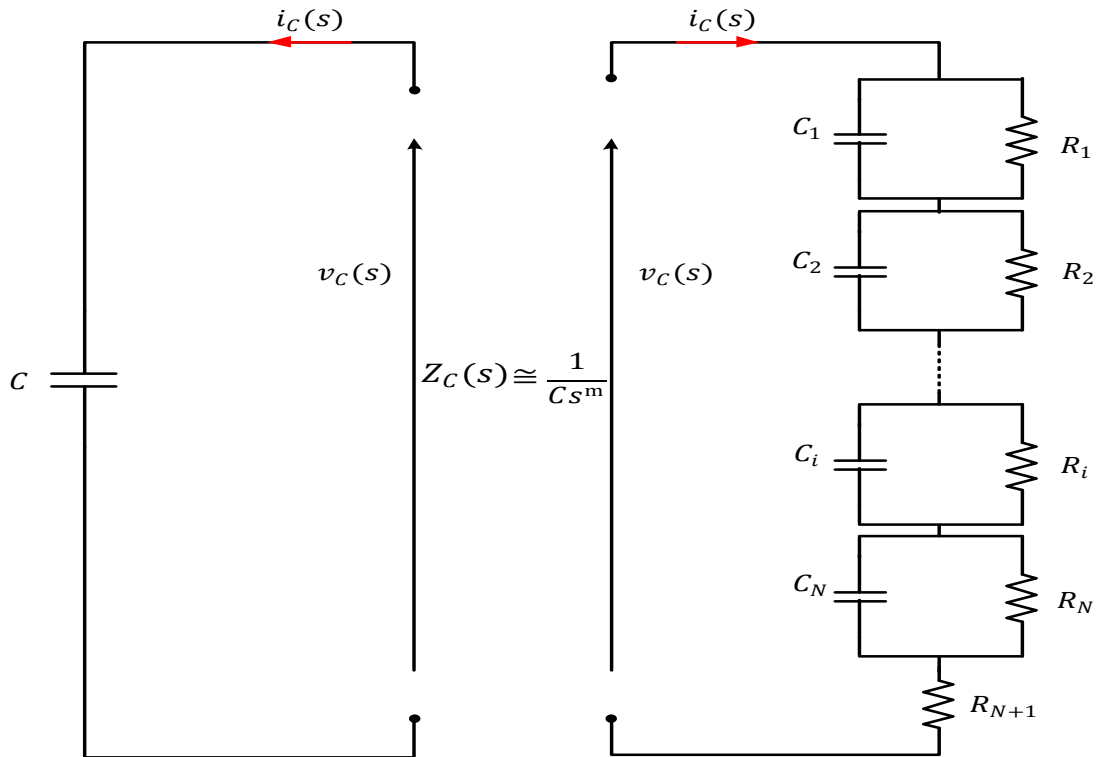


Figure 2.4 : Circuit équivalent d'un condensateur à propriété fractionnaire.

La figure 2.4 présente une réalisation d'un condensateur d'OF à l'aide d'un arrangement particulier composé de $N + 1$ résistances R et N capacités C . L'impédance d'entrée du circuit construit approximativement égale à :

$$Z_C(s) \cong \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{C_i}}{s + \frac{1}{R_i C_i}} + R_{N+1} \quad (2.102)$$

Et donc les paramètres physiques R_i et C_i de la fractance en chaîne, sur la figure 2.4, peuvent être calculés en comparant les formules d'approximation d'Oustaloup (2.100) et l'impédance d'entrée du circuit construit (2.102) :

$$Z_C(s) \cong C_0 \prod_{k=-N}^N \frac{\omega'_k + s}{\omega_k + s} \cong \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{C_i}}{s + \frac{1}{R_i C_i}} + R_{in} \quad (2.103)$$

Cette approximation est très efficace dans une bande limitée de fréquences. Les caractéristiques de Bode de la fonction de transfert pour un condensateur réel et celle d'un condensateur d'ordre entier sont représentées sur la figure 2.5. Comme indiqué dans la figure ci-dessous, les lignes droites jaunes sont les réponses fréquentielles idéales du condensateur d'ordre entier, les lignes de points rouges représentent les réponses fréquentielles idéales du condensateur d'OF et les courbes pleines bleues représentent également son approximation par la MAO. Théoriquement, le gain du condensateur d'OF est une pente constante de $-m20dB/dec$, et la phase est une ligne horizontale de $-m\frac{\pi}{2}$, qui sont toutes conformes à l'analyse caractéristique du condensateur approché.

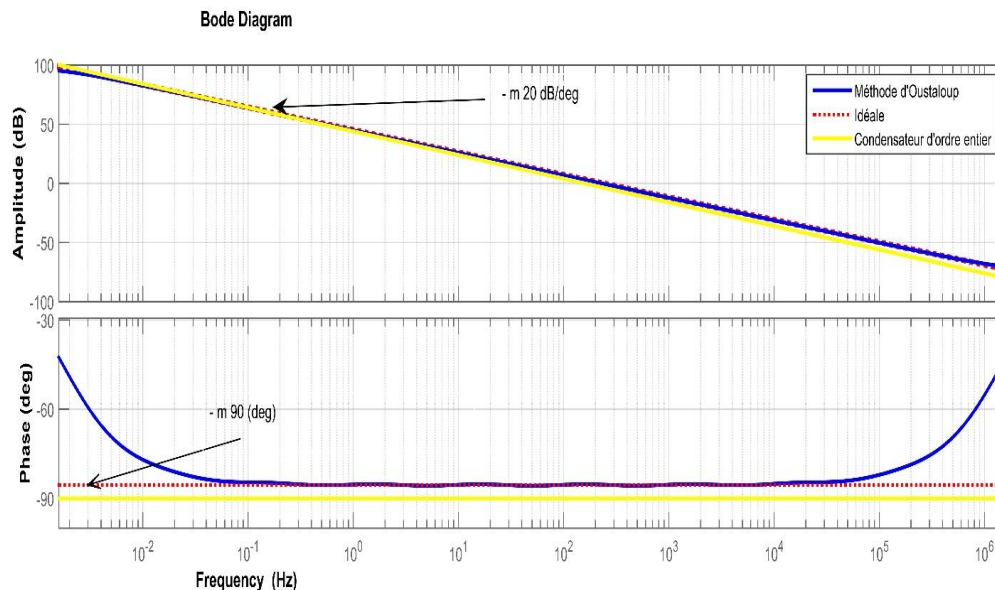


Figure 2.5 : Tracés de Bode d'un condensateur à propriété fractionnaire.

2.3.3.2 Dérivation d'ordre fractionnaire bornée en fréquence

Pour un courant passant dans une inductance d'OF $i_L(t)$, avec dérivée temporelle fractionnaire, la relation tension-courant dans une inductance réelle peut être exprimée comme

$$v_L(t) = L \frac{d^p i_L(t)}{dt^p} = LD_t^p i_L(t) \quad (2.104)$$

où L est l'inductance de la inductance et la constante p est liée à l'effet de proximité. Certains coefficients pour les inductances réelles d'ordre fractionnaire peuvent être trouvés en Annexe B.

Alors l'impédance d'une inductance d'ordre fractionnaire est

$$Z_L(s) = Ls^p = \omega^p e^{jp\frac{\pi}{2}} \quad (2.105)$$

L'approximation de l'équation (2.105) dans une bande fréquentielle bornée reposant sur une distribution récursive de N zéros et N pôles réels a la même forme rationnelle de l'équation (2.100).

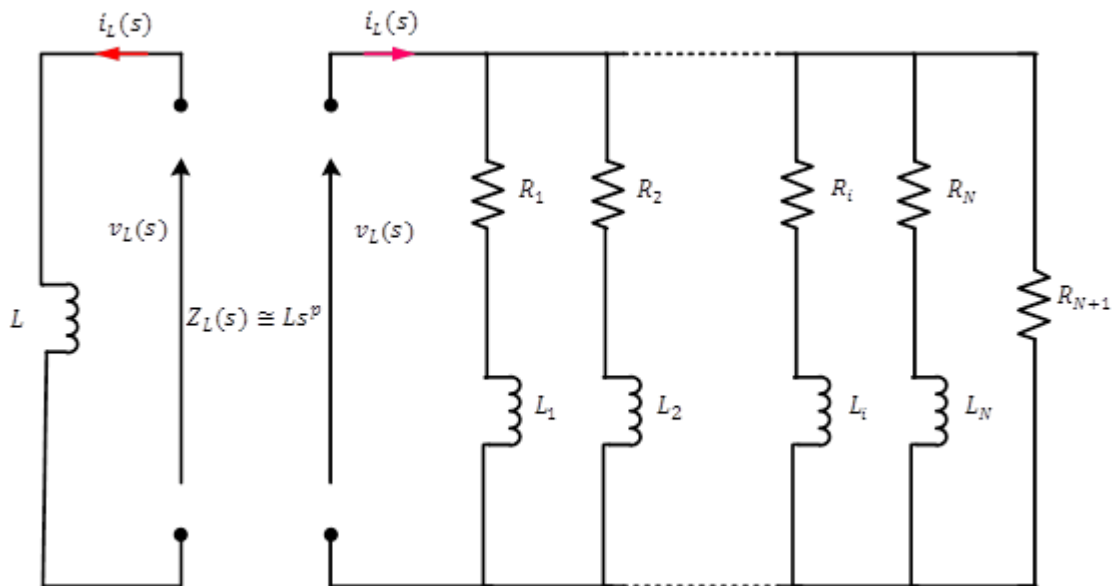


Figure 2.6 : Circuit équivalent d'une inductance à propriété fractionnaire.

De la même manière que précédemment, en résolvant les paramètres correspondants de (2.100), l'expression appropriée de l'impédance $Z_L(s)$ peut être obtenue.

La figure 2.6 présente une réalisation d'une inductance d'OF à l'aide d'un arrangement particulier composé de $N + 1$ résistances R et N inductances L . Alors, l'impédance d'entrée de ce circuit construit approximativement égale à :

$$Z_L(s) \cong \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{L_i}}{s + \frac{R_i}{L_i}} + \frac{1}{R_{N+1}} \quad (2.106)$$

Et donc les paramètres physiques R_i et L_i de la fractance en chaîne, sur la figure 2.6, peuvent être calculés en comparant les formules d'approximation d'Oustaloup (2.100) et l'impédance d'entrée du circuit construit (2.106) :

$$Z_L(s) \cong C_0 \prod_{k=-N}^N \frac{\omega'_k + s}{\omega_k + s} \cong \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{L_i}}{s + \frac{R_i}{L_i}} + \frac{1}{R_{N+1}} \quad (2.107)$$

Les caractéristiques de Bode de la fonction de transfert pour une inductance réelle et celle d'une inductance d'ordre entier sont représentées sur la figure 2.7. Comme indiqué dans la figure ci-dessous, les lignes droites jaunes sont les réponses fréquentielles idéales de l'inductance d'ordre entier, les lignes de points rouges représentent les réponses fréquentielles idéales de l'inductance d'OF et les courbes pleines bleues représentent également son approximation par la MAO. Théoriquement, le gain de l'inductance d'OF est une pente constante de $p20dB/dec$, et la phase est une ligne horizontale de $p \frac{\pi}{2}$, qui sont toutes conformes à l'analyse caractéristique de la inductance approché.

À titre d'illustration, deux applications expliquant clairement la méthode d'approximation d'éléments passifs, à savoir le condensateur et l'inductance d'ordre fractionnaire, seront ultérieurement données en Annexe C.

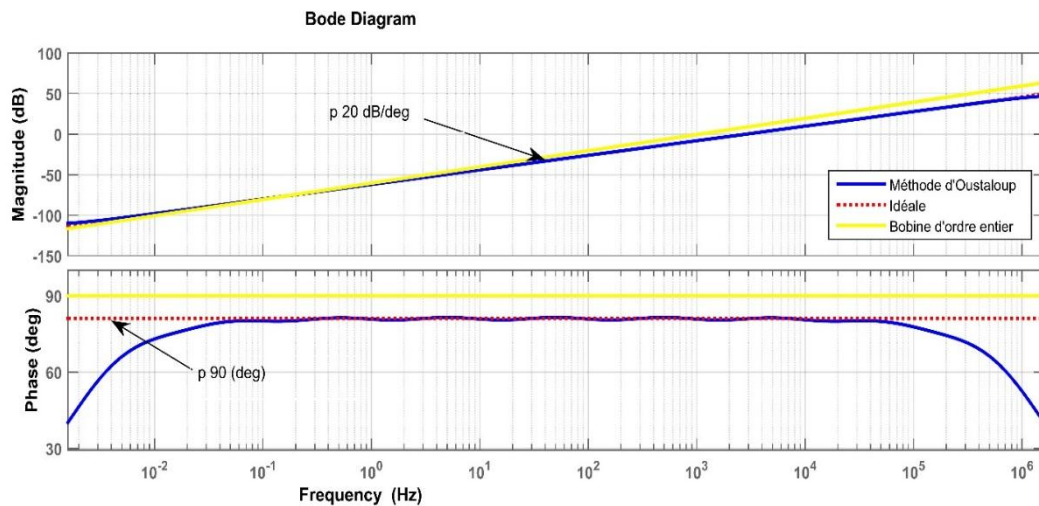


Figure 2.7 : Tracés de Bode d'une inductance à propriété fractionnaire.

2.3.4 Estimation de la précision de l'approximation d'Oustaloup

Une modélisation d'une fonction de transfert d'OF nous oblige à appliquer des approximations appropriées d'ordre entier et de dimension finie. L'approximation la plus connue présentée par Oustaloup repose sur une approche fréquentielle. Cependant, les modèles obtenus ne sont pas toujours pleinement satisfaisants. Cela est dû au fait que leur précision est déterminée par la sélection appropriée d'une plage de fréquences et d'un ordre d'approximation.

Pour cela, une nouvelle méthode d'estimation de la précision est essentiellement présentée pour la MAO [89]. L'utilisation de la méthode proposée ne nécessite pas de connaître la réponse temporelle (par exemple : d'un contrôleur modélisé) et peut être facilement généralisée à d'autres approximations connues.

Considérons un intégrateur d'ordre non entier élémentaire décrit avec l'utilisation de la fonction de transfert (2.108). Cette fonction de transfert peut être appliquée par exemple pour modéliser une partie intégrante du contrôleur FO PID.

$$G_\alpha(s) = \frac{1}{s^\alpha} \quad (2.108)$$

La forme analytique de la réponse impulsionnelle $y_\alpha(t)$ pour la plante décrite à l'aide de (2.108) est la suivante

$$y_\alpha(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s^{\alpha+1}} \right\} = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \quad (2.109)$$

Supposons que la réponse impulsionnelle décrite par (2.109) soit la réponse précise. Cela implique qu'il peut être appliqué comme norme pour estimer la précision de l'approximation.

Rappelant la méthode proposée par Oustaloup (2.85) qui permet d'approximer une fonction de transfert d'ordre élémentaire non entière s^α comme ci-dessous :

$$G_{MAO}(s) = k_f \prod_{k=-N}^N \frac{1+s/\omega_k'}{1+s/\omega_k} \quad (2.110)$$

Un gain k_f en régime permanent est calculé pour assurer la convergence de la réponse échelonnée d'une approximation vers la réponse échelonnée de l'installation réelle en régime permanent.

Désignons la réponse impulsionnelle de l'approximation (2.110) par y_{MAO} . On peut l'écrire ainsi

$$y_{MAO}(t) = L^{-1}\{G_{MAO}(s)\} \quad (2.111)$$

La forme générale de la réponse impulsionnelle (2.111) est déterminée par les pôles et les zéros de la fonction de transfert $G_{MAO}(s)$ décrite par (2.110). Ils sont réels et différents. Cela implique que la forme générale de $(y_{MAO}(t))$ peut être facilement exprimée comme suit :

$$y_{MAO}(t) = k_f \sum_{i=1}^N c_i e^{-p_i t} \quad (2.112)$$

où k_f désigne le gain en régime permanent de l'approximation, c_i désigne les coefficients de factorisation de la fonction de transfert (2.110).

L'erreur d'approximation $e_\alpha(t)$ peut alors être définie comme suit :

$$e_\alpha(t) = y_\alpha(t) - y_{MAO}(t) \quad (2.113)$$

Enfin, nous introduisons les fonctions de coût suivantes, décrivant la précision de l'approximation

$$I_{max}(\Delta, N) = \max_t |e_\alpha(t)| \quad (2.114)$$

$$I_2(\Delta, N) = \int_0^\infty e_\alpha^2(t) dt \quad (2.115)$$

Dans (2.114) et (2.115), $e_\alpha(t)$ désigne l'erreur d'approximation décrite par (2.113). Les deux fonctions de coût $I_{max}(\Delta, N)$ et $I_2(\Delta, N)$ pour une installation donnée (décrite par α) sont des fonctions de paramètres d'approximation : l'ordre N et la plage de fréquence angulaire de ω_l à ω_h . On peut s'attendre à ce que l'augmentation de N pour une plage de fréquence constante augmente une qualité approximative, décrite par les fonctions de coût $I_{max}(\Delta, N)$ et $I_2(\Delta, N)$. Cependant, les résultats, dans plusieurs travaux [89], montrent qu'une valeur trop élevée de N peut entraîner un mauvais conditionnement d'un modèle et par conséquent le rendre inutile.

Remarque 2.4. La méthode la plus rapide pour vérifier le réglage correct des paramètres d'approximation N et de la plage de fréquence angulaire décrite par les valeurs ω_l et ω_h consiste à calculer les deux fonctions de coût proposées (2.114) et (2.115) en fonction des paramètres d'approximation : l'ordre et la plage de fréquence.

2.4 Conclusion

Ce chapitre a fourni un aperçu complet du calcul fractionnaire et de ses profondes implications dans divers domaines scientifiques. En commençant par un rétrospectif historique succinct, nous avons exploré les origines du CF et son rôle central dans diverses applications. Nous avons essentiellement décrit les propriétés fondamentales de la dérivation non entière, mettant ainsi en lumière les caractéristiques uniques des inductances et des condensateurs d'OF. À l'avenir, nous

avons examiné l'opérateur d'ordre fractionnaire de la forme s^m , $m \in (-1, 1)$, élucidant ses définitions et ses propriétés essentielles, qui servent de pierre angulaire aux discussions ultérieures.

En outre, le chapitre a minutieusement examiné les méthodes d'approximation numérique, délimitant les approches directes et indirectes aux côtés de la méthode fréquentielle, illustrée par les méthodes de Charef et d'Oustaloup. En dévoilant les subtilités de ces techniques d'approximation, nous jetons les bases de leur mise en œuvre pratique pour relever les défis d'ingénierie du monde réel.

Par la suite, l'attention s'est portée sur la mise en œuvre de circuits de l'opérateur d'OF, dévoilant l'utilisation des fractances, notamment à travers des configurations à une structure chaînée et arborescentes. Cette exposition détaillée enrichit non seulement notre compréhension théorique, mais ouvre également la voie à des applications pratiques dans l'approximation et l'analyse des opérateurs d'ordre non entier.

En outre, le discours s'est étendu à la dérivation et à l'intégration d'ordres fractionnaires limités en fréquence, incarnées par la MAO que nous utiliserons principalement pour implémenter des modèles d'OF dans les circuits électroniques et les schémas de contrôle. Grâce à des exemples, nous avons élucidé l'efficacité de cette méthode pour construire des éléments passifs réels, à savoir le condensateur et l'inductance d'OF.

Surtout, le chapitre s'est terminé par une estimation de la précision de l'approximation d'Oustaloup dans les applications du domaine fréquentiel. En discernant la détermination précise des paramètres d'Oustaloup, notamment l'ordre N et la plage de fréquence angulaire décrite par les valeurs ω_l et ω_h , nous garantissons la fiabilité et l'efficacité de cette technique d'approximation dans des scénarios pratiques.

Pour l'avenir, le chapitre 03 nous attend, promettant une exploration fascinante des convertisseurs DC-DC d'ordre fractionnaire et de leur analyse de stabilité. En mettant l'accent sur l'utilisation d'une COF par backstepping technique, ce prochain chapitre vise à dévoiler de nouvelles connaissances dans le domaine de l'électronique de puissance, soulignant la pertinence continue et le potentiel naissant du CF dans les paradigmes d'ingénierie contemporains.

Chapitre 3

Commande stabilisante d'OF pour les hacheurs d'ordre fractionnaire

3 Commande stabilisante d'OF pour les hacheurs d'ordre fractionnaire

3.1 Introduction

L'importance croissante de l'électronique de puissance dans les systèmes de conversion de l'énergie électrique se manifeste particulièrement dans les microgrids et les systèmes photovoltaïques [25]. Ces avancées permettent une adaptation, une régulation et une transformation extrêmement flexibles de l'énergie grâce à l'utilisation de convertisseurs statiques. Cette technologie offre des performances optimales avec un rendement élevé, minimisant ainsi les pertes d'énergie [90]. Cette capacité de contrôle précis contribue de manière significative à la stabilité et à l'efficacité des réseaux électriques, répondant ainsi aux besoins croissants en matière de gestion de l'énergie dans un monde en évolution rapide.

De nombreuses méthodes de modélisation bien connues pour les convertisseurs électroniques de puissance sont basées sur le cas où le condensateur et l'inductance sont d'ordre entier, mais un certain nombre de chercheurs ont montré que le condensateur et l'inductance réels sont de nature fractionnaire [3, 4], il est donc inexact d'utiliser un modèle d'ordre entier pour décrire le convertisseur électronique de puissance réel.

Dans l'étude citée [91], des composants d'OF ont été intégrés à un convertisseur de haute fréquence et de haute puissance. L'utilisation d'un modèle traditionnel d'ordre entier pour analyser ce système pourrait conduire à des conclusions incorrectes. Par conséquent, la théorie des ordres fractionnaires a commencé à être appliquée à la modélisation et à l'analyse des convertisseurs électroniques de puissance afin de construire un modèle mathématique plus précis [92]. Sur cette base, un convertisseur abaisseur d'ordre fractionnaire DC-DC sera construit pour traiter les problèmes d'instabilité associés à une CPC, qui a la possibilité de déstabiliser les MGs DC.

Un autre convertisseur élévateur DC-DC sera également utilisé pour valider l'approche proposée car il a une structure simple et est principalement utilisé pour incorporer les éléments de SPV autonome.

Dans ce chapitre, nous allons présenter un aperçu succinct sur les convertisseurs statiques, en mettant particulièrement l'accent sur les hacheurs, Buck, Buck-Boost et Boost. Par la suite, une petite simulation illustrera la distinction entre un hacheur d'ordre entier et celui d'OF. Enfin, ce chapitre se conclura par l'exposition d'une approche de commande robuste et stabilisante d'OF non

commensurable, fondée sur les principes de la théorie de Machado et de la théorie de Lyapunov. Cette approche de commande se révèle particulièrement pertinente du fait de sa capacité à être appliquée à des systèmes non linéaires, qu'ils soient d'ordre commensurable ou d'ordre non commensurable.

3.2 Les convertisseurs statiques

3.2.1 Définition

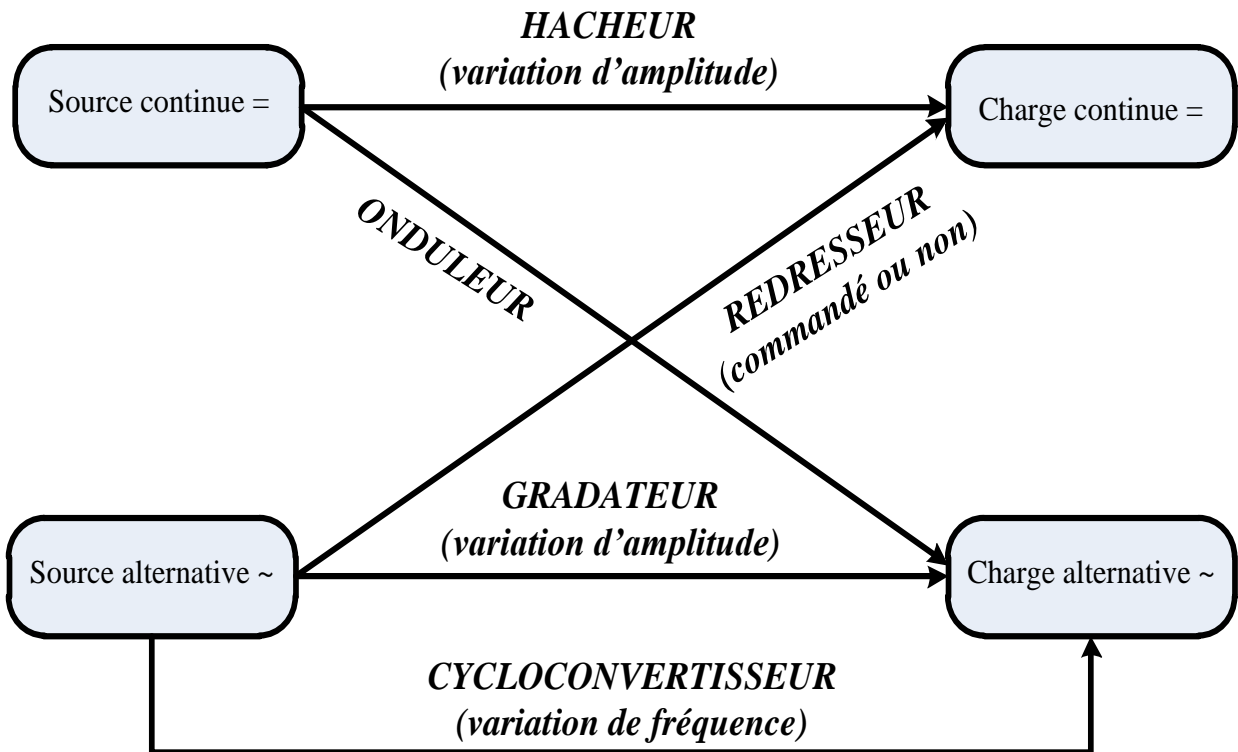


Figure 3.1 : Diagramme des différentes catégories de convertisseurs statiques.

Un convertisseur statique est un système électrique qui convertit l'énergie d'une forme à une autre sans utiliser de pièces mobiles. Il transforme généralement le DC en AC ou vice versa, en utilisant des dispositifs semi-conducteurs tels que des diodes, des thyristors ou des transistors. Ces convertisseurs sont largement utilisés dans diverses applications, notamment les alimentations électriques, les entraînements de moteurs, les systèmes d'énergie renouvelable et l'automatisation industrielle [93, 94].

Il existe différents types de convertisseurs statiques en fonction des caractéristiques spécifiques de la charge électrique et de la source d'alimentation, par exemple si elle est monophasée ou triphasée. Ces familles de convertisseurs répondent à divers besoins et applications, offrant une flexibilité dans la commande de différents types de système électrique tout en s'adaptant aux sources d'alimentation disponibles [95]. La figure ci-dessous distingue plusieurs types de convertisseurs statiques.

3.2.2 Les gradateurs AC-AC

Un convertisseur gradateur, également connu sous le nom de contrôleur d'angle de phase ou contrôleur de phase, est un dispositif électronique utilisé pour réguler la puissance délivrée à une charge en ajustant l'angle de phase de la forme d'onde de la tension alternative sans changer la fréquence.

Les gradateurs peuvent être construits soit en utilisant un seul composant, tel qu'un triac, soit en connectant deux thyristors dans une configuration antiparallèle, où le signal de commande sera de type *TOR* ou bien analogique.

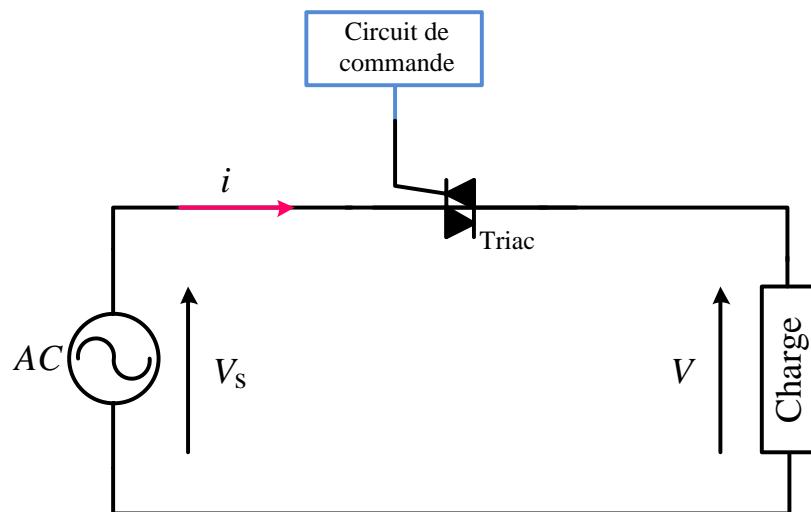


Figure 3.2 : schéma de base du gradateur monophasé avec le triac.

Au sein de ce type de gradateur, on identifie deux modes de contrôle distincts :

Dans la gradation d'angle de phase [96], le signal de commande détermine la partie de chaque cycle de courant alternatif pendant laquelle l'énergie est fournie à la charge. De plus, le signal envoyé sur l'entrée de commande est analogique.

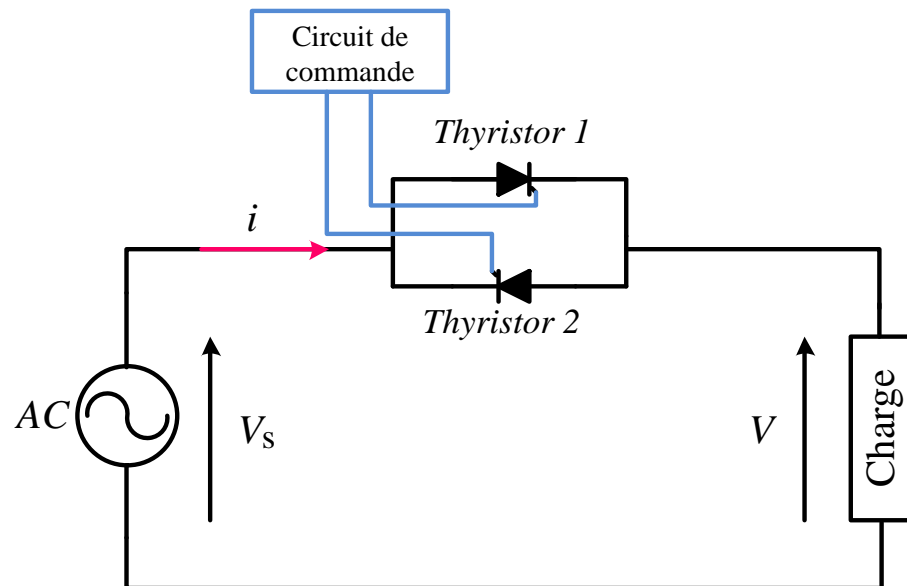


Figure 3.3 : schéma de base du gradateur monophasé avec deux thyristors.

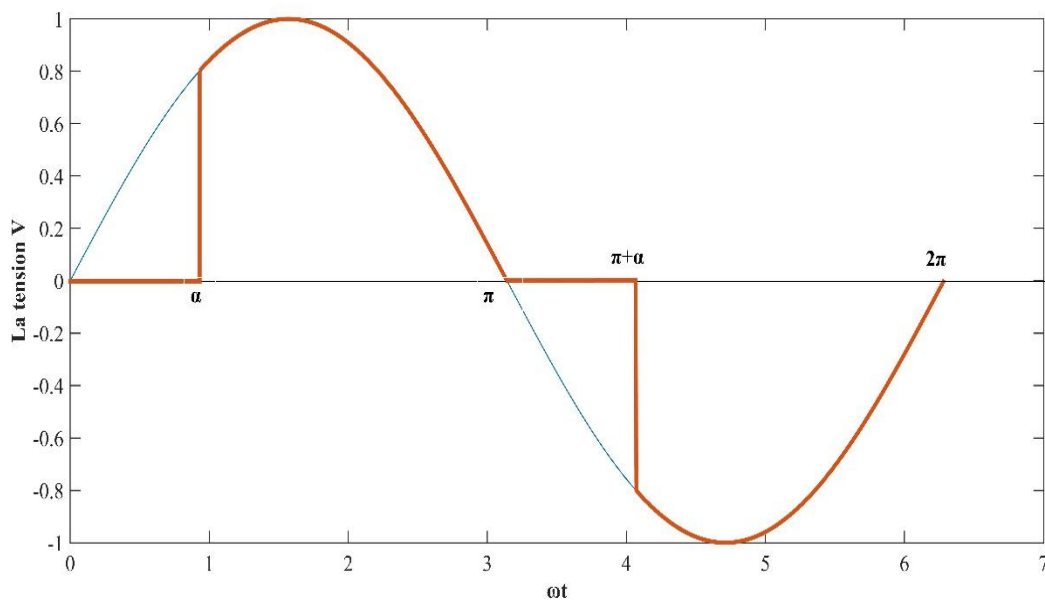


Figure 3.4 : Signal de sortie d'un gradateur sur une charge résistive à angle de phase.

La figure suivante illustre la forme d'onde de la tension de sortie pour la gradation de l'angle de phase aux bornes de la charge. Les thyristors $Th1$ et $Th2$ sont amorcés respectivement pendant les alternances positive et négative avec le même angle de retard α .

La relation entre la tension efficace aux bornes de la charge V et la tension de source V_S est donnée par

$$V = V_S \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}\right)} \quad (3.1)$$

Alors, la puissance moyenne dissipée est déterminée par

$$p_{moy} = \frac{V^2}{R} = \frac{V_S^2}{R^2} \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}\right) \quad (3.2)$$

Malgré les avantages du gradateur à angle de phase, il présente des inconvénients. La tension aux bornes de la charge est non sinusoïdale, ce qui entraîne des courants harmoniques importants dans le réseau, affectant la qualité de l'énergie. De plus, sa relation non linéaire entre la puissance dissipée et le signal de commande peut compliquer la régulation précise de la sortie.

Dans la gradation du train d'ondes [97], le signal de commande est de type TOR.

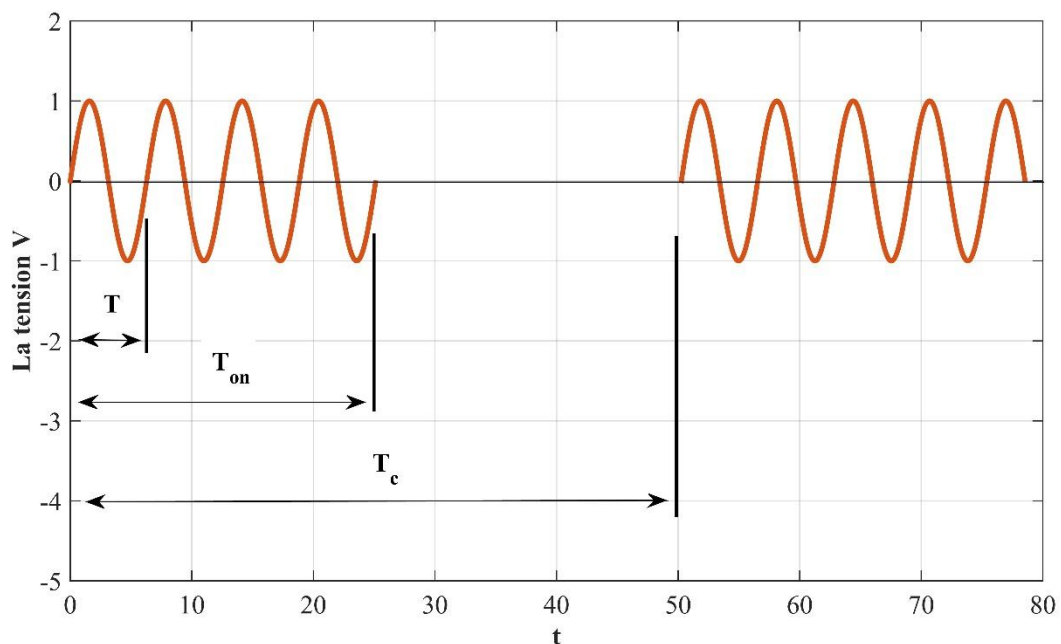


Figure 3.5 : Signal de sortie d'un gradateur sur une charge résistive à train d'onde.

où

T : Période de la tension source.

T_{on} : Durée du train d'onde.

T_c : Période de modulation.

La gradation du train d'ondes implique de contrôler des cycles entiers de la forme d'onde du courant alternatif plutôt que seulement des parties d'entre eux. Pendant T_{on} , les thyristors Th1 et Th2 restent continuellement amorcés, puis sont bloqués jusqu'à la fin de la période de modulation. Cela génère aux bornes de la charge la tension spécifiée suivante.

La relation entre la tension efficace aux bornes de la charge V et la tension de source V_S est donnée par

$$V = V_S \sqrt{d} \quad (3.3)$$

avec d est le rapport cyclique.

Alors, la puissance moyenne dissipée est déterminée par

$$p_{moy} = p_{max} \frac{T_{on}}{T_c} = p_{max} \beta \text{ avec } p_{max} = \frac{v_s^2}{R} \quad (3.4)$$

Parmi les avantages du gradateur à train d'onde, on compte une distribution de tension sinusoïdale aux bornes de la charge, ce qui réduit les perturbations harmoniques sur le réseau électrique. De plus, sa relation linéaire entre le signal de commande et la puissance dissipée permet une régulation précise de la sortie.

3.2.3 Les onduleurs DC-AC

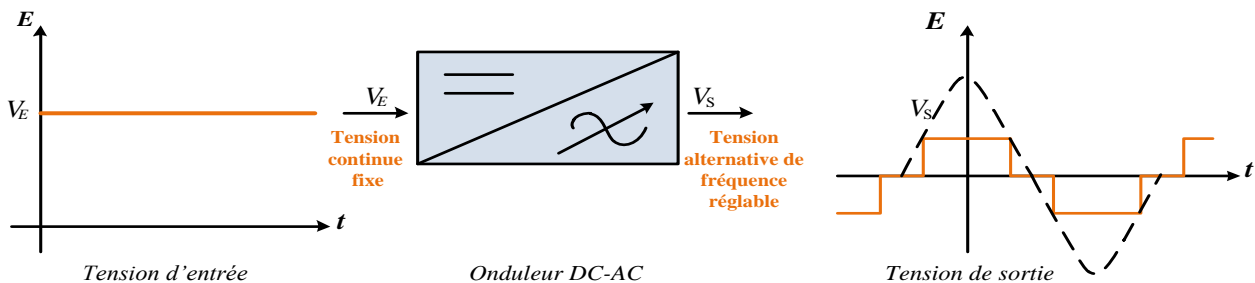


Figure 3.6 : Fonctionnement élémentaire de l'onduleur.

Les onduleurs DC-AC sont des dispositifs électroniques utilisés pour convertir une source de DC en AC de tension et de fréquence spécifiques (réglable en fréquence et en amplitude). Cette conversion est essentielle pour de nombreuses applications, notamment dans les systèmes d'alimentation sans interruption, les énergies renouvelables et l'électronique de puissance [98].

3.2.3.1 Classifications d'onduleurs DC-AC

Les onduleurs DC-AC peuvent être classés selon plusieurs critères :

- Nombre de phases de la charge : monophasé ou triphasé.
- Nature des sources reliées : onduleur de tension ou onduleur de courant.
- Structure du convertisseur : en demi-pont, en pont, avec transformateur.
- Nature des interrupteurs : thyristors, transistors bipolaires, IGBT.
- Mode de commande : modulation de largeur d'impulsion (MLI), modulation de fréquence, modulation de phase.

Onduleur	Interrupteurs électroniques	Source continue d'alimentation	Charge alimentée en alternatif
De tension	Bidirectionnels	Source de tension ou à capacité en parallèle.	La tension est imposée, le courant dépend de la charge.
De courant	Unidirectionnels	Source de courant ou à inductance en série.	Le courant est imposé, la tension dépend de la charge.

Tableau 3.1 : Classification de l'onduleur selon la nature de sources.

Cette classification permet de mieux comprendre les différentes configurations et applications des onduleurs DC-AC dans divers domaines industriels et domestiques.

Les onduleurs DC-AC sont des composants essentiels dans divers environnements industriels, offrant une solution polyvalente pour convertir l'alimentation à DC en alimentation à AC. Leur adaptabilité et leur efficacité les rendent indispensables dans une gamme d'applications, où une conversion de puissance fiable est primordiale. Dans l'industrie, ces onduleurs répondent à des

objectifs multiples, répondant à divers besoins grâce à leurs fonctionnalités flexibles. Voici quelques applications clés dans lesquelles les onduleurs DC-AC jouent un rôle crucial :

3.2.3.2 Les applications des onduleurs DC-AC

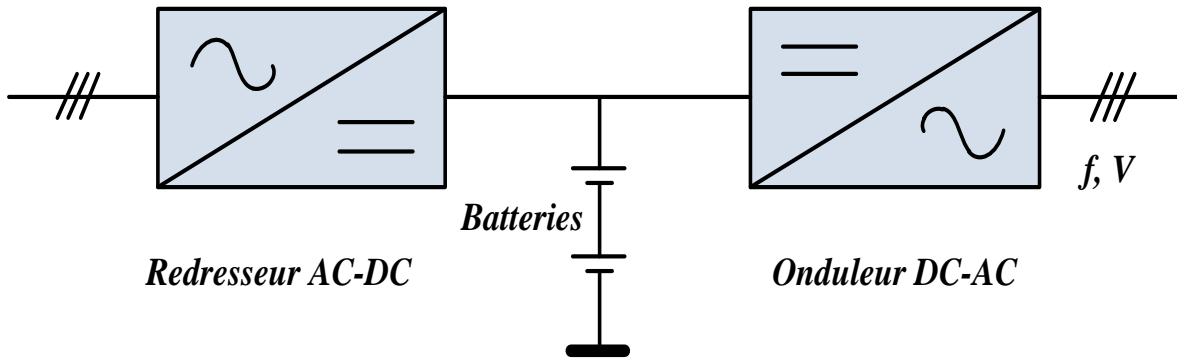


Figure 3.7 : Alimentation sans interruption.

- *Alimentation sans interruption* [99]: les onduleurs DC-AC jouent un rôle crucial dans les systèmes d'alimentation sans interruption, convertissant de manière transparente l'alimentation en DC provenant de batteries ou de sources alternatives en une alimentation en AC fiable pendant les pannes, garantissant ainsi le fonctionnement continu des systèmes critiques.

- *Alimentation des moteurs électriques (AC) à fréquence et tension variables* [100]: ces onduleurs jouent un rôle central dans l'alimentation des moteurs électriques à AC à fréquence et tension variables, permettant un contrôle précis et une optimisation des machines tout au long des processus industriels, de la fabrication au transport.

- *Alimentation de charge réactive (onduleur à résonance)* : dans les applications nécessitant une alimentation de charge réactive, telles que les onduleurs à résonance, les onduleurs DC-AC fournissent une puissance AC sur mesure, facilitant les phénomènes de résonance essentiels pour diverses tâches telles que le chauffage par induction ou le soudage haute fréquence [101].

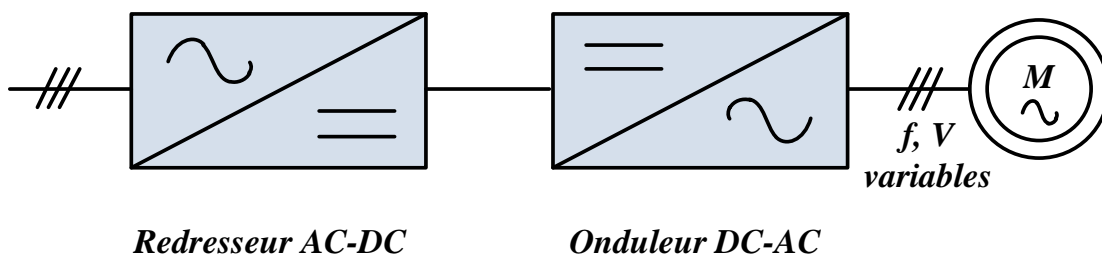


Figure 3.8 : Alimentation à fréquence et tension variables.

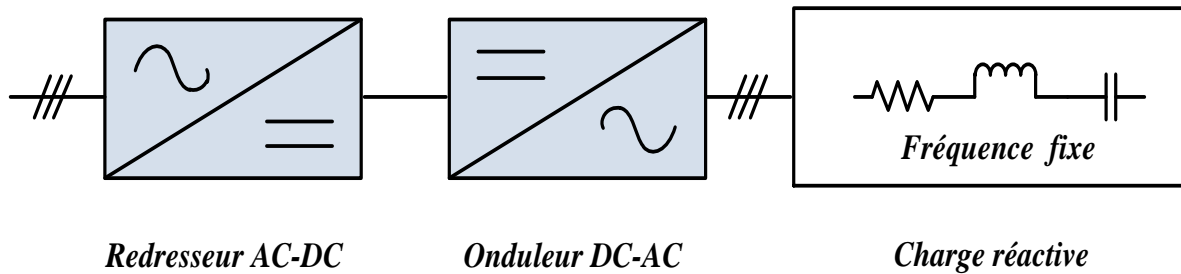


Figure 3.9 : Alimentation de charge réactive.

3.2.4 Les redresseurs AC-DC

Un redresseur AC-DC est un dispositif électronique convertissant le courant alternatif en courant continu. Il est crucial dans la conversion de l'électricité pour diverses applications industrielles et domestiques, permettant un contrôle précis du flux d'énergie et assurant un fonctionnement stable des équipements électriques [102].

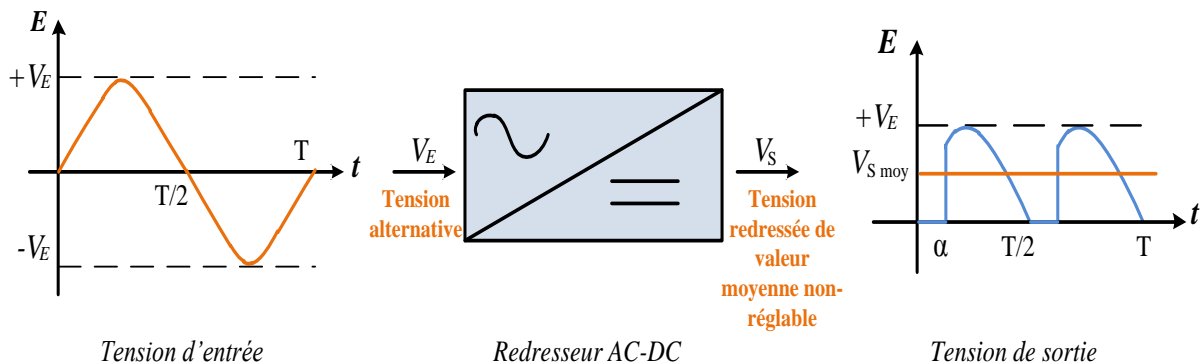


Figure 3.10 : Fonctionnement élémentaire d'un redresseur.

Il existe trois configurations principales de montage : le redressement simple alternance, le montage en pont avec une source étoilée et le montage en pont avec une source polygonale.

- *Redressement simple alternance* : Conversion du AC en DC en utilisant seulement la moitié des cycles alternatifs. Une seule diode est utilisée pour redresser le signal AC, ne conservant que les

alternances positives. Cela offre une conception simple et un coût réduit, mais entraîne un niveau de tension de sortie plus faible et une efficacité moindre par rapport aux autres schémas.

- *Montage en pont avec source étoilée* : Utilisation d'un pont de diodes pour redresser le signal AC, avec une configuration de source étoilée. Chaque alternance est redressée par deux diodes, permettant d'obtenir une tension de sortie plus élevée avec moins d'ondulation. Cela offre une meilleure efficacité par rapport au redressement simple alternance, bien que la complexité et le coût soient légèrement plus élevés.

- *Montage en pont avec source polygonale* : Montage en pont avec une configuration de source polygonale, souvent utilisée dans les applications triphasées. Il combine plusieurs montages en pont pour redresser un signal triphasé ou polygonal. Adapté aux systèmes triphasés, il offre une meilleure régulation de tension malgré sa complexité supplémentaire et son coût plus élevé.

Les deux catégories principales de redresseurs sont les redresseurs commandés et les redresseurs non commandés. Les redresseurs commandés, qu'ils soient monophasés ou triphasés, permettent un contrôle précis du courant continu produit, tandis que les redresseurs non commandés fonctionnent de manière plus basique, mais sont souvent plus économiques.

Il existe de nombreux domaines différents dans lesquels les redresseurs sont utilisés et leurs applications spécifiques. Des industries telles que l'automobile, l'électronique de puissance, les télécommunications et l'énergie renouvelable tirent parti des redresseurs pour des applications telles que la conversion d'énergie, la régulation de tension et le contrôle de moteurs électriques.

3.2.5 Les hacheurs

Le hacheur DC-DC est un dispositif électronique permettant la conversion d'un signal de courant continu d'une tension ou d'un courant à une autre. Ce processus, connu sous le nom de conversion DC-DC, est essentiel pour ajuster la tension ou le courant d'une source d'alimentation continue en fonction des besoins spécifiques d'une charge [8]. Le principe de fonctionnement repose sur la modulation de la durée des cycles de travail des interrupteurs pour contrôler la quantité d'énergie transférée. La figure 3.11 illustre le fonctionnement élémentaire d'un hacheur DC-DC.

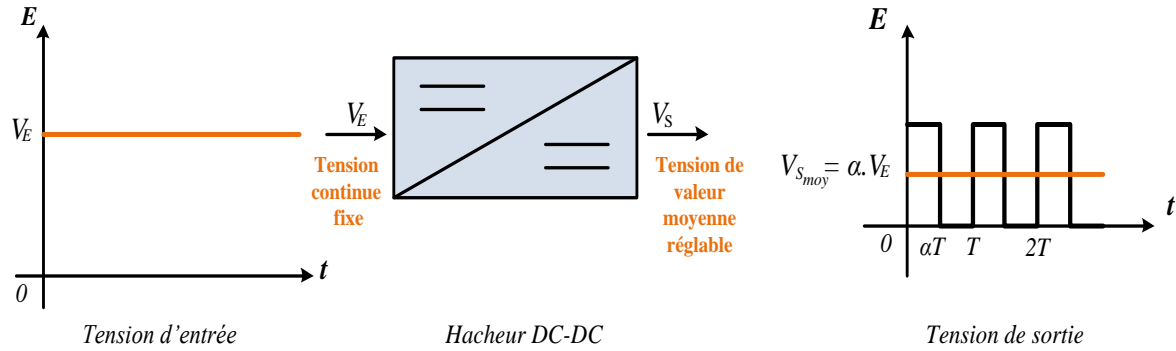


Figure 3.11 : Fonctionnement élémentaire d'un hacheur.

3.2.5.1 Types de Hacheurs

- *Hacheur abaisseur (Buck)* : Le hacheur abaisseur (dévolteur), également connu sous le nom de Buck, réduit la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. Il est caractérisé par son inductance de sortie et son interrupteur commandé. La figure 3.12 illustre le circuit électrique d'un hacheur de type Buck.

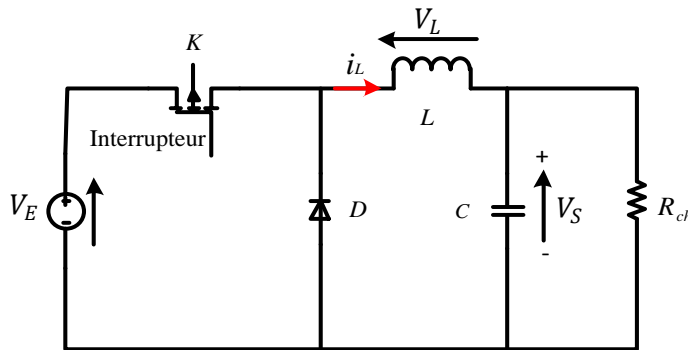


Figure 3.12 : Circuit électrique d'un hacheur de type Buck.

- *Hacheur élévateur (Boost)* : Le hacheur élévateur, ou Boost, augmente la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. Il se compose d'une inductance d'entrée et d'un interrupteur commandé. La figure 3.13 illustre le circuit électrique d'un hacheur de type Boost.

- *Hacheur inverseur (Buck-Boost)* : Le hacheur inverseur, ou Buck-Boost, permet à la fois de réduire et d'augmenter la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée.

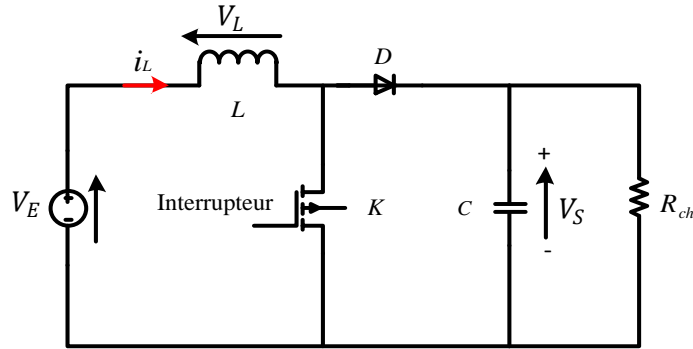


Figure 3.13 : Circuit électrique d'un hacheur de type Boost.

Il utilise à la fois une inductance d'entrée et une inductance de sortie, ainsi qu'un interrupteur commandé. La figure 3.14 illustre le circuit électrique d'un hacheur de type Buck-Boost.

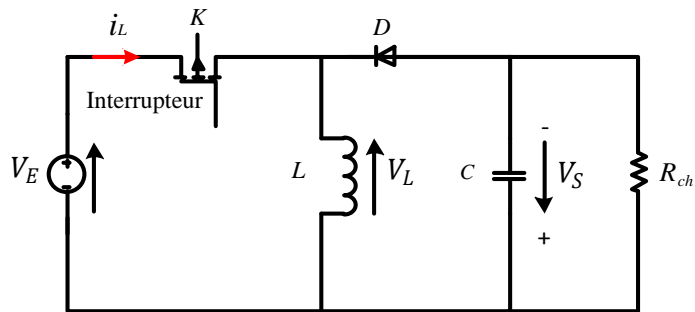


Figure 3.14 : Circuit électrique d'un hacheur de type Buck-Boost.

3.2.5.2 Réversibilité des Hacheurs

Les hacheurs peuvent être réversibles en tension et en courant, ce qui signifie qu'ils peuvent également fonctionner en tant que convertisseurs DC-DC inverses. En mode réversible en tension, un hacheur peut augmenter ou diminuer la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. En mode réversible en courant, un hacheur peut également augmenter ou diminuer le courant de sortie par rapport au courant d'entrée.

3.2.5.3 Mode de fonctionnement

Dans le contexte d'un convertisseur DC-DC, nous prendrons le hacheur de type Buck comme exemple pour expliquer les deux modes de fonctionnement.

Un hacheur DC-DC fonctionne en mode de conduction continue (MCC) lorsque le courant à travers l'inductance de sortie ne devient jamais nul pendant le cycle de commutation, ainsi qu'en attestent les tracés de la figure 3.15. Dans ce cas, l'énergie emmagasinée dans l'inductance L est transférée partiellement.

En revanche, il fonctionne en mode de conduction discontinue (MCD) lorsque le courant à travers l'inductance de sortie devient nul à certains moments pendant le cycle de commutation, ainsi qu'en attestent les tracés de la figure 3.16. Dans ce cas, l'énergie emmagasinée dans l'inductance L est transférée totalement. Cette distinction est importante car elle influe sur le comportement dynamique et les performances du convertisseur, notamment en ce qui concerne la régulation de la tension de sortie et les pertes d'énergie.

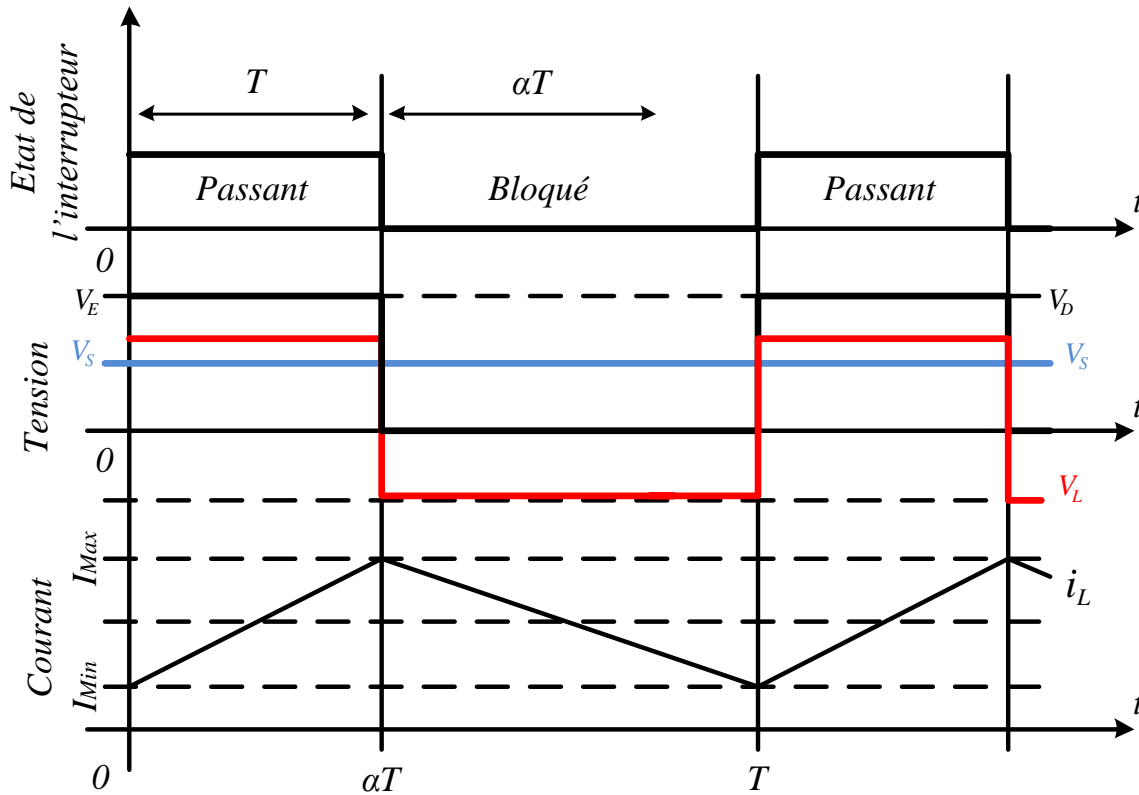


Figure 3.15 : Formes d'ondes en conduction continue.

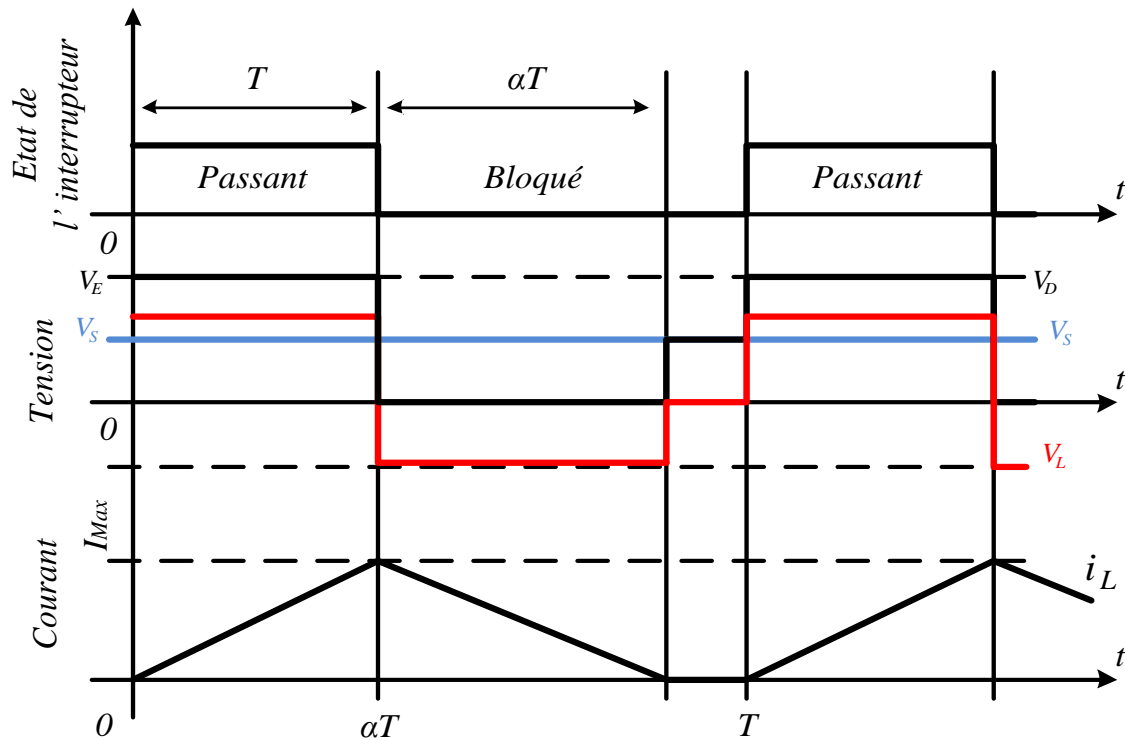


Figure 3.16 : Formes d'ondes en conduction discontinue.

3.2.5.4 Applications des Hacheurs DC-DC

Les hacheurs DC-DC sont largement utilisés dans diverses applications, notamment :

- Les systèmes d'alimentation à découpage pour les appareils électroniques portables.
- Les régulateurs de tension dans les applications automobiles.
- Les systèmes de gestion de l'énergie pour les énergies renouvelables.
- Les convertisseurs de puissance pour les systèmes de télécommunication et les réseaux électriques.

3.3 Les hacheurs d'ordre fractionnaire

Westerlund [3, 4] a avancé des modèles fractionnaires pour l'inductance et le condensateur, influencé par la liberté et la flexibilité du CF ainsi que par son effet mémoire. Ses rapports ont démontré que les propriétés cruciales des composants tels que le condensateur et l'inductance sont principalement non entières.

Sur cette base, un hacheur abaisseur d'ordre fractionnaire DC-DC sera présenté à travers la méthode de modélisation moyenne afin de traiter les problèmes d'instabilité associés à une CPC. En effet, une CPC a la possibilité de perturber profondément les DC MGs, comme illustré dans le chapitre suivant.

Puis, un hacheur abaisseur-élévateur DC-DC sera également modélisé. Ce type de convertisseur est fortement affecté par les ordres des condensateurs et des inductances. Les résultats montrent que les ordres de ces composants ont un effet significatif sur les caractéristiques en régime permanent du convertisseur abaisseur-élévateur d'OF.

D'autre part, un hacheur élévateur DC-DC sera directement construire pour valider le contrôleur proposé, car il possède une structure simple et est principalement utilisé pour intégrer les éléments des SPVs autonomes, comme illustré dans le dernier chapitre.

Remarque 3.1. Dans ce travail, la modélisation des hacheurs en MCC est réalisée dans le cadre des composants électroniques d'OF, mettant en évidence plusieurs avantages significatifs. Cette approche permet une représentation précise et détaillée du comportement du système, notamment en termes de stabilité opérationnelle. En intégrant les hacheurs dans cette catégorie de composants, nous pouvons exploiter efficacement leurs caractéristiques dynamiques et statiques, ce qui facilite la conception de contrôleurs robustes et performants. Ainsi, en tenant compte des interactions entre les différents éléments du système, nous sommes en mesure d'optimiser la réponse aux variations de charge et de tension, assurant ainsi une exploitation maximale et fiable du MG DC.

3.3.1 Hacheurs abaisseur d'ordre fractionnaire (Buck) :

3.3.1.1 Définition

Comme indiqué, le hacheur abaisseur diminue la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. Sa caractéristique principale réside dans son inductance de sortie et son interrupteur commandé. Certains chercheurs ont exploré l'application de dispositifs d'OF dans divers domaines tels que les convertisseurs de puissance [103]. Leur recherche a révélé que ces dispositifs offrent des degrés de liberté supplémentaires et augmentent la flexibilité de conception. De plus, des études telles que la référence [104] ont montré que la stabilité globale en boucle fermée des convertisseurs Buck d'OF

s'améliore avec la réduction de l'ordre de l'inductance. Cependant, les dispositifs d'ordre spécifique sont actuellement peu disponibles sur le marché, nécessitant ainsi leur construction en laboratoire.

Dans le suivant, le modèle de convertisseur d'OF fonctionnant en MCC est établi et l'analyse DC est complétée en utilisant la définition fractionnaire de R–L.

3.3.1.2 Modélisation mathématique du convertisseur Buck d'ordre fractionnaire

Définition 3.1. Au sens de Riemann–Liouville :

Soient $p \in \mathbb{C}$ avec $\Re(p) > 0$, n un entier positive, $t_0 \in \mathbb{R}$ et f une fonction localement intégrable définie sur $[t_0, +\infty]$. La dérivée d'ordre p de f de borne inférieure t_0 est donnée ainsi

$${}^{RL}D_t^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-p)} \frac{d^n}{dt^n} f(t) = \int_{t_0}^t (t-\tau)^{n-p-1} f(\tau) d\tau \quad (3.5)$$

où l'ordre p est tel que $(n-1) < p < n$ et Γ est la fonction gamma d'Euler. Lorsque $f(t) = C$, ici, C est une constante, alors

$${}^{RL}D_t^p f(t) = {}^{RL}D_t^p C = \frac{C(t-t_0)^p}{\Gamma(n-p)} \quad (3.6)$$

Au vu de l'équation (3.6), il faut remarquer à ce niveau que la dérivée de R-L de la fonction constante n'est pas égale à zéro.

Le schéma de circuit du hacheur Buck d'OF est représenté sur la figure 3.17. Il se compose principalement de la source d'alimentation en courant continu v_{in} , le commutateur S , la diode D , l'inductance d'ordre fractionnaire L , le condensateur d'ordre fractionnaire C et la charge R . Pour l'inductance d'OF et le condensateur d'OF, leur relation tension-courant peut être exprimée comme

$$\text{suit : } v_L(t) = L \frac{d^p i_L(t)}{dt^p} \quad (3.7)$$

$$i_C(t) = C \frac{d^m v_0(t)}{dt^m} \quad (3.8)$$

où i_L , i_C sont respectivement le courant de l'inductance et du condensateur d'OF. v_L , v_0 indiquent respectivement la tension de l'inductance et du condensateur d'OF. p et m sont respectivement l'ordre de l'inductance et du condensateur, et cette thèse traite du cas où l'ordre est compris entre 0 et 1.

Le hacheur Buck d'OF comporte deux états de fonctionnement dans le MCC. Les figures 3.18 et 3.19 sont des diagrammes schématiques du hacheur Buck fonctionnant respectivement dans l'état 1 et l'état 2.

Lorsque l'interrupteur S est passant et que la diode D est bloquée, le convertisseur est à l'état de fonctionnement 1 ($t_0 < t < t_0 + dT$), et son équation d'état s'exprime comme suit :

$$\begin{cases} \frac{d^p i_L}{dt^p} = \frac{v_{in} - v_0}{L} \\ \frac{d^m v_0}{dt^m} = \frac{R i_L - v_0}{RC} \end{cases} \quad (3.9)$$

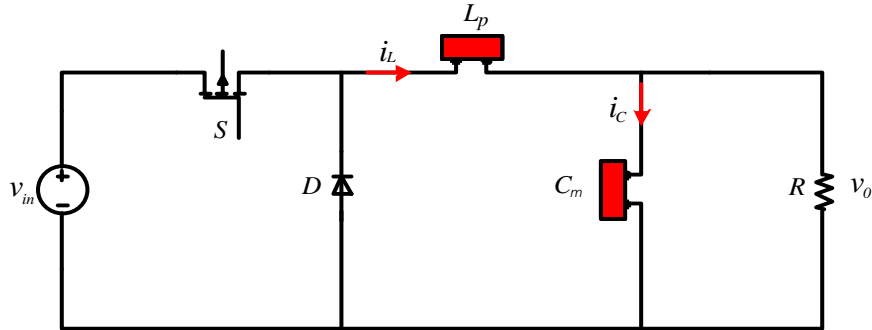


Figure 3.17 : Circuit électrique d'un hacheur d'ordre fractionnaire de type Buck.

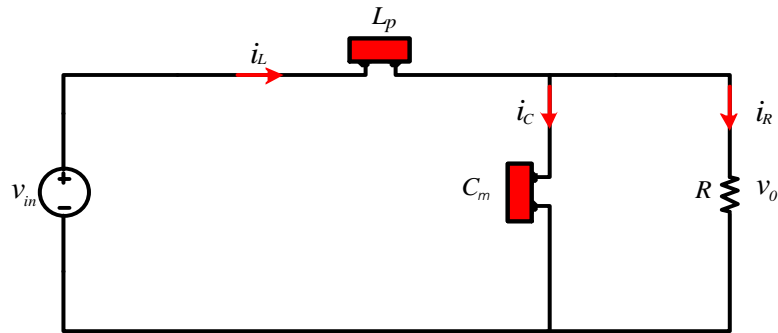


Figure 3.18 : Diagramme schématique du hacheur Buck à l'état 1.

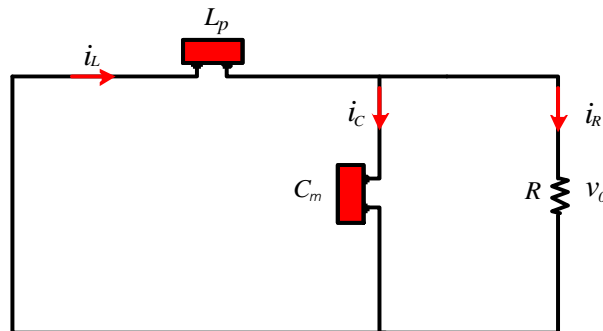


Figure 3.19 : Diagramme schématique du hacheur Buck à l'état 2.

L'interrupteur S bloqué et la diode D passante sont à l'état de fonctionnement 2 ($t_0 + dT < t < t_0 + T$), son équation d'état est décrite comme :

$$\begin{cases} \frac{d^p i_L}{dt^p} = -\frac{v_0}{L} \\ \frac{d^m v_0}{dt^m} = \frac{Ri_L - v_0}{RC} \end{cases} \quad (3.10)$$

Selon la définition fractionnaire de R-L [56], la valeur moyenne de la tension d'inductance d'OF sur un cycle peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \langle v_L \rangle_T &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v_L d\tau \\ &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} L \frac{d^p}{d\tau^p} i_L d\tau \\ &= L \frac{d^p \langle i_L \rangle_T}{dt^p} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Lorsque l'hypothèse de basse fréquence et l'hypothèse de faible ondulation sont satisfaites, on peut considérer que $\langle v_{in} \rangle_T \approx v_{in}$, $\langle v_0 \rangle_T \approx v_0$, et elles sont approximativement constantes. Par conséquent,

$$L \frac{d^p \langle i_L \rangle_T}{dt^p} = d \langle v_{in} \rangle_T - \langle v_0 \rangle_T \quad (3.12)$$

De même, l'équation suivante peut être obtenue.

$$C \frac{d^m \langle v_0 \rangle_T}{dt^m} = \langle i_L \rangle_T - \frac{\langle v_0 \rangle_T}{R} \quad (3.13)$$

Les valeurs moyennes de la tension d'entrée, de la tension de sortie, du courant de l'inducteur et du rapport cyclique du convertisseur Buck d'OF peuvent être décrites comme la somme de la composante DC et du composant AC, respectivement en cas de perturbation faible, ce qui signifie...

$$\begin{cases} \langle v_{in} \rangle_T = V_{in} + \hat{v}_{in} \\ \langle v_0 \rangle_T = V_0 + \hat{v}_0 \\ \langle i_L \rangle_T = I_L + \hat{i}_L \\ d = D + \hat{d} \end{cases} \quad (3.14)$$

L'expression suivante peut être dérivée en substituant (3.14) dans (3.12) et (3.13).

$$\begin{cases} L \frac{d^p}{dt^p} (I_L + \hat{i}_L) = (D + \hat{d})(V_{in} + \hat{v}_{in}) - (V_0 + \hat{v}_0) \\ C \frac{d^m}{dt^m} (V_0 + \hat{v}_0) = (I_L + \hat{i}_L) - \frac{(V_0 + \hat{v}_0)}{R} \end{cases} \quad (3.15)$$

La composante DC peut être séparée de l'équation ci-dessus, comme suit :

$$\begin{cases} L \frac{d^p}{dt^p} I_L = DV_{in} - V_0 \\ C \frac{d^m}{dt^m} V_0 = I_L - \frac{V_0}{R} \end{cases} \quad (3.16)$$

Sur la base de la dérivée de R-L d'une fonction constante (3.6), on peut déduire la relation suivante.

$$\begin{cases} \frac{I_L}{\Gamma(1-p)} T^{-p} = \frac{DV_{in}}{L} - \frac{V_0}{L} \\ \frac{V_0}{\Gamma(1-m)} T^{-m} = \frac{I_L}{C} - \frac{V_0}{CR} \end{cases} \quad (3.17)$$

La valeur en régime permanent de la tension de sortie et du courant de l'inducteur, ou le point de fonctionnement au repos, peut être obtenue en résolvant l'équation ci-dessus.

$$\begin{cases} V_0 = \frac{1}{\frac{LT^{-p}}{RD\Gamma(1-p)} + \frac{LCT^{-p-m}}{D\Gamma(1-p)\Gamma(1-m)} + \frac{1}{D}} V_{in} \\ I_L = \frac{RDC\Gamma(1-p)T^{-m} + D\Gamma(1-p)\Gamma(1-m)}{RLCT^{-p-m} + L\Gamma(1-m)T^{-p} + R\Gamma(1-p)\Gamma(1-m)} V_{in} \end{cases} \quad (3.18)$$

Alors, le gain de tension G résolu par la définition fractionnaire au sens de R-L peut être exprimé comme suit :

$$G = \frac{V_0}{V_{in}} = \frac{1}{\frac{LT^{-p}}{RD\Gamma(1-p)} + \frac{LCT^{-p-m}}{D\Gamma(1-p)\Gamma(1-m)} + \frac{1}{D}} \quad (3.19)$$

3.3.1.3 Exemple illustratif :

Variable	Description	Valeur
L_p	Inductance	$350\mu H$
C_m	Capacité	$10\mu F$
f	Fréquence de commutation	$20kHz$
R	Résistance de charge	10Ω
D	Rapport cyclique	0.5
p	Ordre de l'inductance	0.9
m	Ordre de la capacité	0.9

Tableau 3.2 : Les paramètres du convertisseur Buck d'ordre fractionnaire.

Le gain de tension G dans l'équation donnée est fortement influencé par les ordres fractionnaires p et m . Les variations de ces ordres entraînent des changements significatifs dans G . Pour illustrer cet effet, nous tracerons le gain de tension en fonction de p , m et R , fournissant ainsi des insights sur leur impact. Cette analyse sera effectuée par simulation, sous l'environnement Matlab, qui utilise les paramètres de convertisseur DC-DC listés dans le tableau 3.2.

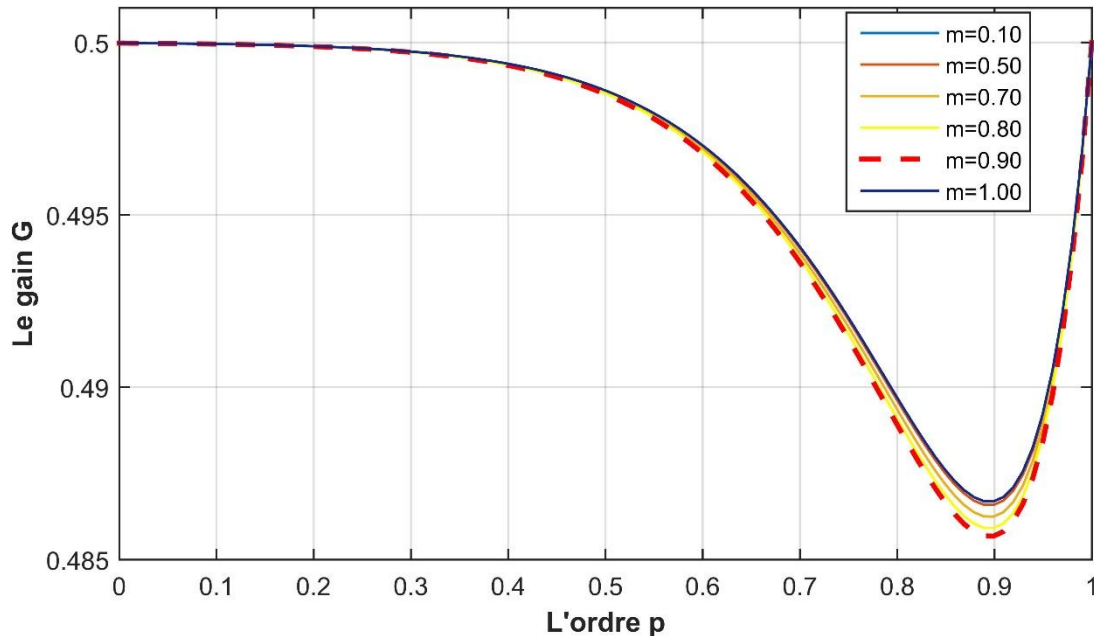


Figure 3.20 : La relation entre le gain de tension G et l'ordre p avec m constante.

Il ressort de la figure 3.20 que lorsque m est une valeur fixe, avec l'augmentation de p , le gain de tension diminue d'abord lentement puis augmente rapidement. Le gain de tension est le plus petit lorsque p est approximativement égal à 0.9. De plus, on observe que le gain de tension varie sur une large plage avec le changement de p .

Comme on peut le voir sur la figure 3.21, lorsque p est égal à 1, le gain de tension reste constant, égal au rapport cyclique D . Le gain de tension est le plus petit lorsque m est approximativement égal à 0.9. Par ailleurs, on constate que le gain de tension varie dans une faible plage avec le changement de m .

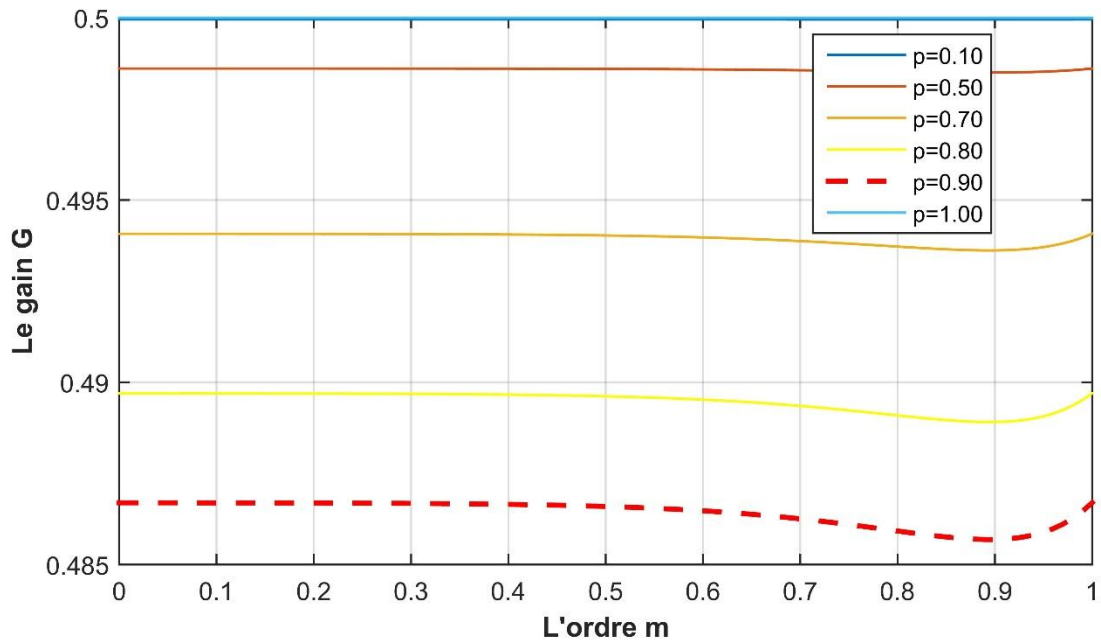


Figure 3.21 : La relation entre le gain de tension et l'ordre m avec p constante.

Selon l'équation (3.19), la relation entre le gain de tension basé sur la dérivée de R-L et les paramètres du circuit peut être représentée, comme la montre les figures 3.20, 3.21 et 3.22.

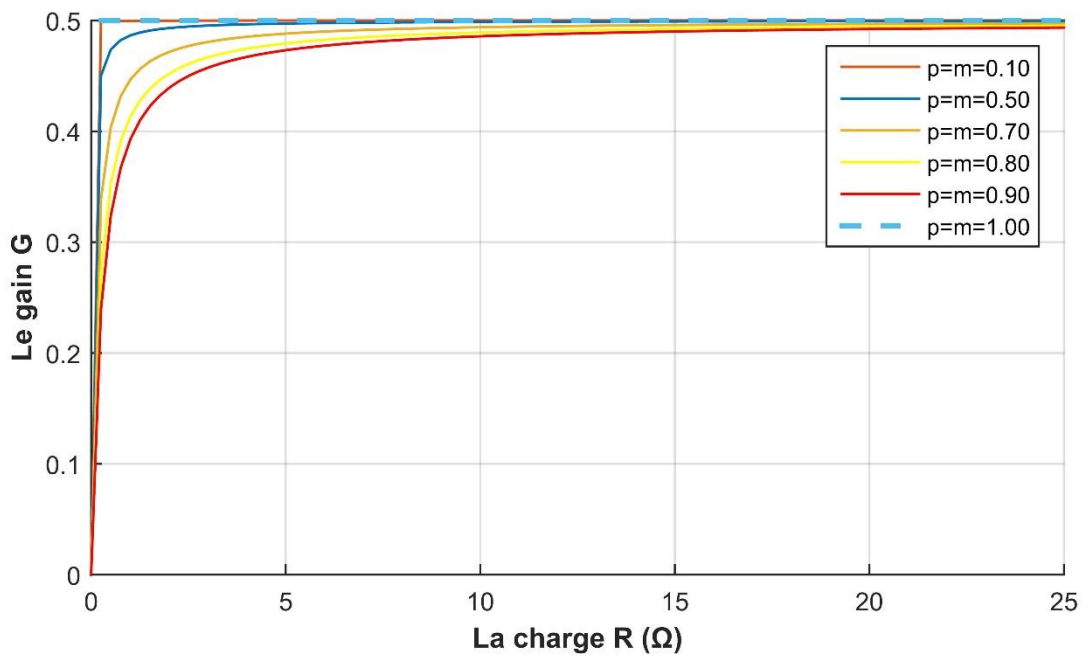


Figure 3.22 : La relation entre le gain de tension et la charge R .

La relation entre le gain de tension basé sur la dérivée de R-L et la charge R est présentée dans la figure 3.22. On observe que lorsque $p = m = 1$, le gain de tension est égal au rapport cyclique D , ce qui est conforme au hacheur Buck d'ordre entier traditionnel. Cependant, pour les autres cas dans la figure 3.22, le gain de tension augmente avec l'augmentation de R , lorsque l'ordre est fixé.

Sur la base de l'équation (3.9), on peut déduire également la variation du courant de l'inducteur.

$$\Delta i_L = {}^{RL}D_{t_0+dT}^{-p} \left(\frac{d^p i_L}{dt^p} \right) = \frac{(DT)^p (v_{in} - v_0)}{L\Gamma(1+p)} \quad (3.20)$$

Le courant critique de l'inducteur peut être décrit comme

$$I_{LC} = \frac{1}{2} \Delta i_L = \frac{(DT)^p (V_{in} - V_0)}{2L\Gamma(1+p)} \quad (3.21)$$

Pour que le convertisseur Buck d'OF fonctionne en MCC, la condition suivante doit être satisfaite.

$$I_L \geq \frac{(DT)^p (V_{in} - V_0)}{2L\Gamma(1+p)} \quad (3.22)$$

Ainsi, l'ordre m a la capacité de déterminer le mode de conduction du convertisseur, il est donc important de le choisir de manière précise.

3.3.2 Hacheurs abaisseur-élévateur d'ordre fractionnaire (Buck-Boost) :

3.3.2.1 Définition

Le hacheur abaisseur-élévateur ajuste la tension de sortie, soit en l'augmentant, soit en la diminuant, par rapport à la tension d'entrée. Il se distingue par son inductance de sortie et son interrupteur commandé. Les recherches sur les dispositifs d'OF, y compris les convertisseurs de puissance, ont montré qu'ils offrent plus de flexibilité et de liberté de conception. Par exemple, il a été démontré que la stabilité en boucle fermée des convertisseurs abaisseur-élévateur d'OF s'améliore avec une inductance de moindre ordre. Cependant, ces dispositifs spécifiques ne sont pas encore couramment disponibles sur le marché et doivent souvent être construits en laboratoire. Dans le suivant, le modèle de convertisseur fractionnaire fonctionnant en MCC est établi et l'analyse DC est complétée en utilisant la définition fractionnaire de R-L.

3.3.2.2 Modélisation mathématique du convertisseur Buck-Boost d'ordre fractionnaire

Le schéma de circuit du hacheur Buck-Boost d'OF est représenté sur la figure 3.23. Il se compose principalement de la source d'alimentation en tension continu v_{in} , le commutateur S , la diode D , l'inductance d'ordre fractionnaire L , le condensateur d'ordre fractionnaire C et la charge R . L'interrupteur S et la diode D sont idéaux. Pour l'inductance d'OF et le condensateur d'OF, leur relation tension-courant peut être exprimée comme suit :

$$v_L(t) = L \frac{d^p i_L(t)}{dt^p} \quad (3.23)$$

$$i_C(t) = C \frac{d^m v_0(t)}{dt^m} \quad (3.24)$$

où i_L , i_C sont respectivement le courant de l'inductance et du condensateur d'OF. v_L , v_0 indiquent respectivement la tension de l'inductance et du condensateur d'OF. p et m sont respectivement l'ordre de l'inductance et du condensateur, et cette thèse traite du cas où l'ordre est compris entre 0 et 1. Lorsque $p = m = 1$, l'inductance et le condensateur sont des composants conventionnels d'ordre entier.

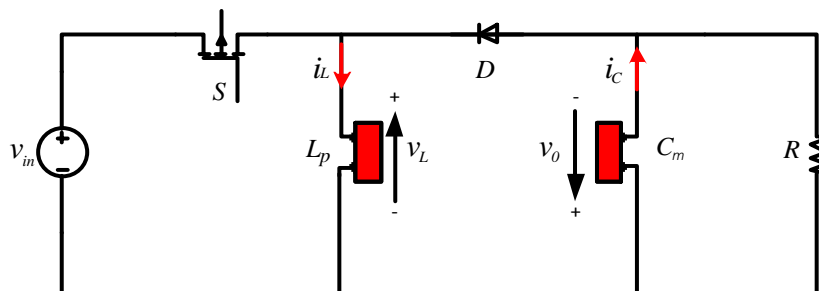


Figure 3.23 : Circuit électrique d'un hacheur d'ordre fractionnaire de type Buck-Boost.

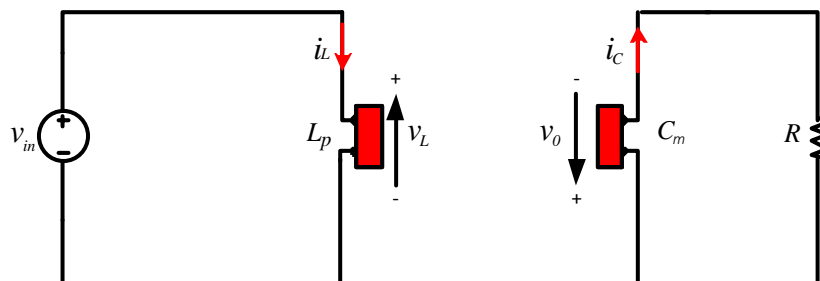


Figure 3.24 : Diagramme schématique du hacheur Buck-Boost à l'état 1.

Généralement, lorsque le convertisseur fonctionne en MCC, deux états de commutation peuvent être identifiés.

- *État 1* : S est passant et D est bloquée, pour $nT < t \leq (n + d)T$.
- *État 2* : S est fermé et D passante, pour $(n + d)T < t \leq (n + 1)T$.

où n est un nombre entier, T est la période de commutation et d est le rapport cyclique, défini comme le rapport du temps d'activation de S sur T . Les états 1 et 2 basculent périodiquement en régime permanent. Les figures 3.24 et 3.25 sont des diagrammes schématiques du hacheur Buck-Boost fonctionnant respectivement dans l'état 1 et l'état 2.

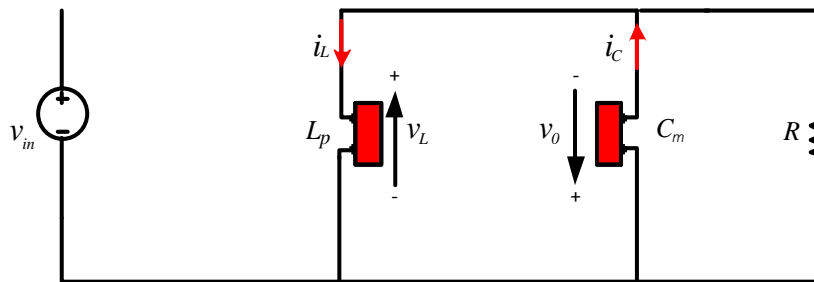


Figure 3.25 : Diagramme schématique du hacheur Buck-Boost à l'état 2.

Le hacheur abaisseur-élevateur d'OF dans l'état 1 peut être décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d^p i_L}{dt^p} = \frac{v_{in}}{L} \\ \frac{d^m v_o}{dt^m} = -\frac{v_o}{RC} \end{cases} \quad (3.25)$$

L'interrupteur S bloqué et la diode D passante sont à l'état de fonctionnement 2, son équation d'état est décrite comme :

$$\begin{cases} \frac{d^p i_L}{dt^p} = -\frac{v_o}{L} \\ \frac{d^m v_o}{dt^m} = \frac{Ri_L - v_o}{RC} \end{cases} \quad (3.26)$$

Selon la méthode de moyenne de l'espace d'état, le modèle de moyenne d'espace d'état du convertisseur Buck-Boost d'OF fonctionnant en MCC est dérivé comme suit :

$$\begin{cases} L \frac{d^p \langle i_L \rangle_T}{dt^p} = d \langle v_{in} \rangle_T - (1 - d) \langle v_o \rangle_T \\ C \frac{d^m \langle v_o \rangle_T}{dt^m} = (1 - d) \langle i_L \rangle_T - \frac{\langle v_o \rangle_T}{R} \end{cases} \quad (3.27)$$

où la valeur moyenne de la variable d'état sur une période de commutation, qui est donnée par

$$\begin{aligned}
\langle v_L \rangle_T &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v_L d\tau \\
&= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} L \frac{d^p}{d\tau^p} i_L d\tau \\
&= L \frac{d^p \langle i_L \rangle_T}{dt^p}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Les valeurs moyennes de la tension d'entrée, de la tension de sortie, du courant de l'inducteur et du rapport cyclique du convertisseur Buck-Boost d'OF peuvent être décrites comme la somme de la composante DC et du composant AC respectivement en cas de perturbation faible, ce qui signifie...

$$\begin{cases}
\langle v_{in} \rangle_T = V_{in} + \hat{v}_{in} \\
\langle v_0 \rangle_T = V_0 + \hat{v}_0 \\
\langle i_L \rangle_T = I_L + \hat{i}_L \\
d = D + \hat{d}
\end{cases} \tag{3.29}$$

Ainsi, le modèle de moyenne d'espace d'état peut être réécrit comme suit :

$$\begin{cases}
L \frac{d^p}{dt^p} (I_L + \hat{i}_L) = (D + \hat{d})(V_{in} + \hat{v}_{in}) - (D' - \hat{d})(V_0 + \hat{v}_0) \\
C \frac{d^m}{dt^m} (V_0 + \hat{v}_0) = (D' - \hat{d})(I_L + \hat{i}_L) - \frac{(V_0 + \hat{v}_0)}{R}
\end{cases} \tag{3.30}$$

avec $D' = 1 - d$.

La composante DC peut être séparée de l'équation ci-dessus, comme suit :

$$\begin{cases}
L \frac{d^p}{dt^p} I_L = DV_{in} - D'V_0 \\
C \frac{d^m}{dt^m} V_0 = D'I_L - \frac{V_0}{R}
\end{cases} \tag{3.31}$$

En se basant sur la dérivée fractionnaire au sens de R–L (3.5), le terme de gauche de l'équation (3.31) est dérivé.

$$\begin{cases}
\frac{d^p}{dt^p} I_L = \frac{1}{\Gamma(1-p)} \frac{d}{dt} \int_{nT}^{(n+1)T} I_L(t-\tau)^{-p} d\tau = \frac{I_L t^{-p}}{\Gamma(1-p)} \\
\frac{d^m}{dt^m} V_0 = \frac{1}{\Gamma(1-m)} \frac{d}{dt} \int_{nT}^{(n+1)T} V_0(t-\tau)^{-m} d\tau = \frac{V_0 t^{-m}}{\Gamma(1-m)}
\end{cases} \tag{3.32}$$

La valeur en régime permanent de la tension de sortie et du courant de l'inducteur, ou le point de fonctionnement au repos, peut être obtenue en résolvant l'équation ci-dessus.

En remplaçant (3.32) dans (3.31) en utilisant la dérivée fractionnaire au sens de R-L (3.5), le point de fonctionnement stable est

$$I_L = \frac{DV_{in}[RCt^{-m} + \Gamma(1-m)]}{\Gamma(1-m)R(1-D)^2 + \frac{Lt^{-p}\Gamma(1-m)}{\Gamma(1-p)} + \frac{RLCt^{-p}t^{-m}}{\Gamma(1-p)}} \quad (3.33)$$

$$V_0 = \frac{DV_{in}(1-D)R\Gamma(1-p)\Gamma(1-m)}{R\Gamma(1-p)\Gamma(1-m)(1-D)^2 + L\Gamma(1-m)t^{-p} + RLCt^{-p}t^{-m}} \quad (3.34)$$

Alors, le gain de tension G résolu par la définition fractionnaire au sens de R-L peut être exprimé comme suit :

$$G = \frac{V_0}{V_{in}} = \frac{D(1-D)R\Gamma(1-p)\Gamma(1-m)}{R\Gamma(1-p)\Gamma(1-m)(1-D)^2 + L\Gamma(1-m)t^{-p} + RLCt^{-p}t^{-m}} \quad (3.35)$$

3.3.2.3 Exemple illustratif :

Le gain de tension G dans l'équation donnée est également influencé par les ordres fractionnaires p et m . Les variations de ces ordres entraînent des changements significatifs dans G . Pour illustrer cet effet, nous tracerons le gain de tension en fonction de p , m et R , fournissant ainsi des insights sur leur impact. Cette analyse sera effectuée par simulation, sous l'environnement Matlab, qui utilise les paramètres de convertisseur DC-DC listés dans le tableau 3.3.

Selon l'équation (3.35), la relation entre le gain de tension basé sur la dérivée de R-L et les paramètres du circuit peut être alors représentée, comme la montre les figures 3.26, 3.27 et 3.28.

Variable	Description	Valeur
L_p	Inductance	3.5mH
C_m	Capacité	150μF
f	La fréquence de commutation	25kHz
R	Résistance de charge	40Ω
D	Le rapport cyclique	0.6
p	Ordre de l'inductance	0.9
m	Ordre de la capacité	0.9

Tableau 3.3 : Les paramètres du convertisseur Buck-Boost d'ordre fractionnaire.

D'après la figure 3.26, lorsque m est une valeur fixe, on observe qu'avec l'augmentation de l'ordre p , le gain de tension diminue d'abord lentement, puis augmente brusquement. Le gain de tension est minimal lorsque p est approximativement égal à 0,9. De plus, il est évident que le gain de tension G varie considérablement avec le changement de p .

Comme on peut le voir sur la figure 3.27, lorsque p est une valeur fixe, la tendance de variation du gain de tension est similaire à celle observée dans la figure 3.26.

La relation entre le gain de tension basé sur la dérivée de R-L et la charge R est présentée dans la figure 3.28. On observe que lorsque $p = m = 1$, le gain de tension est égal au hacheur Buck-Boost d'ordre entier traditionnel. Cependant, pour les autres cas dans la figure 3.28, le gain de tension grandit avec l'augmentation de R , lorsque l'ordre est fixé.

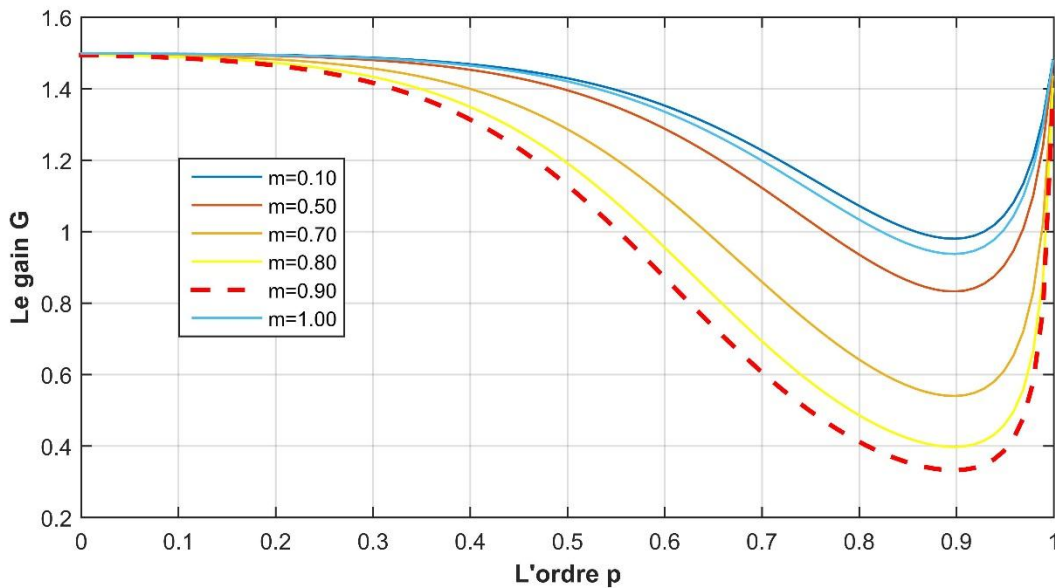


Figure 3.26 : La relation entre le gain de tension G et l'ordre p avec m constante.

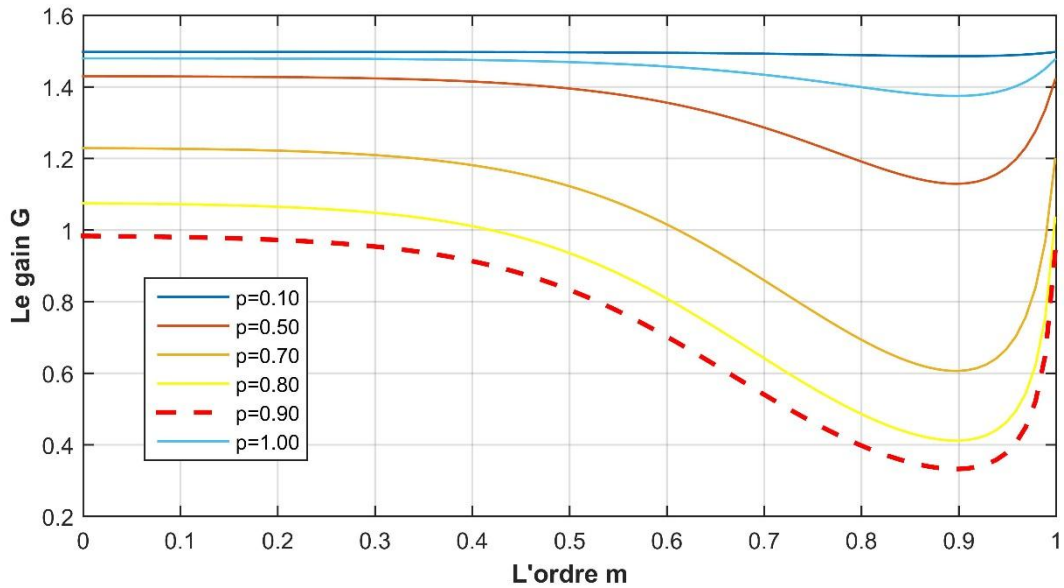


Figure 3.27 : La relation entre le gain de tension et l'ordre m avec p constante.

Ensuite, en supposant que le V_{in} est constant, l'ondulation du courant de l'inductance Δi_L avec la dérivée fractionnaire au sens de R-L dans $(0, DT)$ est

$$\Delta i_L = \frac{1}{\Gamma(p)} \int_0^t \frac{V_{in}}{L(t-\tau)^{1-p}} d\tau \Big|_{t=DT} = \frac{V_{in}(DT)^p}{pL\Gamma(p)} \quad (3.36)$$

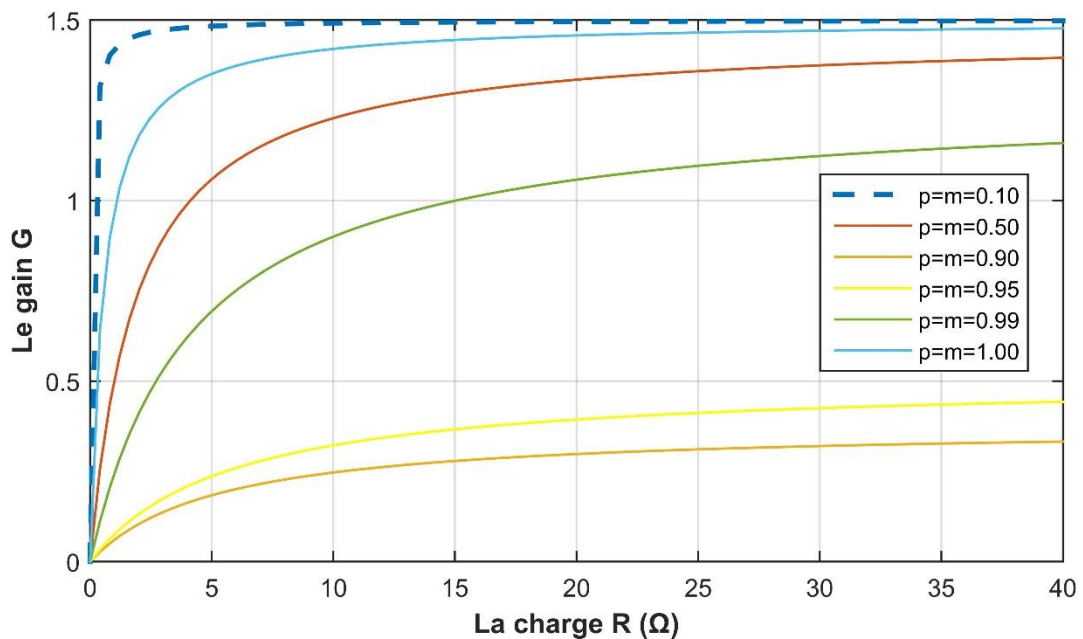


Figure 3.28 : La relation entre le gain de tension et la charge R .

On peut clairement voir dans l'équation (3.36) que l'ondulation du courant de l'inductance Δi_L est liée non seulement à l'inductance L , à la tension d'entrée V_{in} , au rapport cyclique D et à la période de commutation T , mais aussi à l'ordre fractionnaire p . Lorsque p augmente, Δi_L diminue. En particulier, lorsque $p = 1$, l'équation (3.36) est cohérente avec l'ondulation du courant de l'inductance du modèle d'ordre entier.

D'après les équations (3.33), (3.36) et (3.37), le courant maximal de l'inductance est

$$i_{LMAX} = I_L + \frac{1}{2}\Delta i_L = \frac{DV_{in}[RCt^{-m} + \Gamma(1-m)]}{\Gamma(1-m)R(1-D^2) + \frac{Lt^{-p}\Gamma(1-m)}{\Gamma(1-p)} + \frac{RLCt^{-p}t^{-m}}{\Gamma(1-p)}} + \frac{V_{in}(DT)^p}{2pL\Gamma(p)} \quad (3.37)$$

En utilisant la méthode décrite dans [105], l'ondulation de la tension de sortie Δv_0 peut être calculée comme suit :

$$\Delta v_0 = 2V_0 \frac{\left\{1 - (DT)^{m-1} E_{m,m}\left[-\frac{(DT)^m}{CR}\right]\right\}}{\left\{1 + (DT)^{m-1} E_{m,m}\left[-\frac{(DT)^m}{CR}\right]\right\}} \quad (3.38)$$

où $E_{m,m}(\cdot)$ est la fonction de Mittag-Leffler.

D'après les équations (3.34) et (3.38), il est évident que l'ondulation de la tension de sortie Δv_0 avec la dérivée fractionnaire au sens de R-L est liée non seulement au condensateur C , à la résistance de charge R , au rapport cyclique D et à la période de commutation T , mais aussi aux ordres fractionnaires p et m . Si p est constant, lorsque m augmente, Δv_0 diminue. En particulier, lorsque $p = m = 1$, l'équation (3.38) correspond au hacheur Buck-Boost d'ordre entier.

Remarque 3.2. Comme le montre l'analyse ci-dessus, lorsque le convertisseur DC-DC d'ordre entier ne peut pas être réduit au gain de tension requis en ajustant le rapport cyclique, le convertisseur DC-DC d'OF peut réduire davantage le gain de tension en ajustant l'ordre pour atteindre les exigences du système. Par conséquent, le convertisseur d'OF peut fournir des degrés de liberté supplémentaires et accroître la flexibilité de conception, et il peut être appliqué à des situations pratiques nécessitant une plus grande stabilité du système.

3.4 Commande d'ordre fractionnaire par la méthode du backstepping

3.4.1 Introduction

La méthode du backstepping est une approche systématique utilisée pour concevoir des lois de commande pour les systèmes non linéaires. L'idée principale du backstepping consiste à décomposer le problème de commande en une série d'étapes récursives, chacune traitant une partie du système. À chaque étape, une commande virtuelle est définie, et une fonction de Lyapunov est construite pour garantir que cette commande conduit le système vers la stabilité. L'objectif ultime est de trouver une loi de commande qui assure que la fonction de Lyapunov globale reste définie positive tandis que sa dérivée temporelle est définie négative, garantissant ainsi la stabilité globale du système.

Cependant, les modèles d'ordre entier traditionnels ne capturent pas toujours les dynamiques des systèmes plus complexes. Cela a conduit à l'évolution des modèles d'OF, offrant une représentation plus précise des systèmes présentant des dynamiques anormales, comme les matériaux viscoélastiques, les circuits électriques avec des composants fractals et les systèmes biologiques. Le travail pionnier de Kanellakopoulos en 1991 a marqué une étape importante dans ce domaine, en étendant l'applicabilité des théories de commande aux SOFs.

Ainsi, les principaux avantages de la COF par rapport à la commande d'ordre entier traditionnelle incluent :

- *Modélisation Améliorée des Systèmes* : Les modèles d'OF offrent une description plus complète de la dynamique des systèmes, notamment pour les systèmes avec mémoire et propriétés héréditaires.
- *Robustesse Accrue* : Les techniques de COF fournissent de meilleures performances en présence d'incertitudes et de perturbations externes.
- *Flexibilité dans la Conception de la Commande* : Les degrés de liberté supplémentaires dans le FC permettent des stratégies de commande plus flexibles et plus fines.

3.4.2 La synthèse de la commande par Backstepping

Pour concevoir un contrôleur efficace pour de telles classes de SOFs non commensurable, considérons le SOF non commensurable à strict feedback suivant :

$$D^{p_i}x_i = c_i x_{i+1} + f_i(x_1 \dots x_i, t)$$

$$D^{p_n} x_n = c_n u + f_n(x_1 \dots x_n, t) \quad (3.39)$$

$$y = x_1, i = 1, \dots, n - 1,$$

où les ordres du système $p_n \in (0, 1)$ ne sont pas tous les mêmes. $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ est le vecteur d'état, u est la commande de système, et y est la sortie de système. $c_i \in \mathbb{R} (i = 1, \dots, n)$ sont des constantes connues. $f_i(x_1 \dots x_i, t)$ sont des fonctions non linéaires ou linéaires lisses connues et elles sont abrégées en f_i dans cette thèse.

Évidemment, les hacheurs DC-DC Buck (3.16) /Buck Boost (3.31) d'OF non commensurable sont un cas particulier du SOF non commensurable à strict feedback. Pour déterminer la loi de commande backstepping pour le système (3.39), à chaque étape, une commande virtuelle est systématiquement conçue jusqu'à la dernière équation qui englobe l'ensemble du contrôleur.

Le résultat est énoncé par le théorème suivant.

Théorème 3.1. Pour le système (3.39), considérons les conceptions suivantes :

- Les variables d'erreur de poursuite :

$$e_i = z_i - x_i \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.40)$$

- les lois de commande virtuelle :

$$z_2 = \frac{1}{c_1} [D^{p_1} z_1 - f_1 + k_1 D^{p_1 - p_\xi} e_1]$$

$$z_{i+1} = \frac{1}{c_i} [D^{p_i} z_i - f_i + k_i D^{p_i - p_\xi} e_i + c_{i-1} e_i \text{sign}(D^{p_{i-1} - p_\xi} e_{i-1}) \text{sign}(D^{p_i - p_\xi} e_i)] \quad (3.41)$$

$i = 2, \dots, n - 1.$

- La loi de commande

$$u = \frac{1}{c_n} [D^{p_n} z_n - f_n + k_n D^{p_n - p_\xi} e_n + c_{n-1} e_n \text{sign}(D^{p_{n-1} - p_\xi} e_{n-1}) \text{sign}(D^{p_n - p_\xi} e_n)] \quad (3.42)$$

Alors, l'erreur de poursuite est stable asymptotiquement et globalement comme

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y - z_1) = 0, \quad (3.43)$$

où p_ξ est le plus petit ordre parmi les p_i . z_1 est un signal de référence lisse et ses dérivées d'ordre $(p_1, \dots, \sum_{i=1}^n p_i)$ sont bornées et continues. k_i est une constante positive.

Preuve.

Etape 01 : A partir du SOF non commensurable (3.39) on peut trouver le plus petit ordre p_ξ . Soit $e_1 = z_1 - x_1, e_2 = z_2 - x_2$. z_2 est la première commande virtuelle. Le premier sous-système est donné comme suit :

$$\begin{aligned} D^{p_1}x_1 &= c_1x_2 + f_1 \\ D^{p_1}x_1 &= c_1(z_2 - e_2) + f_1 \end{aligned} \quad (3.44)$$

Nous définissons le premier candidat pour la fonction de Lyapunov V_1 par :

$$V_1 = |D^{p_1 - p_\xi}e_1| \quad (3.45)$$

Lemme 3.1. [106] Soit $x = 0$ un point d'équilibre pour le SOF non autonome suivant :

$${}_0D_t^p x(t) = f(t, x), \quad (3.46)$$

où $p \in (0, 1]$, le symbole D peut désigner le opérateur fractionnaire de R-L, et $f(t)$ satisfait la condition de Lipschitz. Supposons qu'il existe une fonction de Lyapunov $V(t, x(t))$ et des fonctions de classe $K, \gamma_i (i = 1, 2, 3)$ satisfaisant

$$\gamma_1 \|x\| \leq V(t, x(t)) \leq \gamma_2 \|x\| \quad (3.47)$$

$$D^p V(t, x(t)) \leq -\gamma_3 \|x\| \quad (3.48)$$

où $p \in (0, 1)$. Alors, le système (3.46) est asymptotiquement stable.

Cette section introduit un nouveau lemme qui facilite l'identification des fonctions de Lyapunov pour établir la stabilité de nombreux SOFs. On utilise ultérieurement l'extension d'OF de la méthode directe de Lyapunov comme indiqué dans le lemme 3.1.

Lemme 3.2. [107] Soit $x(t) \in \mathbb{R}$ une fonction continue et dérivable. Alors, pour tout instant $t \geq t_0$

$$\frac{1}{2} {}_{t_0}D_t^p x^2(t) \leq x(t) {}_{t_0}D_t^p x(t), \quad \forall p \in (0, 1) \quad (3.46)$$

D'abord, la fonction (3.45) doit satisfaire à la condition (3.47), puis, en prenant la dérivée d'ordre p_ξ de la fonction de Lyapunov (3.45) et en utilisant le lemme 3.2, nous obtenons

$$D^{p_\xi}V_1 = D^{p_1}e_1 \text{sign}(D^{p_1 - p_\xi}e_1) \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} &\leq D^{p_1}(z_1 - x_1) \text{sign}(D^{p_1 - p_\xi}e_1) \\ &\leq (D^{p_1}z_1 + c_1e_2 - c_1z_2 - f_1) \text{sign}(D^{p_1 - p_\xi}e_1) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Choix de la première loi de commande virtuelle z_2 comme

$$z_2 = \frac{1}{c_1}(D^{p_1}z_1 - f_1 + k_1 D^{p_1-p_\xi} e_1) \quad (3.49)$$

Ce qui conduit à

$$\begin{aligned} D^{p_\xi} V_1 &\leq (c_1 e_2 - k_1 D^{p_1-p_\xi} e_1) \text{sign}(D^{p_1-p_\xi} e_1) \\ &\leq -k_1 |D^{p_1-p_\xi} e_1| + c_1 e_2 \text{sign}(D^{p_1-p_\xi} e_1) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Etape 02 : Pour le deuxième sous-système donné comme

$$D^{p_2} x_2 = c_2(z_3 - e_3) + f_2 \quad (3.51)$$

En utilisant le lemme 3.2, la fonction de Lyapunov augmentée V_2 et sa dérivée d'ordre p_ξ sont données par :

$$V_2 = V_1 + |D^{p_2-p_\xi} e_2| \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} D^{p_\xi} V_2 &= D^{p_\xi} V_1 + D^{p_2} e_2 \text{sign}(D^{p_2-p_\xi} e_2) \\ &\leq -k_1 |D^{p_1-p_\xi} e_1| + c_1 e_2 \text{sign}(D^{p_1-p_\xi} e_1) + D^{p_2} (z_2 - x_2) \text{sign}(D^{p_2-p_\xi} e_2) \\ &\leq -k_1 |D^{p_1-p_\xi} e_1| + c_1 e_2 \text{sign}(D^{p_1-p_\xi} e_1) + (D^{p_2} z_2 + c_2 e_3 - c_2 z_3 - f_2) \\ &\quad \text{sign}(D^{p_2-p_\xi} e_2) \end{aligned} \quad (3.53)$$

Choix de la deuxième loi de commande virtuelle z_3 comme

$$z_3 = \frac{1}{c_2} [D^{p_2} z_2 - f_2 + k_2 D^{p_2-p_\xi} e_2 + c_1 e_2 \text{sign}(D^{p_1-p_\xi} e_1) \text{sign}(D^{p_2-p_\xi} e_2)] \quad (3.54)$$

En remplaçant (3.54) dans l'équation (3.53) nous obtenons :

$$\begin{aligned} D^{p_\xi} V_2 &\leq -k_1 |D^{p_1-p_\xi} e_1| + c_1 e_2 \text{sign}(D^{p_1-p_\xi} e_1) + [c_2 e_3 - k_2 D^{p_2-p_\xi} e_2 - \\ &\quad c_1 e_2 \text{sign}(D^{p_1-p_\xi} e_1) \text{sign}(D^{p_2-p_\xi} e_2)] \text{sign}(D^{p_2-p_\xi} e_2) \\ &\leq -k_1 |D^{p_1-p_\xi} e_1| - k_2 |D^{p_2-p_\xi} e_2| + c_2 e_3 \text{sign}(D^{p_2-p_\xi} e_2) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Etape $i = (2, \dots, n-1)$: Considérons l' i -ème sous-système donné par

$$D^{p_i} x_i = c_i(z_{i+1} - e_{i+1}) + f_i \quad (3.56)$$

D'une manière similaire, Sélectionnons l' i -ème candidat pour la fonction de Lyapunov augmentée V_i comme

$$V_i = V_{i-1} + |D^{p_i-p_\xi} e_i| \quad (3.57)$$

En utilisant le lemme 3.2, la dérivée d'ordre p_ξ de la fonction de Lyapunov (3.57) est :

$$D^{p_\xi} V_i = D^{p_\xi} V_{i-1} + D^{p_i} e_i \text{sign}(D^{p_i-p_\xi} e_i)$$

$$\begin{aligned}
&\leq -\sum_{j=1}^{i-1} (k_j |D^{p_j - p_\xi} e_j|) + c_{i-1} e_i \operatorname{sign}(D^{p_{i-1} - p_\xi} e_{i-1}) + D^{p_i} (z_i - \\
&\quad x_i) \operatorname{sign}(D^{p_i - p_\xi} e_i) \\
&\leq -\sum_{j=1}^{i-1} (k_j |D^{p_j - p_\xi} e_j|) + c_{i-1} e_i \operatorname{sign}(D^{p_{i-1} - p_\xi} e_{i-1}) + (D^{p_i} z_i + c_i e_{i+1} - \\
&\quad c_i z_{i+1} - f_i) \operatorname{sign}(D^{p_i - p_\xi} e_i)
\end{aligned} \tag{3.58}$$

Sélectionnons la loi de commande virtuelle z_{i+1} comme

$$z_{i+1} = \frac{1}{c_i} [D^{p_i} z_i - f_i + k_i D^{p_i - p_\xi} e_i + c_{i-1} e_i \operatorname{sign}(D^{p_{i-1} - p_\xi} e_{i-1}) \operatorname{sign}(D^{p_i - p_\xi} e_i)] \tag{3.59}$$

En remplaçant (3.59) dans l'équation (3.58) nous obtenons :

$$D^{p_\xi} V_i \leq -\sum_{j=1}^{i-1} (k_j |D^{p_j - p_\xi} e_j|) + c_i e_{i+1} \operatorname{sign}(D^{p_i - p_\xi} e_i) \quad i = 2, \dots, n-1 \tag{3.60}$$

Etape n : Enfin, la fonction de Lyapunov globale du système (3.39) s'écrit alors :

$$V_n = V_{n-1} + |D^{p_n - p_\xi} e_n| \tag{3.61}$$

En utilisant le lemme 3.2, la dérivée d'ordre p_ξ de la fonction de Lyapunov (3.61) est :

$$\begin{aligned}
D^{p_\xi} V_n &= D^{p_\xi} V_{n-1} + D^{p_n} e_n \operatorname{sign}(D^{p_n - p_\xi} e_n) \\
&\leq -\sum_{j=1}^{n-1} (k_j |D^{p_j - p_\xi} e_j|) + c_{n-1} e_n \operatorname{sign}(D^{p_{n-1} - p_\xi} e_{n-1}) + D^{p_n} (z_n - \\
&\quad x_n) \operatorname{sign}(D^{p_n - p_\xi} e_n) \\
&\leq -\sum_{j=1}^{n-1} (k_j |D^{p_j - p_\xi} e_j|) + c_{n-1} e_n \operatorname{sign}(D^{p_{n-1} - p_\xi} e_{n-1}) + (D^{p_n} z_n - c_n u - \\
&\quad -f_i) \operatorname{sign}(D^{p_n - p_\xi} e_n)
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Si la loi de commande est conçue comme (3.42), les termes négatifs dans (3.62) peuvent être laissés, ce qui mène à

$$D^{p_\xi} V_n \leq -\sum_{j=1}^n (k_j |D^{p_j - p_\xi} e_j|) \tag{3.63}$$

Par conséquent, selon le lemme 3.1, tous les états du système (3.39) sont globalement et asymptotiquement stables, et les erreurs de poursuite convergeront asymptotiquement vers zéro sous la méthode de commande proposée. La preuve est terminée.

Remarque 3.3. Lorsque les ordres du système satisfont $p_i = p (i = 1, \dots, n)$, le système (3.39) devient un SOF commensurable à strict feedback. Il peut être décrit comme

$$\begin{aligned}
D^p x_i &= c_i x_{i+1} + f_i(x_1 \dots x_i, t) \\
D^p x_n &= c_n u + f_n(x_1 \dots x_n, t)
\end{aligned} \tag{3.64}$$

$$y = x_1, \quad i = 1, \dots, n - 1,$$

Pour le système (3.64), selon la loi additive des exposants (2.9), la loi de commande (3.42) peuvent être réécrites comme suit :

$$u = \frac{1}{c_n} [D^p z_n - f_n + k_n e_n + c_{n-1} e_n \text{sign}(e_{n-1}) \text{sign}(e_n)] \quad (3.65)$$

Pour le système (3.64), à chaque étape, le candidat pour la fonction de Lyapunov est sélectionné comme suit :

$$V_i = V_{i-1} + |e_i| \quad i = 2, \dots, n \quad (3.66)$$

De manière similaire au cas non commensurable, considérons le système (3.64) avec la loi de commande (3.65), et prenons la dérivée d'ordre p de la fonction de Lyapunov globale V_n . Enfin, cela se conclut par

$$D^p V_n \leq -\sum_{j=1}^n (k_j |e_j|) \quad (3.67)$$

Pour le SOF commensurable, selon le lemme 3.1, tous les états sont globalement stables et les erreurs de poursuite e_i ($i = 1, \dots, n$) convergeront asymptotiquement vers zéro sous la méthode de commande proposée.

Remarque 3.4. Le candidat pour la fonction de Lyapunov non lisse $V_i = V_{i-1} + |D^{p_i - p_\xi} e_i|$ est sélectionné pour analyser la stabilité des SOFs. Le terme $|D^{p_i - p_\xi} e_i|$ est utilisé pour résoudre le problème apporté par les ordres non commensurables.

3.5 Conclusion

En conclusion de ce chapitre dédié à la commande stabilisante d'ordre fractionnaire pour les hacheurs DC-DC, notre objectif a été de synthétiser une approche innovante et efficace dans ce domaine technologique crucial. Nous avons commencé par donner un aperçu des convertisseurs statiques et de leur importance dans le monde réel. Ensuite, en détail, nous avons construit un modèle des hacheurs DC-DC d'OF en utilisant la définition fractionnaire au sens de R-L et nous l'avons validé par simulation, posant ainsi les fondements nécessaires à notre étude.

Le cœur de notre contribution réside dans la conception d'une commande stabilisante d'OF, exploitant une extension novatrice de la méthode directe de Lyapunov adaptée à une classe des SOFs

non commensurable. Cette approche permet d'assurer la stabilité des systèmes tout en optimisant ses performances.

Les avantages de notre méthode de commande backstepping d'OF sont clairement démontrés par plusieurs contributions significatives :

- Nous avons élargi les conditions d'application du système à strict feedback, en incluant les cas d'ordres fractionnaires non commensurables ainsi que les systèmes non autonomes, enrichissant ainsi le champ d'application de cette technologie.
- Nous avons introduit un nouveau candidat pour la fonction de Lyapunov $V_i = V_{i-1} + |D^{p_i - p_\xi} e_i|$, adapté aux SOFs non commensurable. Cette fonction est également applicable aux SOFs commensurable, renforçant ainsi la généralité de notre approche.
- En comparaison avec les méthodes existantes, notre stratégie de commande backstepping se distingue par sa simplicité : elle nécessite une seule entrée de commande, réduisant ainsi la complexité globale du système et facilitant sa mise en œuvre pratique.

En somme, notre recherche contribue significativement à l'avancement des technologies de commande pour les hacheurs DC-DC d'ordre fractionnaire, ouvrant de nouvelles perspectives pour leur utilisation efficace et robuste dans divers domaines industriels et technologiques.

Chapitre 4

Commande stabilisante d'OF appliquée à un hacheur alimentant une CPC

4 Commande stabilisante d'OF appliquée à un hacheur alimentant CPC

4.1 Introduction

L'un des principaux défis dans un MG DC alimentant des CPLs est d'assurer la stabilité du bus DC. Cependant, le système peut être vulnérable à l'instabilité, et la cause de ce type de problème d'instabilité est souvent attribuée à l'existence de CPC. L'impédance négative incrémentale des CPLs réduit le coefficient d'amortissement du système, provoquant des oscillations dans le MG DC [108]. Cela peut entraîner des pannes d'équipement, posant des limites significatives à l'utilisation de méthodes de commande linéaires pour concevoir les contrôleurs du système [109]. De plus, les perturbations causées par des changements soudains de la tension d'entrée peuvent considérablement dégrader la stabilité du MG DC.

Par conséquent, les chercheurs explorent différentes méthodes de contrôle pour prévenir les problèmes d'instabilité des CPCs. L'amortissement passif et l'amortissement actif sont deux méthodes courantes utilisées pour stabiliser la boucle fermée des convertisseurs de puissance. L'addition de composants d'amortissement passif, tels qu'un filtre LC, peut introduire des pertes supplémentaires dans le système, ce qui peut réduire l'efficacité globale du convertisseur [7]. De plus, l'amortissement actif peut augmenter la complexité du convertisseur car des circuits de contrôle supplémentaires sont nécessaires. Ces circuits peuvent également introduire des pertes de commutation supplémentaires dans le système, ce qui peut rendre le système global plus coûteux et plus difficile à concevoir et à mettre en œuvre [110].

Étant donné que le modèle d'OF d'un convertisseur DC-DC est plus précis qu'un modèle d'ordre entier, une version d'OF a été construite. Les équations dynamiques du convertisseur Buck d'OF sont développées par la méthode moyenne. Actuellement, des composants d'OF de commande spécifique ne sont pas directement disponibles dans l'environnement Simulink. Par conséquent, dans ce chapitre, la MAO est utilisée pour construire les dispositifs réels du convertisseur Buck à l'aide de composants bien connus d'ordre entier.

Dans ce contexte, un contrôleur non linéaire d'OF est plus approprié pour assurer la stabilisation du bus DC afin d'atteindre des performances optimales dans les MG DC. À notre connaissance, ce problème n'est pas abordé dans la littérature en termes d'application d'une commande non linéaire non commensurable pour un convertisseur DC-DC d'OF, régulé pour alimenter des CPCs

De plus, la stabilité asymptotique est prouvée en utilisant une nouvelle fonction de Lyapunov fractionnaire non lisse de la forme $V_i = V_{i-1} + |D^{p_i-p_\xi} e_i|$. Enfin, les résultats numériques démontrent la supériorité de la COF non commensurable par rapport à la version d'ordre entier de la commande Backstepping lorsque le système est confronté à toutes les perturbations ou disturbances possibles.

4.2 La modélisation du système alimentant une charge à puissance constante

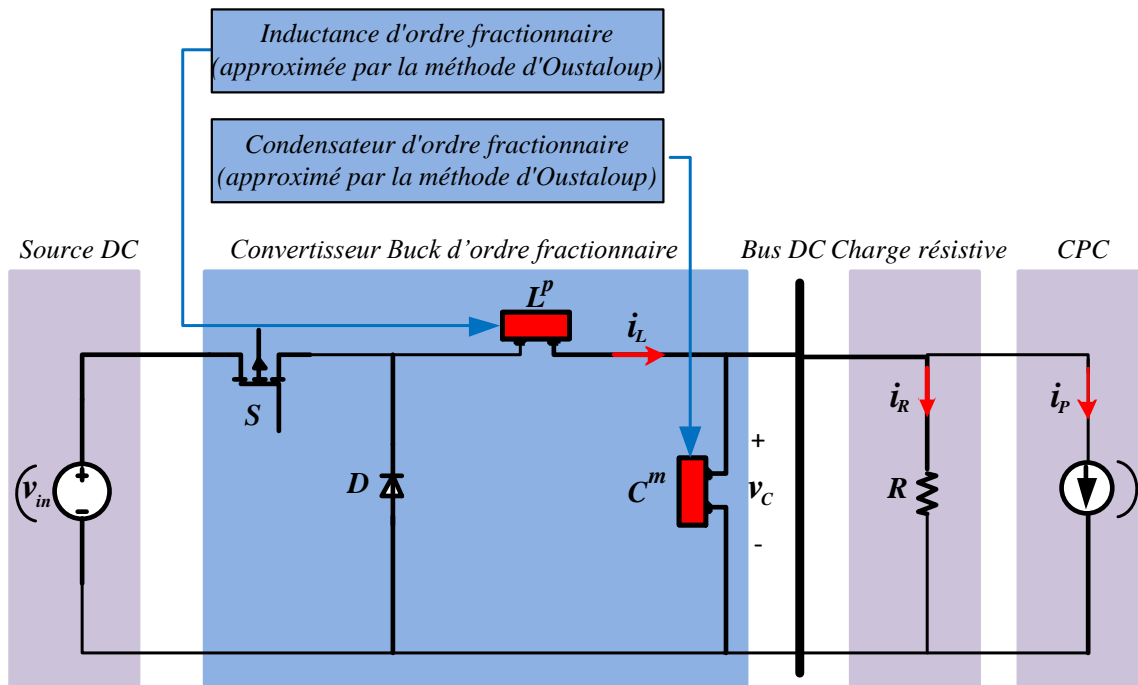


Figure 4.1 : Hacheur Buck d'OF alimentant une CPC et une résistance d'amortissement.

Les composants d'OF ont été appliqués aux convertisseurs de puissance afin d'augmenter la flexibilité de la conception, et il a été constaté que cela a également stabilisé la réponse globale en boucle fermée du système. Par conséquent, le convertisseur de puissance conçu doit être modélisé par le CF pour garantir une haute performance.

Le schéma de circuit du hacheur Buck d'OF est représenté sur la figure 4.1. Il se compose principalement de la source d'alimentation en tension continu v_{in} , le commutateur S , la diode D , l'inductance d'ordre fractionnaire L , le condensateur d'ordre fractionnaire C et la charge R . Pour l'inductance d'OF et le condensateur d'OF, leur relation tension-courant peut être exprimée comme suit :

$$v_L(t) = L \frac{d^p i_L(t)}{dt^p} \quad (4.1)$$

$$i_C(t) = C \frac{d^m v_0(t)}{dt^m} \quad (4.2)$$

où i_L , i_C sont respectivement le courant de l'inductance et du condensateur d'OF. v_L , v_0 indiquent respectivement la tension de l'inductance et du condensateur d'OF. p et m sont respectivement l'ordre de l'inductance et du condensateur d'OF, et cette thèse traite du cas où l'ordre est compris entre 0 et 1.

Dans cette étude, le hacheur Buck d'OF fonctionne en MCC alimentant une CPC. La CPC est représentée par une source de courant commandé. Ainsi, nous pouvons modifier la puissance de sortie P_{CPL} absorbée par la CPC. De plus, pour une relation linéaire entre v_C et i_P , P_{CPL} sera constante et peut être donnée par la relation suivante

$$P_{CPL} = v_C \cdot i_P \text{ et } -i_P = C \frac{dv_C}{dt} \quad (4.3)$$

Selon les modèles linéaires proposés par Westerlund et étant donné que le hacheur est supposé fonctionner en MCC, les équations dynamiques du convertisseur Buck d'OF alimentant une CPC et une charge résistive sont exprimées comme

$$\begin{cases} \frac{d^p v_C}{dt^p} = \frac{i_L}{C} - \frac{i_R}{C} - \frac{i_P}{C} \\ \frac{d^m i_L}{dt^m} = \frac{v_{in}}{L} d - \frac{v_C}{L} \end{cases} \quad (4.4)$$

Dans lesquelles p et m représentent l'OF du condensateur et de l'inductance, respectivement. i_L et v_C sont les valeurs moyennes de l'inductance et du condensateur. v_{in} est la tension d'une source DC. i_P représente le courant de la CPC et i_R est de la charge résistive. D est le rapport cyclique opérationnel du signal PWM, qui est notre objectif souhaité.

Dans ce chapitre, considérons que les ordres fractionnaires $p, m \in (0,1)$ sont différents, ce qui signifie que le système (4.4) devient un système non linéaire d'OF non commensurable.

INI causée par une CPC, comme il est bien connu, peut affecter la stabilité du MG DC ou même provoquer son dysfonctionnement. En effet, le pire cas en termes de réduction de l'amortissement du système se produit lorsque la charge DC est une CPC pure. Néanmoins, de nombreux contrôleurs non linéaires développés, qu'ils soient d'ordre entier ou fractionnaire, garantissent la stabilité du système, empêchant ainsi l'effondrement ou les dommages inattendus de l'ensemble du microgrid et de ses éléments.

4.3 Synthèse de la loi de commande

Pour surmonter les problèmes d'instabilité causés par la CPC, une commande non linéaire d'OF est conçue selon l'idée du Backstepping. Ce contrôleur assure une bonne stabilité du convertisseur Buck d'OF sous de grandes variations de la CPC, même sans utiliser de charge passive.

Théorème 4.1. Pour les équations d'état du convertisseur Buck d'OF, dans (4.4), le rapport cyclique opérationnel $d \in (0,1)$ qui conduit à stabiliser asymptotiquement les états du système (4.4) est exprimé ci-dessous

$$d = \frac{1}{v_{in}} \left[e_1 + \tilde{v}_C + LD^m \beta - \frac{L}{C} e_2 \operatorname{sign}(D^{p-\xi} e_1) \operatorname{sign}(D^{m-\xi} e_2) - LK_2 D^{m-\xi} e_2 \right] \quad (4.5)$$

Dans lequel les dynamiques d'erreur de poursuite e_1 et e_2 sont choisies comme suit

$$e_1 = v_C - \tilde{v}_C. \quad (4.6)$$

$$e_2 = i_L - \beta. \quad (4.7)$$

De plus, la commande virtuelle est définie comme suit"

$$\rho = -CK_1 D^{p-\xi} e_1 + CD^p \tilde{v}_C + i_R + i_P. \quad (4.8)$$

où \tilde{v}_C est la tension de sortie souhaitée. À partir du SOF non commensurable (4.4), $\xi = \min[p, m]$ est le plus petit ordre fractionnaire.

Preuve.

Pour bien comprendre le contrôleur conçu, les étapes récursives suivantes doivent être suivies :

Etape 1 : Nous commençons par le premier sous-système du (4.4)

$$\frac{d^p v_C}{dt^p} = \frac{i_L}{C} - \frac{i_R}{C} - \frac{i_P}{C} \quad (4.9)$$

En prenant la dérivée d'ordre p de l'erreur de poursuite e_1

$$D^p e_1 = D^p (v_C - \tilde{v}_C) \quad (4.10)$$

En utilisant la propriété linéaire de la dérivée fractionnaire [54], l'équation (4.10) devient"

$$D^p e_1 = D^{q_p} v_C - D^{q_p} \tilde{v}_C \quad (4.11)$$

Ensuite, nous définissons la fonction de Lyapunov comme

$$V_1 = |D^{p-\xi} e_1| \quad (4.12)$$

En appliquant la propriété additive de l'exponentiation et en prenant la dérivée d'ordre ξ de la fonction de Lyapunov (4.12), nous obtenons

$$\begin{aligned} D^\xi V_1 &= D^\alpha |D^{p-\xi} e_1| \\ &\leq D^p e_1 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1). \end{aligned} \quad (4.13)$$

En utilisant les équations (4.9) et (4.11) dans l'équation (4.13), nous obtenons

$$\begin{aligned} D^\xi V_1 &\leq (D^p v_C - D^p \tilde{v}_C) \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) \\ &\leq \left(\frac{1}{C}(i_L - i_R - i_P) - D^p \tilde{v}_C\right) \text{sign}(D^{p-\xi} e_1). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Nous choisissons β comme le contrôleur virtuel du courant de l'inductance i_L . Ensuite, nous simplifions (4.14) en utilisant l'équation (4.7).

$$\begin{aligned} D^\xi V_1 &\leq \left(\frac{1}{C}(e_2 + \beta - i_R - i_P) - D^p \tilde{v}_C\right) \text{sign}(D^{p-\xi} e_1). \\ &\leq \frac{1}{C}(\beta + e_2) \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) + \left(\frac{1}{C}(i_R - i_P) - D^p \tilde{v}_C\right) \text{sign}(D^{p-\xi} e_1). \end{aligned} \quad (4.15)$$

Pour éliminer le deuxième terme de l'expression (4.15), le contrôleur stabilisant β qui conduit à une convergence souhaitable dans le temps du deuxième sous-système (4.4) est choisi comme suit : $\beta = -CK_1 D^{p-\xi} e_1 + CD^p \tilde{v}_C + i_R + i_P$. Ensuite, la première fonction de Lyapunov fractionnaire peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} D^\xi V_1 &\leq -K_1 D^{p-\xi} e_1 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) + \frac{1}{C} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) \\ &\leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| + \frac{1}{C} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Etape 2 : En prenant le deuxième sous-système du système (4.4)

$$\frac{d^m i_L}{dt^m} = \frac{v_{in}}{L} d - \frac{v_C}{L} \quad (4.17)$$

En prenant à nouveau la dérivée d'ordre m de la deuxième erreur de poursuite e_2 et en utilisant la propriété linéaire, l'équation (4.7) s'exprime comme suit :

$$D^m e_2 = D^m i_L - D^m \beta \quad (4.18)$$

Ensuite, une nouvelle fonction de Lyapunov pour le sous-système (4.17) est choisie comme suit

$$V_2 = V_1 + |D^{m-\xi} e_2|. \quad (4.19)$$

dont la dérivée d'ordre ξ s'exprime comme suit :

$$D^\xi V_2 = D^\xi V_1 + D^\xi |D^{m-\xi} e_2|$$

$$\leq D^\xi V_1 + D^m e_2 \text{sign}(D^{m-\xi} e_2) \quad (4.20)$$

Ensuite, en utilisant l'équation (4.16) dans l'équation (4.20), nous obtenons

$$D^\xi V_2 \leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| + \frac{1}{C} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) + D^m e_2 \text{sign}(D^{m-\xi} e_2) \quad (4.21)$$

En insérant e_2 de l'équation (4.18) et en substituant l'équation (4.17) dans l'équation (4.21), on obtient

$$\begin{aligned} D^\xi V_2 &\leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| + \frac{1}{C} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) + D^m (i_L - \beta) \text{sign}(D^{m-\xi} e_2) \\ &\leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| + \frac{1}{C} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) + (D^m i_L - D^{q_2} \beta) \text{sign}(D^{m-\xi} e_2) \\ &\leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| + \frac{1}{C} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) - D^m \beta \text{sign}(D^{m-\xi} e_2) \\ &\quad + \left[\frac{v_{in}}{L} d - \frac{v_C}{L} \right] \text{sign}(D^{m-\xi} e_2) \end{aligned} \quad (4.22)$$

L'objectif principal est de forcer la tension du bus DC v_C à suivre sa valeur de référence \tilde{v}_C , ce qui signifie que l'erreur e_1 converge vers zéro lorsque $t \rightarrow \infty$. En utilisant le lemme 3.1, la dérivée temporelle fractionnaire de la fonction de Lyapunov (4.22) devrait se réduire à : $D^\xi V_2 \leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| - K_2 |D^{m-\xi} e_2|$, avec K_1 et K_2 sont des constantes positives. Ainsi, le contrôleur global d qui assure une poursuite asymptotique pour le SOF (4.4) peut finalement être exprimé comme suit

$$d = \frac{1}{v_{in}} \left[e_1 + \tilde{v}_C + LD^m \beta - \frac{L}{C} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) \text{sign}(D^{m-\xi} e_2) - LK_2 D^{m-\xi} e_2 \right] \quad (4.23)$$

Remarque 4.1. Comme indiqué ci-dessus, le système (4.4) se dégrade sous un SOF non commensurable parce qu'il a des ordres arbitraires ($p \neq m$). C'est pourquoi nous avons proposé une fonction de Lyapunov non lisse sous la forme $V_n = V_{n-1} + |D^{q_n-\xi} e_n|$ afin de prouver la stabilité du système. De plus, cette fonction reste valide pour un convertisseur abaisseur d'OF commensurable.

Remarque 4.2. De nombreux travaux ont utilisé la version d'ordre entier du convertisseur DC-DC alimentant une CPC pour dériver la commande Backstepping traditionnelle basé sur une fonction de Lyapunov entière. Cependant, les performances du contrôleur et du convertisseur restent limitées. Dans ce chapitre, un convertisseur abaisseur d'OF est considéré. Étendre la commande Backstepping d'OF via une fonction de Lyapunov d'OF pour commander le convertisseur d'OF est notre objectif principal, pour surmonter totalement l'instabilité causée par la CPC. Il est à noter que lorsque les ordres du système satisfont ($p = m = 1$), cela donne les mêmes résultats que la version entière.

4.4 Résultats de simulation

Dans cette section, MATLAB/Simulink est utilisé comme plateforme pour valider les résultats obtenus. La figure 4.2 montre le modèle du système avec le contrôleur dérivé où la CPC est représentée par une source de courant contrôlée, ce qui permet de varier facilement la valeur de la CPC. Les détails du système conçu sont indiqués dans le tableau 4.1. L'évaluation de la réponse en boucle fermée est effectuée sous quatre scénarios, dont le pire cas se produirait lorsque la charge est une CPC pure (la charge résistive est déchargée).

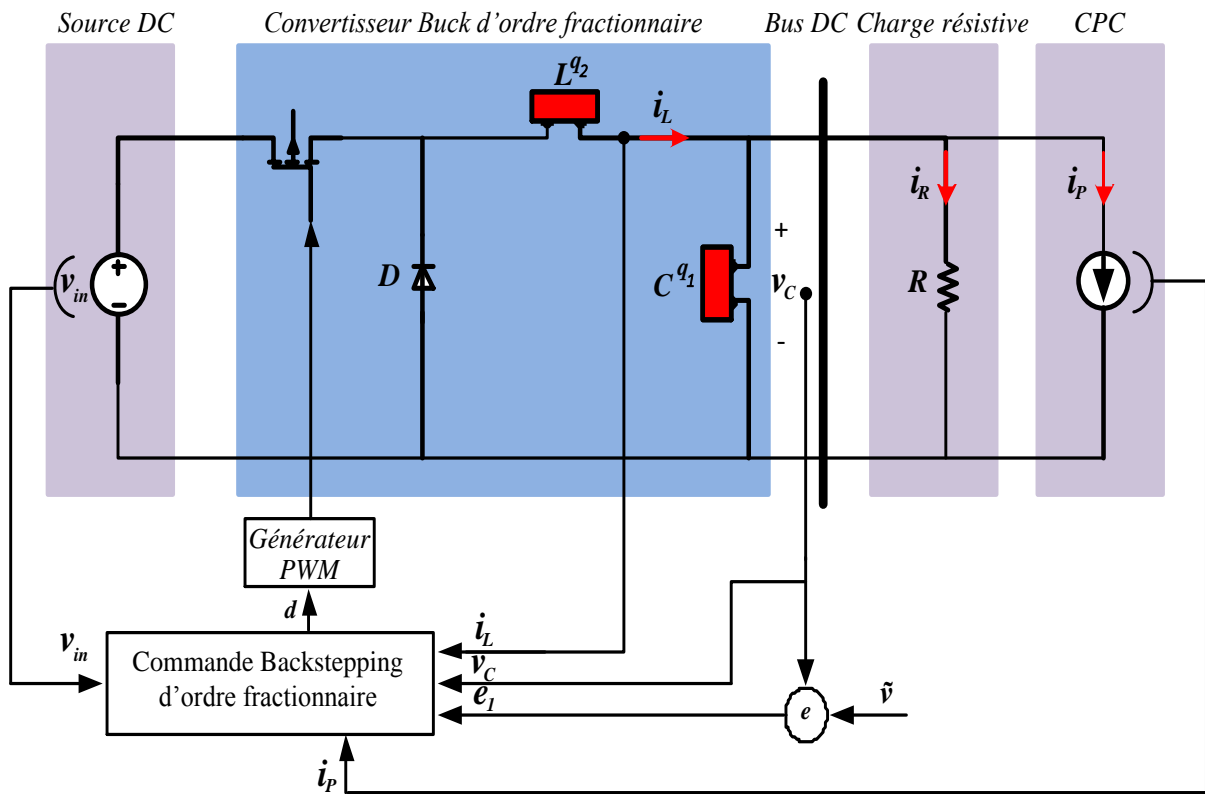


Figure 4.2 : Architecture de la commande proposée pour le convertisseur abaisseur.

4.4.1 L'approximation récursive d'Oustaloup

Comme indiqué précédemment, les composants d'ordre fractionnaire spécifique ne sont pas directement présentés dans l'environnement Simulink. Par conséquent, dans ce travail, La MAO est utilisée pour construire les dispositifs réels d'OF du convertisseur abaisseur à l'aide de composants bien connus d'ordre entier.

Paramètres du système	Description	Valeur	Unité
-----------------------	-------------	--------	-------

f	Fréquence de commutation	25	kHz
C^{q_1}	Condensateur	200	$\mu F/s^{1-q_1}$
L^{q_2}	Inductance	20	mH/s^{1-q_2}
v_{in}	Tension d'entrée	100	V
R	Résistance d'amortissement	5	Ω
q_1	Ordre fractionnaire du condensateur	0.96	
q_2	Ordre fractionnaire de l'inductance	0.97	
K_1	Paramètre du contrôleur	1000	
K_2	Paramètre du contrôleur	500	

Tableau 4.1 : Paramètres du modèle proposé.

D'après le tableau 4.1, la fréquence de fonctionnement du convertisseur abaisseur est de $f = 25kHz$. Ainsi, les exigences d'approximation d'Oustaloup sont choisies afin d'obtenir un modèle de circuit précis des éléments de stockage d'OF. Les paramètres d'Oustaloup sont les suivants : les bandes de fréquence adaptées sont $w_b = 10^{-2} rd/s$, $w_h = 10^7 rd/s$ et l'ordre du filtre d'Oustaloup $N = 8$.

Pour approfondir l'étude des modèles approximatifs de l'inductance d'OF et du condensateur d'OF, l'unité de fractance en chaîne de résistance / condensateur ou résistance / inductance est établie en utilisant la MAO. Les valeurs de la structure en chaîne pour le condensateur d'OF, présentées dans la figure 4.3, peuvent être calculées en comparant les formules de l'approximation d'Oustaloup et l'impédance d'entrée du circuit construit.

$$\frac{1}{C} s^{-p} \approx \sum_{i=1}^n \frac{1/C_i}{s+1/R_{C_i}C_i} + R_{C_{in}} \quad (4.24)$$

Pour un condensateur d'ordre fractionnaire $C_p=200 mF/s^{1-p}$ avec $p = 0.96$, les valeurs calculées $R_{C_{in}}$, R_{C_i} et C_i de la chaîne de fractance construite sont les suivantes : $R_{C_{in}} = 0.95 m\Omega$, $R_{C_1} = 1 m\Omega$, $R_{C_2} = 13.46 m\Omega$, $R_{C_3} = 0.16 \Omega$, $R_{C_4} = 1.97 \Omega$, $R_{C_5} = 23.54 \Omega$, $R_{C_6} = 283 \Omega$, $R_{C_7} = 3.65 k\Omega$, $R_{C_8} = 412 k\Omega$, $C_1 = 1.21 mF$, $C_2 = 1.25 mF$, $C_3 = 1.39 mF$, $C_4 = 1.53 mF$, $C_5 = 1.7 mF$, $C_6 = 1.89 mF$, $C_7 = 1.95 mF$, $C_8 = 0.23 mF$.

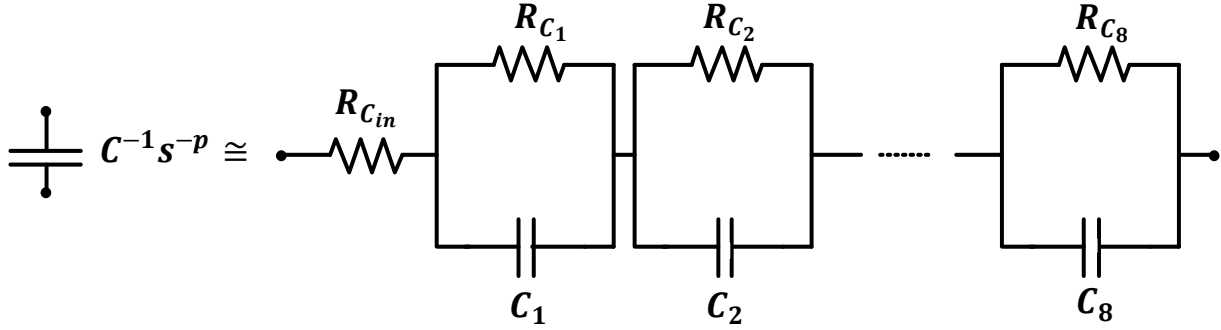


Figure 4.3. Circuit équivalent du condensateur d'ordre fractionnaire avec l'ordre $N = 8$.

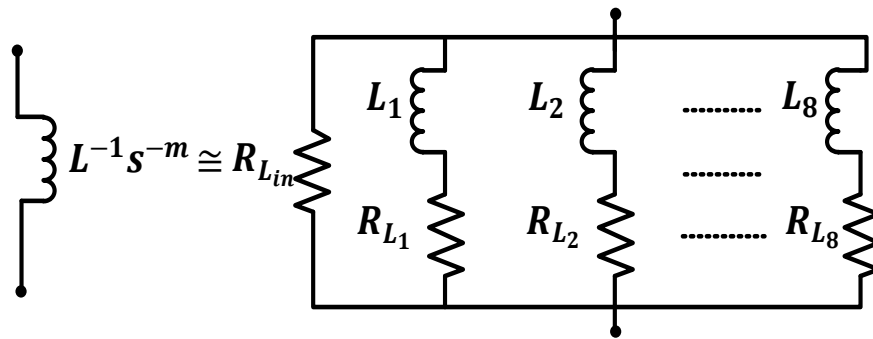


Figure 4.4. Circuit équivalent de l'inductance d'ordre fractionnaire avec l'ordre $N = 8$.

De manière similaire, pour l'inductance d'OF, les valeurs des résistances et des inductances, dans la figure 4.4, peuvent également être calculées en comparant les formules de l'approximation d'Oustaloup et l'impédance d'entrée de cette chaîne construite :

$$\frac{1}{L} s^{-m} \approx \sum_{i=1}^n \frac{1/L_i}{s + R_{L_i}/L_i} + \frac{1}{R_{L_{in}}} \quad (4.25)$$

Pour une inductance d'ordre fractionnaire $L_m = 20 \text{ mH}/s^{1-m}$ avec $m = 0.97$, les valeurs calculées $R_{L_{in}}$, R_{L_i} et L_i de la chaîne de fractance construite sont les suivantes : $R_{L_{in}} = 123 \text{ k}\Omega$, $R_{L_1} = 145 \text{ k}\Omega$, $R_{L_2} = 10.9 \text{ k}\Omega$, $R_{L_3} = 884 \text{ }\Omega$, $R_{L_4} = 70.76 \text{ }\Omega$, $R_{L_5} = 5.8 \text{ }\Omega$, $R_{L_6} = 0.46 \text{ }\Omega$, $R_{L_7} = 35 \text{ m}\Omega$, $R_{L_8} = 0.23 \text{ m}\Omega$, $L_1 = 0.19 \text{ H}$, $L_2 = 0.19 \text{ H}$, $L_3 = 0.2 \text{ H}$, $L_4 = 0.22 \text{ H}$, $L_5 = 0.24 \text{ H}$, $L_6 = 0.25 \text{ H}$, $L_7 = 0.25 \text{ H}$, $L_8 = 22.2 \text{ mH}$.

Remarque 4.3. Les condensateurs et inductances d'OF sont actuellement indisponibles. Une méthode d'approximation doit donc être utilisée dans la majorité des cas. Dans notre travail, le problème susmentionné de construction de modèles équivalents de ces éléments d'OF a été abordé

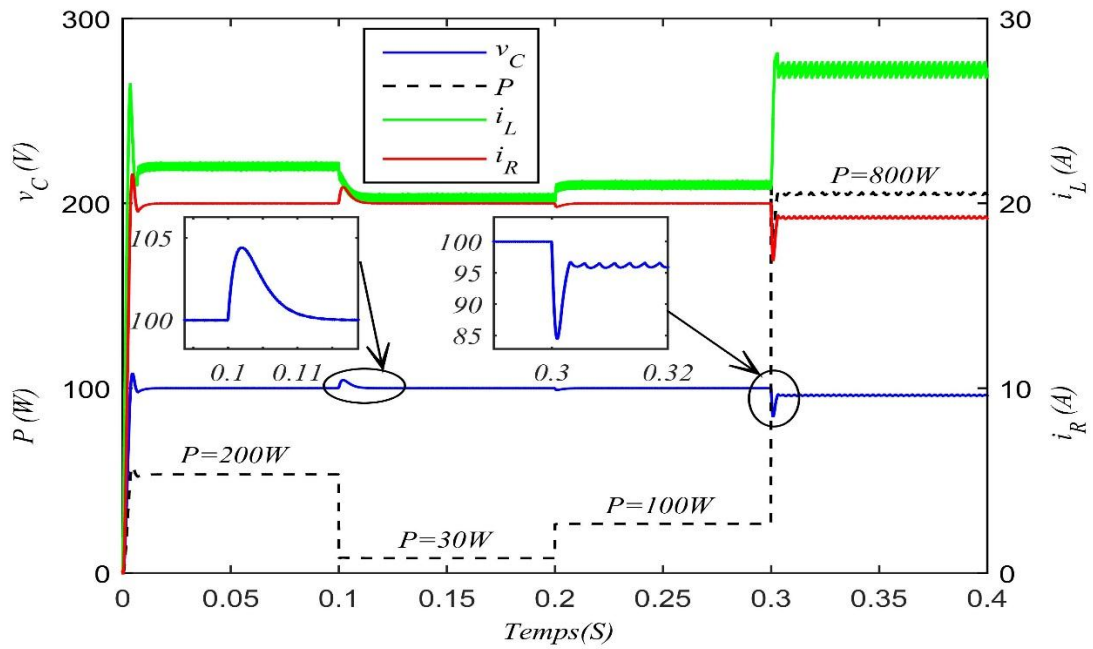
en utilisant la MAO dans une bande de fréquence appropriée. En effet, la majorité des études publiées ont indiqué le modèle correct en utilisant la MAO [69], confirmant l'exactitude des analyses caractéristiques de l'inductance et du condensateur d'OF conformément aux résultats théoriques.

Lors de la conception de l'ensemble du système illustré à la figure 4.2, notamment dans un prototype expérimental, les étapes suivantes doivent être considérées de manière exhaustive afin de rencontrer moins de limitations et de bénéficier de degrés de liberté plus élevés :

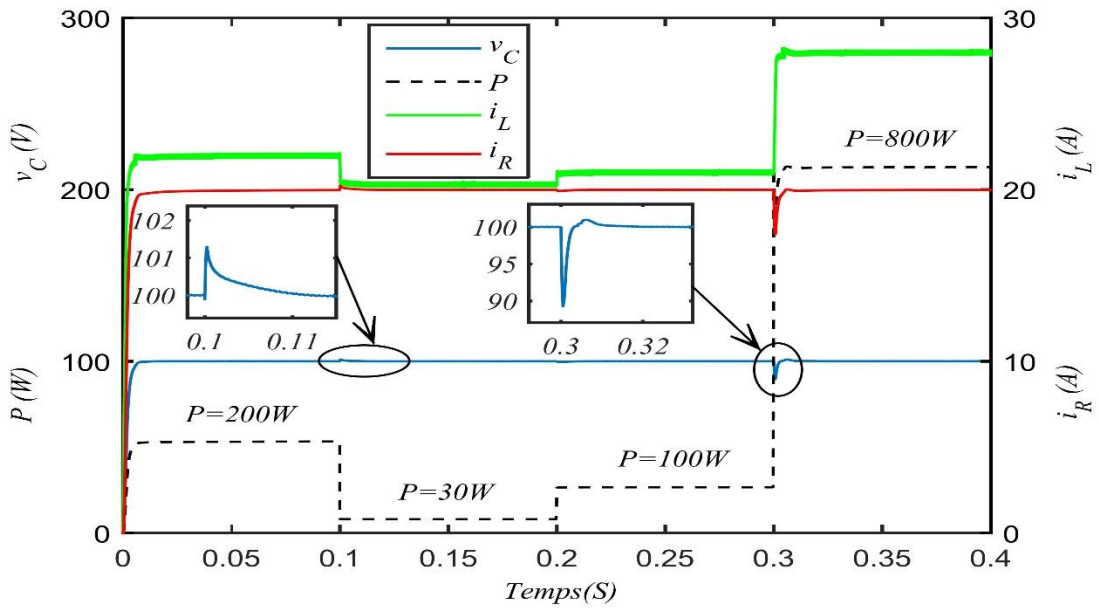
- Sélectionner un ordre approprié pour chaque dispositif de stockage d'énergie (p, m) qui est généralement proche de 1, afin que le convertisseur fractionnaire nécessitant une performance de contrôle supérieure et des exigences d'ondulation peut être conçu.
- Choisir une méthode d'approximation rationnelle appropriée telle que la méthode de Cherff, la MAO, etc.
- Choisir les paramètres de la méthode d'approximation (Oustaloup par exemple) appropriés liés à une certaine plage de fréquences (w_b, w_h, N). C'est pourquoi l'effet de l'approximation sera meilleur à la fréquence de fonctionnement souhaitée.
- Déterminer les paramètres du contrôleur (K_1, K_2).
- Choisir une longueur de mémoire optimale : une mémoire courte peut conduire au même résultat que celui obtenu dans les systèmes entiers ou même à des résultats approximativement inexacts, tandis qu'une mémoire longue peut entraîner des problèmes de charge de calcul supplémentaires.

4.4.2 Test sous variation de la CPC

Dans le premier scénario, le test est effectué pour vérifier l'effet des changements soudains de la sortie de la CPC sur la tension du bus DC.



(a)



(b)

Figure 4.5 : Résultats de simulation avec une CPC variable : (a) Commande Backstepping conventionnelle. (b) COF Backstepping.

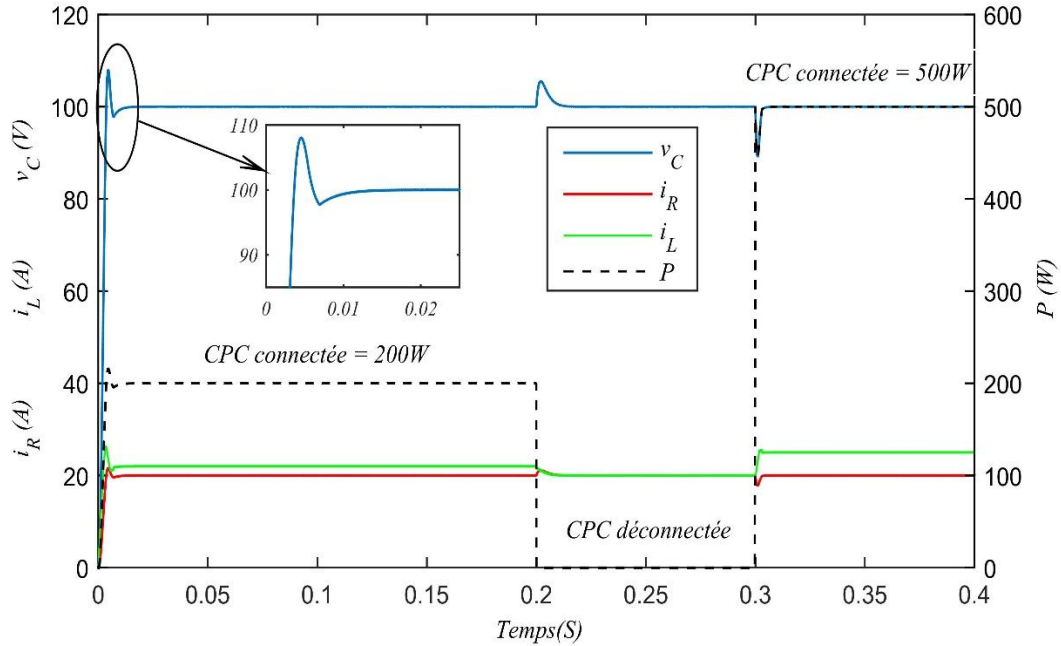
Comme illustré à la figure 4.5, les valeurs de variation de la CPC sont les suivantes : tout d'abord, la valeur de la CPC est fixée à 200 W. Nous avons constaté que la COF Backstepping atteint la tension du bus DC dans le temps souhaité (8,4 ms) et qu'aucun dépassement n'est enregistré. Ensuite, une transition critique est effectuée de 200 W à 30 W en 0,1s. Un dépassement de 5 V est enregistré pour le convertisseur d'ordre entier en 0,01s. Cependant, l'utilisation d'un convertisseur abaisseur d'OF commandé par la technique Backstepping d'OF peut effectivement réduire l'oscillation causée même par de grandes variations de la CPC. Ensuite, à 0,2 ms, le système est réévalué sous un changement soudain de la CPC de 30 W à 100 W. Tous les contrôleurs peuvent garantir la stabilité du système dans ce cas, car la tension du bus DC poursuit précisément sa valeur de référence.

Enfin, la CPC atteint une valeur élevée de 800 W à 0,3 ms. À cette étape de changement, le contrôleur d'ordre entier est inefficace pour maintenir les performances du système et conduit à une marge de stabilité plus faible, où la tension de sortie chute de 3,8 V et des oscillations intéressantes sont observées, comme le montre le tableau 4.2. De plus, la CPC varie dans une large gamme avec un sous-dépassement important de 15,53 V. Cependant, la réponse du système du convertisseur d'OF est stable et résiste aux perturbations causées par le courant élevé de la CPC.

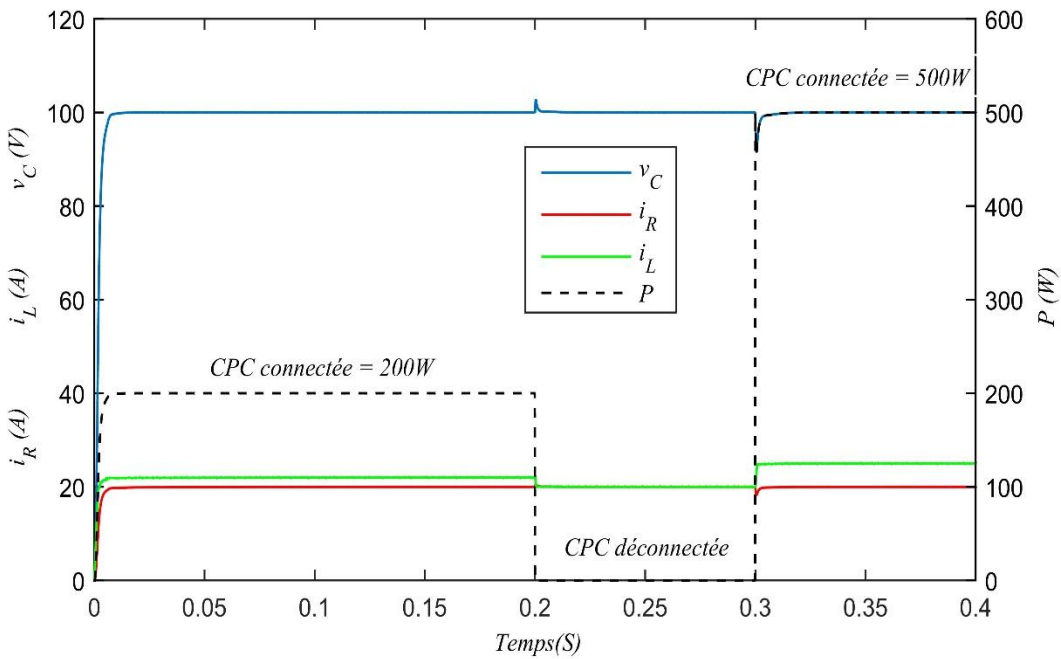
Ordre (p, m)	Temps de stabilisation (ms)	Dépassement maximum (V)	Sous-dépassement maximum (V)	Valeur d'erreur $v_c(V)$
(1, 1)	16	8	15.53	3.5
(0.96, 0.97)	8.4	1.3	10.65	0

Tableau 4.2 : Comparaison des performances des contrôleurs sous variation de la CPC.

Pour illustrer davantage la robustesse du système conçu avec un convertisseur abaisseur d'OF, un autre test est réalisé lors du retrait soudain de la CPC. Comme le montre la figure 4.6, la CPC est retirée subitement de 0,2 ms à 0,3 ms. Ce qui est important ici, c'est que la tension du bus DC du convertisseur d'ordre entier revient rapidement à sa valeur désirée de 100 V, mais des fluctuations importantes sont enregistrées, ce qui diminue la stabilité.



(a)



(b)

Figure 4.6 : Résultats de simulation avec chargement et déchargement CPC : (a) Commande Backstepping conventionnelle. (b) COF Backstepping.

En revanche, la tension du bus DC du convertisseur fractionnaire présente un léger dépassement et le système reste toujours stable. Ainsi, la robustesse du contrôleur en termes de stabilité sera assurée lorsqu'un système d'OF est commandé par un contrôleur non linéaire d'ordre fractionnaire.

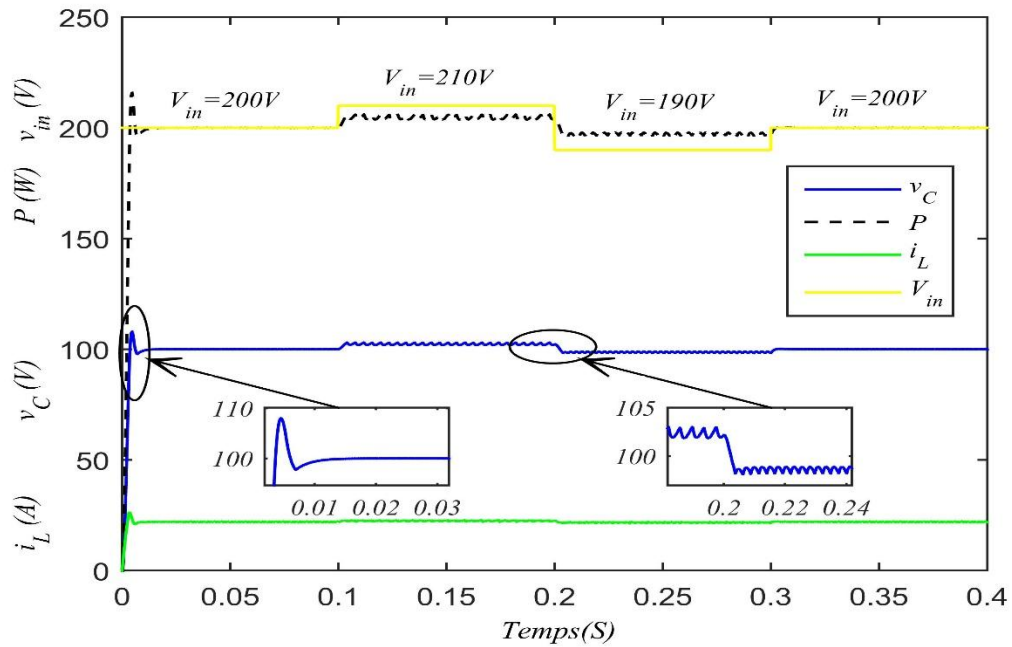
4.4.3 Test sous variation de la tension d'entrée

Le deuxième test est utilisé pour valider la supériorité du SOF proposé lorsque la tension d'entrée passe de 200 V à 210 V , de 210 V à 190 V , et de 190 V à 200 V aux moments de $0,1\text{ ms}$, $0,2\text{ ms}$ et $0,3\text{ ms}$, respectivement. La figure 4.7 illustre les formes d'onde de réponse des deux systèmes. Comme indiqué dans le tableau 4.3, la commande conventionnelle atteint son état stable en 16 ms , enregistrant un dépassement de 8 V , tandis que le contrôleur Backstepping d'ordre fractionnaire a une meilleure vitesse de réponse, et aucun dépassement n'est enregistré. La tension d'entrée est augmentée de 200 V à 210 V en $0,2\text{ ms}$. Il est à noter que le model d'ordre entier présente une certaine déviation par rapport à la tension du bus DC de $2,5\text{ V}$, provoquant ainsi une fluctuation significative dans la CPC. De plus, à $t = 0,3\text{ ms}$, la tension du bus principal chute également à $97,3\text{ V}$ par rapport à sa tension de référence.

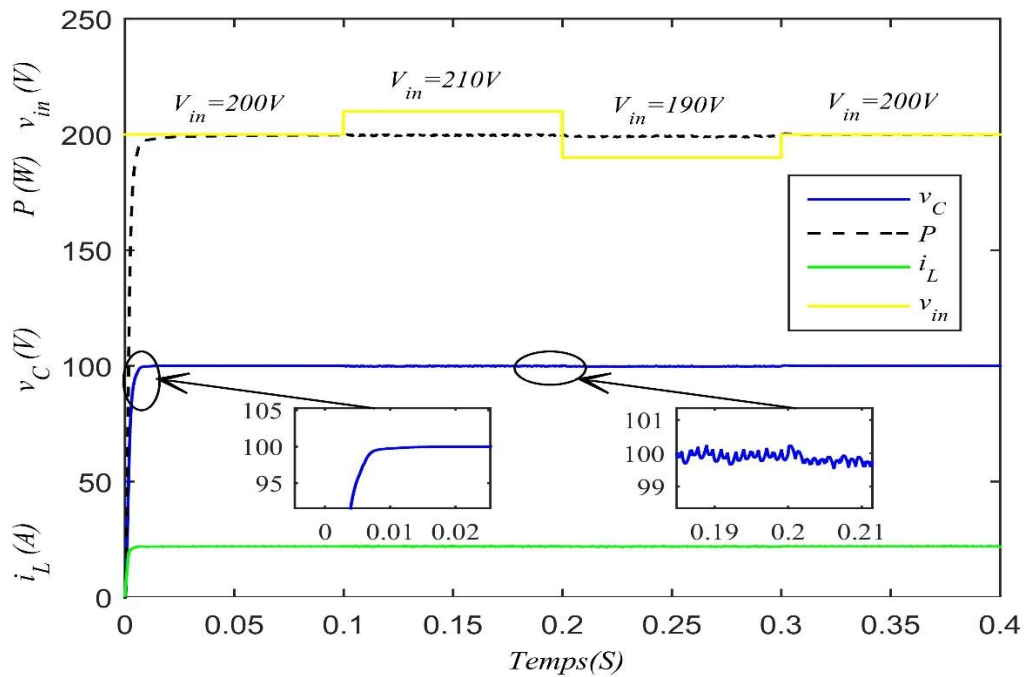
Ordre (p, m)	Temps de stabilisation (ms)	Dépassement maximum (V)	Sous-dépassement maximum (V)	Valeur d'erreur $v_c(V)$
(1, 1)	16	8	2.24	2
(0.96, 0.97)	8.4	0	0	0.05

Tableau 4.3 : Comparaison des performances des contrôleurs sous variation de v_{in} .

Ainsi, sous variation de la tension d'entrée, le contrôleur conventionnel ne peut pas garantir la stabilité du système. En revanche, l'application de la technique de contrôle proposée pour le convertisseur abaisseur d'OF est efficace pour éviter les problèmes de déstabilisation du système causés par une certaine plage de tension d'entrée, fournissant une tension stable du bus DC. Comme mentionné précédemment, la version d'OF a une performance dynamique lisse et une erreur d'état stationnaire négligeable, confirmant la robustesse de la méthode de commande suggérée.



(a)



(b)

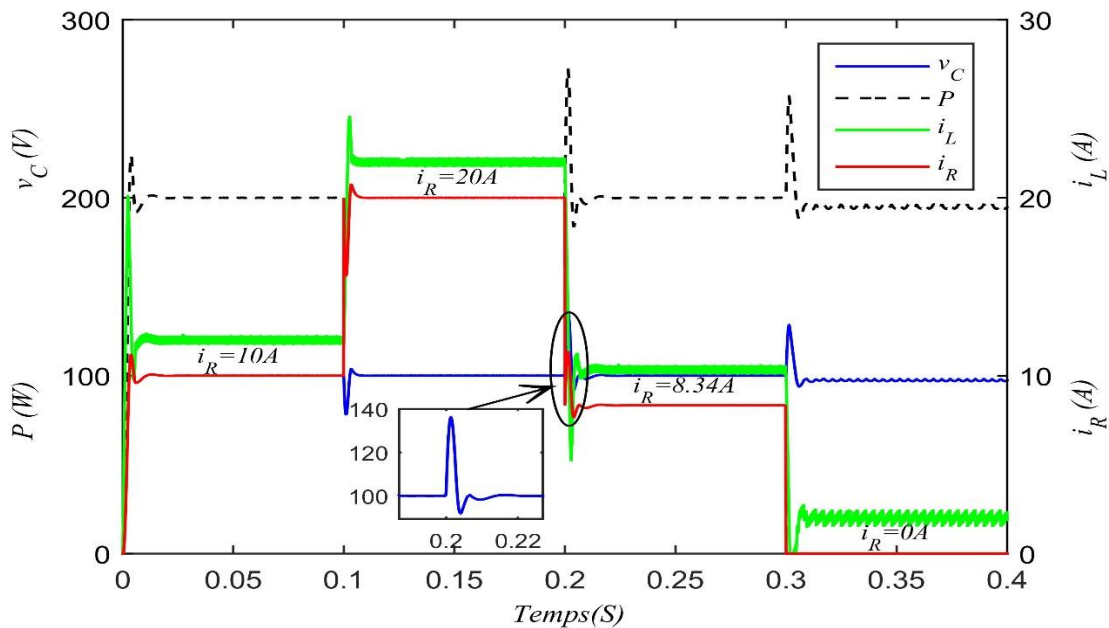
Figure 4.7 : Résultats de simulation avec une tension d'entrée variable : (a) Commande Backstepping conventionnelle. (b) COF Backstepping.

4.4.4 Test sous variation de la charge résistive

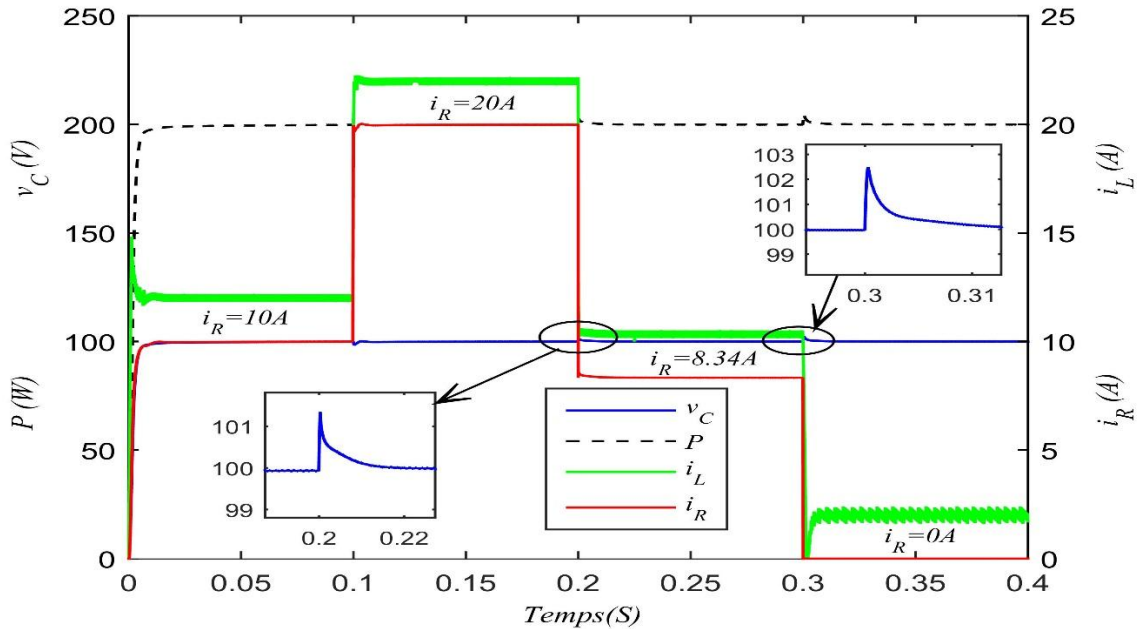
Ordre (p, m)	Temps de stabilisation (ms)	Dépassement maximum (V)	Sous-dépassement maximum (V)	Valeur d'erreur v_C (V)
(1, 1)	18	36.2	22.07	2.89
(0.96, 0.97)	11	2.5	10.65	0

Tableau 4.4 : Comparaison des performances des contrôleurs sous variation de la charge R .

L'impact de la variation de la charge résistive sur les formes d'onde de réponse du convertisseur abaisseur d'OF est représenté dans la figure 4.8. La charge résistive varie de $10\ \Omega$ à $5\ \Omega$ et de $5\ \Omega$ à $12\ \Omega$ à $0,1\ ms$ et $0,2\ ms$ respectivement. En examinant le tableau 4.4, un dépassement critique de $36,2\ V$ de la tension du bus DC est observé pour le convertisseur d'ordre entier à $0,2\ ms$. En revanche, le modèle d'OF présente une précision et une rapidité supérieures, avec un léger dépassement de $2,5\ V$. Le système est ensuite chargé par une CPC pure au moment de $0,3\ ms$.



(a)



(b)

Figure 4.8 : Résultats de simulation avec une charge résistive variable : (a) Commande Backstepping conventionnelle. (b) COF Backstepping.

Il est à noter que la commande d'ordre entier est inefficace pour maintenir les performances du système lorsque la charge résistive est déconnectée, ce qui entraîne des oscillations intéressantes où la tension de sortie chute de 2,89 V.

Cependant, la réponse du système du convertisseur d'OF reste stable avec presque aucune erreur en présence de variation de la charge R . Par conséquent, la robustesse du contrôleur en termes de stabilité sera renforcée lorsqu'un convertisseur abaisseur d'OF est commandé via une COF Backstepping.

4.4.5 Discussion

Dans ce chapitre, l'objectif est d'améliorer la stabilité des MG DC en présence de conditions de CPC. Comme mentionné précédemment, le système d'OF construit est évalué sous une variation de la CPC, v_{in} et la charge R . Pour examiner la stabilité du MG DC et la robustesse du contrôleur dans les pires scénarios, tels que la charge est une CPC pure, ces paramètres sont variés sur une large plage. Dans cette étude, l'utilisation d'un inducteur d'OF avec un ordre approprié de 0,97 pour le convertisseur abaisseur permet de choisir de manière exhaustive les ondulations de courant i_L selon

les besoins, offrant ainsi un plus grand degré de liberté. En outre, l'utilisation d'un condensateur d'OF avec un ordre approprié de 0,96 pour un convertisseur abaisseur peut efficacement atténuer les oscillations de la tension du bus DC par rapport au condensateur d'ordre entier.

La COF basé sur la méthode de Backstepping présente un meilleur temps de montée, un plus faible dépassement et quasiment aucune erreur en régime permanent, surpassant le cas où l'ordre est entier. De plus, le bruit causé par la variation de la CPC est fortement supprimé, améliorant ainsi les performances et la robustesse du système.

4.5 Conclusion

Basé sur les principes du calcul fractionnaire, un convertisseur abaisseur DC-DC d'OF est développé en utilisant la méthode d'approximation récursive d'Oustaloup dans une gamme de fréquences de fonctionnement spécifiée. Les composants d'ordre fractionnaire sont implémentés pour examiner le comportement dynamique du convertisseur. Pour relever les défis posés par les charges à puissance constante dans le microgrid DC, une commande non linéaire basée sur la technique Backstepping est conçue pour réguler la tension du bus DC à son niveau souhaité. La stabilité asymptotique du convertisseur abaisseur d'OF sous cette commande est démontrée à l'aide d'une fonction de Lyapunov non lisse et non linéaire.

Les résultats numériques mettent en évidence les avantages du COF par rapport à son homologue d'ordre entier dans la gestion de diverses perturbations. La commande Backstepping traditionnelle a du mal à garantir une opération stable dans les MGs DC en raison des fluctuations importantes de l'alimentation et des charges. En revanche, le contrôleur basé sur le CF offre une stabilité robuste et une poursuite précise de la tension, atténuant les effets néfastes des variations des CPC sur la tension principale du bus DC. De plus, la COF Backstepping présente une réponse dynamique rapide et des performances améliorées pour le convertisseur abaisseur.

Chapitre 5

Commande stabilisante d'OF appliquée à un hacheur dans un SPV

5 Commande stabilisante d'OF appliquée à un hacheur dans un SPV

5.1 Introduction

L'importance des énergies renouvelables dans notre vie quotidienne ne peut être sous-estimée. Elles représentent une solution durable face aux défis environnementaux et énergétiques mondiaux [93]. Les sources d'énergie renouvelable, telle que l'énergie solaire, offrent de nombreux avantages. Elles sont inépuisables, réduisent les émissions de gaz à effet de serre, et contribuent à la diversification des sources d'énergie, augmentant ainsi la sécurité énergétique.

Cependant, leur intégration et leur commande restent l'un des défis cruciaux. Pour cette raison, de nombreux algorithmes de PPPM ont été proposés, tels que la méthode de la conductance incrémentale auto-réglée [111], l'approche RNA-PSO [112], la commande par mode glissant robuste (SMC) [113], la commande Backstepping intégrale [114], et bien d'autres. Récemment, la COF a également été étendue aux algorithmes de PPPM en raison des ordres qui peuvent fonctionner comme des paramètres réglables supplémentaires ; ainsi, la poursuite du PPM devient plus cohérente, fiable et efficace.

Certains COFs satisfaisantes pour les SPVs garantissant un haut niveau d'efficacité ont été développées, tels que le contrôleur PID d'ordre fractionnaire adaptatif optimisé par un algorithme génétique [12] et le contrôleur logique flou optimal d'OF [13]. À notre connaissance, il n'existe pas de travaux sur l'utilisation de convertisseurs d'OF dans les SPVs autonomes.

Étant donné que le modèle d'OF d'un convertisseur DC-DC est plus précis qu'un modèle d'ordre entier, une version d'OF a été construite. Actuellement, des composants d'OF de commande spécifique ne sont pas directement disponibles dans l'environnement Simulink. Par conséquent, dans ce chapitre, la MAO est également utilisée pour construire les dispositifs réels du convertisseur Boost à l'aide de composants bien connus d'ordre entier. En tenant compte des caractéristiques du convertisseur de puissance lorsqu'il traite différents ordres arbitraires, un contrôleur d'OF non commensurable est nécessaire pour moduler le rapport cyclique du convertisseur élévateur d'OF.

Dans ce contexte, un contrôleur Backstepping à réseau de neurones d'OF non commensurable est établi pour améliorer la PPPM d'un module PV connecté à une charge résistive. La boucle de RNA en ligne est utilisée pour générer une tension de référence optimale définie en fonction des variations météorologiques. Cependant, il est observé que les objectifs principaux ne sont toujours pas atteints,

tels qu'une bonne poursuite du PPM sous des changements climatiques rapides, un temps de réponse réduit et une robustesse face à la variation de la charge. C'est pourquoi nous proposons d'utiliser un convertisseur élévateur DC-DC non inverseur d'OF. Selon la définition fractionnaire de R-L, les équations dynamiques d'OF du convertisseur élévateur sont dérivées en utilisant le principe de la méthode moyenne [115]. De plus, la stabilité asymptotique est prouvée en utilisant une nouvelle fonction de Lyapunov fractionnaire non lisse de la forme $V_i = V_{i-1} + |D^{p_i-p_\xi} e_i|$. Enfin, les résultats numériques démontrent la supériorité de la COF non commensurable par rapport à la version d'ordre entier de la commande Backstepping lorsque le système est confronté à toutes les perturbations ou changements climatiques possibles.

5.2 La modélisation du système photovoltaïque

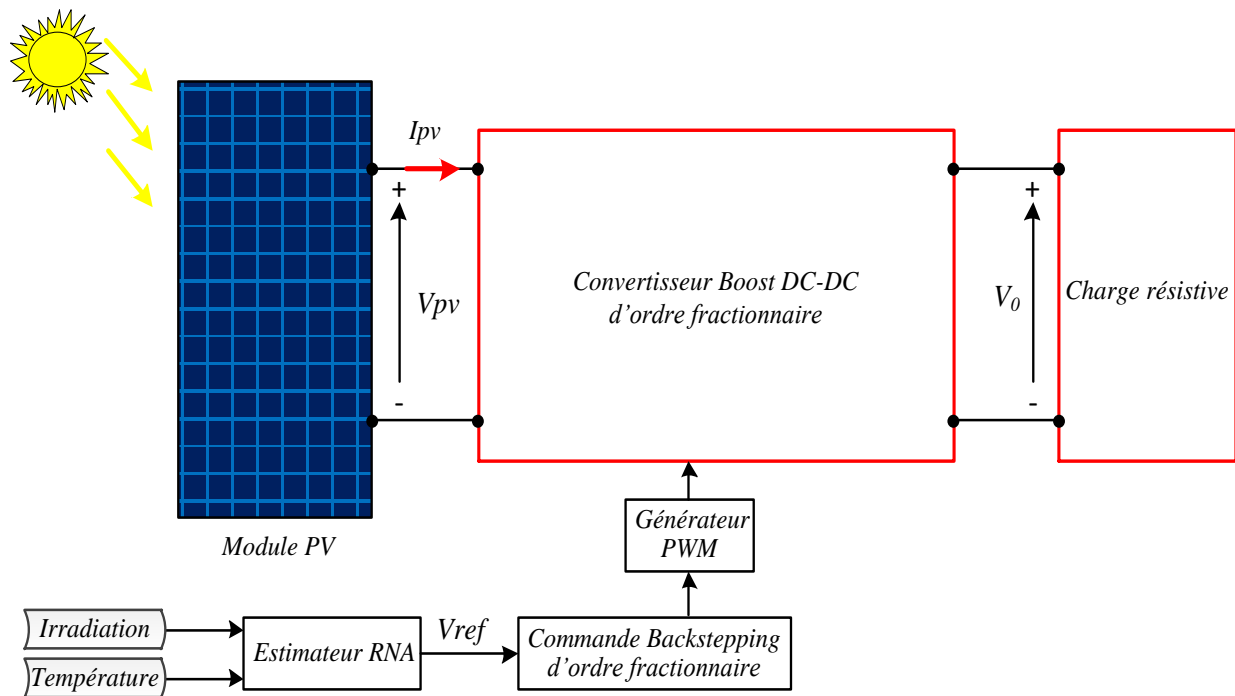


Figure 5.1 : Un schéma bloc proposé du système photovoltaïque.

Dans cette étude, la configuration proposée et la configuration conventionnelle du SPV autonome sont très différentes. La boucle de RNA peut rapidement prédire la tension de référence en mesurant les conditions météorologiques incidentes sur le panneau PV et fournit ce signal à un contrôleur Backstepping d'OF. Sur la base du modèle mathématique d'un hacheur Boost d'OF, la COF backstepping non linéaire est conçue pour suivre le signal de référence V_{ref} et génère le rapport

cyclique fourni au convertisseur. Comme le montre la figure 5.1, le convertisseur non inverseur d'OF est utilisé pour ajuster la tension de sortie fournie à une charge résistive R .

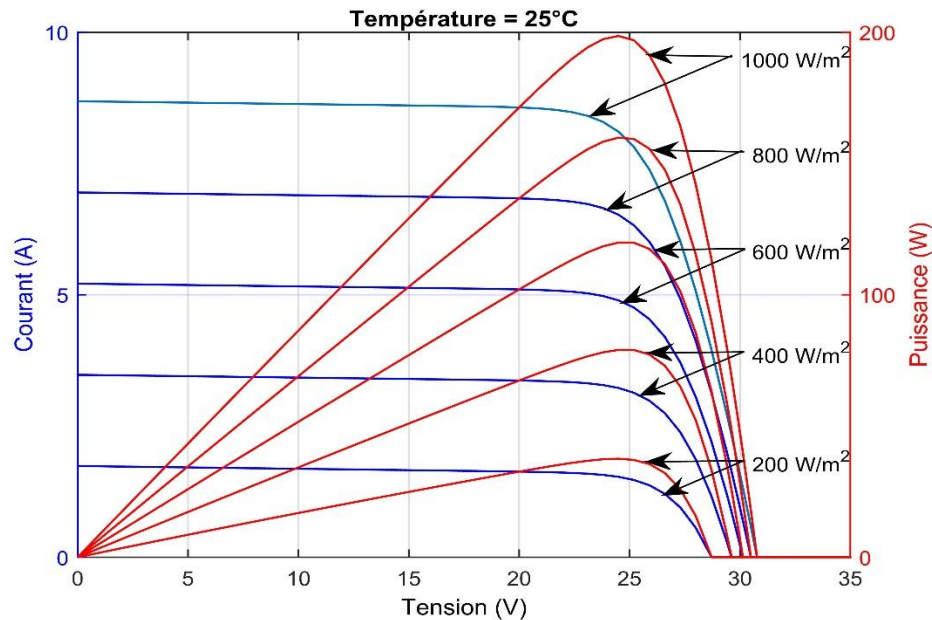
Dans ce contexte, les ordres de l'inductance et du condensateur sont considérés comme des paramètres supplémentaires pour améliorer l'efficacité et la performance de poursuite du PPM.

5.2.1 Caractéristiques d'un module PV

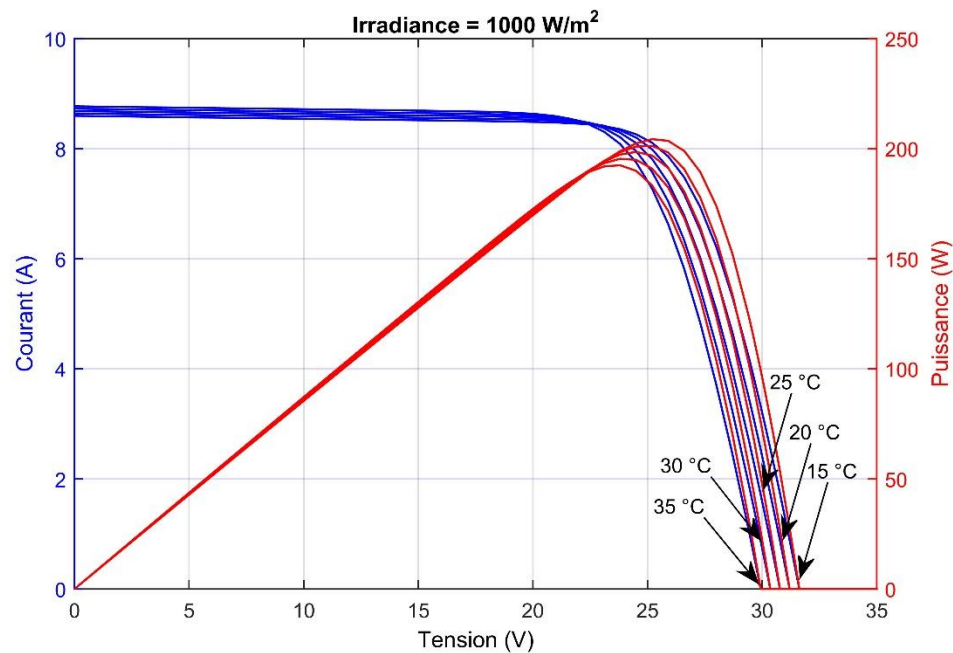
La figure 5.2 et le tableau 5.1 montrent les caractéristiques du module PV. Il est à noter qu'il existe un seul point de fonctionnement maximal à chaque température particulière et à chaque variation d'exposition au soleil. Par conséquent, plusieurs points extrêmes ont été enregistrés.

En raison des cellules photovoltaïques bien connues et de leur association, elles présentent des caractéristiques électriques fortement non linéaires. Bien que l'utilisation de capteurs de radiation et de température soit coûteuse, les réseaux de neurones artificiels se sont révélés être l'algorithme le plus efficace. Ils peuvent extraire les informations souhaitées immédiatement à partir des données, surpassant ainsi les algorithmes conventionnels.

Par conséquent, il a été proposé de prévoir directement le point de tension maximale. En conséquence, la poursuite du PPM du module PV peut être facilement garantie.



(a)



(b)

Figure 5.2 : Les courbes caractéristiques $I_{pv} - V_{pv}$ et $P_{pv} - V_{pv}$: (a) à différentes irradiances solaires; (b) à différentes températures de cellule.

Caractéristique	Magnitude
Puissance maximale	198.6 W
Courant de court-circuit	8.7 A
Courant à P_{max} (I_{PPM})	8.16 A
Tension à P_{max} (V_{PPM})	24.5 V
Tension à circuit ouvert	30.8 V
Nombre de cellules par module	50

Tableau 5.1 : Spécifications du panneau solaire.

5.2.2 Modélisation d'un hacheur Boost d'ordre fractionnaire

Les caractéristiques du condensateur ainsi que de l'inducteur sont naturellement d'OF. Par conséquent, le CF devrait être utilisé afin de réaliser une description plus claire de ces composants.

Comme indiqué dans le chapitre 4, le courant pour une tension appliquée générale sur un condensateur réel est donné par

$$i_C(t) = C \frac{d^p v_C}{dt^p} \quad (5.1)$$

où p (ordre) est une autre constante liée aux pertes du condensateur et C est la capacitance.

La tension pour un courant passant dans une inductance réelle est donnée par

$$v_L(t) = L \frac{d^m i_L}{dt^m} \quad (5.2)$$

où m (ordre) est une constante liée à l'effet de proximité et L est l'inductance.

Il convient de noter que le convertisseur Boost DC-DC non inverseur d'OF est dérivé dans un cas réel, tandis que la diode et le transistor sont considérés comme idéaux pour simplifier la modélisation.

Comme le montre la figure 5.1, le convertisseur proposé d'OF est utilisé pour ajuster la tension de sortie du module PV, qui sert d'entrée, tandis que la charge résistive constitue la sortie. Il se compose d'un transistor IGBT commuté par un signal de PWM. De plus, on suppose qu'il fonctionne en MCC, ce qui implique deux états de fonctionnement.

Dans l'état un, le transistor est activé/fermé et la diode est en inverse. Ici, la charge est déconnectée et l'inducteur est chargé par la tension V_{pv} . À l'inverse, dans l'état deux, le transistor est désactivé/ouvert et la diode est en direct. Dans ce cas, la charge est connectée à l'inducteur via la diode.

Maintenant, en utilisant la théorie de la moyenne, les équations dynamiques d'OF d'un hacheur Boost peuvent être exprimées comme suit :

$$\begin{cases} \frac{d^p V_{pv}}{dt^p} = \frac{I_{pv}}{C} - \frac{i_L}{C} \\ \frac{d^m i_L}{dt^m} = \frac{V_{pv}}{L} - (1-d) \frac{V_o}{L} \end{cases} \quad (5.3)$$

où m et p sont les coefficients d'OF du condensateur et de l'inducteur ; les variables d'état V_{pv} et i_L représentent respectivement les valeurs moyennes de la tension de sortie générée par le module PV et du courant de l'inducteur ; d est le rapport cyclique du signal de contrôle PWM ; V_o est la tension de sortie de la charge.

En général, les ordres $p, m \in (0,1)$ sont généralement différents, ce qui signifie que le système (5.3) est un SOF non commensurable.

5.2.3 Génération de la tension de référence par RNA

Le réseau de neurones artificiels (RNA) de type perceptron multicouche (MLP) est utilisé pour générer la tension de référence du panneau solaire en fonction de la température et de l'ensoleillement. En exploitant ces données d'entrée, le RNA apprend la relation non linéaire entre les conditions environnementales et la tension optimale. Cette approche permet d'améliorer l'extraction d'énergie et la stabilité du système photovoltaïque, notamment lorsqu'il est associé à un convertisseur Boost à ordre fractionnaire. Grâce à cette intelligence adaptative, le système s'ajuste dynamiquement aux variations climatiques pour un rendement énergétique optimal.

Malgré la non-linéarité de la cellule photovoltaïque face à différentes conditions d'ensoleillement en temps réel, le RNA peut prédire de manière optimale la tension de référence. Par conséquent, l'erreur de la commande de PPPM est minimisée.

Dans ce travail, le réseau a été préalablement entraîné sur une base de données de 80 cas de conditions météorologiques et il comprend différentes couches. Une couche d'entrée composée de deux neurones, qui représentent la température et les données d'irradiation. Une couche cachée de 48 neurones et une couche de sortie d'un neurone, qui correspond à la tension générée.

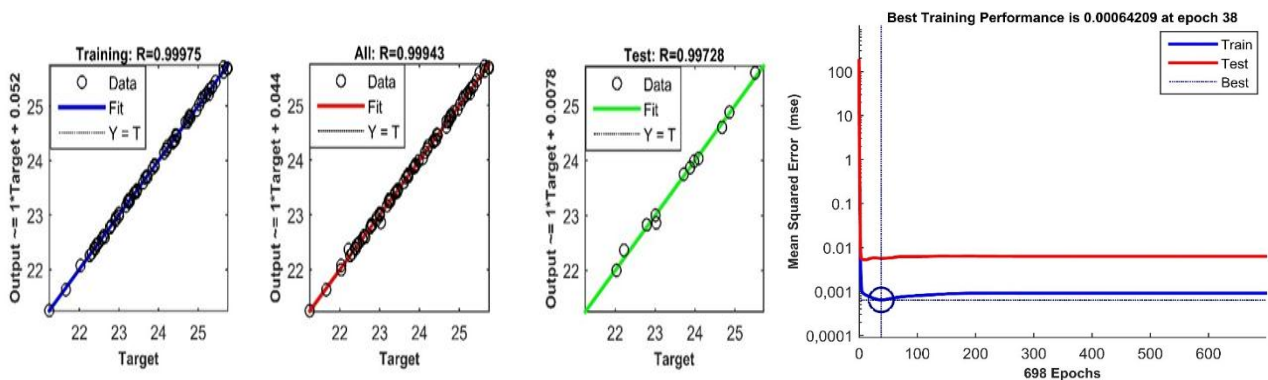


Figure 5.3 : Entraînement, test et tous les résultats.

L'entraînement a été réalisé plusieurs fois en utilisant l'algorithme de régularisation bayésienne comme outil numérique. La performance du modèle proposé est illustrée dans la figure 5.3. Les

résultats de l'entraînement, des tests et de l'erreur quadratique moyenne montrent que le réseau peut fournir avec succès une généralisation précise pour les ensembles de données d'entraînement.

5.3 Synthèse de la loi de commande

Selon l'idée du « Backstepping », le contrôleur conçu avec des ordres non commensurables consiste en des procédures récursives. En choisissant une fonction candidate de Lyapunov appropriée à chaque étape, une commande virtuelle est conçue pour stabiliser la variable d'erreur comme illustré par le théorème suivant. Ensuite, le contrôleur d apparaît dans la dernière équation. Par conséquent, la stabilité asymptotique est garantie.

Théorème 5.1. Considérons le SOF non commensurable (5.3), si le contrôleur $d \in (0,1)$ satisfait

$$d = 1 + \frac{L}{V_0} \left[D^m \rho - \frac{1}{L} V_{ref} + \frac{1}{L} e_1 - \frac{1}{c} e_2 \operatorname{sign}(D^{p-\xi} e_1) \operatorname{sign}(D^{m-\xi} e_2) + K_2 D^{m-\xi} e_2 \right] \quad (5.4)$$

où $e_1 = V_{ref} - V_{pv}$ et $e_2 = \rho - i_L$ sont les variables d'erreur. V_{ref} est la tension prédite par la boucle RNA. ρ est le contrôleur virtuel tel que $\rho = -CD^p V_{ref} + I_{pv} - CK_1 D^{p-\xi} e_1$. L'ordre $\xi = \min[p, m]$ est le plus petit ordre du système (5.3).

Ensuite, le système (5.3) est asymptotiquement stable. De plus, le convertisseur Boost DC-DC d'OF est stabilisé sous l'unique entrée de contrôle (5.4).

Preuve.

Prouvons le théorème (5.4) étape par étape.

Etape 1 : Les signaux d'erreur sont définis comme suit :

$$e_1 = V_{ref} - V_{pv}. \quad (5.5)$$

$$e_2 = \rho - i_L. \quad (5.6)$$

Le résultat souhaité est de ramener e_1 et e_2 à zéro. Le premier sous-système du système (5.3) est donné par :

$$\begin{aligned} D^p V_{pv} &= \frac{I_{pv}}{c} - \frac{i_L}{c} \\ D^p V_{pv} &= \frac{I_{pv}}{c} - \frac{1}{c} (\rho - e_2). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Maintenant, la fonction de Lyapunov fractionnaire est choisie sous la forme :

$$V_1 = |D^{p-\xi} e_1|. \quad (5.8)$$

où ξ est le plus petit ordre fractionnaire du système (5.3). Selon le lemme 3.1, 3.2 et la propriété additive de l'exponentiation, en prenant la dérivée temporelle fractionnaire de l'équation (5.8), on obtient :

$$\begin{aligned} D^\xi V_1 &= D^\xi |D^{p-\xi} e_1| \\ &\leq D^p e_1 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1). \end{aligned} \quad (5.9)$$

En insérant e_1 de l'Équation (5.5) dans l'Équation (5.9) en tenant compte de la propriété linéaire, nous obtenons :

$$\begin{aligned} D^\xi V_1 &\leq D^p (V_{ref} - V_{pv}) \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) \\ &\leq (D^p V_{ref} + \frac{1}{c} (\rho - e_2 - I_{pv})) \text{sign}(D^{p-\xi} e_1). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Comme mentionné ci-dessus, la première variable d'erreur e_1 doit converger vers zéro, donc la fonction de stabilisation ρ est choisie par :

$$\rho = -CD^{\beta_1} V_{ref} + I_{pv} - CK_1 D^{\beta_1-\gamma} e_1. \quad (5.11)$$

En insérant l'Équation (5.11) dans l'Équation (5.10), nous obtenons :

$$\begin{aligned} D^\xi V_1 &\leq (-K_1 D^{p-\xi} e_1 - \frac{1}{c} e_2) \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) \\ &\leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| - \frac{1}{c} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Etape 2 : Le deuxième sous-système du système (10) est donné par :

$$D^m i_L = \frac{V_{pv}}{L} - (1-d) \frac{V_o}{L} \quad (5.13)$$

De même, afin de suivre i_L à sa valeur souhaitée ρ , une fonction de Lyapunov composite est sélectionnée comme suit :

$$V_2 = V_1 + |D^{m-\xi} e_2|. \quad (5.14)$$

En utilisant l'Équation (5.12) dans la dérivée temporelle fractionnaire de l'Équation (5.14), nous obtenons :

$$\begin{aligned} D^\xi V_2 &= D^\xi V_1 + D^\xi |D^{m-\xi} e_2| \\ &\leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| - \frac{1}{c} e_2 \text{sign}(D^{p-\xi} e_1) + D^m (\rho - i_L) \text{sign}(D^{m-\xi} e_2). \end{aligned} \quad (5.15)$$

En insérant V_{pv} de l'Équation (5.5) et en substituant l'Équation (5.13) dans (5.15), nous obtenons :

$$D^\xi V_2 \leq -K_1 |D^{p-\xi} e_1| - \frac{1}{c} e_2 \operatorname{sign}(D^{p-\xi} e_1) + (D^m \rho - \frac{1}{L} (V_{ref} - e_1 - V_0(1-d))) \operatorname{sign}(D^{m-\xi} e_2). \quad (5.16)$$

Après des manipulations mathématiques simples, le contrôleur global d du système (5.3) peut être

$$d = 1 + \frac{L}{V_0} \left[D^m \rho - \frac{1}{L} V_{ref} + \frac{1}{L} e_1 - \frac{1}{c} e_2 \operatorname{sign}(D^{p-\xi} e_1) \operatorname{sign}(D^{m-\xi} e_2) + K_2 D^{m-\xi} e_2 \right] \quad (5.17)$$

Évidemment, en substituant la synthèse du contrôleur d dans l'Équation (5.16), nous obtenons : $D^\gamma V_2 \leq -K_1 |D^{\beta_1-\gamma} e_1| - K_2 |D^{\beta_2-\gamma} e_2|$, et pour K_1 et K_2 étant des constantes positives, la dérivée temporelle fractionnaire de l'Équation (5.16) est définitivement négative. Par conséquent, selon le théorème 5.1, le SOF (5.3) est stable au sens de Mittag-Leffler sous la commande non linéaire d'OF proposée.

5.4 Résultats de simulation

Paramètre	Valeur
Fréquence de commutation	20 kHz
Condensateur d'entrée C_{in}^p	1 mF/s ^{1-p}
Inductance L^m	0.15 mH/s ^{1-m}
Condensateur de sortie C_{out}^γ	500 μF/s ^{1-γ}
Résistance de charge R	10 Ω
p	0.95
m	0.9
γ	0.95
K_1	40000
K_2	50000

Tableau 5.2 : Paramètres du système proposé.

Pour évaluer la robustesse du SPV fractionnaire proposé, en particulier le convertisseur d'OF et la performance de la technique PPPM, le logiciel MATLAB/Simulink est utilisé pour simuler un modèle

efficace comme le montre la figure 5.4. Le schéma bloc du circuit approximatif du convertisseur est établi en utilisant la MAO.

Les paramètres du contrôleur conçu et du convertisseur d'OF sont mentionnés dans le tableau 5.2. D'autre part, comme résumé dans le tableau 5.4, une comparaison brève est effectuée concernant à la fois le convertisseur Boost d'ordre entier et celui d'ordre fractionnaire sous un test en boucle ouverte. Enfin, la robustesse de l'ensemble du SPV contre des conditions atmosphériques extrêmes et les changements de charge est étudiée sous un test en boucle fermée.

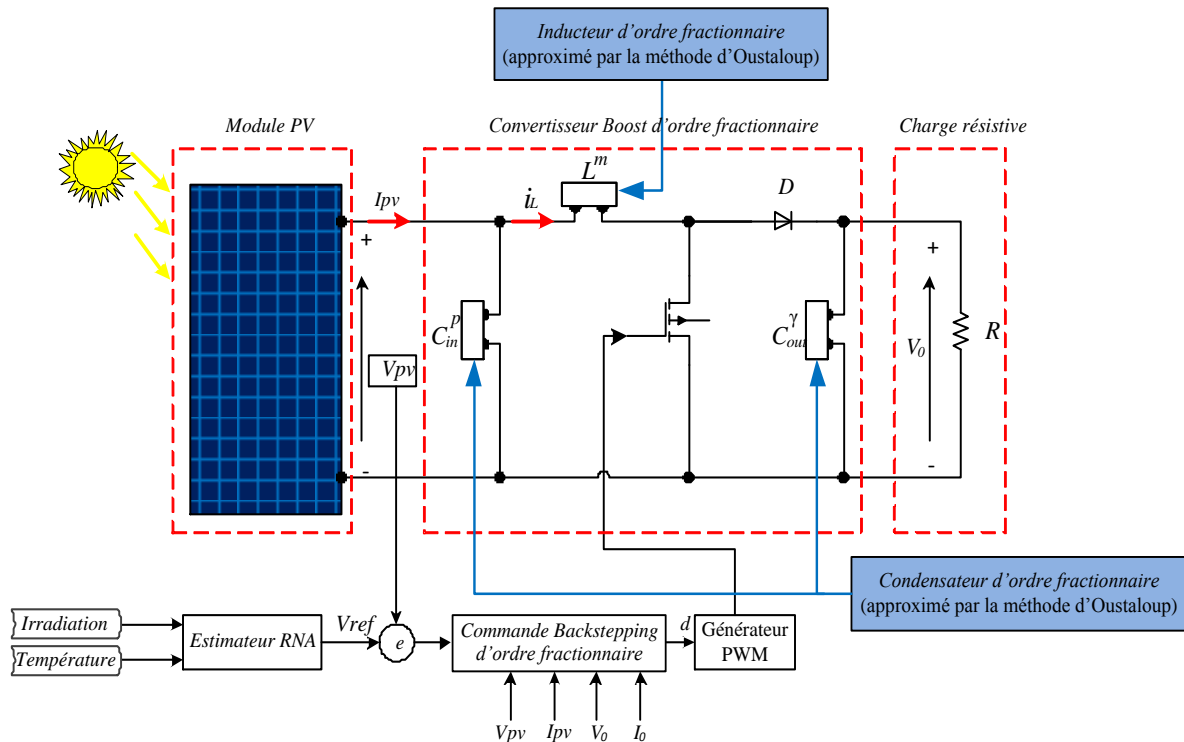


Figure 5.4 : Le système proposé avec structure de commande Backstepping et RNA.

5.4.1 Simulation du Circuit

En raison du fait que le convertisseur d'OF n'est pas directement disponible dans MATLAB/Simulink, il est nécessaire d'approximer l'inductance d'OF et le condensateur d'OF par des composants d'ordre entier avec des propriétés fractionnaires.

Pour l'approximation des modèles d'OF, l'unité de fractance en chaîne de résistor/condensateur ou résistor/inducteur est établie en utilisant l'approximation d'Oustaloup.

FO	$L^m = 0.15mH/s^{1-0.9}$.		$C_{in}^p = 1 mF/s^{1-0.95}$		$C_{out}^y = 500 \mu F/s^{1-0.95}$	
i	$R_{Li}(\Omega)$	$L_i(mH)$	$R_{in_i}(\Omega)$	$C_{in_i}(mF)$	$R_{out_i}(\Omega)$	$C_{out_i}(mF)$
in	299.3	/	0.22m	/	0.45m	/
1	204.27	0.18	0.195m	4.83	0.39m	2.41
2	23.45	0.21	1.9m	4.96	3.82m	2.47
3	2.93	0.26	17.19m	5.49	34.38m	2.75
4	0.368	0.33	0.15	6.16	0.31	3.09
5	0.046	0.41	1.36	6.93	2.74	3.44
6	5.8m	0.52	12.28	7.68	24.39	3.87
7	0.73m	0.65	109.4	8.63	218.86	4.32
8	85.5u	0.76	1.06k	8.94	2.13k	4.44
9	2.45u	0.22	78.27k	1.2	156.47k	0.6

Tableau 5.3 : Les paramètres de circuit calculés.

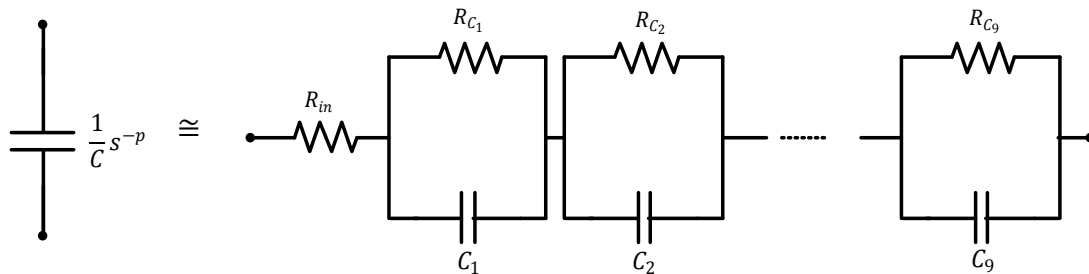


Figure 5.5 : L'unité de fractance en chaîne du condensateur avec propriété fractionnaire.

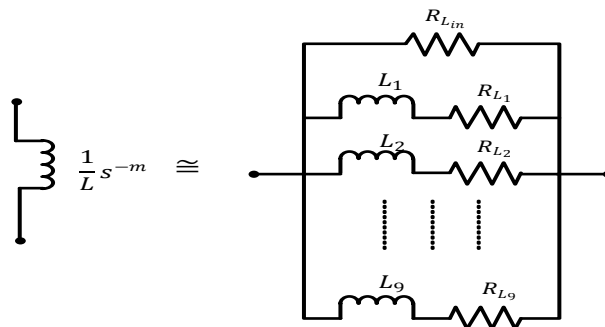


Figure 5.6 : L'unité de fractance en chaîne d'une inductance avec propriété fractionnaire.

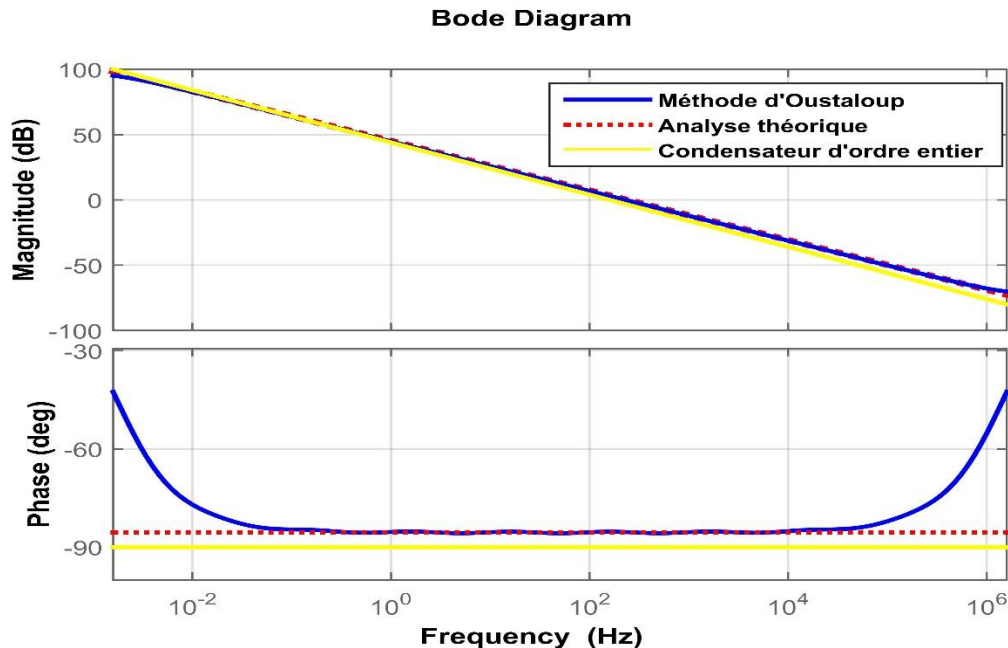
Les valeurs de la structure en chaîne pour le condensateur d'OF, illustrées à la figure 5.5, peuvent être calculées en comparant les formules de l'approximation d'Oustaloup et l'impédance d'entrée du circuit construit :

$$\frac{1}{C} S^{-p} = \sum_{i=1}^n \frac{1/C_{in,i}}{s+1/R_{in,i}C_{in,i}} + R_{in} \quad (5.18)$$

De même, pour l'inducteur d'OF, les valeurs des résistances et des inducteurs, illustrées à la figure 5.6, peuvent également être calculées en comparant les formules de l'approximation d'Oustaloup et l'impédance d'entrée de cette chaîne construite :

$$\frac{1}{L} S^{-m} = \sum_{i=1}^n \frac{1/L_i}{s+R_{Li}/L_i} + \frac{1}{R_{Lin}} \quad (5.19)$$

Pour satisfaire aux éléments d'OF construits, la MAO exige de sélectionner une plage de fréquence appropriée et un ordre de filtre adéquat. Étant donné que la fréquence de fonctionnement est $f=20$ kHz et $\omega = 2\pi f = 1.26 \times 10^5$ rad/s, nous choisissons la fréquence limite inférieure $\omega_b = 0.01$ rad/s, la fréquence limite supérieure $\omega_h = 10^7$ rad/s, et l'ordre d'approximation $N = 9$.



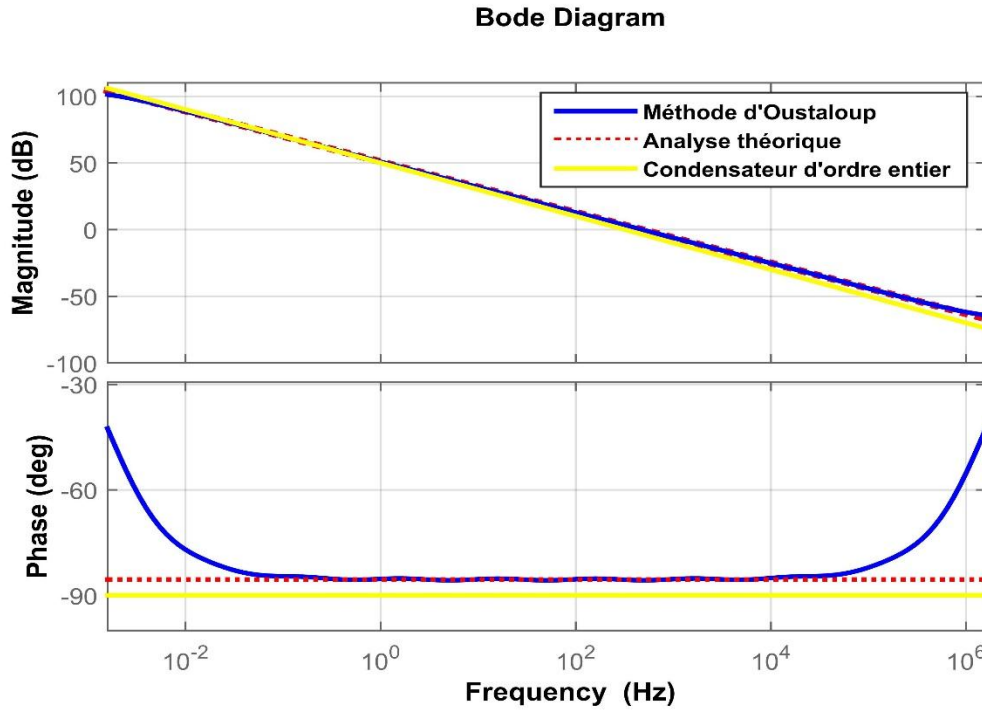


Figure 5.7 : Diagrammes de Bode : (a) Condensateur d'entrée $C_{in}^p = 1 \text{ mF}/s^{1-p}$; (b) Condensateur de sortie $C_{out}^\gamma = 500 \text{ }\mu\text{F}/s^{1-\gamma}$.

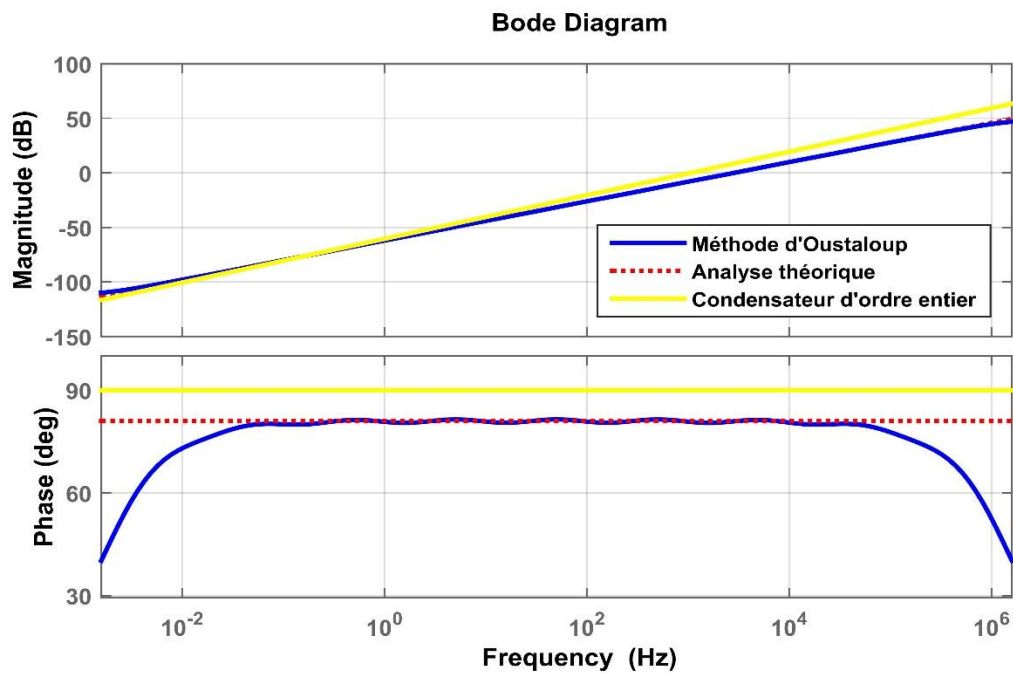


Figure 5.8 : Diagramme de Bode d'une inductance $L^m = 0.15 \text{ mH}/s^{1-m}$.

Comparé aux éléments d'ordre entier, le diagramme de Bode du condensateur d'entrée d'ordre fractionnaire $C_{in} = 1 \text{ mF}/s^{1-p}$ et du condensateur de sortie d'ordre fractionnaire $C_{out} = 0.5 \text{ mF}/s^{1-\gamma}$ avec un ordre de 0.95, ainsi que de l'inducteur d'ordre fractionnaire $L = 150 \text{ uH}/s^{1-m}$ avec un ordre de 0.9, sont respectivement présentés dans les figures 5.7 et 5.8. Comme montré dans la figure 5.7, les lignes solides jaunes représentent les formes d'onde idéales des condensateurs d'ordre entier, les courbes solides bleues illustrent l'approximation d'Oustaloup des condensateurs d'OF, et les courbes en points rouges correspondent également aux formes d'onde idéales des condensateurs d'OF. Théoriquement, les amplitudes des condensateurs d'OF sont des lignes droites avec une pente de $-20(p, \gamma) \text{ dB/deg}$, et les phases sont égales à $-(p, \gamma) \frac{\pi}{2} \text{ deg}$, ce qui est conforme à l'analyse caractéristique des composants construits.

De même, à partir de la figure 5.8 présentée ci-dessus, la ligne solide jaune représente la forme d'onde idéale de l'inducteur d'ordre entier, la courbe solide bleue illustre l'approximation d'Oustaloup de l'inducteur d'OF, et la courbe en points rouges correspond également à la forme d'onde idéale de l'inducteur d'OF. De plus, l'amplitude d'un inducteur d'OF est théoriquement une ligne droite avec une pente de $20\beta_2 \text{ dB/deg}$ et la phase est égale à $\beta_2 \frac{\pi}{2} \text{ deg}$, ce qui est conforme à l'analyse caractéristique du composant construit.

En résolvant les Équations (5.18) et (5.19), les paramètres de circuit calculés sont présentés dans le tableau 5.3.

5.4.2 Performance sous test en boucle ouverte

Pour comparer le convertisseur Boost d'ordre entier avec le convertisseur Boost d'OF (le tableau 5.3), comme décrit dans la figure 5.9, nous tenons compte du fait que les paramètres des convertisseurs sont identiques. De plus, la comparaison est effectuée lors d'un test en boucle ouverte avec un rapport cyclique $D = 0.5$. En outre, pour s'assurer que le convertisseur traditionnel fonctionne en MCC, les paramètres du circuit pour la simulation sont choisis comme suit : $R = 20\Omega$, $U_{in} = 30V$, $f = 20\text{kHz}$, $L = 0.15\text{mH}$ et $C_{out} = 500\mu F$. Sans prêter attention au mode de fonctionnement, le condensateur de sortie d'ordre 0.95 et l'inducteur d'ordre 0.9 sont sélectionnés.

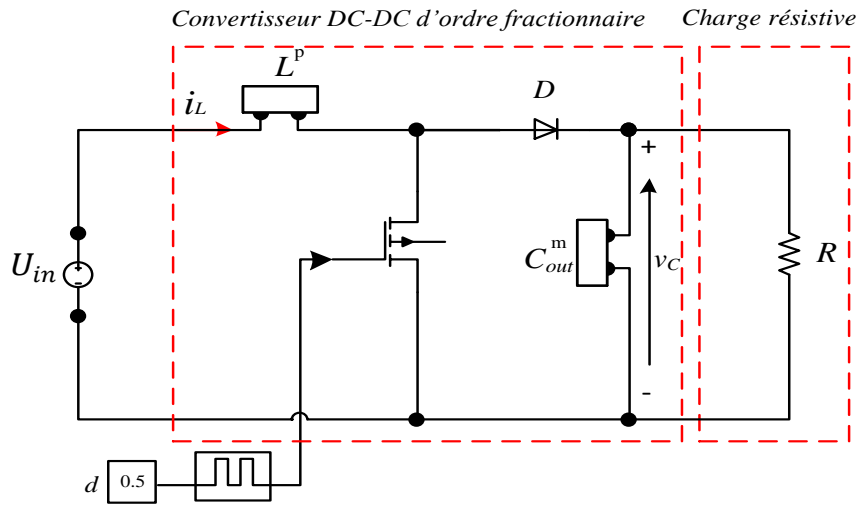


Figure 5.9 : Hacheur élévateur d'ordre fractionnaire.

Ordre	Temps de stabilisation (s) i_L / v_C	Dépassement $i_L(A) / v_C(V)$	Ondulation du $i_L(A)$	Ondulation de la $v_C(V)$	Mode d'opération
(1,1)	0.01 / 0.05	122.2 / 123.7	5.44	0.16	MCC
(0.95, 0.9)	0.001 / 0.01	133.1 / 103.2	16.9	0.45	MCD

Tableau 5.4 : Résultats de simulation.

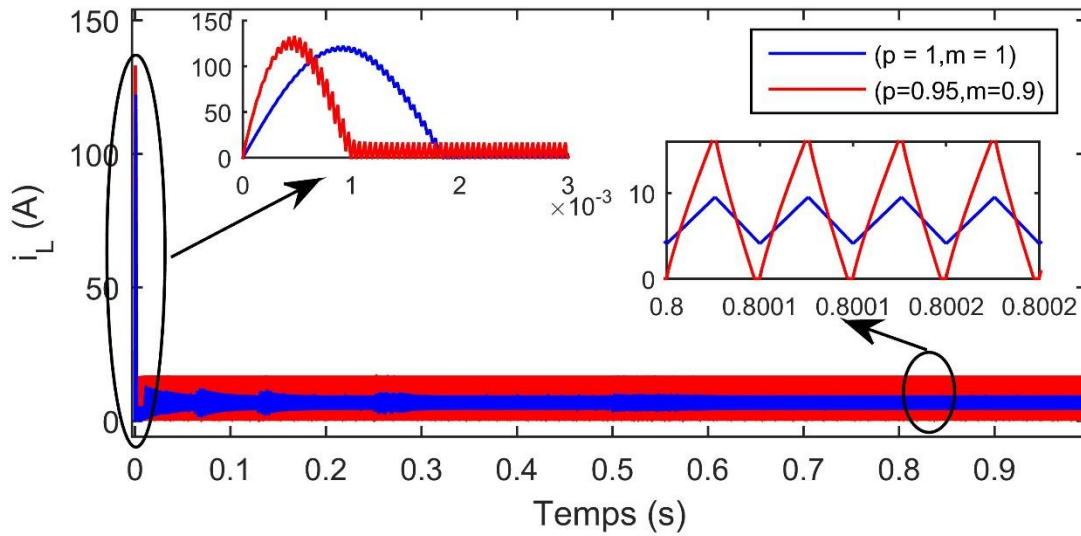


Figure 5.10 : le courant de l'inducteur.

Sous les mêmes critères, le tableau 5.4 présente les principaux résultats obtenus : nous pouvons voir que le temps de stabilisation du convertisseur d'OF est très court et le dépassement de la tension de sortie devient plus petit que celui du convertisseur d'ordre entier comme illustré à la figure 5.11. De plus, les oscillations du courant de l'inducteur et de la tension du condensateur augmentent significativement dans le convertisseur d'OF. Dans la figure 5.10, le convertisseur classique fonctionne en MCC, tandis que le convertisseur d'OF fonctionne en MCD. Cela signifie que l'effet de l'ordre sur les exigences de l'ondulation et le mode de fonctionnement doit être pris en compte de manière appropriée.

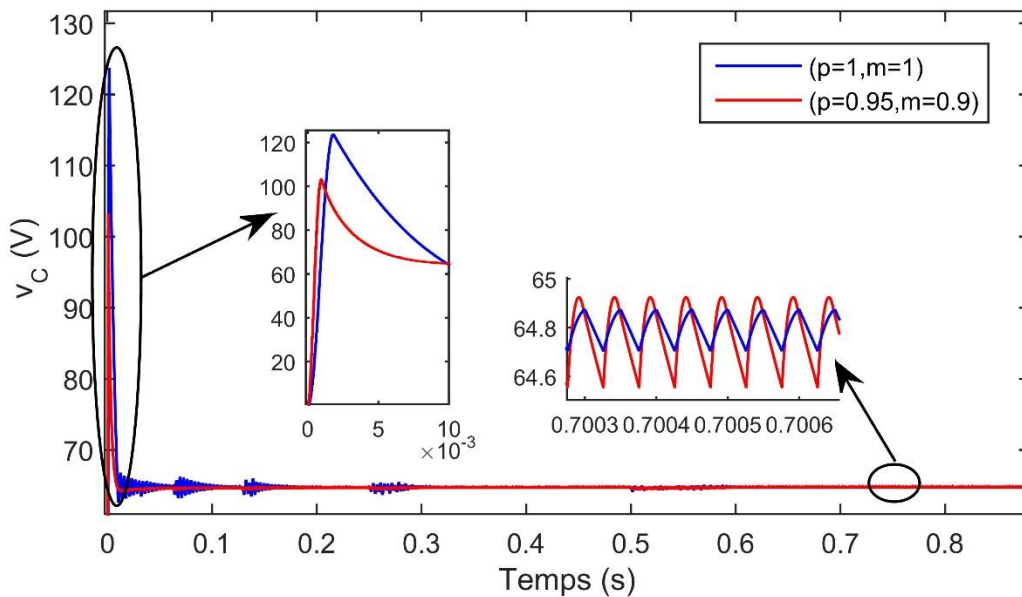


Figure 5.11 : La tension du condensateur.

5.4.3 Performance sous test en boucle fermé

Comme indiqué à la figure 5.4, une évaluation du contrôleur non linéaire PPPM proposé utilisant le convertisseur Boost d'OF est effectuée selon deux aspects. Dans la première section, la performance est examinée lorsque le module PV est soumis à des conditions météorologiques difficiles, avec les figures 5.12 et 5.15 représentant respectivement les profils de température et d'irradiance. Dans la deuxième section, la robustesse face aux changements de charge est évaluée.

5.4.3.1 Robustesse sous les variations de température

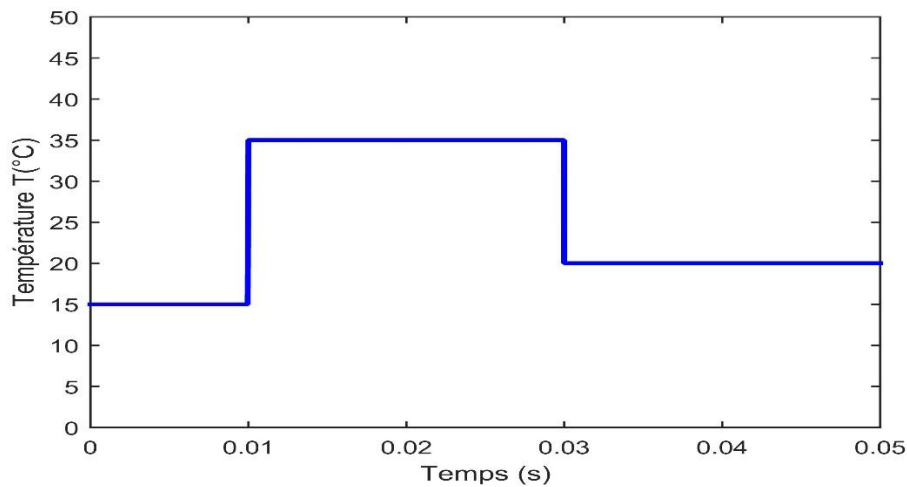


Figure 5.12 : Courbe de température.

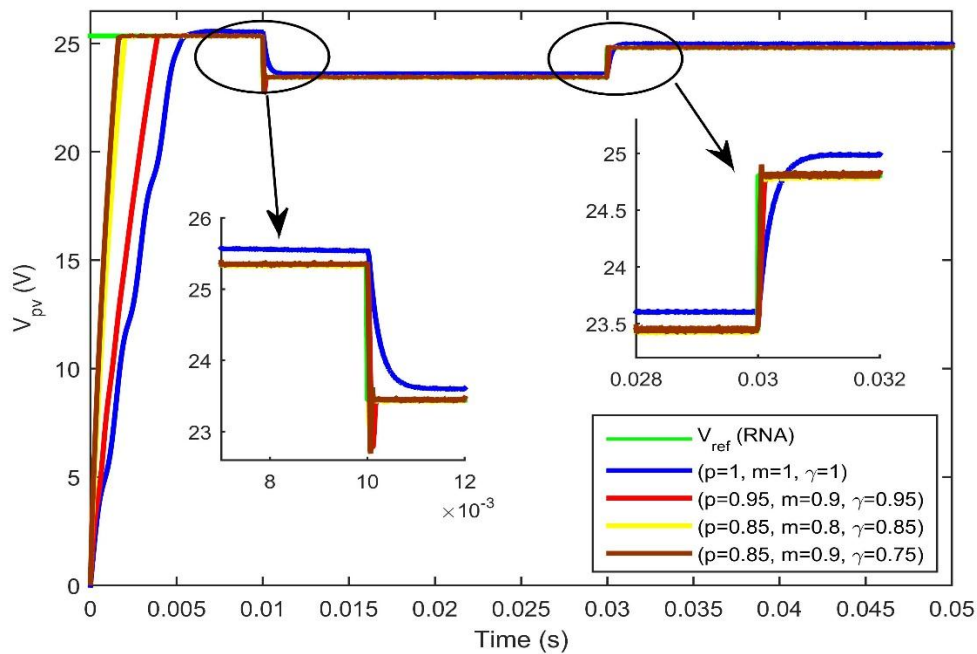


Figure 5.13 : Tension de sortie sous des variations de température ($15\text{ }^{\circ}\text{C} - 35\text{ }^{\circ}\text{C}$) à une irradiation de 1000 W/m^2 .

Ce test est réalisé sous une irradiation constante ($E = 1000\text{ W/m}^2$), tandis que la température est brusquement augmentée de $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ à $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ en $0,01\text{ s}$. Elle est ensuite réduite à $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ en $0,03\text{ s}$. Les

figures 5.13 et 5.14 montrent respectivement la tension de sortie V_{pv} et la puissance P_{pv} du module PV, ainsi que la variation des ordres (p, m et γ) du convertisseur Boost lorsque la charge résistive est égale à 20Ω .

La figure 5.13 illustre que la tension de sortie du convertisseur classique ne suit pas précisément la tension de référence, tandis que les formes d'onde de tension des convertisseurs d'OF suivent de près le signal de référence. De plus, les convertisseurs d'OF présentent des temps de réponse plus rapides. La figure 5.14 démontre en outre que la puissance de sortie transmise par le convertisseur d'OF (avec des ordres 0,85, 0,9, 0,75) utilisant un contrôleur de retour d'état basé sur un RNA atteint avec succès le PPM en 1,5 ms, avec une perte de puissance maximale de 5,26 % à 0,01 s. En revanche, le convertisseur d'ordre entier avec un contrôleur de retour d'état basé sur un RNA nécessite 6 ms pour atteindre le PPM, affichant une perte de puissance maximale de 8,38 % au même moment, ce qui indique une amélioration de 75 % de la vitesse de poursuite.

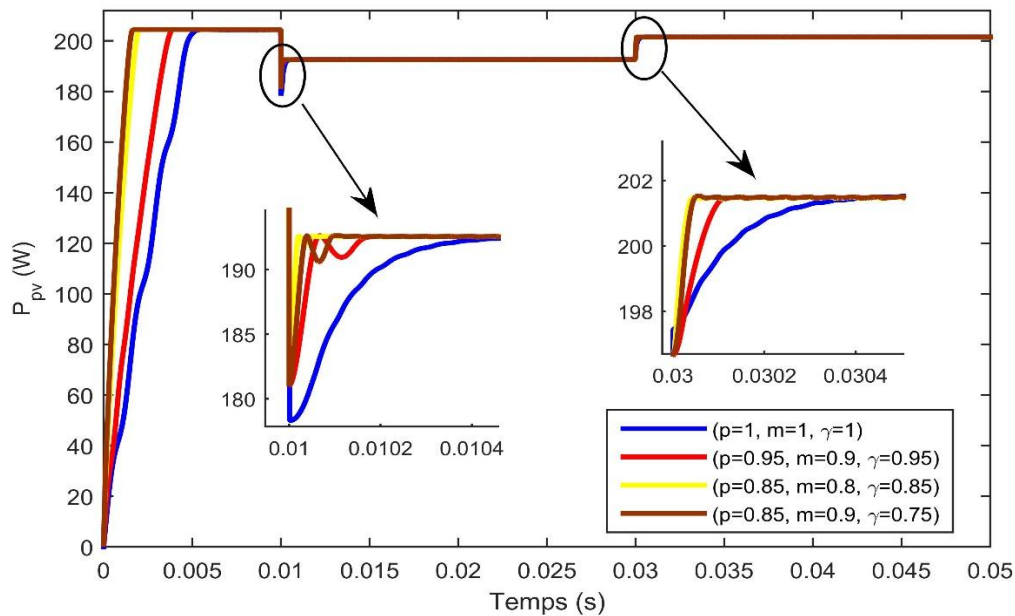


Figure 5.14 : Puissance de sortie sous des variations de température ($15^{\circ}\text{C} - 35^{\circ}\text{C}$) à une irradiation de $1000 \text{ W}/\text{m}^2$.

De plus, comme le montre le tableau 5.5, l'efficacité d'extraction de la puissance maximale du module PV utilisant la COF Backstepping est de 99,07 %, dépassant celle du contrôleur de retour d'état conventionnel, qui atteint 98,8 %. Notamment, la COF BSC basé sur RNA démontre une plus

grande robustesse, maintenant la stabilité du SPV face aux variations de température, avec des oscillations minimales autour du PPM. Ainsi, l'ordre du contrôleur a un impact significatif sur la performance du convertisseur de puissance ainsi que sur l'efficacité de la technique de PPPM.

Température (°C)	P_{PPM} (W)	P_{pv} (W) (0.85, 0.9, 0.75)	Efficacité %	P_{pv} (W) (1, 1, 1)	Efficacité %
15	205.7	204.2	99.3	203.7	99
35	194.6	192.1	98.7	191.8	98.6
20	202.9	201.3	99.2	201	99

Tableau 5.5 : L'efficacité de la commande proposé sous $E = 1000 \text{ W/m}^2$.

5.4.3.2 Robustesse sous les variations d'irradiance

E (W/m^2)	P_{PPM} (W)	$P_{pv}(0.85, 0.9, 0.75)$	Efficacité %	$P_{pv}(1, 1, 1)$	Efficacité %
1000	198.6	198	99.69	197.6	99.47
700	141.2	140.13	99.24	140.08	99.2
400	79.12	78.41	99.1	77.9	98.45

Tableau 5.6 : L'efficacité de la commande proposé sous $T = 25^\circ\text{C}$.

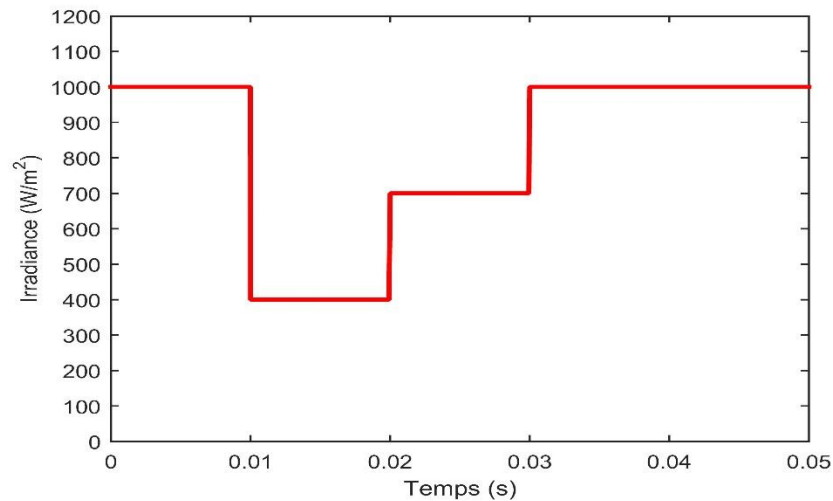


Figure 5.15 : Courbe d'irradiance.

La performance du système proposé a été étudiée plus en détail à une température constante de 25°C , tandis que l'irradiance varie considérablement : de 1000 W/m^2 à 400 W/m^2 à $0,01\text{ s}$, puis augmente à 700 W/m^2 à $0,02\text{ s}$, pour finalement se stabiliser à nouveau à 1000 W/m^2 à $0,03\text{ s}$. Les figures 5.16 à 5.18 présentent l'analyse détaillée de la tension de sortie, du courant de sortie et de la puissance de sortie du module PV, respectivement, en fonction de la variation des ordres (p, m, γ) .

Durant cette expérience, la charge résistive est fixée à 20Ω .

Les figures 5.16 et 5.17 montrent que la tension de sortie V_{pv} et le courant I_{pv} du convertisseur d'ordre entier dévient des signaux de référence. En revanche, les formes d'onde de sortie des convertisseurs d'OF poursuivent avec succès leurs références et le font en moins de temps.

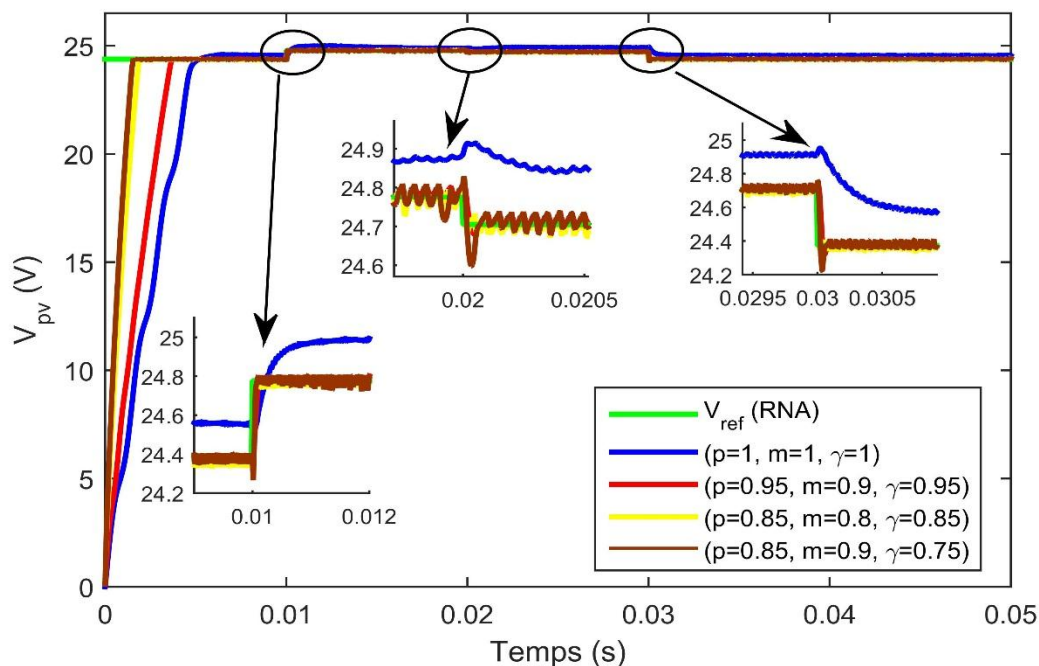


Figure 5.16 : Tension de sortie sous des variations d'irradiance ($1000\text{ W/m}^2 - 400\text{ W/m}^2$) à une température de 25°C .

La figure 5.18 démontre que le module PV peut poursuivre avec précision le PPM en utilisant le contrôleur proposé d'OF basé sur un RNA en $1,42\text{ ms}$, tandis que le convertisseur classique avec un contrôleur Backstepping basé sur un RNA nécessite $5,2\text{ ms}$. Cela indique une amélioration de 72% de la vitesse de poursuite avec le contrôleur proposé. Les deux conceptions ont enregistré une perte de puissance maximale d'environ $0,7\%$ à $0,01\text{ s}$.

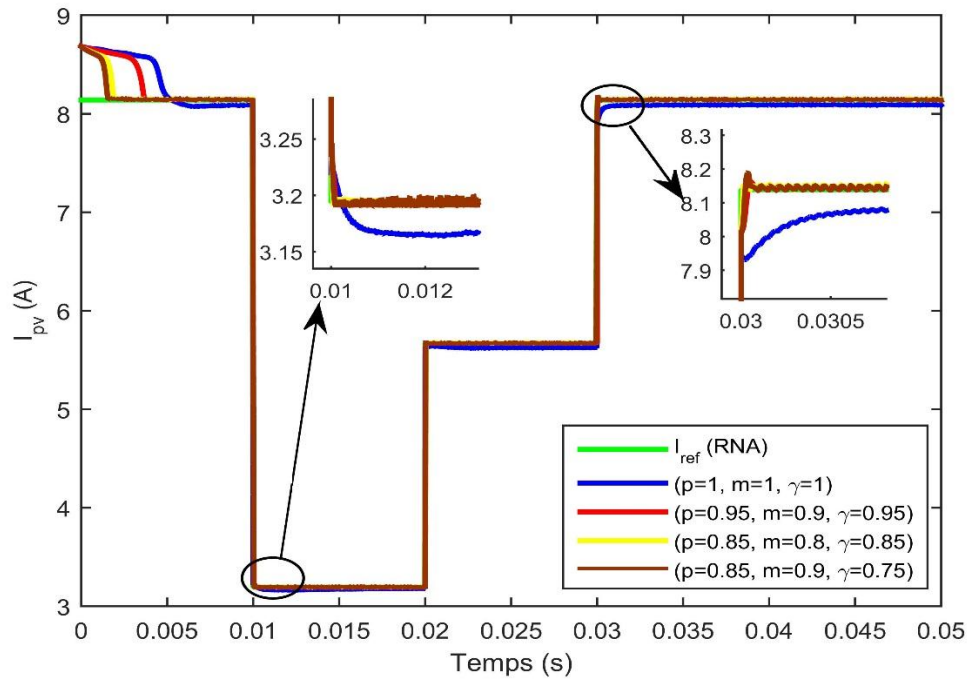


Figure 5.17 : Courant de sortie sous des variations d'irradiance ($1000 \text{ W/m}^2 - 400 \text{ W/m}^2$) à une température de $25 \text{ }^\circ\text{C}$.

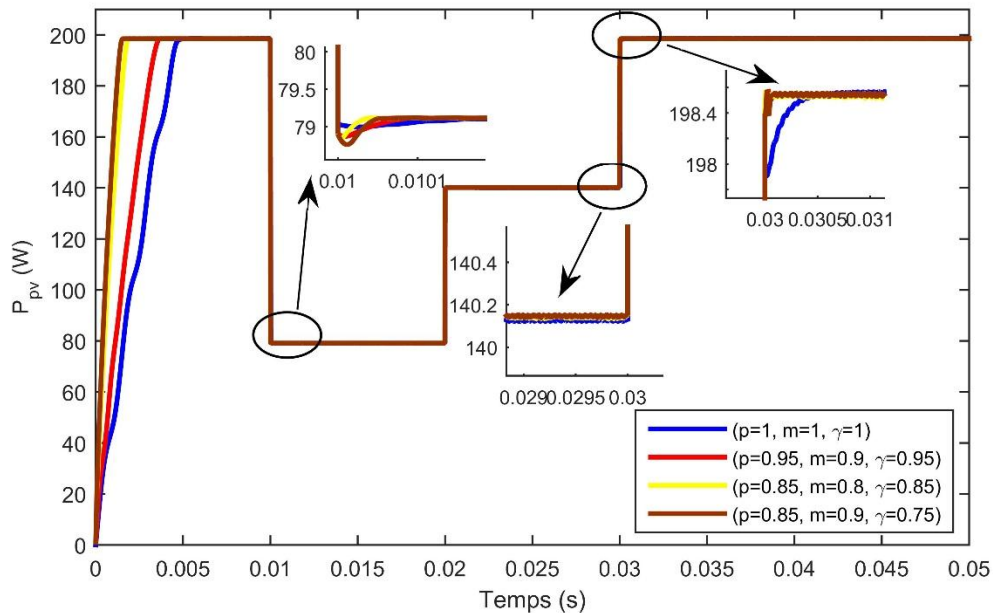


Figure 5.18 : Puissance de sortie sous des variations d'irradiance ($1000 \text{ W/m}^2 - 400 \text{ W/m}^2$) à une température de $25 \text{ }^\circ\text{C}$.

De plus, comme le montre le tableau 5.6, l'efficacité de l'extraction de la puissance maximale sous des conditions d'irradiance variables est de 99,34 %, dépassant l'efficacité du contrôleur conventionnel de 99 %. Ces résultats confirment la précision et la robustesse accrues du Backstepping d'ordre fractionnaire, ainsi que la haute efficacité du convertisseur d'ordre fractionnaire.

5.4.3.3 Robustesse sous les variations de charge

Afin de vérifier la robustesse du système PV proposé, la comparaison entre les valeurs d'erreur de I_{pv} et V_{pv} sous des variations de charge est présentée dans le tableau 5.7 ci-dessus. De plus, l'effet de la variation de charge sur la COF ainsi que sur la stabilité du SOF est clairement montré dans les figures 5.19 à 5.21. Initialement, la charge est doublée à 20Ω à $0,015 s$. Ensuite, elle est augmentée à 30Ω à $0,02 s$.

(p, m, γ)	Erreur V_{pv} (V)		Erreur I_{pv} (mA)	
	$R=20\Omega, t = 0.015s$	$R=30\Omega, t = 0.02s$	$R=20\Omega, t = 0.015s$	$R=30\Omega, t = 0.02s$
(1, 1, 1)	0.17	0.15	50	40
(0.95, 0.9, 0.95)	0	0	10	4
(0.85, 0.8, 0.85)	0	0	12	7
(0.85, 0.9, 0.75)	0	0	13	2

Tableau 5.7 : Comparaison entre les valeurs d'erreur sous des variations de charge.

Le contrôleur d'ordre entier poursuit le PPM sans oscillations significatives lors des variations de charge, il ne parvient pas à fournir un courant et une tension de sortie optimaux à la charge, ce qui peut compromettre la stabilité du SPV. Comme illustré dans la figure 5.21, le courant de sortie dévie de manière significative par rapport au courant de référence, entraînant une erreur en régime permanent.

En revanche, la dynamique de tension et de courant du convertisseur d'OF utilisant la COF est plus précise, sans déviations observées. Cela indique que la COF Backstepping et le convertisseur d'OF sont résilients aux changements de conditions de charge. Compte tenu de l'impact direct de

l'ordre du contrôleur, l'utilisation d'un contrôleur fractionnaire ainsi qu'un convertisseur d'OF peut améliorer l'efficacité du SPV et renforcer sa stabilité globale.

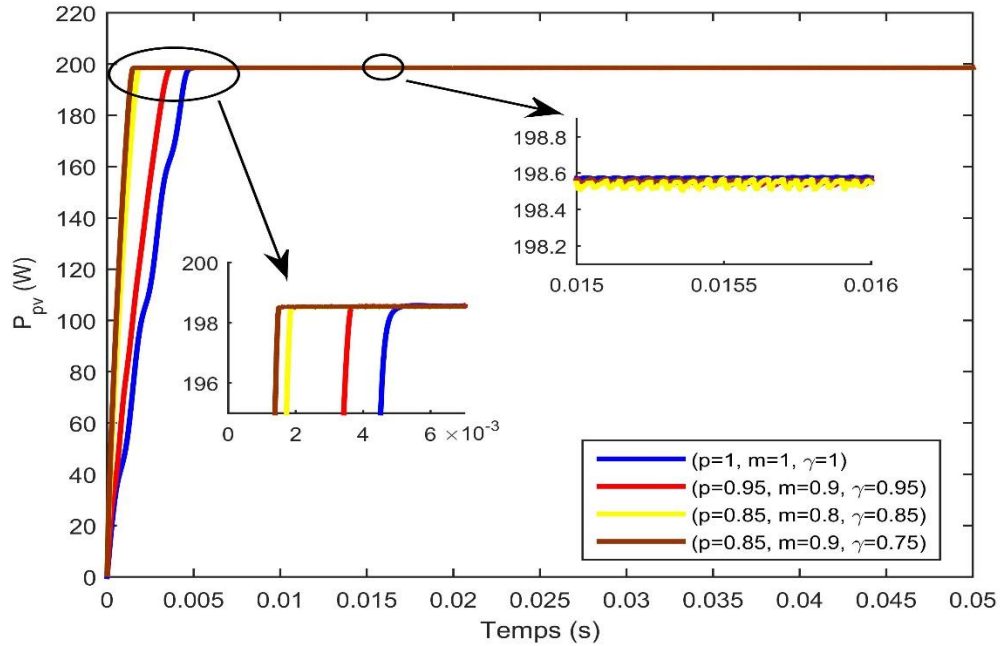


Figure 5.19 : Puissance de sortie sous des charges variables.

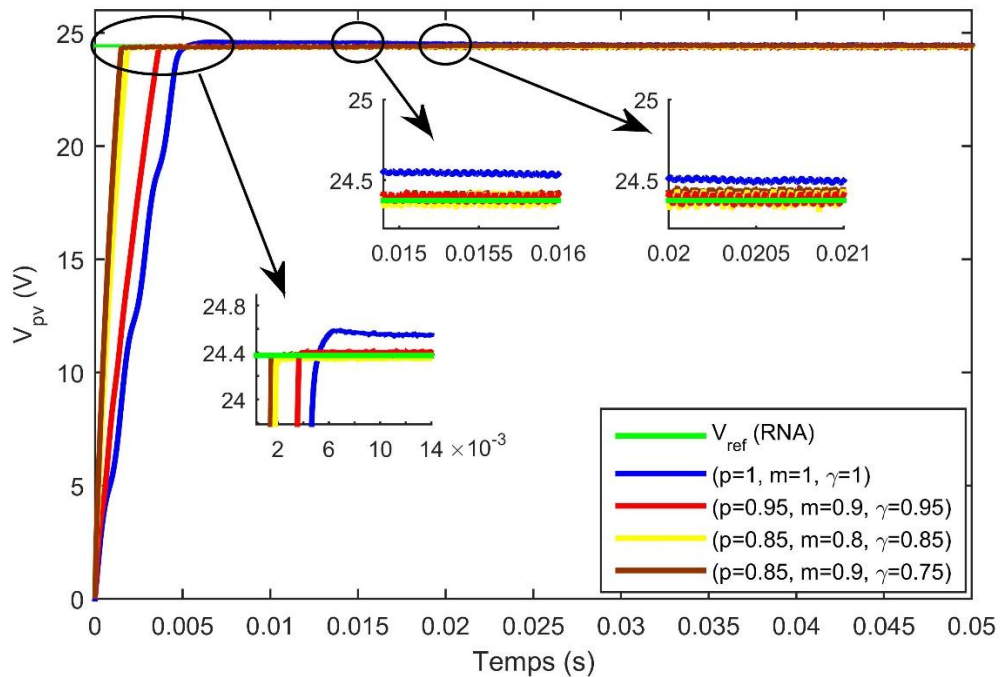


Figure 5.20 : Tension de sortie sous des charges variables.

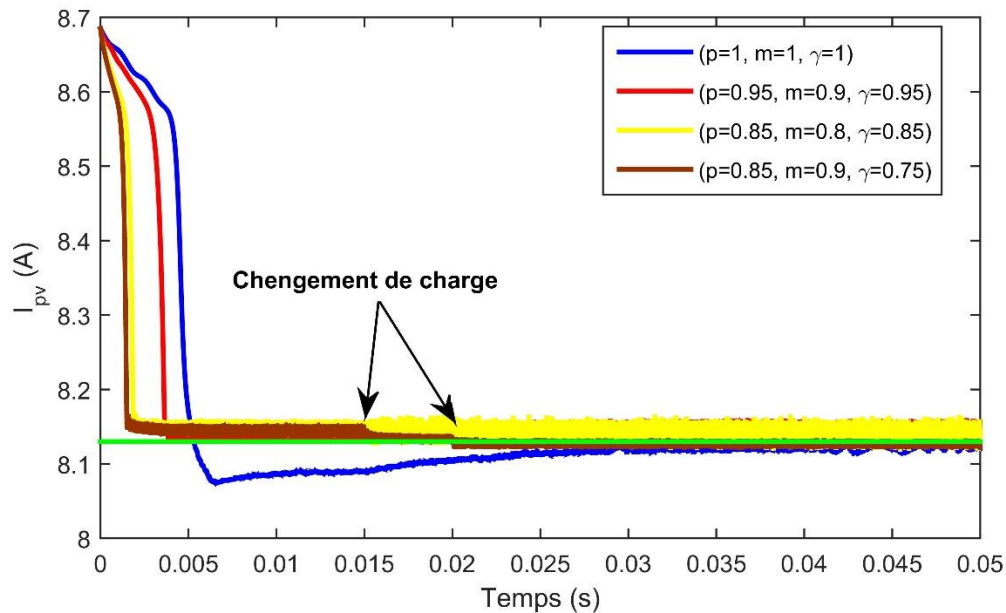


Figure 5.21 : Courant de sortie sous des charges variables.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle approche PPM pour les SPVs utilisant un convertisseur Boost d'OF est introduite. Un RNA est utilisé pour générer la tension de référence, qui est ensuite injectée dans un contrôleur d'OF basé sur la technique de Backstepping non linéaire. La stabilité asymptotique du SPV est assurée grâce aux critères de Lyapunov fractionnaires. Une analyse comparative est menée entre le SPV proposé et un modèle conventionnel avec un contrôleur de Backstepping. De plus, la nature fractionnaire du condensateur de sortie dans le convertisseur est prise en compte. À partir de cette étude, les conclusions suivantes sont tirées :

- La méthode de poursuite du PPM proposée montre des ondulations de puissance réduites et une performance plus régulière par rapport aux méthodes traditionnelles.
- La robustesse de la méthode proposée face aux changements rapides des conditions climatiques et aux variations de charge est confirmée.
- Les ordres fractionnaires des composants du système influencent significativement la performance globale du convertisseur.
- Le concept basé sur le CF peut être étendu à d'autres types de convertisseurs dans les SPV, tels que les convertisseurs Buck et Buck-Boost.

Bien que le SPV fractionnaire présente une efficacité et une robustesse améliorées grâce à ses paramètres fractionnaires, des recherches supplémentaires sont nécessaires pour optimiser ces paramètres et automatiser efficacement l'ajustement des gains de contrôle. Les travaux futurs se concentreront sur la mise en œuvre du système proposé pour valider les conclusions et évaluer les impacts individuels de chaque composant fractionnaire sur la performance du système photovoltaïque.

Chapitre 6

Conclusion générale

6 Conclusion générale

L'importance des convertisseurs DC-DC s'étend à divers domaines, notamment le MG DC et les SPVs. Dans le MG DC, ils assurent la distribution efficace de l'énergie, tandis que dans le SPV, ils maximisent l'efficacité de conversion de l'énergie solaire. Cette recherche est motivée par la nécessité de développer des lois de commande stabilisantes pour ces convertisseurs.

Cette thèse s'est concentrée sur le développement de schémas de commande non linéaire d'OF non commensurable pour les hacheurs DC-DC. La modélisation du convertisseur a été réalisée en utilisant la méthode moyenne au sens de la définition de R-L. L'approximation des éléments fractionnaires a été faite à l'aide de la MAO.

Le cœur de notre contribution réside dans la conception d'une commande stabilisante d'OF, en utilisant une extension novatrice de la méthode directe de Lyapunov adaptée aux SOFs non commensurable. Cette approche assure la stabilité des systèmes tout en optimisant leurs performances. L'analyse de la stabilité et de la robustesse des schémas de commande a été réalisée via une nouvelle fonction de Lyapunov $V_i = V_{i-1} + |D^{p_i-p_\xi} e_i|$, adaptée aux SOFs non commensurable et applicable également aux SOFs commensurable, renforçant ainsi la généralité de notre approche.

Nous avons atteint l'objectif de cette étude en proposant une technique de commande adaptée pour résoudre le problème de l'instabilité causée par les charges à puissance constante dans un MG. De plus, la stratégie de commande proposée avec l'approche Backstepping a également été appliquée au SPV pour améliorer son performance.

Nous présentons ci-dessous un résumé des résultats obtenus et des perspectives de notre travail :

Chapitre 02 : Nous avons décrit les propriétés fondamentales de la dérivation non entière et examiné l'opérateur d'OF de la forme s^m , $m \in (-1, 1)$. Nous avons utilisé la méthode d'approximation fréquentielle d'Oustaloup pour implémenter des modèles d'OF dans les circuits électroniques.

Chapitre 03 : Nous avons construit un modèle de hacheurs DC-DC d'OF en utilisant la définition de R-L et validé ce modèle par simulation. Nous avons également conçu une commande stabilisante d'OF exploitant une extension de la méthode directe de Lyapunov.

Chapitre 04 : Nous avons comparé les résultats numériques du contrôleur d'OF avec son homologue d'ordre entier pour gérer diverses perturbations concernant la stabilité du bus DC. Le contrôleur Backstepping d'OF a montré une réponse dynamique rapide et des performances améliorées.

Chapitre 05 : Nous avons discuté de l'application d'une nouvelle approche PPPM pour le SPV utilisant un convertisseur Boost de OF. Un RNA a été utilisé pour générer la tension de référence, ensuite injectée dans un contrôleur d'ordre fractionnaire basé sur la technique de Backstepping non linéaire. La stabilité asymptotique du SPV a été assurée grâce aux critères de Lyapunov fractionnaires, avec des exemples de simulation démontrant l'efficacité de cette méthodologie.

Nous avons démontré que l'utilisation de convertisseurs DC-DC d'ordre fractionnaire présente une efficacité et une robustesse accrues grâce à leurs paramètres fractionnaires. Le contrôleur Backstepping d'OF offre une réponse dynamique rapide et des performances améliorées par rapport à la version conventionnelle. Cependant, bien que les paramètres de cette commande soient ajustés manuellement, des recherches supplémentaires sont nécessaires pour optimiser ces paramètres et automatiser efficacement l'ajustement des gains de contrôle. Les travaux futurs se concentreront sur la mise en œuvre pratique des hacheurs d'OF pour valider les conclusions et évaluer les impacts individuels de chaque composant fractionnaire sur la performance du système.

Bibliographie

- [1] S. Ladaci, "Contribution a la Commande Adaptative d'ordre Fractionnaire," 2007.
- [2] K. Khettab, Y. Bensafia, and S. Ladaci, "Chattering elimination in fuzzy sliding mode control of fractional chaotic systems using a fractional adaptive proportional integral controller," *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, vol. 10, no. 5, pp. 255-266, 2017.
- [3] S. Westerlund and L. Ekstam, "Capacitor theory," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 1, no. 5, pp. 826-839, 1994.
- [4] S. Westerlund, "Dead matter has memory!," *Physica Scripta*, vol. 43, no. 2, pp. 174-179, 1991/02/01 1991, doi: 10.1088/0031-8949/43/2/011.
- [5] R. Caponetto, *Fractional order systems: modeling and control applications*. World Scientific, 2010.
- [6] M. Asghar, A. Khattak, and M. M. Rafiq, "Comparison of integer and fractional order robust controllers for DC/DC converter feeding constant power load in a DC microgrid," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 12, pp. 1-9, 2017.
- [7] M. Cespedes, L. Xing, and J. Sun, "Constant-power load system stabilization by passive damping," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 7, pp. 1832-1836, 2011.
- [8] M. Boukerdja, "Commande avancée tolérante aux fautes actives d'un système de microréseau DC: application à une plateforme de production d'hydrogène vert," 2021.
- [9] K. Louassaa, A. Chouder, and C. Rus-Casas, "Robust nonsingular terminal sliding mode control of a buck converter feeding a constant power load," *Electronics*, vol. 12, no. 3, p. 728, 2023.
- [10] K. LOUASSAA, "Etude d'un micro-réseau DC intégrant des sources renouvelables et des éléments de stockages," *Université de M'Sila-Mohamed Boudiaf*.
- [11] A. Boudia, S. Messalti, A. Harrag, and M. Boukhnifer, "New hybrid photovoltaic system connected to superconducting magnetic energy storage controlled by PID-fuzzy controller," *Energy Conversion and Management*, vol. 244, p. 114435, 2021.
- [12] D. Sibtain, A. F. Murtaza, N. Ahmed, H. A. Sher, and M. M. Gulzar, "Multi control adaptive fractional order PID control approach for PV/wind connected grid system," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, p. e12809, 2021.
- [13] R. Shalaby, H. H. Ammar, A. T. Azar, and M. I. Mahmoud, "Optimal FoF-MPPT for solar water pumping system," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, no. Preprint, pp. 1-16, 2021.
- [14] H. Nezzari, A. Charef, and D. Boucherma, "Analog circuit implementation of fractional order damped sine and cosine functions," *IEEE Journal on Emerging and Selected topics in Circuits and Systems*, vol. 3, no. 3, pp. 386-393, 2013.
- [15] A. A. Dastjerdi, B. M. Vinagre, Y. Chen, and S. H. HosseinNia, "Linear fractional order controllers; A survey in the frequency domain," *Annual Reviews in Control*, vol. 47, pp. 51-70, 2019.
- [16] S. Ladaci, "Contribution a la Commande Adaptative d'ordre Fractionnaire."
- [17] K. Khettab, "Techniques avancées pour la synthèse et l'amélioration des performances des systèmes de commande adaptative d'ordre fractionnaire pour les processus incertains," *Université de Skikda*, 2016.
- [18] R. Bertram, *Fractional calculus and its applications*. Springer, 1975.
- [19] K. Oldham and J. Spanier, "The fractional calculus, academic press, new york," *The fractional calculus*. Academic Press, New York, 1974.

- [20] K. Khettab, S. Ladaci, and Y. Bensafia, "Fuzzy adaptive control of fractional order chaotic systems with unknown control gain sign using a fractional order Nussbaum gain," *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 6, no. 3, pp. 816-823, 2016.
- [21] A. Ma'arif, M. A. M. Vera, M. S. Mahmoud, S. Ladaci, A. Çakan, and J. N. Parada, "Backstepping sliding mode control for inverted pendulum system with disturbance and parameter uncertainty," *Journal of Robotics and Control (JRC)*, vol. 3, no. 1, pp. 86-92, 2022.
- [22] S. Djebbri, A. Metatla, and S. Ladaci, "Modelling and control design of a multi-source renewable energy system with coupled DC/DC converters power compensation," *International Journal of Power and Energy Conversion*, vol. 11, no. 3, pp. 291-315, 2020.
- [23] K. Khettab and Y. Bensafia, "An adaptive interval type-2 fuzzy sliding mode control scheme for fractional chaotic systems synchronization with chattering elimination: Fractional adaptive pi-regulator approach," in *Advanced synchronization control and bifurcation of chaotic fractional-order systems*: IGI Global, 2018, pp. 99-128.
- [24] A. Hobiny, F. Alzahrani, I. Abbas, and M. Marin, "The effect of fractional time derivative of bioheat model in skin tissue induced to laser irradiation," *Symmetry*, vol. 12, no. 4, p. 602, 2020.
- [25] D. Youcef, K. Khatir, and B. Yassine, "Design of neural network fractional-order backstepping controller for MPPT of PV systems using fractional-order boost converter," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 31, no. 12, p. e13188, 2021.
- [26] J. T. Machado, V. Kiryakova, A. Kochubei, and Y. Luchko, "Recent history of the fractional calculus: Data and statistics," *Handbook of Fractional Calculus with Applications*, vol. 1, pp. 1-21, 2019.
- [27] I. Petráš, "Fractional-order control: New control techniques," in *Fractional Order Systems*: Elsevier, 2022, pp. 71-106.
- [28] Y. Bensafia, A. Idir, K. Khettab, M. S. Akhtar, and S. Zahra, "Novel Robust Control Using a Fractional Adaptive PID Regulator for an unstable system," *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Informatics (IJEI)*, vol. 10, no. 4, pp. 849-857, 2022.
- [29] M. M. Hadji and S. Ladaci, "State Space Feedback Control with Fractional Order PI^{λ} Configuration for Fractional Order Cryptovirology Stabilization in Blockchain Systems," in *2022 19th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*, 2022: IEEE, pp. 1009-1013.
- [30] R. L. Bagley and R. Calico, "Fractional order state equations for the control of viscoelasticallydamped structures," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 2, pp. 304-311, 1991.
- [31] P. J. Torvik and R. L. Bagley, "On the appearance of the fractional derivative in the behavior of real materials," 1984.
- [32] A. Makroglou, R. K. Miller, and S. Skaar, "Computational results for a feedback control for a rotating viscoelastic beam," *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 17, no. 1, pp. 84-90, 1994.
- [33] J. Curie, Recherches sur le pouvoir inducteur spécifique et sur la conductibilité des corps cristallisés. " *La Lumière électrique*, 1888.
- [34] J.-F. Duhé, "Modélisation d'ordre non entier des transferts thermiques dans les poumons pour des opérations de chirurgie cardiaque," Bordeaux, 2022.
- [35] P. Serrier, "Analyse de l'influence des non-linéarités dans l'approche CRONE: Application en isolation vibratoire," Bordeaux 1, 2008.
- [36] R. Gorenflo, "Fractional Diffusion in Finance: Basic Theory, A Review Paper Based on a Talk Given by F. Mainardi at MDEF2000-Workshop 'Modelli Dinamici in Economia e Finanza', Urbino (Italy), September 28-30, 2000," ed, 2000.

- [37] B. Mathieu, P. Melchior, A. Oustaloup, and C. Ceyral, "Fractional differentiation for edge detection," *Signal Processing*, vol. 83, no. 11, pp. 2421-2432, 2003.
- [38] Y. Ferdi, J. Herbeuval, and A. Charef, "Un filtre numérique basé sur la dérivation non-entière pour l'analyse du signal électrocardiographique," *ITBM-RBM*, vol. 21, no. 4, pp. 205-209, 2000.
- [39] Y. Ferdi, J. Herbeuval, A. Charef, and B. Boucheham, "R wave detection using fractional digital differentiation," *Itbm-Rbm*, vol. 24, no. 5-6, pp. 273-280, 2003.
- [40] M. García-Fiñana and L. M. Cruz-Orive, "Fractional trend of the variance in cavalieri sampling," *Image Analysis & Stereology*, vol. 19, no. 2, pp. 71-79, 2000.
- [41] E. Tajahuerce, G. Saavedra, W. D. Furlan, E. E. Sicre, and P. Andres, "White-light optical implementation of the fractional Fourier transform with adjustable order control," *Applied optics*, vol. 39, no. 2, pp. 238-245, 2000.
- [42] G. Cooper and D. Cowan, "The application of fractional calculus to potential field data," *Exploration geophysics*, vol. 34, no. 2, pp. 51-56, 2003.
- [43] R. L. Bagley and P. J. Torvik, "Fractional calculus-a different approach to the analysis of viscoelastically damped structures," *AIAA journal*, vol. 21, no. 5, pp. 741-748, 1983.
- [44] A. Oustaloup, B. Mathieu, and P. Lanusse, "The CRONE control of resonant plants: application to a flexible transmission," *European Journal of control*, vol. 1, no. 2, pp. 113-121, 1995.
- [45] J.-J. L. E. H. Mounier, "Stabilisation de l'equation de la chaleur command ee en flux," In *Esaim: Proc*, 1998, Vol. 5, Pp. 131-144.
- [46] D. del-Castillo-Negrete, B. Carreras, and V. Lynch, "Fractional diffusion in plasma turbulence," *Physics of Plasmas*, vol. 11, no. 8, pp. 3854-3864, 2004.
- [47] Z. E. A. Fellah, S. Berger, W. Lauriks, and C. Depollier, "Verification of Kramers-Kronig relationship in porous materials having a rigid frame," *Journal of sound and vibration*, vol. 270, no. 4-5, pp. 865-885, 2004.
- [48] J. Wang and R. Bras, "Ground heat flux estimated from surface soil temperature," *Journal of hydrology*, vol. 216, no. 3-4, pp. 214-226, 1999.
- [49] A. Oustaloup, X. Moreau, and M. Nouillant, "The CRONE suspension," *Control Engineering Practice*, vol. 4, no. 8, pp. 1101-1108, 1996.
- [50] V. Pommier, J. Sabatier, P. Lanusse, and A. Oustaloup, "CRONE control of a nonlinear hydraulic actuator," *Control Engineering Practice*, vol. 10, no. 4, pp. 391-402, 2002.
- [51] I. Podlubny, "Fractional-order systems and fractional-order controllers," *Institute of Experimental Physics, Slovak Academy of Sciences, Kosice*, vol. 12, no. 3, pp. 1-18, 1994.
- [52] I. Podlubny, *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*. Elsevier, 1998.
- [53] K. Oldham and J. Spanier, *The fractional calculus theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order*. Elsevier, 1974.
- [54] K. S. Miller and B. Ross, "An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations," (No Title), 1993.
- [55] A. McBride, "V. Kiryakova Generalized fractional calculus and applications (Pitman Research Notes in Mathematics Vol. 301, Longman1994), 388 pp., 0 582 21977 9,£ 39," *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, vol. 38, no. 1, pp. 189-190, 1995.
- [56] I. Podlubny, *Fractional differential equations*, 198 academic press," San Diego, California, USA, 1999.
- [57] I. Podlubny, I. Petráš, B. M. Vinagre, P. O'Leary, and L. Dorčák, "Analogue realizations of fractional-order controllers," *Nonlinear dynamics*, vol. 29, pp. 281-296, 2002.

- [58] A. Oustaloup, *La dérivation non entière* (no. BOOK). Hermes, 1995.
- [59] S. Das, *Functional fractional calculus*. Springer, 2011.
- [60] G. Mittag-Leffler, "Sur la nouvelle fonction " *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 137, pp. 554-558, 1903.
- [61] R. P. Agarwal, "A propos d'une note de M. Pierre Humbert," *CR Acad. Sci. Paris*, vol. 236, no. 21, pp. 2031-2032, 1953.
- [62] A. Erdélyi, "Higher transcendental functions," *Higher transcendental functions*, p. 59, 1953.
- [63] I. Petráš, *Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [64] L. Dorcak, "Numerical models for the simulation of the fractional-order control systems," *arXiv preprint math/0204108*, 2002.
- [65] B. M. Vinagre, Y. Q. Chen, and I. Petráš, "Two direct Tustin discretization methods for fractional-order differentiator/integrator," *Journal of the franklin institute*, vol. 340, no. 5, pp. 349-362, 2003.
- [66] I. Petráš, *Fractional derivatives, fractional integrals, and fractional differential equations in Matlab*. IntechOpen, 2011.
- [67] I. Gelfand and G. Shilov, "Generalized functions and actions upon them," ed: Moscow, Nauka Publisher, 1959.
- [68] M. Aoun, R. Malti, F. Levron, and A. Oustaloup, "Numerical simulations of fractional systems: an overview of existing methods and improvements," *Nonlinear Dynamics*, vol. 38, pp. 117-131, 2004.
- [69] A. Oustaloup, F. Levron, B. Mathieu, and F. M. Nanot, "Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 1, pp. 25-39, 2000.
- [70] J. T. Machado, "Analysis and design of fractional-order digital control systems," *Systems Analysis Modelling Simulation*, vol. 27, no. 2-3, pp. 107-122, 1997.
- [71] H. Sun and A. Charef, "Fractal system—A time domain approach," *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 18, pp. 597-621, 1990.
- [72] C. Lubich, "Discretized fractional calculus," *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, vol. 17, no. 3, pp. 704-719, 1986.
- [73] Y. Q. Chen and K. L. Moore, "Discretization schemes for fractional-order differentiators and integrators," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 49, no. 3, pp. 363-367, 2002.
- [74] I. Podlubny, "Fractional-order systems and " *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, no. 1, pp. 208-214, 1999.
- [75] B. Vinagre, I. Podlubny, A. Hernandez, and V. Feliu, "Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications," *Fractional calculus and applied analysis*, vol. 3, no. 3, pp. 231-248, 2000.
- [76] Y. Chen, "Ubiquitous fractional order controls?," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 39, no. 11, pp. 481-492, 2006.
- [77] R. S. Barbosa, J. T. Machado, and M. F. Silva, "Time domain design of fractional differintegrators using least-squares," *Signal Processing*, vol. 86, no. 10, pp. 2567-2581, 2006.
- [78] M. A. Al-Alaoui, "Novel digital integrator and differentiator," *Electronics letters*, vol. 29, no. 4, pp. 376-378, 1993.
- [79] G. Carlson and C. Halijak, "Approximation of fractional capacitors $(1/s)^{(1/n)}$ by a regular Newton process," *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 11, no. 2, pp. 210-213, 1964.

- [80] K. Matsuda and H. Fujii, "H (infinity) optimized wave-absorbing control-Analytical and experimental results," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 16, no. 6, pp. 1146-1153, 1993.
- [81] H. Sun, A. Charef, Y. Tsao, and B. Onaral, "Analysis of polarization dynamics by singularity decomposition method," *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 20, pp. 321-335, 1992.
- [82] A. Charef, H. Sun, Y. Tsao, and B. Onaral, "Fractal system as represented by singularity function," *IEEE Transactions on automatic Control*, vol. 37, no. 9, pp. 1465-1470, 1992.
- [83] Y. Y. Tsao, *Fractal concepts in the analysis of dispersion/relaxation processes*. Drexel University, 1987.
- [84] A. Le Méhauté and G. Crépy, "Introduction to transfer and motion in fractal media," *J Stat Phys*, vol. 36, pp. 665-673, 1984.
- [85] M. Nakagawa and K. Sorimachi, "Basic characteristics of a fractance device," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol. 75, no. 12, pp. 1814-1819, 1992.
- [86] S. Jerome and K. B. Oldham, "The fractional calculus," ed: Academic Press, Inc London, 1974.
- [87] K. B. Oldham and C. G. Zoski, "Analogue instrumentation for processing polarographic data," *Journal of electroanalytical chemistry and interfacial electrochemistry*, vol. 157, no. 1, pp. 27-51, 1983.
- [88] B. Krishna and K. Reddy, "Active and passive realization of fractance device of order 1/2," *Active and passive electronic components*, vol. 2008, 2008.
- [89] K. Oprzędkiewicz, W. Mitkowski, and E. Gawin, *An estimation of accuracy of Oustaloup approximation*. Springer, 2016.
- [90] J. Rosero, J. Ortega, E. Aldabas, and L. Romeral, "Moving towards a more electric aircraft," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 22, no. 3, pp. 3-9, 2007.
- [91] Y. Jiang and B. Zhang, "High-Power Fractional-Order Capacitor With $1 < \alpha < 2$ Based on Power Converter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 4, pp. 3157-3164, 2017.
- [92] N. Yang, C. Wu, R. Jia, and C. Liu, "Modeling and characteristics analysis for a buck-boost converter in pseudo-continuous conduction mode based on fractional calculus," *Mathematical problems in engineering*, vol. 2016, 2016.
- [93] A. Nid, S. Sayah, and A. Zebar, "An effective SMES system control for enhancing the reliability of hybrid power generation systems," *Physica C: Superconductivity and its Applications*, vol. 613, p. 1354322, 2023.
- [94] E. M. Rodrigues, R. Godina, and E. Pouresmaeil, "Industrial applications of power electronics," vol. 9, ed: MDPI, 2020, p. 1534.
- [95] J. Rodriguez and P. Cortes, *Predictive control of power converters and electrical drives*. John Wiley & Sons, 2012.
- [96] Z. Ye, P. K. Jain, and P. C. Sen, "A two-stage resonant inverter with control of the phase angle and magnitude of the output voltage," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 5, pp. 2797-2812, 2007.
- [97] U. Anwar, Z. Liu, and D. Markovic, "A burst-mode controlled inductive wireless power transfer system," in *2020 IEEE 21st Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*, 2020: IEEE, pp. 1-6.
- [98] L. Hassaine, E. Olias, J. Quintero, and V. Salas, "Overview of power inverter topologies and control structures for grid connected photovoltaic systems," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 30, pp. 796-807, 2014.

-
- [99] J. S. Lim, C. Park, J. Han, and Y. I. Lee, "Robust tracking control of a three-phase DC–AC inverter for UPS applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 8, pp. 4142-4151, 2013.
- [100] H. E. Jordan, R. C. Zowarka, T. J. Hotz, and J. R. Uglum, "Induction motor performance testing with an inverter power supply: Part 1," *IEEE transactions on magnetics*, vol. 43, no. 1, pp. 242-245, 2006.
- [101] J. M. Burdio, F. Monterde, J. R. Garcia, L. A. Barragan, and A. Martinez, "A two-output series-resonant inverter for induction-heating cooking appliances," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 20, no. 4, pp. 815-822, 2005.
- [102] O. T. Tawfeeq, A. Y. Ibrahim, and A. A. M. Alabbawi, "Study of a five-level pwm rectifier fed dc motor drive," in *2020 7th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ICEEE)*, 2020: IEEE, pp. 126-129.
- [103] X. Chen, Y. Chen, B. Zhang, and D. Qiu, "A modeling and analysis method for fractional-order DC–DC converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 9, pp. 7034-7044, 2016.
- [104] A. G. Radwan, A. A. Emira, A. M. AbdelAty, and A. T. Azar, "Modeling and analysis of fractional order DC-DC converter," *ISA transactions*, vol. 82, pp. 184-199, 2018.
- [105] J. Duan, J. An, and M. Xu, "Solution of system of fractional differential equations by Adomian decomposition method," *Applied Mathematics-A Journal of Chinese Universities*, vol. 22, no. 1, pp. 7-12, 2007.
- [106] Y. Li, Y. Chen, and I. Podlubny, "Stability of fractional-order nonlinear dynamic systems: Lyapunov direct method and generalized Mittag–Leffler stability," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 59, no. 5, pp. 1810-1821, 2010.
- [107] N. Aguila-Camacho, M. A. Duarte-Mermoud, and J. A. Gallegos, "Lyapunov functions for fractional order systems," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 19, no. 9, pp. 2951-2957, 2014.
- [108] B. A. Martinez-Treviño, A. El Aroudi, A. Cid-Pastor, and L. Martinez-Salamero, "Nonlinear control for output voltage regulation of a boost converter with a constant power load," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, no. 11, pp. 10381-10385, 2019.
- [109] S. Mehta and P. Basak, "A comprehensive review on control techniques for stability improvement in microgrids," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 31, no. 4, p. e12822, 2021.
- [110] S. Liu, P. Su, and L. Zhang, "A virtual negative inductor stabilizing strategy for DC microgrid with constant power loads," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 59728-59741, 2018.
- [111] J. Mishra, S. Das, D. Kumar, and M. Pattnaik, "A novel auto-tuned adaptive frequency and adaptive step-size incremental conductance MPPT algorithm for photovoltaic system," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, p. e12813, 2021.
- [112] A. Ibnelouad, A. El Kari, H. Ayad, and M. Mjahed, "Improved cooperative artificial neural network-particle swarm optimization approach for solar photovoltaic systems using maximum power point tracking," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 30, no. 8, p. e12439, 2020.
- [113] Y. Ouberri, H. Yatimi, and E. Aroudam, "Design of a robust sliding mode controller for MPPT based on automation PLC for PV applications," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 30, no. 4, p. e12296, 2020.
- [114] F. Mehazzem, A. Reama, P. Charles, and T. Soubdhan, "Integral backstepping improvement versus classical and multiscalar backstepping controllers for water IM-pump fed by backstepping MPPT PV source based on solar measurements in a tropical insular region," *IET Renewable Power Generation*, 2021.

- [115] P. T. Krein, J. Bentsman, R. M. Bass, and B. L. Lesieutre, "On the use of averaging for the analysis of power electronic systems," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 5, no. 2, pp. 182-190, 1990, doi: 10.1109/63.53155.

Liste de publications réalisées lors de cette thèse :

1. Revue internationale

- D. Youcef, K. Khatir, and B. Yassine, "Design of neural network fractional-order backstepping controller for MPPT of PV systems using fractional-order boost converter," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 31, no. 12, p. e13188, 2021.

2. Communications internationales

- K. Khettab, Y. Djourni, A. Idir, Y. Bensafia, "A New Fractional Variable Step Size Incremental Conductance for MPPT Based on Fractional Adaptive Nonlinear Controller". First online conference on modern fractional calculus and its applications (OCMFCA'20). Istanbul, Turkey, December 2020.
- K. Khettab, Y. Djourni, Y. Bensafia, A. Idir, "Improved MPPT Based on Robust Backstepping Control via the Fractional-Order Step Size Incremental Conductance Algorithm". 9th (Online) International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling (ICAAMM21,). Istanbul, Turkey, June 2021.
- Y. Djourni, K. Khettab, Y. Bensafia, "Characteristic Analysis for a Fractional-order Converter in Continuous Conduction Mode". 9th (Online) International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling (ICAAMM21,). Istanbul, Turkey, June 2021.

3. Communications nationale

- Y. Djourni, K. Khettab, "Improved Maximum Power Point Tracking Based on Dynamic Error Detector via Fractional Order Backstepping Control". The 1st National Conference on Energy Transition in Algeria, March 2020.