

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE : TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

N° : .....



DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIES

FILIERE : HYDRAULIQUE

OPTION : OUVRAGE HYDRAULIQUE

Mémoire présenté pour l'obtention  
du diplôme de Master Académique

Par: *SELIKH yousra*

*CHENENE hayette*

**Intitulé**

*Étude comparative entre les caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire en contre pente et son homologue du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal a pente négative*

**Soutenu devant le jury composé de:**

Berghout Ali

Université de M'sila

Président

Temim Djamel

Université de M'sila

Rapporteur

Djemiat Djamel

Université de M'sila

Examineur

**Année universitaire : 2020 /2021**

## ملخص

القفزة المائية هي الوسيلة الأقل تكلفة و الأكثر استعمالاً من أجل القيام بتبديد الطاقة الكامنة في المنشأ الهيدروليكي من الجانب العلوي و لأجل تفادي التغييرات الكبيرة الخطرة لسرير النهر الواقع في الجانب السفلي و كذلك لرفع مستوى الماء في الجانب السفلي لكي يسمح بتشغيل المحول المائي في قناة السقي. الدراسة المكتبة تظهر بأن التغيير في شروط الجانب العلوي و كذلك الجانب السفلي يبين لنا عدة أشكال مختلفة للقفزة المائية. تهدف هذه المذكرة لدراسة القفزة المائية من الجانب النظري و التجريبي في قناة مثلثية الشكل متناظرة بدرجة 90، ذات ميل سالب. عدة علاقات مقترحة تربط بين مختلف خصائص القفزة المائية، مظهرة لتأثير ميل سرير القناة. من الضروري الإشارة بأن القفزة المائية في القناة المثلثية الشكل بميل سالب لم يتم دراستها مسبقاً.

## Abstract

The hydraulic jump is the least expensive and the most practical means to dissipate the energy stored in an upstream building, to avoid important modifications of the bed of the river situated in the downstream. It is also used for the rise of the downstream water level to allow the functioning of a siphon in an irrigation ditches. The bibliography shows that the modification of the upstream and downstream conditions can lead to various configurations of the jump. This present manuscript has for objective to study, from a theoretical and experimental point of view, the hydraulic jump in a symmetrical triangular channel of 90° central angle, with a negative slope. Functional relations, linking the various features of the jump and showing the influence of the channel bottom slope, will be proposed. It is necessary to note that the hydraulic jump in a triangular channel with a sloped bottom was never studied in the past.

## Résumé

Le ressaut hydraulique est le moyen le moins onéreux et le plus pratique pour dissiper l'énergie emmagasinée dans un ouvrage amont, afin d'éviter d'importantes modifications du lit de la rivière situé à l'aval. Il est utilisé également pour la surélévation du plan d'eau à l'aval afin de permettre l'amorçage d'un siphon dans un canal d'irrigation. La bibliographie montre que la modification des conditions à l'amont et à l'aval peut conduire à différentes configurations du ressaut. Ce présent mémoire a pour objectif d'étudier, d'un point de vue théorique et expérimental, le ressaut hydraulique, dans un canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90°, incliné d'une pente négative. Des relations fonctionnelles, liant les différentes caractéristiques du ressaut et faisant apparaître l'influence de la pente du fond du canal seront proposées. Il est nécessaire de noter que le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à fond incliné n'a jamais fait l'objet d'études antérieures.

## *Liste des tableaux*

## *Liste des tableaux*

<b>CHAPITRE I : Revue de la littérature</b>		
<b>Tableau 1-1</b>	<i>Valeurs des constantes a et b de l'équation (1.61) pour les trois types de ressaut.</i>	<b>37</b>
<b>CHAPITRE II : Le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire incliné à pente négative (ou contre pente).</b>		
<b>Tableau 2-1</b>	<i>Valeurs du coefficient k selon la relation (2.30)</i>	<b>59</b>
<b>Tableau 2-2</b>	<i>Mesures expérimentales ayant servi au traçage du graphique de Y en fonction de <math>F_{1th}</math></i>	<b>62</b>
<b>Tableau 2-3</b>	<i>Valeurs des paramètres a et b</i>	<b>64</b>
<b>CHAPITRE III : Le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal incliné à pente négative</b>		
<b>Tableau 3-1</b>	<i>Valeurs du coefficient k selon la relation (3.15)</i>	<b>77</b>
<b>Tableau 3-2</b>	<i>Valeurs des paramètres 'a'</i>	<b>80</b>
<b>CHAPITRE IV : Etude comparative entre les caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire en contre pente et son homologue du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente négative.</b>		
<b>Tableau 4.1</b>	<i>Valeurs des paramètres a et b</i>	<b>91</b>
<b>Tableau 4.2</b>	<i>Valeurs des paramètres 'a'</i>	<b>94</b>
<b>Tableau 4.3</b>	<i>Valeurs des paramètres c et d</i>	<b>100</b>
<b>Tableau 4.4</b>	<i>Valeurs des paramètres a et b</i>	<b>102</b>

<b>Tableau 4.5</b>	Valeurs des paramètres a et b	<b>104</b>
<b>Tableau 4.6</b>	Valeurs des paramètres a et b	<b>105</b>

## *Liste des figures*

<i>CHAPITRE II : Revue de la littérature</i>		
<b>Figure 1.1</b>	<i>Forme du ressaut classique selon la classification de Bradley et Peterka (1957).</i>	<b>07</b>
<b>Figure 1.2</b>	<i>Aspect du ressaut classique. a) rouleau développé. b) rouleau non développé</i>	<b>09</b>
<b>Figure 1.3</b>	<i>Rendement <math>\eta^*</math> du ressaut classique en fonction du nombre de Froude <math>F_1</math>.</i>	<b>10</b>
<b>Figure 1.4</b>	<i>Classification du ressaut à pente négative</i>	<b>11</b>
<b>Figure 1.5</b>	<i>Schéma de définition et volume de contrôle pour le ressaut à pente négative</i>	<b>12</b>
<b>Figure 1.6</b>	<i>des hauteurs conjuguées expérimentales et théoriques pour des cas limites et des cas stabilisés de ressaut en pente négative,</i>	<b>13</b>
<b>Figure 1.7</b>	<i>Longueurs du rouleau mesurées dans les cas limites et les cas stabilisés de ressaut en pente négative.</i>	<b>14</b>
<b>Figure 1.8</b>	<i>Classification du ressaut limite et du ressaut contrôlé par seuil dans un canal en contre pente.</i>	<b>15</b>
<b>Figure 1.9</b>	<i>Variation de Y en fonction du nombre de Froude <math>F_1</math> et de la pente <math>i</math> du canal.</i>	<b>17</b>
<b>Figure 1.10</b>	<i>Longueur relative <math>Lr/h_1</math> du rouleau en fonction de</i>	<b>18</b>
<b>Figure 1.11</b>	<i>Ressaut en canal semi-triangulaire selon HAGER et WANOSCHEK (1987).</i>	<b>19</b>
<b>Figure 1.12</b>	<i>Variation des rapports Y des hauteurs conjuguées du ressaut triangulaire (<math>m=1</math>) en fonction du nombre de Froude <math>IF_1</math>, selon HAGER et WANOSCHEK (1987).</i>	<b>23</b>
<b>Figure 1.13</b>	<i>Longueur relative <math>Lr/h_2</math> du ressaut triangulaire en fonction du nombre de nombre de Froude <math>IF_1</math> selon HAGER et WANOSCHEK (1987)</i>	<b>24</b>
<b>Figure 1.14</b>	<i>Longueur relative <math>Lj/h_2</math> du ressaut triangulaire en fonction du nombre de Froude <math>IF_1</math>, selon HAGER et WANOSCHEK (1987)</i>	<b>25</b>

<b>Figure 1.15</b>	<i>Profil de surface généralisé <math>y(X)</math> le long de l'axe longitudinal du canal triangulaire (<math>m=1</math>), selon Hager et Wanoschek (1987).</i>	<b>26</b>
<b>Figure 1.16</b>	<i>Ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince</i>	<b>27</b>
<b>Figure 1.17</b>	<i>Variation du rapport <math>YS = f(IF_1)</math> dans un canal triangulaire. (---) Ressaut classique. (o) Ressaut contrôlé par seuil à paroi mince</i>	<b>28</b>
<b>Figure 1.18</b>	<i>expérimentale de <math>YS = f(S)</math> lors du contrôle d'un ressaut triangulaire.</i>	<b>29</b>
<b>Figure 1.19</b>	<i>Variation expérimentale de la hauteur relative <math>S</math> du seuil à paroi mince, en fonction du nombre de Froude <math>IF_1</math></i>	<b>30</b>
<b>Figure 1.20</b>	<i>Variation de <math>(S+IF_1^{0,4})</math> en fonction de la position relative <math>X/h_1</math> du seuil à paroi mince lors du contrôle d'un ressaut triangulaire</i>	<b>31</b>
<b>Figure 1.21</b>	<i>a) Ressaut contrôlé. b) Ressaut forcé de type Bmin. <math>h_1</math> hauteur d'eau amont,</i>	<b>32</b>
<b>Figure 1.22</b>	<i>Variation du rapport <math>Y</math> des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude <math>IF_1</math> de l'écoulement incident, dans un canal triangulaire</i>	<b>33</b>
<b>Figure 1.23</b>	<i>Variation expérimentale la hauteur relative <math>S=s/h_1</math> du seuil en fonction du nombre de Froude <math>IF_1</math> pour un ressaut évoluant dans un canal triangulaire.</i>	<b>35</b>
<b>Figure 1.24</b>	<i>Variation expérimentale la hauteur relative <math>S=s/h_1</math> du seuil en fonction du nombre de Froude <math>IF_1</math>, pour un ressaut évoluant dans un canal triangulaire</i>	<b>36</b>
<b>Figure 1.25</b>	<i>Variation expérimentale de la longueur relative <math>X</math> du bassin en fonction du nombre de Froude <math>IF_1</math>, pour un ressaut évoluant dans un canal triangulaire</i>	<b>37</b>
<b>Figure 1.26</b>	<i>Ressaut hydraulique classique.</i>	<b>39</b>
<b>Figure 1.27</b>	<i>Variation du nombre de Froude <math>F_1</math> en fonction du rapport <math>Y</math> des hauteurs du ressaut et du coefficient de forme <math>M</math>.</i>	<b>41</b>
<b>Figure 1.28</b>	<i>schéma de définition</i>	<b>42</b>
<b>Figure 1.29</b>	<i>caractéristique principale du rouleau de fond: a) distance d'approche, b) longueur maximale, c) hauteur maximale</i>	<b>42</b>

<b>Figure 1.30</b>	<i>longueur relative <math>\lambda_j</math> du ressaut en fonction de <math>F_1</math> et de <math>M</math></i>	<b>43</b>
<b>Figure 1.31</b>	<i>(---) Ligne de charge totale le long du ressaut classique</i>	<b>44</b>
<b>Figure 1.32</b>	<i>Rendement <math>\eta</math> du ressaut hydraulique en fonction du nombre de Froude.</i>	<b>45</b>
<b>Figure 1.33</b>	<i>schématique des directions principales de l'écoulement pour un ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal. (<math>\rightarrow</math>) courants de surface, (<math>- \rightarrow</math>) courant de fond.</i>	<b>46</b>
<b>CHAPITRE II : Le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire incliné à pente négative (ou contre pente).</b>		
<b>Figure 2.1</b>	<i>Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente négative</i>	<b>50</b>
<b>Figure 2.2</b>	<i>a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.</i>	<b>52</b>
<b>Figure 2.3</b>	<i>Schéma descriptif de la forme géométrique du volume <math>V</math> du ressaut</i>	<b>53</b>
<b>Figure 2.4</b>	<i>Variation du nombre de Froude expérimental <math>F_{1exp}</math> en fonction du nombre de Froude théorique <math>F_{1th}</math></i>	<b>60</b>
<b>Figure 2.5</b>	<i>Variation du rapport <math>Y</math> des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude semi théorique <math>F_{1th}</math></i>	<b>61</b>
<b>Figure 2.6</b>	<i>Variation de <math>Y(F_1)</math> pour <math>\tan(\theta) = ,05</math>.</i>	<b>63</b>
<b>Figure 2.7</b>	<i>Variation de <math>Y(F_1)</math> pour <math>\tan(\theta) = -0,01</math></i>	<b>63</b>
<b>Figure 2.8</b>	<i>Variation de <math>Y(F_1)</math> pour <math>\tan(\theta) = -0,015</math></i>	<b>64</b>
<b>Figure 2.9</b>	<i>Variation de <math>Y(F_1)</math> pour <math>\tan(\theta) = -0,02</math>.</i>	<b>64</b>
<b>Figure 2.10</b>	<i>Variation expérimentale de <math>Y(F_1)</math> pour différentes valeurs de <math>\tan(\theta)</math>.</i>	<b>65</b>
<b>Figure 2.11</b>	<i>Variation de la longueur relative <math>L_j/h_1</math> du ressaut en fonction du nombre de Froude <math>F_1</math></i>	<b>66</b>
<b>Figure 2.12</b>	<i>Variation de la longueur relative <math>L_r/h_1</math> du rouleau en fonction du nombre de Froude <math>F_1</math></i>	<b>67</b>

**CHAPITRE III : Le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal incliné à pente négative**

<b>Figure 3.1</b>	<i>Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal incliné à pente négative</i>	<b>71</b>
<b>Figure 3.2</b>	a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut	<b>73</b>
<b>Figure 3.3</b>	Variation du nombre de Froude $F_1$ uni selon la relation universelle en fonction du nombre de Froude théorique $F_{1th}$	<b>78</b>
<b>Figure 3.4</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tang}(\alpha) = 0,00$ . (o) points expérimentaux	<b>79</b>
<b>Figure 3.5</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tang}(\alpha) = -0,043$ . (o) points expérimentaux	<b>79</b>
<b>Figure 3.6</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{Tang}(\alpha) = -0,062$ . (o) points expérimentaux	<b>80</b>
<b>Figure 3.7</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tang}(\alpha) = -0,08$ . (o) points expérimentaux	<b>80</b>
<b>Figure 3.8</b>	Variation des paramètres 'a' en fonction de $\text{tang}(\alpha)$ .	<b>81</b>
<b>Figure 3.9</b>	: Variation du rapport des hauteurs conjuguées expérimentales $Y_{exp}$ en fonction Du rapport des hauteurs conjuguées théorique $Y_{th}$	<b>82</b>
<b>Figure 3.10</b>	Variation théorique de $Y(F_1)$ pour différentes valeurs de $\text{tang}(\alpha)$	<b>83</b>
<b>Figure 3.11</b>	Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ de l'écoulement incident,	<b>84</b>
<b>Figure 3.12</b>	Variation du longueur relative $L_r/h_1$ de rouleau en fonction du nombre de Froude $F_1$ , De l'écoulement incident , pour $0 \leq \text{tang}(\alpha) \leq -0,08$	<b>85</b>
<b>CHAPITRE IV : Etude comparative entre les caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire en contre pente et son homologue du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal a pente négative.</b>		
<b>Figure 4.1</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tan}(\theta) = ,05$	<b>89</b>
<b>Figure 4.2</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour Variation $\text{tan}(\theta) = -0,01$	<b>89</b>
<b>Figure 4.3</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tan}(\theta) = -0,015$	<b>90</b>
<b>Figure 4.4</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tan}(\theta) = -0,020$	<b>90</b>
<b>Figure 4.5</b>	Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude semi théorique $F_{1th}$	<b>91</b>
<b>Figure 4.6</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tang}(\alpha) = 0,00$ .	<b>92</b>

<b>Figure 4.7</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tang}(\alpha) = -0,043$	<b>93</b>
<b>Figure 4.8</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tang}(\alpha) = -0,062$ .	<b>93</b>
<b>Figure 4.9</b>	Variation de $Y(F_1)$ pour $\text{tang}(\alpha) = -0,08$ .	<b>94</b>
<b>Figure 4.10</b>	Variation théorique de $Y(F_1)$ pour différentes valeurs de $\text{tang}(\alpha)$	<b>95</b>
<b>Figure 4.11</b>	Variation de la hauteur relative $S$ du seuil en fonction du nombre de Froude $F_1$ , pour quatre valeurs distinctes de la contre pente	<b>98</b>
<b>Figure 4.12</b>	Variation de la hauteur relative $S$ du seuil en fonction du nombre de Froude $F_1$ $\text{tang}(\theta) = -0,005$	<b>98</b>
<b>Figure 4.13</b>	Variation de la hauteur relative $S$ du seuil en fonction du nombre de Froude $F_1$ $\text{tang}(\theta) = -0,01$	<b>99</b>
<b>Figure 4.14</b>	Variation de la hauteur relative $S$ du seuil en fonction du nombre de Froude $F_1$ $\text{tang}(\theta) = -0,015$	<b>99</b>
<b>Figure 4.15</b>	Variation de la hauteur relative $S$ du seuil en fonction du nombre de Froude $F_1$ $\text{tang}(\theta) = -0,02$	<b>100</b>
<b>Figure 4.16</b>	Variation du rapport $s/h_1$ en fonction du nombre de Froude $F_1$ , pour $0,031 \leq M \leq 0,078$ . pour $\text{tang}(\alpha) = 0,00$ .	<b>101</b>
<b>Figure 4.17</b>	Variation du rapport $s/h_1$ en fonction du nombre de Froude $F_1$ , pour $\text{tang}(\alpha) = -0,043$ .	<b>102</b>
<b>Figure 4.18</b>	Variation du rapport $s/h_1$ en fonction du nombre de Froude $F_1$ , pour $\text{tang}(\alpha) = -0,062$	<b>103</b>
<b>Figure 4.19</b>	Variation du rapport $s/h_1$ en fonction du nombre de Froude $F_1$ pour $\text{tang}(\alpha) = -0,08$ .	<b>105</b>
<b>Figure 4.20</b>	Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ de l'écoulement incident, pour $-0,005 \leq \text{tang}(\theta) \leq 0,02$ .	<b>108</b>
<b>Figure 4.21</b>	Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ de l'écoulement incident, pour $0 \leq \text{tang}(\alpha) \leq 0,08$	<b>109</b>

<b>Figure 4.22</b>	<i>Variation de la longueur relative <math>Lr/h_1</math> du rouleau en fonction du nombre de Froude <math>F_1</math> de l'écoulement incident, pour <math>-0,005 \leq \tan(\theta) \leq -0,02</math>.</i>	<b>112</b>
<b>Figure 4.23</b>	<i>Variation du longueur relative <math>Lr/h_1</math> de rouleau en fonction du nombre de Froude <math>F_1</math>, De l'écoulement incident , pour <math>0 \leq \tan(\alpha) \leq -0,08</math></i>	<b>113</b>
<b>Figure 4.24</b>	<i>Variation du rendement <math>\eta</math> en fonction du nombre de Froude <math>F_1</math>.</i>	<b>115</b>
<b>Figure 4.25</b>	<i>Variation du rendement <math>\eta</math> en fonction du nombre de Froude <math>F_1</math></i>	<b>116</b>

# *Sommaire*

<b>CHAPITRE I : Etude bibliographique ou bien revue de la littérature</b>	
Introduction générale.....	1
I.1-Introduction.....	5
I.2.Canal rectangulaire.....	5
I.2.1. Ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire horizontal.....	5
I.2.1.1-Le ressaut hydraulique classique.....	5
I.2.1.2-Forme du ressaut classique.....	6
I.2.1.3-Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.....	7
I.2.1.4-Longueurs caractéristique du ressaut.....	8
I.2.1.4.1-Longueur du rouleau.....	8
I.2.1.4.2- Longueur du ressaut.....	8
I.2.1.6-Rendement du ressaut.....	10
I.2.2-Ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente négative (ou contrepente).....	11
I.2.2.1-Classification du ressaut en contre pente.....	11
I.2.2.2- Etude de Mc Corcodal et Mohamed (1994).....	12
I.2.2.3-Etude de Pagliara et Peruginelli (2000).....	15
I.3-Canal triangulaire.....	19
I.3.1-Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire horizontal.....	19
I.3.1.1.Approche de Hager et Wanoschek.....	19
I.3.1.1.1-Rapport des hauteurs conjuguées.....	20
I.3.1.1.2-Equation de quantité de mouvement.....	20
I.3.1.1.3-Longueur caractéristique du ressaut.....	23
I.3.1.1.3.1-Longueur relative du rouleau $L_r/h_2$ .....	23
I.3.1.1.3.2-Longueur relative du rouleau $L_j/h_2$ .....	24
I.3.1.1.4- Profil de surface généralisé du ressaut.....	25
I.3.2.Ressaut hydraulique contrôle par seuil.....	27
I.3.2.1- Approche de Achour et Debabeche (2003).....	27
I.3.2.1.1- Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.....	27
I.3.2.1.2-Hauteur relative du seuil en fonction du nombre de Froude.....	29
I.3.2.1.3-Relation générale régissant le contrôle du ressaut.....	30
I.3.2.2 - Approche de Debabeche et Achour (2007).....	31

I.3.2.2.1- Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut'	32
I.3.2.2.2- Hauteur relative du seuil	35
I.3.2.2.3-Longueur relative du bassin	36
I.4-Canal trapezoidal	38
I.4.1.Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal horizontal	38
I.4.1.1- Approche de Hager et Wanoschek (1989)	38
I.4.1.1.1- Generalites	38
I.4.1.1.2- Description des essais	38
I.4.1.2- Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.	39
I.4.1.3 -Longueurs caractéristiques du ressaut.	41
I.4.1.3.1. longueur du rouleau de fond	41
I.4.1.3.2. longueur du ressaut	43
I.4.1.4- Rendement du ressaut	44
I.4.1.5- Description du ressau.	45
I.5-Conclusion.	47

## CHAPITRE II : Le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire incline à pente négative (ou contre pente).

II.1-Etude de Debabeche et Temim	50
II.2-Introuduction	50
II.3-Analyse théorique	50
II.3.1-Equation de la quantité de mouvement	50
II.3.2-Evaluation du volume du ressaut.	53
II.3.3-Nombre de Froude	55
II.4-Analyse expérimentale de l'équation théorique	57
II.4.1-Estimation du coefficient k de correction	57
II.4.2-Variation du rapport $y$ des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude " $F_1$ " et de l'angle d'inclinaison $\theta$ du canal	60
II.4.3-Longueurs caractéristiques du ressaut.	66
II.4.3.1-Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$	66

II.4.3.2-Variation de la longueur relative $L_r/h_1$ du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude $F_1$ .....	67
II.5-Conclusion.....	68
<b>CHAPITRE III : le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal incliné à pente négative</b>	
III.1-Etude de Debabeche et d'OUASSAF (2015).....	70
III.2.Introduction.....	70
III.3-Analyse théorique.....	71
III.3.1-Equation de la quantité de mouvement.....	71
III.3.2-Evaluation du volume du ressaut.....	74
III.3.3-Nombre de Froude.....	74
III.4-Analyse expérimentale de l'équation théorique.....	76
III.4.1-Estimation du coefficient k de correction.....	76
III.4.2-Variation du rapport $y$ des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude " $F_1$ " et de l'angle d'inclinaison $\theta$ du canal.....	78
III.4.3-Longueurs caractéristiques du ressaut.....	83
III.4.3.1-Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ .....	83
III.4.3.1-Variation de la longueur relative $L_r/h_1$ du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude $F_1$ .....	84
III.5-Conclusion.....	85
<b>CHAPITRE IV : Etude comparative entre les caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire en contre pente et son homologue du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente négative.</b>	
IV.1-Introduction.....	88
IV.2-Effet de la pente négative sur la Variation du rapport $y$ des hauteurs conjuguées.....	89

IV.2.1-Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ et de l'angle $\alpha$ d'inclinaison du canal en un canal triangulaire.....	89
IV.2.2-Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ et de l'angle $\alpha$ d'inclinaison du canal en un canal trapézoïdale.....	92
IV.2.3-Interprétation des graphes.....	96
IV.3- Effet de la pente négative sur Variation de la hauteur relative du seuil $S=s/h_1$ .....	97
IV.3.1-Variation de la hauteur relative du seuil $s/h_1$ en fonction du nombre de Froude ( $F_1$ ) en canal triangulaire .....	97
IV.3.2-Variation de la hauteur relative du seuil $s/h_1$ en fonction du nombre de Froude ( $F_1$ ) en canal trapézoïdal. ....	101
IV.3.3-Interprétation des graphes .....	106
IV.4- Effet de la pente négative sur Les Longueurs caractéristiques du ressaut.....	107
IV.4.1-Longueur du ressaut.....	107
IV.4.1.1-Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ en canal triangulaire .....	107
IV.4.1.2-Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ en canal trapézoïdale .....	109
IV.4.1.3-Interprétation des graphes.....	110
IV.4.2-Longueur du rouleau .....	111
IV.4.2.1-Variation de la longueur relative $L_r/h_1$ du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude $F_1$ en canal triangulaire .....	111
IV.4.2.2-Variation de la longueur relative $L_r/h_1$ du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude $F_1$ en canal trapézoïdale.....	112
IV.4.2.3-Interprétation des graphes.....	113
IV.5- Effet de la pente négative sur la Rendement du ressaut hydraulique.....	114
IV.5.1-Rendement $\eta$ du ressaut hydraulique en canal triangulaire.....	114
IV.5.2-Rendement $\eta$ du ressaut hydraulique en canal trapézoïdale.....	116
IV.5.3-Interprétation des graphes.....	117
IV.6-Conclusion.....	118
Conclusion generale.....	120

# **INTRODUCTION GENERALE**

## Introduction générale

Le ressaut hydraulique est défini comme le passage de l'écoulement torrentiel à l'écoulement fluvial, et ce phénomène se produit dans de nombreux canaux

Le ressaut hydraulique dénoyé est le moyen le moins onéreux et le plus pratique pour dissiper l'énergie emmagasinée dans un ouvrage amont, afin d'éviter d'importantes modifications du lit de la rivière situé à l'aval. Il est utilisé également pour la surélévation du plan d'eau à l'aval afin de permettre l'amorçage d'un siphon dans un canal d'irrigation.

Le ressaut est le principal moyen qu'utilisent les ouvrages hydrauliques pour dissiper l'énergie. Ce ressaut est formé lors de la transition brusque d'un écoulement torrentiel à un écoulement fluvial. Durant cette transition une onde stationnaire se forme et l'énergie est alors dissipée par turbulence.

Un rôle important des ouvrages sera donc d'amener l'écoulement du cours d'eau (généralement fluvial) à un écoulement torrentiel afin que le ressaut puisse se former.

Afin de bien dimensionner ces ouvrages hydrauliques, une bonne connaissance des caractéristiques des ressauts est essentielle. Celles-ci sont principalement les hauteurs d'eau en amont et en aval du ressaut (hauteurs conjuguées), l'efficacité en termes d'énergie et la longueur nécessaire pour l'accomplissement de ce ressaut.

La modification des conditions à l'amont (débit, hauteurs, ...etc.) et à l'aval (type d'obstacle, sa position, sa hauteur, la pente du canal, la rugosité du fond, ...etc.) peut conduire à différentes configurations du ressaut. Du point de vue pratique, ce sont surtout les dimensions géométriques du bassin de dissipation qui intéressent l'Ingénieur hydraulicien ; ces dimensions sont étroitement liées aux caractéristiques du ressaut et à la forme géométrique du canal dans lequel il évolue. Le ressaut est dit classique lorsqu'il se forme dans un canal rectangulaire de pente nulle ou faible, sans obstacle à l'aval (Hager, Bremen et Kawagoshi ; 1990). Il est dit contrôlé lorsque sa formation est conditionnée par la mise en place d'un obstacle (Hager et Bretz, 1988). Il est dit forcé lorsqu'il se forme de part et d'autre de l'obstacle (Rand, 1957 ; Bretz, 1988).

Les recherches expérimentales ont d'abord confirmé que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. C'est en d'autres termes la seconde loi de Newton qui est appliquée, qui montre que la variation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale du ressaut est égale à la résultante des forces extérieures agissant sur la masse liquide en mouvement (Achour, 1997; Debabeche, 2003). L'application de la quantité de mouvement a eu pour but d'évaluer le rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  incident caractérisant l'écoulement à l'amont. La relation la plus simple est celle obtenue par Bélanger pour le cas du ressaut classique en canal de section droite rectangulaire de pente nulle ou faible et dont la validité a été vérifiée par plusieurs auteurs.

La longueur minimale du bassin amortisseur correspond en règle générale à la longueur  $L_j$  du ressaut défini comme étant la longueur au-delà de laquelle aucune protection du bassin n'est nécessaire. Jusqu'à ce jour aucun développement théorique n'a pu mener à l'établissement d'une relation analytique permettant d'évaluer la longueur  $L_j$  ; seuls les essais au laboratoire ont permis de la quantifier. C'est ainsi que Bradley et Peterka (1957) ont élaboré une courbe moyenne expérimentale, représentant la variation de la longueur relative  $L_j^*/h_2^*$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  à l'amont du ressaut. Les auteurs concluent que pour la gamme pratique des nombres de Froude tels que  $4 < F_1 < 12$ , la longueur relative  $L_j^*/h_2^*$  prend la valeur moyenne de 6 ; ce résultat est encore admis de nos jours.

Une autre caractéristique géométrique du ressaut est la longueur  $L_r^*$  sur laquelle s'étend son rouleau de surface. Comme pour la longueur  $L_j^*$ ,  $L_r^*$  n'a pu être évaluée que par la voie expérimentale. Plusieurs auteurs ont quantifié cette longueur (Bradley et Peterka, 1957 ; Safranez, 1929 ; Bakhmeteff, 1936 ; Moore, 1943), mais nous citerons surtout les travaux relativement récents de Hager (1990) qui montrent que la longueur relative  $L_r^*/h_1$  dépend à la fois du nombre de Froude  $F_1$  et du rapport d'aspect  $w=h_1/b$  ;  $h_1$  et  $b$  sont respectivement la hauteur initiale du ressaut et la largeur du canal rectangulaire.

Récemment plusieurs chercheurs ont abordé la question du ressaut hydraulique d'un point de vue théorique et appliqué, les plus importants et les plus récents d'entre eux sont certainement Hager et Sinniger (1990), Hager et Bretz (1987) et Rajaratnam (2002) qui ont étudié le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire horizontal, Hager et Wanoschek (1987), Achour et Debabeche (2003) et Debabeche et Achour (2007) dont les travaux sont relatifs au ressaut triangulaire horizontal. Par ailleurs, (Rajaratnam, 1966; Mc Corcodal, 1994; Pagliara. S. et Peruginelli, 2000 ; Beiram et Chamani, 2006...) ont étudié le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire. La première étude approfondie du ressaut hydraulique incliné fut celle de Bakhmeteff et Matzké (1938), qui ont évoqué dans leur étude, le profil de surface, la longueur du ressaut et la distribution des vitesses. Kindsvater (1944) classifiât les ressauts à pente positive en quatre principaux types : le type A, type B, type C et type D. Les études récentes concernant le ressaut dans les canaux inclinés ont été dirigées par Hager (1988) et Ohtsu et Yasuda (1991) mais toujours dans un canal rectangulaire. Debabeche et al (2009) ont étudié théoriquement le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de  $90^\circ$  incliné d'une pente positive. En 2010, Cherhabil a abordé dans sa thèse de doctorat le ressaut hydraulique dans deux profils de canaux inclinés : le canal triangulaire et le canal profilé en "U". Cette dernière étude a approché le sujet d'un point de vue théorique et expérimental. Par ailleurs, pour ce qui concerne le ressaut hydraulique dans un canal

trapézoïdal, la première étude devrait être attribuée à Posey et Hsing (1938). Par la suite Sandover et Holmes (1962) ont étudié le ressaut hydraulique dans des canaux trapézoïdaux pour des inclinaisons de parois latérales de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ . Hager et Wanoschek ont étudié en 1989 le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal symétrique à angle d'ouverture de  $45^\circ$ .

Debabeche et Temim (2009) ont étudié théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de  $90^\circ$  incliné d'une pente négative. Des relations fonctionnelles, liant les différentes caractéristiques du ressaut et faisant apparaître l'influence de la pente du fond du canal ont été proposées.

En 2015 Debabeche et Ouassaf ont étudié théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique, dans un canal trapézoïdal non prismatique, incliné d'une pente négative. Des relations fonctionnelles, en terme adimensionnel, liant les différentes caractéristiques du ressaut, faisant apparaître l'influence de la pente du fond du canal, ont été proposées. Les équations obtenues sont représentées en termes adimensionnels, afin de permettre leur utilisation dans la pratique.

Ce présent mémoire a pour objectif de faire une Etude comparative entre les caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire en contre pente et son homologue du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal a pente négative (notamment l'effet de la pente négative sur les caractéristiques du ressaut).

Notre mémoire est divisée en quatre chapitres :

✓ Un premier chapitre bibliographique à travers laquelle nous passerons en revue les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique, en canal de section droite rectangulaire, triangulaire, et trapézoïdale à fond horizontal et incliné. Ce chapitre lui-même est reparti en trois parties, dans la première partie nous avons représenté les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique, en canal de section droite rectangulaire à fond horizontal et incliné, tandis que dans la deuxième partie nous avons montré les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique en canal de section droite triangulaire à fond horizontal. Et dans la troisième partie nous avons montré les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique en canal de section droite trapézoïdale à fond horizontal.

✓ Un deuxième chapitre est consacré uniquement pour présenter le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire incline à pente négative. Etude de Debabeche et Temim (2009) qui ont étudié théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de  $90^\circ$  incliné d'une pente négative. Des relations fonctionnelles, liant les différentes caractéristiques du ressaut et faisant apparaître l'influence de

la pente du fond du canal ont été proposées.

✓ Un troisième chapitre qui est destiné pour montrer l'étude de Debabeche et Ouassaf (2015) concernant le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdale incliné à pente négative les auteurs ont étudié théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique, Des relations fonctionnelles, liant les différentes caractéristiques du ressaut et faisant apparaître l'influence de la pente du fond du canal ont été proposées.

✓ Un quatrième et dernier chapitre qui concernera notre propre travail a pour but de faire une comparaison entre les caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire en contre pente et son homologue du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal a pente négative ,d'autre terme d'analysé l'effet de la pente négative sur les caractéristiques du ressaut dans un canal triangulaire et son homologue du canal trapézoïdal . Une analyse des résultats expérimentaux et des équations théoriques sera également élaborée, afin de leur trouver une meilleure représentation.

**CHAPITRE I :**

**REVUE DE LA**

**LITTÉRATURE**

## **I.1-Introduction:**

Dans ce chapitre nous examinerons les travaux les plus importants relatifs au ressaut hydraulique évoluant dans un canal rectangulaire ,triangulaire.et trapézoïdale respectivement. En premier lieu nous allons présenter les travaux relatifs au ressaut hydraulique évoluant dans un canal rectangulaire.

deux types de ressaut seront alors étudiés:

- Le ressaut hydraulique classique, où nous parlerons des travaux de Hager et al (1990) qui concernent le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire horizontal.
- Le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire incliné à pente négative. Nous examinerons dans ce sous chapitre l'étude de Mc Corcodal et Mohamed (1994) qui ont étudié le cas limite d'existence des ressauts en pente négative . En second lieu nous allons présenter le ressaut hydraulique classique en canal triangulaire ,où nous parlerons en premier temps sur les travaux de Hager et Wanoschek (1987) concernant le ressaut "triangulaire" évoluant dans un canal de pente géométrique horizontale à angle d'ouverture de  $90^\circ$ , les auteurs proposent, notamment, une relation générale reliant les longueurs caractéristiques du ressaut  $L_r/h_2$  et  $L_j/h_2$ , en fonction du nombre de Froude de l'écoulement incident et de  $m$ . Dans un second temps nous aborderons le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire contrôlé par seuil, concernant l'étude de Achour et Debabeche (2003), qui a pour objectif d'expérimenter le ressaut hydraulique contrôlé par seuil mince, dans un canal triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$ . L'étude a été pour objectif de trouver des relations fonctionnelles liant les caractéristiques du ressaut hydraulique. En troisième lieu nous allons présenter le ressaut hydraulique en un canal trapézoïde .Notre travail dans cette partie sera consacré pour les travaux de Hager et Wanoschek (1989) relatifs au ressaut hydraulique évoluant dans un canal trapézoïdal de pente géométrique horizontale, à parois latérales inclinées d'un angle de  $45^\circ$

## **I.2-CANAL RECTANGULAIRE :**

### **I.2.1-Ressaut hydraulique dans un canal horizontal :**

#### **I.2.1.1-Le ressaut hydraulique classique :**

Le ressaut hydraulique désigne le passage de l'écoulement torrentiel (ou supercritique) à l'écoulement fluvial (sub-critique). Ce passage s'accompagne d'une perturbation de la surface libre de l'écoulement qui s'étend sur une longueur  $L_r$  appelée longueur du rouleau. Le ressaut hydraulique est dit classique lorsqu' il se forme dans un canal de section droite rectangulaire de pente nulle ou faible.

Les caractéristiques du ressaut sont essentiellement les longueurs  $L_r$  et  $L_j$ , qui désignent respectivement la longueur du rouleau et la longueur du ressaut, et les hauteurs  $h_1$  et  $h_2$ , appelées également hauteurs conjuguées.

La capacité de dissipation du ressaut est généralement évaluée par le rapport de la perte de charge qu'il occasionne entre ses sections initiale et final. L'écoulement torrentiel à l'amont du ressaut est caractérisé par un nombre de Froude  $F_1 > 1$  étroitement lié au débit volumique, à la hauteur initiale  $h_1$  ainsi qu'à la forme géométrique du canal.

On s'accord à dire que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement dont l'application a pour objectif de définir la relation  $Y = h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées et le nombre de Froude  $F_1$  (Debabeche, 2003).

### **I.2.1.2-Forme du ressaut classique :**

Bradley et Peterka (1957) ont classifié le ressaut classique sous quatre formes différentes :

- LE PRE-RESSAUT avec  $1,7 < F_1 < 2,5$  figure (1.1,a) : La surface du ressaut est composée d'une série de petits rouleaux pour  $F_1 = 1,7$  ; ces rouleaux s'intensifient au fur et à mesure que le nombre de Froude  $F_1$  augmente. La répartition des vitesses dans la section amont du ressaut est pratiquement uniforme mais le rendement obtenu est très faible.
- LE RESSAUT DE TRANSITION avec  $2,5 < F_1 < 4,5$  figure (1.1,b) : Ce type de ressaut se manifeste sous forme de battements de larges vagues à des périodes très irrégulières, pouvant occasionner un effet érosif sur les parois latérales du canal.
- LE RESSAUT STABLE obtenu pour la gamme  $4,5 < F_1 < 9$  figure (1.1,c) : C'est ce type de ressaut que l'on utilise souvent dans les bassins de dissipation d'énergie en raison notamment de son bon rendement (entre 45 et 70%), de sa compacité ainsi que de sa stabilité.
- LE RESSAUT AGITE OU CLAPOTEUX obtenu pour  $F_1 > 9$  figure (1.1,d) : Le jet entrant dans la section initiale du ressaut est caractérisé par une faible profondeur et une vitesse très élevée. Il présente une instabilité verticale et ne peut adhérer constamment au fond du canal. La surface libre du ressaut est irrégulière et très écumeuse.

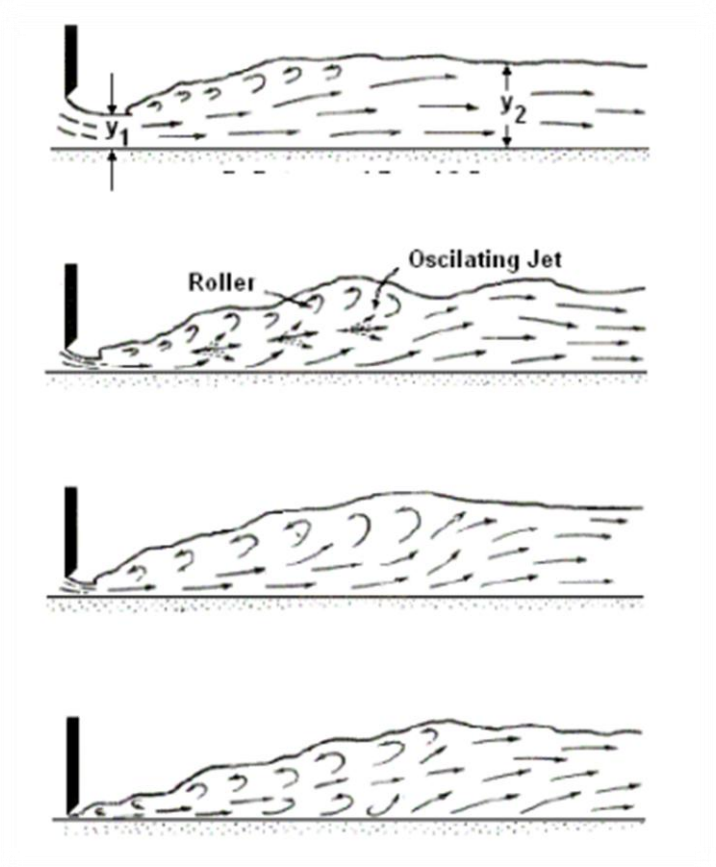


Figure (1.1) : Forme du ressaut classique selon la classification de Bradley et Peterka (1957). a) Pré-ressaut, b) Ressaut de transition, c) Ressaut stable, d) Ressaut agité.

### I.2.1.3-Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut :

Le canal de section droite rectangulaire constante est un cas particulier du canal trapézoïdal pour lequel l'angle d'inclinaison du talus par rapport à l'horizontal est de  $90^\circ$ ; ceci correspond donc à  $m = \cotg 90^\circ = 0$ , ou bien à  $M = 0$ .

$$F_1^2 = Q^2 / (gb^2 h_1^3) \quad (1.1)$$

$$Y^* = h_2^* / h_1 = 0,5 \left[ \sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right] \quad (1.2)$$

La relation (1.2) est connue sous le nom d'équation de Bélanger et permet d'évaluer le rapport  $Y^*$  des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$ . Hager et Sinniger (1985) proposent une relation approchée applicable pour le nombre de Froude  $F_1 > 2$ :

$$Y^* = \frac{h_2^*}{h_1} = \sqrt{2} \cdot F_1 - 1/2 \quad (1.3)$$

### I.2.1.4-Longueurs caractéristique du ressaut :

Le ressaut hydraulique est caractérisé par la longueur  $L_r^*$  du rouleau ainsi que par la longueur  $L_j^*$  sur laquelle il s'étend. Ces caractéristiques n'ont pu être évaluées que par la voie de l'expérimentation.

#### I.2.1.4.1-Longueur du rouleau :

La première caractéristique du ressaut est la longueur  $L_j^*$  sur laquelle il s'étend, ceci n'a pas pu être quantifiée que par voie expérimentale et sa définition varie d'un auteur à un autre. En effet, on estime que la longueur  $L_j^*$  doit être mesurée toujours entre le pied du ressaut et la section aval de sorte que :

1. la surface libre est pratiquement horizontale.
2. la surface de turbulence du rouleau est faible.
3. les grosses bulles d'air dues à la présence du rouleau de surface sont inexistantes.
4. l'écoulement graduellement varié apparaît à l'extrémité aval du rouleau.

Toutes ces définitions ont pour but d'indiquer la limite aval du ressaut au-delà de laquelle la protection ou le rendement du bassin d'amortissement n'est pas nécessaire. Les essais de Bradley et Peterka (1957) ont permis à Hager et al. (1990) de déterminer une relation permettant d'évaluer la longueur  $L_j^*$  du ressaut. Celle-ci, rapportée à la hauteur initiale  $h_1$  du ressaut, peut s'écrire:

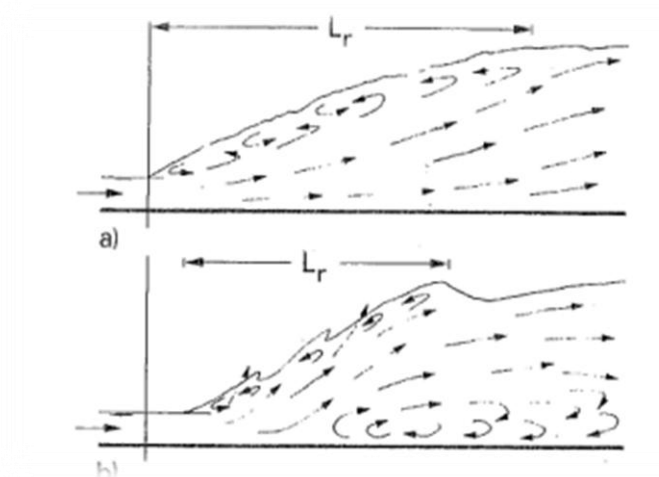
$$L_j^* / h_1 = 220. Tgh [(F_1-1)/22] \quad (1.4)$$

D'après Hager et al. (1990), la variation de la longueur relative  $L_j^*/h_2^*$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  indique que ce dernier rapport prend une valeur moyenne égale à 6 pour la gamme pratique  $4 < F_1 < 12$ .

$$L_j^*/h_2^* = 6 \quad (1.5)$$

#### I.2.1.4.2-Longueur du ressaut :

La deuxième caractéristique du ressaut est la longueur  $L_r^*$ . En 1990 Hager et al (1990) définissent en fait deux longueurs de rouleau suivant le type de ressaut étudié et introduisant ainsi la notion de longueur de rouleau développé et non développé. La figure (1.2) montre ces deux type de ressaut et les longueurs  $L_r^*$  qui leur correspondent.



**Figure( 1.2) : Aspect du ressaut classique.**  
 a) rouleau développé. b) rouleau non développé.

Le rouleau développé présente une surface relativement lisse et est caractérisée par une quasi-stabilité. Le jet entrant dans la section initiale du ressaut adhère sur une certaine distance au fond du canal puis diverge en s'orientant vers l'aval. Le rouleau non-développé se caractérise par une longueur plus courte que celle du rouleau développé et sa surface à l'aval se présente sous l'aspect de vagues. Au fond de la masse liquide en mouvement, on peut distinguer une zone de rouleau dite de séparation formant un tourbillon de fond. En raison de la présence de cette zone, le jet entrant dans la section initiale du ressaut est dévié vers la surface libre. Les essais effectués par Hager et al. (1990) indiquent que, pour le cas du ressaut classique, le rapport  $\lambda_r^* = L_r^* / h_1$  dépend du nombre de Froude  $F_1$  et du rapport d'aspect  $w = h_1/b$ . Les auteurs proposent les relations suivantes:

$$\lambda_r^* = -12 + 160 \operatorname{Tgh}(F_1/20) \quad \text{pour} \quad w = h_1/b < 0,1 \quad (1.6)$$

$$\lambda_r^* = -12 + 100 \operatorname{Tgh}(F_1/12,5) \quad \text{pour} \quad 0,1 < w < 0,7 \quad (1.7)$$

« Tgh » désigne la tangente hyperbolique.

Les auteurs notent que pour  $F_1 < 8$ , les relations (1.6) et (1.7) peuvent être remplacées par une droite de pente 8, d'équation :

$$\lambda_r^* = L_r^* / h_1 = 8 \cdot (F_1 - 1,5) ; \quad 2,5 < F_1 < 8 \quad (1.8)$$

### I.2.1.6-Rendement du ressaut :

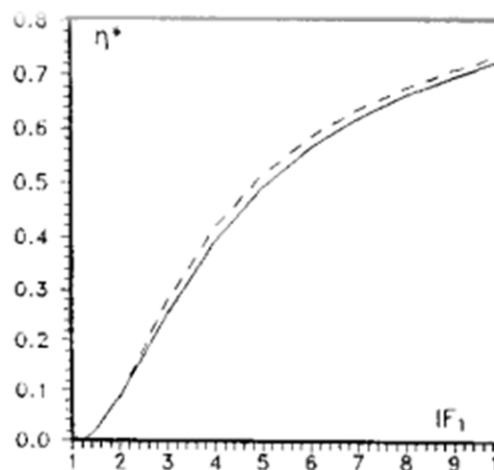
Pour le cas du canal rectangulaire:

$$\eta^* = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2}{2Y^2}}{1 + \frac{F_1^2}{2}} \quad (1.9)$$

Bien que la relation (1.9) permet le calcul explicite du rendement  $\eta^*$ , Hager et Sinniger (1986) proposent une expression approchée, applicable pour  $F_1 > 2$  :

$$\eta^* = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{F_1}\right]^2 \quad (1.10)$$

Les relations (1.9) et (1.10) sont représentées graphiquement dans le système d'axes de coordonnées cartésiennes de la figure (1.2).



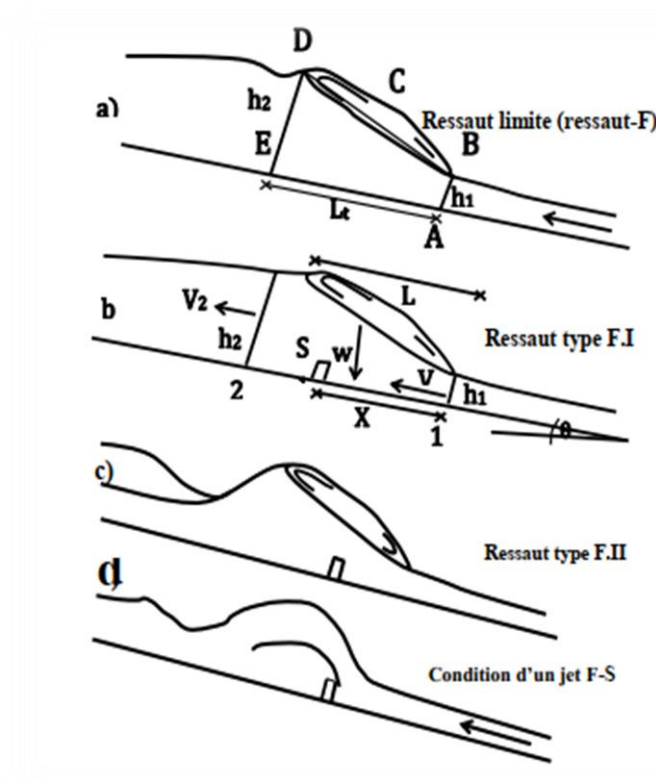
**Figure ( 1. 3 ) :** Rendement  $\eta^*$  du ressaut classique en fonction du nombre de Froude  $F_1$ . (—) Courbe tracée selon la relation (1.31). (---) Courbe tracée selon la relation (1.32)

La figure (1.3) montre d'une part que le rendement  $\eta^*$  du ressaut classique est supérieur à 50% pour  $F_1 \geq 5,1$  et que les rendements calculés en application de la relation approchée (1.10) sont légèrement supérieurs à ceux obtenus par la relation exacte (1.9) d'autre part; l'écart maximum observé peut atteindre les 2%.

## I.2.2-Ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente négative (ou contre pente) :

### I.2.2.1-Classification du ressaut en contre pente :

Stevensens (1942) a analysé théoriquement le ressaut à pente négative en utilisant l'équation de quantité de mouvement. Okada et Aki (1955) ont effectué une étude expérimentale sur la stabilité du ressaut à pente négative pour des nombres de Froude  $F_1 > 9$ . Rajaratnam (1966, 1967) classifie le ressaut à pente négative comme un ressaut de type F, et conclue qu'il est impossible de garder le ressaut complètement dans la contre pente. Ohashi et al (1973) étudient le ressaut à pente négative et confirment son instabilité lorsqu'il est entièrement dans la contre pente. Mc Corcodal et Mohammed (1994) on effectué une analyse assez explicite sur ce type de ressaut, qu'ils ont appelé configuration du ressaut limite où le ressaut est localisé complètement dans la partie en contre pente. La bibliographie montre que le ressaut à pente négative est classé en quatre configurations principales représentées dans la figure (1.4):



Figure( 1.4 ): Classification du ressaut à pente négative

La figure (1.4) montre que le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente négative peut se présenter en quatre formes principales :

- Ressaut limite (Type F) qui désigne le ressaut sans obstacle à l'aval,
- Ressaut types FI et FII relatifs au ressaut forcé par seuil,
- Ressaut type F-S désignant la configuration d'un jet à travers un seuil. Pour le cas du type F-S, l'écoulement torrentiel saute au-dessus du seuil sans formation de ressaut.

### I.2.2.2-Etude de Mc Corcodal et Mohamed (1994) :

Mc Corcodale et Mohamed (1994) ont étudié le ressaut hydraulique dans des canaux en pente négative, dans le but est de déterminer les paramètres de définition du cas limite d'existence de ce type de ressaut. La figure (1.5) montre le schéma de définition du ressaut à pente négative selon les auteurs.

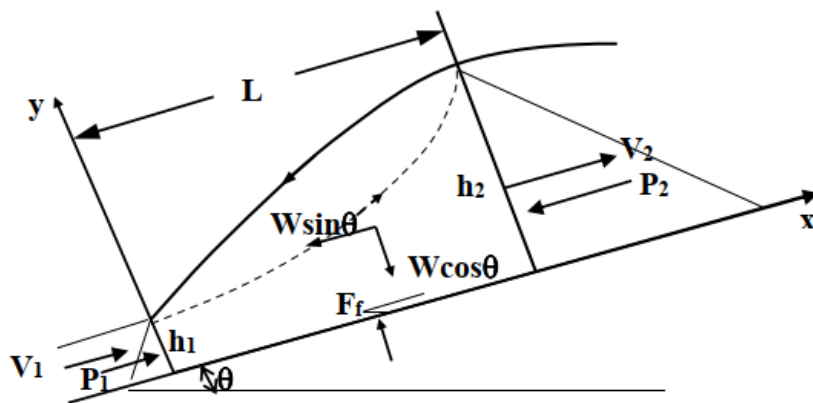


Figure (1.5): Schéma de définition et volume de contrôle pour le ressaut à pente négative

L'équation de quantité de mouvement pour un ressaut hydraulique évoluant dans un canal rectangulaire à pente négative s'écrit comme suit :

$$\beta_2 \rho U_2 Q - \beta_1 \rho U_1 Q = P_1 - P_2 + W \sin \theta - F_f \quad (1.11)$$

Où  $P_1$  et  $P_2$  sont respectivement les forces hydrostatiques au début et à la fin du ressaut ;  $F_f$  est la force de frottement. Le poids  $W$  s'écrit comme suit :

$$W = \varphi_s \gamma L_r (h_1 + h_2) / 2 \quad (1.12)$$

Avec:  $\gamma$  le poids spécifique de l'eau,  $L_r$  la longueur du rouleau qui est prise dans ce cas comme longueur de ressaut,  $\varphi_s$  étant le facteur de forme.  $\beta$  est considéré comme égale à

l'unité.

Un développement théorique de l'équation de quantité de mouvement conduit à l'équation suivante

$$h_2/h_1 = (\sqrt{1 + 8G_a^2} - 1)/2 \tag{1.13}$$

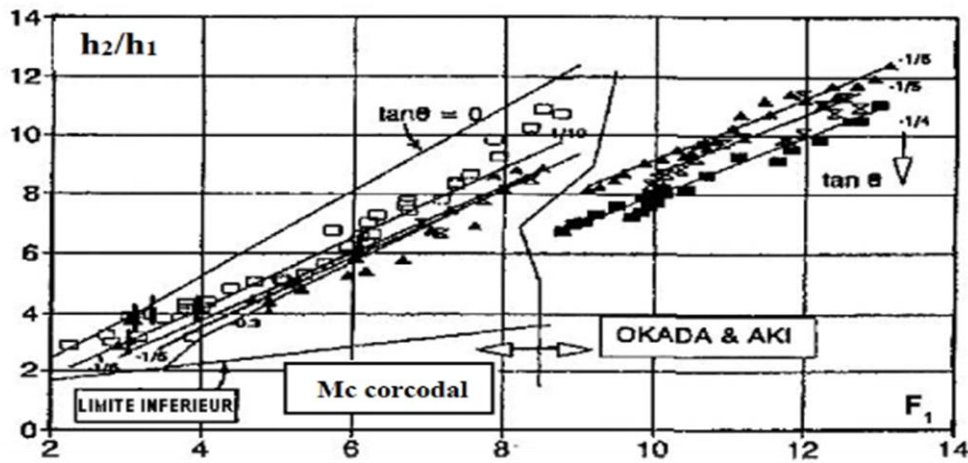
Avec:

$$G_a^2 = \frac{\beta_1 F_1^2}{1 - \frac{\varphi_s L_j \tan \theta}{h_2 - h_1} - \frac{2F_f}{\gamma(h_1^2 - h_2^2) \cos \theta}} \tag{1.14}$$

Avec  $F_1 = v_1 / (gh_1 \cos \theta)^{1/2}$

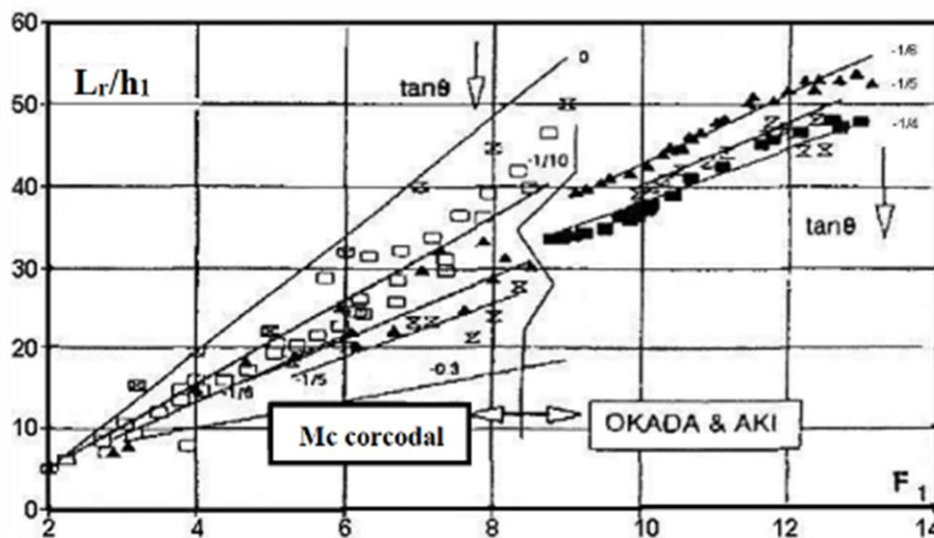
Une étude expérimentale a été conduite par Mc Corcodal dans un canal rectangulaire de 0,46m de largeur, 0,65m de profondeur et une contre pente de 1m de longueur. Trois pentes négatives ont été testées :  $\text{tg } \theta = -0,1, -0,167, -0,20$ .

La figure (1.6) montre la variation du rapport des hauteurs conjuguées  $h_2/h_1$  pour différentes valeurs du nombre de Froude  $F_1$  et pour les trois pentes négatives.



Figure( 1.6 ): Rapport des hauteurs conjuguées expérimentales et théoriques pour des cas limites et des cas stabilisés de ressaut en pente négative, provenant de l'étude de Mc Corcodal et Mohamed (1994), ainsi que celle de Okada et Aki (1959).  $\text{tg}\theta = (+) 0,0 ; (\square) -0,1 ; (\blacktriangle) -1/6 ; (\nabla) -1/5 ; (\blacksquare) -1/4 ; (—) \text{Equation théorique}$

La figure (1.6) montre que l'augmentation de la pente négative engendre la diminution du rapport  $h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées. En outre, les mesures de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $L_r$  et le débit  $Q$  ont permis aux auteurs d'estimer expérimentalement le facteur de forme  $\varphi_s$  dans l'équation (2.19). Ils trouvent une valeur constante  $\varphi_s = 1,08 \pm 0,3$  pour les trois contre pentes étudiées. Ces valeurs sont différentes de celle de Okada et Aki (1959), qui a trouvé  $\varphi_s = 1,3 \pm 90,1$ . Mc Corcodal et Mohamed (1994) attribuent cette différence à la définition de la longueur du ressaut et à la différence entre les conditions des deux études, car Okada et al (1959) ont expérimenté un autre type de ressaut en contre pente dit stabilisé, qui commence dans une pente positive et fini dans une pente négative. En outre il a été montré que la position du ressaut est très sensible à la variation de la profondeur conjuguée aval  $h_2$  et précisément pour les nombre de Froude  $F_1 < 4$ , et nécessite un ajustement continu des conditions aux limites pour maintenir une position stable. Cependant, pour les nombres de Froude  $F_1 < 9$ , les auteurs confirment que le ressaut limite en pente négative (type D) est difficile à établir. La figure (1.7) montre la variation de la longueur relative  $L_r/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  pour les trois pentes négative.



**Figure( 1.7):** Longueurs du rouleau mesurées dans les cas limites et les cas stabilisés de ressaut en pente négative. Provenant de l'étude de Mc Corcodal et Mohamed (1994) et de celle de Okada et Aki (1959).

$tg\theta = (+) 0,0 ; (\square) -0,1 ; (\blacktriangle) -1/6 ; (\nabla) -1/5 ; (\blacksquare) -1/4 ; (—) \text{Equation théorique}$

La figure (1.7) montre que pour une valeur donnée de  $F_1$ , la longueur relative  $L_r/h_1$  du rouleau diminue avec l'augmentation de la pente négative. Les mesures expérimentales ont été comparées avec la longueur relative du rouleau horizontal ; il a été montré que le rapport  $L_r/h_1$  de la pente négative, pour une valeur donnée de  $F_1$ , est plus faible que son homologue horizontal. Une relation empirique a été effectuée par Okada et Aki (1959), de la forme :

$$L_r/h_1 = (C_0 + C_1 \sin^2 \theta)[F_1 - 1] + D_1(1 + D_2 \sin^4 \theta) \quad (1.15)$$

où les constantes empiriques sont les suivantes :

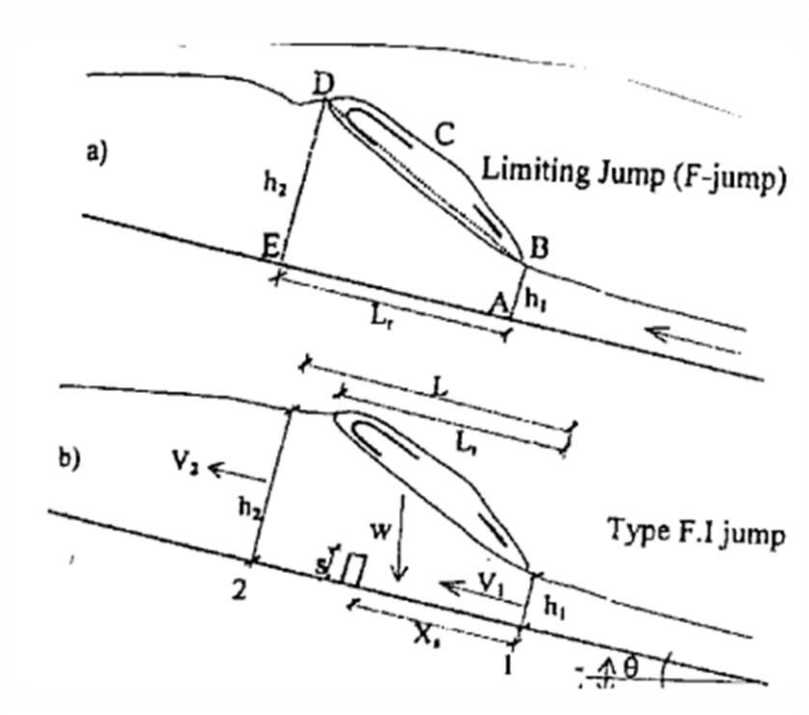
a. Ressaut limite selon Mc Corcodal et Mohamed ( $F_1 < 9$ ) :

$C_0=7,27$  ;  $C_1=20,8$  ;  $C_2=5$  ;  $D_1=5$  ;  $C_2=50$ .

b. Ressaut Stabilisé selon Okada et Aki (1959)  $9 < F_1 < 13$ :

$C_0=7,2$  ;  $C_1=21$  ;  $C_2=19$  ;  $D_1=7,7$  ;  $C_2=175$ .

### 1.2.2.3-Etude de Pagliara et Peruginelli (2000) :



**Figure( 1.8):** Classification du ressaut limite et du ressaut contrôlé par seuil dans un canal en contre pente.

Pagliari et Peruginelli (2000) analysent théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire prismatique à contre pente. Les auteurs proposent pour deux types de ressaut hydraulique : le ressaut classique en contre pente (type F) et le ressaut forcé par seuil (type F.I) figure (1.8), une relation générale liant le rapport des hauteurs conjuguées au nombre de Froude et à l'angle d'inclinaison du canal a été proposée. Les auteurs expérimentent le ressaut dans un canal rectangulaire en contre pente de 6m de longueur, de 0,4m de largeur et de 1,2m de profondeur. Quatre pentes négatives ont été testées: -5, -10, -15, -20 %

L'équation de quantité de mouvement appliquée entre les sections 1 et 2 de l'écoulement s'écrit :

$$P_1 - P_2 + M_1 M_2 + W \sin \theta - D = 0 \quad (1.16)$$

Pour une unité de largeur, les éléments de l'équation (1.28) peuvent s'écrire comme suit:

$$P_1 = 0.5\gamma h_1^2 \cos \theta; \quad M_1 = (\gamma/g)h_1 U_1^2 \quad i = 1.2 \quad (1.17)$$

$$W = 0.5\gamma Lk(h_2 + h_1); \quad D = C_d S \rho U_1^2 / 2$$

Avec : g accélération de la pesanteur ;  $h_1, h_2$  profondeurs conjuguées mesurées perpendiculairement au fond ;  $U_1, U_2$  vitesse moyenne ;  $\theta$  angle d'inclinaison du fond (négative pour la contre pente) ;  $\omega$  poids de l'eau contenu dans le volume de contrôle pour une unité de largeur ; k coefficient de correction du poids ; L longueur du ressaut ; D force de réaction du seuil ;  $C_d$  coefficient de traînée ; s hauteur de seuil ;  $\gamma$  poids spécifique ; masse  $\rho$  volumique ;  $Y = h_2/h_1$  rapport des hauteurs conjuguées ;  $F_1^2 = U_1^2/gh_1$  le carré du nombre de Froude de l'écoulement incident.

Avec  $\lambda = L/h_1$  et  $S = s/h_1$

Les auteurs aboutissent à l'expression suivante

$$Y^3 - Y(1 + 2G_s^2) + 2G_s^2 = 0 \quad (1.18)$$

où  $G_s$  représente une forme générale du paramètre G introduit par Chow(1959) pour le cas des contre pentes sans seuil. Le paramètre G est appelée « paramètre de contre pente » (Mc Corcodal et Mohamed, 1994). Pour le ressaut forcé les auteurs définissent le paramètre  $G_s$  de l'équation (1.30) comme suit :

$$G_s^2 = \frac{F_1^2}{\cos \theta \frac{\lambda k \sin \theta}{Y-1} - \frac{C_d S F_1^2}{1-Y^2}} \tag{1.19}$$

L'équation (1.19) est valable pour le ressaut forcé par seuil évoluant, aussi bien dans un canal à pente positive que dans un canal à pente négative. En utilisant l'équation (1.19), . auteurs ont aboutis à une équation analogique à celle de Belanger pour le cas du ressaut classique :

$$Y = 0.5(-1 + \sqrt{1 + 8G_s^2}) \tag{1.20}$$

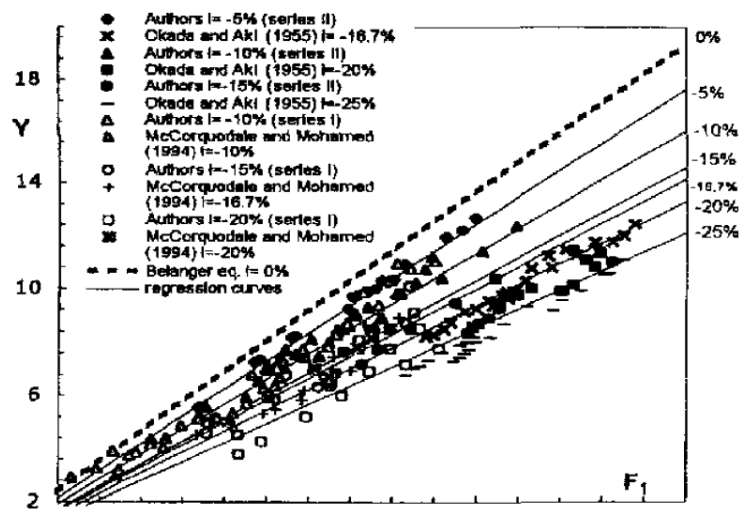
Pour le cas du ressaut limite (type F), la valeur du coefficient k est déterminée expérimentalement. Cette constante est indépendante de la pente et du nombre de Froude. Les auteurs ont trouvé une valeur k=1,06 par regression statistique. Une relation entre G et F<sub>1</sub> a été déterminée expérimentalement en fonction de l'inclinaison i du fond. L'équation d'ajustement est représentée par la relation (1.21) :

$$G = 3.32^{1.52i} F_1 \quad -0.25 < i < 0 \tag{1.21}$$

En considérant la relation (1.21), l'équation (1.20) peut être écrite comme suit :

$$Y = 0.5 \left( -1 + \sqrt{1 + 8F_1^2 \cdot 3,32^{2(1.52)i}} \right) \tag{1.22}$$

Les auteurs confirment, à travers la figure (1.9) que l'équation (1.22) représente assez bien les données expérimentaux. Aussi, les données de Okada et Aki (1955) relatives au ressaut stabilisé sont également bien représentées par la relation (1.22).



Figure( 1.9 ): Variation de Y en fonction du nombre de Froude F<sub>1</sub> et de la pente i du canal.

La longueur relative  $\lambda_r = L_r/h_1$  pour le cas du ressaut limite est représentée par la figure (1.10), de même que l'équation de Hager (1992) pour une pente nulle. Telle que :

$$\lambda_r = -12 + 160. \quad \tanh(F_1/20). \quad h_1/b < 0.1 \quad (1.23a)$$

$$\lambda_r = -12 + 100. \quad \tanh(F_1/12.5). \quad 0.1 < h_1/b < 0.7 \quad (1.23b)$$

où  $b$  est la largeur du canal. les données de l'étude de Pagliara et Peruginelli (2000) sont dans l'intervalle de  $h_1/b < 0,16$ .

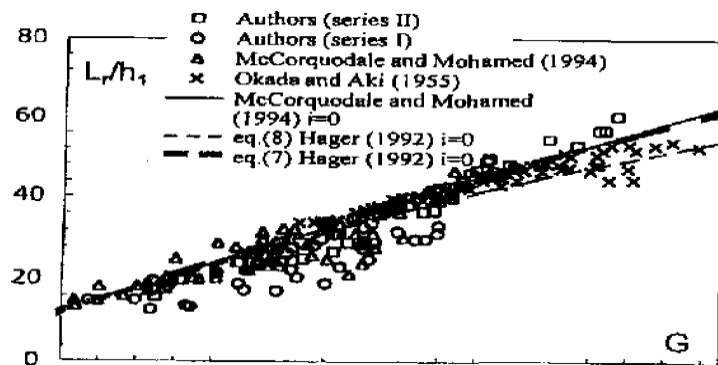


Figure (1.10) : Longueur relative  $L_r/h_1$  du rouleau en fonction de

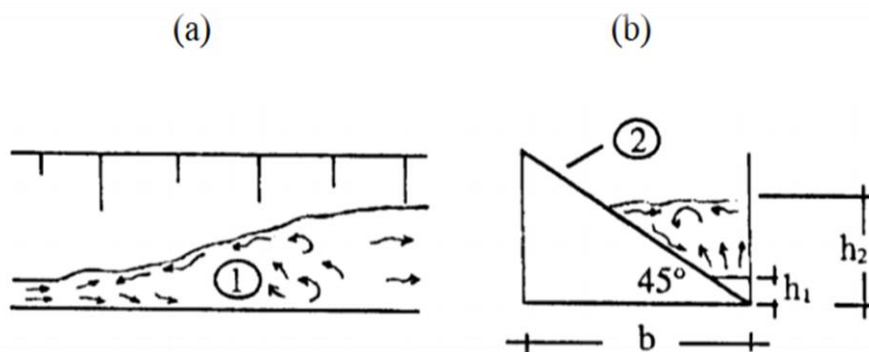
Les données de Mc Corcodal et Mohamed (1994) sont dans l'intervalle  $h_1/b < 0,19$ . Cette figure montre que la longueur relative du rouleau est indépendante de l'inclinaison du fond du canal. Pour le ressaut contrôlé par seuil les auteurs obtiennent le même coefficient  $k = 1,06$  et recommandent l'utilisation du seuil afin de stabiliser le ressaut.

### I.3-CANAL TRIANGULAIRE :

#### I.3.1-Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire horizontal :

##### I.3.1.1-Approche de Hager et Wanoschek :

Les essais entrepris par HAGER et WANOSCHEK (1987) sur le ressaut "triangulaire" ont été réalisés dans un canal rectangulaire de largeur  $b=30\text{cm}$  dans lequel a été insérée une paroi en PVC inclinée d'un angle de  $45^\circ$  par rapport à l'horizontale. Le profil obtenu est alors de forme semi-triangulaire comme l'indique la figure (1.11)



**Figure (1.11) :** Ressaut en canal semi-triangulaire selon HAGER et WANOSCHEK (1987). (a) vue en plan, (b) coupe transversale.

1. vue en plan du ressaut. 2. paroi en PVC inclinée de  $45^\circ$ .

$h_1$  et  $h_2$  : hauteurs conjuguées du ressaut

La paroi verticale du canal est en verre, ce qui permet la visualisation de l'écoulement. L'angle d'ouverture du canal triangulaire est d'environ  $45^\circ$  ( $44.7^\circ$ ), ce qui correspond à un angle de  $90^\circ$  pour le canal triangulaire symétrique

Les débits volumes  $Q$  ont été variés entre 4 et 20 l/s suivant des pas de  $\Delta Q = 2$  l/s. Les essais ont été effectués sous des vitesses de l'écoulement incident variant entre 1,7 et 8,6 m/s et des profondeurs initiales  $h_1$  entre 70 et 76 cm correspondant à des nombres de Froude  $2 \leq IF_1 \leq 14$  approximativement. En raison du caractère fortement torrentiel de l'écoulement incident, la mesure limnimétrique des profondeurs  $h_1$  a été très délicate.

La mesure limnimétrique des profondeurs de l'écoulement à l'aval du ressaut ont été mesurée avec une incertitude de plus ou moins 2 à 3 cm, en raison de violentes perturbations de la surface libre observées notamment à des nombres de Froude  $IF_1 > 10$ . Les vitesses axiales ont été mesurées au moyen d'un tube de Pitot à environ 3 cm de la paroi verticale du canal.

### I.3.1.1.1-Rapport des hauteurs conjuguées :

Le profil triangulaire correspond à un profil trapézoïdal de base  $b=0$ , soit  $M \rightarrow \infty$ . le nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut est tel que :

$$F_1^2 = 2Q^2 / (m^2 g h_1^5) \quad (1.24)$$

$$F_1^2 = \frac{2Y(Y^2+Y+1)}{3(Y+1)} \quad (1.25)$$

L'équation (1.25) montre que  $Y$  s'exprime de manière fortement implicite en fonction de  $F_1$  ; Hager et Wanoschek (1987) proposent alors la relation approchée :

$$Y = \left[ \frac{3}{2} F_1^2 - 1 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (1.26)$$

La relation approchée (1.26) montre ainsi que  $Y \approx F_1^{2/3}$

### I.3.1.1.2-Equation de quantité de mouvement :

Les essais effectués par HAGER ET WANOSCHEK (1987) dans un canal semitriangulaire d'angle d'ouverture de  $45^\circ$ , extrapolés ensuite au canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de  $90^\circ$ , ont montré que les rapports  $Y$  expérimentaux sont légèrement inférieurs aux rapports  $Y$  théoriques obtenus par application de la relation (1.27) ; cet écart est attribué à l'effet des frottements sur les parois du canal et les auteurs proposent alors de modifier l'équation de la quantité de mouvement en tenant compte des pertes charges le long des parois du canal. Le gradient de perte de charge  $S_f$  est évalué par la formule de BLASIUS :

$$S_f = \frac{0.3164}{1R^{0.35}} \frac{V_2}{8.g.R_h} \quad (1.27)$$

Avec

$IR=4R_hV/v$  le nombre de Reynolds,

$R_h = mh/[2.(1+(1+m^2)^{1/2})]$  le rayon hydraulique correspondant au profil semi-triangulaire et  $v$  la viscosité cinématique.

Le profil de surface du ressaut suit approximativement la loi  $h(x) = h_1 + (h_2 - h_1).X^2$  dans laquelle  $x$  représente la coordonnée longitudinale comptée à partir du début du ressaut et  $X$  la coordonnée  $x$  rapportée à la longueur  $L_j$  du ressaut, soit  $X = x/L_j$ . La coordonnée  $x$  est telle que  $0 \leq x \leq L_j$  et par suite  $0 \leq X \leq 1$ . La force de frottement agissant sur le volume de contrôle correspondant à  $0 \leq x \leq L_j$  est par définition :

$$W_x = \varpi \int A(x).S_f \quad (1.28)$$

$\varpi = \rho.g$  le poids volumique du liquide,  $A(x)$  l'aire de la section mouillée correspondant à  $x$ . Pour le cas du profil semi-triangulaire d'angle d'ouverture de  $45^\circ$  ( $m=1$ ), la relation (1.29) devient :

$$S_f = \left[ \frac{2Q}{mh_1^2} \right]^{7/4} \frac{v^{1/4}}{5gh_1^{5/4}} \left[ \frac{h(x)}{h_1} \right] \quad (1.29)$$

La relation (1.28) s'écrit alors :

$$W_x = (\varpi mh_1^2/2).L_j.S_{f1}. I(Y) \quad (1.30)$$

$$I(Y) = \int \frac{dx}{[1+(Y-1)x^2]^{11/4}} \quad Y = h_2/h_1 \quad , \quad X = x/L_j \quad (1.31)$$

$$S_f = S_{f1} [ h(x)/h_1 = 1 ]$$

L'intégration numérique de  $I(Y)$  donne approximativement :

$$I(Y) = \frac{1}{7} \left( 1 + \frac{6}{Y} \right) \quad (1.32)$$

Pour les nombres de Froude  $IF_1 < 15$ , correspondant à des rapports  $Y < 7$ , l'application de la relation approchée (1.32) occasionne une erreur relative inférieure à 5% par rapport à la valeur exacte calculée par l'équation (1.31).

En tenant compte de la force  $W_x$ , l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre les sections initiale et finale du ressaut évoluant dans un canal de section droite semitriangulaire s'écrit:

$$\frac{mh_1^3}{6} + \frac{2Q^2}{(g.m.h_1^2)} = \frac{mh_2^3}{6} + \frac{2Q^2}{(g.m.h_2^2)} + W_x \quad (1.33)$$

En désignant par :  $IF_1^2 = 2Q^2/(gmh_1^5)$ ,  $A = [vmh_1/(2Q)]^{1/4}$ ,  $S_{fi} = \Lambda.(IF_1^2/10)$ , la relation (1.33) s'écrit en termes adimensionnels :

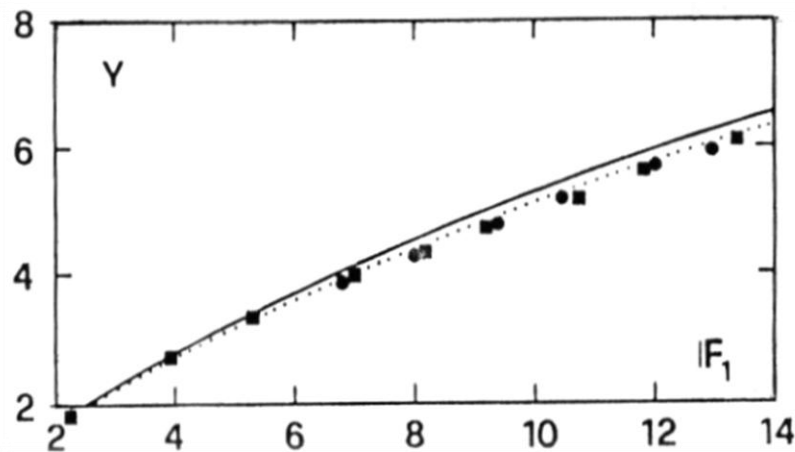
$$1 + \frac{3}{2}IF_1^2 = Y^3 + \frac{3}{2} \frac{IF_1^2}{Y^2} + \frac{3\Lambda}{70} \frac{L_j}{h_1} \left(1 + \frac{6}{Y}\right) IF_1^2 \quad (1.34)$$

La longueur relative  $L_j/h_1$  figure dans la relation (1.34) peut s'écrire :  $L_j/h_1 = Y.(L_j/h_2)$  et HAGER et WANOSCHEK (1987) estiment que pour un canal triangulaire correspondant à  $m=1$ ,  $L_j/h_2 \approx 6$ . Par suite, la relation (1.34) s'écrit en définitive :

$$IF_1^2 = \frac{2Y^2(Y^3-1)}{3 \left[ Y^2 - 1 - \frac{\Lambda Y^2}{6}(6+Y) \right]} \quad (1.35)$$

Cette dernière relation traduit ainsi la variation du rapport  $Y$  des conjuguées du ressaut "triangulaire" ( $m=1$ ) en fonction du nombre de Froude  $IF_1$  de l'écoulement incident, en tenant compte de l'effet des frottements sur les parois du canal ; Cet effet est traduit par le paramètre adimensionnel  $\Lambda$ . lorsque  $\Lambda \rightarrow 0$ , l'effet des frottements est négligeable et la relation (1.25) est reproduite. HAGER et WANOSCHEK (1987) notent que l'écart maximum observé entre les valeurs expérimentales des rapports  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut et celles issues de l'application de la relation (1.35) ne dépasse guère 3%.

La figure (1.13) montre les mesures expérimentales de HAGER et WANOSCHEK (1987) comparées à la fois aux valeurs théoriques obtenues par l'application de la relation (1.27) ( $\Lambda \rightarrow 0$ ) et à celles issues de l'équation (1.35) pour  $\Lambda > 0$ .



**Figure (1.12) :** Variation des rapports  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut triangulaire ( $m=1$ ) en fonction du nombre de Froude  $IF_1$ , selon HAGER et WANOSCWEK (1987).

(—) courbe tracée selon la relation (1.48).  $\Lambda=0$ .

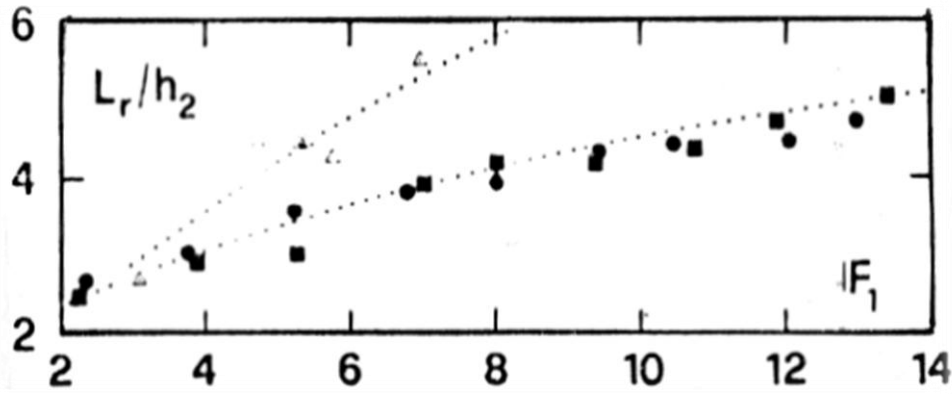
(---) courbe tracée selon la relation (1.59).  $\Lambda>0$ .

### I.3.1.1.3-Longueur caractéristique du ressaut :

La longueur  $L_j$  du ressaut est définie comme étant la distance entre le pied du ressaut et la section à l'aval où la surface libre de l'écoulement est maximale et tend à devenir parallèle au fond du canal. Par contre, la longueur  $L_r$ , est la longueur sur laquelle s'étend le rouleau de surface

#### I.3.1.1.3.1-Longueur relative du rouleau $L_r/h_2$ :

Sur la figure(1.13) sont représentées les mesures expérimentales de RAJARATNAM (1964) ( $m=0,58$ ) et celles de HAGER et WANOSCHEK (1987) ( $m=1$ ), qui concernent la longueur relative du rouleau  $L_r/h_2$  en fonction du nombre de Froude  $IF_1$  de l'écoulement incident. Il apparaît que la longueur relative  $L_r/h_2$  dépend exclusivement de  $m$  et de  $IF_1$ . La figure (1.13) montre également que la longueur relative  $L_r/h_2$  croît au fur et à mesure que  $IF_1$  augmente et qu'elle décroît avec l'augmentation de  $m$ .



Figure( 1.13 ): Longueur relative  $L_r/h_2$  du ressaut triangulaire en fonction du nombre de Froude  $IF_1$  selon HAGER et WANOSCHEK (1987) ( $m=1$ ).

( $\Delta$ ) :  $m=0,58$  selon Rajaratnam (1964).

En tenant compte des mesures de RAJARATNAM (1964) ( $m=0,58$ ), HAGER et WANOSCHEK (1987) proposent une relation générale permettant d'évaluer la longueur relative  $L_r/h_2$  en fonction de  $IF_1$  et de  $m$  :

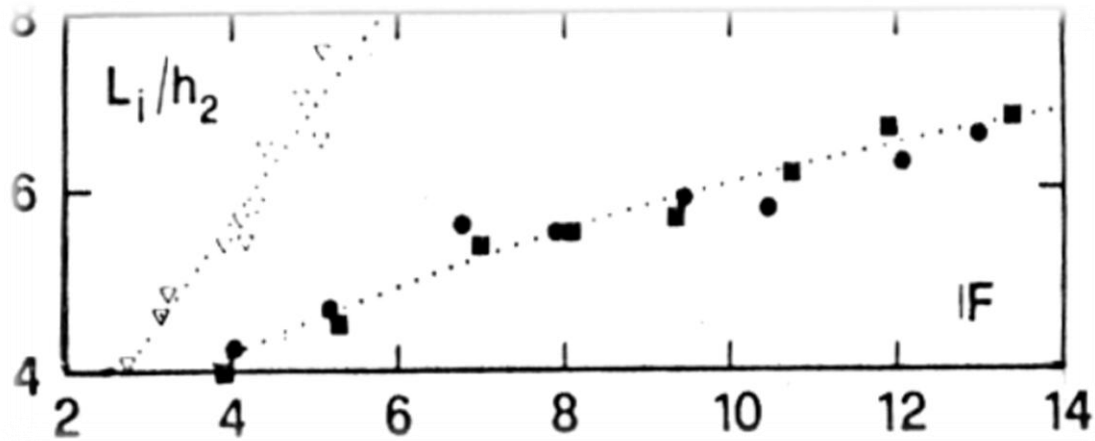
$$\frac{L_r}{h_2} = 1,8. (m)^{0,5}. IF_1^{0,4/m}, \quad 0,4 < m \leq 1 \quad (1.36)$$

Ainsi, dans la gamme pratique des nombres de Froude de l'écoulement incident tels que  $6 \leq IF_1 \leq 9$ , la longueur relative  $L_r/h_2$  du rouleau, pour le cas d'un canal triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$  ( $m=1$ ), est telle que  $3,7 < L_r/h_2 < 4,35$ .

### I.3.1.1.3.2-Longueur relative du rouleau $L_j/h_2$ :

En ce qui concerne la longueur relative  $L_j/h_2$  du ressaut "triangulaire", les mesures expérimentales de HAGER et WANOSCHEK (1987) ainsi que celles d'ARGYROPOULOS (1962) sont représentées sur la figure (1.15), en fonction du nombre de Froude  $IF_1$ . Nous pouvons alors remarquer, comme pour  $L_r/h_2$ , que la longueur relative  $L_j/h_2$  dépend à la fois du nombre de Froude  $IF_1$  et du paramètre  $m$ . La figure (1.14) montre en outre que  $L_j/h_2$  varie dans le même sens que  $IF_1$  et en sens inverse de  $m$ . En incluant les mesures d'ARGYROPOULOS (1962), HAGER et WANOSCHEK (1987) proposent de calculer  $L_j/h_2$  par application de la relation :

$$\frac{L_j}{h_2} = 2,4. (m)^{0,5}. IF_1^{0,4}, \quad 0,4 < m \leq 1 \quad (1.37)$$



**Figure (1.14) :** Longueur relative  $L_j/h_2$  du ressaut triangulaire en fonction du nombre de Froude  $IF_1$ , selon HAGER et WANOSCHEK (1987) ( $m=1$ ).

( $\nabla$ ):  $m=0,44$  selon ARGYROPOULOS (1962).

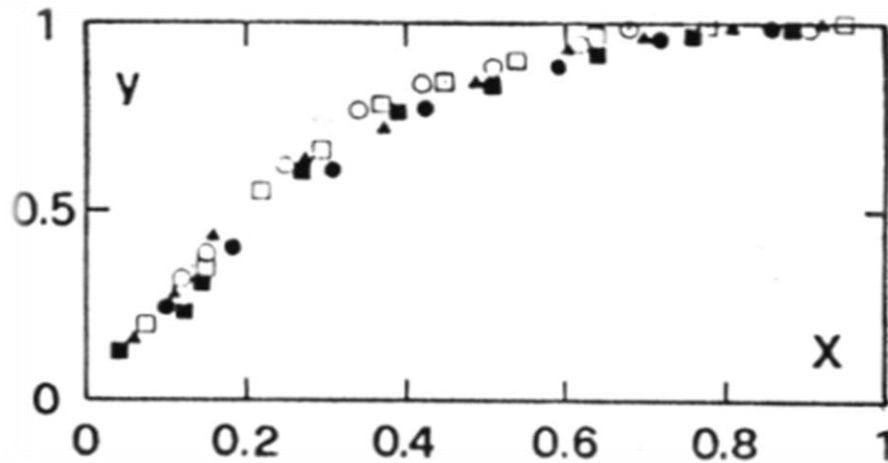
#### I.3.1.1.4-Profil de surface généralisé du ressaut :

L'introduction des variables  $X=x/L_j$  et  $y(x) = [ h(x) - h_1 ] / ( h_2 - h_1 )$  permet de tracer le long de l'axe longitudinal du canal, le profil de surface du ressaut sous la forme adimensionnelle ;  $h(x)$  désigne la hauteur du ressaut à la distance  $x$  comptée à partir du pied du ressaut. Pour  $x=0$ , correspondant à  $X=0$ , nous pouvons écrire que  $h(x)=h_1$  et par suite  $y=0$ . Par contre, pour  $x=L_j$ , correspondant à  $X=1$ , nous pouvons écrire que  $h(x)=h_2$  et  $y=1$ . Les variables adimensionnelles  $X$  et  $y(x)$  définissant le profil de surface du ressaut le long de l'axe longitudinal du canal sont telles que  $0 \leq X \leq 1$  et  $0 \leq y \leq 1$ .

La figure (1.15) représente les mesures expérimentales de HAGER et WANOSCHEK (1987) concernant le profil de surface généralisé du ressaut "triangulaire" le long de l'axe longitudinal du canal. Les points de mesures, obtenus pour  $6,8 \leq IF_1 \leq 11,8$ , se situent ainsi sur une même courbe d'équation approchée :

$$y(X) = (1 + \alpha X) \cdot \tanh(\beta X) \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (1.37)$$

"  $\tanh$  " désigne la tangente hyperbolique.



**Figure(1.15):** Profil de surface généralisé  $y(X)$  le long de l'axe longitudinal du canal triangulaire ( $m=1$ ), selon Hager et Wanoschek (1987).

La figure (1.15) montre que le profil de surface généralisé est pratiquement linéaire pour la gamme  $0 \leq X \leq 0,2$ . La droite, représentant la partie linéaire du profil passe par le point de coordonnées  $(0,0)$  et coupe approximativement l'axe parallèle à  $X$  au point de coordonnées  $(0,4,1)$  ; le paramètre  $\beta$  figurant dans la relation (1.52) a donc pour valeur :  $\beta = (1 - 0)/(0,4 - 0) = 1/0,4$ , soit  $\beta = 2,5$ . Ainsi, le paramètre  $\alpha$  peut être déterminé en écrivant que  $y(X=1)=1$ , soit  $1 = (1 + \alpha) \cdot \tanh(2,5)$ , par suite  $\alpha = 0,014$ . Le profil de surface généralisé admet donc pour équation :

$$y(X) = (1 + 0,014 \cdot X) \cdot \tanh(2,5 \cdot X) \quad (1.38)$$

HAGER et WANOSCHEK (1987) notent que le profil de surface le long de la paroi inclinée du canal triangulaire (profil latéral) se situe légèrement au-dessous du profil axial précédemment défini, voire même équivalent.

### I.3.2-Ressaut hydraulique contrôlé par seuil :

#### I.3.2.1-Approche de Achour et Debabeche (2003) :

##### I.3.2.1.1-Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut :

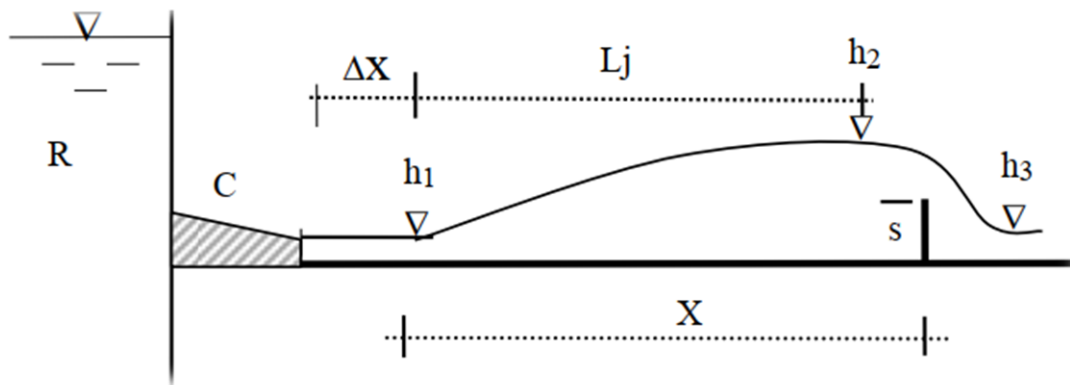
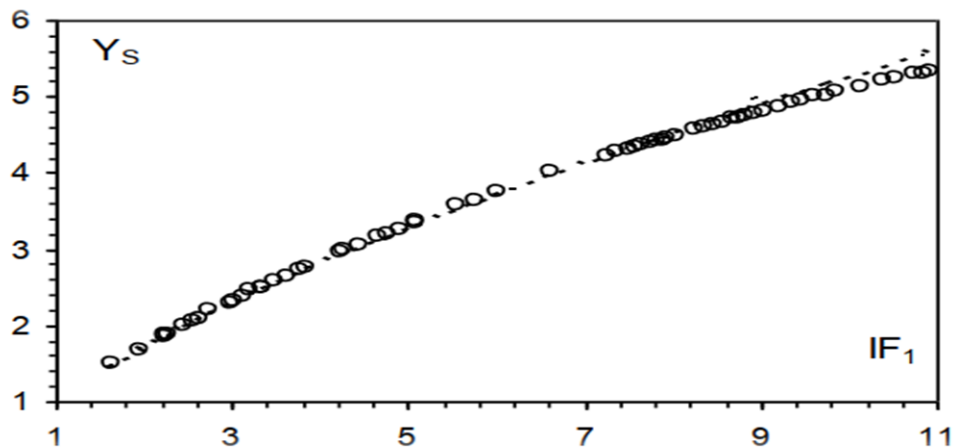


Figure (1.16) : Ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince

Le ressaut hydraulique contrôlé par un seuil mince dans un canal triangulaire a été vérifié par les auteurs Achour et Debabeche (2003). Lors du contrôle du ressaut, la mise en place du seuil à l'aval n'a théoriquement aucun effet réducteur sur le rapport  $Y^*$  des hauteurs conjuguées du ressaut classique. Les auteurs ont conclu que sous les mêmes conditions de l'écoulement amont, c'est-à-dire sous la condition de l'identité des débits volumiques et des hauteurs initiales du ressaut, la hauteur finale  $h_2^*$  du ressaut classique est théoriquement égale à celle du ressaut contrôlé par un seuil.

La figure (1.17) montre à la fois la variation de  $Y^*$  et de  $Y_s$  en fonction du nombre de Froude  $IF_1$  caractérisant l'écoulement incident.



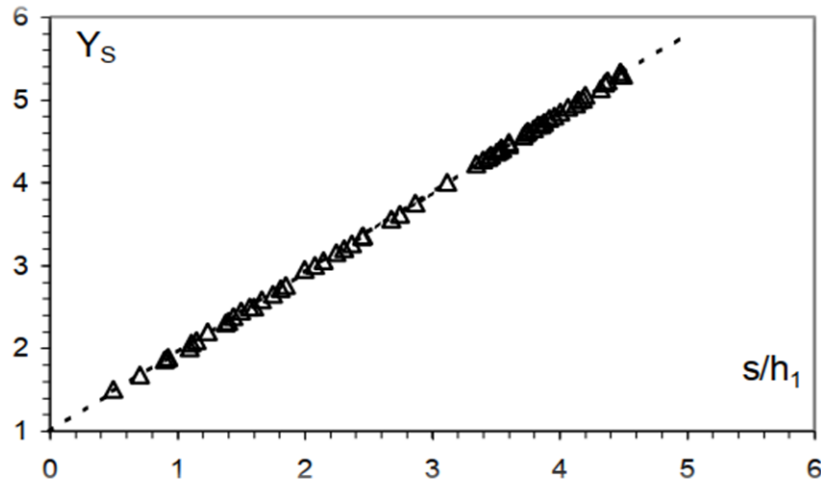
**Figure (1.17) :** Variation du rapport  $Y_s = f(IF_1)$  dans un canal triangulaire.  
 (---) Ressaut classique. (o) Ressaut contrôlé par seuil à paroi mince

La figure (1.20) montre que l'égalité  $Y_* = Y_s$  n'est vérifiée que pour une certaine gamme de valeurs du nombre de Froude  $IF_1$ . L'influence du seuil à paroi mince se manifeste à des valeurs du nombre de Froude  $IF_1$  supérieures à 7,5.

Cette influence s'accroît au fur et à mesure que  $IF_1$  augmente, mais ne semble pas être significative. La représentation graphique des points expérimentaux des rapports  $Y_s$  en fonction de la hauteur relative  $S = s/h_1$  du seuil a abouti à une courbe unique, comme l'indique la figure (1.18)

Celle-ci montre clairement que les points expérimentaux obtenus s'alignent suivant une droite passant par le point (0,1). Suite à un ajustement linéaire Achour et Debabeche (2003) ont déterminé la relation suivante :

$$Y_s = 1 + 0.96^* S \quad (1.39)$$



*Figure( 1.18) : Variation expérimentale de  $YS = f(S)$  lors du contrôle d'un ressaut triangulaire. ( $\Delta$ ) Points expérimentaux. (---) Courbe tracée selon la relation :  $YS = 1 + 0.96^* S$ .*

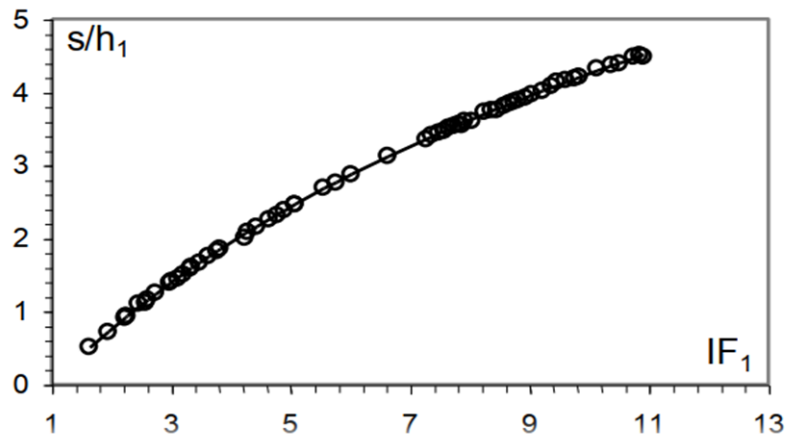
### I.3.2.1.2-Hauteur relative du seuil en fonction du nombre de Froude :

Achour et Debabeche (2003) ont montré précédemment que l'influence du seuil sur la hauteur finale du ressaut, et de même pour le rapport  $Y$ , n'était pas significative. Il a trouvé également qu'une relation unique existe entre la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil et le rapport  $Y_s$  des hauteurs conjuguées du ressaut. Ainsi rappelons que selon L'équation (2.2) montre que  $Y$  s'exprime de manière fortement implicite en fonction de  $F_1$ . Alors Ces considérations laissent l'auteur penser qu'une relation unique peut être obtenue entre la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil et le nombre de Froude  $IF_1$ .

La figure (1.19) montre en effet que les points expérimentaux obtenus suivent, dans leur totalité, la variation d'une courbe unique de type logarithmique. L'ajustement des couples de valeurs  $(IF_1, S)$ , suivant la méthode des moindres carrés non linéaires, à donner la relation :

$$S=s/h_1 = 4.Ln[(IF_1 + 4)/5] \quad (1.40)$$

« Ln » désigne le logarithme népérien.



**Figure (1.19) :** Variation expérimentale de la hauteur relative  $S$  du seuil à paroi mince, en fonction du nombre de Froude  $IF_1$  (—) Courbe tracé selon la relation :  $S = s/h_1 = 4 \cdot \ln[(IF_1 + 4)/5]$ . (o) Points expérimentaux.

La relation ci-dessus, ainsi que la tendance des points expérimentaux représentés par la figure(1.19), montre que pour  $IF_1 = 1$  la hauteur relative  $S$  du seuil est nulle.

Par comparaison de la courbe de la variation expérimentale de la hauteur relative  $S$  du seuil à paroi mince dans un canal triangulaire et la courbe expérimentale du ressaut contrôlé par un seuil mince dans un canal rectangulaire, la figure( 1.22) indique que pour le cas du ressaut triangulaire la hauteur relative  $s/h_1$  ne dépend nullement de la position  $X/h_2$  du seuil. En outre, en effet -le contrôle du ressaut rectangulaire nécessite des hauteurs relatives  $s/h_1$  beaucoup plus importantes, pour un même nombre de Froude  $IF_1$  .

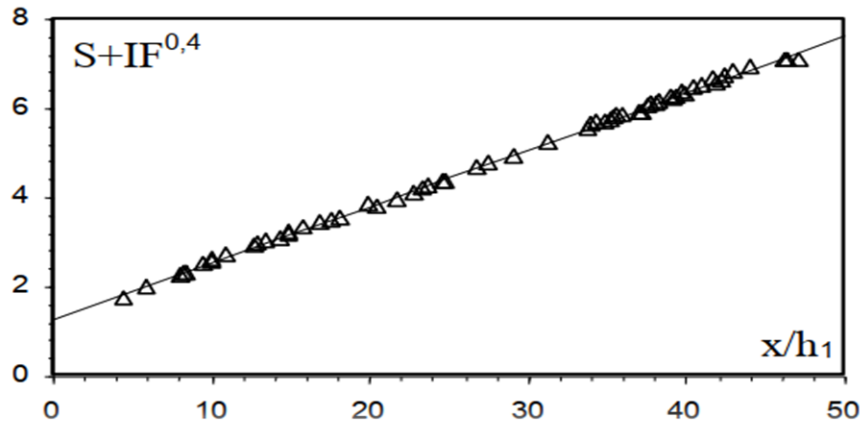
### **I.3.2.1.3-Relation générale régissant le contrôle du ressaut :**

Achour et Debabeche (2003) ont montré, d'après l'analyse de leurs mesures expérimentales, qu'une relation générale peut exprimer les paramètres  $IF_1$ ,  $s/h_1$  et  $X/h_1$ . Cette relation peut s'écrire sous la forme  $f(s/h_1, IF_1, X/h_1) = 0$ .

la meilleure représentation graphique adimensionnelle de la fonction  $f$  est celle indiquée par la figure (1.20). Les points expérimentaux se situent en fait, pour  $X/h_1 \geq 4$  (condition largement réalisée dans la pratique), sur une droite d'équation :  $(S + IF_1^{0,4}) = a \cdot (X/h_1) + b$ . Les valeurs des constantes  $a$  et  $b$  ont été obtenues par un ajustement

linéaire. Alors finalement la relation générale s'écrit comme suit:

$$S + IF_1^{0,4} = 0,127.(X/h_1 + 10), X/h_1 \geq 4 \quad (1.41)$$



*Figure( 1.20 ) : Variation de  $(S+IF_1^{0,4})$  en fonction de la position relative  $X/h_1$  du seuil à paroi mince lors du contrôle d'un ressaut triangulaire :  $X/Lj=1$ ,  $S=s/h_1$ . (—) Courbe tracée selon la relation  $s+IF_1^{0,4}=0,127.(X/h_1+10)$ . (Δ) points expérimentaux*

### **I.3.2.2-Approche de Debabeche et Achour (2007) :**

Ultérieurement .L'étude de Debabeche et Achour (2007) a trait à l'effet du seuil sur le ressaut hydraulique en canal triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$ . L'étude a pour objectif de faire une comparaison entre les caractéristiques du ressaut contrôlé par seuil mince, du ressaut contrôlé par seuil épais et du ressaut forcé de type B-min Figure (1.21). Ainsi du ressaut contrôlé par seuil mince.

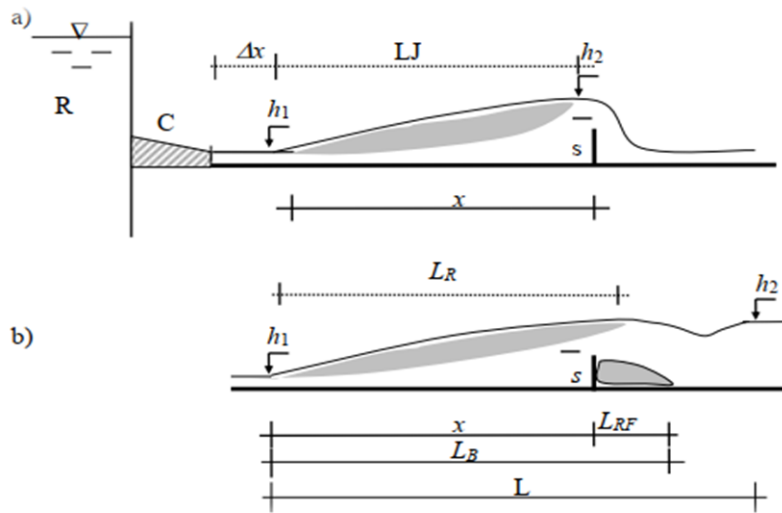


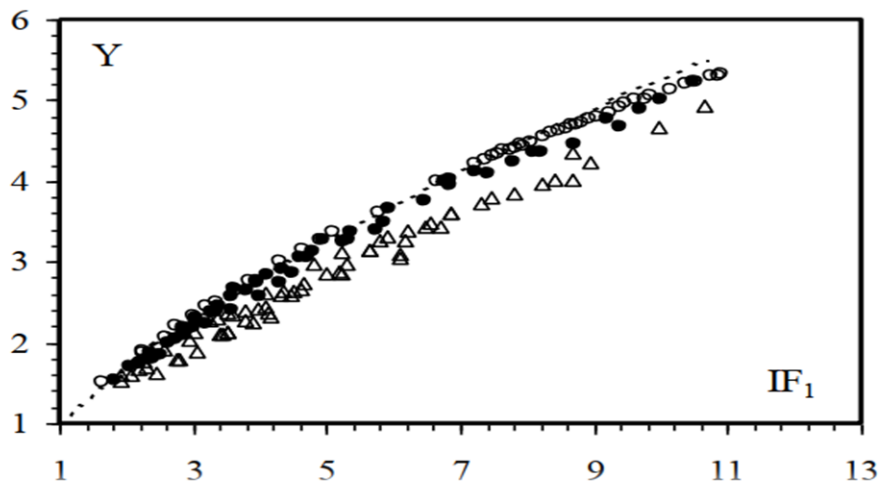
Figure (1.21) : a) Ressaut contrôlé. b) Ressaut forcé de type Bmin.

$h_1$  hauteur d'eau amont,  $h_2$  hauteur d'eau aval,  $s$  hauteur du seuil,  $x$  position du seuil par rapport au pied du ressaut,  $L_j$  longueur du ressaut,  $L_{RF}$  longueur du rouleau de fond,  $L_B$  distance entre le pied du ressaut et la fin du rouleau aval,  $L$  Distance entre le pied du ressaut et la position où  $h_2$  devient constante.  $\Delta x$  distance séparant le convergent du pied du ressaut,  $C$  convergent,  $R$  réservoir

### I.3.2.2.1-Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut :

Puisque que.Le ressaut n'étant pas encore forcé, En principe et théoriquement le seuil ne devrait avoir aucun effet réducteur sur la hauteur finale  $h_2$  du ressaut, par ce que celui-ci n'est pas encore forcé. autrement . la hauteur finale  $h_2^*$  du ressaut classique triangulaire doit être égale à la hauteur finale  $h_2$  du ressaut contrôlé par seuil, sous les mêmes conditions de l'écoulement incident. La figure (1.22) illustre la variation du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude  $IF_1$ , d'une part, pour le cas du ressaut contrôlé par le seuil à paroi mince et épaisse, et d'autre part pour le ressaut forcé. Nous avons également représenté la variation du rapport  $Y^*$  théorique du ressaut 'classique triangulaire' issu de l'application de l'équation de quantité de mouvement, soit :

$$IF_1^2 = \frac{2Y^{*2}(Y^{*2}+Y^*+1)}{3.(Y^*+1)} \tag{1.25}$$



**Figure( 1.22) :** Variation du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude  $IF_1$  de l'écoulement incident, dans un canal triangulaire. Points expérimentaux pour  $m=1$  : (o) ressaut contrôlé par seuil à paroi mince. (•) ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse. ( $\Delta$ ) ressaut forcé par seuil à paroi mince. (---) Courbe tracé selon la relation (1)

La figure (1.22) illustre aussi que l'effet du seuil soit mince ou épais sur le rapport des hauteurs conjuguées est in-significative que pour certaine valeur du nombre de froude , autrement .quel'égalité  $Y = Y^*$  n'est satisfaite que pour une certaine gamme de valeurs du nombre de Froude incident  $IF_1$ . ou L'effet du seuil à paroi mince (ou épaisse) sur le rapport des hauteurs conjuguées apparaît à des valeurs de  $IF_1$  supérieures à 7,50 environ. Cette influence s'accroît proportionnellement avec l'augmentation de  $IF_1$  ; Nous avons pu observer que en effet que pour  $IF_1=11$  , l'écart relatif  $(Y-Y^*)/Y^*$  est approximativement égal à 5% pour le seuil à paroi mince et 7% environ pour le cas du seuil à paroi épaisse.

Par ailleurs, pour les mêmes nombres de Froude  $IF_1$ , nous remarquons un décalage important, entre les valeurs de  $Y$  du ressaut forcé et du ressaut contrôlé

. En effet, pour des nombres de Froude  $IF_1$  supérieur à 3, le rapport des hauteurs conjuguéesdu ressaut forcé est nettement inférieur à celui du ressaut contrôlé par seuil D'après l'analyse de toute la gamme de nombre de Froude  $IF_1$  qui ont déjà testé par Debabeche et Achour (2007) , c'est à dire  $1,60 \leq IF_1 \leq 11$  , un ajustement des valeurs expérimentales a montré que la variation de  $Y=f(IF_1)$  est de type logarithmique :

$$Y = 1 + \alpha \cdot \text{Ln} [(IF_1+4)/5] \quad (1.43)$$

$\alpha = 3,96$  pour le ressaut contrôlé par seuil à paroi mince

$\alpha = 3,78$  pour le ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse

$\alpha = 3,33$  pour le ressaut forcé par seuil à paroi mince

La condition de criticité est ainsi satisfaite puisque  $Y(1) = 1$ .

Selon les auteurs aussi dans toute la gamme.  $1,60 \leq IF_1 \leq 11$  L'analyse des mesures expérimentales a montré la possibilité de trouver une corrélation entre le rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées des ressauts contrôlé et forcé par seuil et la hauteur relative  $S$  de celui-ci. La figure (1.23) montre la variation expérimentale de  $Y$  en fonction de  $S$  pour les trois cas du ressaut étudiés (le cas du ressaut contrôlé par seuil à paroi mince et épaisse, et le cas d'un ressaut forcé par seuil mince). Un ajustement des valeurs expérimentales a montré que la variation de  $Y=f(S)$  suit une loi linéaire Et a permis d'écrire avec une bonne approximation, aussi bien pour le ressaut contrôlé (seuil à paroi mince et épaisse) que pour le ressaut forcé, que

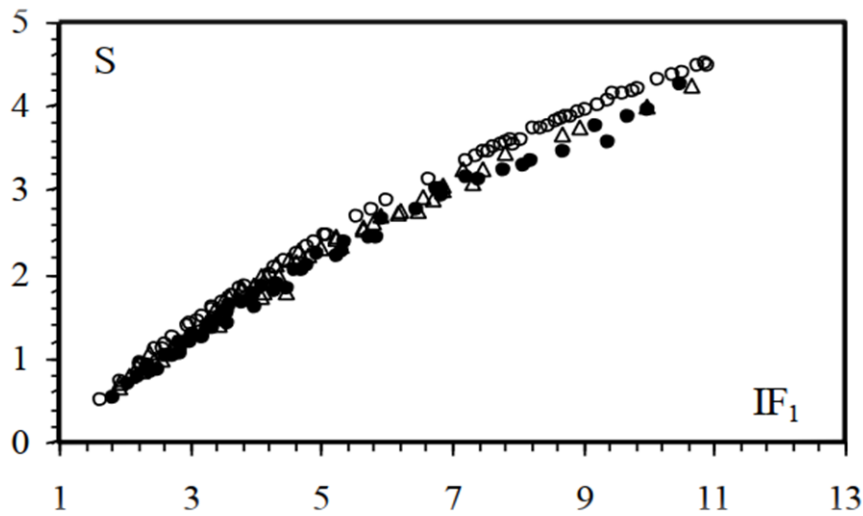
$$Y = 1 + \beta S \quad (1.44)$$

$\beta = 0,96$  pour le ressaut contrôlé par seuil à paroi mince

$\beta = 1,02$  pour le ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse

$\beta = 0,82$  pour le ressaut forcé par seuil à paroi mince

Pour l'ajustement de ces droites, nous avons pris en considération la condition :  $Y(1) = 1$ .



**Figure( 1.23) :** Variation expérimentale la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $IF_1$  pour un ressaut évoluant dans un canal triangulaire. Points expérimentaux pour  $m=1$  : (o) ressaut contrôlé par seuil à paroi mince. (●) ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse. ( $\Delta$ ) ressaut forcé par seuil à paroi mince.

### I.3.2.2.2-Hauteur relative du seuil :

Il ressort des relations (1.43) et (1.44) que la hauteur relative  $S$  du seuil peut s'écrire pour les trois cas de figure comme suit :

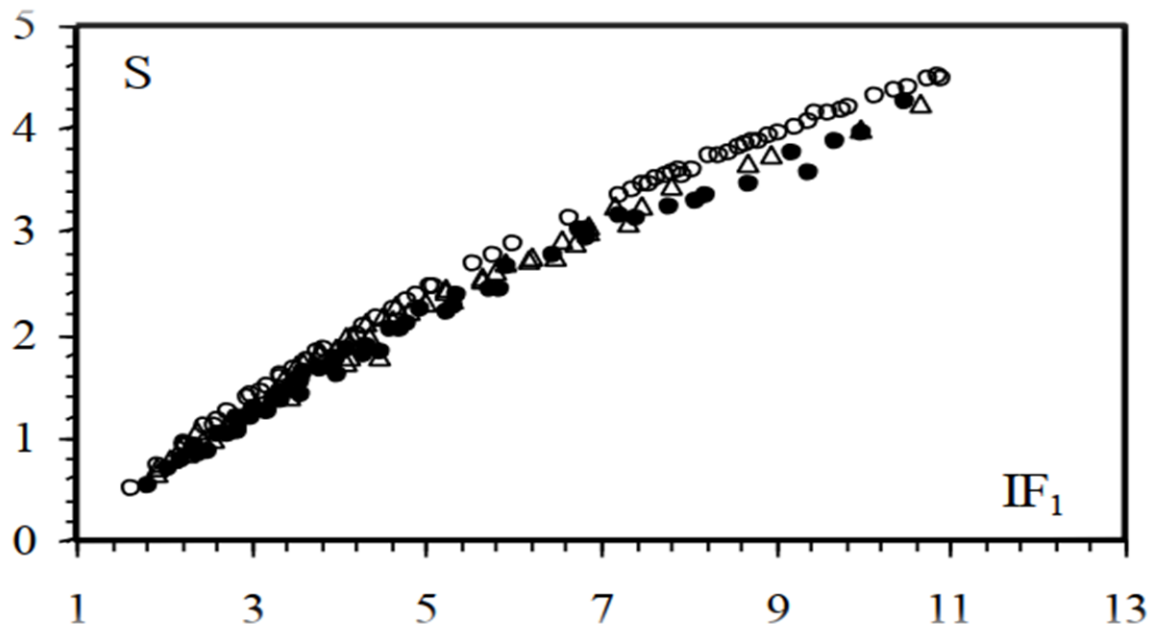
$$S = \gamma \text{Ln}[(F_1+4)/5] \quad (1.45)$$

$\gamma = 4,13$  pour le ressaut contrôlé par seuil à paroi mince

$\gamma = 3,71$  pour le ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse

$\gamma = 4,06$  pour le ressaut forcé par seuil à paroi mince

L'expérimentation a d'ailleurs montré la validité de la relation (1.45) pour les trois types de ressauts testés. La figure (1.24) présente les résultats obtenus.



*Figure 1.24 : Variation expérimentale la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $IF_1$ , pour un ressaut évoluant dans un canal triangulaire. Points expérimentaux pour  $m=1$  : (o) ressaut contrôlé par seuil à paroi mince. (●) ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse. ( $\Delta$ ) ressaut forcé par seuil à paroi mince*

### I.3.2.2.3-Longueur relative du bassin :

Concernant la longueur du bassin la figure (1.25) elle est bien montrée l'existence d'une notation de longueur de bassin différente pour les deux types de ressauts.

Dans les deux cas du ressaut contrôlé par seuil mince ou épais, cette longueur correspond à la position  $x$  du seuil par rapport au début du ressaut. Pour ces deux cas du type de ressaut, cette longueur est caractérisée par un rouleau de surface.

Cependant pour le ressaut forcé, la longueur  $L_B$  du bassin est la somme de la longueur de la position  $x$  du seuil et de la longueur du rouleau de fond  $L_{RF}$  à l'aval du seuil, par rapport au pied du ressaut ( $L_B = x + L_{RF}$ ).

La figure (1.25) montre la variation expérimentale de la longueur relative  $X=x/h_1$  du bassin du ressaut contrôlé par seuil mince, par seuil épais et  $X=L_B/h_1$  du ressaut forcé par seuil mince en fonction du nombre de Froude  $IF_1$ . Un ajustement par la méthode des moindres carrés a permis d'aboutir, avec une bonne approximation, pour les trois types de ressaut, à une équation de type puissance de la forme :

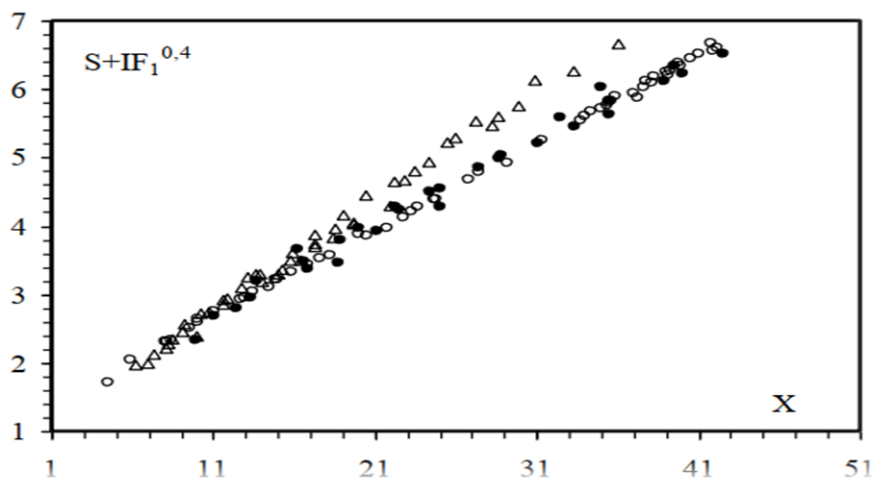
$$s + IF_1^{0,4} = a X + b, \quad X \geq 4 \tag{1.46}$$

la hauteur relative  $S = s/h_1$  de seuil est tirée de l'équation (1.45).

Les constantes  $a$  et  $b$  sont représentées pour chaque type de ressaut dans le tableau cidessous :

**Tableau( 1.1) :** Valeurs des constantes  $a$  et  $b$  de l'équation (1.61) pour les trois types de ressaut.

	Ressaut Contrôlé		Ressaut Forcé
	Seuil mince	Seuil épais	de type B-min
$a$	0,127	0,125	0,161
$b$	1,278	1,410	1,000
$R^2$	0,999	0,986	0,993



**Figure( 1.25) :** Variation expérimentale de la longueur relative  $X$  du bassin en fonction du nombre de Froude  $IF_1$ , pour un ressaut évoluant dans un canal triangulaire. Points expérimentaux pour  $m=1$  : ( $\circ$ ) ressaut contrôlé par seuil à paroi mince. ( $\bullet$ ) ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse. ( $\Delta$ ) ressaut forcé par seuil à paroi mince.

Pour le même nombre de Froude  $F_1$  et pour la même hauteur relative  $s/h_1$  du seuil, la longueur relative  $X$  est pratiquement la même pour le ressaut contrôlé par seuil mince et par seuil épais. Cependant, pour le ressaut de type B-min, la longueur relative  $X$  du bassin est relativement petite par rapport à celle du ressaut contrôlé, pour  $F_1 \geq 4$ . Par ailleurs, on peut observer que pour  $S+F_1=6,68$ , l'écart relatif entre  $x/h_1$  et  $L_B/h_1$  est de 17%.

## **I.4-CANAL TRAPEZOIDALE :**

### **I.4.1-Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal horizontal :**

#### **I.4.1.1- Approche de Hager et Wanoschek (1989) :**

##### **I.4.1.1.1- Generalites :**

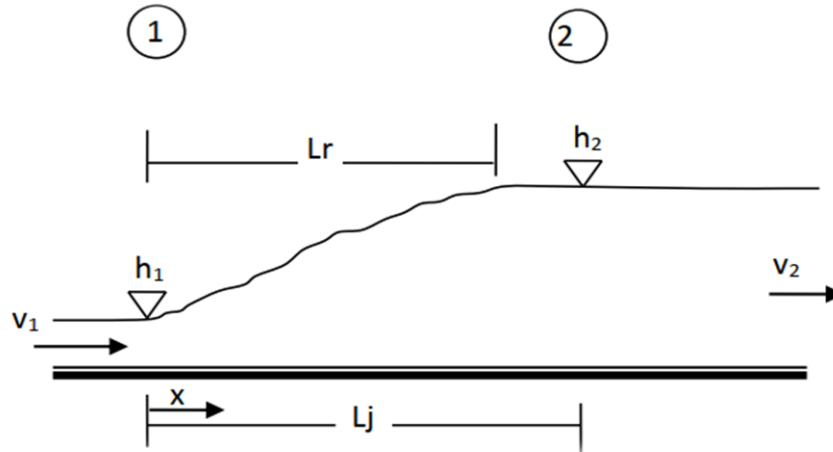
La première étude concernant le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal est probablement celle de Posey et Hsing (1938). Ils ont constaté que le rapport des hauteurs conjuguées observées s'ajuste bien avec les prédictions basées sur l'approche dynamique classique. Toutefois, les caractéristiques d'écoulement ont été jugées tout à fait différentes de celles rencontrées dans des canaux rectangulaires. La longueur  $L_j$  du ressaut hydraulique dans des canaux trapézoïdaux mesurée le long de l'axe du canal a été jugée moins définie que dans le canal rectangulaire. Sandover et Holmes (1962), ont étudié le ressaut hydraulique dans des canaux trapézoïdaux pour des pentes des parois latérales de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ , ils ont signalé des difficultés dans la corrélation des hauteurs conjuguées prévus par l'approche dynamique avec leurs données, les caractéristiques des longueur ont été impossible à établir. Silvester (1964) s'est référé aux épreuves présentées par Hsing. Ses observations ne couvraient pourtant que les nombres de Froude  $F_1 < 4$ .

##### **I.4.1.1.2- Description des essais :**

Les essais ont été menés dans un canal trapézoïdal symétrique, la pente des parois latérales est de  $45^\circ$  ( $m=1$ ), de largeur de fond 0,2 m, de largeur de la grande base 1,6 m, de profondeur 0,7 m et une longueur de 8m. Les valeurs de  $h_1=20\text{mm}$ ,  $40\text{mm}$ ,  $60\text{mm}$  et  $80\text{mm}$  ont été examinés, pour lesquels  $M=0,1$ ;  $0,2$ ;  $0,3$  et  $0,4$  respectivement.

### I.4.1.2- Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut :

La figure (1.26) montre un ressaut classique évoluant entre ses sections initiales et finale 1 et 2.



Figure(1.26) : Ressaut hydraulique classique.

L'écoulement à l'amont du ressaut (à l'origine) est caractérisé par une profondeur  $h_1$  et une vitesse moyenne  $V_1$ . L'équation de continuité permet d'écrire :

$$V_1 = Q/A_1 \quad (1.47)$$

$Q$  est le débit volume et  $A_1$  l'aire de la section mouillée initiale qui s'exprime par

$$A = bh_1 + mh_1^2 \quad (1.48)$$

tel que:

$b$  : la largeur du canal trapézoïdal.

$m$  : la cotangente de l'angle d'inclinaison de la paroi du canal à section droite trapézoïdal symétrique par rapport à l'horizontal.

Le ressaut est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. En effet, la variation de la quantité de mouvement entre les sections 1 et 2 est égale à la somme des forces extérieures agissant sur l'écoulement. L'application de cette loi nécessite quatre hypothèses simplificatrices:

1. la répartition des pressions dans la section finale et initiale est hydrostatique;
2. la distribution des vitesses est uniforme;
3. la perte de charge par frottement est négligeable;
4. la résistance de l'air est négligeable.

En outre, en raison du fait que le ressaut évolue dans un canal de pente nulle, la composante tangentielle du poids propre de la masse liquide considérée n'est également nulle. Ainsi, les forces extérieures appliquées à la masse liquide en mouvement se résument aux forces de pressions hydrostatiques  $P_1$  et  $P_2$  s'exerçant sur les sections 1 et 2. Ces forces s'écrivent :

$$P_1 = \varpi \bar{h}_1 A_1 \quad (1.49)$$

$$P_2 = \varpi \bar{h}_2 A_2 \quad (1.50)$$

$\varpi = \rho \cdot g$  désigne le poids spécifique du liquide,  $\rho$  est la masse volumique du liquide.

$\bar{h}_1$  et  $\bar{h}_2$  sont respectivement la position du centre de gravité des sections  $A_1$  et  $A_2$  par rapport à la surface libre de l'écoulement dans ces sections.

On peut donc écrire que :

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1^2}{6} \cdot \frac{3b+2mh_1}{A_1} \quad (1.51)$$

$$\bar{h}_2 = \frac{h_2^2}{6} \cdot \frac{3b+2mh_2}{A_2} \quad (1.52)$$

L'application de la loi de Newton mène à écrire :

$$\frac{b \cdot h_1^2}{2} + \frac{m \cdot h_1^3}{3} + \frac{Q^2}{g(bh_1 + mh_1^2)} = \frac{b h_2^2}{2} + \frac{m h_2^3}{3} + \frac{Q^2}{g(bh_2 + mh_2^2)} \quad (1.53)$$

$h_1$  et  $h_2$  sont respectivement les hauteurs initiale et finale du ressaut, et  $g$  est l'accélération de la pesanteur.

En tenant compte des relations précédentes et sachant que le nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut est tel que :

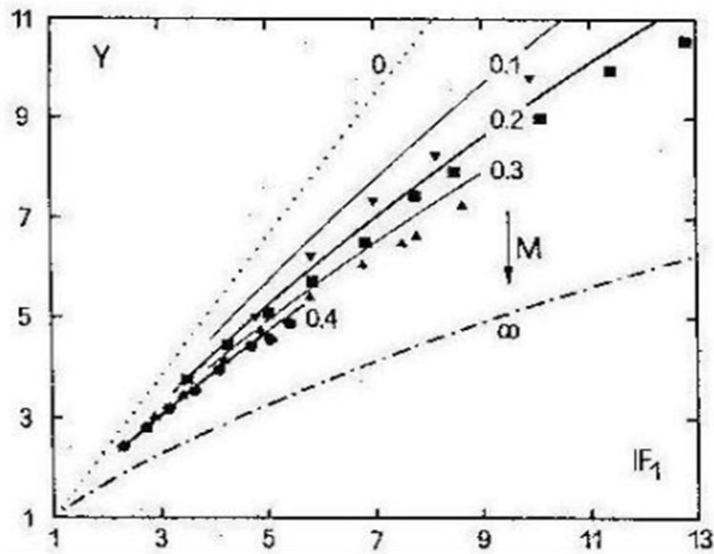
$$F_1^2 = \frac{Q^2(b+2mh_2)}{g(bh_1+mh_1^2)^3}, Y = \frac{h_2}{h_1}, M = \frac{mh_1}{b} \quad (1.54)$$

L'équation (1.53) peut s'écrire en termes adimensionnels sous la forme :

$$F_1^2 = \left[ 1 - \frac{1+M}{Y(1+MY)} \right] = \frac{(1+2M)}{2(1+M)} \left[ Y^2 \left( 1 + \frac{2MY}{3} \right) - \left( 1 + \frac{2M}{3} \right) \right] \quad (1.55)$$

La relation (1.55) exprime la variation du nombre de Froude à l'amont du ressaut en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées et du coefficient de forme  $M$ . Les équations régissant les ressauts en canal de section rectangulaire constante et en canal triangulaire peuvent être déduites de la relation (1.55).

Sur la Figure (1.27) est représentée graphiquement, dans un système d'axes de coordonnées cartésiennes, la relation (1.55) :



**Figure( 1.27 ):** Variation du nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs du ressaut et du coefficient de forme  $M$ .

$0 < M < \infty$  : profil trapézoïdaux.

$M=0$  : profil rectangulaire.

$M \rightarrow \infty$  : profil triangulaire.

La Figure (1.27) montre clairement que pour une même valeur du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident la plus forte valeur de rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut est obtenue dans le cas du profil rectangulaire, cependant la plus faible valeur de rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut est obtenue dans le cas du profil triangulaire.

### I.4.1.3- Longueurs caractéristiques du ressaut :

#### I.4.1.3.1-Longueur du rouleau de fond :

Une caractéristique particulière de ressaut trapézoïdal pour  $F_1 > 4$  est l'apparition d'un rouleau de fond, la figure (1.28) montre un esquisse de définition. Les dimensions du rouleau de fond peut être proposée par  $L_u$  (la distance du pied du ressaut au début du rouleau de fond),  $L_b$  longueur du rouleau de fond et  $h_b$  la hauteur maximal du rouleau de fond.

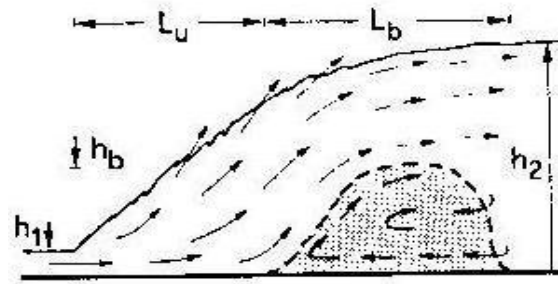


Figure 1.28: schéma de définition

Les figures (1.28).a à c montre les rapports  $\lambda_u=L_u/h_2$ ,  $\lambda_b=L_b/h_2$ , et  $h_b/h_2$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  pour diverses  $M$ . où  $h_2$  correspond à la profondeur de l'écoulement en aval du ressaut.

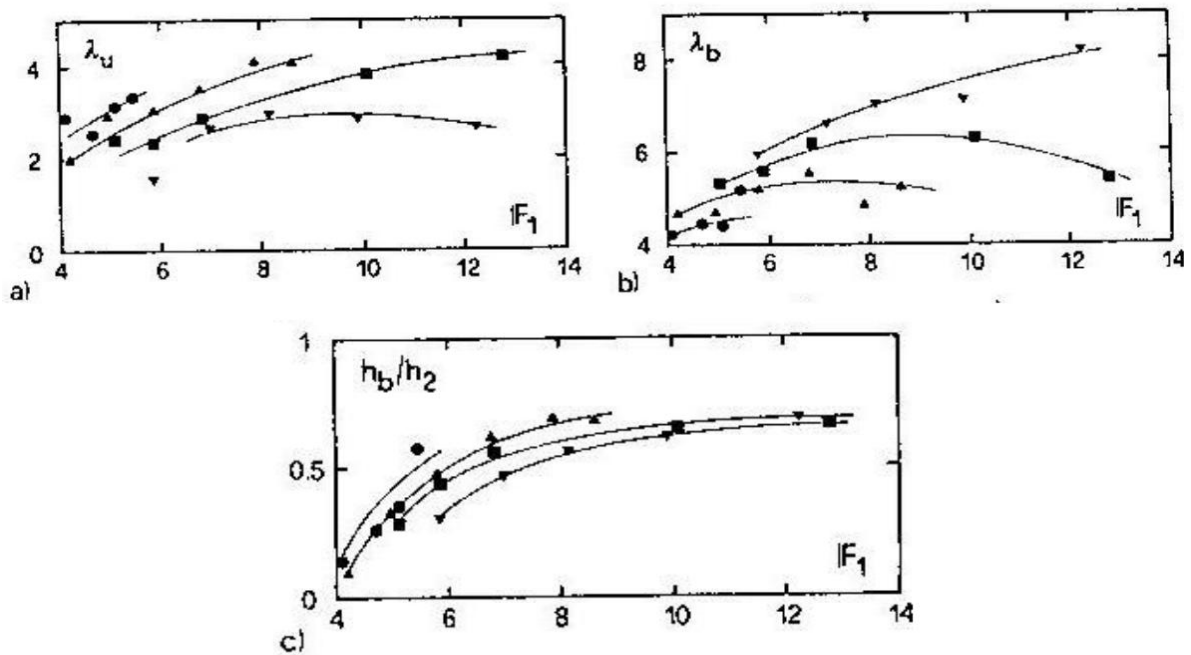


Figure 1.29 : caractéristique principale du rouleau de fond: a) distance d'approche

b) longueur maximale, c) hauteur maximale

La figure (1.29) montre que:

- \_  $2 < \lambda_u < 4$ , tout à fait près au pied du ressaut.
- \_ pour une valeur bien déterminé de  $F_1$ ,  $\lambda_u$  augmente avec l'augmentation de  $M$ .
- \_  $\lambda_b \gg \lambda_u$  et peut atteindre des valeur aussi supérieures que la valeur 8.
- \_  $\lambda_b$  diminue avec l'augmentation de  $M$ .
- \_ la fin du rouleau de fond ( $\lambda_u + \lambda_b$ ) est pratiquement indépendante de  $M$ , et augmente avec l'augmentation de  $F_1$  arrivant à 10,5.
- \_  $h_b/h_2$  augmente avec l'augmentation de  $M$  et de  $F_1$ .

#### I.4.1.3.2- longueur du ressaut :

Une autre longueur importante est la longueur du ressaut  $L_j$ , plusieurs définitions de mesure de cette longueur ont été avancées; lors de la mesure expérimentale de cette longueur il a été conseillé de laisser la position de la fin du ressaut où l'ébullition de surface disparaît. A ce stade, les poches de bulles d'air remontent à la surface indiquant la fin de la zone de dégazage, de tout évidence, le niveau de turbulence diminue ensuite de manière significative et indique la fin du ressaut.

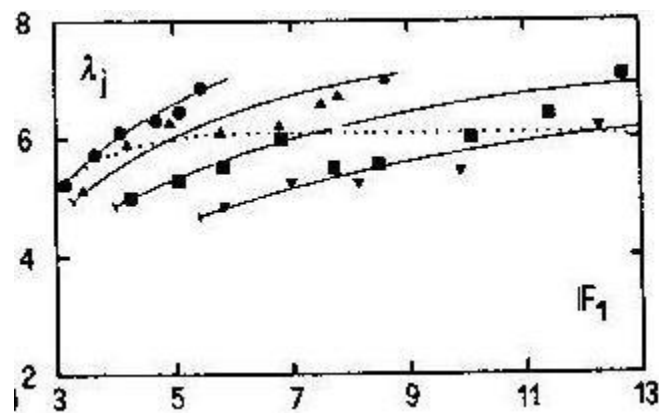


Figure (1.30): longueur relative  $\lambda_j$  du ressaut en fonction de  $F_1$  et de  $M$

La figure (1.30) représente les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1989) ( $m=1$ ) concernant la longueur relative  $L_j/h_2$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de  $M$ , il apparaît par conséquent que la longueur relative  $L_j/h_2$  dépend uniquement de  $M$  et de  $F_1$ .

#### I.4.1.4- Rendement du ressaut :

La figure(1.31) montre la ligne de charge totale le long de la longueur  $L_j$  sur laquelle s'étend le ressaut classique.

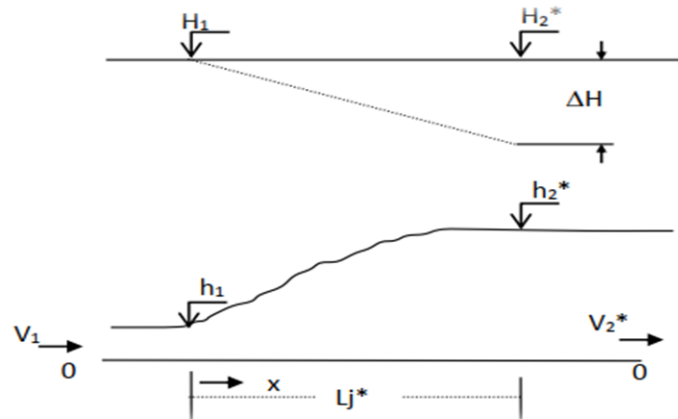


Figure ( 1.31 ): (---) Ligne de charge totale le long du ressaut classique

En se référant au plan 0-0, la charge totale dans la section initiale du ressaut s'écrit :

$$H_1 = h_1 + \alpha_1 \cdot v_1^2 / (2 \cdot g) \quad (1.56)$$

Tandis que la charge totale dans la section finale est :

$$H_2^* = h_2^* + \alpha_2 \cdot v_2^{*2} / (2g) \quad (1.57)$$

$\alpha$  désigne le facteur de correction de l'énergie cinétique dont on admet que la valeur est égale à l'unité.

La perte de charge  $\Delta H^*$  due au ressaut est la différence des charges totales initiale et finale:

$$\Delta H^* = H_1 - H_2^* \quad (1.58)$$

En raison du caractère permanent de l'écoulement, l'équation de continuité reste en vigueur et l'on peut écrire :

$$Q = v_1 \cdot A_1 = v_2^* \cdot A_2 \quad (1.59)$$

$$\text{Ou} \quad A_1 = bh_1 + mh_1^2 \text{ et } A_2 = bh_2^* + mh_2^{*2}$$

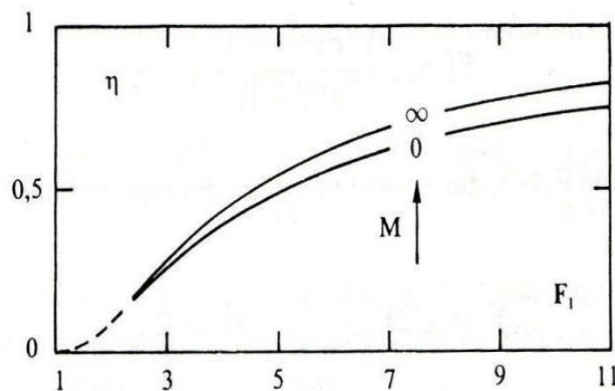
Le nombre de Froude de l'écoulement incident dans un canal de section droite trapézoïdal est défini par la relation :

$$F_1^2 = \frac{Q^2(1+2M)}{gb^2 h_1^3(1+M)^3}$$

En tenant compte des relations précédentes, le rendement du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal horizontal, s'écrit comme suit :

$$\eta^* = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2(1+M)^3}{2Y^2(1+2M)(1+YM)^2}}{1 + \frac{F_1^2(1+M)}{2(1+2M)}} \quad (1.60)$$

$Y = h_2^*/h_1$  étant le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.



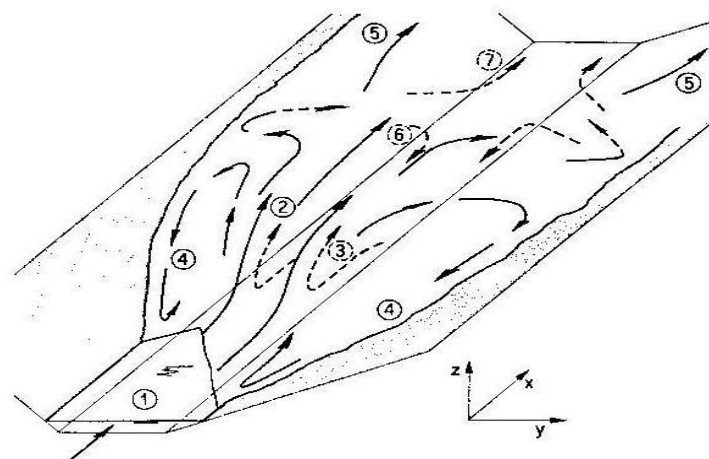
**Figure (1.32) :** Rendement  $\eta$  du ressaut hydraulique en fonction du nombre de Froude.

$M \rightarrow \infty$  : Cas du canal triangulaire.  $M = 0$  : Cas du canal rectangulaire.

La figure (1.32) montre que le rendement du ressaut dans les canaux trapézoïdaux est compris entre les courbes de rendement du ressaut dans le canal triangulaire et du canal rectangulaire. Par ailleurs, pour le même nombre de Froude  $F_1$  le rendement  $\eta$  est important pour le canal triangulaire.

#### I.4.1.5- Description du ressaut :

à Selon Hager, par rapport au ressaut hydraulique bien connu dans des canaux rectangulaires, la configuration d'écoulement du ressaut dans les canaux trapézoïdaux est tout fait différente. Le ressaut classique est caractérisé par un écoulement de fond à grande vitesse et un rouleau de surface qui les recouvre.



**Figure (1.33) :** Illustration schématique des directions principales de l'écoulement pour un ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal. (→) courants de surface, (- -→) courant de fond.

La figure (1.33) illustre un tracé schématique des caractéristiques de l'écoulement principal dans un ressaut trapézoïdal. La grande vitesse de l'écoulement (1) est soulevée en l'air et forme une zone d'éclaboussures (2) en raison de la présence d'une zone de séparation de fond (3), dénommée rouleau de fond. Le courant principal circule donc près de la surface et diverge lentement vers les parois latérales. Cela est dû à la concentration des débits (1) à la partie centrale de la section transversale, et la dépression résultant le long des parois latérales. Une première partie de l'écoulement latéral revient en amont et forme les zones de retour latérales de l'écoulement (4) sur les deux cotés du canal. Une seconde partie reste à la surface et poursuit vers l'aval, (5). Une troisième partie plonge le long des parois latérales en pente et alimente le rouleau de fond, (6). Plus en aval, ce courant n'est plus entraîné par le rouleau de fond, mais continue directement vers l'aval, (7).

Un ressaut hydraulique trapézoïdal est donc régi par des phénomènes d'écoulement très spatial. La présence du rouleau de fond comporte plusieurs différences au ressaut classique:

- Les vitesses sur le fond sont considérablement réduites;
- Le flux principal est remonté à la surface, mais diverge des deux côtés du canal;
- Par conséquent, les vitesses maximales se produisent le long des parois latérales près de la Surface libre.

## I.5-Conclusion :

Dans ce chapitre nous examinerons les travaux les plus importants relatifs au ressaut hydraulique évoluant dans un canal rectangulaire ,triangulaire.et trapézoïdale respectivement.

En premier partie nous allons présenter les travaux relatifs au ressaut hydraulique évoluant dans un canal rectangulaire. deux types de ressaut sont alors étudiés:

- Le ressaut hydraulique classique, où nous parlerons des travaux de Hager et al (1990) relatifs aux caractéristiques du ressaut classique.(ses hauteurs initiale et finale, sa longueur ainsi que la longueur de son rouleau. En effet le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale en négligeant les pertes de charges , Cette équation mène à la relation de Bélanger qui exprime le rapport  $Y^*$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude  $F_1$  à l'amont du ressaut.

- Le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire incliné à pente négative. Dans ce sous chapitre nous avons présenté l'étude de Mc Corcodal et Mohamed (1994) qui ont étudié le cas limite d'existence des ressauts en pente négative. Une relation théorique a été proposée pour le type D. Les auteurs confirment que ce type de ressaut est très sensible à la variation de la profondeur conjuguées pour les nombres de Froude  $F_1 < 4$ . Cependant, pour les nombres de Froude  $F_1 < 9$ , selon les auteurs, le ressaut limite en pente négative (type D) est difficile à établir. Ainsi l'étude de Pagliara et Peruginelli (2000) qui ont analysé théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire prismatique à contre pente. Les auteurs proposent deux types de ressaut hydraulique : le ressaut classique en contre pente (type F) et le ressaut forcé par seuil (type F.I) , une relation générale liant le rapport des hauteurs conjuguées au nombre de Froude et à l'angle d'inclinaison du canal a été proposée.

Dans un second partie nous avons présente les principaux travaux entrepris sur le ressaut hydraulique évoluant dans un canal triangulaire à fond horizontal. A travers les travaux de HAGER et WANOSCHEK (1987) relatifs au ressaut hydraulique classique dans un canal triangulaire de pente géométrique nul. Nous avons mis l'accent sur la démarche expérimentale assez particulière de HAGER et WANOSCHEK (1987) qui extrapole les résultats issus d'un profil semi-triangulaire à angle d'ouverture de  $45^\circ$  au canal triangulaire symétrique.

Les essais effectués par HAGER ET WANOSCHEK ont montré que les rapports  $Y$  expérimentaux sont légèrement inférieurs aux rapports  $Y$  théoriques obtenus par application de la relation (1.25) de la quantité de mouvement.Cet écart est attribuée à l'effet des frottements sur les parois du canal .En tenant en compte les pertes charges le long des parois

du canal l'équation de la quantité de mouvement est alors l'équation de la quantité de mouvement est alors modifiée, L'effet des frottements est traduit par le paramètre adimensionnel,  $L=[\nu m h_1/(2Q)]^{1/4}$  où  $\nu$  est la viscosité cinématique du liquide,  $m$  la cotangente de l'angle d'inclinaison des parois du canal par rapport à l'horizontale,  $h_1$  la hauteur initiale du ressaut et  $Q$  le débit volume.

Lorsque  $\Lambda=0$ , aucun effet des frottements n'est observé et l'équation de la quantité de mouvement sous sa forme classique est applicable. HAGER et WANOSCHEK (1987) proposent une relation générale au calcul des longueurs caractéristiques du ressaut  $L_r/h_2$  et  $L_j/h_2$ , en fonction du nombre de Froude de l'écoulement incident et de  $m$ .

L'étude de Achour et Debabeche (2003) qui a été consacré à l'étude expérimentale du ressaut hydraulique contrôlé par seuil mince dénoyé, dans un canal de section droite triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$ . Le ressaut est créé sous différentes hauteurs initiales  $h_1$  et à débits volumes  $Q$  variables; L'expérimentation de l'étude de Achour et Debabeche (2003) a eu pour objectif de trouver une corrélation entre les différents paramètres régissant le contrôle du ressaut. Cette étude a montré que ces paramètres sont en nombre de cinq, et permettent de former trois produits adimensionnels  $S=s/h_1$ ,  $IF_1$  et  $X/h_1$ ;  $S$  est la hauteur relative du seuil et  $X/h_1$  sa position relative. L'analyse des résultats expérimentaux obtenus a pu mener à l'établissement des relations simples à l'emploi, liant les trois variables adimensionnelles ci-dessus citées, .

L'étude de Debabeche et Achour(2007), relative à l'analyse de l'influence du seuil sur le ressaut hydraulique en canal triangulaire. Les résultats obtenus permettent aux auteurs de faire une étude comparative, d'une part, entre le ressaut contrôlé par seuil mince et par seuil épais, et d'autre part entre le ressaut contrôlé et le ressaut forcé de type B-min.

La troisième partie a été consacré pour l'étude du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdale les travaux de Hager et Wanoschek (1989) concernant les caractéristiques du ressaut trapézoïdal. Ces caractéristiques sont : ses hauteurs initiale et finale, sa longueur ainsi que la longueur de rouleau de fond. les auteurs ont montré que le ressaut hydraulique étudié dans ce type de canal est régi aussi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale en négligeant les pertes de charges autres que celle dues au ressaut. L'étude expérimentale a eu pour objectif d'estimer la variation de la longueur relative  $L_r/h_2$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$ . En effet le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdale est caractérisé par une caractéristique particulière pour le nombre de Froude

supérieur à quatre  $F_1 > 4$  est l'apparition d'un rouleau de fond, et des zones d'écoulement de retour latérale, l'expérimentation montre ainsi qu'aucun rouleau de surface existe dans ce type de ressaut.

le rendement du ressaut dans les canaux trapézoïdaux est compris entre les courbes de rendement du ressaut dans le canal triangulaire et du canal rectangulaire. Par ailleurs, pour le même nombre de Froude  $F_1$  le rendement  $\eta$  est important pour le canal triangulaire.

**CHAPITRE II :**

**LE RESSAUT HYDRAULIQUE**

**DANS UN CANAL TRIANGULAIRE**

**INCLINE À PENTE NÉGATIVE**

**(OU CONTRE PENTE).**

**II.1-Etude de Debabeche et Temim :**

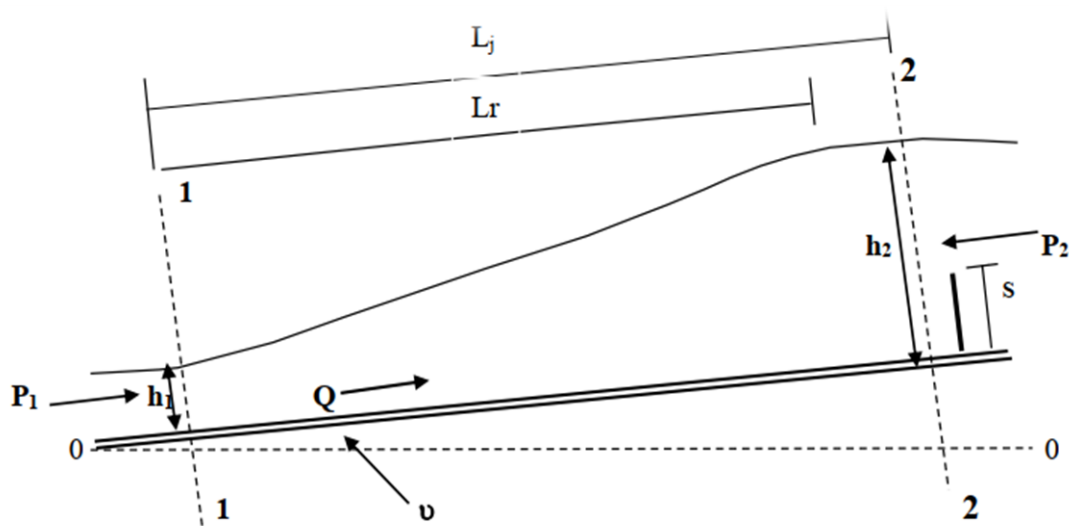
**INTRODUCTION:**

L’analyse théorique du ressaut hydraulique contrôlé par seuil, évoluant dans un canal de section droite triangulaire, à pente négative a permis de montrer que le nombre de Froude  $F_1$  de l’écoulement incident peut être exprimé en fonction de l’angle d’inclinaison  $\theta$  du canal par rapport à l’horizontal, du rapport  $Y=h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées du ressaut ( $h_1$  et  $h_2$  étant les hauteurs du niveau d'eau respectivement à l'extrémité amont et aval), et de la longueur relative  $\lambda_j=L_j/h_1$  du ressaut, tel que :  $F_1 = f(Y, \lambda_j, \theta)$ . Cette relation fonctionnelle a été établie par application de l’équation de la quantité de mouvement entre les sections amont et aval du ressaut, en tenant compte des hypothèses simplificatrices citées dans la partie bibliographique.

**II.2-Analyse théorique :**

**II.2.1-Equation de la quantité de mouvement :**

La figure (2.1) montre un ressaut hydraulique évoluent dans un canal triangulaire avec une pente négative .L’application de l’équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d’un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite triangulaire à angle d’ouverture de  $90^\circ$ , incliné d’une pente négative par rapport à l’horizontale et représente sur la figure ci-dessous Figure (2.1).



*Figure (2.1) : Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente négative*

L’équation de la quantité de mouvement appliquée entre les sections 1-1 et 2-2 s’écrit :

$$\rho Q \vec{V}_1 + \rho Q \vec{V}_2 = \sum \vec{F}_{ext} \tag{2.1}$$

$\sum F_{ext}$  : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression P<sub>1</sub> appliquée à la section 1-1.
- La force de pression P<sub>2</sub> appliquée à la section 2-2.
- Le poids G appliquée au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut.

La relation (2.1) peut être écrite :

$$\rho Q v_1 + P_1 + G \sin \theta = \rho Q v_2 + P_2 \tag{2.2}$$

Les forces F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> sont appliquées aux centres de gravité des sections triangulaire 1 et 2 respectivement comme il est illustré, la figure (2.2), le poids G est appliqué au centre de gravité du ressaut. Les forces de pression F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> ainsi que le poids G de l'eau peuvent être exprimés, en appliquant les lois de l'hydrostatique : P<sub>1</sub> = ωh<sub>1</sub>A<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> = ωh<sub>2</sub>A<sub>2</sub> et G = ωV.

Où : ω = ρg représente le poids spécifique du liquide en écoulement,  $\bar{h}_1, \bar{h}_2$  représentent respectivement les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir de la surface libre de l'écoulement ; A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1, 2 et V représente le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2. θ c'est l'angle d'inclinaison par rapport l'horizon (θ est un angle négative pour la contre pente)

En remplaçant les expressions de P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, et G dans la relation (2.2), on obtient :

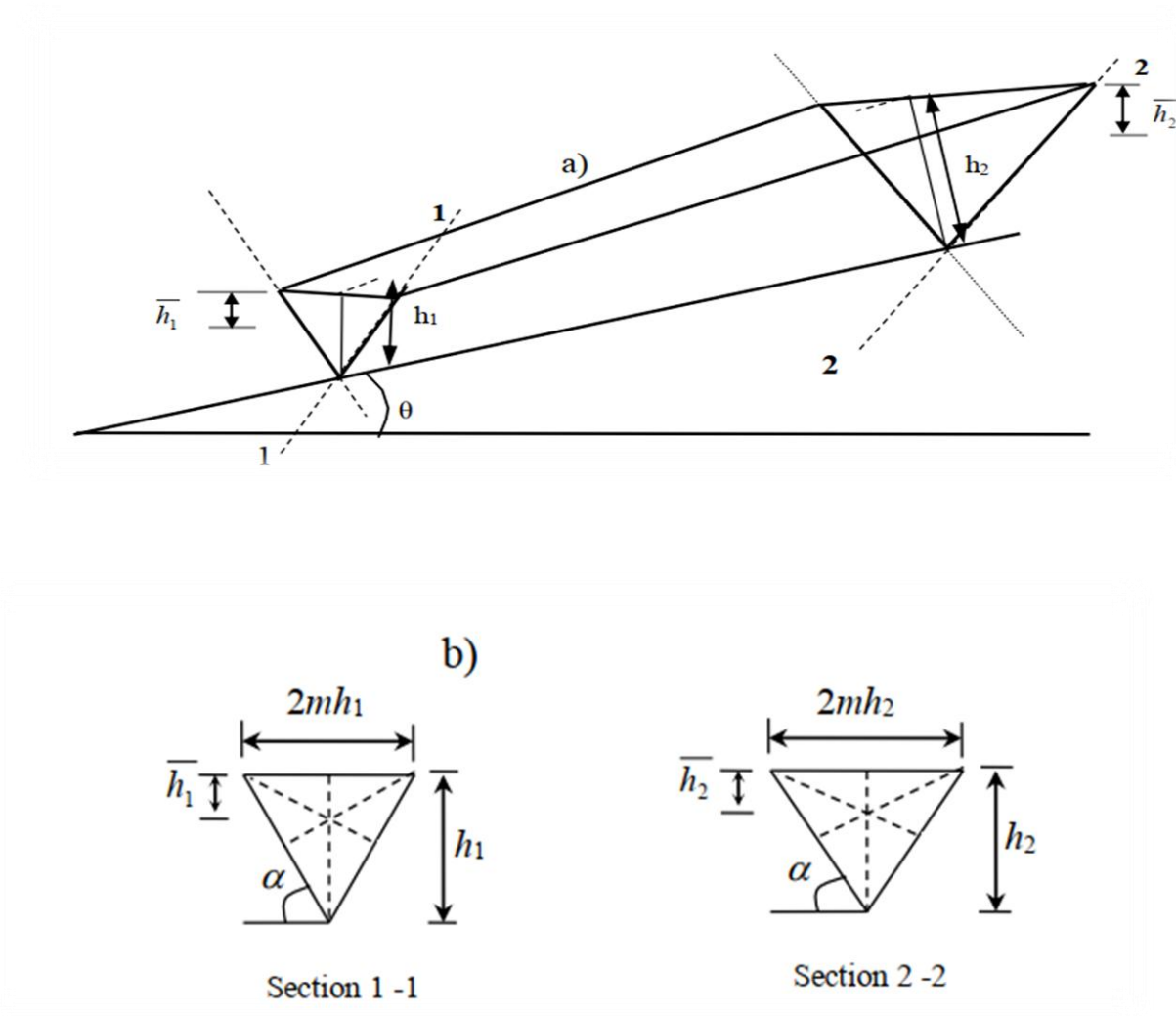
$$\rho Q v_1 + \omega \bar{h}_1 A_1 + \omega V \sin \theta = \rho Q v_2 + \omega \bar{h}_2 A_2 \tag{2.3}$$

L'équation de continuité indique que la vitesse moyenne de l'écoulement s'écrit, en fonction du débit volume Q et de l'aire de la section mouillée A : v = Q/A. Par conséquent, les vitesses moyennes de l'écoulement V<sub>1</sub> et V<sub>2</sub> respectivement aux sections amont et aval du ressaut s'expriment : V<sub>1</sub> = Q/A<sub>1</sub> et V<sub>2</sub> = Q/A<sub>2</sub>.

En tenant compte de toutes ces considérations la relation (2.3) peut s'écrire, en divisant tous ses membres par ρg :

$$\frac{Q^2}{g A_1} + \bar{h}_1 A_1 + V \sin \theta = \frac{Q^2}{g A_2} + \bar{h}_2 A_2 \tag{2.4}$$

En se basant sur la figure 2.2, les expressions de A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>,  $\bar{h}_1$  et  $\bar{h}_2$  sont facilement déterminées



Figure(2.2) :a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.

b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.

La figure (2.2) montre respectivement les sections amont (1-1) et aval (2-2) du ressaut. le paramètre  $m$  est défini comme la cotangente de l'angle  $\alpha$  . Celui-ci est l'angle d'inclinaison des parois du canal triangulaire symétrique par rapport à l'horizontal. L'aire des sections mouillées  $A_1, A_2$  et les hauteurs des centres de gravité  $\bar{h}_1, \bar{h}_2$  . s'écrivent, respectivement :

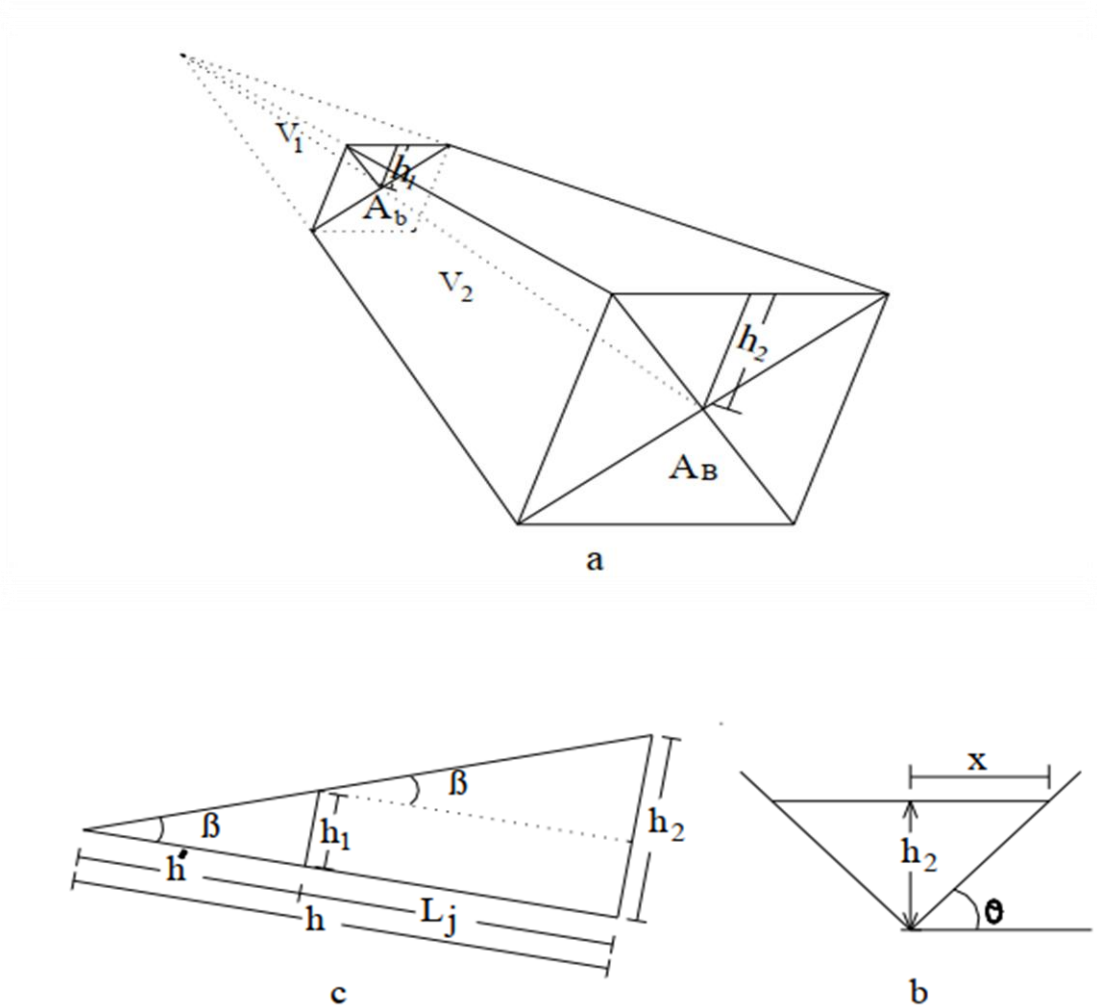
$$A_1 = mh_1^2 \tag{2.5}$$

$$A_2 = mh_2^2 \tag{2.6}$$

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1 \cos \alpha}{3} \tag{2.7}$$

$$\bar{h}_2 = \frac{h_2 \cos \alpha}{3} \tag{2.8}$$

**II.2.2-Evaluation du volume du ressaut :**



**Figure (2.3) :** Schéma descriptif de la forme géométrique du volume V du ressaut

La figure (2.3) permet de déterminer le volume V qui représente la forme géométrique du volume d'eau entre la section amont 1-1 et aval 2-2 du ressaut.

Soit la forme pyramidale de la figure (2.3).a. Le volume total  $V_T$  de la pyramide peut être divisé en deux autres volumes  $V_1$  et  $V_2$ . Ainsi cette figure montre clairement que le

volume géométrique  $V$  du ressaut hydraulique étudié, représente le quart du volume  $V_2$ .  
Le volume  $V_T$  de la pyramide s'écrit comme suit

$$V_T = \frac{1}{3} A_B h \quad (2.9)$$

$A_B$  : représente la surface de la base de la grande pyramide.

$h$  : représente la hauteur de la pyramide.

D'après la figure (2.3.b) :

$$\tan \alpha = \frac{h_2}{x} \Rightarrow x = m h_2 \Rightarrow 2x = 2m h_2 \quad (2.10)$$

$m$  : représente la cotangente de l'angle  $\alpha$

La grande surface  $A_B$  de la pyramide et sa hauteur  $h$  s'écrivent successivement comme suit :

$$A_B = 4m h_2^2 \quad (2.11)$$

$$h = L_1 + h' \quad (2.12)$$

$L_j$  : représente la longueur du ressaut.

$h'$  : représente la longueur du volume  $V_1$ .

D'après la figure 2.3.c :

$$\tan \beta = \frac{h_2 - h_1}{L_j} \Rightarrow m' = \frac{L_j}{h_2 - h_1} \quad (2.13)$$

$m'$  : représente la cotangente de l'angle  $\beta$ .

$\beta$  : représente l'angle entre le fond du canal et la ligne équivalent de la surface libre du ressaut.

$$\tan \beta = \frac{h_1}{h'} \Rightarrow h' = m' h_1 \Rightarrow h' = \frac{L_j h_1}{h_2 - h_1} \quad (2.14)$$

Le volume  $V_1$ , s'écrit comme suit :

$$V_1 = \frac{1}{3} A_b h' \quad (2.15)$$

$A_b$  : représente la surface de la petite pyramide.

$$A_b = 4m h_1^2 \quad (2.16)$$

Donc la relation (2.15) devient :

$$V_1 = \frac{4}{3} m h_1^3 \frac{L_j}{h_2 - h_1} \quad (2.17)$$

D'après la relation (2.9) le volume total s'écrit :

$$V_T = \frac{4}{3} m h_2^2 \left( L_j + \frac{L_j h_1}{h_2 - h_1} \right) \quad (2.18)$$

Pour calculer le volume du ressaut  $V$  on détermine le volume  $V_2$  qui représente la différence entre le volume total  $V_T$  et le volume  $V_1$ :

$$V_2 = V_T - V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{4}{3} m h_2^2 \left( L_j + \frac{L_j h_1}{h_2 - h_1} \right) - \frac{4}{3} m h_1^3 \frac{L_j}{h_2 - h_1} \quad (2.19)$$

et nous savons que :

$$V = \frac{V_2}{4} \quad (2.20)$$

En tenant compte des relations (2.19), (2.20) on arrive à la relation (2.21) qui s'écrit :

$$V = \frac{1}{3} m L_j (h_2^2 + h_1 h_2 + h_1^2)$$

$$\text{D'où } V = \frac{1}{3} m L_j h_1^2 (1 + Y + Y^2) \quad (2.21)$$

$Y$  : représente le rapport des hauteurs conjuguées  $h_2/h_1$ .

La forme géométrique du volume équivalent  $V$  représentative du ressaut hydraulique étudié, n'est pas en réalité parfaitement prismatique, comme il est supposé précédemment, à cause de la perturbation de la surface libre du ressaut due au rouleau de surface. Pour cela, il est nécessaire de corriger ce volume par un coefficient  $k$  multiplicatif.

$$V = \frac{1}{3} m k L_j h_1^2 (1 + Y + Y^2) \quad (2.22)$$

$k$  étant le rapport du volume réel et du volume calculé du ressaut. Ce dernier étant difficile à évaluer théoriquement, la voie expérimentale permet de l'estimer.

### **II.2.3-Nombre de Froude :**

L'autre caractéristique du ressaut hydraulique qui va nous servir de base à notre étude théorique est le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, calculé à la section initiale

(1-1) c'est-à-dire au pied du ressaut. Ce nombre s'exprime en règle générale par la relation (2.23) :

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{gA_1^3} \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \quad (2.23)$$

La relation (2.23) montre que le nombre de Froude  $F_1$  est une fonction de quatre paramètres tels que :

- Q représente le débit volume de l'écoulement ;
- g est l'accélération de la pesanteur ;
- $A_1$  est l'aire de la section transversal mouillée au pied de ressaut ;
- $\frac{\partial A_1}{\partial h_1}$  représente la dérivée partielle de l'aire de la section mouillée  $A_1$  au pied du ressaut par rapport à la hauteur  $h_1$ . Pour notre cas, il s'agit d'une section triangulaire et par conséquent :

$$\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = 2mh_1$$

Cette considération mène à écrire la relation (2.24) telle que :

$$F_1^2 = \frac{2Q^2}{m^2gh_1^5} \quad (2.24)$$

En tenant compte des relations (2.5) à (2.10), (2.22) et (2.24), la relation (2.4) devient :

$$\frac{Q^2}{gmh_1^2} + \frac{mh_1^3 \cos \theta}{3} + \frac{1}{3} kmL_j h_1^2 (1 + Y + Y^2) \sin \theta = \frac{Q^2}{gmh_2^2} + \frac{mh_2^3 \cos \theta}{3} \quad (2.25)$$

En multipliant la relation (2.25) par  $\frac{2}{mh_1^3}$  on obtient :

$$F_1^2 + \frac{2}{3} \cos \theta \frac{2}{3} k \frac{L_j}{h_1} (Y^2 + Y + 1) \sin \theta = \frac{F_1^2}{Y^2} + \frac{2}{3} Y^3 \cos \theta \quad (2.26)$$

En remplaçant le rapport  $\frac{L_j}{h_1}$  par le coefficient  $\lambda_j$ , la relation (2.26) devient :

$$F_1^2 + \frac{2}{3} \cos \theta + \frac{2}{3} k \lambda_j (Y^2 + Y + 1) \sin \theta = \frac{F_1^2}{Y^2} + \frac{2}{3} Y^3 \cos \theta \quad (2.27)$$

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections délimitants un ressaut hydraulique à pente négative et évoluant dans un canal de section droite triangulaire mène à écrire la relation (2.27) ; cette relation montre que ce type de ressaut est régi par :

- le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident à la section amont du ressaut ;
- les hauteurs conjuguées  $h_1$  et  $h_2$  respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut ;
- la pente du canal par rapport à l'horizontal (l'angle  $\theta$ ).
- La longueur  $L_j$  du ressaut.

Un arrangement de la relation (2.27) permet d'écrire le nombre de Froude sous la forme suivante :

$$F_1^2 = \frac{2}{3} Y^2 \cos \theta \left[ \frac{(Y^3-1) - k\lambda_j(Y^2+Y+1) \tan \theta}{(Y^2-1)} \right] \quad (2.28)$$

La relation (2.28) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative  $\lambda_j=L_j/h_1$  d'un ressaut hydraulique à pente négative, évoluant dans un canal de section droite triangulaire symétrique à angle d'ouverture de  $90^\circ$  ( $m=1$ ). L'approche théorique proposée pour le cas du ressaut classique montre que le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident dépend exclusivement du rapport des hauteurs conjuguées  $Y$  en appliquant toujours l'équation de la quantité de mouvement. L'équation (2.28) peut s'écrire également sous la forme suivante :

$$F_1^2 = \frac{2}{3} Y^2 \left( \frac{Y^2+Y+1}{(Y+1)} \right) \left[ \cos \theta \left( 1 - \frac{k\lambda_j \tan \theta}{(Y-1)} \right) \right] \quad (2.29)$$

En remplaçant  $\theta = 0$  dans la relation (2.29), on obtient :

$$F_1^2 = \frac{2}{3} Y^2 \frac{(Y^2+Y+1)}{(Y+1)} \quad (1.25)$$

La relation (2.29) mène donc à la relation (1.25) exprimant les caractéristiques du ressaut classique dans un canal triangulaire.

Ce résultat permet donc de valider notre démarche théorique. En outre, afin de déterminer le coefficient de correction  $k$ , l'approche proposée a été confrontée par la suite aux résultats expérimentaux.

## **II.3-Analyse expérimentale de l'équation théorique :**

### **II.3.1-Estimation du coefficient $k$ de correction :**

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite triangulaire à angle

d'ouverture de 90°, incliné d'une pente négative par rapport à l'horizontale, a permis d'aboutir à la relation (2.28) :

$$F_{1th}^2 = \frac{2}{3} Y^2 \cos \theta \left[ \frac{(Y^3-1) - k\lambda_j(Y^2+Y+1) \tan \theta}{(Y^2-1)} \right] \quad (2.28)$$

Celle-ci exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y=h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal par rapport à l'horizontale et de la longueur relative  $\lambda_j=L_j/h_1$  d'un ressaut hydraulique, évoluant dans un canal de section droite triangulaire symétrique. Afin d'estimer expérimentalement le coefficient de correction  $k$ , la relation (2.28) peut être reformulée comme suit :

$$k = \frac{Y^3 - 1 - \frac{3F_1^2(Y^2-1)}{2Y^2 \cos \theta}}{\lambda_j(Y^2+Y+1) \tan \theta} \quad (2.30)$$

Le nombre de Froude incident est calculé pour  $m=1$ , selon la relation générale

$$F_1^2 = \frac{2Q^2}{gh_1^5} \quad (2.31)$$

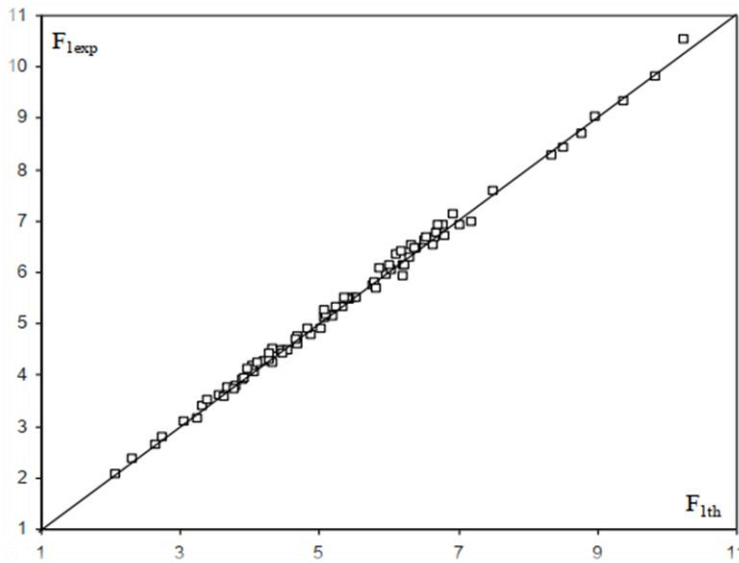
Les valeurs du coefficient  $k$  obtenues en introduisant les données expérimentales dans l'équation (2.30), sont présentées dans le tableau (2.1) :

Tableau ( 2.1 ): Valeurs du coefficient k selon la relation( 2.30)

Pente -0.5%			Pente -1.0%			Pente -1.5%			Pente -2.0%		
$F_1$	Y	K	$F_1$	Y	K	$F_1$	Y	K	$F_1$	Y	K
2,05	1,66	1,20	3,15	2,24	1,00	4,40	2,63	1,83	4,40	2,63	1,83
2,36	1,81	1,83	3,39	2,26	1,73	4,89	2,91	1,68	5,68	3,21	1,26
2,62	2,00	1,25	3,51	2,28	1,93	5,26	3,00	1,92	5,92	3,32	1,09
2,77	2,05	1,71	3,57	2,40	1,29	5,30	3,05	1,63	6,06	3,22	1,85
3,09	2,24	1,76	3,70	2,48	1,18	5,50	3,09	1,80	6,12	3,28	1,68
3,59	2,49	1,74	3,75	2,42	1,74	5,79	3,25	1,48	6,26	3,35	1,45
3,77	2,59	1,21	3,88	2,52	1,44	6,04	3,34	1,50	6,40	3,34	1,87
4,25	2,81	1,85	3,93	2,55	1,56	6,35	3,39	1,96	6,46	3,41	1,64
4,45	2,92	1,20	4,03	2,61	1,34	6,46	3,48	1,61	6,66	3,47	1,69
4,73	3,02	1,70	4,09	2,56	1,96	6,50	3,46	1,85	6,92	3,52	1,80
5,09	3,17	1,63	4,17	2,62	1,94	6,70	3,64	1,34	7,12	3,61	1,78
5,30	3,31	1,20	4,22	2,64	1,90	6,90	3,63	1,69	8,27	4,22	1,41
5,45	3,34	1,51	4,23	2,73	1,19	6,92	3,73	1,35	8,40	4,28	1,35
5,50	3,35	1,61	4,28	2,72	1,48	6,96	3,79	1,13	8,68	4,35	1,37
5,50	3,37	1,37	4,45	2,84	1,17	7,57	3,91	1,62	9,02	4,40	1,60
5,74	3,52	1,19	4,46	2,79	1,53				9,30	4,53	1,44
5,93	3,56	1,29	4,49	2,73	2,00				9,80	4,70	1,49
6,13	3,69	1,09	4,59	2,91	1,14				10,53	4,84	1,85
6,66	3,88	1,45	4,67	2,88	1,50						
			4,77	2,99	1,10						
			4,89	3,03	1,23						
			5,11	3,13	1,71						
			5,17	3,08	1,67						
			5,46	3,22	1,21						
			6,13	3,56	1,23						
			6,52	3,70	1,71						
			6,61	3,67							

Le tableau( 2.1) montre que le coefficient de correction k est sans aucun doute une valeur constante. En éliminant quelques valeurs extrêmes, la moyenne arithmétique de toutes les valeurs de k donne la constante 1,53. L'équation (2.28) devient alors comme suit :

$$F_{1th}^2 = \frac{2}{3} Y^2 \cos \theta \left[ \frac{(Y^3-1)-1,53\lambda_j(Y^2+Y+1) \tan \theta}{(Y^2-1)} \right] \quad (2.32)$$



**Figure( 2.4) :** Variation du nombre de Froude expérimental  $F_{1exp}$  en fonction du nombre de Froude théorique  $F_{1th}$  calculé selon la relation (2.32).

(—) Première bissectrice d'équation :  $F_{1exp} = F_{1th}$ .

Afin de vérifier la validité de l'équation semi théorique (2.32), celle-ci est confrontée au nombre de Froude expérimentale calculé en application de la relation ( 2.31)

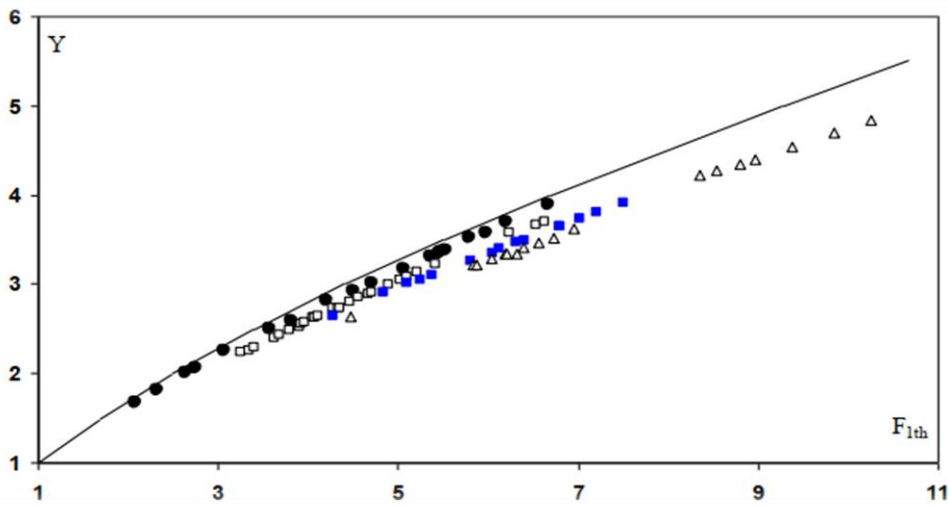
La figure (2.4) montre que les points obtenus se répartissent de manière quasi uniforme autour de la première bissectrice.

Par ailleurs, les écarts relatifs entre les nombres de Froude expérimental  $F_{1 exp}$  et les nombres de Froude théorique  $F_{1th}$  sont calculés, les écarts relatifs entre  $F_{1 exp}$  et  $F_{1 th}$  sont en leur majorité inférieur à 5%

**II.3.2-Variation du rapport  $y$  des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal :**

L'équation semi théorique (2.32) étant implicite en  $Y$ , il serait préférable de trouver une relation approchée permettant de trouver aisément le rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident et de l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal. Ainsi ; connaissant  $F_1$ ,  $h_1$  et  $\theta$ , la relation recherchée permet l'évaluation de  $Y$  et par conséquent celle de la hauteur conjuguée  $h_2$ .

La figure (2.5) représente la variation du rapport  $Y=h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude  $F_{1th}$  de l'écoulement incident issu de l'équation semi théorique (2.32), pour quatre valeurs différentes de la pente du canal.



**Figure (2.5) :** Variation du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude semi théorique  $F_{1th}$  selon la relation (2.32), pour quatre valeurs de la tangente de l'angle d'inclinaison du canal, tels que :  $\text{tang}(\theta) = (\bullet)\text{-}0.005, (\square)\text{-} 0.01, (\blacksquare)\text{-} 0.015, (\Delta)\text{-} 0.02$ .  
 (—) Courbe du ressaut classique, tracée selon la relation (1.25).

La figure (2.5) montre quatre nuages de points distincts, correspondant chacun à une valeur bien déterminée de la pente négative du canal. L'analyse des mesures expérimentales, montre que chaque nuage de points suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode des moindres carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = a F_1^b$ . Les données expérimentales sont représentées au tableau (2.5 ).

Tableau (2.2) : Mesures expérimentales ayant servi au traçage du graphique de Y en fonction de  $F_{1th}$

Pente -0.5%		Pente -1.0%		Pente -1.5%		Pente -2.0%	
$F_{1th}$	Y	$F_{1th}$	Y	$F_{1th}$	Y	$F_{1th}$	Y
2,07	1,66	3,27	2,24	4,29	2,63	4,48	2,63
2,33	1,81	3,34	2,26	4,84	2,91	5,83	3,21
2,65	2,00	3,41	2,28	5,10	3,00	5,88	3,22
2,75	2,05	3,64	2,40	5,25	3,05	6,06	3,28
3,07	2,24	3,70	2,42	5,38	3,09	6,19	3,32
3,57	2,49	3,79	2,48	5,82	3,25	6,21	3,34
3,81	2,59	3,91	2,52	6,06	3,34	6,31	3,35
3,21	2,81	3,93	2,55	6,12	3,39	6,38	3,41
4,51	2,92	3,97	2,56	6,33	3,46	6,55	3,47
4,71	3,02	4,06	2,62	6,41	3,48	6,73	3,52
5,08	3,17	4,08	2,61	6,80	3,63	6,95	3,61
5,36	3,31	4,12	2,64	6,81	3,64	8,35	4,22
5,45	3,34	4,29	2,72	7,03	3,73	8,53	4,28
5,49	3,35	4,34	2,73	7,21	3,79	8,79	4,35
5,53	3,37	4,35	2,73	7,51	3,91	8,97	4,40
5,79	3,52	4,46	2,79			9,38	4,53
5,98	3,56	4,56	2,84			9,84	4,70
6,21	3,69	4,68	2,88			10,26	4,84
6,68	3,88	4,71	2,91				
,		4,89	2,99				
		5,03	3,05				
		5,11	3,08				
		5,21	3,13				
		5,41	3,22				

Les figures (2.6) à (2.9) montrent l'ajustement de la relation  $Y = a F_1^b$  pour les quatre inclinaisons du canal.

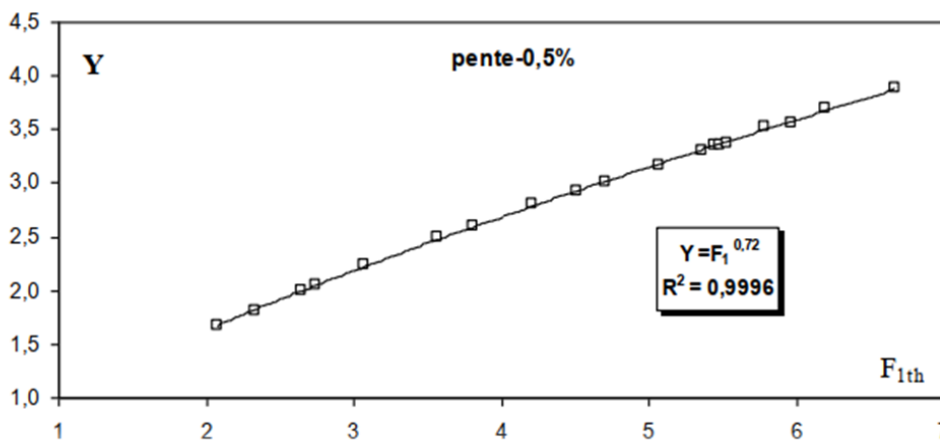
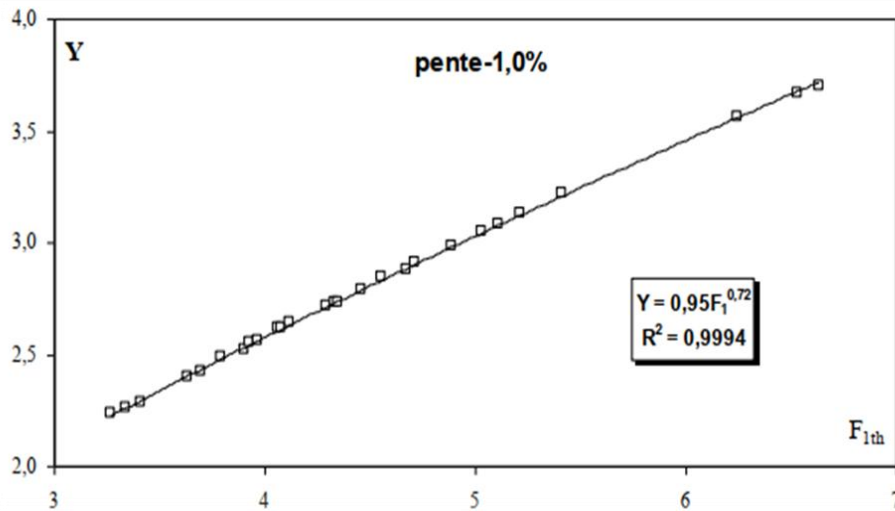
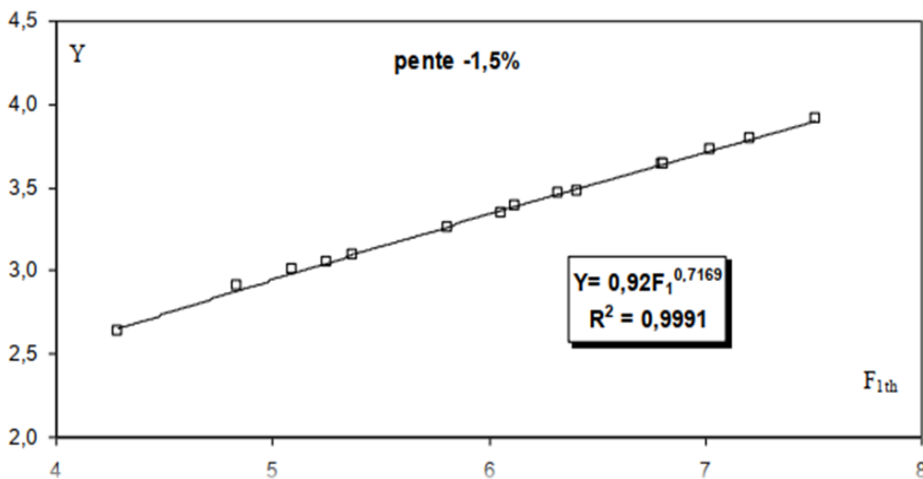


Figure (2.6) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\theta) = 0,05$ . (□) points expérimentaux.

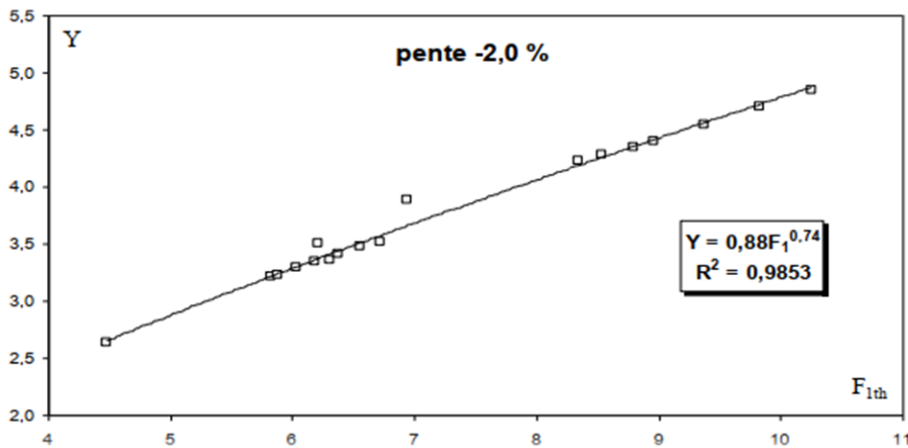
(—) Courbe d'ajustement.



**Figure (2.7) :** Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\theta) = -0,01$ . (□) points expérimentaux.  
(—) Courbe d'ajustement



**Figure (2.8) :** Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\theta) = -0,015$ . (□) points expérimentaux.  
(—) Courbe d'ajustement.



**Figure(2.9) :** Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\theta) = -0,02$ . (□) points expérimentaux.  
(—) Courbe d'ajustement

Tableau (2.3) : Valeurs des paramètres a et b

tg ( $\theta$ )	a	b	R <sup>2</sup>
-0.005	0.99	0.72	0.999
-0.010	0.95	0.72	0.999
-0.015	0.92	0.72	0.999
-0.020	0.88	0.74	0.975

Tableau (2.3) : Valeurs des paramètres a et b

Le tableau(2.3) montre que l'augmentation de la tangente de l'angle canal, engendre la diminution du paramètre a . D'autre part nous constatons que le paramètre b prend une valeur pratiquement constante de moyenne  $b = 0,723$ . Les auteurs après l'analyse de (a,tang( $\theta$  )) montre la variation du paramètre (a) en fonction de l'angle d'inclinaison suit une loi linéaire ,selon la relation suivante :

$$a = 7,24 \operatorname{tang}(\theta) + 1,03 \quad (2.33)$$

En effet, l'introduction des expressions les paramètres a et b conduit les auteurs a écrire la relation (2.34) :

$$Y = [7,24 \operatorname{tang}(\theta) + 1,03] F_1^{0.72} \quad (2.34)$$

La relation approchée (2.34) étant explicite en Y, et d'après les auteurs fournit un moyen simple et pratique pour la détermination du rapport Y des hauteurs conjuguées, connaissant le nombre de Froude incident  $F_1$  et l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal. Cette relation s'applique pour des nombres de Froude  $F_1$  variant entre 2 et 11. La figure( 4.8) montre les courbes d'ajustements issues de la relation (2.34), appliquées aux points expérimentaux.

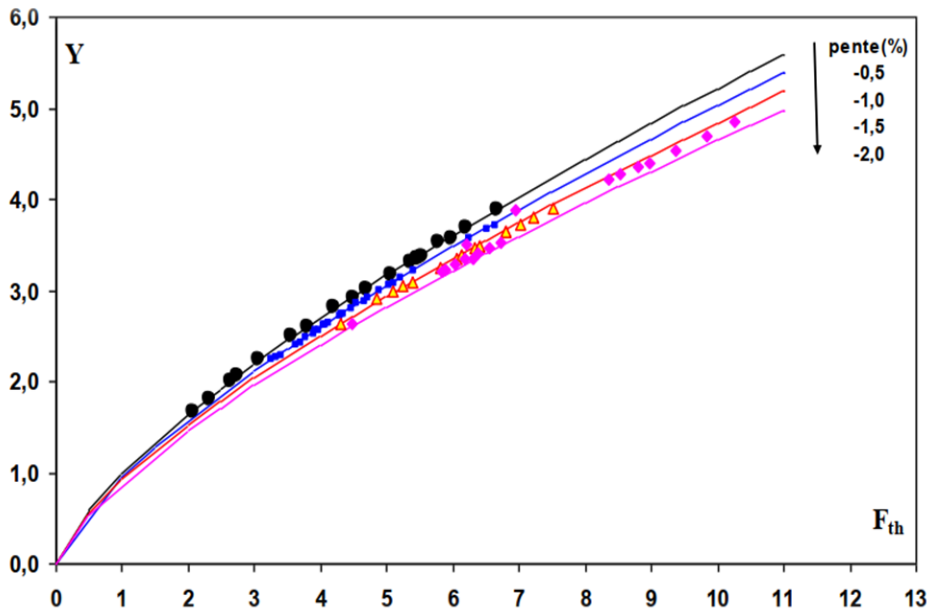


Figure (2.10) : Variation expérimentale de  $Y(F_1)$  pour différentes valeurs de  $\tan(\theta)$ .

(—) Courbes tracées selon la relation (2.34).

La relation approchée (2.34) est donc proposée en remplacement de la relation théorique implicite (2.32). Concernant la précision de calcul, la relation (2.34) occasionne des écarts relatifs inférieurs à 4 %, par rapport à la relation implicite (2.32). Le tableau (2.3) illustre parfaitement ces constatations. En effet, pour obtenir le rapport des hauteurs conjuguées  $Y_{app}$  issu de la relation approchée (2.34), on a utilisé les couples de valeurs  $(F_{1th}, Y)$  du tableau (2.2)

Par ailleurs la figure 4.8 montre que pour  $F_1$  donné la profondeur de l'écoulement  $h_2$  diminue avec l'augmentation de la pente du canal  $\tan(\alpha)$ . L'utilisation des mesures expérimentales, l'analyse de la relation (2.29) mène les auteurs à la relation suivante (2.35):

$$Y = (7.24 \tan(\alpha) + 1.03)F_1^{(0.72)} \tag{2.35}$$

Pour :  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq 1.02$  et  $2 < F_1 < 10$

**II.3.3-Longueurs caractéristiques du ressaut :**

**II.3.3.1-Variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  :**

La longueur  $L_j$  a été considérée comme étant la distance séparant la section initiale du ressaut et la section finale.

La figure (2.11) montre la variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident. dans la gamme de valeurs testées par les auteurs pour la pente négative du canal considéré ( $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq 0.02$ ).

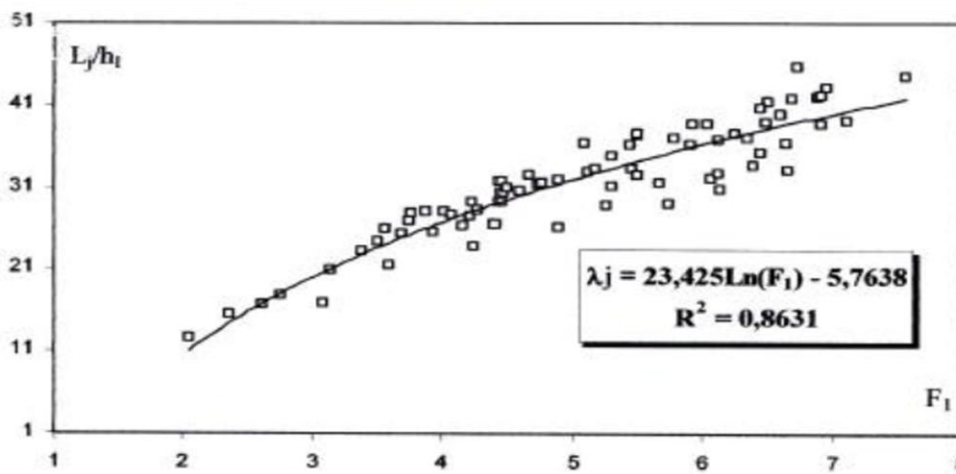


Figure :(2.11) : Variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, pour  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq 0.02$ .

L'ajustement des points expérimentaux a permis aux auteurs Debabeche et de Temim (2008). d'aboutir à une relation de type logarithmique d'équation:

$$L_j/h_1 = 23.43 \ln(F_1) - 5.76 \tag{2.36}$$

Pour  $2 < F_1 < 8$  et  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq -0.02$

**II.3.3.2-Variation de la longueur relative  $L_r/h_1$  du rouleau de surface en fonction du Nombre de froude  $F_1$  :**

La longueur  $L_r$  est considérée comme étant la distance séparant la section initiale et la section finale du rouleau de surface.

La figure (2.12) montre la variation de la longueur relative  $L_r/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident. pour des pentes negative considéré

$$(-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq 0.02)$$

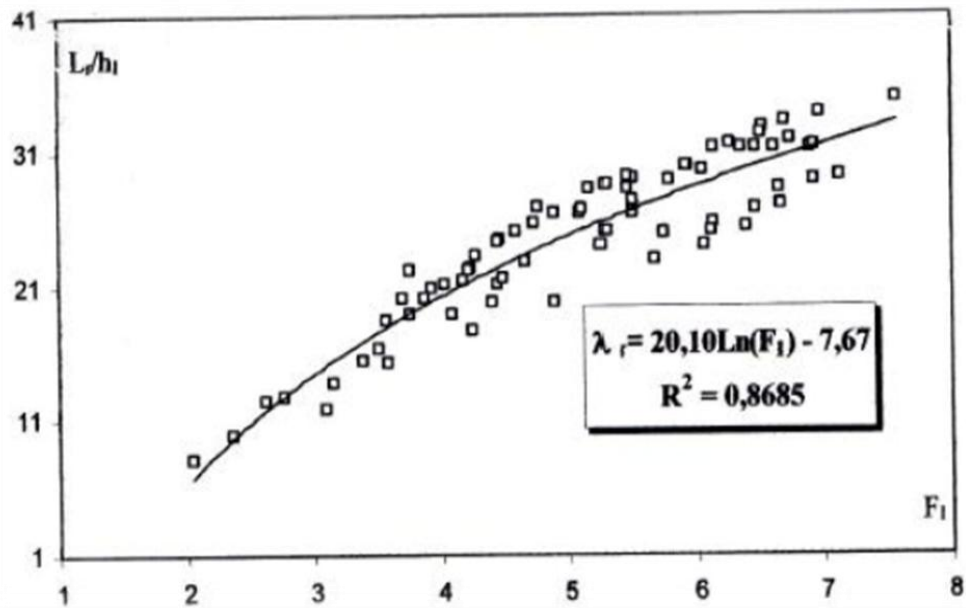


Figure.(2.12) : Variation de la longueur relative  $L_r/h_1$  du rouleau en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, pour  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq 0,02$ .

La figure (2.12) montre que l'augmentation du nombre de Froude de l'écoulement incident, engendre celle de la longueur relative du rouleau. Par ailleurs, l'ajustement des points expérimentaux a permis aux auteurs d'aboutir à une relation logarithmique:

$$L_r/h_1 = 20.10 \ln(F_1) - 7.67 \quad (2.37)$$

Pour  $2 < F_1 < 8$  et  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq 0,02$ .

## II.4-Conclusion :

Ce chapitre a été consacré de présenté l'étude de Debabeche et Temim (2008) , relative à l'analyse de l'influence de la pente négative sur le ressaut hydraulique en canal triangulaire symétrique avec une pente négative. Une relation générale sous une forme implicite est obtenue liant le rapport des profondeurs conjuguées  $Y$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle d'inclinaison du canal  $\alpha$ . L'expérimentation a eu pour objectif d'évaluer les longueurs caractéristiques du ressaut hydraulique à savoir la longueur du ressaut et la longueur du rouleau de surface. L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$ , incliné d'une pente négative par rapport à l'horizontale, permis aux auteurs d'aboutir à la relation (2.28)

$$F_1^2 = \frac{2}{3} Y^2 \cos \theta \left[ \frac{(Y^3-1)-k\lambda_j(Y^2+Y+1) \tan \theta}{(Y^2-1)} \right] \quad (2.28)$$

Celle-ci exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y=h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal par rapport à l'horizontale et de la longueur relative  $\lambda_j=L_j/h_1$  d'un ressaut hydraulique, évoluant dans un canal de section droite triangulaire. Les mesures expérimentales ont permis d'estimer le coefficient de correction  $k$ , donné comme étant le rapport du volume réel et du volume calculé du ressaut. En effet, une valeur moyenne constante  $k=1,54$  a été trouvée, pour les quatre (04) pentes étudiées . L'équation 2.28 après l'estimation du coefficient de correction  $k=1,53$  .mène les auteurs a l'équation semi théorique( 2.32).

L'équation (2.28) après l'estimation du coefficient de correction  $k=1,53$  .mène les auteurs a l'équation semi théorique( 2.32).

$$F_{1th}^2 = \frac{2}{3} Y^2 \cos \theta \left[ \frac{(Y^3-1)-1.53\lambda_j(Y^2+Y+1) \tan(\theta)}{(Y^2-1)} \right] \quad (2.32)$$

la validité de l'équation semi théorique (2.32), celle-ci est confrontée au nombre de Froude expérimentale calculé en application de la relation (2.31). la validité a été vérifiée par les auteurs , les écarts relatifs entre les nombres de Froude expérimental  $F_{1exp}$  et les nombres de Froude théorique  $F_{1th}$  sont calculés , Ils sont en leur majorité inférieur à 5%, L'équation

L'équation semi théorique (2.32) étant implicite en  $Y$ , les auteurs ont cherché de trouver une relation approchée permettant de trouver aisément le rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident et de l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal. Ainsi ; connaissant  $F_1$ ,  $h_1$  et  $\theta$ , la relation recherchée permet l'évaluation de  $Y$  et par conséquent celle de la hauteur conjuguée  $h_2$

L'analyse des mesures expérimentales, montre que chaque nuage de points suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode des moindres carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = aF_1^b$ .

L'introduction des expression des paramètre  $a$  et  $b$  conduit les auteurs a écrire la relation (2.34) :

$$Y = [7.24 \tan(\theta) + 1.03]F_1^{0.72} \quad (2.34)$$

La relation approchée (2.34) étant explicite en  $Y$ , et d'après les auteurs fournit un moyen simple et pratique pour la détermination du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, connaissant le nombre de Froude incident  $F_1$  et l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal. Cette relation s'applique pour des nombres de Froude  $F_1$  variant entre 2 et 11.

Pour la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  l'écoulement incident ;L'ajustement des points expérimentaux a permis aux auteurs Debabeche et de Temim (2008) d'aboutir à une relation de type logarithmique d'équation :  $L_j/h_1 = 23.43 \ln(F_1) - 5.76$  ( 2.36)

Pour  $2 < F_1 < 8$  et  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq -0.02$

Cependant pour la longueur relative  $L_r/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  l'écoulement incident ; L'ajustement des points expérimentaux a permis aux auteurs Debabeche et Temim (2008).d'aboutir à une relation de type logarithmique d'équation :

$$L_r/h_1 = 20.10 \ln(F_1) - 7.67 \quad ( 2.37)$$

Pour  $2 < F_1 < 8$  et  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq 0.02$ .

En effet, d'après les auteurs les relations obtenues permettent facilement de contribuer le dimensionnement de bassins de dissipation de forme triangulaire avec ou sans pente.

# **CHAPITRE III :**

## **LE RESSAUT HYDRAULIQUE**

### **DANS UN CANAL TRAPÉZOÏDAL**

#### **INCLINE À PENTE NÉGATIVE**

### III.1-Introduction:

Le ressaut hydraulique est défini comme le passage de l'écoulement torrentiel à l'écoulement fluvial, Ce phénomène se déroule dans de nombreux canaux,

L'étude bibliographique du ressaut hydraulique contrôlé par seuil, évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale, a permis de montrer que le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident peut être exprimé en fonction du rapport  $Y=h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées du ressaut, du coefficient de forme du canal  $M=mh_1/b_1$ , et de la longueur relative  $\lambda=Lj/h_1$  du ressaut, tel que:  $F_1=f(Y, \lambda, M)$ . À travers ce chapitre nous présenterons le phénomène qui se produit dans un canal trapézoïdal à pente négative.

Dans ce chapitre nous avons présenté les travaux réalisées par **Debabeche et Ouassaf (2015)** concernant l'étude du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal incliné à pente négative l'étude des auteurs a été consacré en premier lieu à un développement théorique ,permettant aux auteurs de trouver une relation théorique de la forme  $F_1=f(Y, \lambda, M, \alpha)$ , tels que :  $F_1$  est le nombre de Froude de l'écoulement incident,  $Y=h_2/h_1$  est le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut ( $h_1$  et  $h_2$  étant les hauteurs conjuguées du niveau d'eau respectivement à l'extrémité amont et aval),  $M=mh_1/b_1$  le coefficient de forme du canal ( $m$  représente la cotangente de l'angle d'inclinaison des parois latérale par rapport à l'horizontale,  $b_1$  la largeur de l'amont du base du canal),  $\lambda=Lj/h_1$  la longueur relative du ressaut , et  $\alpha$  l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale .en second lieu à estimer le coefficient  $k$  de correction , afin de corriger la relation issue du développement théorique.  $k$  étant le rapport du volume réel et du volume calculé du ressaut.

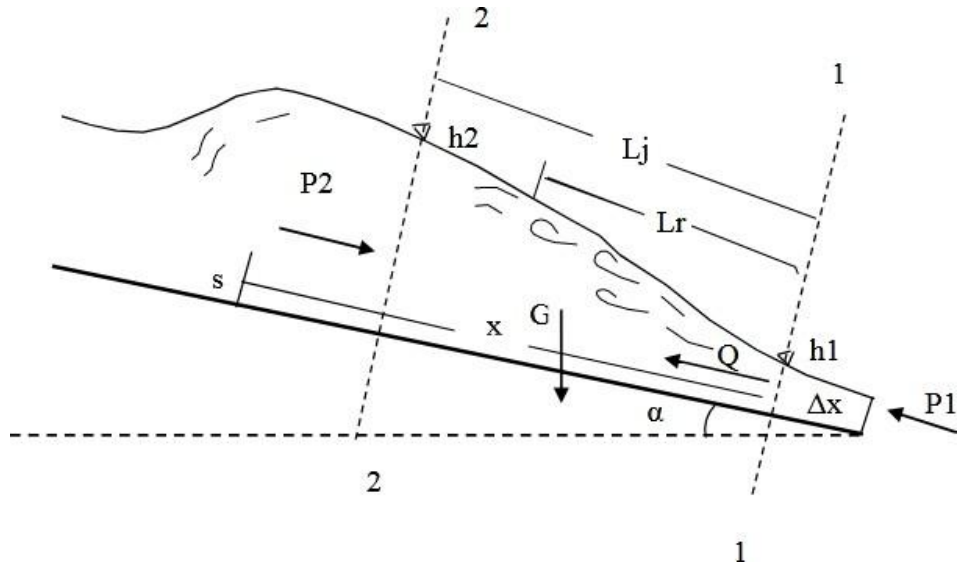
En effet, les relations obtenues permettre facilement et sans doute le dimensionnement de bassins de dissipation de forme trapézoïdale avec ou sans pente.

### III.2-Analyse théorique :

#### III.2.1-Equation de la quantité de mouvement :

La figure (3.1) montre un ressaut hydraulique évoluent dans un canal trapézoïdale incliné d'une pente négative par rapport à l'horizontale.

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale non prismatique incliné d'une pente négative par rapport à l'horizontale est présenté sur la figure (3.1)



Figure( 3.1): Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal incliné à pente négative

$$\sum F_{ext} = - \rho v \tag{3.1}$$

Tel que :

$\sum F_{ext}$  : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression  $P_1$  appliquée à la section 1-1.
- La force de pression  $P_2$  appliquée à la section 2-2.
- Le poids  $G$  appliqué au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut .La relation (3.1) s'écrit :

$$\rho Qv_1 + P_1 + G \sin \theta = \rho Qv_2 + P_2 \tag{3.2}$$

- Les forces  $P_1$  et  $P_2$  sont appliquées, selon la figure (3.2), respectivement aux centres de gravité des sections trapézoïdales 1 et 2
- Le poids  $G$  est appliqué au centre de gravité du ressaut

Les forces de pressions  $P_1$  et  $P_2$  ainsi que le poids  $G$  de l'eau peuvent être exprimés, en appliquant les lois de l'hydrostatiques:

$$P_1 = \omega h c_1 A_1$$

$$P_2 = \omega h c_2 A_2$$

$$G = \omega V$$

$\omega = \rho g$  représente le poids spécifique du liquide en écoulement , $hc_1$  et  $hc_2$  représentent respectivement les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir

de la surface libre de l'écoulement,  $A_1$  et  $A_2$  représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1 et 2 et  $V$  représente le volume d'eau inscrit entre les deux section 1 et 2

Par remplacement les expressions de  $P_1$ ,  $P_2$  et  $G$  dans la relation (3.2), on obtient :

$$\rho Q v_1 + \omega h c_1 A_1 + G \sin \theta = \rho Q v_2 + \omega h c_2 A_2 \quad (3.3)$$

L'équation de continuité indique que la vitesse moyenne de l'écoulement s'écrit :

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} \quad \text{Et} \quad v_2 = \frac{Q}{A_2}$$

$A$  : de l'aire de la section mouillée et  $Q$  : débit volume

En tenant compte de toutes ces considérations la relation (3.3) peut s'écrire, et par division de tous ses membres par  $(\rho g)$

$$\frac{Q^2}{g A_1} + h c_1 A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{g A_2} + h c_2 A_2 \quad (3.4)$$

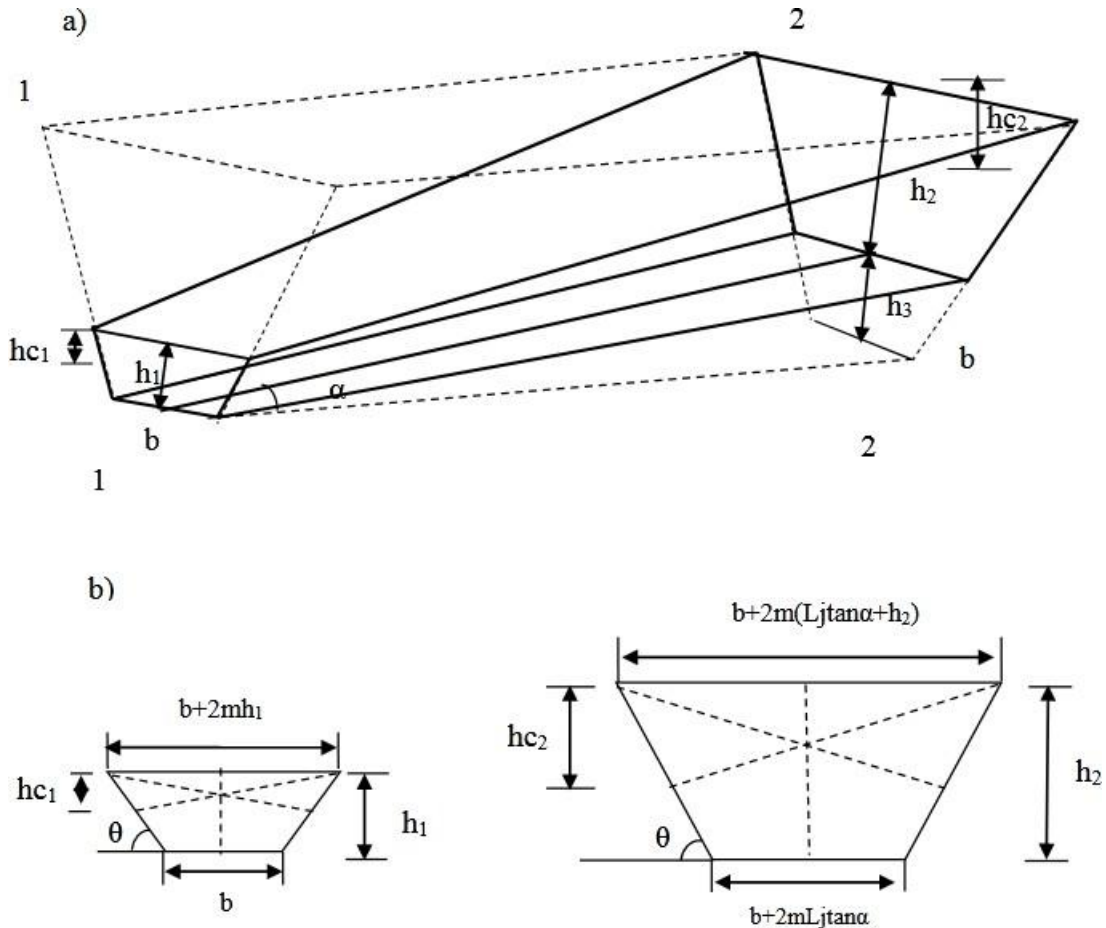


Figure (3.2) :a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut

La figure (3.2) montre respectivement les sections amont (1-1) et aval (2-2) du ressaut. Le paramètre  $m$  est défini comme la cotangente de l'angle  $\theta$ . Celui-ci est l'angle

d'inclinaison des parois du canal trapézoïdale symétrique par rapport à l'horizontal.

L'aire des sections mouillées  $A_1$ ,  $A_2$  :

$$A_1 = bh_1 + mh_1^2 \quad (3.5)$$

$$A_2 = (b + 2hLj \tan \alpha)h_2 + mh_2^2 \quad (3.6)$$

Les hauteurs des centres de gravité  $hc_1$ ,  $hc_2$  s'écrivent respectivement :

$$hc_1 = \frac{h_1^2}{6} \cdot \frac{3b + 2mh_1}{A_1} \cos \alpha \quad (3.7)$$

$$hc_2 = \frac{h_2^2}{6} \cdot \frac{3(b + 2mLj \tan \alpha) + 2mh_2}{A_2} \cos \alpha \quad (3.8)$$

### III.2.1-Evaluation du volume du ressaut :

Le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1-1 et 2-2 comme suit :

$$V = \left[ At - \frac{A_3}{2} - \frac{(At - A_1)}{2} \right] \times Lj \quad (3.9)$$

Tels que :  $Y = h_2/h_1$  et  $M = mh_1/b$ , Et en tenant en compte des relations (3.5) et (3.6) la relation (3.9) devient :

$$V = bh_1 \left[ \frac{M(2Y \tan \alpha + Y^2 + 1) + Y + 1}{2} \right] \times Lj \quad (3.10)$$

La forme géométrique du volume équivalent  $V$  représentative du ressaut hydraulique étudié, n'étant pas en réalité parfaitement prismatique, comme il a été supposé, à cause de la perturbation de la surface libre du ressaut due au rouleau de surface. Pour cela, il a été nécessaire de corriger ce volume par le multipliant par un coefficient multiplicatif  $k$ , qui exprime le rapport du volume réel et du volume calculé du ressaut. Ce coefficient a été déterminé par les auteurs par la voie expérimentale.

$$V = kbh_1 \left[ \frac{M(2Y \tan \alpha + Y^2 + 1) + Y + 1}{2} \right] \times Lj \quad (3.11)$$

$k$  : étant le rapport du volume réel et du volume calculé du ressaut

### III.2.3- Nombre de Froude :

L'autre caractéristique du ressaut hydraulique est le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, calculé à la section initiale 1-1, Ce nombre s'exprime en règle générale par la relation suivant :

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{gA_1^3} \cdot \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \quad (3.12)$$

Q: Représente le débit volume de l'écoulement ;

g: Est l'accélération de la pesanteur ;

A<sub>1</sub>: Est l'aire de la section transversale mouillée au pied de ressaut ;

$\frac{\partial A_1}{\partial h_1}$ : représente la dérivée partielle de l'aire de la section mouillée A<sub>1</sub> au pied du ressaut par apport à la hauteur h<sub>1</sub>

Dans le cas de notre trapèze :

$$\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = (b_1 + 2mh_1)$$

Cette considération mène à écrire la relation (3.13) telle que :

$$F_1^2 = \frac{Q^2(b_1 + 2mh_1)}{g(b_1h_1 + mh_1^2)^3} \quad (3.13)$$

En tenant compte des relations (3.5) à (3.8) et (3.11) et (3.12) et (3.13) et la relation (3.4) devient :

$$\frac{Q^2}{g(bh + mh^2)} + \frac{h^2 \cos \alpha}{6} (3b_1 + 2m_1h_1) + \frac{1}{2} K b_1 h_1 L_j [(Y + 1) + M(2Y \lambda \tan \alpha + Y^2 + 1)] \sin \alpha =$$

$$\frac{Q^2}{g(b_1 + 2mL_j \tan \alpha)h^2 + mh_1^2} + \frac{h_1^2 \cos \alpha}{6} (3(b_1 + 2mL_j \tan \alpha) + 2mh_1) \quad (3.14)$$

En multipliant la relation (3.14) par  $\frac{b + 2mh_1}{(bh_1 + mh_1^2)^2}$  Et En remplaçant le rapport  $\frac{L_j}{h_1}$  par λ<sub>j</sub> l'équation (3.14) s'écrit ;

$$F_1^2 + \frac{1 + 2M}{2(1 + M)^2} \left(1 + \frac{2M}{3}\right) \cos \alpha + \frac{1 + 2M}{2(1 + M)^2} K \lambda \left((Y + 1) + M(2Y \lambda \tan \alpha + Y^2 + 1)\right) \sin \alpha =$$

$$F_1^2 \left( \frac{1 + M}{Y(1 + 2M \lambda \tan \alpha + MY)} \right) + \frac{1 + 2M}{2(1 + M)^2} \left( Y^2 \left(1 + 2M \lambda \tan \alpha + \frac{2MY}{3}\right) \right) \cos \alpha \quad (3.15)$$

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections délimitant un ressaut hydraulique à pente négative et évoluent dans un canal de section droite trapézoïdale. Cette relation montre que ce type de ressaut est régi par :

- Le nombre de Froude F<sub>1</sub> de l'écoulement incident à la section amont du ressaut ;
- Les hauteurs conjuguées h<sub>1</sub> et h<sub>2</sub> respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut ;
- La pente du canal par rapport à l'horizontale (l'angle α);
- la longueur L<sub>j</sub> du ressaut;
- Le coefficient de forme M.

Un arrangement de la relation (3.15) permet d'écrire le nombre de Froude sous la forme suivante :

$$F_1^2 \left[ 1 - \frac{1+M}{Y(1+2M\lambda \tan \alpha + MY)} \right] = \frac{1+2M}{2(1+M)^2} \cos \alpha \left[ Y^2 \left( 1 + 2M\lambda \tan \alpha + \frac{2MY}{3} \right) - \left( 1 + \frac{2M}{3} \right) - K\lambda \left( (Y+1) + M(2Y\lambda \tan \alpha + Y^2 + 1) \right) \tan \alpha \right] \quad (3.16)$$

Selon les auteurs La relation (3.16) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du canal par rapport à l'horizontale, le coefficient de forme  $M = mh_1/b_1$  et la longueur relative  $\lambda = Lj/h_1$  d'un ressaut hydraulique à pente négative, évoluent dans un canal de section droite trapézoïdale non prismatique.

Dans le cas du ressaut classique dans un canal trapézoïdal à pente horizontale. L'approche théorique proposée montre que le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident dépend exclusivement du rapport des hauteurs conjuguées  $Y$ , du coefficient de forme  $M$  en appliquant toujours l'équation de la quantité de mouvement.

Par remplacement de  $\alpha=0$  dans la relation (3.16) on obtient :

$$F_1^2 \left[ 1 - \frac{1+M}{Y(1+MY)} \right] = \frac{1+2M}{2(1+M)^2} \left[ Y^2 \left( 1 + \frac{2MY}{3} \right) - \left( 1 + \frac{2M}{3} \right) \right] \quad (3.17)$$

La relation (3.16) mène donc à la relation (3.17) exprimant les caractéristiques du ressaut classique dans un canal trapézoïdale.

Ce résultat permet donc aux auteurs de valider son approche théorique. En outre, afin de déterminer le coefficient de correction  $k$ , l'approche proposée sera confrontée par la suite aux résultats expérimentaux.

### III.3- Analyse expérimentale de l'équation semi théorique :

#### III.3.1-Estimation du coefficient $k$ de correction :

D'après la relation (3.16) Pour évaluer expérimentalement le coefficient de correction  $k$ , la relation (3.16) permet d'écrire l'équation du coefficient de correction  $k$  comme la suivante :

$$K = \frac{\frac{1+2M}{2(1+M)^2} \left[ Y^2 \left( 1 + 2M\lambda \tan \alpha + \frac{2MY}{3} \right) - \left( 1 + \frac{2M}{3} \right) \right] \cos \alpha - F_1^2 \left[ 1 - \frac{1+M}{Y(1+2M\lambda \tan \alpha + MY)} \right]}{\frac{1+2M}{2(1+M)^2} \left[ (Y+1) + M(2Y\lambda \tan \alpha + Y^2 + 1) \right] \lambda \sin \alpha} \quad (3.18)$$

Les données expérimentales ont permis aux auteurs de trouver une valeur constante du coefficient  $k = 1.54$ , Ce dernier ne dépend pas de la pente du canal. Cette observation a été également vérifiée par Mc Corcodale et Mohammed (1994) ainsi par Pagliara et Peruginelli (2000) pour le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire en contre pente.

Par le remplacement du coefficient de correction  $k$  par son valeur ( $k=1,54$ ) l'équation (3.16) s'écrit :

$$F_1^2 \left[ 1 - \frac{1+M}{Y(1+2M\lambda \tan \alpha + MY)} \right] = \frac{1+2M}{2(1+M)^2} \cos \alpha \left[ Y^2 \left( 1 + 2M\lambda \tan \alpha + \frac{2MY}{3} \right) - \left( 1 + \frac{2M}{3} \right) - 1,54\lambda((Y+1) + M(2Y\lambda \tan \alpha + Y^2 + 1)) \tan \alpha \right] \tag{3.19}$$

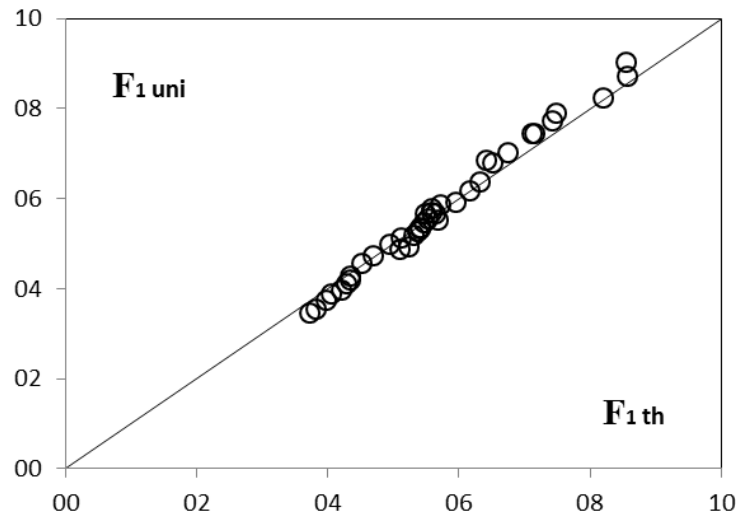
Les valeurs du coefficient  $k$  obtenues sont présentées dans le tableau (3.1) :

Tableau (3.1) : Valeurs du coefficient  $k$  selon la relation (3.15)

$\tan(\alpha) = -0.043$			$\tan(\alpha) = -0.062$			$\tan(\alpha) = -0.08$		
$F_1$	$Y$	$K$	$F_1$	$Y$	$K$	$F_1$	$Y$	$K$
3,44	3,52	1,02	4,88	4,84	1,28	7,95	6,65	2,37
3,55	3,61	1,05	4,94	4,97	1,21	8,25	6,78	2,44
3,74	3,72	1,16	5,27	5,08	1,42	8,44	6,91	2,48
3,88	3,78	1,25	5,36	5,010	1,49	8,64	7,03	2,53
3,97	3,96	1,17	5,46	5,14	1,53	8,83	7,24	2,85
4,10	4,03	1,27	5,52	5,31	1,38	10,16	8,42	2,36
4,20	4,06	1,34	5,70	5,21	1,66	10,39	8,62	2,34
4,28	4,29	1,42	6,86	6,17	1,95	11,14	8,80	2,67
4,55	4,45	1,59	9,03	8,61	1,92	11,78	9,17	2,81
4,74	4,60	1,60				12,10	9,54	2,77
4,98	4,87	1,59				12,56	9,72	2,91
5,12	5,02	1,55						

Afin de vérifier la validité de l'équation semi théorique (3.19), celle-ci est confrontée au nombre de Froude universelle calculé par application de la relation (3.13).

La figure ( 3.3) représente la Variation du nombre de Froude  $F_{1\text{uni}}$  selon la relation universelle en fonction du nombre de Froude théorique  $F_{1\text{th}}$  calculée selon la relation (3.19).



**Figure( 3.3) :** Variation du nombre de Froude  $F_{1\text{uni}}$  selon la relation universelle en fonction du nombre de Froude théorique  $F_{1\text{th}}$  calculée selon la relation (3.19).

(-----) Première bissectrice.

La figure (3.3) montre que les points obtenus suivent parfaitement la première bissectrice. Par ailleurs, les écarts relatifs entre les nombres de Froude universel  $F_{1\text{uni}}$  et les nombres de Froude théorique  $F_{1\text{th}}$  sont calculés et, les résultats montrent clairement que les écarts relatifs entre  $F_{1\text{uni}}$  et  $F_{1\text{th}}$  sont en leur majorité inférieure à 5%. Cette résultat permet aux auteurs de conclure la fiabilité de la relation proposée (3.19)

### III.3.2-Variation du rapport $Y$ des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ et de l'angle $\alpha$ d'inclinaison du canal :

Les figures (3.4) à (3.7) montrent la variation du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du canal ; chaque figure montre un nuage de points distincts, correspondant chacun à une valeur bien déterminée de la pente négative du canal. L'analyse des mesures expérimentales, montre que

chaque nuage de points suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode du moindre carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = a F_1$ .

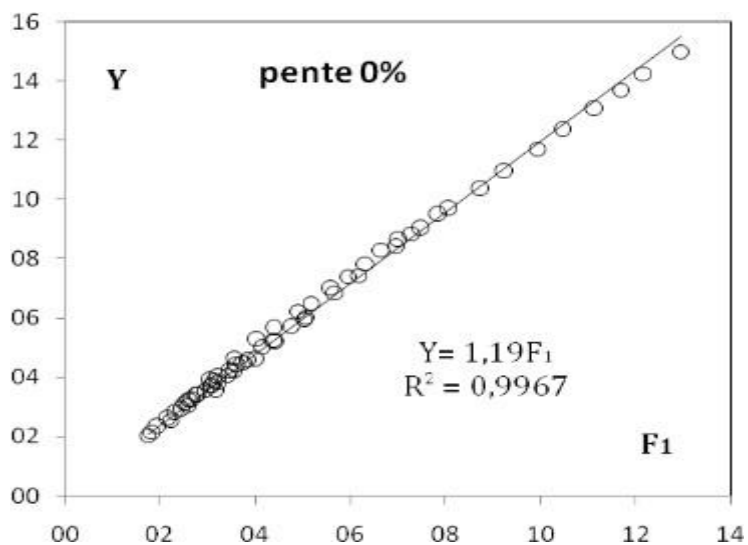


Figure (3.4) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\alpha) = 0,00$ . (o) points expérimentaux. (—) Courbes d'ajustement.

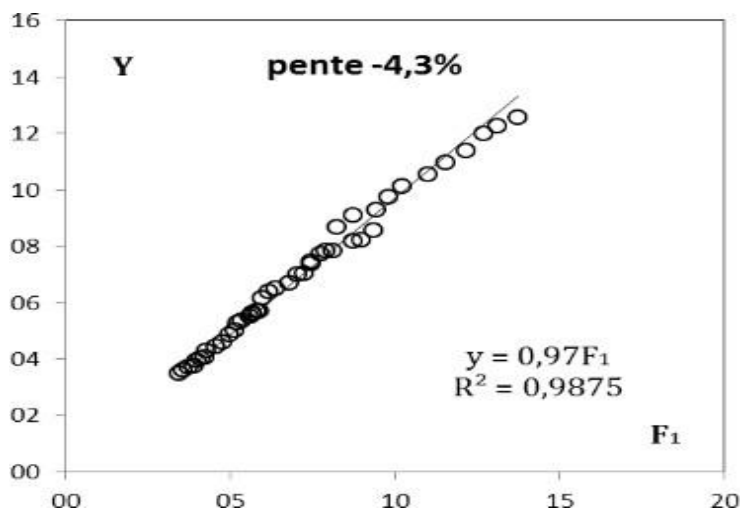
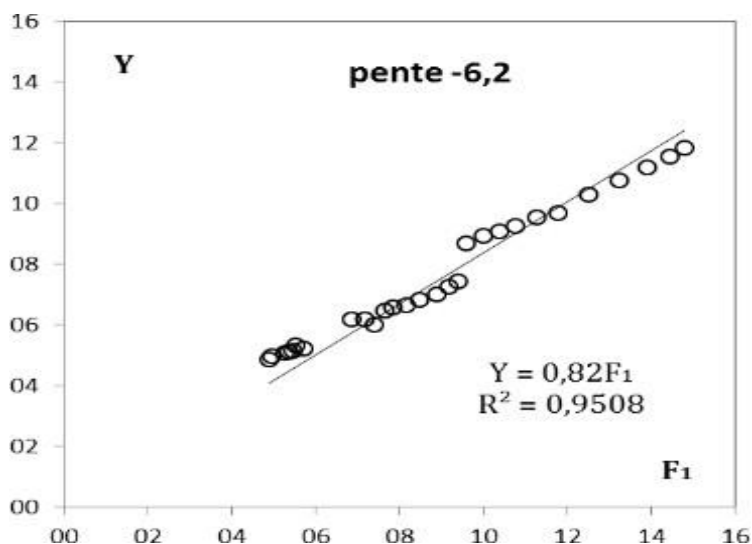


Figure (3.5) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\alpha) = -0,043$ . (o) points expérimentaux ; (—) Courbes d'ajustement.



Figure(3.6) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\text{Tang}(\alpha) = -0,062$ . (o) points expérimentaux. (—) Courbes d'ajustement.

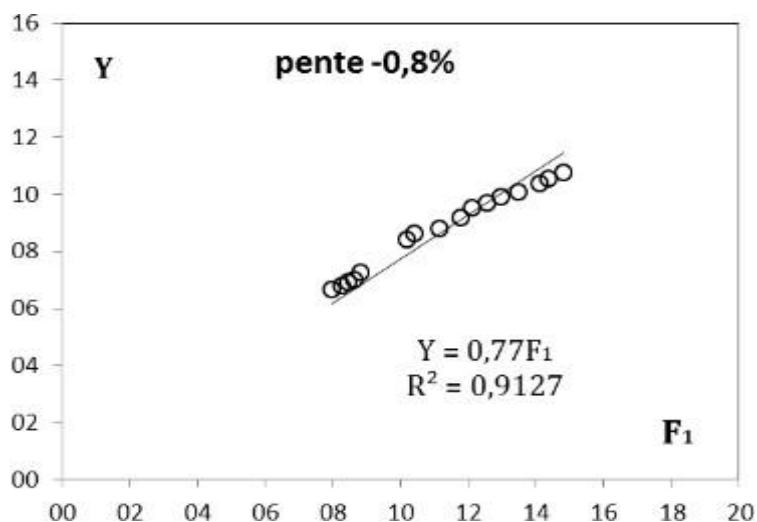


Figure (3.7) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\text{tang}(\alpha) = -0,08$ . (o) points expérimentaux. (—) Courbes d'ajustement.

Le tableau (3.2) regroupé les paramètres valeurs du paramètre 'a' pour les quatre valeurs de pentes considérées.

Tableau(3.2) : Valeurs des paramètres 'a'

$\tan(\alpha)$	a
0,000	1,19
-0,043	0,97
-0,062	0,82
-0,080	0,77

Tableau (3.2) : Valeurs des paramètres 'a'

Le tableau (3.2) montre clairement la diminution progressive de paramètre 'a' avec la pente du canal  $\tan(\alpha)$ .

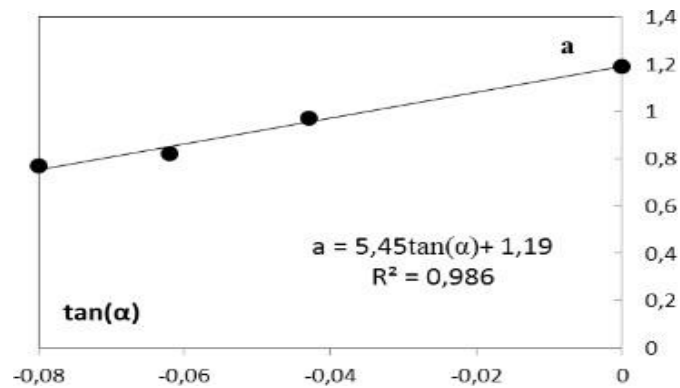


Figure (3.8): Variation des paramètres 'a' en fonction de  $\tan(\alpha)$ .

La figure (3.8) montre bien que l'ajustement statistique des couples des valeurs ( $a, \tan(\alpha)$ ) par la méthode des moindres carrés donne une relation de type linéaire selon la relation suivante :

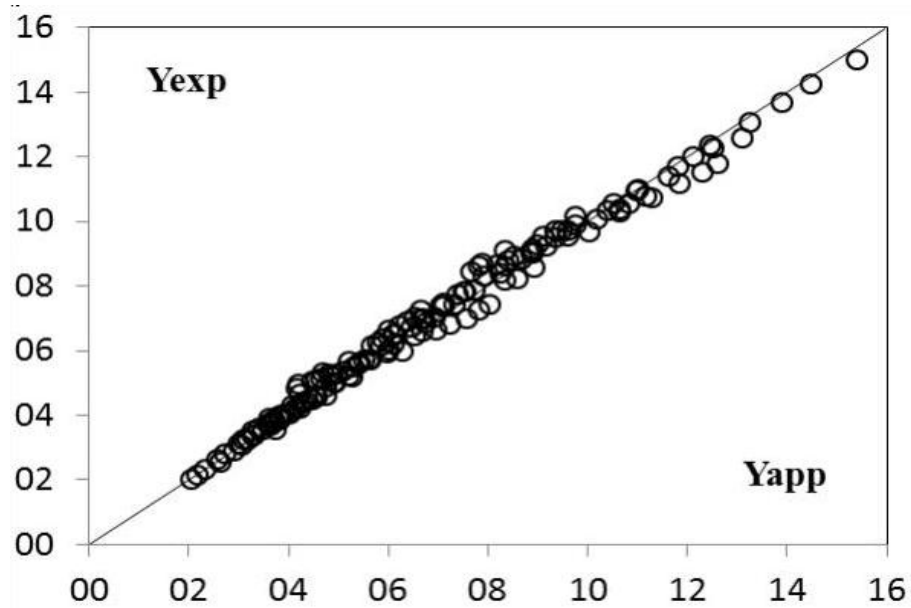
$$a = 5.45 \tan(\alpha) + 1.19 \quad (3.20)$$

$$R_2 = 0.986$$

En effet, Le remplacement les paramètres 'a' par son expressions dans la relation  $Y = a F_1$ , Alors l'ajustement des points expérimentaux a permis aux auteurs d'aboutir à une relation liant les hauteurs conjuguées  $Y = h_2/h_1$  au nombre de Froude théorique  $F_1$ , la relation s'écrit comme suit :

$$Y = (5.45 \tan(\alpha) + 1.19) F_1 \quad (3.21)$$

La figure (3.9) montre que les points obtenus suivent parfaitement la première bissectrice.



**Figure (3.9) :** Variation du rapport des hauteurs conjuguées expérimentales  $Y_{exp}$  en fonction du rapport des hauteurs conjuguées théoriques  $Y_{th}$  calculée selon la relation (3.21). ( ) Première bissectrice.

La relation approchée (3.20) étant explicite en  $Y_{th}$ , nous fournit un moyen simple et pratique pour la détermination du rapport  $Y_{th}$  des hauteurs conjuguées, connaissant le nombre de Froude incident  $F_1$  et l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du canal. Cette relation s'applique pour des nombres de Froude  $F_1$  variant entre 1,74 et 14,79.

La figure (3.10) montre les courbes d'ajustements issues de la relation (3.20), selon les points expérimentaux.

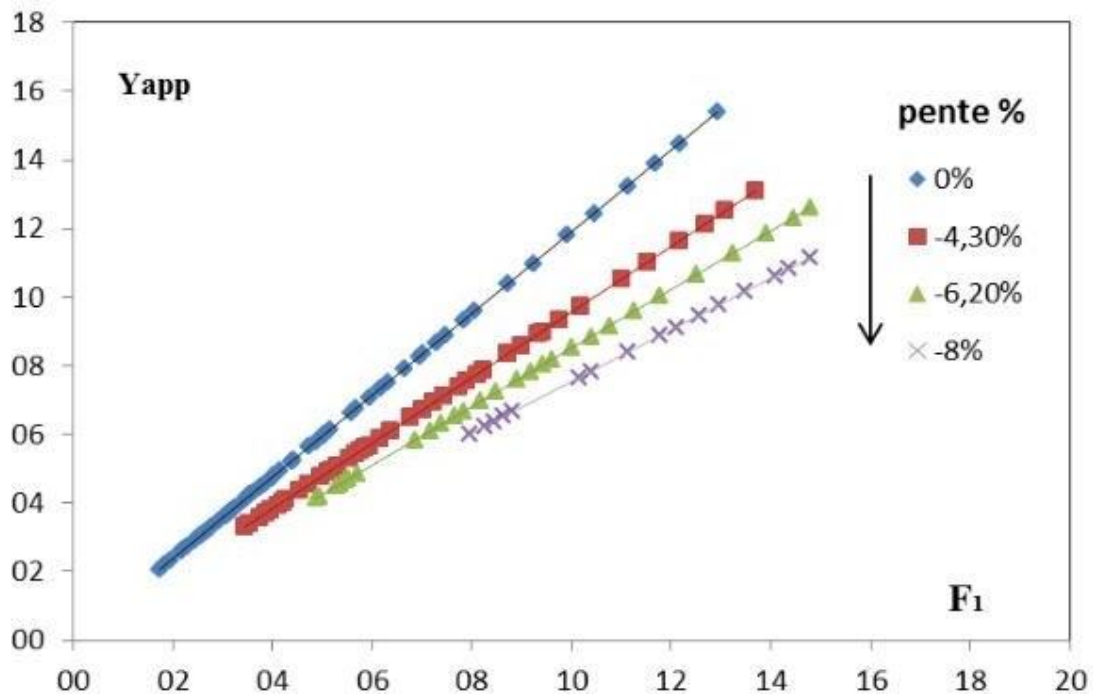


Figure (3.10) : Variation théorique de  $Y(F_1)$  pour différentes valeurs de  $\tan(\alpha)$ . (—) courbe tracé selon la relation (3.21).

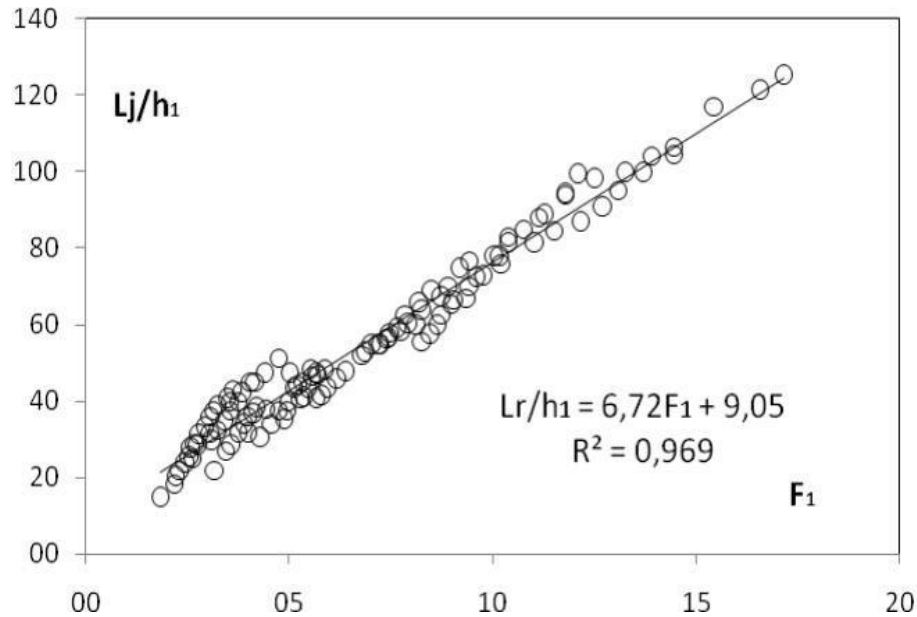
La relation approchée (3.21) est donc proposée par les auteurs en remplacement de la relation théorique implicite (3.15). Concernant la précision des calculs, la relation (3.21) occasionne des écarts relatifs inférieurs à 5 % dans leur majorité, par rapport à la relation implicite (3.15).

### III.3.3-Longueurs caractéristiques du ressaut :

#### III.3.3.1-Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ :

La longueur  $L_j$  a été considérée comme étant la distance séparant la section initiale du ressaut et la section finale (où s'effectue la mesure de  $h_2$ ). L'objectif principal de cette partie de l'étude est de quantifier la longueur relative  $L_j/h_1$  dans la gamme de valeurs testées de la pente du canal. Pour des pentes négatives considéré ( $0 \leq \tan(\alpha) \leq -0,08$ ).

La figure (3.11) montre la variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident.



*Figure(3.11): Variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, pour  $0 \leq \tan(\alpha) \leq -0,08$*

Bien que le nuage de points soit assez dense, dû essentiellement à la difficulté de l'estimation de la longueur  $L_j$ , l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation linéaire d'équation :

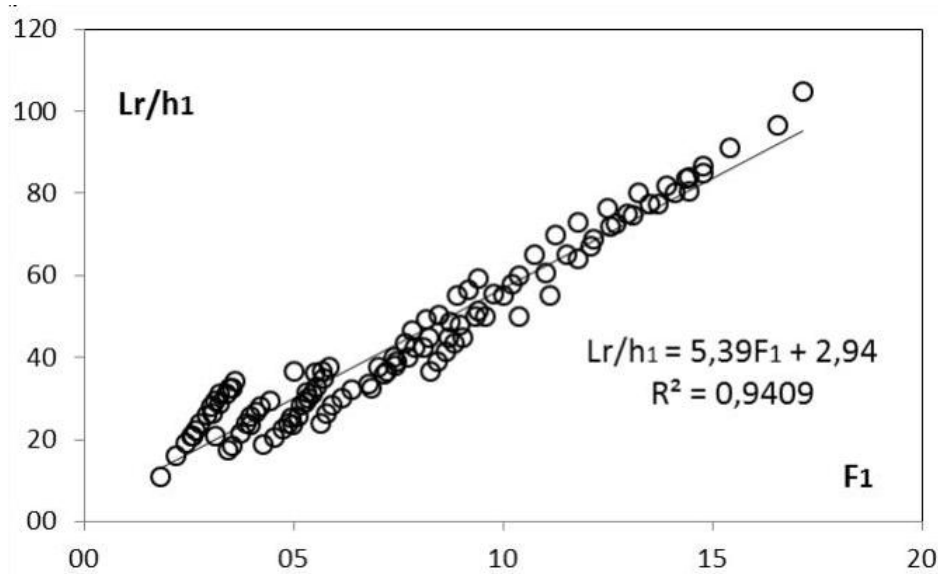
$$L_j/h_1 = 6.72F_1 + 9.05 ; \quad R^2=0.969 \quad (3.22)$$

$$\text{Pour } 2.17 < F_1 < 17.5 \quad 00.013 \leq M \leq 0.078$$

### III.3.3.1-Variation de la longueur relative $L_r/h_1$ du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude $F_1$ :

La longueur  $L_r$  est considérée comme étant la distance séparant la section initiale et la section finale du rouleau de surface. L'objectif principal de cette partie de l'étude est de quantifier la longueur relative  $L_r/h_1$  dans la gamme de valeurs testées de la pente du canal. Pour des pentes négatives considéré ( $0 \leq \tan(\alpha) \leq -0,08$ ).

La figure (3.12) montre la variation de la longueur relative  $L_r/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident.



**Figure (3.12) :** Variation du longueur relative  $Lr/h_1$  de rouleau en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , De l'écoulement incident, pour  $0 \leq \tan(\alpha) \leq -0,08$

La figure (3.12) montre que l'augmentation du nombre de Froude de l'écoulement incident, engendre celle de la longueur relative du rouleau, l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir également à une relation linéaire d'équation :

$$Lr/h_1 = 5,39F_1 + 2,94 \quad R^2 = 0,94 \quad (3.23)$$

$$\text{Pour } 1,84 \leq F_1 \leq 17,15 \quad 0,013 \leq M \leq 0,078$$

### III.4-Conclusion :

Ce chapitre a eu pour but de présenter les principaux travaux entrepris sur le ressaut Hydraulique évoluant dans un canal trapézoïdale, à incliné a pente négative. Nous avons présenté dans ce chapitre l'étude de Debabeche et Ouassaf (2015), relative à l'analyse de l'influence de la pente négative sur le ressaut hydraulique en canal trapézoïdale. Une relation générale sous une forme implicite est obtenue liant le rapport des profondeurs conjuguées  $Y$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle d'inclinaison du canal  $\alpha$ .

Le travail est divisé en deux partie en premier temps le travail est consacré à une analyse théorique tandis que en second temps est destiné à une analyse expérimentale.

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections délimitant un ressaut hydraulique à pente négative et évoluent dans un canal de section droite trapézoïdale. Cette relation montre que ce type de ressaut est régi par :

- Le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident à la section amont du ressaut
- Les hauteurs conjuguées  $h_1$  et  $h_2$  respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut ;
- La pente du canal par rapport à l'horizontale (l'angle  $\alpha$ );
- La longueur  $L_j$  du ressaut ;
- Le coefficient de forme  $M$ .

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$ , incliné d'une pente négative par rapport à l'horizontale, permis aux auteurs d'aboutir à la relation (3.16) :

$$F_1^2 \left[ 1 - \frac{1 + M}{Y(1 + 2M\lambda \tan \alpha + MY)} \right] = \frac{1 + 2M}{2(1 + M)^2} \cos \alpha$$

$$\left[ Y^2 \left( 1 + 2M \lambda \tan \alpha + \frac{2MY}{3} \right) - \left( 1 + \frac{2M}{3} \right) - K\lambda(Y + 1) + M(2Y\lambda \tan \alpha + Y^2 + 1) \tan \alpha \right] \quad (3.16)$$

Selon les auteurs La relation (3.16) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du canal par rapport à l'horizontale, le coefficient de forme  $M = mh_1/b_1$  et la longueur relative  $\lambda = L_j/h_1$  d'un ressaut hydraulique à pente négative, évoluent dans un canal de section droite trapézoïdale non prismatique.

Les mesures expérimentales ont permis d'estimer le coefficient de correction  $k$ , donné comme étant le rapport du volume réel et du volume calculé du ressaut. En effet, une valeur moyenne constante  $k=1,54$  a été trouvée, pour les quatre (04) pentes étudiées. Les écarts relatifs entre le nombre de Froude théorique et son homologue expérimental étant en leur majorité inférieure à 5%, permettent de conclure à la fiabilité de la relation (3.16). En outre, la relation générale (3.3)

se présente sous une forme implicite vis à vis du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées et son application nécessite par conséquent l'utilisation d'un procédé itératif.

Cette considération a conduit les auteurs à proposer de remplacer la relation (3.16) par une relation approchée explicite (3.21) permettant la détermination aisée du rapport des hauteurs conjuguées  $Y$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal. La relation approche (3.21) a été comparé également avec la relation théorique (3.16). Il ressort que la relation (3.21) occasionne des écarts relatifs inférieurs à 4 % dans leur majorité, par rapport à la relation implicite (3.16).

Selon les auteurs La relation approchée (3.21) étant explicite en  $Y_{th}$ , nous fournit un moyen simple et pratique pour la détermination du rapport  $Y_{th}$  des hauteurs conjuguées, connaissant le nombre de Froude incident  $F_1$  et l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du canal. Cette relation s'applique pour des nombres de Froude  $F_1$  variant entre 1,74 et 14,79.

Pour la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident ; l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation linéaire d'équation :

$$L_j/h_1 = 6.72F_1 + 9.05 \quad R^2=0.969 \quad (3.22)$$

Pour  $2.17 < F_1 < 17.5$   $0.013 \leq M \leq 0.078$

Cependant pour la longueur relative  $L_r/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident ; L'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir également à une relation linéaire d'équation :

$$L_r/h_1 = 5.39F_1 + 2.94 \quad R^2=0.94 \quad (3.23)$$

Pour  $1.84 \leq F_1 \leq 17.15$   $0.013 \leq M \leq 0.078$

# **CHAPITRE IV :**

## **ETUDE COMPARATIVE ENTRE**

## **LES CARACTÉRISTIQUES DU**

## **RESSAUT HYDRAULIQUE DANS**

## **UN CANAL TRIANGULAIRE EN**

## **CONTRE PENTE ET SON**

## **HOMOLOGUE DU RESSAUT**

## **HYDRAULIQUE DANS UN CANAL**

## **TRAPÉZOÏDAL A PENTE**

## **NÉGATIVE.**

## IV.1-Introduction :

Le ressaut hydraulique pourrait être classique, contrôlé ou forcé. Concernant le ressaut classique. Ce dernier se produit d'une manière que l'obstacle n'a que l'effet de stabilisateur et dans un canal quasi horizontal pour lequel la composante horizontale du poids propre du ressaut est négligeable ou nulle.

Le ressaut est caractérisé par ses hauteurs initiale et finale, noté  $h_1^*$  et  $h_2^*$ , sa longueur du rouleau  $L_r^*$  représentant la longueur sur laquelle s'étant la perturbation de la surface libre de l'écoulement, sa longueur du ressaut  $L_j$ - définie comme étant la distance entre le pied du ressaut et la position où la profondeur de l'écoulement est maximale représentant la deuxième hauteur conjuguée  $h_2'$  du ressaut.

L'application sous quelques hypothèses simplificatrices de l'équation de la quantité de mouvement permet de définir le rapport  $Y^*$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de  $F_1$  au pied du ressaut.

Des études récentes ont montré que, sous certaines conditions de l'écoulement incident, l'effet des frottements ne peut être négligé, ainsi le type d'obstacle utilisé pour le ressaut contrôlé ou forcée, la position de l'obstacle et bien sur les caractéristiques de la forme géométrique du canal utilisé ainsi la pente du canal par rapport à l'horizon..

L'analyse des résultats expérimentaux a pu établir que le rapport  $Y/Y^*$  dépend non seulement du nombre de Froude incident mais aussi du paramètre du forme et des longueurs caractéristiques et de la pente du canal par rapport à l'horizon.

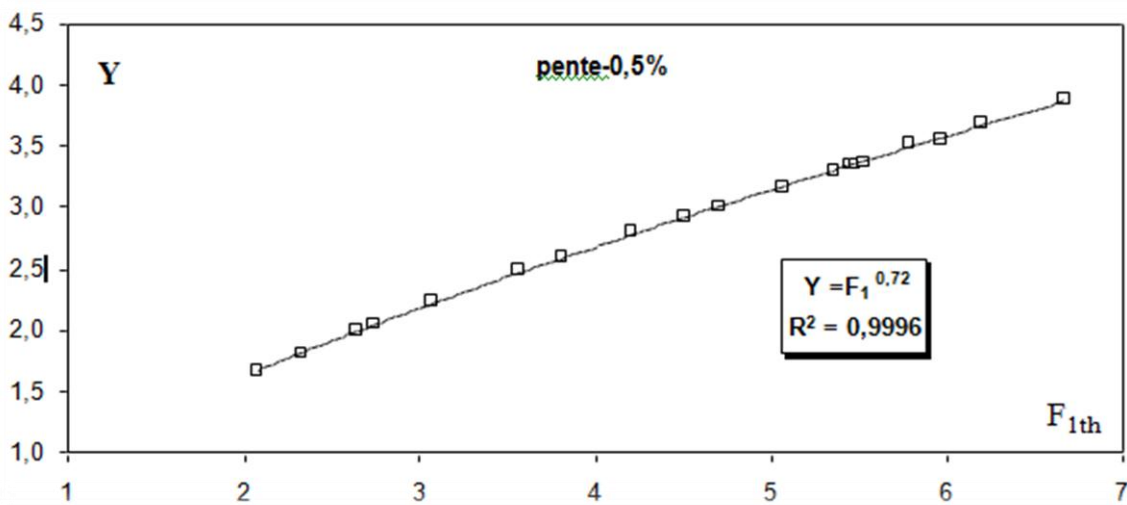
Le présent chapitre se propose de faire une étude comparative entre quelques caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire en contre pente et son homologue du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente négative.

Ce chapitre a pour but de comparer l'effet de la pente négative du canal sur quelques caractéristiques du ressaut hydraulique, à savoir : les hauteurs conjuguées  $h_1$  et  $h_2$ , la hauteur  $s$  du seuil, la longueur  $L_r$  du rouleau et la longueur  $L_j$  du ressaut. Celles-ci sont formulées sous forme adimensionnelle pour composer les rapports adimensionnels suivants : le rapport des hauteurs conjuguées  $Y = h_2/h_1$ , la hauteur relative  $S = s/h_1$  du seuil, la longueur relative  $\lambda_j = L_j/h_1$  du ressaut et la longueur relative  $\lambda_r = L_r/h_1$  du rouleau de surface. pour les deux profil du canal triangulaire et trapézoïdale.

**IV.2-Effet de la pente négative sur la variation du rapport Y des hauteurs conjuguées :**

**IV.2.1-Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du canal en un canal triangulaire :**

Les figures (4.1) à (4.2) montrent la Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  pour quatre valeur d'inclinaison du canal .



Figure( 4.1) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\theta) = ,05$ . ( $\square$ ) points expérimentaux.  
(—) Courbe d'ajustement.

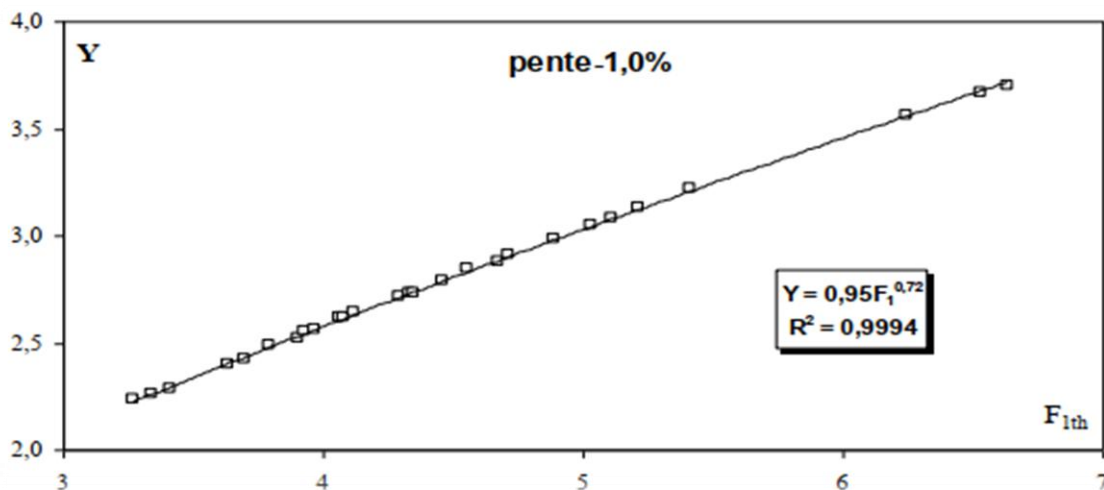


Figure (4.2) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\theta) = -0,01$ . ( $\square$ ) points expérimentaux.  
(—) Courbe d'ajustement

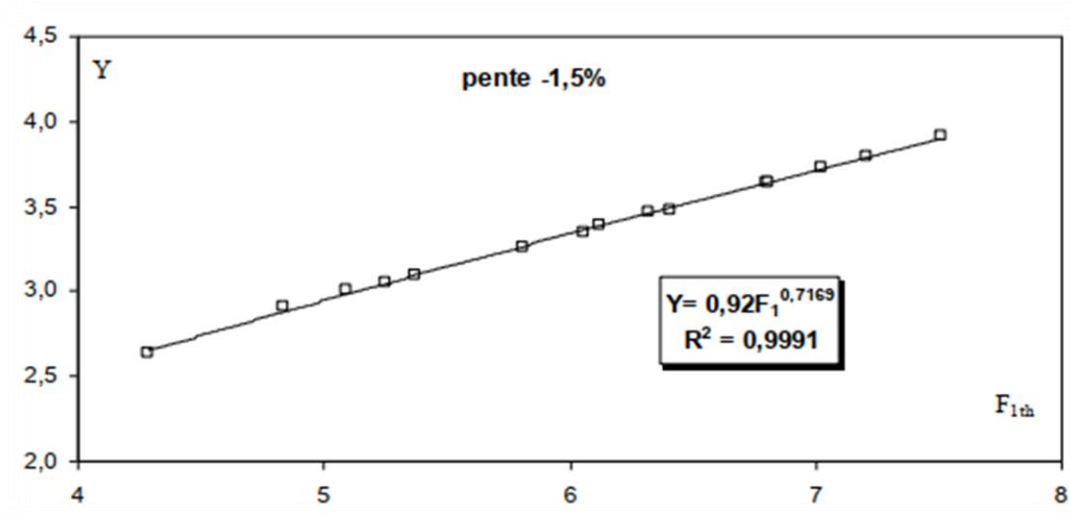


Figure (4.3): Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\theta) = -0,015$ . ( $\square$ ) points expérimentaux.  
(—) Courbe d'ajustement.

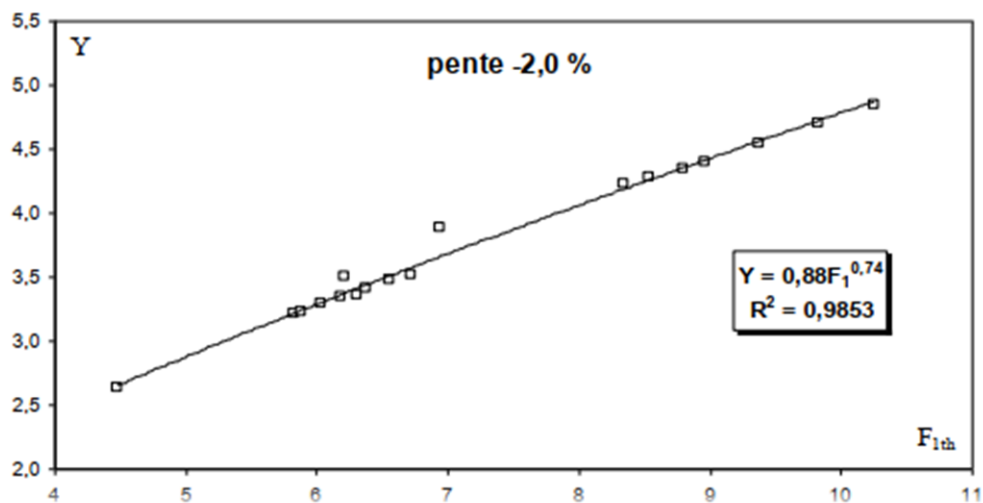
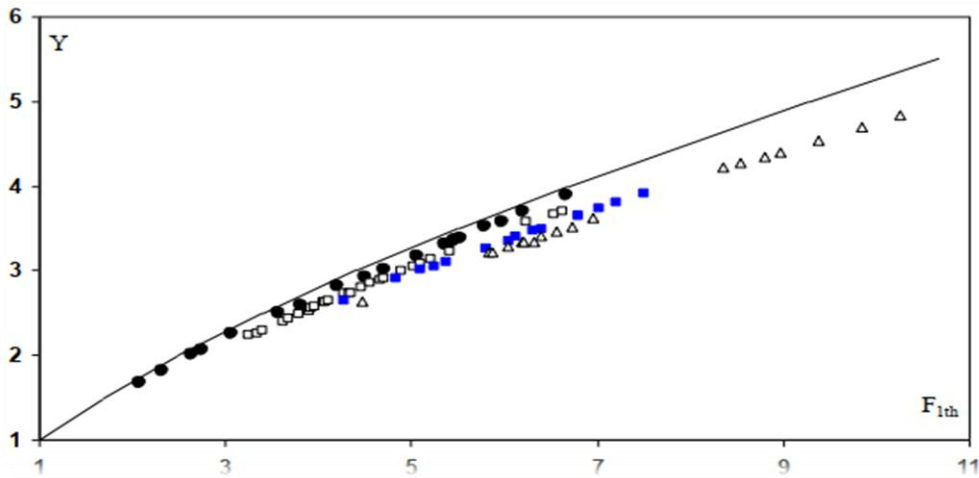


Figure (4.4) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\theta) = -0,02$ . ( $\square$ ) points expérimentaux.  
(—) Courbe d'ajustement

La figure (4.5) montre la variation du rapport des hauteurs conjuguées  $Y$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre pentes négatives distinctes, tels que :

$\tan(\theta) = -0,005 ; 0,01 ; -0,015 ; -0,02$ ; Quatre nuages distincts sont perceptibles,



Figure( 4.5) : Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude semi théorique  $F_{1th}$  selon la relation (2.32), pour quatre valeurs de la tangente de l'angle d'inclinaison du canal, tels que :  $\tan(\theta) = (\bullet)$ -0.005,  $(\square)$ - 0.01,  $(\blacksquare)$ - 0.015,  $(\Delta)$ - 0.02.  
 (—) Courbe du ressaut classique, tracée selon la relation (1.25)

Les quatre nuages de points distincts, correspondant chacun à une valeur bien déterminée de la pente négative du canal. Les mesures expérimentales, montre que chaque nuage de points suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode des moindres carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = a F_1^b$

Tableau (4.1) : Valeurs des paramètres a et b

tg (θ)	a	b	R <sup>2</sup>
-0,005	0,99	0,72	0,999
-0,010	0,95	0,72	0,999
-0,015	0,92	0,72	0,999
-0,020	0,88	0,74	0,975

L'analyse des mesures expérimentaux montrent que l'augmentation de la tangente de l'angle  $\theta$  d'inclinaison du canal, engendre la diminution du paramètre **a**. et l'ajustement statistique des couples de valeurs (a, tan (θ)) par la méthode des moindres carrés. montre clairement que la variation de **a** en fonction de la pente tan (θ) du canal suit une loi linéaire, selon la relation suivante:

$$a = 7.24 \tan(\theta) + 1.03 \tag{4.1}$$

D'autre part le paramètre  $b$  prend une valeur pratiquement constante de moyenne  $b = 0,723$ .

les paramètres  $a$  et  $b$  par leurs expressions respectives dans la relation  $Y = aF_1^b$  permettre d'obtenir la relation approchée (4.2)

$$Y = [7.24 \tan(\theta) + 1.03]F_1^{0.72} \tag{4.2}$$

La relation approchée (4.2) étant explicite en  $Y$ , Elle fournit un moyen simple et pratique pour la détermination du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, connaissant le nombre de Froude incident  $F_1$  et l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal. Cette relation s'applique pour des nombres de Froude  $F_1$  variant entre 2 et 11.

**IV.2.2-Variation du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du canal en un canal trapézoïdale :**

Les figures (4.6) à (4.9) montrent la Variation du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  pour quatre valeur d'inclinaison du canal .

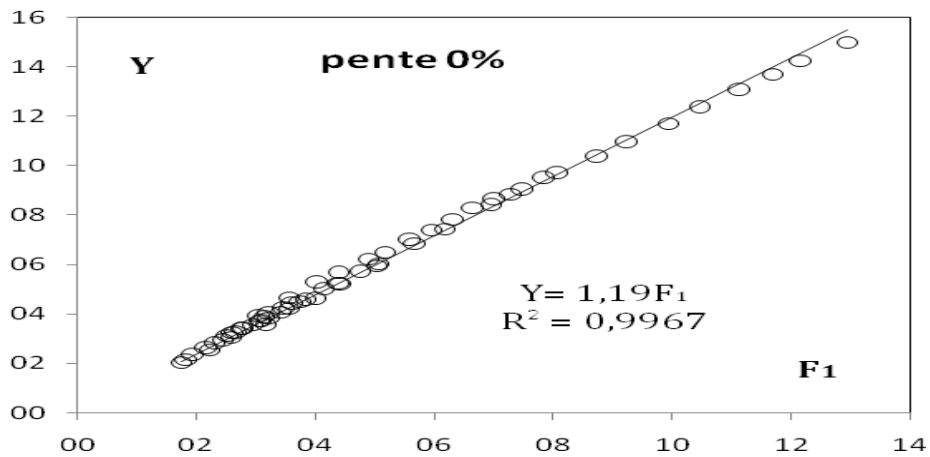
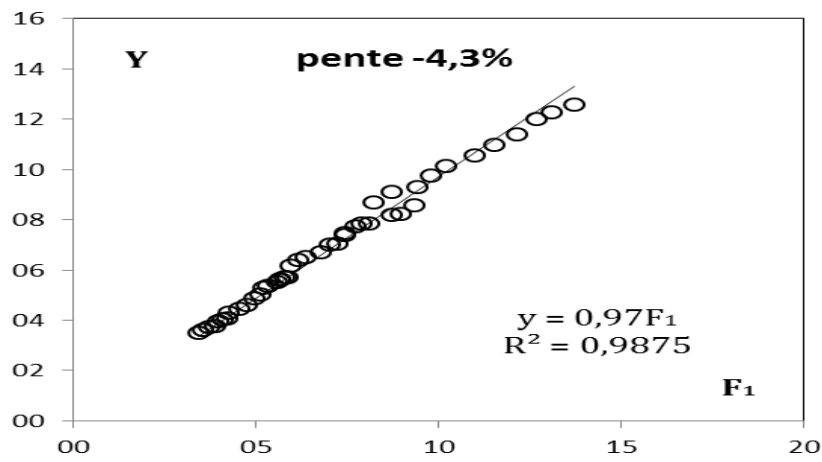
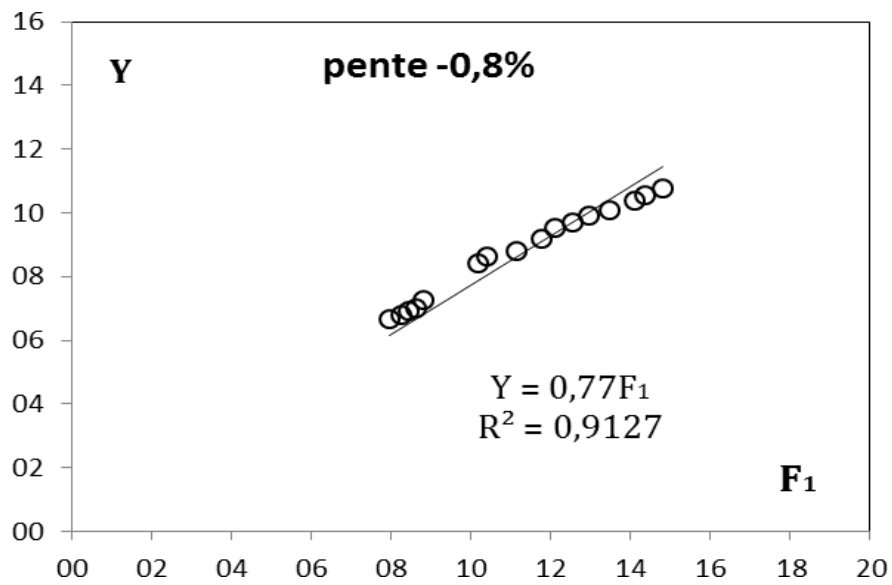


Figure (4.6) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\alpha) = 0,00$ .  
 (o) points expérimentaux. (—) Courbes d'ajustement.



*Figure (4.7) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\alpha) = -0,043$ .  
(o) points expérimentaux; (—) Courbes d'ajustement.*



*Figure (4.8) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\alpha) = -0,062$ .  
(o) points expérimentaux. (—) Courbes d'ajustement.*

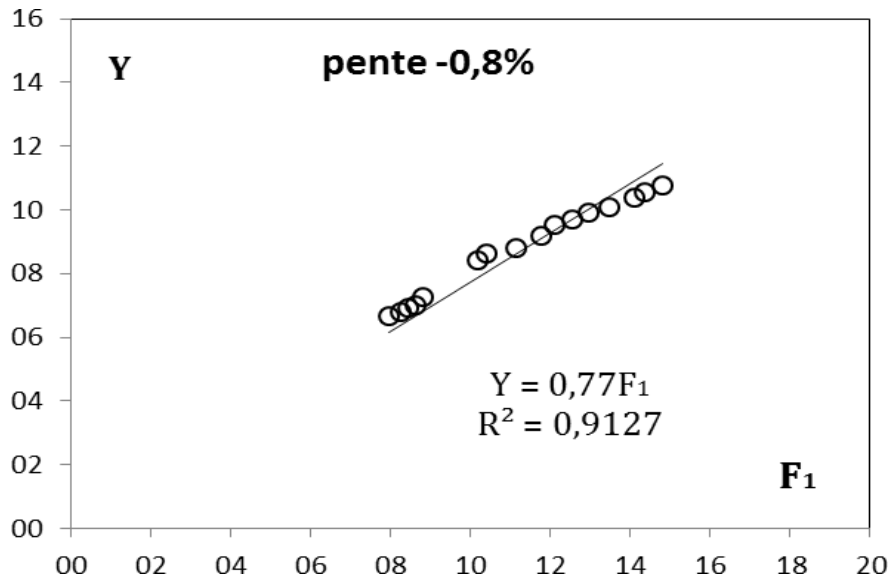


Figure (4.9) : Variation de  $Y(F_1)$  pour  $\tan(\alpha) = -0,08$ .  
 (o) points expérimentaux. (—) Courbes d'ajustement.

La figure (4.10) montre la variation du rapport des hauteurs conjuguées Y en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre pentes négatives distinctes, tels que :  $\tan(\theta) = 0.00 ; -4.3\% ; -6.2\% ; -8\%$  ; Quatre nuages distincts sont perceptibles,

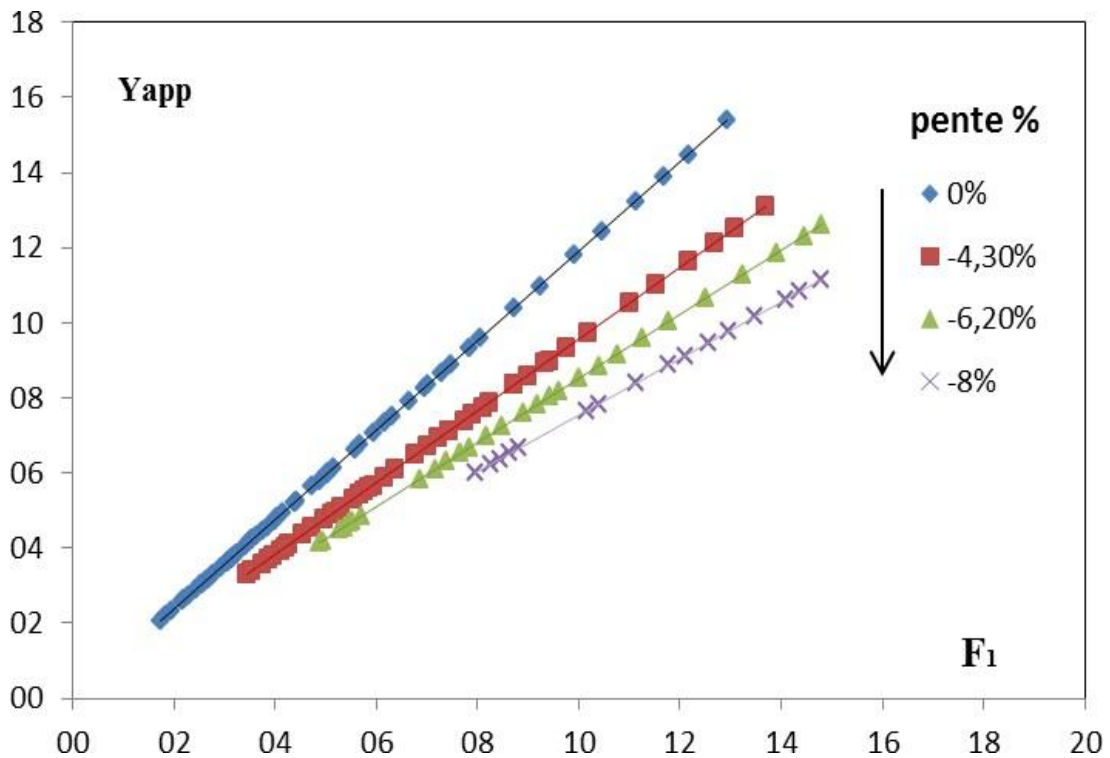
Les quatre nuages de points distincts, correspondant chacun à une valeur bien déterminée de la pente négative du canal.

Les mesures expérimentales, montre que chaque nuage de points suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode des moindres carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = a F_1$

Le tableau (4.2) regroupe les valeurs du paramètre 'a' pour les quatre valeurs de pentes considérées.

Tableau( 4.2) : Valeurs des paramètres 'a'

<i>tang (α)</i>	<i>a</i>
<b>0.000</b>	<b>1.19</b>
<b>-0.043</b>	<b>0.97</b>
<b>-0.062</b>	<b>0.82</b>
<b>-0.080</b>	<b>0.77</b>



Figure( 4.10): Variation théorique de  $Y(F_1)$  pour différentes valeurs de  $\tan(\alpha)$ .  
 (—) courbe tracé selon la relation (2.20)

L'analyse des mesures expérimentaux montrent que l'augmentation de la tangente de l'angle  $\theta$  d'inclinaison du canal, engendre la diminution du paramètre  $a$  . et l'ajustement statistique des couples des valeurs ( $a, \tan(\alpha)$ ) par la méthode des moindres carrés donne une relation de type linéaire selon la relation suivante :

$$a = 5.45 \tan(\alpha) + 1.19 ; \quad R^2=0.982 \quad (4.3)$$

En effet, en remplaçant le paramètre 'a' par son expressions dans la relation  $Y = a F_1$ , nous donne l'équation liant les hauteurs conjuguées  $Y=h_2/h_1$  au nombre de Froude théorique  $F_1$  comme suit:

$$Y = (5.45 \tan(\alpha) + 1.19)F_1 \quad (4.4)$$

La relation approchée (4.4) étant explicite en  $Y_{th}$ , nous fournit un moyen simple et pratique pour la détermination du rapport  $Y_{th}$  des hauteurs conjuguées, connaissant le nombre de Froude incident  $F_1$  et l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du canal. Cette relation s'applique pour des nombres de Froude  $F_1$  variant entre 1,74 et 14,79.

### IV.2.3-Interprétation des graphes:

Sur les graphes(4.1) à (4.4) nous avons présenter la variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut dans un canal triangulaire en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du canal ,Par contre sur les graphes(4.6) à (4.9) nous avons présenter la variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut dans un canal trapézoïdale en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du canal .

La figure (4.5) montre la variation du rapport des hauteurs conjuguées Y en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre pentes négatives distinctes,

tels que :  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ ; Quatre nuages distincts sont perceptibles,

Alors La figure (4.5) montre que pour  $F_1$  donné la profondeur de l'écoulement  $h_2$  diminue avec l'augmentation de la pente du canal  $\tan(\alpha)$ . L'analyse des mesures expérimentales, montre que chaque nuage de points suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode des moindres carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = aF_1^b$  :

$$Y = (7.24 \tan(\alpha) + 1.03)F_1^{0.72} \quad (4.2)$$

Pour  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq -0.02$

$$2 < F_1 < 11$$

La relation approchée (4.2) fournit un moyen simple et pratique pour la détermination du rapport Y des hauteurs conjuguées, connaissant le nombre de Froude incident  $F_1$  et l'angle d'inclinaison  $\theta$  du canal. Cette relation s'applique pour des nombres de Froude  $F_1$  variant entre 2 et 11.

La figure (4.10) montre la variation du rapport des hauteurs conjuguées Y en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre pentes négatives distinctes, tels que :

$\tan(\theta) = 0.00 ; -4.3\% ; -6.2\% ; -8\%$  ; Quatre nuages distincts sont perceptibles,

Alors La figure (4.10) montre que pour  $F_1$  donné la profondeur de l'écoulement  $h_2$  diminue avec l'augmentation de la pente du canal  $\tan(\alpha)$ .

Les mesures expérimentales, montre que chaque nuage de points suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode des moindres carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = a F_1$ . C'est l'équation liant les hauteurs conjuguées  $Y=h_2/h_1$  au nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle d'inclinaison comme suit:

$$Y = (5.45 \tan(\alpha) + 1.19)F_1 \quad (4.4)$$

Pour  $-0.005 \leq \tan(\alpha) \leq -0.08$

$$1.74 < F_1 < 14.79$$

La relation approchée (4.4) nous fournit un moyen simple et pratique pour la détermination du rapport  $Y_{th}$  des hauteurs conjuguées, connaissant le nombre de Froude incident  $F_1$  et l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du canal. Cette relation s'applique pour des nombres de Froude  $F_1$  variant entre 1,74 et 14,79.

Finalement on peut conclure que soit pour le cas du profil triangulaire ou trapézoïdale. L'influence de la pente du canal il est évident et significative, dans les deux cas l'augmentation de la pente du canal engendre la diminution de la deuxième profondeur  $h_2$  et par conséquent le rapport des hauteurs conjuguées  $Y$ . D'autre par l'analyse des mesures expérimentales, pour le cas du profil triangulaire. montre que la variation du rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de froude et de l'angle d'inclinaison suit l'allure d'une courbe unique. et Un ajustement par la méthode des moindres carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = a F_1^b$ , Cependant pour les cas du canal trapézoïdale la courbe est de la forme  $Y = c F_1$  les paramétrés  $a$  et  $c$  sont en fonction de la tangente de l'angle d'inclinaison c'est à dire de la pente du canal.

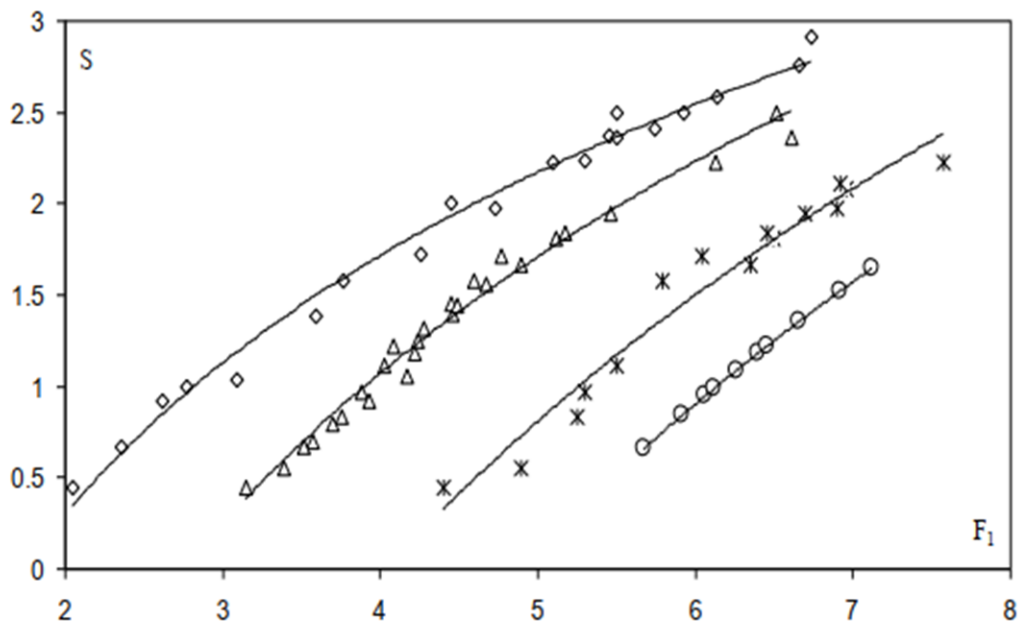
On remarque aussi que les intervalles utilisation des deux équations notamment pour les nombre de froude sont différent et avec des pentes aussi différentes.

### **IV.3-Effet de la pente négative sur la Variation de la hauteur relative du seuil $S=s/h_1$ :**

#### **IV.3.1-Variation de la hauteur relative du seuil $s/h_1$ en fonction du nombre de Froude ( $F_1$ ) en canal triangulaire :**

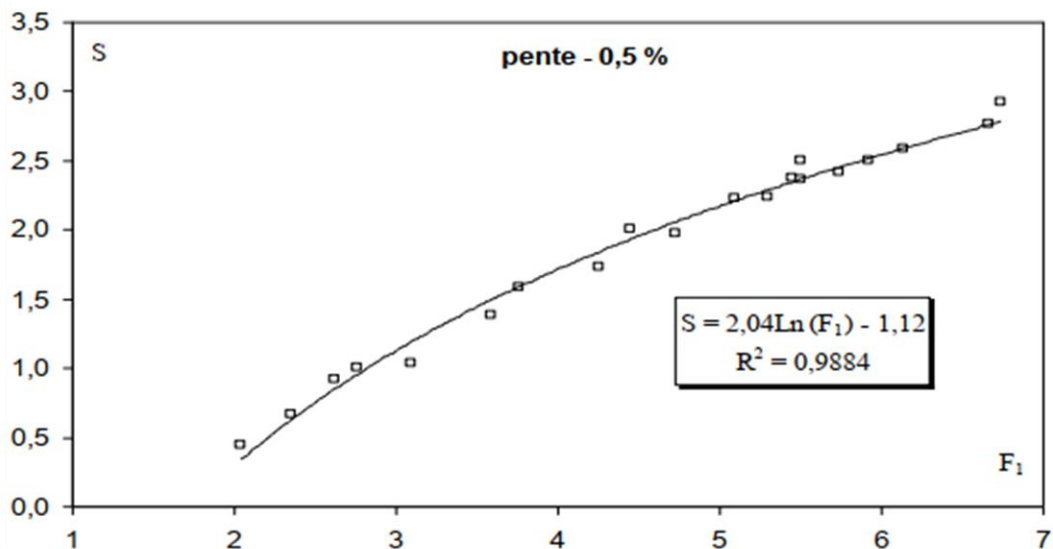
La figure (4.11) montre la variation de la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre pentes négatives distinctes, tels que :

$\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . Quatre nuages distincts sont perceptibles,



**Figure (4.11) :** Variation de la hauteur relative  $S$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre valeurs distinctes de la contre pente, tels que.  $\text{tang}(\theta) = (\square) - 0,005 ; (\Delta) - 0,01 ; (*) - 0,015 ; (\circ) - 0,02$ .  
 (—) Courbe d'ajustement

Les figures (4.12) à (4.15) montrent la Variation de la hauteur relative du seuil  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude ( $F_1$ ) en canal triangulaire pour les quatre contre pente étudiées.



**Figure (4.12):** Variation de la hauteur relative  $S$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour  $\text{tang}(\theta) = -0,005$ . ( $\square$ ) Points expérimentaux ; (—) Courbe d'ajustement.

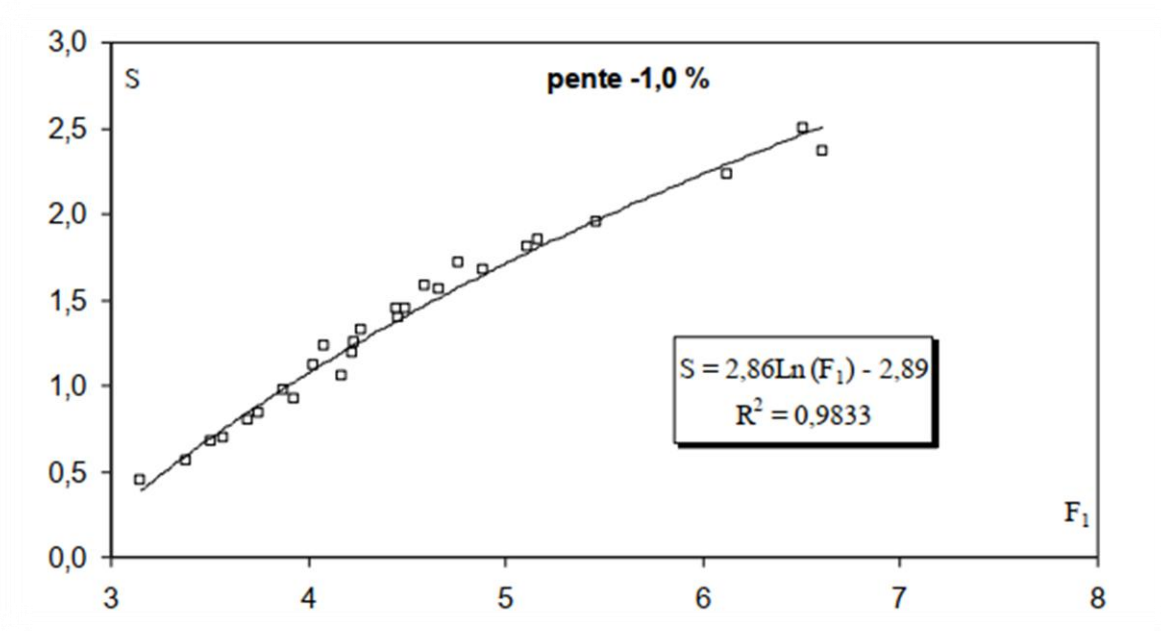
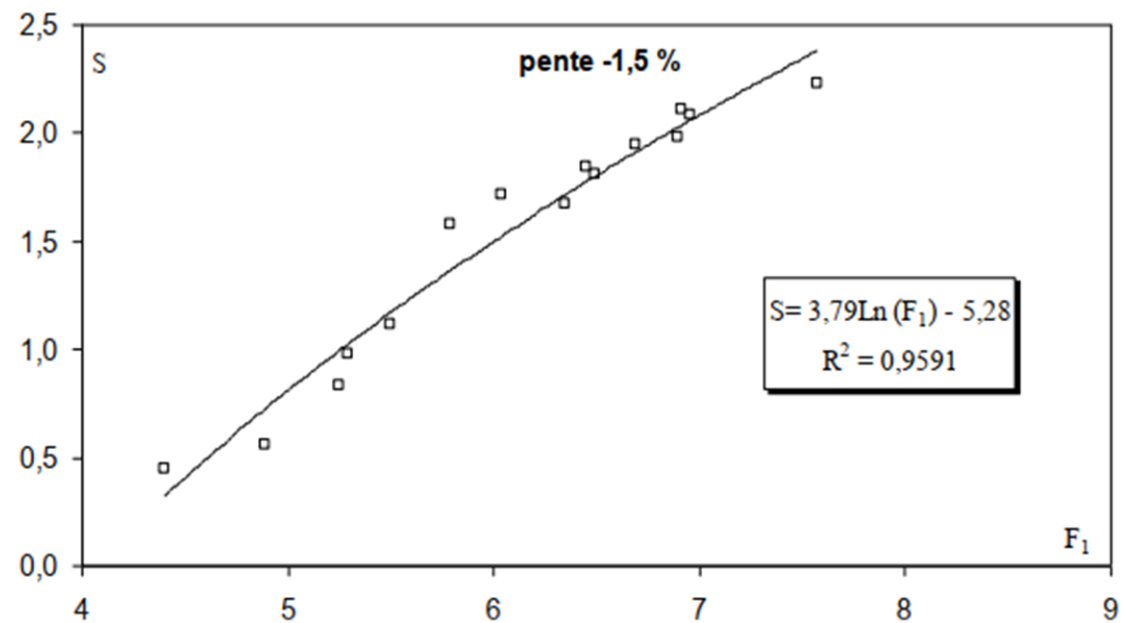


Figure (4.13) : Variation de la hauteur relative  $S$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , Pour  $\text{tang}(\theta) = -0,01$ . ( $\square$ ) Points expérimentaux ; (—) Courbe d'ajustement.



Figure( 4.14): Variation de la hauteur relative  $S$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour  $\text{tang}(\theta) = -0,015$ . ( $\square$ ) Points expérimentaux ; (—) Courbe d'ajustement.

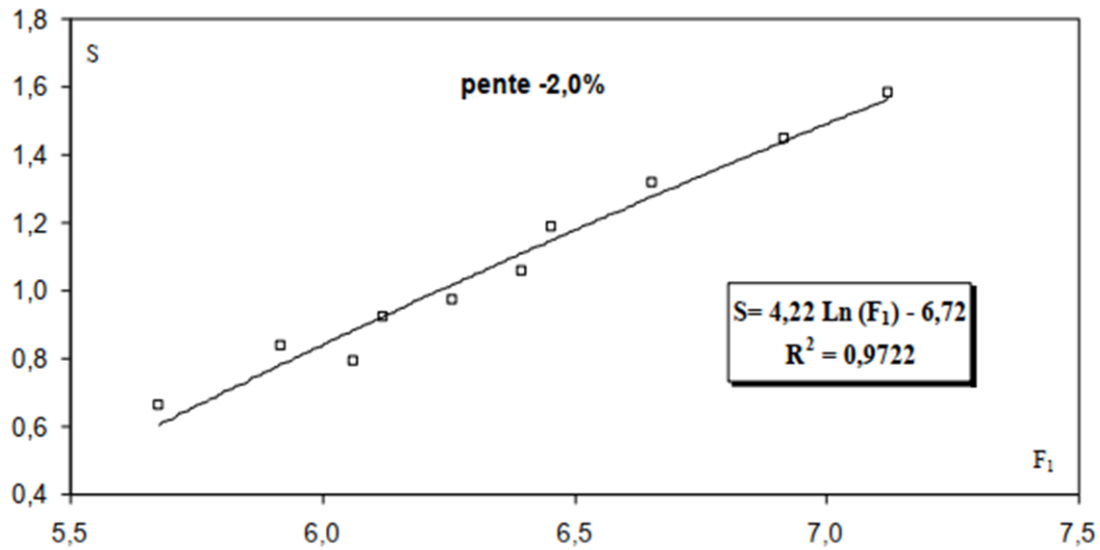


Figure (4.15) : Variation de la hauteur relative  $S$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour  $\text{tang}(\theta) = -0,02$ . (□) Points expérimentaux ; (—) Courbe d'ajustement.

Selon les figures (4.12) à (4.15), l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident suit une loi de type logarithmique de la forme  $S = c \text{ Ln}(F_1) + d$ .

Le tableau (4.3) montre clairement que les paramètres  $c$  et  $d$  sont fonction de la pente négative du canal et varient progressivement avec la variation de  $\text{tang}(\theta)$ , ces paramètres  $c$  et  $d$  suivent avec une bonne correction les relations suivantes :

$$c = -149,21 \tan(\theta) + 1,36 \quad R^2 = 0,9807 \quad (4.5)$$

$$d = 384,21 \tan(\theta) + 0,80 \quad R^2 = 0,9919 \quad (4.6)$$

Tableau (4.3) : Valeurs des paramètres  $c$  et  $d$

<b>tang (θ)</b>	<b>C</b>	<b>d</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
<b>-0,005</b>	2,04	-1,12	0,9884
<b>-0,010</b>	2,86	-2,89	0,9833
<b>-0,015</b>	3,76	-5,28	0,9591
<b>-0,020</b>	4,22	-6,72	0,9722

En remplaçant les paramètres c et d par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :

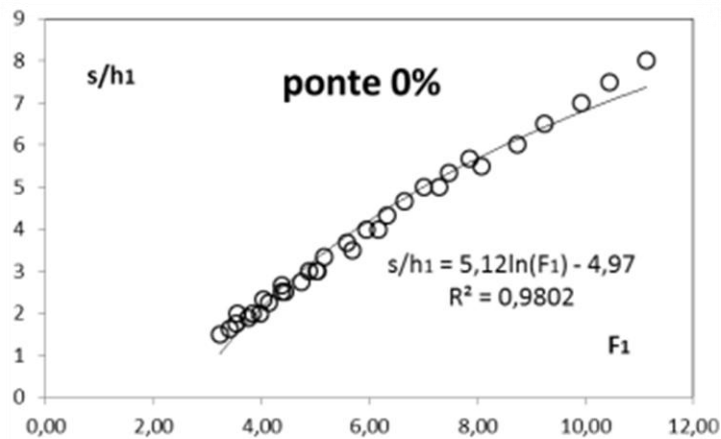
$$S = [-149,21 \tan(\theta) + 1,36] \ln(F_1) + [384,21 \tan(\theta) + 0,80] \quad (4.7)$$

Avec  $2 < F_1 < 8$  ;  $-0,005 \leq \tan(\theta) \leq -0,02$

### IV.3.2-Variation de la hauteur relative du seuil s/h<sub>1</sub> en fonction du nombre Froude (F<sub>1</sub>) en canal de trapézoïdale :

Les figures (4.16) à (4.19) montrent la variation de la hauteur relative s/h<sub>1</sub> du seuil en fonction du nombre de Froude F<sub>1</sub>, pour quatre angles d'inclinaison α distincts,

tels que :  $\tan(\alpha) = 0,00$  ;  $-0,043$  ;  $-0,062$  ;  $-0,08$



Figure( 4.16) : Variation du rapport s/h<sub>1</sub> en fonction du nombre de Froude F<sub>1</sub>, pour  $0,031 \leq M \leq 0,078$ . pour  $\tan(\alpha) = 0,00$ . (○) points expérimentaux ; (—) Courbes d'ajustement.

selon la figure (4.16) , l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport s/h<sub>1</sub> en fonction du nombre de Froude F<sub>1</sub> de l'écoulement incident suit une loi de type logarithmique de la forme :  $S=a \ln(F_1)+b$ .

$$S=5,12\ln(F_1)-4,97 \quad R^2=0,98 \quad (4.8)$$

Avec  $3,23 < F_1 < 11,13$  ;  $0,031 < M < 0,078$

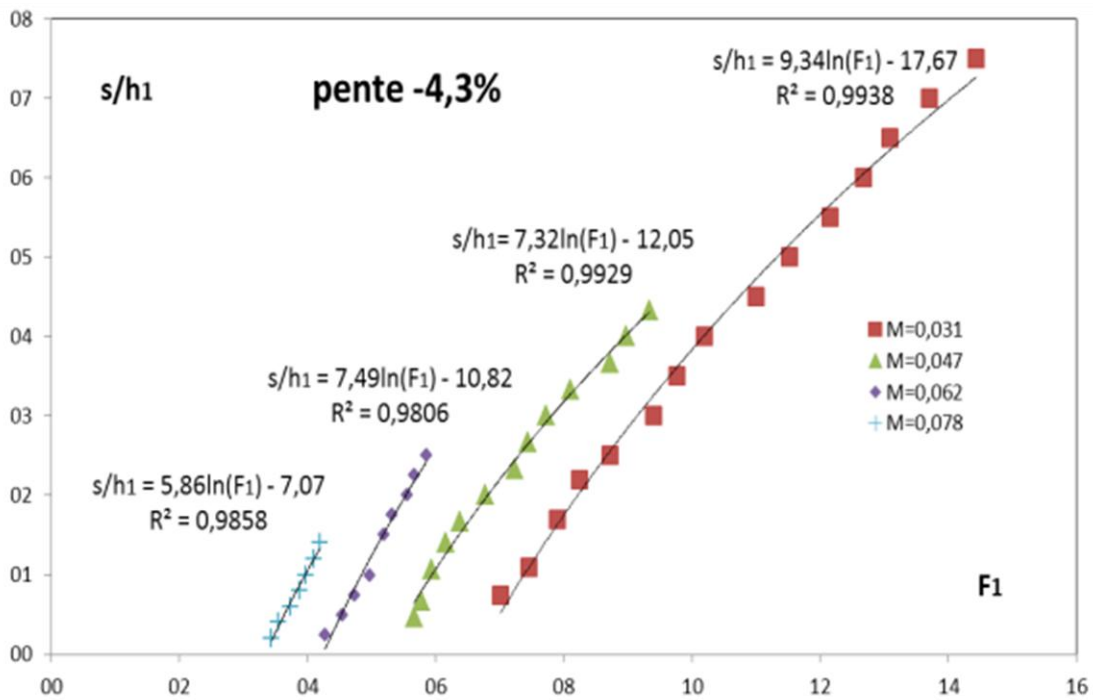


Figure (4.17): Variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour  $\text{tang}(\alpha) = -0,043$ . ( $\blacksquare$ ;  $\blacktriangle$  ;  $\blacklozenge$ ;  $+$ ) points expérimentaux ;  $(-)$  Courbes d'ajustement.

selon la figure (4.17), l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident suit une loi de type logarithmique de la forme  $S=a \ln(F_1)+b$ .

Le tableau (4.2) représente les paramètres a et b pour la pente  $-0,043$ .

Tableau (4.4) : Valeurs des paramètres a et b

M	a	b
0,031	9,34	-17,67
0,047	7,32	-12,05
0,062	7,49	-10,82
0,078	5,86	-7,07

les paramètres a et b sont fonction de M et suivent les relations suivantes :

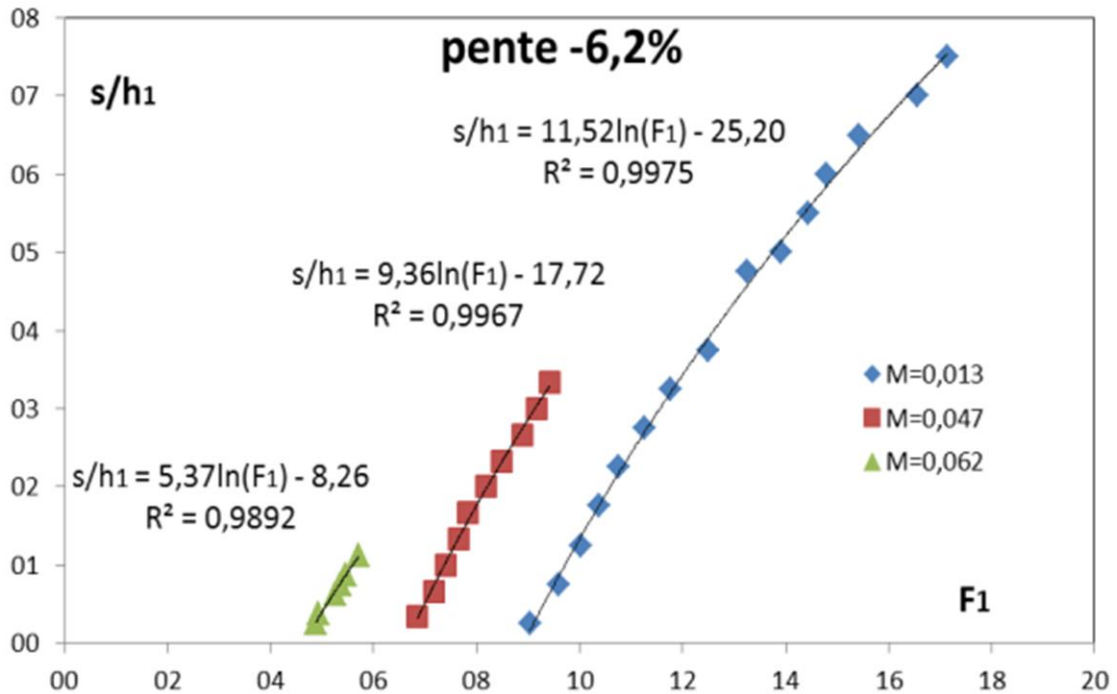
$$a = -66,15M + 11,11 \tag{4.9}$$

$$b = 212,27M - 23,47 \tag{4.10}$$

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation suivant :

$$S = [-66,15M + 11,11] \ln(F_1) + [212,27M - 23,47] \tag{4.11}$$

Avec  $3,44 < F_1 < 14,45$  ;  $0,031 < M < 0,078$



selon la figure (4.18), l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident suit une loi de type logarithmique de la forme  $S = a \ln(F_1) + b$ .

Le tableau (4.5) représente les paramètres a et b pour la pente -0,062.

*Tableau (4.5) : Valeurs des paramètres a et b*

<b>M</b>	<b>a</b>	<b>b</b>
<b>0,031</b>	<b>11,52</b>	<b>-25,20</b>
<b>0,047</b>	<b>9,36</b>	<b>-17,72</b>
<b>0,062</b>	<b>5,37</b>	<b>-8,26</b>

Les paramètres a et b sont fonction de M et suivent les relations suivantes :

$$a = -197,52M + 17,97 \tag{4.12}$$

$$b = 545,49M - 42,51 \tag{4.13}$$

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation suivant :

$$S = [-197,52M + 17,97] \ln(F_1) + [545,49M - 42,51] \tag{4.14}$$

Avec  $4,88 < F_1 < 17,15$  ;  $0,031 < M < 0,062$

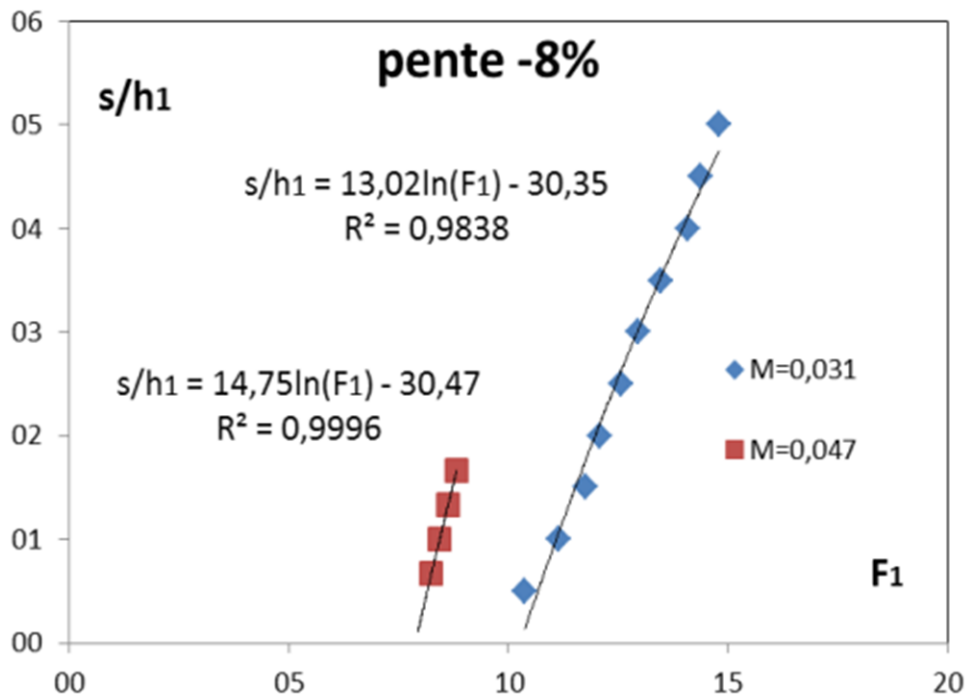


Figure ( 4.19): Variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  pour  $\text{tang}(\alpha) = -0,08$ . (■; ◆) points expérimentaux ; (—) Courbes d’ajustement.

Selon la figure (4.19), l’ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l’écoulement incident suit une loi de type logarithmique de la forme  $S=a \ln(F_1)+b$ .

Le tableau (4.6) représente les paramètres  $a$  et  $b$  pour la pente -0,08.

Tableau (4.6) : Valeurs des paramètres  $a$  et  $b$

M	a	b
0,031	13,02	-30,35
0,047	14,75	-30,47

les paramètres a et b sont fonction de M et suivent les relations suivantes :

$$a=108,18M+9,67 \quad (4.15)$$

$$b=-7,5M-30,12 \quad (4.16)$$

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation suivant :

$$s/h_1=[108,13M+9,67]Ln(F_1)+[-7,5M-30,12] \quad (4.17)$$

Ave  $7,95 < F_1 < 14,79$  ;  $0,031 < M < 0,047$

### IV.3.3-Interprétation des graphes:

Sur les graphes(4.12) à (4.15) nous avons présenter la variation de la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre pentes négatives distinctes, tels que :  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . dans un canal triangulaire ,Par contre sur les graphes (4.16) à (4.19) nous avons présenter la variation de la hauteur relative  $s/h_1$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre angles d'inclinaison  $\alpha$  distincts, tels que :

$$\tan(\alpha) = 0,00 ; -0,043 ; -0,062 ; -0,08. \text{ dans un canal trapézoïdale}$$

La figure (4.1) montre la variation de la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre pentes négatives distinctes, tels que :

$\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . Quatre nuages distincts sont perceptibles, montrant l'influence de la contre pente du canal sur la hauteur relative S du seuil. En effet, pour le même nombre de Froude incident la hauteur relative du seuil augmente avec la diminution de la contre pente.

Selon les graphes (4.12) à (4.15), l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident suit une loi de type logarithmique de la forme :  $S= c Ln(F_1) + d$ .

Et ces deux parametres c et d sont fonction de la pente négative du canal et varient progressivement avec la variation de  $\tan(\theta)$ , ces paramètres c et d suivent avec une bonne correction les relations suivantes :

$$c = -149,21 \tan(\theta) + 1,36 \quad R^2=0,9807 \quad (4.5)$$

$$d = 384,21 \tan(\theta) + 0,80 \quad R^2=0,9919 \quad (4.6)$$

Alors la relation générale s'écrit comme suivant :

$$S = [-149,21 \tan(\theta) + 1,36] \ln(F_1) + [384,21 \tan(\theta) + 0,80] \quad (4.7)$$

Avec  $2 < F_1 < 8$  ;  $-0,005 \leq \tan(\theta) \leq -0,02$

Pour les graphes (4.16) à (4.19) qui représente la variation de la hauteur relative  $s/h_1$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre angles d'inclinaison  $\alpha$  distincts, tels que :

$\tan(\alpha) = 0,00$  ;  $-0,043$  ;  $-0,062$  ;  $-0,08$ . dans un canal trapézoïdale ,

En effet l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident d'une manière générale et pour toutes la gamme de la hauteur initiale ( $h_1$ ) testées et pour tous hauteur du seuil et des nombre de froude testées suit une loi de type logarithmique de la forme  $S=a \ln(F_1)+b$ .

Les paramètres  $a$  et  $b$  sont fonction de paramètre du forme  $M$  et non de la pente du canal. Finalement on peut conclure que pour le profil trapézoïdale. L'influence de la pente du canal est in-significative , la variation de la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil dans ce type du canal suit une loi de type logarithmique de la forme  $S=a \ln(F_1)+b$ .

Et les paramètres de cette équation sont en fonction de la paramètre du forme  $M$  et non de la pente du canal.

#### **IV.4-Effet de la pente négative sur les Longueurs caractéristiques du ressaut :**

##### **IV.4.1-Longueur du ressaut :**

##### **IV.4.1.1-Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ en canal triangulaire :**

La longueur  $L_j$  a été considérée comme étant la distance séparant la section initiale du ressaut et la section finale (où s'effectue la mesure de  $h_2$ ). L'objectif principal de cette partie de l'étude est de quantifier la longueur relative  $L_j/h_1$  dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal.

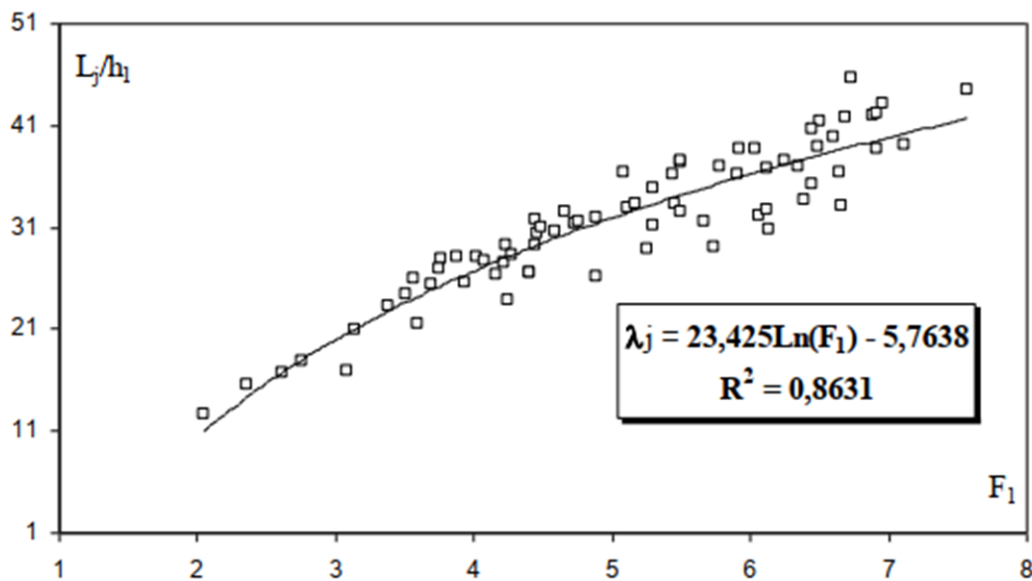
La figure (4.20) montre la variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident. dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal.

tels que :  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . dans un canal triangulaire

Bien que le nuage de points soit assez dense, dû essentiellement à la difficulté de l'estimation de la longueur  $L_j$ , L'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation logarithmique d'équation

$$L_j/h_1 = 23,43 \ln(F_1) - 5,76 \tag{4.18}$$

Pour  $2 < F_1 < 8$   
 $-0,005 \leq \tan(\theta) \leq -0,02$ .



**Figure (4.20) :** Variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, pour  $-0,005 \leq \tan(\theta) \leq -0,02$ .

#### IV.4.1.2-Variation de la longueur relative $L_j/h_1$ du ressaut en fonction du nombre de Froude $F_1$ en canal trapézoïdale:

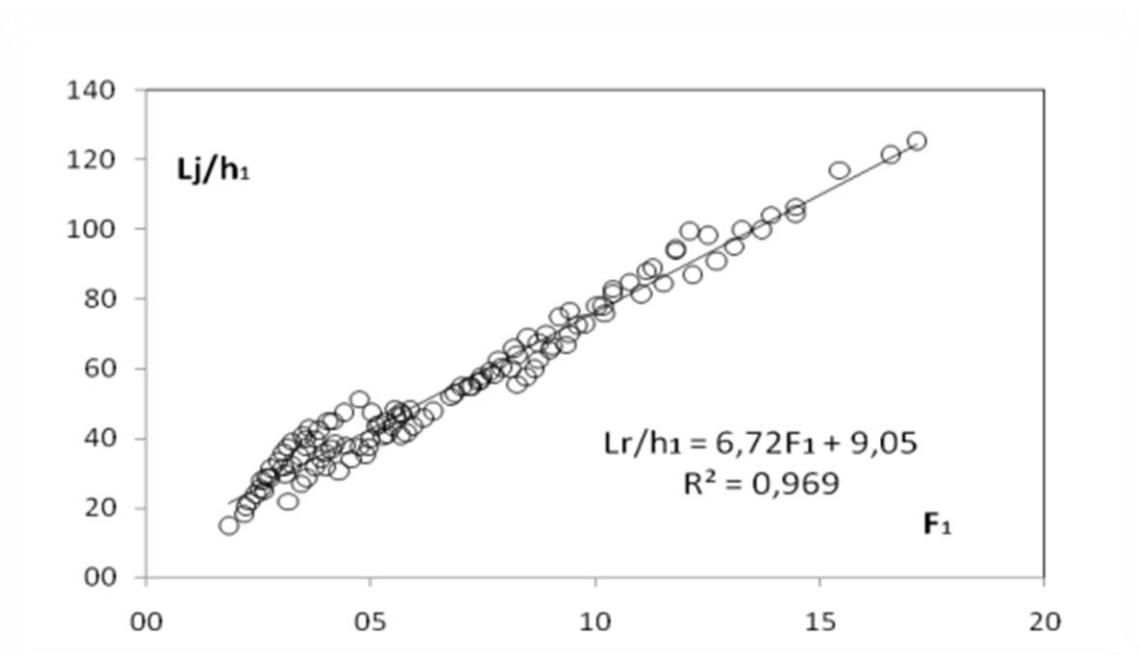
La figure (4.21) montre la variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident pour quatre angles d'inclinaison  $\alpha$  distincts, tels que :  $\tan(\alpha) = 0,00$  ;  $-0,043$  ;  $-0,062$  ;  $-0,08$ . dans un canal trapézoïdale

Bien que le nuage de points soit assez dense, dû essentiellement à la difficulté de l'estimation de la longueur  $L_j$ ,

L'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation linéaire d'équation :

$$L_j/h_1 = 6,72 F_1 + 9,05 ; \quad R^2 = 0,969 \quad (4.19)$$

Pour  $2,17 < F_1 < 17,5$   
 $0,013 \leq M \leq 0,078$



Figure(4.21): Variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, pour  $0 \leq \tan(\alpha) \leq 0,08$

### IV.4.1.3-Interprétation des graphes:

Sur les graphes(4.20) et (4.21) nous avons présenter la Variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  en canal triangulaire et trapézoïdale respectivement.

La figure (4.20) montre la variation de la longueur relative du ressaut  $L_j/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident .dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal.

tels que :  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . dans un canal triangulaire ,L'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation logarithmique l'équation :

$$L_j/h_1 = 23,43 \ln(F_1) - 5,76 \quad (4.18)$$

Pour  $2 < F_1 < 8$  et  $-0,005 \leq \tan(\theta) \leq -0,02$ .

La représentation de la relation  $L_j/h_1 = f(F_1)$ , a permis de montrer que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative  $L_j/h_1$  du ressaut.en canal triangulaire

La figure (4.21) montre la variation de la longueur relative du ressaut  $L_j/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident.pour quatre angles d'inclinaison  $\alpha$  distincts, tels que : $\tan(\alpha) = 0,00 ; -0,043 ; -0,062 ; -0,08$ . dans un canal trapézoïdale ,

En effet l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation de la longueur relative du ressaut  $L_j/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal. suit une loi de type linéaire. Et permis d'aboutir à une relation linéaire d'équation :

$$L_j/h_1 = 6,72 F_1 + 9,05 ; \quad R^2 = 0,969 \quad (4.19)$$

Pour  $2,17 < F_1 < 17,5$  et  $0,013 \leq M \leq 0,078$

La représentation de la relation  $L_j/h_1 = f(F_1)$ , a permis de montrer que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative  $L_j/h_1$  du ressaut.en canal trapezoidale.

Alors on conclue que La variation de la longueur relative du ressaut  $L_j/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident.dans la gamme de valeurs testées de la pente négative soit dans un canal triangulaire ou trapézoïdale est independant de pente negative. Et par conséquence l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative  $L_j/h_1$  du ressaut.

#### IV.4.2-Longueur du rouleau:

##### IV.4.2.1-Variation de la longueur relative $L_r/h_1$ du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude $F_1$ en canal triangulaire :

La longueur  $L_r$  est considérée comme étant la distance séparant la section initiale et la section finale du rouleau de surface.

La figure (4.22) montre la variation de la longueur relative du rouleau de surface  $L_r/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident. dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal..tels que :  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . dans un canal triangulaire ,

La figure (4.22) montre que l'augmentation du nombre de Froude de l'écoulement incident, engendre celle de la longueur relative du rouleau. Par ailleurs, l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une équation de type logarithmique :

$$L_r/h_1 = 20,10 \ln(F_1) - 7,67 \quad (4.20)$$

Pour  $2 < F_1 < 8$  et  $-0,005 \leq \tan(\theta) \leq -0,02$

L'analyse de la relation  $L_r/h_1 = f(F_1)$ , a permis également de montrer, que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative du rouleau.

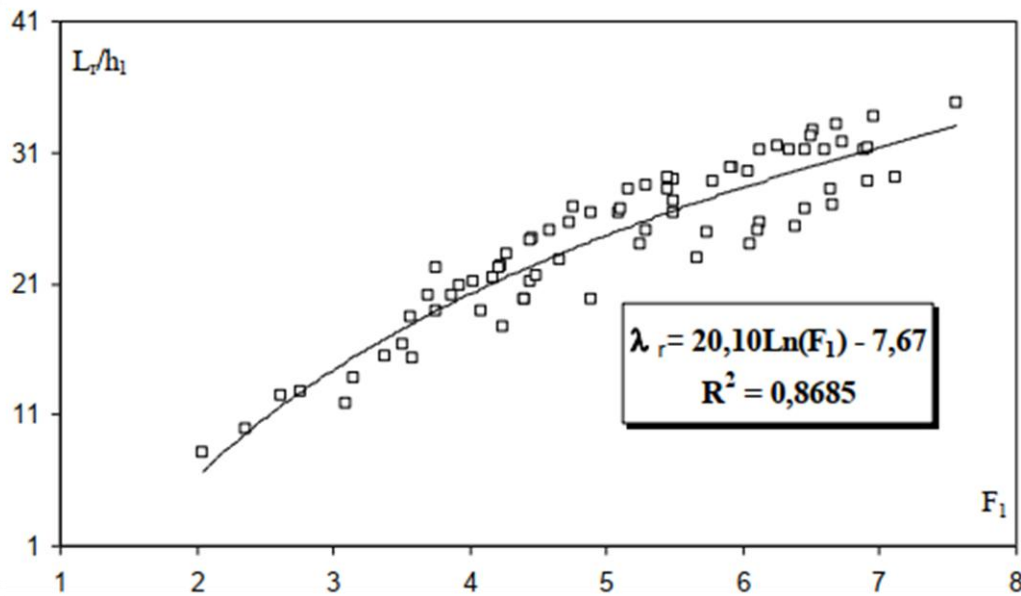


Figure (4.22) : Variation de la longueur relative  $L_r/h_1$  du rouleau en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, pour  $-0,005 \leq \text{tang}(\theta) \leq -0,02$ .

#### IV.4.2.2-Variation de la longueur relative $L_r/h_1$ du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude $F_1$ en canal trapézoïdale :

La figure (4.23) montre la variation de la longueur relative du rouleau de surface  $L_r/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident.pour quatre valeurs testées de la pente négative du canal.

tels que : $\text{tang}(\alpha) = 0,00 ; -0,043 ; -0,062 ; -0,08$ . dans un canal trapézoïdale ,

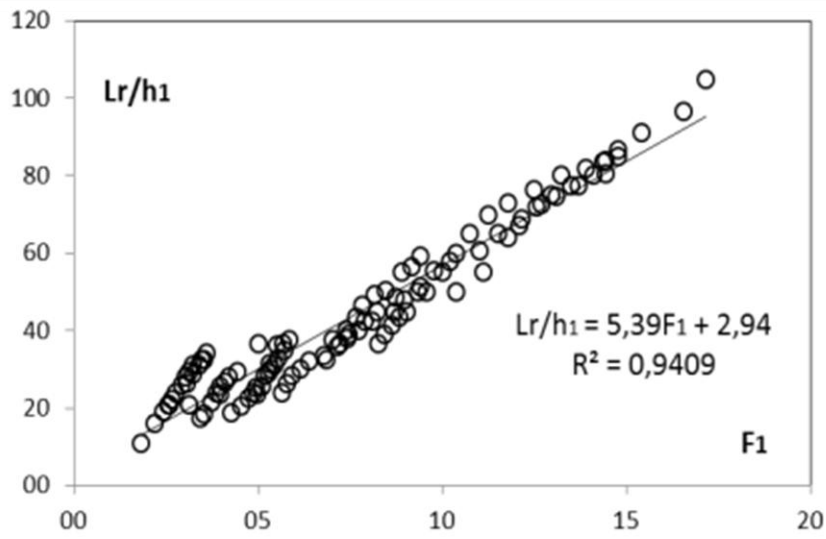
La figure (4.10) montre que l'augmentation du nombre de Froude de l'écoulement incident,

engendre celle de la longueur relative du rouleau, l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir également à une relation linéaire d'équation :

$$L_r/h_1=5,39F_1+2,94 \quad R^2=0,94 \quad (4.21)$$

Pour  $1,84 \leq F_1 \leq 17,15$   $0,013 \leq M \leq 0,078$

L'analyse de la relation  $L_r/h_1 = f(F_1)$ , a permis également de montrer, que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative du rouleau



Figure( 4.23): Variation du longueur relative  $Lr/h_1$  de rouleau en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , De l'écoulement incident , pour  $0 \leq \text{tang}(\alpha) \leq -0,08$

#### IV.4.2.3-Interprétation des graphes:

Sur les graphes (4.22) et (4.23) nous avons présenter la Variation de la longueur relative du rouleau de surface  $Lr/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  en canal triangulaire et trapézoïdale respectivement.

La figure (4.22) montre la variation de la longueur relative du rouleau  $Lr/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident .dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal.

tels que :  $\text{tang}(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . dans un canal triangulaire ,

En effet l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation de la longueur relative relative du rouleau  $Lr/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident dans la gamme de valeurs testées de la pente négative. suit une loi de type logarithmique, Et permis d'aboutir à une équation de type logarithmique :

$$Lr/h_1 = 20,10 \ln (F_1) - 7,67 \quad (4.20)$$

Pour  $2 < F_1 < 8$  et  $-0,005 \leq \text{tang}(\theta) \leq -0,02$

L'analyse de la relation  $Lr/h_1 = f(F_1)$ , a permis également de montrer, que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la longueur relative du rouleau.

La figure (4.23) montre la variation de la longueur relative du rouleau de surface  $Lr/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident. pour quatre valeurs testées de la pente négative du canal. tels que :  $\tan(\alpha) = 0,00 ; -0,043 ; -0,062 ; -0,08$ . dans un canal trapézoïdale ,

L'ajustement des points expérimentaux montré que la variation de la longueur relative relative du rouleau  $Lr/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident pour la gamme de valeurs testées de la pente négative. suit une loi de type linéaire, Et permis d'aboutir à une équation de type linéaire :

$$\begin{array}{l} Lr/h_1 = 5,39F_1 + 2,94 \qquad R^2 = 0,94 \\ \text{Pour } 1,84 \leq F_1 \leq 17,15 \qquad 0,013 \leq M \leq 0,078 \end{array} \quad (4.21)$$

L'analyse de la relation  $Lr/h_1 = f(F_1)$ , a permis également de montrer, que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la longueur relative du rouleau.

on déduit que l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir deux équations différentes pour les cas de type canal , elle permis d'aboutir à une équation de type logarithmique pour le canal triangulaire , Cependant elle permis d'aboutir à une équation de type linéaire pour le canal trapézoïdale. Et L'analyse des deux la relation  $Lr/h_1 = f(F_1)$ , a permis également de montrer, que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la longueur relative du rouleau.

Les graphes (4.20) et (4.21) , (4.22) et (4.23) montrent que le ressaut en contre pente est très instables du point de vue longueur. En outre, la variation de la pente négative n'a aucune influence sur les longueurs caractéristiques du ressaut

## IV.5-Effet de la pente négative sur le rendement du ressaut :

### IV.5.1-Rendement $\eta$ du ressaut hydraulique en canal triangulaire:

Le rendement  $\eta$  du ressaut hydraulique est défini par le rapport de la perte de charge  $\Delta H$  qu' il occasionne à la charge totale dans sa section initiale

$$\begin{array}{l} \eta = \Delta H / H_1 \\ \text{Avec } \Delta H = H_1 - H_2 \end{array} \quad (4.22)$$

$H_1$  et  $H_2$  désignent respectivement, la charge totale dans les sections initiale et finale de ressaut .Le rendement du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente négative, s'écrit comme suit :

$$\eta = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2}{4Y^4 \cos \alpha}}{1 + \frac{F_1^2}{4 \cos \alpha}} \tag{4.23}$$

$Y = \frac{h_2}{h_1}$  étant le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.

La figure (4.24) , montre la variation du rendement du ressaut hydraulique en canal triangulaire en fonction du nombre de Froude, pour différentes inclinaisons du canal.

tels que : $\text{tang}(\theta) = 0,005; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$

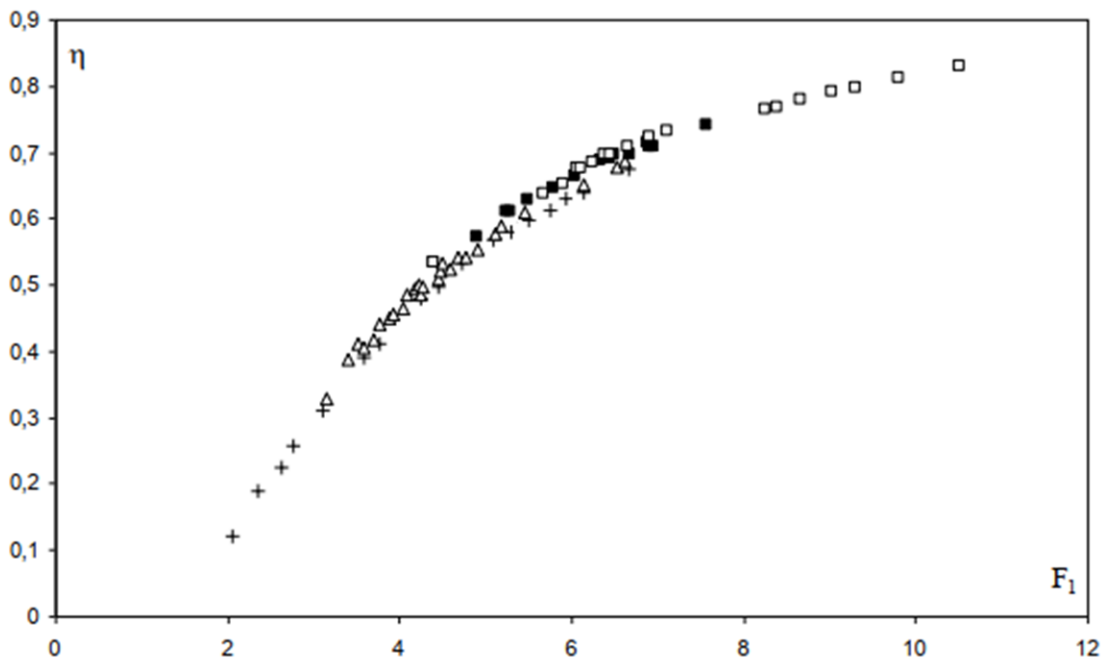


Figure (4.24) Variation du rendement  $\eta$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$ .

$\text{tang}(\theta) = (+) -0,005 ; (\Delta) -0,01 ; (\blacksquare) -0,015 ; (\square) -0,02.$

**IV.5.2-Rendement  $\eta$  du ressaut hydraulique en canal trapézoïdale:**

Le rendement du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente positive, s'écrit comme suit :

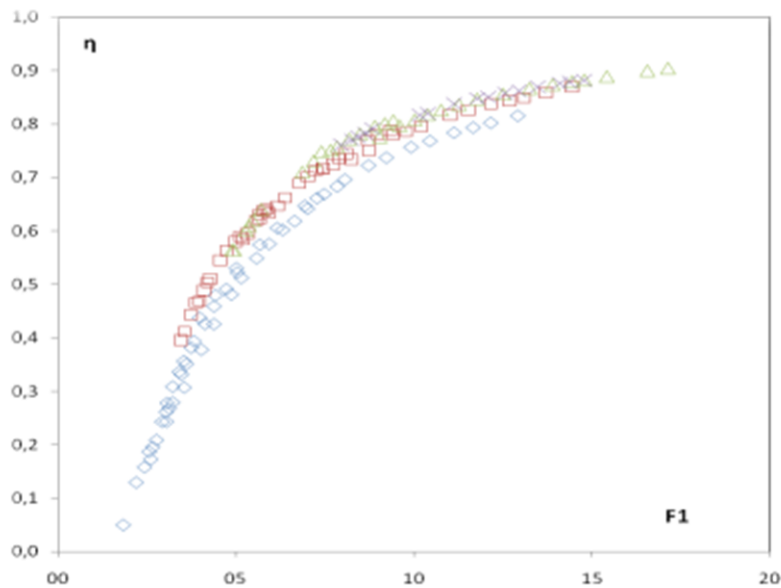
$$\eta = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2(1+M)^3}{2Y^2(1+2M)(1+2M\lambda \tan \alpha + YM)^2 \cos \alpha}}{1 + \frac{F_1^2(1+M)}{2(1+2M) \cos \alpha}} \tag{4.24}$$

$Y = h_2/h_1$  étant le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.

$\lambda = L_j/h_1$  la longueur relative du ressaut.

La figure (4.25) montre la variation du rendement en fonction du nombre de Froude, pour différentes inclinaisons du canal.

On remarque que pour le même nombre de Froude  $F_1$ , le rendement  $\eta$  augmente lorsque la contre pente augmente.



**Figure (4.25) :** Variation du rendement  $\eta$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$   
 ( $\diamond$ )  $\tan \alpha = 0,00$  ; ( $\square$ )  $\tan \alpha = -0,043$  ; ( $\triangle$ )  $\tan \alpha = -0,062$  ; ( $\times$ )  $\tan \alpha = -0,08$ .

### IV.5.3-Interprétation des graphes:

Sur les graphes (4.24) et (4.25) nous avons présenter le rendement  $\eta$  du ressaut hydraulique en canal triangulaire et trapézoïdale , respectivement.

La figure (4.24) , montre la variation du rendement du ressaut hydraulique en canal triangulaire en fonction du nombre de Froude, pour différentes inclinaisons du canal. tels que  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . et selon l'équation (4.23) du variation du rendement du ressaut en canal triangulaire il évidemment claire que le rendement est en fonction du rapport des hauteurs conjuguées du ressaut  $Y$  et en fonction du nombre de froude  $F_1$  , ainsi de l'angle d'inclinaison du canal ( $\tan(\theta)$ )

On remarque que les nuages de point sont quasi confondus. Cette constatation nous mène à conclure, que l'intervalle de contre pentes choisi ne nous permet pas de porter un jugement quant à l'influence de la contre pente sur le rendement.

La figure (4.25) montre la variation du rendement en fonction du nombre de Froude, pour différentes inclinaisons du canal.  $\tan(\alpha) = 0,00 ; -0,043 ; -0,062 ; -0,08$ . dans un canal trapézoïdale.

En effet l'équation (4.24) du variation du rendement du ressaut en canal trapézoïdale montre que la variation du rendement du ressaut est dépendant en fonction du rapport des hauteurs conjuguées du ressaut  $Y$  et en fonction du nombre de froude  $F_1$  , ainsi de l'angle d'inclinaison du canal ( $\tan(\theta)$ ) , Et aussi de  $\lambda=Lj/h_1$  la longueur relative du ressaut.

On remarque que pour le même nombre de Froude  $F_1$ , le rendement  $\eta$  augmente lorsque la contre pente augmente. On peut donc conclure que l'inclinaison négative du canal avantage la dissipation d'énergie

#### IV.6-Conclusion:

dans ce chapitre nous avons présenter la variation du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut dans un canal trapézoïdale en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du canal . Où les mesures expérimentales montrent que cette courbe de la figure  $Y = a F_1$ . Et l'équation pour les hauteurs associées  $Y = h_2 / h_1$  avec le nombre Froude  $F_1$  et l'angle d'inclinaison est le suivant ( $Y = (5,45 \text{ tang}(\alpha) + 1,19) F_1$ ), et dans le cas du triple profil Il montre que la variance du rapport hauteur/largeur combiné en fonction du nombre de Froude et de l'angle d'inclinaison suit la forme d'une courbe unique. Cette courbe est de la forme  $Y = a F_{1b}$ , et pour les cas du canal trapézoïdal la courbe est de la forme  $Y = c F_1$  on peut aussi conclure que pour le cas d'un profil triangulaire ou trapézoïdal ,L'effet de la pente du canal est important.

A partir des graphiques (4.12) à (4.15) et (4.16) à (4.19) et de la figure (4.11) nous présentons la variance de la hauteur relative  $S = s/h_1$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ , pour quatre pentes négatives distinctes, dans un canal triangulaire Et dans un canal trapézoïdal, La modification des mesures expérimentales a également montré que la variance du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  du flux incident suit une loi de type logarithmique de la forme  $S = c \text{ Ln}(F_1) + d$ . Et ces paramètres  $c$  et  $d$  sont fonction de la régression négative du canal Et on peut en conclure que pour le profil trapézoïdal. L'effet de la pente du canal est minime, Les graphiques (4.20) et (4.21) montrent la variance de la longueur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  dans le canal triangulaire et trapézoïdal, respectivement dans la plage de valeurs testées de pente négative des deux canaux, faisant l'ajustement des points expérimentaux Cela conduit à une relation logarithmique à l'équation( $L_j/h_1 = 23,43 \text{ Ln}(F_1) - 5,76$ ), La représentation de la relation  $L_j/h_1 = f(F_1)$  a également permis de montrer que la pente du canal n'a aucun effet sur la hauteur relative  $L_j/h_1$  du ressaut. Dans le canal triangulaire et trapézoïdal, et à partir de là, nous concluons que la variation de la longueur relative du ressaut  $L_j / h_1$  en fonction du nombre de Freud du flux incident dans la plage de valeurs testées et à partir de là la pente de le canal n'a aucun effet sur la longueur relative du ressaut, Comme pour les graphes (4.22) et (4.23) nous avons présenté la variation de la longueur relative du roulis surfacique  $L_r/h_1$  pour le saut en fonction du nombre de Froude  $F_1$  dans le canal triangulaire et trapézoïdal, respectivement à l'intérieur des valeurs testées de la pente négative des deux canaux La modification des mesures expérimentales a montré que la variance de longueur Roulis relatif  $L_r/h_1$  en fonction

du nombre de Froude  $F_1$  du flux incident dans la gamme des valeurs testées de pente négative. Elle suit une loi de type logarithmique, et conduit à une équation logarithmique ( $Lr/h_1 = 20,10 \ln(F_1) - 7,67$ ) L'analyse de la relation  $Lr/h_1 = f(F_1)$  a également permis de montrer que la pente du canal n'a aucun effet sur la longueur relative du cylindre .dans un canal triangulaire et trapézoïdal ,La modification des points expérimentaux a montré que la variance de la longueur relative de rouleau  $Lr/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  du flux de poutre pour une bande Les valeurs testées de la pente négative. Elle suit une loi de type linéaire, et conduit à une équation de type linéaire ( $Lr/h_1 = 5,39F_1 + 2,94$ )On conclut que la modification des points expérimentaux a permis d'arriver à deux équations différentes pour des états de type canal, ce qui a permis d'accéder à l'équation de type logarithmique pour le canal trigonométrique et à l'équation de type linéaire pour le canal trapézoïdal. canal. Par conséquent, la différence de pente négative n'affecte pas les longueurs de ressaut caractéristiques , Et les graphiques (4.24) et (4.25) nous ont présenté l'efficacité  $\eta$  pour le ressaut hydraulique dans le canal triangulaire et trapézoïdal, respectivement pour les inclinaisons des deux canaux différents .On constate que pour un même nombre de Froude  $F_1$ , l'efficacité augmente lorsque la pente du compteur augmente. On peut donc conclure que la pente négative du canal favorise la dissipation d'énergie.

## *Conclusion générale*

## CONCLUSION GENERALE

Pour ce présent de travail de mémoire du Master Nous nous sommes intéressés de faire une comparaison entre les caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire en contre pente et son homologue du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal a pente négative, Notamment on a comparé l'effet de la pente négative sur les caractéristiques du ressaut dans un canal triangulaire et son homologue du canal trapézoïdal.. Quatre chapitres ont été nécessaires :

- A travers le premier chapitre nous passe en revue les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique, en canal de section droite rectangulaire, triangulaire, et trapézoïdale à fond horizontal et incliné. Ce chapitre lui-même est reparti en trois sous chapitre, dans la première partie nous avons représenté les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique, en canal de section droite rectangulaire à fond horizontal et incliné, tandis que dans la deuxième partie nous avons montré les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique en canal de section droite triangulaire à fond horizontal. Et dans la troisième partie nous avons montré les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique en canal de section droite trapézoïdale à fond horizontal.

Concernant le premier sous chapitre nous avons abordé dans un premier temps, le ressaut hydraulique classique qui se caractérise par ses hauteurs initiales et finale, sa longueur ainsi que la longueur de son rouleau. Nous avons montré par la suite que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. En négligeant les pertes de charges autres que celles dues au ressaut, cette équation mène à la relation de Belanger qui exprime le rapport  $Y^*$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude  $F_1$  à l'amont du ressaut. L'étude a évoqué dans un second temps, les travaux relatifs au ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente négative. Il a été montré que le ressaut en contre pente est classé en quatre configurations principales : type F, type FI, type FII et type F-S. Il a été montré également que plusieurs auteurs ont abordé la question du ressaut en contre pente, mais uniquement pour le canal rectangulaire. Mc Corcodale et Mohamed (1994) confirment que ce type de ressaut est très sensible à la variation de la profondeur conjuguées pour les nombres de Froude  $F_1 < 4$ . Cependant, pour les nombre de Froude  $F_1 < 9$ , selon les auteurs, le ressaut limite en contre pente (type F) est difficile à établir. L'étude relativement récente de Pagliara et Peruginelli (2000) a été également évoquée dans ce volet de l'étude bibliographique. Pagliara et Peruginelli (2000) analysent théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique dans un canal

rectangulaire prismatique à contre pente. En effet, les auteurs proposent pour deux types de ressaut hydraulique : le ressaut classique en contre pente (type F) et le ressaut forcé par seuil (type F.I), une relation générale liant le rapport des hauteurs conjuguées au nombre de Froude et à l'angle d'inclinaison du canal. Les auteurs montrent en outre que la longueur relative du rouleau est indépendante de l'inclinaison du canal.

La deuxième sous chapitre a été consacrée au ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite triangulaire. Nous nous sommes intéressées principalement aux travaux de Hager et Wanoschek (1987) ; ces études ont concerné le ressaut "triangulaire" classique évoluant dans un canal de pente géométrique horizontale à angle d'ouverture de  $90^\circ$ .

Nous avons mis l'accent sur la démarche expérimentale assez particulière de Hager et Wanoschek (1987) qui extrapolent les résultats issus d'un profil semi-triangulaire à angle d'ouverture de  $45^\circ$  au canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de  $90^\circ$ .

L'étude a concerné les longueurs caractéristiques du ressaut, les profils de surface et les distributions de vitesses. Dans sous chapitre dans un seconde temps, nous avons présenté le travail de Debabeche et Achour (2007) qui a été consacré à l'étude expérimentale de l'influence du seuil sur le ressaut hydraulique dans un canal de section droite triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$ . Les auteurs ont effectué une étude comparative, d'une part, entre le ressaut contrôlé par seuil mince et par seuil épais, et d'autre part entre le ressaut contrôlé et le ressaut forcé. Et dans la troisième sous chapitre nous avons montré les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique en canal de section droite trapézoïdale à fond horizontal.

➤ Le deuxième chapitre a été consacré pour présenter le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire incliné à pente négative. Etude de Debabeche et Temim (2009) qui ont étudié théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de  $90^\circ$  incliné d'une pente négative. Des relations fonctionnelles, liant les différentes caractéristiques du ressaut et faisant apparaître l'influence de la pente du fond du canal ont été proposées.

➤ A travers le troisième chapitre, qui a été destiné pour montrer l'étude de Debabeche et Ouassaf (2015) concernant le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdale incliné à pente négative les auteurs ont étudié théoriquement et expérimentalement le ressaut hydraulique, Des relations fonctionnelles, liant les différentes caractéristiques du ressaut et faisant apparaître l'influence de la pente du fond du canal ont été proposées.

➤ Le quatrième chapitre qui concernera notre propre travail a pour objet de faire l'effet de la pente négative sur les caractéristiques du ressaut dans un canal triangulaire et son homologue du canal trapézoïdal. (tels que le rapport des hauteurs conjuguées, les longueurs caractéristiques du rouleau et de ressaut, la hauteur relatif du seuil...) Une analyse des résultats expérimentaux et des équations théoriques sera également élaborée, afin de leur trouver une meilleure représentation.

➤ **Pour la variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut :** L'analyse des mesures expérimentales montre que la variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut dans un canal triangulaire en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du canal suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode du moindre carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = a F^b$ .

L'analyse des mesures expérimentaux montrent que l'augmentation de la tangente de l'angle  $\theta$  d'inclinaison du canal, engendre la diminution du paramètre **a**. et l'ajustement statistique des couples de valeurs ( $a, \tan(\theta)$ ). montre clairement que la variation de **a** en fonction de la pente  $\tan(\theta)$  du canal suit une loi linéaire, selon la relation suivante :  $a = 7.24 \tan(\theta) + 1.03$ , D'autre part le paramètre b prend une valeur pratiquement constante de moyenne  $b = 0,723$ .

D'autre part l'analyse des mesures expérimentales, montre que la variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut dans un canal trapézoïdale en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du canal suit l'allure d'une courbe unique. Un ajustement par la méthode du moindre carré non linéaire montre que cette courbe est de la forme  $Y = c F$ .

L'analyse de mesures expérimentales montre que l'augmentation de la tangente de l'angle  $\theta$  d'inclinaison du canal, engendre la diminution du paramètre **a**. et l'ajustement statistique des couples ( $a, \tan(\alpha)$ ) par la méthode des moindres carrés donne une relation de type linéaire :  $a = 5.45 \tan(\alpha) + 1.19$

Alors l'analyse des mesures expérimentales, pour le cas du profil triangulaire montre que la variation du rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude et de l'angle d'inclinaison suit l'allure d'une courbe unique de la forme  $Y = a F^b$ , Cependant pour les cas du canal trapézoïdale la courbe est de la forme  $Y = c F_1$  les paramétrés **a** et **c** sont en fonction de la tangente de l'angle d'inclinaison c'est à dire de la pente du canal.

On remarque aussi que les intervalles d'utilisation des deux équations notamment pour les nombre de Froude sont différent et avec des pentes aussi différentes.

➤ **Pour l'effet de la pente négative sur la Variation de la hauteur relative du seuil  $S=s/h_1$ .**

✓ Pour les quatre pentes négatives testées, tels que :  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . dans un canal triangulaire, l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident suit une loi de type logarithmique de la forme  $S= c \ln(F_1) + d$ .

$$c = -149,21 \tan(\theta) + 1,36 ;$$

$$d = 384,21 \tan(\theta) + 0,80$$

Les mesures expérimentales montrent clairement que les paramètres  $c$  et  $d$  sont fonction de la pente négative du canal et varient progressivement avec la variation de  $\tan(\theta)$ , ces paramètres  $c$  et  $d$  suivent avec une bonne correction.

✓ Pour quatre angles d'inclinaison  $\alpha$  distincts, tels que :  $\tan(\alpha) = 0,00 ; -0,043 ; -0,062 ; -0,08$ . dans un canal trapézoïdal ; l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport  $s/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident suit une loi de type logarithmique de la forme  $S=a \ln(F_1)+b$ . les paramètres  $a$  et  $b$  sont fonction de  $M$  et suivent les relations suivantes :

$$a=-66,15M+11,11$$

$$b=212,27M-23,47$$

➤ **Pour l'effet de la pente négative sur les Longueurs caractéristiques du ressaut :**

Dans le cas du canal triangulaire : la variation de la longueur relative  $L_j/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal. Tels que :  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . L'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation logarithmique d'équation

$$L_j/h_1 = 23,43 \ln(F_1) - 5,76$$

La représentation de la relation  $L_j/h_1 = f(F_1)$ , a permis de montrer que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative  $L_j/h_1$  du ressaut en canal triangulaire. Par contre pour le cas du canal trapézoïdal l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation linéaire d'équation :  $L_j/h_1 = 6,72 F_1 + 9,05$ .

Alors La représentation de la relation  $L_j/h_1 = f(F_1)$ , a permis de montrer que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative  $L_j/h_1$  du ressaut pour les deux types de canal soit triangulaire ou trapézoïdales.

➤ **Pour l'effet de la pente négative sur les Longueurs caractéristiques du rouleau de surface**

La variation de la longueur relative du rouleau  $L_r/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident .dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal.

tels que :  $\tan(\theta) = -0,005 ; -0,01 ; -0,015 ; -0,02$ . dans un canal triangulaire, En effet l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation de la longueur relative relative du rouleau  $L_r/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident dans la gamme de valeurs testées de la pente négative. suit une loi de type logarithmique, Et permis d'aboutir à une équation de type logarithmique :  $L_r/h_1 = 20,10 \ln(F_1) - 7,67$

Cependant La variation de la longueur relative du rouleau  $L_r/h_1$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident .dans la gamme de valeurs testées de la pente négative du canal trapézoïdale ,L'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir également à une relation linéaire d'équation :  $L_r/h_1 = 5,39F_1 + 2,94$

Alors L'analyse de la relation  $L_r/h_1 = f(F_1)$ , a permis également de montrer, que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la longueur relative du rouleau pour les deux types de canal soit triangulaire ou trapézoïdales.

## *Références bibliographiques*

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Achour, B., Debabeche, M., (2003), Ressaut contrôlé par seuil dans un canal profilé en U, J. Hydraulic Research, vol. 41, N0.3, pp.319-325.
- Achour, B., Debabeche, M., (2003), Control of Hydraulic jump by sill in a triangular channel, J. Hydraulic Research, Vol. 41, No. 3, pp. 97-103
- Anderson, V., M. (1978). Undular hydraulic jump, Proc., ASCE, J. Hydraulic Division, Vol. 104(HY8), pp. 1185-1188, discussion 1979, 105 (HY9), 1208-1211, 1980, 106(HY7), 1252-1254.
- Argyropoulos, P., A., (1962), General solution of the hydraulic jump in sloping channels, Proc. ASCE, J. Hydraulic Division, Vol. 88, HY4, pp. 61-75.
- Beiram, M., K., Chamani, M.,R., (2006), Hydraulic Jumps in Sloping Channels: Sequent Depth Ratio, J. Hydraulic Engrg., vol 32(10), pp. 1061-1068.
- Bradley, J.N., Peterka, A.J., (1957), The hydraulic design of stilling basins : Hydraulic jumps on a horizontal apron, paper 1401, proc. Amer. Soc. Civ. Engrs., J. Hydraulic. Division, Vol.83, HY5.
- Chow, V. T., (1958), Open channel hydraulics, McGraw-Hill, New York.
- Chow, V.T., (1959), Open channel Hydraulics, McGraw Hill, New York, NY.
- Debabeche, M., Achour, B., (2007), Effect of sill in the hydraulic jump in a triangular channel, J. Hydraulic Research Vol. 45, No. 1, pp. 135–139.
- Hager, W.H., (1989), Hydraulic jump in U-shaped channel, Proc.ASCE, J. Hydraulic Engineering, 115, 667-675.
- Hager, W.H., Bretz, N.V., (1988), Sill-controlled stiling basin, the international symposium on hydraulics for higt dams, 273-280.
- Hager, W.H., Sinniger, R., (1985,1986), Flow Characteristics of the hydraulic Jump in a stilling basin with an abrupt bottom rise, J. Hydraulic Research, Vol. 23, pp. 101-113, 1985, Vol. 24, pp. 207-215, 1986.
- Hager, W.H., Sinniger, R., (1987), Construction hydraulique, Ecoulement stationnaire, Edition suisse romande.
- Hager, W.H., Wanoschek, R., (1987), Hydraulic Jump in Triangular Channel, J. Hydraulic Research, Vol. 25, Nr. 5, pp. 549-564.
- Hachemi Rachedi, L., (2005), Analyse d'un écoulement au travers d'une contraction latérale, Mémoire de magister en hydraulique, Département d'hydraulique, Université de Biskra.
- Mc Corcodal, 1994, Journal of Hydraulic Research, VOL. 32, 1994, NO.1; 119-130.
- Ohashi et al. (1973) :Design of Combined Hydraulic Jump and Ski-Jump Energy Dissipator of Flood Spillway. XIII ICOLD Congress Madrid Q.41, R.19: 311-333.

Okada, A., et Aki, S. (1955). Experimental study of hydraulic jump on reversed slope apron. J. Tech. Lab., 5(6), Tokyo (in Japanese).

Pagliara, S. et peruginelli, A. 2000, Journal of Hydraulic Engineering/ November 2000/ 847-850.

Rajartnam, N. (1963): Discussion to “General Solution of the Hydraulic Jump in sloping Channels” gy P.A. Argyropoulos. Proc. ASCE, J. Hydraulics Division 89(HY1) : 258-261.

Rajaratnam, N., (1965), Hydraulic Jump in horizontal conduit, Water Power, 17, pp. 80-83.

Rajaratnam, N., (1966), Hydraulic jump in sloping channel, J. irrigation and Power (India), 23(Apr): pp.137-149, Discussion, 1967, 24(Jump): pp.285-293.

Rajaratnam, N., (1967), Hydraulic jumps, Advances in Hydro science, Vol. 4, ed. V.T. Chow, Academic Press, New York.

Rajaratnam, N., Murahari, V., (1971), A contribution to forced hydraulic jumps, J. Hydraulic Research, vol. 9, 217-239.

Rajaratnam, N., Subramania, K., (1967), Flow equation for the sluice gate, Proc. ASCE, J. Irrigation and Drainage Division, Vol. 93, IR3, 167-186.

Rajaratnam, N., Subramania, K., (1968, 1969, 1970), Profil of the hydraulic jump, Proc. ASCE, J. Hydraulic Division, vol. 94, 1968, HY3 663-673; vol. 95, 1969, HY1 546-557, HY2 725-727; vol. 96, 1970, HY2 579-581.

Rajaratnam, N., (2002), Hydraulic jump on corrugated beds, J. Hydraulic Engrg., Volume 128, Issue 7, 656-663.

Rand, W., (1957), An approach to generalised design of stilling basin, Trans. New-York, Academy of Sciences, Vol. 20(2), 173-191.

Rand, W., (1965), Flow over a vertical sill in an open channel, Proc. ASCE, J. Hydraulic Division, vol. 91, HY4 97-122.