

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE



MEMOIRE DE MASTER

DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIE

FILIERE : GENIE ELECTRIQUE

OPTION : MICRO-ONDES

Thème

**ANALYSE ET DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DE
PROPAGATION D'UN GUIDE D'ONDES DIELECTRIQUE RECTANGULAIRE**

Présenté par :

Nassima MENASRI

Encadré par :

Dr. Djamel KHEDROUCHE

N°d'ordre:2012/

Promotion : JUIN 2012



Dédicaces

Je dédie ce travail

À ma défunte À ma mère Yamna,

Que dieu ait pitié de son âme.

Pour ta tendresse et ta douceur.

À mon père Saïd,

Pour ton amour et ton soutien.

À mon frère Rafik & Touré,

Très chère...

À mes sœurs surtout Yamouna, Hayat

Je vous aime,

À toutes et tous mes ami(e)s les plus intimes,

Pour les moments agréables que nous avons passés ensemble,

Que les personnes que j'aime trouvent ici

l'expression de mes marques de gratitude.

Nassima Menasri





Remerciements :

*Je tiens à remercier avant tout Dieu pour la
Volonté, la sante et la patience qu'il m'a donné
Durant toutes ces longues années pour pouvoir
Accomplir ce travail.*

*Mes remerciements les plus sincères sont adressés
à mon encadreur Monsieur Dj. Khedrouche, qui
M'a bien orienté dans mon travail. A tous ceux qui
M'ont aidé à réaliser ce mémoire.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur, le président du jury
Pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider
Le jury de cette thèse.*

*Je remercie également, Monsieur les membres de jury
qui ont bien voulu accepter de faire partie du jury.*



Remerciements

Avant tout, j'adresse mes remerciements en premier lieu, à Dieu tout puissant pour la volonté, la santé, le courage et la patience qu'il m'a donné durant toutes ces longues années de formation.

Je tiens à remercier Mr. KHEDROUCHE Djamel, Maitre de Conférences classe "B" à l'Université de M'sila, pour avoir accepté de diriger ce mémoire, pour les conseils qu'il m'a prodigué et pour les efforts qu'il a consenti tout au long de la réalisation de ce travail, qu'il trouve ici toute ma gratitude et ma reconnaissance.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Mr le président de jury, d'avoir accepté de présider le jury de mon mémoire.

Mes remerciements vont également aux Mrs les membres de jury qui m'ont fait l'honneur de participer au jury de mon mémoire et examiner ce travail

Enfin je ne voudrais pas oublier de remercier toute personne qui m'a aidé de loin ou de près à réaliser ce travail.

Table des matières

<i>Dédicace</i>	<i>i</i>
<i>Remerciements</i>	<i>ii</i>
<i>Table des matières</i>	<i>iii</i>
<i>Liste des Tableaux</i>	<i>v</i>
<i>Liste des Figures</i>	<i>vi</i>
<i>Résumé</i>	<i>xiii</i>
<i>Abstract</i>	<i>xv</i>
Introduction Générale	1

Chapitre 1 : généralités sur les guides d'ondes

1. Introduction	4
1.1 Historique	4
1.2 Définition d'un guide d'onde	4
1.3 Principe de fonctionnement	5
1.4 Les utilisations	6
1.4.1 Exemples spécifiques	6
1.5 Une esquisse de l'analyse théorique	7
1.5.1 Modes de propagation et les fréquences de coupure	7
1.6 Guides d'ondes optiques	7
1.7 L'analyse	8
1.8 Les différents types des guides d'ondes	10
1.8.1 Ondes électromagnétiques guidées	10
1.8.2 Etude des modes TE	10
1.8.3 Propriétés du champ électrique propagé	11
1.8.4 Dispersion et coupure	11
1.8.5 Dispersion et coupure dans un guide d'ondes rectangulaire pour les modes TE_{m0}	11
1.8.6 Vitesse de phase, vitesse de groupe	12
1.9 Câble coaxial	12
1.9.1 Etude des modes TEM	12

1.10 Conclusions	12
------------------	----

Chapitre 2 : Formulation théorique

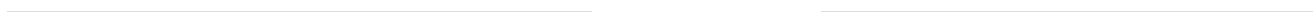
2.1 Introduction	15
2.2 Décomposition Longitudinal-Transverse	16
2.3 Transfert de puissance et atténuation	22
2.4 Les modes TEM, TE et TM	25
2.5 Guides d'ondes diélectriques	28
2.6 Conclusions	36

Chapitre 3 : résolution numérique et discussion

3.1 Introduction	38
3.2 Résolution numérique	38
3.3 Conclusions	58

Conclusions et Perspectives	59
--	----

Bibliographie	61
----------------------	----



Liste des tableaux

Tableau 1.1. caractéristique d'un guide d'onde	9
Tableau 3.1. Paramètres de solution des modes TE, $R = 5.44$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.	44
Tableau 3.2. Paramètres de solution des modes TE, $R = 7.03$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 2$.	49
Tableau 3.3. Paramètres de solution des modes TE, $R = 8.89$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 1$.	52
Tableau 3.4. Paramètres de solution des modes TE, $R = 10.89$. $a = 1.0$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.	56

Liste des Figures

Figure 1.1, Guide d'onde flexible de J-Band radar	4
Figure 1.2, (a) Mode TE ₁₀ d'un guide d'ondes rectangulaire , (b) Mode TE ₁₁ d'un guide d'ondes circulaire	8
Figure 1.3, Guide d'ondes rectangulaire de dimensions a x b	10
Figure 2.1. Structures typiques de guides d'ondes	15
Figure 2.2. Les surfaces des conducteurs absorbent de la puissance à partir Des champs propageant	26
Figure 2.3. Guide d'ondes diélectrique	30
Figure 2.4. Modes TE paire et impaire en différentes fréquences	36
FIGURE 3.1. Modes TE pour R = 5.44. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 2 et n ₂ = 1.	44
FIGURE 3.2. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, R = 5.44. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 2 et n ₂ = 1.	45
FIGURE 3.3. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes impairs , R = 5.44. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 2 et n ₂ = 1.	46
FIGURE 3.4. Modes TE pour R = 0.90. a = 0.5 cm, f = 5 GHz, n ₁ = 2 et n ₂ = 1.	47
FIGURE 3.6. Modes TE pour R = 7.03. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 3 et n ₂ = 2.	48
FIGURE 3.7. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, R = 7.03. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 3 et n ₂ = 2.	50
FIGURE 3.8. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes impairs, R = 7.03. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 3 et n ₂ = 2.	51
FIGURE 3.9. Modes TE pour R = 8.89. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 3 et n ₂ = 1.	52
FIGURE 3.10. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, R = 8.89. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 3 et n ₂ = 1.	53
FIGURE 3.11. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes impairs, R = 8.89. a = 0.5 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 3 et n ₂ = 1.	54
FIGURE 3.12. Modes TE pour R = 10.89. a = 1.0 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 2 et n ₂ = 1.	55
FIGURE 3.13. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, R = 10.89. a = 1.0 cm, f = 30 GHz, n ₁ = 2 et n ₂ = 1.	58

FIGURE 3.14. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes impairs, $R = 10.89$. $a = 1.0$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

Résumé

Dans ce travail, les caractéristiques d'un guide d'ondes diélectrique rectangulaire sont analysées et déterminées. La structure étudiée est constituée par un substrat de forme plane et d'épaisseur très faible entouré, à gauche et à droite, par un diélectrique de sorte que l'indice de réfraction du cœur n_1 est plus grand que celui du diélectrique ($n_1 > n_2$).

A partir des équations de Maxwell, nous avons développé les équations de Helmholtz pour les modes TE, la solution de cette dernière nous a permis d'écrire la composante longitudinale $H_z(x)$ dans les trois régions du guide. L'application des conditions aux limites appropriées nous a conduit au calcul des constantes d'intégration inconnues, ce qui nous a permis de déterminer le champ électrique normalisé pour les modes TE pairs et impairs.

Dans une autre étape, nous avons développé les différentes équations de dispersion du guide en appliquant la condition de continuité de la composante tangentielle du champ électromagnétique. Nous avons ainsi dérivé une relation générale dont la solution nous permet de déterminer les différentes caractéristiques du guide ainsi que le nombre de modes supportés par le guide.

La résolution numérique des équations obtenues, nous a ensuite permis de donner un ensemble de résultats numériques qui concernent les constantes $\beta, k_c, \alpha_c, f_c$.

Les résultats obtenus montrent que les paramètres structurels du guide d'ondes diélectrique ont un effet marquant le nombre de modes supportés, les fréquences de coupure et le confinement du champ électrique à l'intérieur du substrat.

ملخص

في هذا العمل يتم دراسة وتحليل الخصائص المميزة لموجه الموجات مستطيل الشكل العازل. و البنية المدروسة تشكل ركيزة مستوية محاطة بسمك صغيرة جدا , على اليمين واليسار من قبل عازل بحيث معامل الانكسار (n_1) كبيرة جدا بنظر إلى العازل ($n_2 < n_1$).

من خلال معادلات ماكسويل , قمنا بتطوير معادلات هيلمهولتز من اجل الوسائط (TE), الحل لهذه الأخيرة تسمح لنا بكتابة المركبة الطولية ($H_z(x)$) في المناطق الثلاثة من هذا الموجه للموجات. وقد أدى تطبيق الشروط عند الحدود المنتهية المناسبة لنا لحساب الثابت غير معروفه من التكامل , والذي يسمح لنا بايجاد وتحديد الحقل الكهربائي من اجل الوسائط TE الزوجية والفردية .

في خطوة أخرى , وضعنا عدة معادلات مشتتة لموجه الموجات من خلال تطبيق شرط استمرارية المركبة المماسية للحقل الكهربائي . ونستمد أيضا علاقة عامة للحل الذي يسمح لنا بتحديد الخصائص المختلفة لهذا الموجه و عدد الوسائط الداعمة له .

الحل العددي للمعادلات التي تم الحصول عليها سابقا , قمنا من خلالها بتقديم مجموعة من النتائج العددية حوا هذه الثوابت ($K; \beta_c; F; \alpha; c$). النتائج التي تم الحصول عليها تظهر أن الخصائص الهيكلية لهذا الموجه الموجي العازل يكون لها تأثير كبير على الوسائط الداعمة, الترددات المقطوعة والاحتواء للحقل الكهربائي داخل الركيزة أو الداعمة.

Abstract

In this work, the characteristics of a rectangular dielectric slab waveguide are analyzed and determined. The studied structure is a planar dielectric sheet or thin film of some thickness; we assume that the media to the left and right of the slab are the same. To guarantee total internal reflection, the dielectric constants inside and outside the slab must satisfy, $n_1 > n_2$.

Starting from Maxwell's equations, we are developing Helmholtz equations for TE modes, the solution of the last equation allows us to determine the longitudinal component $H_z(x)$ in the three regions of the guide. The unknown integration coefficients are determined by applying the appropriate boundary conditions, thus the normalized electric field distribution is then calculated for even and odd TE modes.

In another stage, the dispersion equations of the guide are developed by applying the continuity condition of the tangential electromagnetic field. A general relationship is then derived whose solution allows us to determine the different characteristics of the guide and the number of modes supported by the guide.

A set of numerical results concerning the constants $\beta, k_c, \alpha_c, f_c$ are given. The obtained results show that the number of supported modes, the cut-off frequencies and the confinement of the electric field inside the substrate are strongly affected by the changing of the structural parameters of the guide.

Introduction Générale

1 INTRODUCTION

Les guides d'ondes diélectriques planaires sont des dispositifs clés pour construire des circuits optiques intégrés et des lasers à semi-conducteur. Ces derniers sont très demandés dans des applications de télécommunications. Généralement, un guide d'ondes diélectrique rectangulaire est constitué d'un cœur carré ou rectangulaire entouré d'un diélectrique d'indice de réfraction moindre que celui du cœur. L'onde électromagnétique se propage dans le guide d'ondes diélectrique, dans la direction z disant, par une réflexion interne totale à gauche et à droite des murs du substrat. De tels guides fournissent des modèles simples pour le mécanisme de confinement des ondes se propageant dans les fibres optiques.

Les champs, électrique et magnétique, sont confinés essentiellement à l'intérieur du substrat, cependant, ils existent aussi comme sous forme d'ondes évanescentes à l'extérieur de celui-ci, diminuant exponentiellement avec la distance à partir du substrat.

Dans ce travail, nous allons analyser et déterminer les différentes caractéristiques d'un guide d'ondes diélectrique rectangulaire. On déterminera en particulier la constante de propagation β , la constante de propagation de coupure k_c , la constante des pertes α_c et la fréquence de coupure f_c . Nous donneront aussi la distribution du champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur du substrat pour mieux voir le phénomène de confinement.

Pour cela, on utilisera des méthodes approximatives pour analyser et caractériser le guide d'ondes diélectrique. Malgré que ces méthodes sont qualifiées d'approximatives elles nous permettront d'investiguer complètement l'essentiel du mécanisme de transmission de l'onde lumineuse dans le guide d'ondes rectangulaire.

2 Organisation du mémoire

Ce mémoire est organisé en trois chapitres:

Dans le premier chapitre, nous présentons brièvement le concept des guides d'ondes. Nous donnons ainsi leur définition, leur principe de fonctionnement et leur domaine d'utilisation. Nous donnons aussi dans ce chapitre quelques types de guide d'ondes et enfin nous présentons les étapes principales pour l'analyse d'un guide d'ondes.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons en détail la formulation mathématique du problème. Nous commençons par donner les équations de Maxwell, où nous utiliserons la technique de décomposition transversale-longitudinale pour réécrire les équations de Maxwell dans une forme adéquate et arriver à écrire les équations de Helmholtz pour les composantes E_z et H_z . Ensuite, nous dérivons les équations qui donnent les solutions TEM, TE et TM dans les coordonnées cartésiennes. Enfin, pour le guide d'ondes diélectrique rectangulaire, nous détaillerons les solutions pour les modes TE pour la détermination de $\beta, k_c, \alpha_c, f_c$ et la distribution du champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur du substrat.

Dans le troisième chapitre, nous exposons les résultats numériques obtenus en termes des constantes $\beta, k_c, \alpha_c, f_c$ et de la distribution du champ électrique. Pour cela, nous donnerons quelques exemples pour illustrer la théorie développée dans le deuxième chapitre. En effet, nous étudierons l'effet des différents paramètres structurels du guide sur les performances de celui-ci. Ainsi nous donnerons des résultats pour la distribution du champ électrique et les différentes constantes $\beta, k_c, \alpha_c, f_c$ en changeant, notamment, a la demi-largeur du substrat, n_1, n_2 , les indices de réfraction du substrat et du diélectrique l'entourant respectivement et f la fréquence de travail.

Chapitre 1

Généralités sur les guides d'ondes

1. Introduction

Les ondes électromagnétiques sont aujourd'hui un moyen privilégié de transport de l'information. Évoluant en milieu libre pour les communications GSM, il est souvent nécessaire de les canaliser. Cette problématique naît dans de nombreuses situations comme dans les fibres optiques utilisées pour Internet ou dans les cartes mères d'ordinateurs. Ainsi le besoin de recourir à des structures qui permettent de guider ces ondes électromagnétique est évident.

1.1 Historique

La première structure pour les ondes directrices a été proposée par J.J. Thomson .en 1893, et a d'abord été testé expérimentalement par Oliver Lodge en 1894. La première analyse mathématique des ondes électromagnétiques dans un cylindre métallique a été réalisée par Lord Rayleigh en 1897 [1], [2]. Pour les ondes sonores, Lord Rayleigh a publié une analyse mathématique complète des modes de propagation dans son ouvrage fondamental, "La théorie du son [4]. L'étude de guides d'ondes diélectriques (comme les fibres optiques) a commencé dans les années 1920, par plusieurs personnes, dont les plus célèbres sont Rayleigh, Sommerfeld et Debye [3].

La fibre optique a commencé à recevoir une attention particulière dans les années 1960 en raison de son importance pour l'industrie des communications .

1.2 Définition d'un guide d'onde

Un guide d'ondes est une structure qui guide les ondes, tels que les ondes électromagnétiques ou des ondes sonores. Il existe différents types de guides d'ondes pour chaque type d'onde. L'original et la plus commune est un tube métallique conducteur creux utilisé pour transporter des ondes radio haute fréquence, en particulier les micro-ondes [4].

Un guide d'onde est un système qui sert à guider les ondes électromagnétiques ou les ondes acoustiques. Le guide d'onde est notamment utilisé en physique, en optique et en télécommunication.

Pour guider les ondes, le système est généralement constitué de deux matériaux différents. Il peut aussi être constitué d'un seul matériau avec un gradient d'indice. La technologie dépend du spectre électromagnétique des ondes que l'on veut guider :

- En optique, on peut utiliser une fibre optique ou un guide d'optique intégrée.
- En micro-ondes, on utilise des tuyaux métalliques à section souvent rectangulaires.
- En radiofréquences, on utilise des lignes de télégraphistes bifilaires, des lignes microstrip ou des câbles coaxiaux selon la taille du guide, celui-ci peut être monomode, c'est-à-dire qu'il ne supporte qu'un mode ou alors multi-mode, c'est-à-dire qu'il va supporter plusieurs modes. Un mode correspond à une configuration spatiale du champ électromagnétique.

Selon la répartition du champ, chaque mode voit un indice différent des matériaux constituant le guide d'onde dépendant de chaque mode. L'indice vu par chaque mode définit l'indice effectif [5].



Figure 1. Guide d'onde flexible de J-Band radar

1.3 Principe de fonctionnement

Les ondes dans l'espace ouvert se propagent dans toutes les directions, comme des ondes sphériques. De telle manière qu'ils perdent leur puissance proportionnellement au carré de la distance, c'est-à-dire à une distance R de la source, la puissance de la source est divisé par R^2 .

Les limites de guide d'ondes de l'onde à la propagation dans une dimension, de sorte que (dans des conditions idéales) l'onde ne perd pas de puissance tout en propageant.

Les Ondes sont confinées à l'intérieur du guide d'ondes due à une réflexion totale de la paroi de guide d'ondes, de telle sorte que la propagation à l'intérieur du guide d'ondes peut être décrite approximativement comme un "zigzag" entre les parois. Cette description est exacte pour des ondes électromagnétiques dans un tube métallique creux avec une section rectangulaire ou circulaire [6].

Selon la fréquence, des guides d'ondes peuvent être construits à partir des matériaux conducteurs ou diélectriques.

1.4 Les utilisations

Les utilisations de guides d'ondes pour transmettre des signaux étaient connues avant même que le terme a été inventé. Le phénomène de l'onde sonore guidée à travers un fil tendu ont été connus depuis longtemps, ainsi que du son à travers un tuyau creux comme une grotte ou un stéthoscope médical. D'autres utilisations de guides d'ondes sont en transmission de puissance entre les composants d'un système comme la radio, le radar ou les dispositifs optiques [7].

1.4.1 Exemples spécifiques

- Les fibres optiques transmettent la lumière et des signaux sur de longues distances et avec un débit de signal élevé.
- Dans un four à micro-ondes un guide d'ondes transfère la puissance du magnétron où les ondes sont formées, à la chambre de cuisson.
- Dans un radar, un guide d'ondes transfère l'énergie de fréquence radio depuis l'antenne, où l'impédance doit être identifiée pour la transmission de puissance efficace.
- Un guide d'onde appelée strip-line peuvent être créés sur une carte de circuit imprimé, et est utilisé pour transmettre des signaux micro-ondes sur la carte. Ce type de guide d'ondes n'est vraiment pas cher à fabriquer et est de petites dimensions qui s'adaptent à l'intérieur de cartes de circuits imprimés.
- les guides d'ondes sont utilisés dans des instruments scientifiques pour mesurer les propriétés optiques, acoustiques et élastiques des matériaux et des objets.
- Les guides d'ondes peuvent être mis en contact avec l'échantillon (comme dans une échographie médicale), au quel cas le guide d'ondes en sorte que la puissance de l'onde de test est conservée, ou l'échantillon peut être mis à l'intérieur des guides d'ondes (comme dans une mesure de la constante diélectrique), de sorte que les petits objets peuvent être testés et la précision est meilleure [8].

1.5 Une esquisse de l'analyse théorique

La Propagation des ondes électromagnétiques selon l'axe du guide d'ondes est décrite par l'équation d'onde, qui est dérivé à partir des équations de Maxwell, où la longueur d'onde dépend de la structure du guide d'ondes, ainsi que de la fréquence de l'onde. La distribution spatiale des champs électriques variant dans le temps et les champs magnétiques à l'intérieur du guide d'onde dépend de conditions aux limites imposées par la forme et les matériaux du guide d'ondes. Ces conditions aux limites permettent d'éliminer un nombre infini de solutions à l'équation des ondes, et ceux qui restent sont les solutions possibles à l'équation d'ondes à l'intérieur du guide d'ondes [9].

1.5.1 Modes de propagation et les fréquences de coupure

Un mode de propagation dans un guide d'onde est une solution de l'équation d'ondes ou, en d'autres termes, la forme de l'onde. En raison des contraintes imposées par les conditions aux limites, il n'y a que des fréquences limitées et des formes pour la fonction d'onde qui peut se propager dans le guide d'ondes. La plus basse fréquence dans lequel un certain mode peut se propager est la fréquence de coupure de ce mode. Le mode à la fréquence de coupure plus basse est le mode fondamental du guide d'ondes, et sa fréquence de coupure est la fréquence la plus grande pour laquelle il y a un mode qui se propage dans le guide [10].

1.6 Guides d'ondes optiques

Les guides d'ondes à des fréquences optiques sont généralement des guides d'ondes diélectriques, des structures dans lesquelles un matériau diélectrique à forte permittivité, et donc à haut indice de réfraction, est entouré par un matériau avec une permittivité inférieure. D'autres types de guide d'ondes optiques sont également utilisés, y compris les cristaux photoniques en fibre, qui guide les ondes par un plusieurs mécanismes distincts. Les guides sous la forme d'un tube creux avec une surface haute réfléchissante intérieure ont également été utilisés comme conducteurs de lumière pour des applications d'éclairage. Les surfaces intérieures peuvent être en métal poli, ou peut être recouverte d'un film multicouche que la lumière guide par réflexion de Bragg (ce qui est un cas particulier d'une fibre à cristaux photoniques) [11].

1.7 L'analyse

Les Guides d'ondes électromagnétiques sont analysés en résolvant les équations de Maxwell, ou leur forme réduite, l'équation d'onde électromagnétique, avec des conditions aux limites déterminées par les propriétés des matériaux et leurs interfaces. Ces équations ont des solutions multiples, ou des modes, qui sont des fonctions propres du système d'équations [12]. Chaque mode est caractérisé par une fréquence de coupure en dessous de laquelle le mode ne peut pas exister dans le guide. Le mode de propagation de guides d'ondes dépend de la longueur d'onde, la polarisation, la forme et la taille du guide. Le mode longitudinal d'un guide d'onde est un motif de règle particulière formée par ondes confinés dans la cavité. Les modes transverses sont classés en différents types:

- Modes TE (transverse électrique) n'ont pas de champ électrique dans la direction de propagation.
- Modes TM (transversal magnétique) n'ont pas de champ magnétique dans la direction de propagation.
- Modes TEM (électromagnétique transverse) n'ont pas de champ électrique, ni magnétique dans la direction de propagation.
- Modes hybrides ont tous deux composantes de champ électrique et magnétique dans la direction de propagation.

En guides d'ondes creux (seul conducteur), les ondes TEM ne sont pas possibles, car les équations de Maxwell donnera que le champ électrique doit alors avoir divergence nulle le champ au niveau des frontières est aussi nul (ou, de manière équivalente, avec des conditions aux limites ne garantissant que la solution triviale). Cependant, les ondes TEM peuvent se propager dans le câble coaxial, car il ya deux conducteurs. Le mode avec la fréquence la plus basse de coupure que l'on appelle le mode dominant du guide. Il est habituel de choisir la taille du guide de telle sorte que ce mode ne peut exister que dans la bande de fréquence de fonctionnement. En guides d'ondes rectangulaires et circulaires (tube creux), les modes dominants sont désignés par, le mode TE_{10} et TE_{11} , respectivement [13].

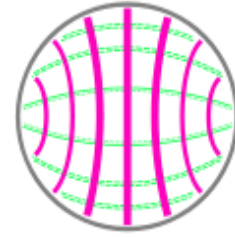
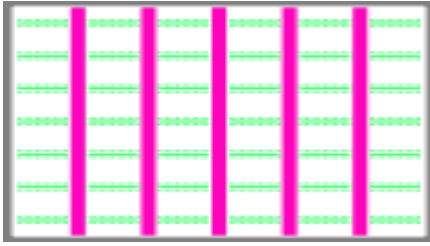


Figure 2. (a) Mode TE₁₀ d'un guide d'ondes rectangulaire

(b) Mode TE₁₁ d'un guide d'ondes circulaire

Guide d'onde	Bande de Fréquence	Fréquence recommandée Bande passante (GHz)	fréquence de coupure du mode le plus inférieur (GHz)	fréquence de coupure du prochain mode (GHz)	dimensions internes du guide (pouces)
WR650	L band	1.15 — 1.72	0.908	1.816	6.500 × 3.250
WR510		1.45 — 2.20	1.157	2.314	5.100 × 2.550
WR430		1.72 — 2.60	1.372	2.745	4.300 × 2.150
WR340	S band	2.20 — 3.30	1.736	3.471	3.400 × 1.700
WR284	S band	2.60 — 3.95	2.078	4.156	2.840 × 1.340 [†]
WR229	C band	3.30 — 4.90	2.577	5.154	2.290 × 1.145
WR187	C band	3.95 — 5.85	3.153	6.305	1.872 × 0.872 [†]
WR159	C band	4.90 — 7.05	3.712	7.423	1.590 × 0.795
WR137	C band	5.85 — 8.20	4.301	8.603	1.372 × 0.622 [†]
WR112	—	7.05 — 10.00	5.260	10.520	1.122 × 0.497 [†]
WR90	X band	8.20 — 12.40	6.557	13.114	0.900 × 0.400 [†]
WR75	—	10.00 — 15.00	7.869	15.737	0.750 × 0.375

Tableau 1.1. caractéristiques d'un guide d'onde

1.8 Les différents types des guides d'ondes :

Il y a plusieurs type de guide d'onde, les plus communs sont :

- Guide rectangulaire.
- Guide circulaire.
- Guide Câble coaxial.

1.8.1 Ondes électromagnétiques guidées : Guide rectangulaire

Dans ce cas, **G** est un guide d'onde rectangulaire :

- de section droite rectangulaire ($0 < x < a$, $0 < y < b$)
- supposé illimité dans la direction u_z
- parfaitement conducteur
- creux

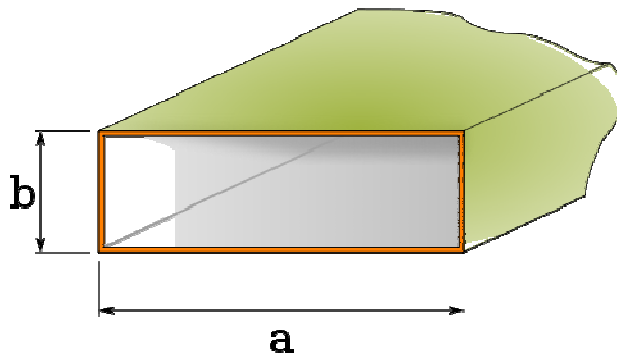


Figure 3. Guide d'ondes rectangulaire de dimensions $a \times b$

On souhaite propager dans ce guide une onde de pulsation ω . Son vecteur d'onde dans le vide a pour norme $k_0 = \frac{\omega}{c}$ et sa longueur d'onde dans le vide est $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega}$.

1.8.2 Etude des modes TE :

A) Quantification :

Supposons dans un premier temps le champ électrique polarisé rectilignement suivant l'axe Oy

$$\vec{E} = E(x, y)e^{j(kz - \omega t)}\vec{u}_y$$

On a vu que ce champ satisfaisait :

- l'équation $\text{div}(\vec{E}) = 0$
- l'équation $\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$

- les conditions aux limites. Le champ électrique étant suivant la direction \vec{u}_y , on a $E(x=0) = E(x=a) = 0$.

1.8.3 Propriétés du champ électrique propagé :

Le champ électrique est donc :

- progressif dans la direction \vec{u}_z
- stationnaire dans la direction \vec{u}_x
- quantifié par un entier m . Chaque valeur de m définit un **mode**, noté TE_{m0} . Indépendant en module de z . Ceci est dû à l'hypothèse de conducteur parfait, qui aboutit à une atténuation nulle.

1.8.4 Dispersion et coupure :

La quantification $k = \frac{m\pi}{a}$, $m \in N^*$ donne, pour un entier $m \in N^*$ donné, la relation de

$$\text{dispersion } k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2$$

Les modes propagés ont pour pulsation $\omega_{m0} = c\sqrt{k^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}$

1.8.5 Dispersion et coupure dans un guide d'ondes rectangulaire pour les modes TE_{m0} :

$$\text{Posons } (\omega_{m0})_c = \left(\frac{m\pi c}{a}\right).$$

La relation de dispersion devient $k^2 = \frac{\omega^2 - (\omega_{m0})_c^2}{c^2}$. Pour des valeurs de ω inférieures à $(\omega_{m0})_c$, on a $k^2 < 0$ et on obtient une onde évanescente. $(\omega_{m0})_c$ Joue donc le rôle de pulsation de coupure du guide d'ondes pour le mode TE_{m0} , qui se comporte comme un filtre passe-haut.

On remarque également que le guide d'onde est dispersif.

1.8.6 Vitesse de phase, vitesse de groupe :

Pour $\omega > (\omega_{m0})_c$, une onde progressive est susceptible de se propager.

La vitesse de phase vaut $v_\varphi = \frac{\omega}{k} = c / \sqrt{1 - \left(\frac{(\omega_{m0})_c}{\omega}\right)^2}$

La vitesse de groupe vaut $v_g = \frac{d\omega}{dk} = c \sqrt{1 - \left(\frac{(\omega_{m0})_c}{\omega}\right)^2}$

La vitesse de groupe est *inférieure* à c . La propagation est donc plus lente dans un guide que dans le vide.

1.9 Câble coaxial

Dans ce cas, \mathbf{G} est un guide d'ondes coaxial supposé illimité dans la direction \vec{u}_z constitué de deux conducteurs parfaits :

- un conducteur intérieur plein de rayon $r = r_0$
- un conducteur creux de rayon $r = a > r_0$

L'intérêt de ce guide multiplement connexe est de pouvoir propager des modes TEM.

1.9.1 Etude des modes TEM

a) Structure des ondes propagées

On suppose dans un premier temps que l'espace $r_0 \leq r \leq a$ est vide.

On souhaite propager dans ce guide une onde de pulsation ω . Son vecteur d'onde dans le vide a pour norme $k_0 = \frac{\omega}{c}$ et sa longueur d'onde dans le vide est

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega}.$$

Dans ces modes, on a $E_z = 0$, $B_z = 0$

On a vu au premier chapitre que ceci conduit à, $k = k_0 = \frac{\omega}{c}$ d'où $K=0$

Comme la relation de dispersion est linéaire, le guide coaxial est utile pour transporter des signaux sans distorsion.

En mode TEM, les champs ont la même forme que dans le cas statique. On obtient alors des lignes de champ :

- radiales pour le champ électrique : $E=E(r) u_r$
- ortho radiales pour le champ magnétique : $B=B(r) u_{\varphi}$

Localement, le champ électromagnétique dans un guide coaxial a la structure d'une onde plane.

Remarque

Contrairement aux guides creux vus précédemment, les modes que l'on peut propagé dans un guide coaxial ne sont pas quantifiés.

1.10 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons donné des définitions générales concernant les guides d'ondes en général et les guides d'ondes diélectriques en particulier. Nous avons aussi donné les différents types et méthodes d'analyse des guides d'ondes. Dans le chapitre qui suit, nous allons développer la théorie des guides d'ondes diélectriques et dériver les différentes équations qui modèlent la structure étudiée.

Chapitre 2

Formulation théorique

2.1 Introduction

Les guides d'ondes sont utilisés pour transporter, efficacement, de l'énergie électromagnétique d'un point de l'espace à un autre. Quelques types communs de guides d'ondes sont montrés dans la figure 2.1. Ils incluent le câble coaxiale, les lignes bifilaire, les lignes microrubans (microstrip), les guides d'ondes rectangulaires et les fibres optiques.

En pratique, le choix de la structure est dicté par : (a) la bande de fréquence d'opération désirée, (b) le taux de puissance à transmettre et (c) le taux des pertes en transmission qu'il peut tolérer.

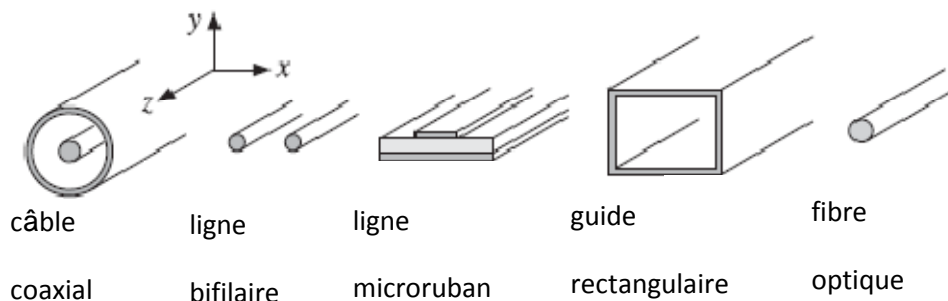


Figure 2.1. Structures typiques de guides d'ondes.

Les câbles coaxiaux sont largement utilisés pour les interconnexions entre les différents composants RF. Ils sont adaptés pour des fréquences d'opération au-dessous de 3 GHz. Au-dessus de cette fréquence, les pertes deviennent très excessives. Comme exemple, les pertes sont de 3 dB par 100 m à 100 MHz, mais 10dB/100 m à 1 GHz et 50dB/100 m à 10 GHz. Les puissances mis en jeu sont de l'ordre d'un kilowatt à 100 MHz, mais seulement 200 W à 2 GHz. Cependant, il existe des câbles coaxiaux courts en longueur qui peuvent opérer dans l'intervalle des 40 GHz [16].

Une autre problématique, est le fonctionnement monomode de la ligne. Pour les fréquences plus élevées, pour éviter l'enclenchement d'ordres supérieurs, les diamètres des conducteurs coaxiaux doivent être réduits ce qui mène à une diminution du taux de puissance que peut transmettre le câble coaxial.

Les lignes bifilaires ne sont pas utilisées pour des applications à fréquences micro-ondes, car elles ne sont pas blindées et elles peuvent rayonner. Une application typique de ces lignes

est la connexion des antennes indoor aux récepteurs TV. Les lignes microrubans (microstrip) sont largement utilisées dans circuits intégrés micro-onde.

Les guides d'ondes rectangulaires sont habituellement utilisés pour transmettre des taux élevés de puissance micro-ondes à des fréquences supérieures à 3 GHz. Par exemple à 5 GHz, la puissance transmise doit être 1 MWatt est l'atténuation seulement 4 dB/100 m.

Les fibres optiques opèrent à des fréquences optiques, ce qui permet une très large bande passante. Leurs pertes sont très réduites, typiquement, 0.2 dB/km. La puissance transmise est de l'ordre de milliwatts.

2.2 Décomposition Longitudinal-Transverse

Dans un système de guide d'ondes, on cherche les solutions des équations de Maxwell qui se propagent le long de la direction guidée (direction z) et qui sont confinées au voisinage de la structure guidée. Ainsi, les champs électrique et magnétique sont assumés avoir la forme :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(x, y, z, t) &= \mathbf{E}(x, y) e^{j\omega t - j\beta z} \\ \mathbf{H}(x, y, z, t) &= \mathbf{H}(x, y) e^{j\omega t - j\beta z}\end{aligned}\tag{1}$$

où β est la constant de propagation le long de la direction du guide. La longueur d'onde correspondante, appelée la longueur d'onde du guide est dénotée par $\lambda_g = 2\pi/\beta$.

La relation précise entre ω et β dépend du type de la structure du guide d'ondes et le mode de propagation considéré. A cause du confinement des champs dans les directions transverses (les direction x,y), ils ne peuvent pas être uniformes (excepté dans des le cas de structures très simples) et ils doivent avoir une dépendance non-triviale par rapport aux coordonnées x et y . Dans ce qui suit, nous dérivons des équations pour les amplitudes phaseurs $\mathbf{E}(x, y)$ et $\mathbf{H}(x, y)$.

A cause du rôle préférentiel que joue la direction guidée z , il est plus commode de décomposer les équations de Maxwell en des composantes *longitudinales*, i.e. le long de la direction z , et des composantes *transverses*, le long des directions x, y . Alors on a :

$$\mathbf{E}(x, y) = \underbrace{\hat{\mathbf{x}}E_x(x, y) + \hat{\mathbf{y}}E_y(x, y)}_{\text{transverse}} + \underbrace{\hat{\mathbf{z}}E_z(x, y)}_{\text{longitudinal}} \equiv \mathbf{E}_T(x, y) + \hat{\mathbf{z}}E_z(x, y) \quad (2)$$

De façon similaire, on décompose l'opérateur gradient comme suit :

$$\nabla = \underbrace{\hat{\mathbf{x}}\partial_x + \hat{\mathbf{y}}\partial_y}_{\text{transverse}} + \hat{\mathbf{z}}\partial_z = \nabla_T + \hat{\mathbf{z}}\partial_z = \nabla_T - j\beta\hat{\mathbf{z}} \quad (3)$$

Où on a remplacé ∂_z par $-j\beta$. En introduisant ces décompositions dans les équations de Maxwell dans une région sans sources, on aura :

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -j\omega\mu\mathbf{H} & (\nabla_T - j\beta\hat{\mathbf{z}}) \times (\mathbf{E}_T + \hat{\mathbf{z}}E_z) &= -j\omega\mu(\mathbf{H}_T + \hat{\mathbf{z}}H_z) \\ \nabla \times \mathbf{H} &= j\omega\varepsilon\mathbf{E} \Rightarrow & (\nabla_T - j\beta\hat{\mathbf{z}}) \times (\mathbf{H}_T + \hat{\mathbf{z}}H_z) &= j\omega\varepsilon(\mathbf{E}_T + \hat{\mathbf{z}}E_z) \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 & (\nabla_T - j\beta\hat{\mathbf{z}}) \cdot (\mathbf{E}_T + \hat{\mathbf{z}}E_z) &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0 & (\nabla_T - j\beta\hat{\mathbf{z}}) \cdot (\mathbf{H}_T + \hat{\mathbf{z}}H_z) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

où ε, μ sont les permittivités du milieu dans lequel les champs évoluent. Pour le moment ce milieu est considéré sans pertes

On note que $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{z}} = 1, \hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{z}} = 0, \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_T = 0, \hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla_T E_z = 0$ et que $\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T$ et $\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z$ sont transverses, tandis que $\nabla_T \times \mathbf{E}_T$ est longitudinal. En effet, on a :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T &= \hat{\mathbf{z}} \times (\hat{\mathbf{x}}E_x + \hat{\mathbf{y}}E_y) = \hat{\mathbf{y}}E_x - \hat{\mathbf{x}}E_y \\ \nabla_T \times \mathbf{E}_T &= (\hat{\mathbf{x}}\partial_x + \hat{\mathbf{y}}\partial_y) \times (\hat{\mathbf{x}}E_x + \hat{\mathbf{y}}E_y) = \hat{\mathbf{z}}(\partial_x E_y - \partial_y E_x) \end{aligned}$$

En utilisant ces propriétés et en égalant les quantités longitudinales et transverses des deux cotés de l'Eq. (4), on obtient l'ensemble d'équations de Maxwell équivalent suivant :

$$\begin{aligned}
\nabla_T E_z \times \hat{\mathbf{z}} - j\beta \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T &= -j\omega\mu \mathbf{H}_T \\
\nabla_T H_z \times \hat{\mathbf{z}} - j\beta \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H}_T &= -j\omega\mu \mathbf{E}_T \\
\nabla_T \times \mathbf{E}_T + j\omega\mu \hat{\mathbf{z}} H_z &= 0 \\
\nabla_T \times \mathbf{H}_T - j\omega\varepsilon \hat{\mathbf{z}} E_z &= 0 \\
\nabla_T \cdot \mathbf{E}_T - j\beta E_z &= 0 \\
\nabla_T \cdot \mathbf{H}_T - j\beta H_z &= 0
\end{aligned} \tag{5}$$

Selon le cas où les deux, l'une ou aucune des deux composantes longitudinales sont nulles, on classe les solutions comme transverse électrique et magnétique (TEM), transverse électrique (TE), transverse magnétique TM ou hybride :

$$\begin{aligned}
E_z = 0, H_z = 0, & \text{ modes TEM} \\
E_z = 0, H_z \neq 0, & \text{ modes TE ou H} \\
E_z \neq 0, H_z = 0, & \text{ modes TM ou E} \\
E_z \neq 0, H_z \neq 0, & \text{ modes hybrides ou HE ou EH}
\end{aligned}$$

Dans le cas des modes TEM, qui est le mode dominant dans les lignes de transmission à deux conducteurs tels que le câble coaxial, les champs sont purement transverses et la solution de l'Eq. (5) se réduit à un problème électrostatique à deux dimensions.

Dans tous les autres cas, au moins une des composantes longitudinales des champs E_z, H_z est non nulle. Il est, alors, possible d'exprimer les composantes transverses du champ $\mathbf{E}_T, \mathbf{H}_T$ en fonction des composantes longitudinales E_z, H_z .

En formant le produit vectorielle de la deuxième équation du système (5) avec $\hat{\mathbf{z}}$ et en utilisant l'identité vectorielle BAC-CAB, $\hat{\mathbf{z}} \times (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H}_T) = \hat{\mathbf{z}} \cdot (\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_T) - \mathbf{H}_T \cdot (\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{z}}) = -\mathbf{H}_T$, et similairement, $\hat{\mathbf{z}} \times (\nabla_T H_z \times \hat{\mathbf{z}}) = \nabla_T H_z$, nous obtenons :

$$\nabla_T H_z + j\beta \mathbf{H}_T = j\omega\varepsilon \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T$$

Alors, les deux premières équations de (5), peuvent être considérées comme un système à deux équations avec les deux inconnues $\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T$ et \mathbf{H}_T , soit,

$$\begin{aligned}\beta \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T - \omega \mu \mathbf{H}_T &= j \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z \\ \omega \varepsilon \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T - \beta \mathbf{H}_T &= -j \nabla_T H_z\end{aligned}\quad (6)$$

La solution de ce système est donnée par :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z - \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \nabla_T H_z \\ \mathbf{H}_T &= -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z - \frac{j\beta}{k_c^2} \nabla_T H_z\end{aligned}\quad (7)$$

où on définit la constante de propagation de coupure k_c par :

$$k_c^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - \beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 = k^2 - \beta^2 \quad (\text{constante de propagation de coupure}) \quad (8)$$

La quantité $k = \omega/c = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ est la constante de propagation que doit avoir une onde plane uniforme dans un milieu de propagation ε, μ .

Autres définitions concernant la *fréquence de coupure* et la *longueur d'onde de coupure* sont données par :

$$\omega_c = ck_c, \quad \lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} \quad (\text{fréquence et longueur d'onde de coupure}) \quad (9)$$

On peut alors exprimer β en fonctions de ω et ω_c , ou ω en fonction de β et ω_c . Prenons la racine positive de la racine carrée de (8), on aura :

$$\beta = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_c^2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} \text{ et } \omega = \sqrt{\omega_c^2 + \beta^2 c^2} \quad (10)$$

Souvent, l'Eq. (10) est exprimée en fonction de la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k = 2\pi c/\omega$, $\lambda_c = 2\pi/k_c$, et $\lambda_g = 2\pi/\beta$. Il s'ensuit à partir de $k^2 = k_c^2 + \beta^2$ que

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2} \Rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_c^2}}} \quad (11)$$

Notons que λ est reliée à la longueur d'onde de l'espace libre $\lambda_0 = 2\pi c_0/\omega = c_0/f$ par l'indice de réfraction du matériau diélectrique $\lambda = \lambda_0/n$.

Il est commode à ce stade d'introduire les *impédances transverses* pour les modes TE et TM par les définitions suivantes :

$$\eta_{TE} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \eta \frac{\omega}{\beta c}, \quad \eta_{TM} = \frac{\beta}{\omega\epsilon} = \eta \frac{\beta c}{\omega} \quad (\text{impédances TE et TM}) \quad (12)$$

où l'impédance du milieu est $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$, de telle façon que $\eta/c = \mu$ et $\eta c = 1/\epsilon$. On note les propriétés suivantes :

$$\eta_{TE}\eta_{TM} = \eta^2, \quad \frac{\eta_{TE}}{\eta_{TM}} = \frac{\omega^2}{\beta^2 c^2} \quad (13)$$

Du moment $\frac{\beta c}{\omega} \sqrt{1 - \omega_c^2 / \omega^2}$, que on peut aussi écrire :

$$\eta_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}}, \quad \eta_{TM} = \eta \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} \quad (14)$$

avec ces définitions, on peut écrire l'Eq. (7) comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} (\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z + \eta_{TE} \nabla_T H_z) \\ \mathbf{H}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \left(\frac{1}{\eta_{TM}} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z + \nabla_T H_z \right) \end{aligned} \quad (15)$$

En utilisant le résultat $\hat{\mathbf{z}} \times (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T) = -\mathbf{E}_T$, on trouve \mathbf{E}_T et \mathbf{H}_T , par :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} (\nabla_T E_z - \eta_{TE} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T H_z) \\ \mathbf{H}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} (\nabla_T H_z + \eta_{TM} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z) \end{aligned} \quad (16)$$

Une autre manière alternative et utile d'écrire ces équations est de former les combinaisons linéaires suivantes, qui sont équivalentes à l'Eq. (6) :

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_T - \frac{1}{\eta_{TM}} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T &= \frac{j}{\beta} \nabla_T H_z \\
\mathbf{E}_T - \eta_{TE} \mathbf{H}_T \times \hat{\mathbf{z}} &= \frac{j}{\beta} \nabla_T E_z
\end{aligned} \tag{17}$$

Jusqu'à maintenant, nous avons utilisé seulement les deux premières équations de Maxwell (5) et exprimé \mathbf{E}_T et \mathbf{H}_T , en fonction de E_z et H_z . En utilisant l'Eq. (16), il est facile de montrer que les membres à gauche des équations restantes des Eqs. (5) prennent les formes :

$$\begin{aligned}
\nabla_T \times \mathbf{E}_T + j\omega\mu\hat{\mathbf{z}}H_z &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \hat{\mathbf{z}} (\nabla_T^2 H_z + k_c^2 H_z) \\
\nabla_T \times \mathbf{H}_T - j\omega\varepsilon\hat{\mathbf{z}}E_z &= -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2} \hat{\mathbf{z}} (\nabla_T^2 E_z + k_c^2 E_z) \\
\nabla_T \cdot \mathbf{E}_T - j\beta E_z &= -\frac{j\beta}{k_c^2} (\nabla_T^2 E_z + k_c^2 E_z) \\
\nabla_T \cdot \mathbf{H}_T - j\beta H_z &= -\frac{j\beta}{k_c^2} (\nabla_T^2 H_z + k_c^2 H_z)
\end{aligned}$$

où ∇_T^2 est l'opérateur Laplacien à deux dimensions :

$$\nabla_T^2 = \nabla_T \cdot \nabla_T = \partial_x^2 + \partial_y^2 \tag{18}$$

Et on a utilisé les identités vectorielles

$$\nabla_T \times \nabla_T E_z = 0, \quad \nabla_T \times (\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T H_z) = \hat{\mathbf{z}} \nabla_T^2 H_z, \quad \nabla_T \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T H_z) = 0$$

Il s'ensuit que pour satisfaire toutes les quatre dernières équations du système (5), il est nécessaire que les champs longitudinaux $E_z(x, y)$, $H_z(x, y)$ satisfassent les équations de Helmholtz à deux dimensions :

$$\begin{aligned}\nabla_T^2 E_z + k_c^2 E_z &= 0 \\ \nabla_T^2 H_z + k_c^2 H_z &= 0\end{aligned}\tag{19}$$

Ces équations à résoudre vont être soumises aux *conditions aux limites appropriées* pour chaque type de guide d'ondes. Une fois les champs E_z, H_z sont déterminés, les champs transversaux $\mathbf{E}_T, \mathbf{H}_T$ sont calculés à partir de l'Eq. (16), ce que résulte en une solution complète des équations de Maxwell pour la structure guidant.

Les coupes transversales d'un système de guide d'ondes pratique, possède habituellement une symétrie cartésienne ou une symétrie cylindrique, tels que le guide d'ondes rectangulaire et le câble coaxial. Ci-dessous, on donnera la forme des solutions citées ci-dessus dans les coordonnées cartésiennes.

Coordonnées cartésiennes

La version cartésienne des Eqs. (16) et (19) est directe. En utilisant l'identité $\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T H_z = \hat{\mathbf{y}} \partial_x H_z - \hat{\mathbf{x}} \partial_y H_z$, on obtient pour les composantes longitudinales :

$$\begin{aligned}(\partial_x^2 + \partial_y^2) E_z + k_c^2 E_z &= 0 \\ (\partial_x^2 + \partial_y^2) H_z + k_c^2 H_z &= 0\end{aligned}\tag{20}$$

L'Eq. (16) devient pour les composantes transverses :

$$\begin{aligned}
E_x &= -\frac{j\beta}{k_c^2}(\partial_x E_z + \eta_{TE} \partial_y H_z) \\
E_y &= -\frac{j\beta}{k_c^2}(\partial_y E_z - \eta_{TE} \partial_x H_z) \\
H_x &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \left(\partial_x H_z - \frac{1}{\eta_{TM}} \partial_y H_z \right) \\
H_y &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \left(\partial_y H_z + \frac{1}{\eta_{TM}} \partial_x H_z \right)
\end{aligned} \tag{21}$$

2.3 Transfert de puissance et atténuation

Les solutions pour le champ électromagnétique étant déterminées, le taux de la puissance transmise le long du guide ainsi que les pertes de transmissions peuvent être calculés. La puissance totale véhiculée par les champs de la direction du guide est obtenue en intégrant la composante z du vecteur de Poynting à travers l'aire de section du guide :

$$P_T = \int_S \mathfrak{R}_z dS, \text{ avec } \mathfrak{R}_z = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} \tag{22}$$

Il est facilement vérifiable que seulement les composantes transverses des champs contribuent au flux de la puissance, alors \mathfrak{R}_z peut être écrite sous la forme :

$$\mathfrak{R}_z = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_T \times \mathbf{H}_T^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} \tag{23}$$

Pour des guides d'ondes à murs conducteurs, les pertes de transmission sont dues essentiellement aux pertes ohmiques dans (a) les conducteurs et (b) le milieu diélectrique remplissant l'espace entre les conducteurs et dans lequel les champs se propagent. Dans les guides d'ondes diélectriques, les pertes sont dues aux absorptions et à la diffusion par les imperfections.

Les pertes de transmission peuvent être quantifiées en remplaçant la constante de propagation β par sa version complexe $\beta_c = \beta - j\alpha$, où α est la constante d'atténuation. La dépendance en z de toutes les composantes du champ est remplacée par :

$$e^{-j\beta z} \rightarrow e^{-j\beta_c z} = e^{-(\alpha + j\beta)z} = e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \quad (24)$$

La quantité α est la somme des constantes d'atténuation dues aux différents mécanismes de perte. Par exemple, si α_d et α_c sont les atténuations dues aux pertes ohmiques dans le diélectrique et dans les murs métalliques, respectivement, alors

$$\alpha = \alpha_d + \alpha_c \quad (25)$$

Les pertes ohmiques peuvent être exprimées soit par son tangent de pertes ; $\tan \delta$, ou par sa conductivité σ_d – les deux étant reliées par $\sigma_d = \omega \epsilon \tan \delta$. Le constant diélectrique effectif du milieu est donc $\epsilon(\omega) = \epsilon - j\sigma_d/\omega = \epsilon(1 - j \tan \delta)$. La constante de propagation complexe correspondante β_c est obtenue par le remplacement :

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - k_c^2} \rightarrow \beta_c = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon(\omega) - k_c^2}$$

Pour les diélectriques faiblement conducteurs, on utilise l'approximation :

$$\beta_c = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon \left(1 - j \frac{\sigma_d}{\omega \epsilon}\right) - k_c^2} = \sqrt{\beta^2 - j \omega \mu \sigma_d} = \beta \sqrt{1 - j \frac{\omega \mu \sigma_d}{\beta^2}} \approx \beta - j \frac{1}{2} \sigma_d \frac{\omega \mu}{\beta}$$

En utilisant la définition $\eta_{TE} = \omega \mu / \beta$, on obtient pour la constante d'atténuation :

$$\alpha_d = \frac{1}{2} \sigma_d \eta_{TE} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\beta c^2} \tan \delta = \frac{\omega \tan \delta}{2c \sqrt{1 - \omega_c^2 / \omega^2}} \quad (26)$$

Les pertes dans les conducteurs sont plus complexes à calculer. Dans la pratique, la procédure approximative suivante est adéquate. Premièrement, les champs sont déterminés sur l'hypothèse que les conducteurs sont parfaits.

Deuxièmement, les champs magnétiques sur les surfaces des conducteurs sont déterminés et les courants induits correspondants sont calculés par $\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}$, où $\hat{\mathbf{n}}$ est la normale sortante du conducteur.

Troisièmement, les pertes ohmiques par unité de surface du conducteur sont calculées par l'Eq. (27). La Figure 2.2 montre une aire infinitésimale d'un conducteur $dA = dl dz$, où dl est le long de la périphérie de la section du conducteur. On a alors :

$$\frac{dP_{\text{pertes}}}{dA} = \frac{dP_{\text{pertes}}}{dl dz} = \frac{1}{2} R_s |\mathbf{J}_s|^2 \quad (27)$$

où R_s est la résistance de surface du conducteur donnée par :

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} = \eta \sqrt{\frac{\omega \epsilon}{2\sigma}} = \frac{1}{2} \delta \omega \mu, \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} = \text{profondeur de pau} \quad (28)$$

En intégrant l'Eq. (27) à travers la périphérie du conducteur on aura les pertes de puissance par unité de longueur z due aux conducteurs. En ajoutant des termes similaires pour tous les conducteurs, nous aurons les pertes de puissance totales par unité de longueur z :

$$P'_{pertes} = \frac{dP_{pertes}}{dz} = \int_{C_a} \frac{1}{2} R_s |\mathbf{J}_s|^2 dl + \int_{C_b} \frac{1}{2} R_s |\mathbf{J}_s|^2 dl \quad (29)$$

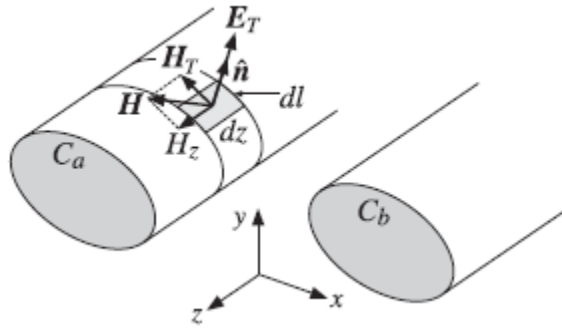


Figure 2.2. Les surfaces du conducteurs absorbent de la puissance à partir des

où C_a et C_b indiquent les périphéries des conducteurs. Finalement, le coefficient d'atténuation correspondant est calculé à partir de l'équation :

$$\alpha_c = \frac{P'_{pertes}}{2P_T} \quad (\text{pertes conducteurs}) \quad (30)$$

2.4 Les modes TEM, TE et TM

La solution générale décrite par les Eqs. (16) et (19) est une solution hybride avec les composantes E_z et H_z non nulles. Ici on va voir les formes spécifiques de ces équations dans les cas des modes TEM, TE et TM.

Une propriété commune de ces trois modes est que les champs transverses $\mathbf{E}_T, \mathbf{H}_T$ sont reliés entre eux de la même manière que dans le cas d'une onde plane se propageant le long de la direction z , i.e. ils sont perpendiculaires entre eux, leur produit vectoriel se pointe dans la direction z et ils vérifient :

$$\mathbf{H}_T = \frac{1}{\eta_T} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T \quad (31)$$

où η_T est l'impédance transverse du mode particulier, soit, η , η_{TE} , η_{TM} dans les cas TEM, TE et TM.

Dans ce cas l'Eq. (23) devient :

$$\Re_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E}_T \times \mathbf{H}_T^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{2\eta_T} |\mathbf{E}_T|^2 = \frac{1}{2} \eta_T |\mathbf{H}_T|^2 \quad (32)$$

Modes TEM

Dans les modes TEM, E_z et H_z s'annulent et les champs sont complètement transverses. Donc on pose $E_z = H_z = 0$ dans les équations de Maxwell (5) ou dans (16) ou (17).

On obtient alors la condition $k_c^2 = 0$, ou $\omega = \beta c$. Par exemple. Par conséquent η_{TE}, η_{TM} sont égales à l'impédance du milieu η . Ainsi, les champs électrique et magnétique doivent satisfaire :

$$\mathbf{H}_T = \frac{1}{\eta_T} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T \quad (33)$$

Ces conditions sont les mêmes que pour le cas d'une onde plane, excepté que les champs ici ne sont pas uniformes et qui auront une dépendance triviale en x, y . Le champ électrique \mathbf{E}_T est déterminé à partir des restantes des Eqs (5), soit :

$$\begin{aligned}\nabla_T \times \mathbf{E}_T &= 0 \\ \nabla_T \cdot \mathbf{E}_T &= 0\end{aligned}\quad (34)$$

Ces équations sont représentatives d'un problème d'électrostatique à deux dimensions. Une fois la solution électrostatique est trouvée, $\mathbf{E}_T(x, y)$, le champ magnétique est calculé à partir de l'Eq. (24). Les champs variant dans le temps sont donnés par l'Eq. (1), avec $\omega = \beta c$.

A cause de la relation entre \mathbf{E}_T et \mathbf{H}_T , le vecteur de Poynting \mathfrak{R}_z de l'Eq. (23) devient :

$$\mathfrak{R}_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E}_T \times \mathbf{H}_T^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{2\eta} |\mathbf{E}_T|^2 = \frac{1}{2} \eta |\mathbf{H}_T|^2 \quad (35)$$

Modes TE

Les modes TE sont caractérisés par la condition $E_z = 0$ et $H_z \neq 0$. Il s'ensuit à partir de la deuxième équation des Eqs. (17) que \mathbf{E}_T est complètement déterminé à partir de \mathbf{H}_T , soit, $\mathbf{E}_T = \eta_{TE} \mathbf{H}_T \times \hat{\mathbf{z}}$.

Le champ \mathbf{H}_T est déterminé à partir de la deuxième équation du système (16). Alors, toutes les composantes du champ pour les modes TE sont obtenues à partir des équations :

$$\begin{aligned}\nabla_T^2 H_z + k_c^2 H_z &= 0 \\ \mathbf{H}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \nabla_T H_z \quad (\text{modes TE}) \\ \mathbf{E}_T &= \eta_{TE} \mathbf{H}_T \times \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}\quad (36)$$

La relation de \mathbf{E}_T et \mathbf{H}_T est identique à celle d'une onde plane se propageant dans la direction z , excepté que l'impédance de l'onde est remplacée par η_{TE} . Le vecteur de Poynting de l'Eq. (23) prend alors la forme :

$$\Re_z = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_T \times \mathbf{H}_T^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{2\eta_{TE}} |\mathbf{E}_T|^2 = \frac{1}{2} \eta_{TE} |\mathbf{H}_T|^2 = \frac{1}{2} \eta_{TE} \frac{\beta^2}{k_c^4} |\nabla_T H_z|^2 \quad (37)$$

La version cartésienne de l'Eq. (36) est donnée par :

$$\begin{aligned} (\partial_x^2 + \partial_y^2) H_z + k_c^2 H_z &= 0 \\ H_x &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \partial_x H_z, \quad H_y = -\frac{j\beta}{k_c^2} \partial_y H_z \\ E_x &= \eta_{TE} H_y, \quad E_y = -\eta_{TE} H_x \end{aligned} \quad (38)$$

Modes TM

Les modes TM sont caractérisés par la condition $H_z = 0$ et $E_z \neq 0$. Il s'ensuit à partir de la première équation des Eqs. (17) que \mathbf{H}_T est complètement déterminé à partir de \mathbf{E}_T , soit, $\mathbf{H}_T = \eta_{TM}^{-1} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T$.

Le champ \mathbf{E}_T est déterminé à partir de la première équation du système (16). Alors, toutes les composantes du champ pour les modes TM sont obtenues à partir des équations qui sont duales aux équations (36) du mode TE :

$$\begin{aligned}
\nabla_T^2 E_z + k_c^2 E_z &= 0 \\
\mathbf{E}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \nabla_T E_z \quad (\text{modes TM}) \\
\mathbf{H}_T &= \frac{1}{\eta_{TM}} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T
\end{aligned} \tag{39}$$

Une autre fois La relation de \mathbf{E}_T et \mathbf{H}_T est identique à celle d'une onde plane se propageant dans la direction z, mais l'impédance de l'onde maintenant est η_{TM} . Le vecteur de Poynting prend la forme

$$\Re_z = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_T \times \mathbf{H}_T^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{2\eta_{TM}} |\mathbf{E}_T|^2 = \frac{1}{2} \eta_{TM} |\mathbf{H}_T|^2 = \frac{1}{2\eta_{TM}} \frac{\beta^2}{k_c^4} |\nabla_T E_z|^2 \tag{40}$$

2.5 Guides d'ondes diélectriques

Un guide d'ondes diélectrique est constitué d'une couche mince d'une certaine épaisseur, soit par exemple 2a, comme montré dans la Figure 2.3. La propagation de l'onde, le long de la direction de propagation z, est réalisée par la réflexion interne totale à partir des murs gauche et droit du diélectrique. Des tels guides d'ondes fournissent un modèle simple pour le mécanisme de confinement des ondes se propageant dans les fibres optiques.

Les champs sont essentiellement confinés à l'intérieur du diélectrique, cependant, ils existent aussi comme des ondes évanescentes à l'extérieur de celui-ci, diminuant exponentiellement avec la distance au diélectrique. La Figure 2.3. montre un diagramme du champ électrique typique en fonction de x.

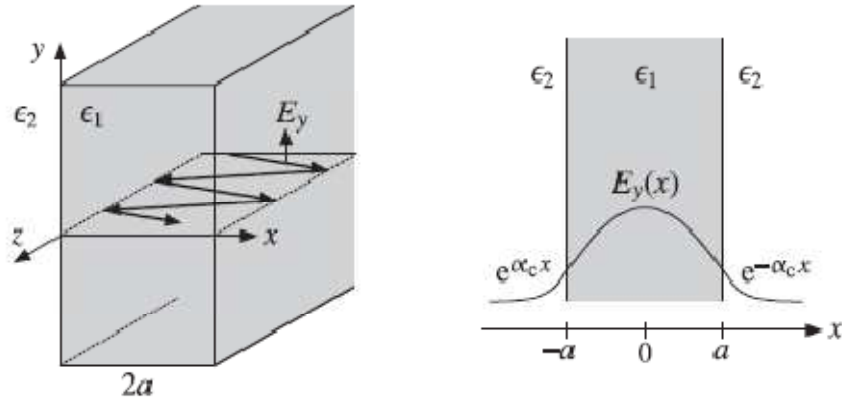


Figure 2.3. Guide d'ondes diélectrique

Par souci de simplicité, on assume que le milieu à gauche et à droite du diélectrique est le même. Pour garantir la réflexion interne totale, les constantes diélectriques à l'intérieur et à l'extérieur du diélectrique doivent satisfaire $\epsilon_1 > \epsilon_2$, et similairement pour les indices de réfraction, $n_1 > n_2$.

On cherche les solutions pour le mode TE qui dépendent seulement de la coordonnée x . La constante de propagation de coupure k_c qui apparaît dans l'équation de Helmholtz pour $H_z(x)$ dépend de la constante diélectrique du milieu, $k_c^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \beta^2$. Par conséquent, k_c^2 prend des valeurs différentes à l'intérieur et à l'extérieur du guide :

$$\begin{aligned} k_{c1}^2 &= \omega^2 \epsilon_1 \mu_0 - \beta^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 n_1^2 - \beta^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 \quad (\text{intérieur}) \\ k_{c2}^2 &= \omega^2 \epsilon_2 \mu_0 - \beta^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 n_2^2 - \beta^2 = k_0^2 n_2^2 - \beta^2 \quad (\text{extérieur}) \end{aligned} \quad (41)$$

où $k_0 = \omega/c_0$ est la constante d'onde pour l'espace libre. On note que ω , β sont les mêmes à l'intérieur et à l'extérieur du guide. Ceci découle à partir des conditions aux limites pour les champs tangentiels à chaque instant t et pour tous les points z le long des murs du diélectrique. Les équations de Helmholtz correspondantes, dans les régions intérieur et extérieur au diélectrique, sont :

$$\begin{aligned}\partial_x^2 H_z(x) + k_{c1}^2 H_z(x) &= 0 \quad \text{pour } |x| \leq a \\ \partial_x^2 H_z(x) + k_{c2}^2 H_z(x) &= 0 \quad \text{pour } |x| \geq a\end{aligned}\tag{42}$$

A l'intérieur du diélectrique, les solutions sont $\sin k_{c1}x$ et $\cos k_{c1}x$ et à l'extérieur, $\sin k_{c2}x$, ou de façon équivalente, $e^{\pm jk_{c2}x}$. Pour que les champs restent confiner au voisinage du diélectrique, la quantité k_{c2} doit être *imaginaire*, car si elle est réelle, les champs se verront propager à une distance x loin du diélectrique (elles correspondent à des rayons réfractés de l'intérieur vers l'extérieur.)

Si on pose $k_{c2} = -j\alpha_c$, les solutions à l'extérieur seront de la forme $e^{\pm\alpha_c x}$. Si α_c est positive, alors seulement la solution $e^{-\alpha_c x}$ est physiquement acceptable à la droite du diélectrique, $x \geq a$, et seulement $e^{+\alpha_c x}$ à la gauche, $x \leq -a$. Ainsi, les champs s'atténuent exponentiellement avec la distance transverse x , et existe effectivement dans une distance de profondeur de peau de $1/\alpha_c$ loin du diélectrique. Posons $k_{c1} = k_c$ et $k_{c2} = -j\alpha_c$ et, les Eqs (41) deviennent dans ces nouvelles notations :

$$\begin{aligned}k_c^2 &= k_0^2 n_1^2 - \beta^2 & k_c^2 &= k_0^2 n_1^2 - \beta^2 \\ & \Rightarrow & & \\ -\alpha_c^2 &= k_0^2 n_2^2 - \beta^2 & \alpha_c^2 &= \beta^2 - k_0^2 n_2^2\end{aligned}\tag{43}$$

Similairement, les Eqs. (42) deviennent :

$$\begin{aligned}\partial_x^2 H_z(x) + k_c^2 H_z(x) &= 0 \quad \text{pour } |x| \leq a \\ \partial_x^2 H_z(x) - \alpha_c^2 H_z(x) &= 0 \quad \text{pour } |x| \geq a\end{aligned}\tag{44}$$

les deux solutions $\sin k_{c1}x$ et $\cos k_{c1}x$ à l'intérieur du guide donne lieu à ce que l'on appelle les modes TE paires et impaires (en se référant à la parité du champ résultant.)

Pour les *modes paires*, les solutions des Eqs. (44) ont la forme :

$$H_z(x) = \begin{cases} H_1 \sin k_c x, & \text{si } -a \leq x \leq a \\ H_2 e^{-\alpha_c x}, & \text{si } x \geq a \\ H_3 e^{\alpha_c x}, & \text{si } x \leq -a \end{cases} \quad (45)$$

Les composantes x correspondantes, H_x sont obtenues en appliquant les Eqs. (39) et en utilisant la valeur appropriée de k_c^2 , en l'occurrence, $k_{c2}^2 = -\alpha_c^2$ à l'extérieur et $k_{c1}^2 = k_c^2$ à l'intérieur :

$$H_x(x) = \begin{cases} -\frac{j\beta}{k_c^2} \partial_x H_z(x) = -\frac{j\beta}{k_c} H_1 \cos k_c x, & \text{si } -a \leq x \leq a \\ -\frac{j\beta}{-\alpha_c^2} \partial_x H_z(x) = -\frac{j\beta}{\alpha_c} H_2 e^{-\alpha_c x}, & \text{si } x \geq a \\ -\frac{j\beta}{-\alpha_c^2} \partial_x H_z(x) = \frac{j\beta}{\alpha_c} H_3 e^{\alpha_c x}, & \text{si } x \leq -a \end{cases} \quad (46)$$

Le champ électrique est $E_y(x) = -\eta_{TE} H_x(x)$, où $\eta_{TE} = \omega\mu_0/\beta$ est la même à l'intérieur ou à l'extérieur du diélectrique. Ainsi, le champ électrique a la forme suivante :

$$E_y(x) = \begin{cases} E_1 \cos k_c x, & \text{si } -a \leq x \leq a \\ E_2 e^{-\alpha_c x}, & \text{si } x \geq a \\ E_3 e^{\alpha_c x}, & \text{si } x \leq -a \end{cases} \quad (\text{modes TE paires}) \quad (47)$$

où on a défini les constantes :

$$E_1 = \frac{j\beta}{k_c} \eta_{TE} H_1, \quad E_2 = \frac{j\beta}{\alpha_c} \eta_{TE} H_2, \quad E_3 = -\frac{j\beta}{\alpha_c} \eta_{TE} H_3 \quad (48)$$

Les conditions aux limites stipulent que les composantes tangentielles des champs électrique et magnétique, c'est-à-dire H_z, E_y , sont continues à travers les interfaces du diélectrique

en $x = -a$ et $x = a$. Similairement, la composante normale du champ magnétique $B_x = \mu_0 H_x$ et par conséquent aussi H_x doit être continue. On a $E_y = -\eta_{TE} H_x$ et η_{TE} est la même dans les deux milieux, alors la continuité de E_y s'ensuit à partir de la continuité de H_x . La continuité de H_z en $x = a$ et $x = -a$ implique que :

$$H_1 \sin k_c a = H_2 e^{-\alpha_c a} \quad \text{et} \quad -H_1 \sin k_c a = H_3 e^{-\alpha_c a} \quad (49)$$

Similairement, la continuité de H_x implique (après suppression le facteur $-j\beta$) :

$$\frac{1}{k_c} H_1 \cos k_c a = \frac{1}{\alpha_c} H_2 e^{-\alpha_c a} \quad \text{et} \quad \frac{1}{k_c} H_1 \cos k_c a = -\frac{1}{\alpha_c} H_3 e^{-\alpha_c a} \quad (50)$$

Les équations (50) et (51) impliquent :

$$H_2 = -H_3 = H_1 e^{\alpha_c a} \sin k_c a = H_1 e^{\alpha_c a} \frac{\alpha_c}{k_c} \cos k_c a \quad (51)$$

Similairement, on trouve pour les constantes du champ électrique :

$$E_2 = E_3 = E_1 e^{\alpha_c a} \cos k_c a = E_1 e^{\alpha_c a} \frac{k_c}{\alpha_c} \sin k_c a \quad (52)$$

La consistance des Eqs. (51) ou (52) requière :

$$\cos k_c a = \frac{k_c}{\alpha_c} \sin k_c a \quad \Rightarrow \quad \alpha_c = k_c \tan k_c a \quad (53)$$

Pour les modes TE impaires, on a les solutions de l'Eq. (45) :

$$H_z(x) = \begin{cases} H_1 \cos k_c x, & \text{si } -a \leq x \leq a \\ H_2 e^{-\alpha_c x}, & \text{si } x \geq a \\ H_3 e^{\alpha_c x}, & \text{si } x \leq -a \end{cases} \quad (54)$$

Le champ électrique résultant est donné par :

$$E_y(x) = \begin{cases} E_1 \sin k_c x, & \text{si } -a \leq x \leq a \\ E_2 e^{-\alpha_c x}, & \text{si } x \geq a \\ E_3 e^{\alpha_c x}, & \text{si } x \leq -a \end{cases} \quad (\text{modes TE impaires}) \quad (55)$$

Les conditions aux limites impliquent dans ce cas :

$$H_2 = H_3 = H_1 e^{\alpha_c a} \cos k_c a = -H_1 e^{\alpha_c a} \frac{\alpha_c}{k_c} \sin k_c a \quad (56)$$

Et pour les constantes du champ électrique :

$$E_2 = -E_3 = E_1 e^{\alpha_c a} \sin k_c a = -E_1 e^{\alpha_c a} \frac{k_c}{\alpha_c} \cos k_c a \quad (57)$$

La consistance de la dernière équation requière :

$$\alpha_c = -k_c \tan k_c a \quad (58)$$

On note que le champ électrique $E_y(x)$ donné par les Eqs. (47) et (55) est une fonction paire ou impaire de x pour les deux familles de modes. En exprimant E_2 et E_3 en fonction de E_1 , on résume la forme du champ électrique pour les deux cas comme suit :

$$E_y(x) = \begin{cases} E_1 \cos k_c x, & \text{si } -a \leq x \leq a \\ E_1 \cos k_c a e^{-\alpha_c(x-a)}, & \text{si } x \geq a \\ E_1 \cos k_c a e^{\alpha_c(x+a)}, & \text{si } x \leq -a \end{cases} \quad (\text{modes TE paires}) \quad (59)$$

$$E_y(x) = \begin{cases} E_1 \sin k_c x, & \text{si } -a \leq x \leq a \\ E_1 \sin k_c a e^{-\alpha_c(x-a)}, & \text{si } x \geq a \\ -E_1 \sin k_c a e^{\alpha_c(x+a)}, & \text{si } x \leq -a \end{cases} \quad (\text{modes TE impaires}) \quad (60)$$

Soit donnée la fréquence de travail ω , Les Eqs (43) et (53) ou (58) fournissent trois équations à trois inconnues k_c, α_c, β . Pour résoudre ce système, on ajoute les deux Eqs. (44) pour éliminer β :

$$\alpha_c^2 + k_c^2 = k_0^2 (n_1^2 - n_2^2) = \frac{\omega^2}{c_0^2} (n_1^2 - n_2^2) \quad (61)$$

Ensuite, on discute la solution numérique de ces équations. Définissons la quantités sans dimensions $u = k_c a$ et $v = \alpha_c a$, on réécrit les Eqs. (53), (58) et (61) dans les formes équivalentes suivantes :

$$\begin{aligned} v &= u \tan u & v &= -u \cot u \\ &(\text{modes paires}), & &(\text{modes impaires}) \\ v^2 + u^2 &= R^2 & v^2 + u^2 &= R^2 \end{aligned} \quad (62)$$

où R représente la variable de la fréquence normalisée :

$$R = k_0 a N_A = \frac{\omega a}{c_0} N_A = \frac{2\pi f a}{c_0} N_A = \frac{2\pi a}{\lambda} N_A \quad (63)$$

où $N_A = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ est l'ouverture numérique du diélectrique et $\lambda = c_0/f$, la longueur d'onde en espace libre.

Les fonctions $\tan u$ et $\cot u$ possèdent plusieurs branches, alors il y a plusieurs possibilités de paires u, v comme solution pour chaque R . Ces solutions sont obtenues aux intersections des courbes $v = u \tan u$ et $v = -u \cot u$ avec le cercle de rayon R , soit, $v^2 + u^2 = R^2$. La Figure 2.4. montre les solutions pour différentes valeurs de R , correspondant aux différentes valeurs de ω .

A partir de la Figure, il est évident que pour des valeurs suffisamment petites de R , soit, $0 \leq R \leq \pi/2$, il y a seulement une solution et elle est paire. Pour, $\pi/2 \leq R \leq \pi$, il y a deux solutions, une paire et l'autre impaire. Pour, $\pi \leq R \leq 3\pi/2$, il y a trois solutions, deux paires et une impaire, et ainsi de suite. En général, il y a $M+1$ solutions, alternant entre paire et impaire, si R est dans l'intervalle suivant :

$$\frac{M\pi}{2} \leq R \leq \frac{(M+1)\pi}{2} \quad (64)$$

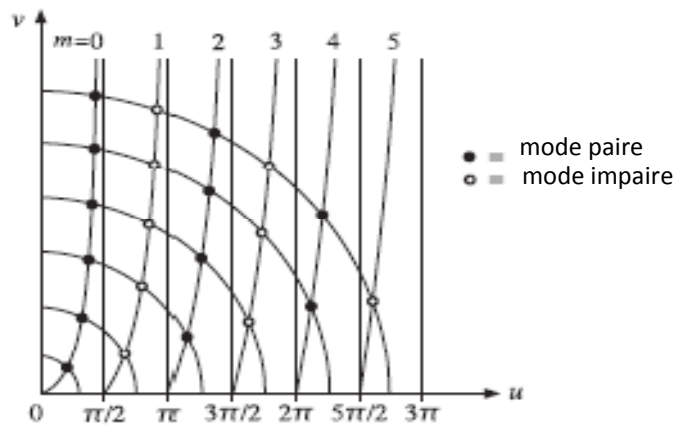


Figure2.4. Modes TE paire et impaire en différentes fréquences

Soit donnée une valeur de R , on détermine M comme un nombre entier satisfaisant l'Eq. (64), ou $M \leq 2R/\pi \leq M+1$, soit le plus grand entier inférieur à $2R/\pi$:

$$M = \text{entier} \left(\frac{2R}{\pi} \right) \quad (\text{nombre de mode maximum}) \quad (65)$$

Donc, il y a $M+1$ solutions indexées par $m = 0, 1, \dots, M$, qui correspondent aux modes paires si m est paire et aux modes impaires si m est impaire. Les $M+1$ branches de $\tan u$ et $\cot u$ étant interceptées par le cercle de rayon R sont celles situées dans l'intervalle :

$$R_m \leq u \leq R_{m+1}, \quad m = 0, 1, \dots, M \quad (66)$$

avec

$$R_m = \frac{m\pi}{2}, \quad m = 0, 1, \dots, M \quad (67)$$

Si m est paire, l'intervalle de u , défini dans l'Eq. (66), définit une branche de $\tan u$, et si m est impaire, il définit une branche de $\cot u$. On peut combiner les cas pairs et impairs de l'Eq. (62) dans un seul cas, en notant l'identité :

$$\tan(u - R_m) = \begin{cases} \tan u, & \text{si } m \text{ est pair} \\ -\cot u, & \text{si } m \text{ est impaire} \end{cases} \quad (68)$$

Cette égalité découle de l'identité trigonométrique suivante :

$$\tan(u - m\pi/2) = \frac{\sin u \cos(m\pi/2) - \cos u \sin(m\pi/2)}{\cos u \cos(m\pi/2) - \sin u \sin(m\pi/2)}$$

Par conséquent, pour trouver le $m^{\text{ième}}$ mode, qu'il soit pair ou impaire, on doit trouver l'unique solution du système suivant, dans l'intervalle de u $R_m \leq u \leq R_{m+1}$:

$$\begin{aligned}
 v &= u \tan(u - R_m) \\
 &\quad (m^{\text{ième}} \text{ mode}) \\
 v^2 + u^2 &= R^2
 \end{aligned}
 \tag{69}$$

2.6 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons développé la théorie des guides d'ondes, en général, et celle des guides d'ondes diélectrique en particulier. En partant des équations de Maxwell, nous avons pu arriver à des expressions mathématiques modélisant un guide d'ondes diélectrique rectangulaire. En effet, la résolution des équations obtenus, nous permettra de calculer les constantes de propagation on β , k_c , α_c , les fréquences de coupure f_c et la distribution du champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur du substrat.

Les différentes étapes de résolution numérique et les résultats obtenus seront exposés dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Résultats numériques et discussions

Introduction

Dans ce chapitre, on va déterminer les caractéristiques d'un guide d'onde diélectrique, dont la géométrie est montrée dans la Figure 2.3. En effet, soit donnée la fréquence de travail f , les autres paramètres de solutions notamment, β , k_c , α_c , seront calculés en résolvant numériquement l'Eq. (69) et en utilisant les Eqs. (43), (53) et (58).

3.1 Résolution numérique

Si on possède une solution approximative pour u, v pour le $m^{\text{ième}}$ mode, alors on peut raffiner cette solution en utilisant la méthode de Newton, qui converge très rapidement en fournissant des valeurs initiales proches des valeurs exactes. Des telles valeurs initiales sont données par Lotspeich [17] avec une erreur de 1%. Le résumé de la méthode est donné ci-dessous :

$$u = R_m + w_1(m)u_1(m) + w_2(m)u_2(m), \quad m = 0, 1, \dots, M \quad (70)$$

où $u_1(m), u_2(m)$ sont des solutions approximatives proche et loin du rayon de coupure R_m , et $w_1(m), w_2(m)$ sont des facteurs de poids donnés par :

$$\begin{aligned} u_1(m) &= \frac{\sqrt{1 + 2R(R - R_m)} - 1}{R}, & u_2(m) &= \frac{\pi}{2} \frac{R - m}{R + 1} \\ w_1(m) &= \exp\left(-\frac{(R - R_m)^2}{V_m^2}\right), & w_2(m) &= 1 - w_1(m) \\ V_m &= \frac{1}{\sqrt{\ln 1.25}} \left(\frac{\pi/4 + R_m}{\cos(\pi/4)} - R_m \right) \end{aligned} \quad (71)$$

Cette solution serve comme point de départ dans l'itération de Newton pour résoudre l'équation $F(u) = 0$, où $F(u)$ est définie par :

$$F(u) = u \tan(u - R_m) - v = u \tan(u - R_m) - \sqrt{R^2 - u^2} \quad (72)$$

L'itération de Newton est donnée par :

$$\begin{aligned} & \text{pour } i = 1, 2, \dots, N_{it} \text{ faire :} \\ & u = u - \frac{F(u)}{G(u)} \end{aligned} \quad (73)$$

où $G(u)$ est la dérivée $F'(u)$, corrigée à l'ordre $O(F)$:

$$G(u) = \frac{v}{u} + \frac{u}{v} + \frac{R^2}{u} \quad (74)$$

Les étapes de solutions définies dans les Eqs. (69)-(74) sont implémentées dans la fonction MATLAB *diel.m*, avec son usage :

`[u, v, err] = diel(R, Nint) ;` % constantes de coupure mode TE dans un substrat diélectrique

où N_{int} le nombre d'itération désiré de Newton, *err* est la valeur de $F(u)$ à la fin des itérations et u, v sont les vecteurs de solution du dimensions $(M+1)$. Le nombre des itérations est typiquement très petit, $N_{int} = 2-3$.

Pour calculer les paramètres β, k_c, α_c , soit donné la fréquence f , la demi-longueur a et les indices de réfraction du diélectrique n_1, n_2 , on a prévu une autre fonction MATLAB *guide.m* qui utilise à son tour la fonction *diel.m*. son usage est donné comme suit :

[be, kc, ac, fc, err] = guide(f, a, n1, n2, Nint) ; % guide d'onde diélectrique

où f est en GHz, a en cm et β , k_c , α_c en cm^{-1} . La quantité f_c est le vecteur des $(M+1)$ fréquences de coupure définies par les bords des branches $R_m = m\pi/2$, soit, $R_m = \omega_m a N_A / c_0 = 2\pi f_m a N_A / c_0 = m\pi/2$, ou,

$$f_m = \frac{mc_0}{4aN_A}, \quad m = 0, 1, \dots, M \quad (75)$$

Le sens de f_m c'est qu'il y a $m+1$ modes qui se propagent dans la guide pour chaque f dans l'intervalle $f_m \leq f \leq f_{m+1}$.

Pour concrétiser l'étude théorique réalisée jusqu'à maintenant, on se propose de déterminer les caractéristiques, pour les modes TE, d'un guide d'ondes diélectrique ayant une demi-longueur $a = 0.5 \text{ cm}$ à la fréquence $f = 30 \text{ GHz}$. Les indices de réfraction du substrat et du diélectrique qui l'entoure sont, respectivement, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

Les caractéristiques sont obtenues on utilisant la fonction *guide.m* avec les paramètres d'entrée $f=30$; $a=0.5$; $n1 =2$; $n2 =1$; $Nit=3$.

Le rayon de fréquence obtenu dans ces conditions était $R = 5.4414$, ce qui donne $2R/\pi = 3$, et par conséquent, $M = 3$.

Dans la Figure 3.1. nous montrons les 4 solutions, intersections entre le cercle de rayon $R = 5.44$ et les branches vérifiant l'équation $v = u \tan(u - R_m)$, correspondants aux 4 modes pairs et impairs supportés par le guide. Les autres paramètres sont résumés dans le Tableau 3.1. Les fréquences de coupure sont en GHz. On note que lorsque le numéro de mode m augmente, la quantité α_c diminue et la profondeur de peau $1/\alpha_c$ augmente, ce qui induit un confinement moindre des champs à l'extérieur du substrat. En effet, dans la Figure 3.2. Nous montrons la distribution du champ électrique pour les modes TE pairs, les modes TE impairs correspondants sont montrés dans la Figure 3.3.

On a trouvé l'erreur approximative, err , égale à 4.885×10^{-15} en utilisant seulement 3 itérations de Newton.

La fréquence de coupure la plus basse non nulle est $f_1 = 8.6603$ GHz, ce qui implique qu'il y aurait une solution singulière (monomode) si f est dans l'intervalle $0 \leq f < f_1$. Par exemple, si $f = 5$ GHz, la solution est $\beta = 1.5649$ rad/cm, $k_c = 1.3920$ rad/cm et $\alpha_c = 1.1629$ nepers/cm. Les Figures 3.4 et 3.5 résument la solution monomodale correspondant à la fréquence $f = 5$ GHz.

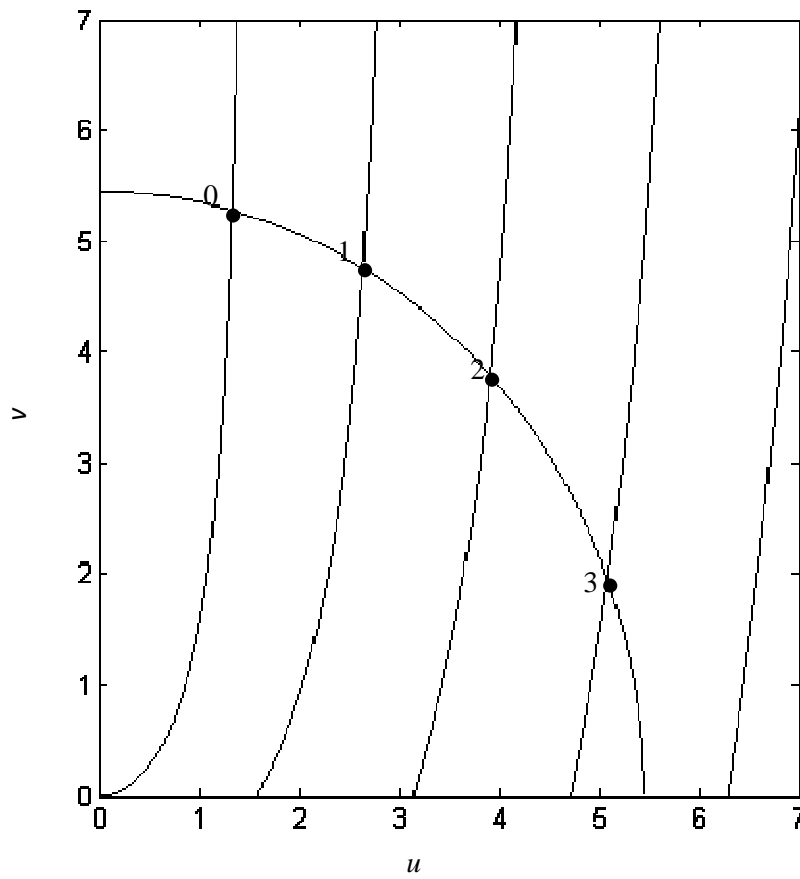


FIGURE 3.1. Modes TE pour $R = 5.44$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

Tableau 3.1. Paramètres de solution des modes TE, $R = 5.44$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

m	u	v	β	k_c	α_c	f_m
0	1.3248	5.2777	12.2838	2.6497	10.553	0.0000
1	2.6359	4.7603	11.4071	5.2718	9.5207	8.6603
2	3.9105	3.7837	9.8359	7.8210	7.5675	17.3205
3	5.0793	1.9519	7.3971	10.1585	3.9037	25.9808

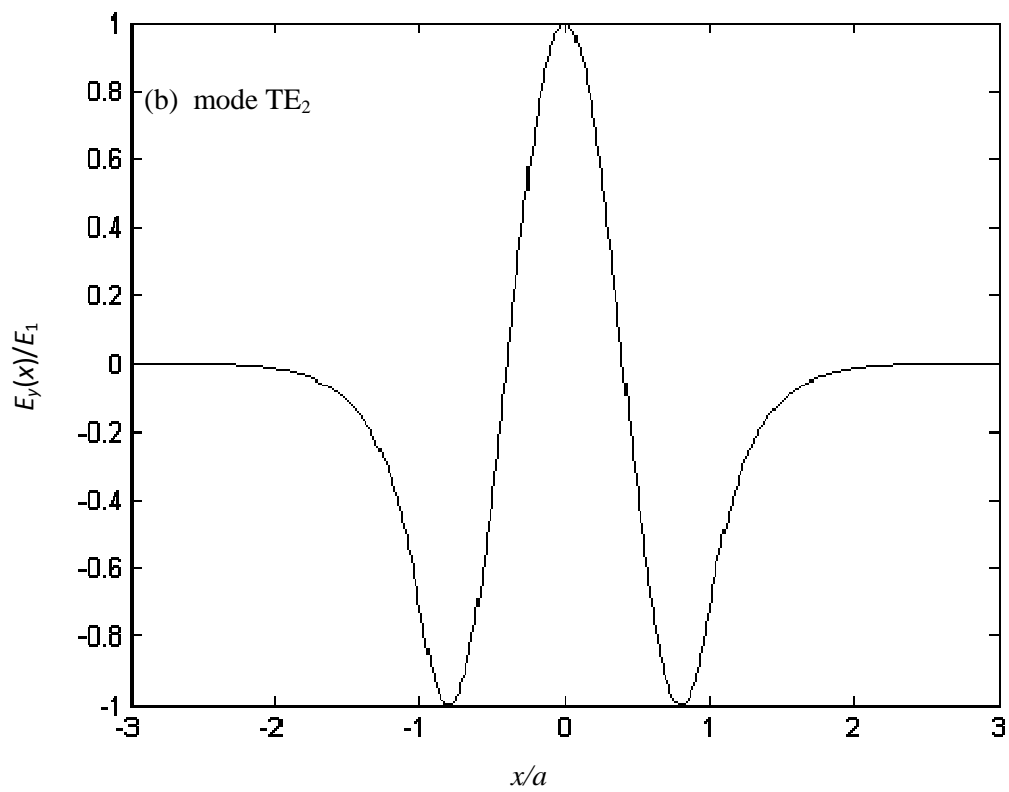
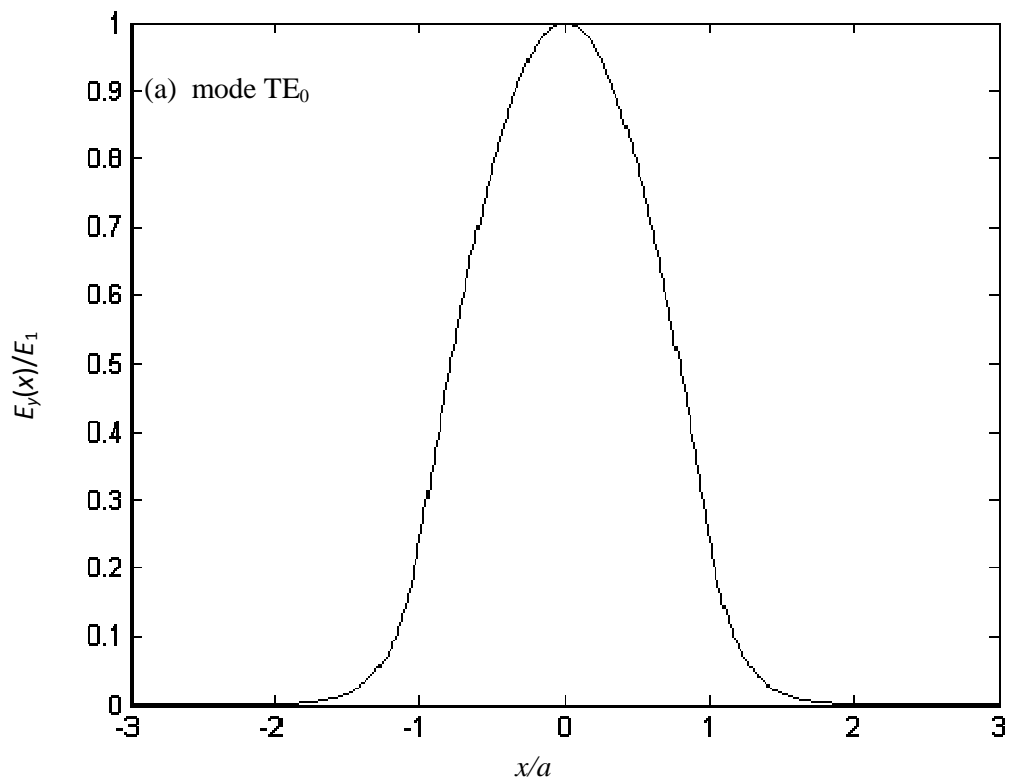


FIGURE 3.2. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, $R = 5.44$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

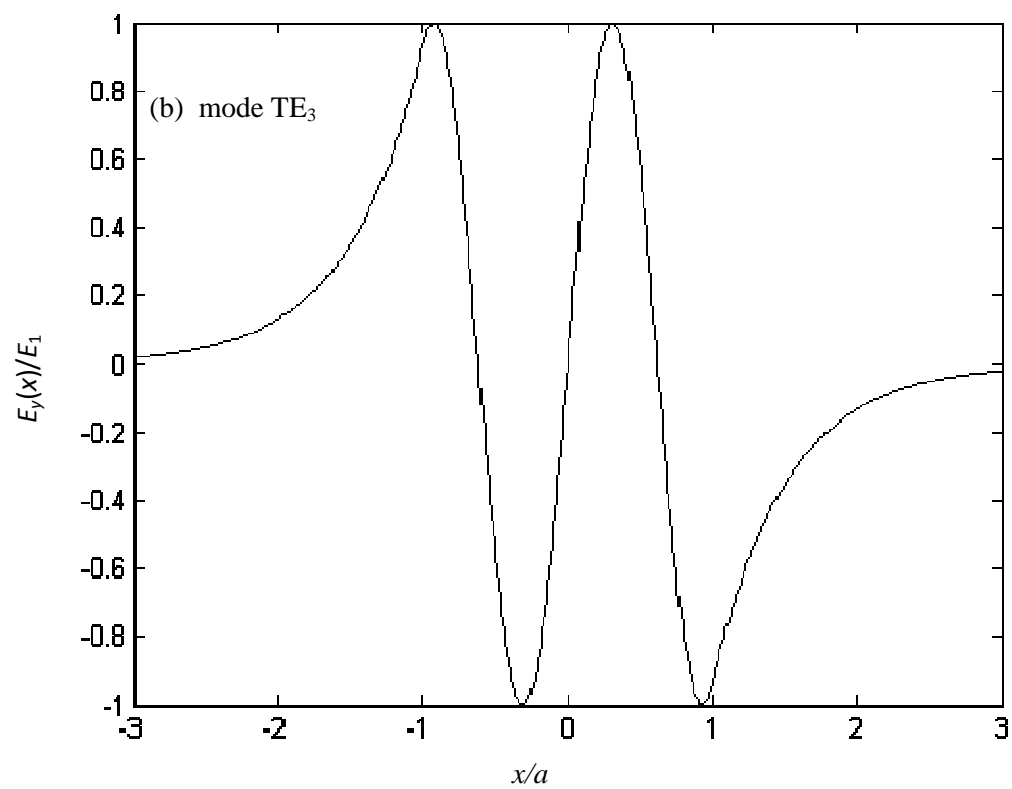
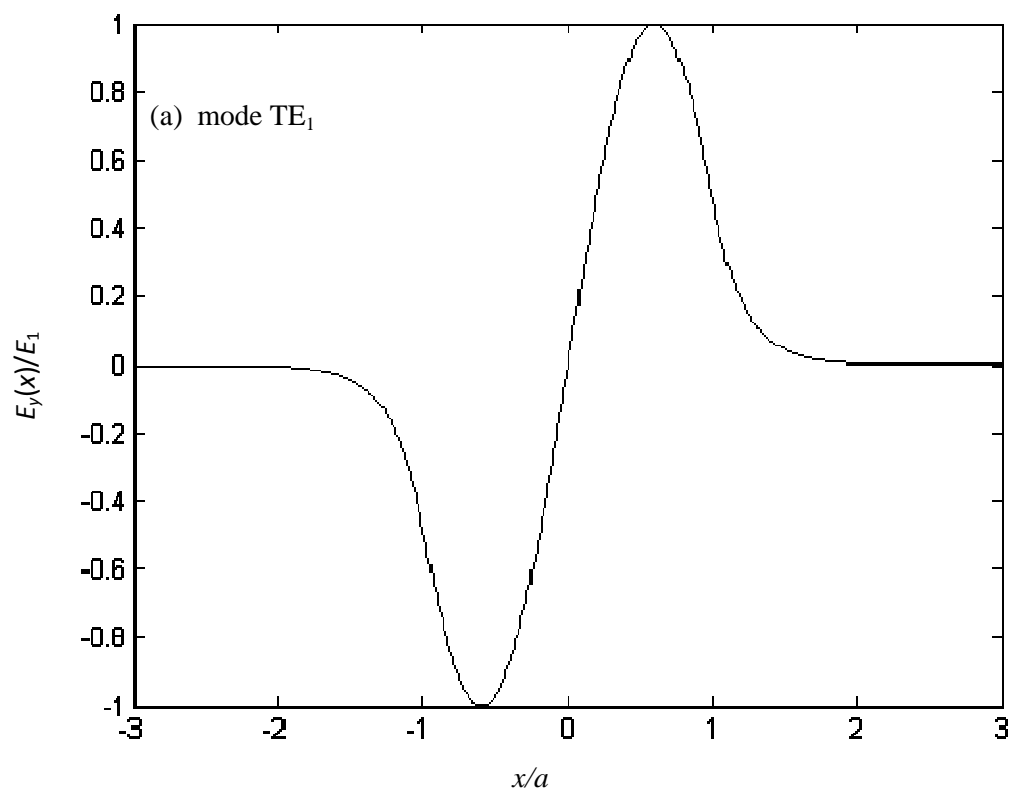


FIGURE 3.3. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes impairs, $R = 5.44$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

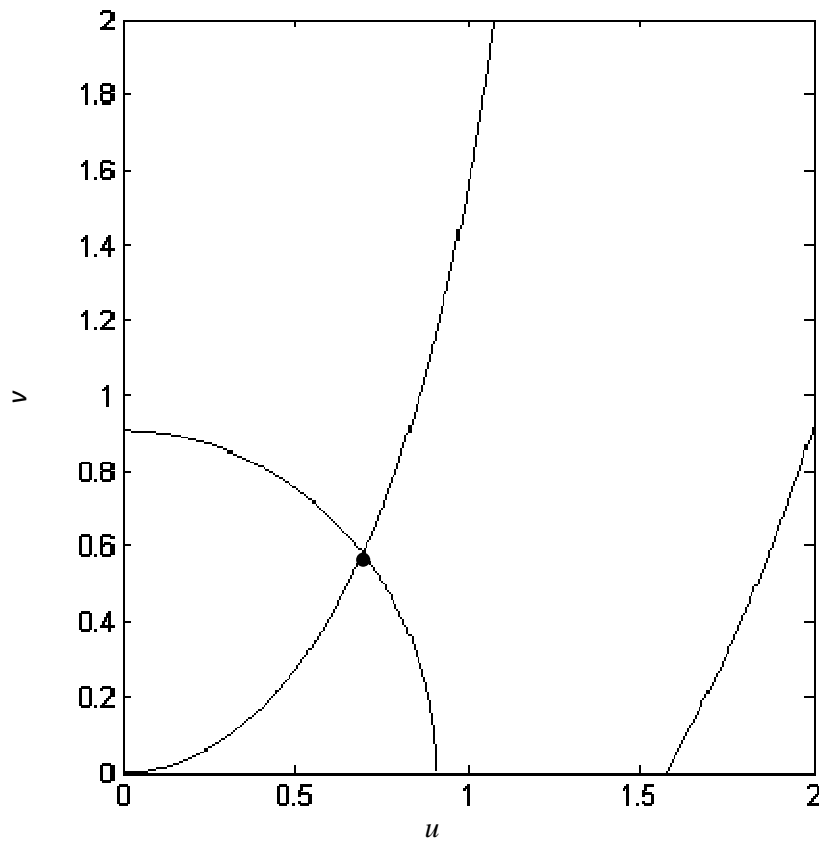


FIGURE 3.4. Modes TE pour $R = 0.90$. $a = 0.5$ cm, $f = 5$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

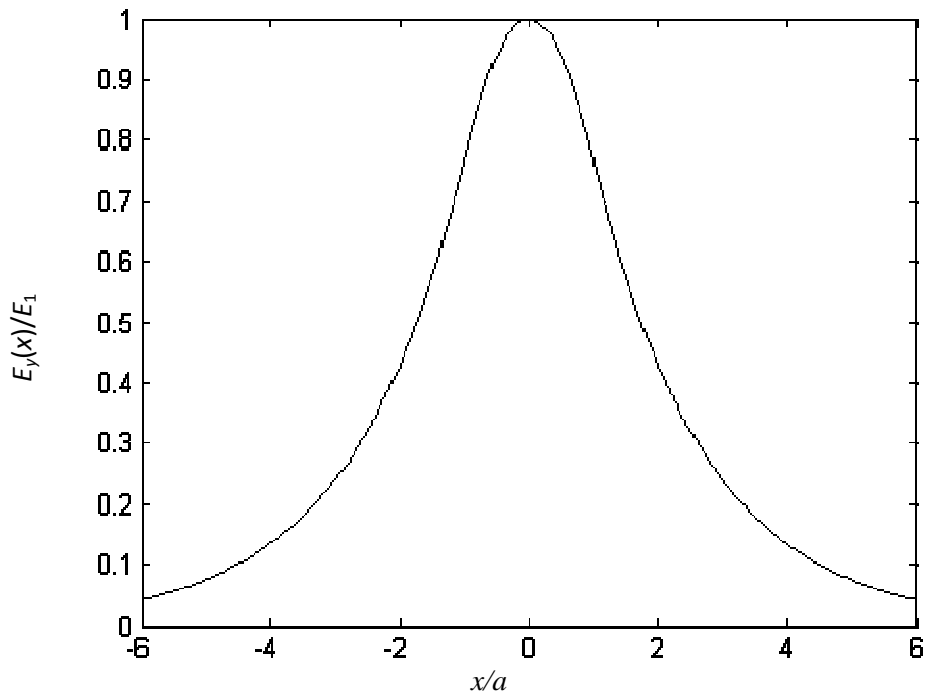


FIGURE 3.5. Distribution du champ électrique dans le guide pour, $R = 0.90$. $a = 0.5$ cm, $f = 5$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

Dans le Tableau 3.2, nous résumons les paramètres de solutions pour le même guide de l'exemple précédent, mais cette fois-ci les indices de réfraction sont donnés par ; $n_1 = 3$ et $n_2 = 2$. la Figure 3.6. Donc, nous avons augmenté les indices sans augmenter la différence entre les indices du substrat et du diélectrique. Cette augmentation a pour effet d'augmenter le nombre de modes (Figure 3.6), où 5 modes TE sont supportés par le guide dans ce cas.

Concernant les fréquences de coupure, nous remarquons que la première fréquence de coupure est moins élevée que dans le premier cas (6.70GHz contre 8.66 GHz pour l'exemple précédent).

Dans les Figures 3.7 et 3.8 nous montrons les distributions du champ électrique pour les modes pairs et impairs, respectivement. Dans ce cas, un autre mode supplémentaire est supporté par le guide, en l'occurrence le mode TE_4 . Nous constatons, là aussi, que le confinement du champ électrique diminue avec l'augmentation du nombre de modes.

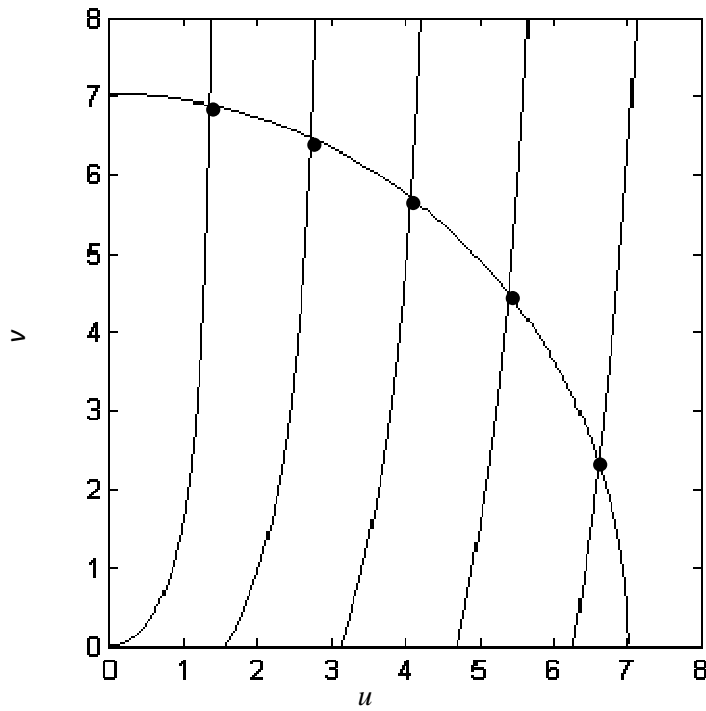


FIGURE 3.6. Modes TE pour $R = 7.03$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 2$.

Tableau 3.2. Paramètres de solution des modes TE, $R = 7.03$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 2$.

m	u	v	β	k_c	α_c	f_m
0	1.3741	6.8941	18.6482	2.7479	13.7783	0.0000
1	2.7410	6.4733	18.0349	5.4816	12.9362	6.7082
2	4.0912	5.7165	16.9814	8.1816	11.4216	13.4164
3	5.4059	4.4936	15.4415	10.8104	8.9737	20.1246
4	6.6244	2.3524	13.4107	13.2461	4.6834	26.8328

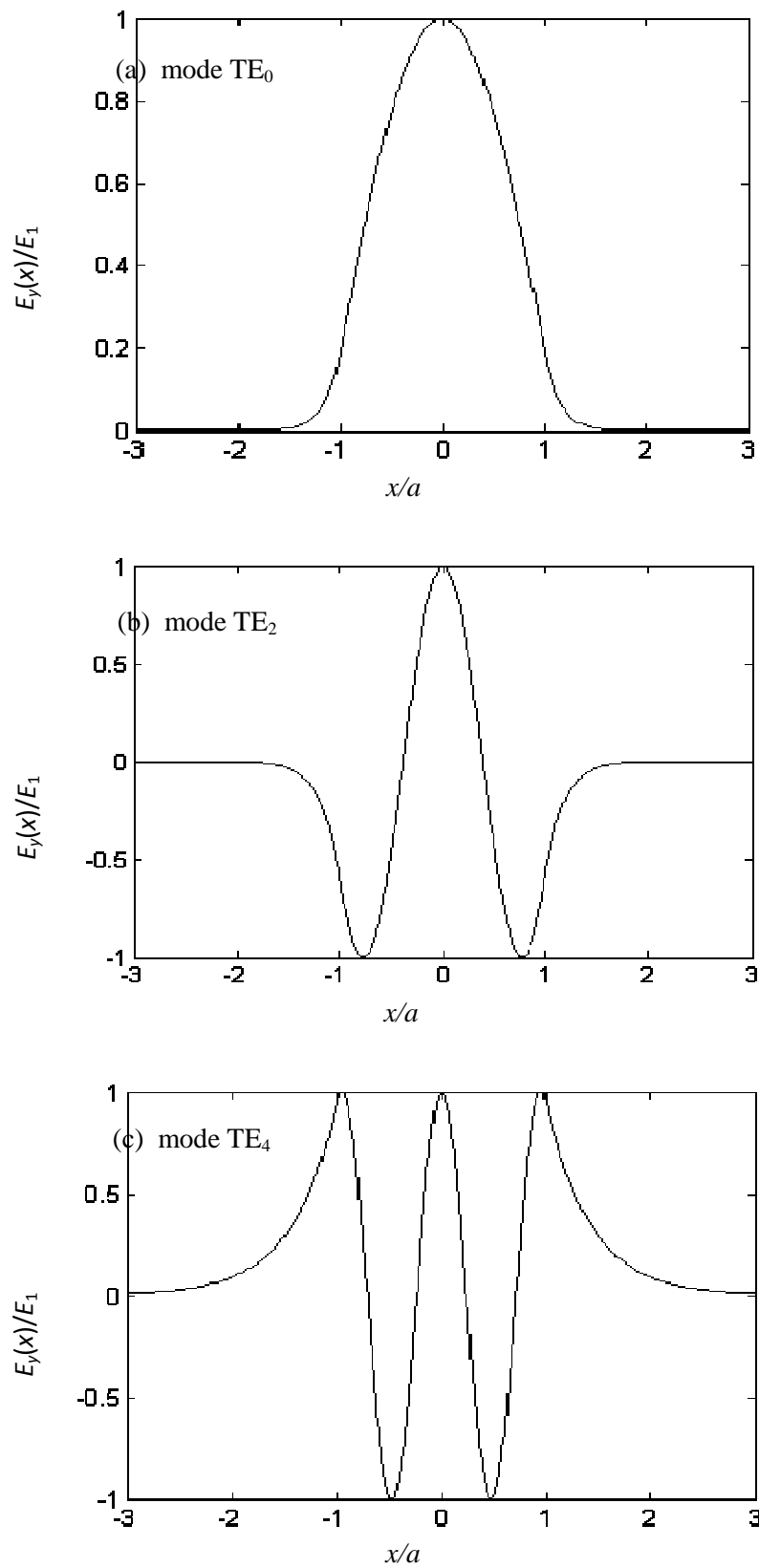


FIGURE 3.7. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, $R = 7.03$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 2$.

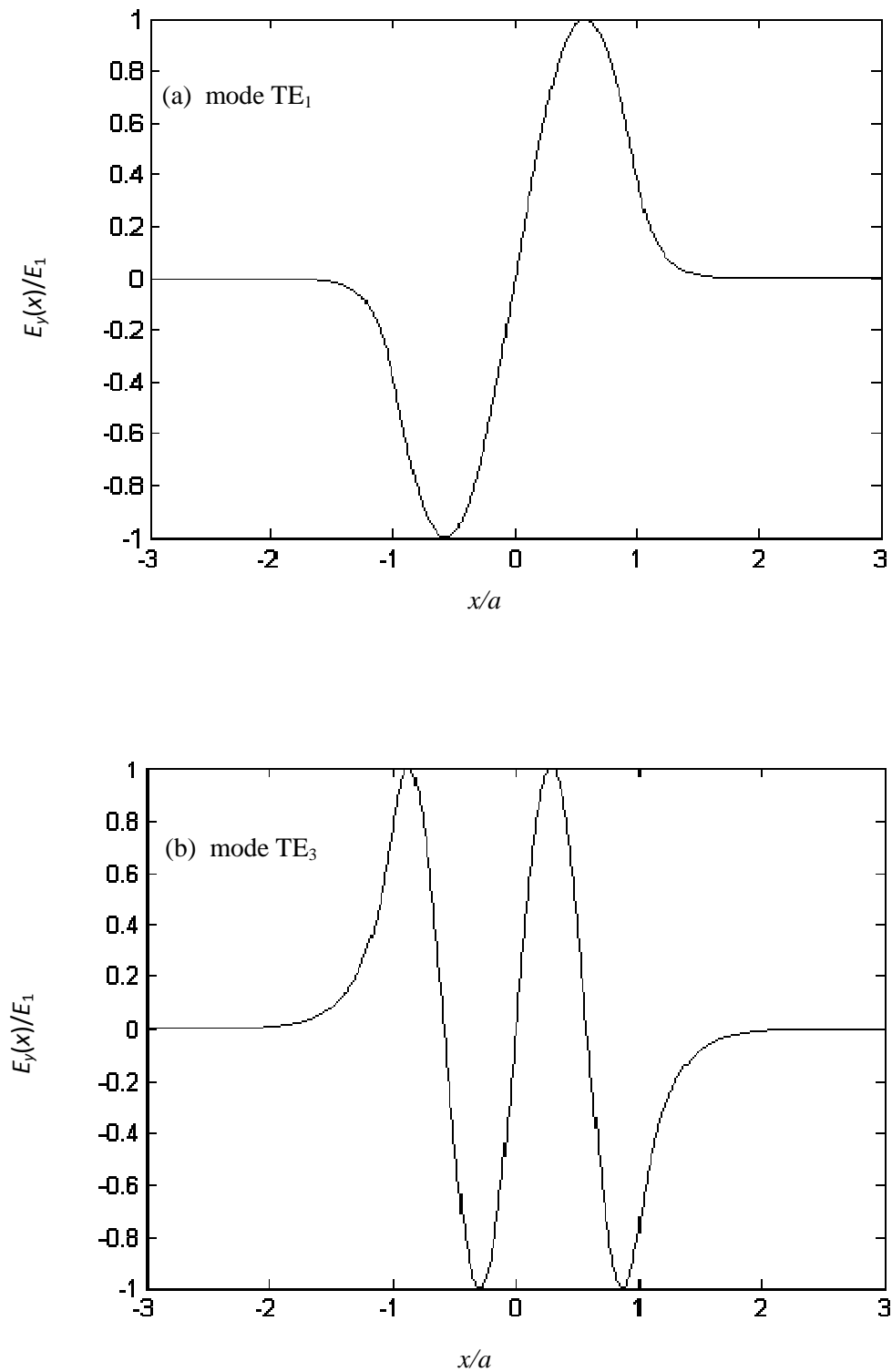


FIGURE 3.8. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, $R = 7.03$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 2$.

Dans le Tableau 3.3, nous présentons, cette fois-ci, les paramètres $u, v, \beta, k_c, \alpha_c$ et f_c où nous avons augmenté le contraste de l'indice entre le substrat et le diélectrique tout en gardant les autres paramètres inchangés. Les indices choisis sont $n_1 = 3$ et $n_2 = 1$.

On constate que l'effet du contraste est beaucoup plus prononcé sur le nombre de modes. En effet, dans ce cas le nombre de modes supportés est de 6 (Figure 3.9) avec un rayon de fréquence égal à $R = 8.89$.

On constate aussi que la plus basse fréquence de coupure est biaisée vers les basses fréquences et la plus haute fréquence de coupure vers les hautes fréquences ; 5.30 GHz et 26.51 GHz, respectivement.

Les distributions du champ électrique correspondant à ce cas sont montrées dans les Figures 3.9 et 3.10, pour les modes pairs et impairs, respectivement. Dans ce cas il y a apparition de deux nouveaux modes (TE_4 et TE_5). Là aussi on constate que le rapport $1/\alpha_c$ augmente avec le nombre de modes, ce qui diminue considérablement le confinement à l'intérieur du substrat.

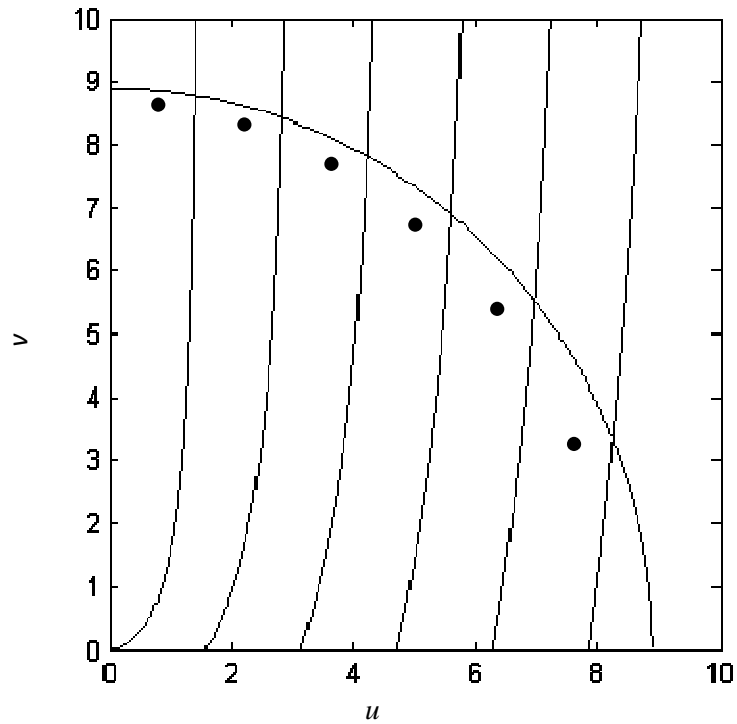


FIGURE 3.9. Modes TE pour $R = 8.89$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 1$.

Tableau 3.3. Paramètres de solution des modes TE, $R = 8.89$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 1$.

m	u	v	β	k_c	α_c	f_m
0	1.4114	8.7792	18.6370	2.8226	17.5459	0.0000
1	2.8190	8.4332	17.9868	5.6376	16.8536	5.3033
2	4.2181	7.8277	16.8566	8.4356	15.6419	10.6066
3	5.6017	6.9056	15.1596	11.2024	13.7962	15.9099
4	6.9557	5.5393	12.7208	13.9099	11.0608	21.2132
5	8.2394	3.3433	9.1563	16.4763	6.6603	26.5165

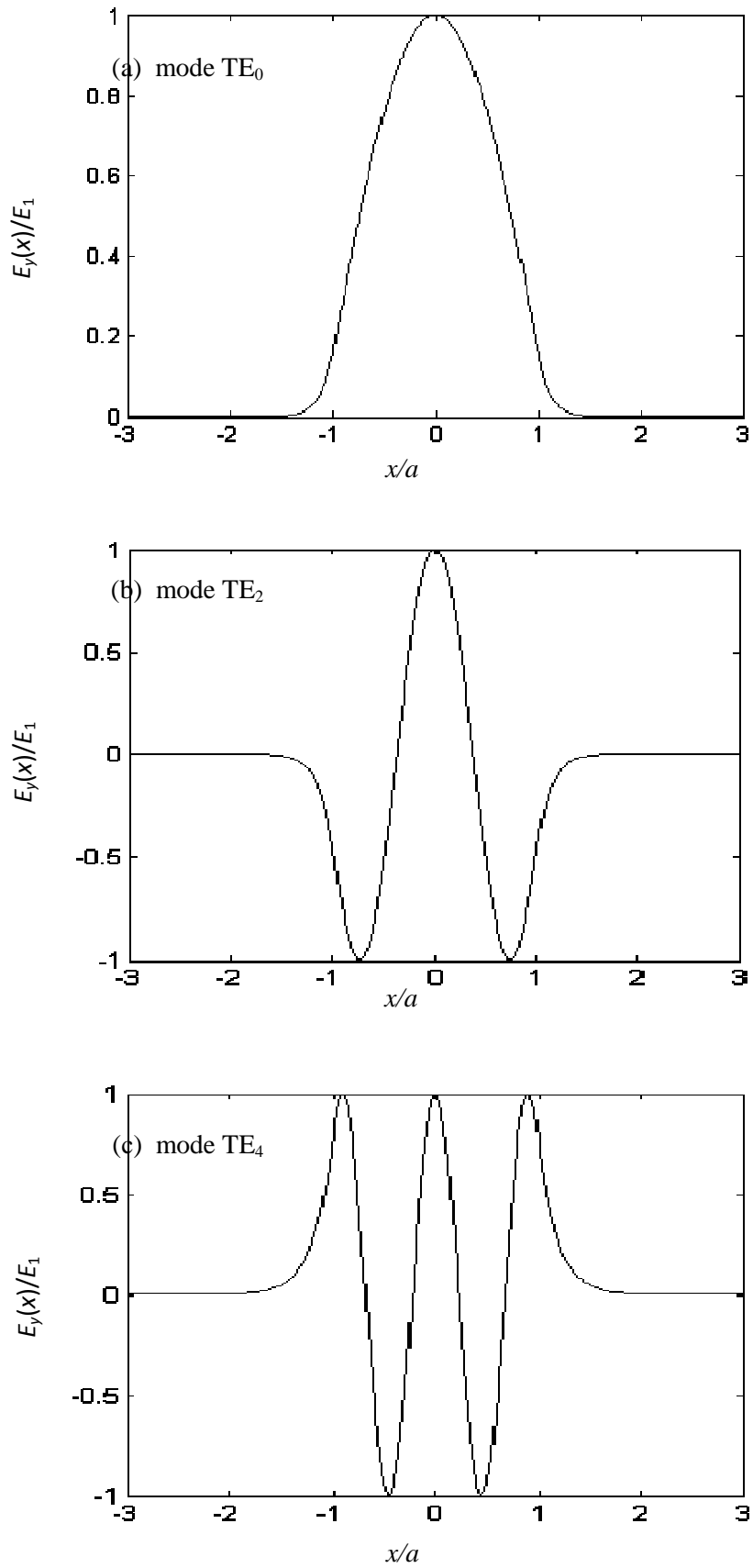


FIGURE 3.10. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, $R = 8.89$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 1$.

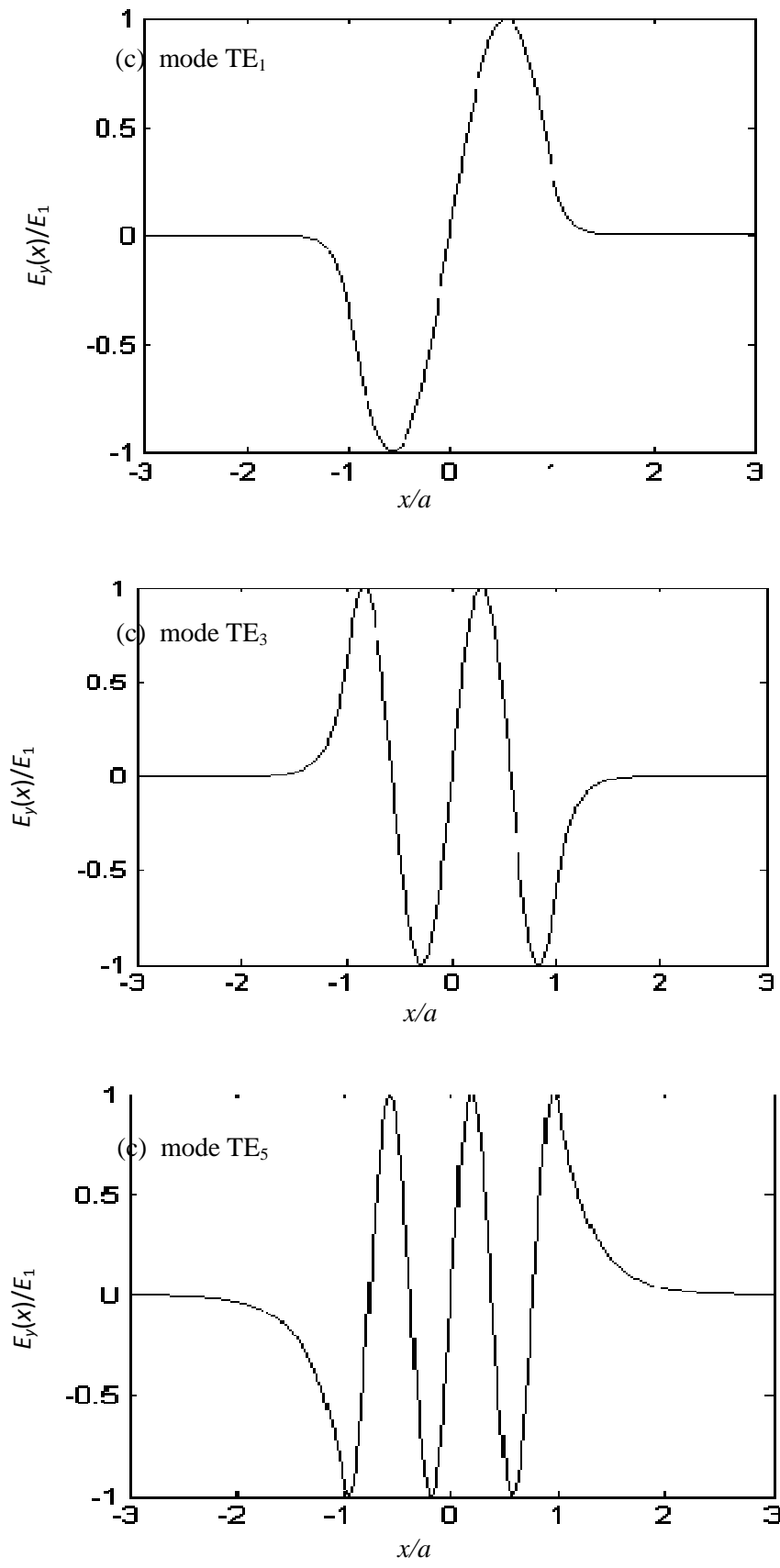


FIGURE 3.11. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes impairs, $R = 8.89$. $a = 0.5$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 3$ et $n_2 = 1$.

Dans l'exemple qui suit, on a étudié l'effet de la largeur du substrat $2a$ sur les paramètres de solution du guide diélectrique. Pour cela on a gardé les données du premier exemple et on a changé la largeur a du substrat de 0.5 cm par $a = 1$ cm.

Dans ce cas le rayon de fréquence est $R = 10.89$ et les solutions modales sont de illustrées sur la Figure 3.12. On constate une augmentation significative du nombre de modes, passant de 4 modes à 7 modes. Les autres paramètres $u, v, \beta, k_c, \alpha_c$ et f_c sont montrés dans le Tableau 3.4. La plus base fréquence de coupure est fortement diminuée passant de 8.66 GHz à 4.33 GHz. Le doublement de a a pour effet, donc, de diviser par 2 la fréquence de coupure la moins élevée

Les distributions du champ électrique correspondant sont montrées dans les Figures 3.12 et 3.13, pour les modes pairs et impairs, respectivement. Dans ce cas il y a apparition de trois nouveaux modes, deux pairs (TE_4 et TE_6) et un impaire (TE_5). On constate que le confinement est détérioré avec l'augmentation de nombre de modes ce qui influe sur le taux de puissance transmise par le guide d'ondes diélectrique.

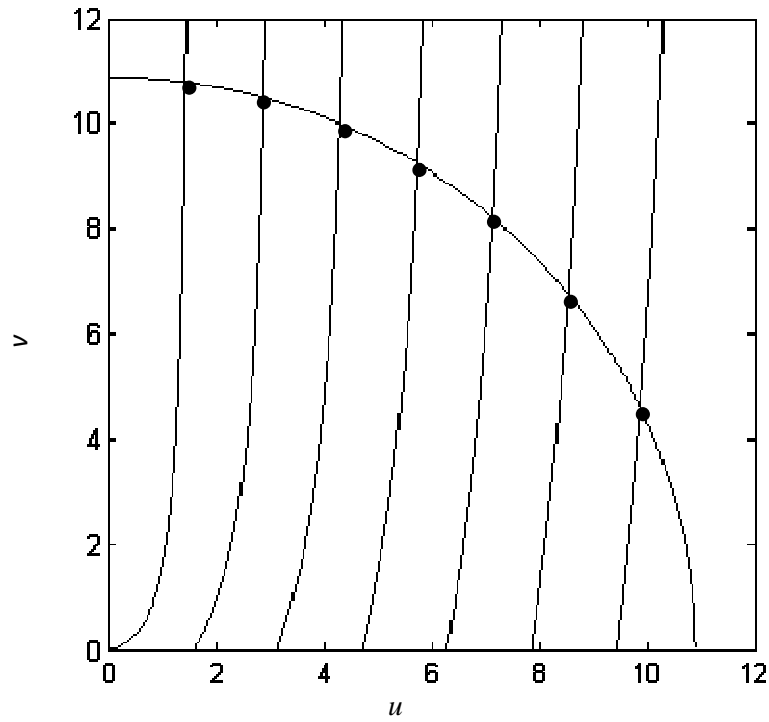
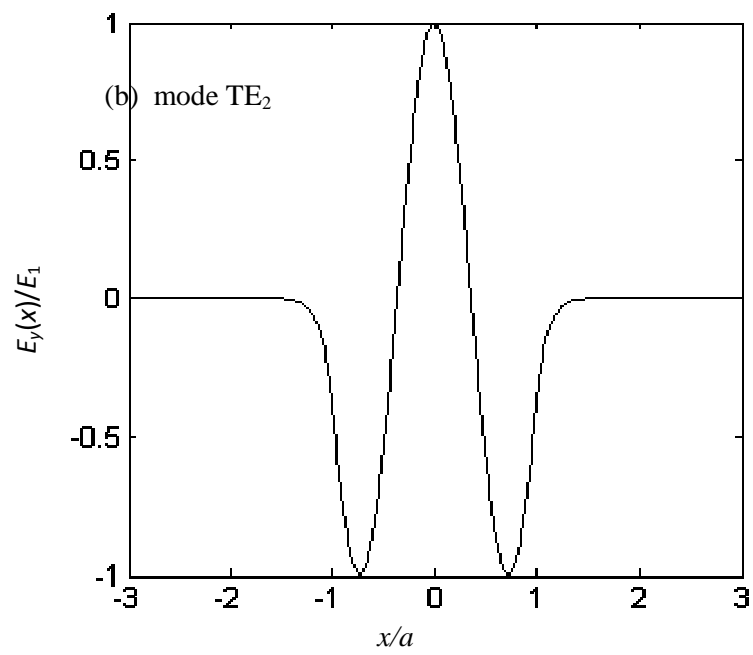
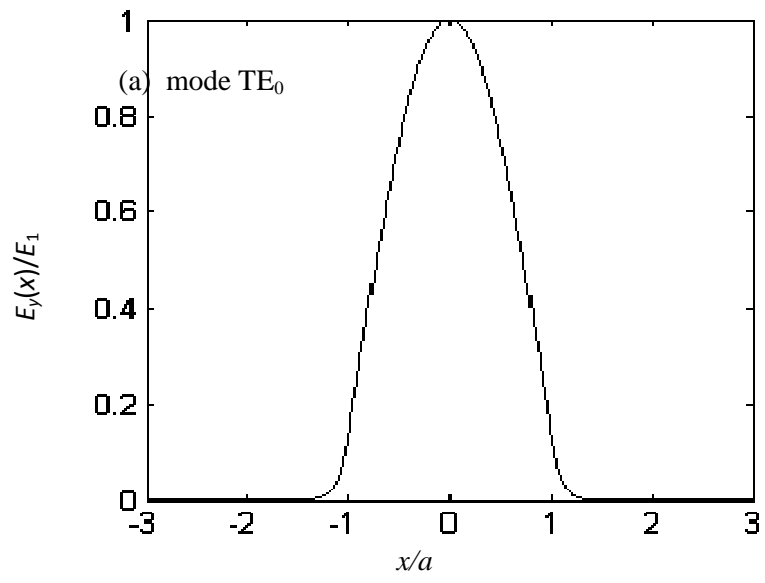


FIGURE 3.12. Modes TE pour $R = 10.89$. $a = 1.0$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

Tableau 3.4. Paramètres de solution des modes TE, $R = 10.89$. $a = 1.0$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

m	u	v	β	k_c	α_c	f_m
0	1.4383	10.7949	12.4838	1.4383	10.7873	0.0000
1	2.8745	10.5041	12.2332	2.8743	10.4964	4.3301
2	4.3059	10.0029	11.8057	4.3056	9.9948	8.6603
3	5.7292	9.2615	11.1846	5.7288	9.2529	12.9904
4	7.1391	8.2239	10.3419	7.1385	8.2144	17.3205
5	8.5255	6.7760	9.2326	8.5248	6.7649	21.6506
6	9.8627	4.6180	7.7888	9.8615	4.6029	25.9808



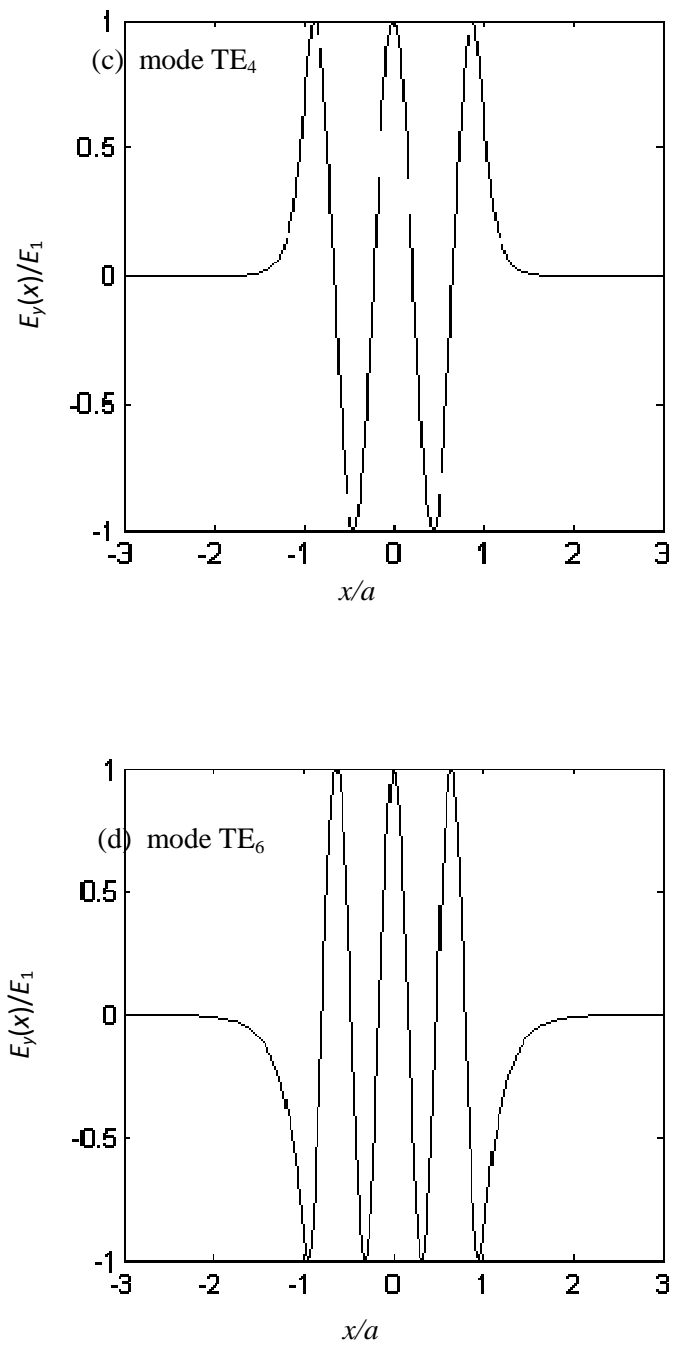


FIGURE 3.13. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes pairs, $R = 10.89$. $a = 1.0$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

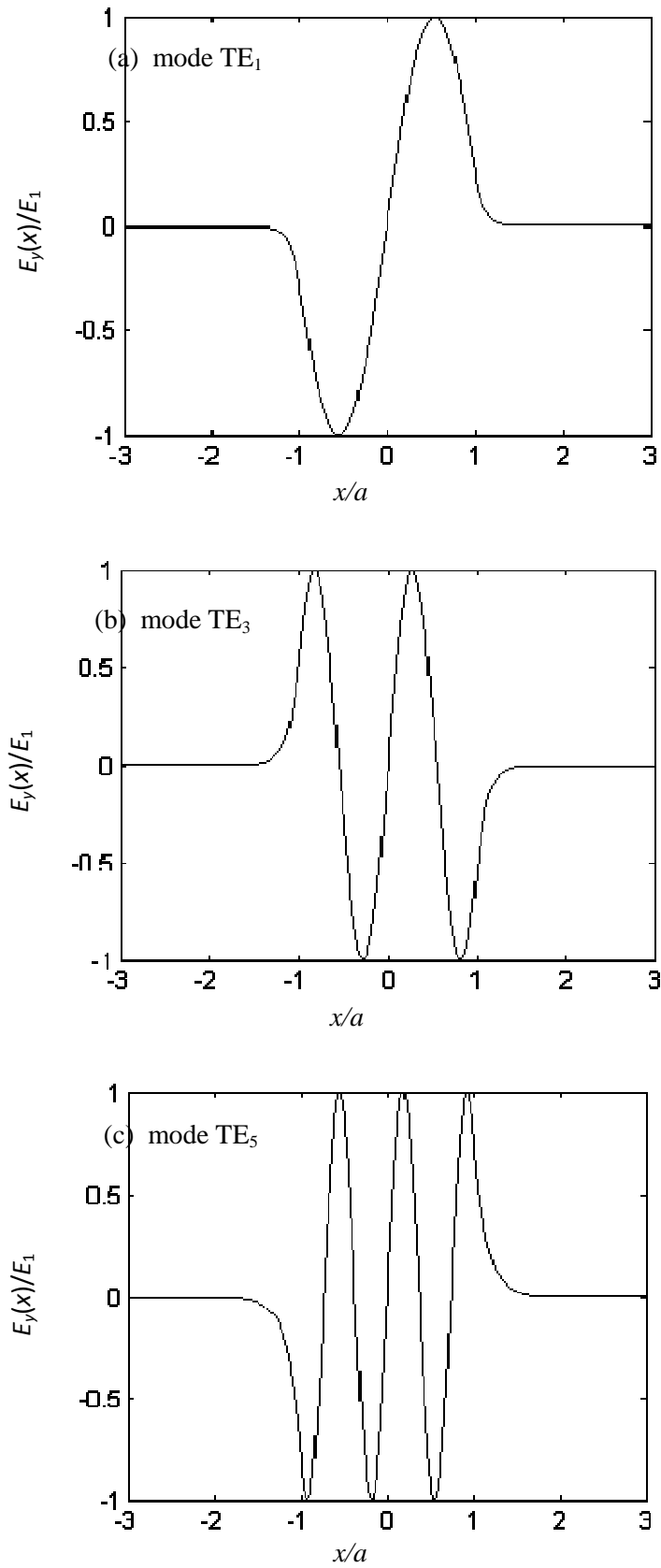


FIGURE 3.14. Distribution du champ électrique dans le guide pour les modes impairs, $R = 10.89$. $a = 1.0$ cm, $f = 30$ GHz, $n_1 = 2$ et $n_2 = 1$.

3.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats numériques obtenus en termes des constantes de propagation β , k_c , α_c et les fréquences de coupure f_c . Nous avons aussi calculé et tracé la distribution du champ électrique pour les modes pairs et impairs TE_m . Pour analyser l'effet des paramètres structurels sur les caractéristiques du guide d'ondes diélectrique, nous avons présenté plusieurs exemples de guides où on a changé à chaque fois un paramètre tout en gardant les autres inchangés.

Les résultats numérique ont montré que les paramètres structurels ont un effet considérable sur les les caractéristiques du guide d'ondes diélectrique.

Conclusions et Perspectives

Le but de ce travail était de déterminer les caractéristiques d'un guide d'ondes diélectrique rectangulaire. La structure étudiée est constituée par un substrat de forme planaire et d'épaisseur très faible égale à $2a$. Par souci de simplicité, le substrat, qui représente le cœur de la structure, est entouré, à gauche et à droite du substrat, par un diélectrique de sorte que l'indice de réfraction du cœur n_1 est plus grand que celui du diélectrique ($n_1 > n_2$). Cette condition est dictée par la condition de réflexion totale interne dans le substrat pour assurer le confinement des champs à l'intérieur de celui-ci.

A partir des équations de Maxwell, nous avons développé les équations de Helmholtz pour les modes TE, la solution de cette dernière nous a permis d'écrire la composante longitudinale $H_z(x)$ dans les trois régions ; dans le substrat, à gauche et à droite du substrat. Ensuite, nous avons calculé les composantes transversales du champ électromagnétique $H_x(x)$ et $E_y(x)$. L'application des conditions aux limites appropriées nous a conduit au calcul des constantes d'intégration inconnues, ce qui nous a permis de déterminer le champ électrique normalisé $E_y(x)/E_1$ pour les modes TE pairs et impairs.

Dans une autre étape, nous avons développé les différentes équations de dispersion du guide en appliquant la condition de continuité de la composante tangentielle du champ électromagnétique. Nous avons ainsi dérivé une relation générale dont la solution nous permet de déterminer les différentes caractéristiques du guide ainsi que le nombre de modes supportés par le guide.

La résolution numérique des équations obtenues, nous a ensuite permis de donner un ensemble de résultats numériques qui concernent la constante de propagation β , la constante de propagation de coupure k_c , la constante des pertes α_c , la fréquence de coupure f_c et la distribution du champ électrique

Les résultats obtenus montrent que les paramètres structurels du guide d'ondes diélectrique ont un effet marquant le nombre de modes supportés, les fréquences de coupure et le confinement du champ électrique à l'intérieur du substrat.

Bibliographie

- [1] Institute of Electrical and Electronics Engineers, “The IEEE standard dictionary of Electrical and electronics Terms”; 6th ed. New York, N.Y., Institute of Electrical and Electronics Engineers, c1997. IEEE Std 100-1996. ISBN 1-55937-833-6 [ed. Standards Coordinating Committee 10, Terms and Definitions; Jane Radatz, (chair)]
- [2] ORIENTATION BY MEANS OF LONG RANGE ACOUSTIC SIGNALING IN BALEEN WHALES, R. Payne, D. Webb, in *Annals NY Acad. Sci.*, 188:110-41 (1971)
- [3] N. W. McLachlan, *Theory and Applications of Mathieu Functions*, p. 8 (1947) (reprinted by Dover: New York, 1964).
- [4] *The Theory of Sound*, by J. W. S. Rayleigh, (1894)
- [5] *Advanced Engineering Electromagnetic*, by C. A. Balanis, John Wiley & Sons (1989).
- [6] J. R. Baker-Jarvis, "Transmission / reflection and short-circuit line permittivity measurements", NIST tech. note 1341, July 1990
- [7] J. J. Thomson, *Recent Researches* (1893).
- [8] O. J. Lodge, *Proc. Roy. Inst.* 14, p. 321 (1894). Lord Rayleigh, *Phil. Mag.* 43, p. 125 (1897).
- [9] N. W. McLachlan, *Theory and Applications of Mathieu Functions*, p. 8 (1947) (reprinted by Dover: New York, 1964).
- [10] C.L. Xu, W.P. Huang, “Finite Difference Beam Propagation for Guided Wave Optics», In: WP Huang (editor) “Methods for modelling and stimulation of guided-wave
- [11] D. Marcuse, “Theory of Dielectric Optical Waveguides”, Wiley 1992
- [12] Q. Liu, ZQ. Cao, Q. Shen, X. Dou, Y. Chen, *Optical and Quantum Electronics* 33, 675-683, 2001
- [13] J.M. White, P.F. Heidrich, *Applied Optics*, vol. 15, No1, 151, 1976

[14] S. J. Orfanidis, 'Electromagnetic Waves and Antennas', 2004, Rutgers.

[15] J. F. Lotspeich, "Explicit General Eigenvalue Solutions for Dielectric Slab Waveguides," Appl. Opt.,14, 327 (1975).