



Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

Département de Génie Civil et Hydraulique

Mémoire de fin d'études de Master

FILIERE : GENIE CIVIL

Spécialité : Structures

Présenté par :  
HADJI ABD Errazak

THEME

*Calcul dynamique non linéaire des  
systèmes à plusieurs degrés de liberté  
par la méthode modale*

Proposé et dirigé par :

Mr. RAHMONI Z.  
Mr. BOULAOUAD A.



Promotion: Juin 2012.

## SOMMAIRE

Remerciements .....	I
Dédicace .....	II
Résumé .....	III
Liste des tableaux .....	IV
Liste des figures .....	V
Liste des symboles .....	VI
Introduction générale .....	1

### CHAPITRE I : CONSIDERATIONS GENERALES

I.1. INTRODUCTION .....	2
I.2. Rappels concernant les systèmes à un degré de liberté .....	3
I.2.1. Modèle dynamique élémentaire (oscillateur simple) .....	3
I.2.2. Formulation de l'équation du mouvement d'un oscillateur simple .....	3
I.2.3. Systèmes soumis à une excitation d'appui (séisme par exemple) .....	4
I.3. Calcul de la réponse d'un oscillateur simple en domaine linéaire .....	5
I.4. Calcul de la réponse d'un oscillateur simple en domaine non linéaire .....	5
I.4.1. Généralités .....	5
I.4.1.1 Exemples de non-linéarité de comportement .....	5
I.4.1.2 Modélisation simplifiée du comportement non-linéaire .....	7
I.4.1.3 Coefficient réducteur d'efforts et ductilité .....	8
I.4.1.4 Exemple .....	10
I.4.2. Méthode de calcul non-linéaire .....	13
I.4.2.1 Introduction .....	13
I.4.2.2 Equation dynamique incrémentale .....	14
I.4.3. Exposé de la méthode "pas à pas" .....	15
I.4.4. Remarques concernant cette méthode .....	18
I.4.5. Résumé du procédé numérique .....	18
I.4.6. Longueur de pas .....	19

### CHAPITRE II : CALCUL D'UN OSCILLATEUR MULTIPLE EN DOMAINE

#### LINEAIRE.

II.1. Modélisation en dynamique .....	21
II.1.1 Introduction .....	21
II.1.2. Modélisation en masses concentrée .....	21

II.1.3. Déplacements généralisés .....	22
II.1.4. Modélisation par éléments finis .....	23
II.2. Méthodes de résolution .....	24
II.2.1. Introduction .....	24
II.2.2. Intégration temporelle .....	25
II.2.3. Intégration fréquentielle .....	25
II.2.4. Intégration modale-spectrale .....	25
II.2.5. Synthèse .....	26
II.3. Modélisation choisie .....	26
II.4. Structure et propriétés de la matrice de raideur .....	28
II.4.1. Construction de la matrice de raideur .....	28
II.4.2. Exemple: Poutre droite .....	31
II.4.3. Propriétés de la matrice K .....	32
II.4.4. Structure de matrice K .....	33
II.5. Structure et propriétés de la matrice de masse .....	34
II.6. Amortissement des structures .....	35
II.6.1. Amortissement visqueux .....	35
II.6.2. Amortissement de Rayleigh .....	35
II.6.3. Amortissement hystérétique .....	37
II.6.4. Amortissement par frottement sec .....	37
II.6.5. Détermination expérimentale de l'amortissement .....	38
II.7. Equations du mouvement .....	39
II.7.1. Présentation générale .....	39
II.7.2. Pulsations naturelles et modes propres .....	40
II.7.3. Analyse modale .....	41
II.8. Combinaison des réponses modales : .....	43
II.8.1. Méthode de la somme absolue (SA) .....	44
II.8.2. Méthode de la moyenne quadratique (SRSS) .....	44
II.8.3. Méthode de la combinaison quadratique complète (CQC) .....	44

## **CHAPITRE III : CALCUL EN DOMAINE NON LINEAIRE.**

III.1. Introduction .....	46
III.2. Equations dynamiques incrémentales .....	46
III.3. Méthode "Wilson- $\theta$ " .....	47

## CHAPITRE IV : EFFET DU SECOND ORDRE (OU EFFET P- Δ)

IV.1. Introduction.....	48
IV.2. Nature de l'effet du second ordre.....	48
IV.3. Force latérale équivalente pour un oscillateur simple.....	49
IV.4. Forces latérales équivalentes pour un oscillateur multiple.....	50
IV.5. Prise en compte de l'effet du second ordre.....	51

## CHAPITRE V : APPLICATIONS ET RESULTATS.

V.1. Données Numériques.....	52
V.1.1. Caractéristique Numériques de l'oscillateur multiple.....	52
V.1.1.1. Période propre de vibration.....	52
V.1.1.2. Taux d'amortissement critique.....	52
V.1.1.3. Facteur de ductilité.....	52
V.1.1.4. Limite élastique.....	52
V.1.1.5. Charges sismiques.....	52
V.2. Programmes Informatiques.....	53
V.3. Résultats.....	53
V.3.1. Cas élastique.....	53
V.3.2. Cas élasto-plastique.....	53
<b>Conclusion generale.....</b>	<b>56</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>57</b>

### Annexes

Annexe1 : Programmes Informatiques

Annexe1 : Rapport de stage

يحتاج تحليل الجمل غير الخطية ذات الدرجات المتعددة من الحرية حسب الطريقة النسقية الطيفية إلى: دراسة الجمل ذات الدرجة الواحدة من الحرية في المجال الخطي وطرق المزج النسقي وأثر  $P-\Delta$ ... الخ. كل ذلك احتواه الجزء النظري من هذه المذكرة. بعض التطبيقات العددية بواسطة برامج إعلام آلية أعطت النتائج التالية:

- الطريقة النسقية الصالحة للاستعمال في المجال الخطي لا تصلح في المجال غير الخطي.
- يجب أن تُولى عناية خاصة للطابق الأول للعمارات من حيث التصميم والإنجاز لأنه يمتص جزءا كبيرا من الطاقة الزلزالية

الكلمات المفتاح: نظام متعدد درجات الحرية. الحساب الديناميكي. الطريقة النسقية الطيفية.

### Abstract

The analysis of multidegree-of-freedom systems in the non linear range with the spectral modal method requires the study of: single-degree-of-freedom systems in the linear range, different modal combinations,  $P-\Delta$  effect ... These are the main notions developed in the present thesis.

Numerical applications on simple cases using computing programs led to the following results:

- The spectral modal method, useful in the linear case, is not applicable in the non linear case
- A close attention must be paid to the first floor of buildings because it dissipates a great part of the seismic energy input

*Keys words: system with several degrees of freedom .dynamic calculation. Modal analysis method.*