الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة محمد بوضياف بالمسيلة
كلية العلوم الإنسانية و الاجتماعية
قسم الفلسفة

1985
جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

1985
جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

استئناف البعد المنطقي للرياضيات
"برتراند راسل أنموذجا"

مذكرة مكملة لنيل شهادة الماستر في الفلسفة

إعـداد الطالبتين:
- زهرة بن شعبان
- نسيمة زمراق

إشـراف الأستاذ:
- أحمد حسن

أعضاء لجنة المناقشة

د.الدراجي رزوخي	جامعة محمد بوضياف – المسيلة–	رئيسا
د. أحمد حسن	جامعة محمد بوضياف – المسيلة–	مشرفا ومقررا
د. ربيع لصقع	جامعة محمد بوضياف – المسيلة–	ممتحنا

السنة الجامعية 2017-2018 / 1437 - 1438 هـ

شكر وعرفان

بسم الله والحمد الله، اللهم لك الحمد ولك الثناء ولك الفضل والمن على توفيقك لنا لإتمام هذا العمل

اللهم إني أسألك إيمانا دائمًا، وقلبا خاشعا، وعلما نافعا ويقينا صادقا

ودينا قيما، وأسألك دوام العافية وأسألك تمام العافية، وأسألك الشكر

على العافية، وأسألك الغنى عن الناس يا رب العالمين

نشكره ونحمده حمدا كثيرا طيبا مباركا فيه للذي خلقنا وشق سمعنا وبصرنا

وصلى الله وسلم وبارك على سيدنا محمد وعلى آله واصحابه أجمعين.

"من لم يشكر الناس لم يشكر الله"

نتوجه بالثناء العطر والشكر الجزيل والعرفان بالجميل لكل من علمني حرفا الى أساتذتي منذ الطور الابتدائي، أتقدم بالشكر الجزيل وبأنبل الكلمات التقدير الى الأستاذ الفاضل "أحمد حسن" الذي تتبع هذا العمل خطوة بخطوة، وشجعنا على هذا العمل بإستمرار . وبفضل توجيهاته ونصائحه المستمرة التي ساهمت في اثراء هذا البحث

الى كل من ساهم ومن كان عونا في انجاز هذا العمل، كما نتقدم بالشكر الى أساتذة و طلبة قسم الفلسفة بالمسيلة.

نسيمة

زهرة

مقدمة

مقدمة:

إنّ ظهور الرياضيات وتطورها عبر العصور، جاء خدمةً وتلبيةً لحاجات الإنسان الضرورية على غرار القيام بعمليات الحساب، وخاصة في الأعمال التجارية وكذلك استخدامها في قياس الكميات على سبيل المثال: قياس الأطوال والأحجام والمساحات وغيرها، واستعمالها كذلك في عمليات التنبؤ بالأحداث الفلكية، وهذا دليل على ارتباطها بالإنسان في نشاطه اليومي وواقعه العلمي وغيرها من الاستخدامات الأخرى، وقد عرفت الرياضيات كشوفات وتطورات مختلفة عبر الحقب الزمنية التي مرت بها وصولا إلى عصرنا هذا، كما شهدت في المقابل جملة من الازمات لعل أبرزها أزمة الأسس، والتي رأى فيها "هوسرل" (Husserl) أنها جزء لا يتجزأ من أزمة العلوم الأوروبية ككل، ورغم ذلك فإن الرياضيات كانت ومازالت تحتل مكانة هامة ومتميزة، إذ تعتبر ملكة العلوم بدون منازع وبأنها النموذج الأمثل للمعرفة البشرية، ولغة كل علم ينشد الدقة واليقين.

كما نجد إلى جانب هذه الأخيرة المنطق، الذي هو ملكة إنسانية خالصة أرسى دعائمه "أرسطو" وضبطه باستخلاص صور التفكير والاستدلال، وجعله بمثابة الآلة التي تعصم الذهن من الوقوع في الخطأ، من خلال وضعه لجملة من القوانين والمبادئ التي تضمن لمن يراعها فكرا صحيحا خاليا من الأخطاء والتناقضات، ورغم ذلك فقد تعرض للعديد من الانتقادات والاعتراضات، يرى البعض أنها مردودة على أصحابها من باب أن كل البدائل له ما هي إلا تكملة للمسار الذي افتتحه "أرسطو".

من هنا فقد حظي كل من العلم الرياضي والمنطق بالكثير من الاهتمام والنقاش في مسألة العلاقة بينهما، وبالأخص في العصر الحديث والعصر المعاصر، حيث اهتم الكثير من الفلاسفة والمفكرين بهذه المسألة على غرار"**ليبنيتز**" **(Leibniz)** في العصر الحديث

و"فريغة" (Frege) و"راسل" (Russell) في الفكر المعاصر، حيث عمل "راسل" وقبله "فريغة" على إيصال المنطق بالرياضيات والرياضيات بالمنطق.

وإذا كان الشائع أن ما ميز الرياضيات الكلاسيكية هو الطابع الحدسي، فإنه لا أحد ينكر أن "**إقليدس**"(Euclide) الذي اشتهر بكتابه الأصول والذي عرض فيه مبادئ الرياضيات (التعريفات، المسلمات، البديهيات) استلهم فكرة النسق الاستنباطي من المنطق الأرسطي الذي يعد علما برهانيا (Science Démonstrative) لا كما نعته الفلاسفة المدرسيون بأنه علم معياري، ولأن المعطيات الأولية للمنهج الإقليدي تستند بدرجة أولى على تلك المبادئ التي وضعها "أرسطو" فإنه لا يمكن فهم مبادئ "إقليدس" إلا في ضوء تعاليم "أرسطو".

وبعد وقوع الرياضيات في أزمة الأسس تباينت القراءات في الفكر الفلسفي المعاصر، إذ نجد النزعة المنطقانية والنزعة الأكسيوماتيكية تكشفان عن العلاقة الوثيقة بين المنطق والرياضيات وإن اختلفت المنطلقات، بيد أن ما يهمنا هنا هو المسعى الذي أراد أن يكشف عنه المناطقة الجدد، الذين أرادو استئناف البعد المنطقي للرياضيات، ولكن الإشكال الذي يستوقفنا هنا: إلى أي حد تم فيه استئناف البعد المنطقي للرياضيات في الفكر الفلسفي المعاصر بوجه عام وعند "راسل" بوجه خاص؟ وكيف تم هذا الاستئناف وماهي محدداته وتوجهاته الأساسية؟

تنطوي تحت هذه الإشكالية العامة مجموعة من المشكلات الجزئية والأسئلة الفرعية التي تحيط بالموضوع من كافة الجوانب، ويمكن إجمالها فيما يلي:

- ماهي الظروف و العوامل التي ساعدت راسل على إعادة النظر في العلاقة بين المنطق و الرياضيات؟ وهل كانت له خلفيات سابقة تأثر بها أم كانت رؤية جديدة بحتى؟
- ما هي الأسس التي ومن خلالها رد راسل الرياضيات إلى المنطق؟

- إلى أي مدى كانت منطقانية راسل فعالة في استعادة اليقين الرياضي؟

واستجابة لهذه الإشكالية وأسئلتها الفرعية تم وضع خطة من ثلاثة فصول. حددت الأسئلة السابقة المنبثقة عن الإشكالية الرئيسية العناوين التي اقترحناها لهذه الخطة، والتي كانت على الشكل التالي:

الفصل الأول والذي جاء تحت عنوان: مقاربة مفاهمية تاريخية للرياضيات والمنطق داخل الأنساق الفلسفية، تحدثنا فيه عن مفهوم الرياضيات ومنهجها وأصل نشأتها كما قمنا بالبحث عن منزلة الرياضيات الكلاسيكية في الأنساق الفلسفية وذلك عن طريق العودة إلى مسارها التطوري بداية من الفلسفات الإغريقية فالعصر الوسيط وصولا إلى العصر الحديث وبعدها حاولنا تقديم نظرة شاملة لتطورات التي شهدها المنطق من خلال تتبع المسار التاريخي لتطوره من الصورية إلى الرمزية.

الفصل الثاني وعنوانه: طبيعة الأزمة الرياضية والحلول المقترحة لها، وهو عبارة عن فصل توضيحي لأهم سبب جاءت من أجله النزعة المنطقانية وهو أزمة الأسس، حيث بدأنا بشرح لطبيعة الأزمة التي شهدها العلم الرياضي الذي كانت تبدو مبادئه وكأنها يقينية لا يدخلها أدنى شك، بداية بالهندسة الاقليدية والتي قابلتها الهندسات اللااقليدية، ثم ظهور الدالة المنفصلة وانهيار فكرة التحليل في الرياضيات وصولا إلى أزمة النهائي واللانهائي، ثم قمنا بعرض فكرة نظرية المجموعات التي جاء بها كانتور وما تضمنته من نقائض، وفي نهاية الفصل قمنا بعرض أزمة الأسس وأهم الحلول المقدمة بشأنها، فأشرنا إلى الحدسانية عند "براوور"والأكسيوماتيكية عند "هلبرت"، وكان تركيزنا على النزعة المنطقية عند راسل.

الفصل الثالث والأخير فجاء بعنوان النزعة المنطقانية عند "راسل" ورد الرياضيات إلى المنطق، وهو الفصل الحاسم لأننا قمنا بتخصيصه لرائد المنطقانية ومستأنف البعد المنطقي للرياضيات "بيتراند راسل"الذي اتخذناه أنموذج، فقدمنا فيه راسل بوجه عام وفلسفته بوجه خاص وفكرته في الذرية المنطقية، وتطرقنا في المبحث الثاني إلى علاقة الرياضيات

بالمنطق عند راسل، وكان لزاما علينا قبل ذلك أن نعرج على كل من "بول" و"بيانو" ثم "فريجة" لنصل في الأخير إلى"راسل"، ولما كانت العلاقة عنده وثيقة بين الرياضيات والمنطق ارتأينا أنّ نوضح في المبحث الأخير أسباب رد الرياضيات إلى المنطق ولم نستطع في ذلك تجاوز تعريف "راسل" للمنطقانية وتعريفه للرياضيات البحتة لأنّه كلما تحدث عن الرياضيات البحتة إلاّ وربطها بثوابت منطقية، بل إن تعريفه للرياضيات كان بواسطة اللزوم المنطقي، ثم انتهينا إلى الكيفية التي تم بها رد الرياضيات إلى المنطق وهذا من خلال البحث عن ذلك في نظريات راسل المنطقية.

وفي الأخير قدمنا **خاتمة** حاولنا أنّ نقدم فيها النتائج المقدمة من الدراسة ككل وكذا تقديم اجابات عن أهم الإشكالات المطروحة.

وقد اعتمدنا على المنهج التحليلي من خلال شرح الأفكار التي قمنا بعرضها سواء مفاهيم أو أفكار الفلاسفة وأقوالهم، من أجل تقريب وتوضيح وتبسيط الأفكار خاصة الغامضة منها وكان ذلك بطريقة موضوعية بعيدا عن كل ذاتية تجعلنا نقدم أحكاما مسبقة، كما اعتمدنا على المنهج التاريخي الذي قمنا من خلاله بتتبع المسار التاريخي لتطور المنطق والرياضيات عبر الأزمنة وصيرورتهما في الفكر الفلسفي.

وما كان لهذا البحث أن يكتمل ولا لتلك الخطة أن تلتئم لولا اعتمادنا على مجموعة من المصادر والمراجع التي نحسب أنها قد آتت أكلها في البحث وعناصره والتي تنوعت بتنوع مجالات وتشعبات دراستنا هذه، ونذكر منها على سبيل المثال لا الحصر: "أصول الرياضيات" و"مدخل إلى فلسفة الرياضيات" لـ: "**بيتراند راسل**"، بالإضافة للعديد من المراجع من بينها: فلسفة الرياضة لـ: "**محمد الفندي**"، مدخل إلى فلسفة العلوم لـ"**محمد عابد الجابري**".

ولقد حاولنا في قراءة المصادر والمراجع توخي القراءة الصحيحة وذلك للصعوبة والدقة الناجمة عن طبيعة الموضوع، وحاولنا قدر الإمكان توخي الشرح السليم في حالة الترجمة.

أما عن الأسباب التي قادتنا إلى اختيار الموضوع فتعود إلى:

– الرغبة في خوض موضوع جديد جدير البحث وبعيد عن ميول غالبية الطلبة، وكذا لأن العديد من البحوث تفتقر للدراسات المنطقية والرياضية.

– أهمية الموضوع لأنّه يحاول عرض التطور الرياضي الذي شهد أزمة الأسس وبحث عن الحلول للخروج منها وإعادة اليقين للرياضيات من خلال ردها إلى أصولها المنطقية.

وهنا تتضح أهمية البحث الذي نسعى من خلاله إلى كشف العلاقة بين الرياضيات والمنطق من خلال عرض الأعمال والدراسات التي قام بها راسل، والتي اعتبرت فجرا جديدا في تاريخ الدراسات المنطقية والرياضية، إضافة إلى أنها نفضت الغبار عن دراسات وابحاث منطقية ورياضية سابقة، كأبحاث "فريغة" و"بيانو".

ومما لا شك فيه أن ثمة صعوبات واجهت البحث، إذ يمكن القول أن الأمر لم يكن سهلا ذلك لطبيعة الموضوع والتي تجمع بين نمطين من التفكير– الرياضيات والمنطق – يتطلبان الكثير من الدقة وخاصة أنهما يعتمدان على اللغة الرمزية والتي من الصعوبة فهمها وخاصة أنها تتغير من فيلسوف لآخر وأحيانا عند الفيلسوف نفسه مما أدى بنا إلى الكثير من الشك والغموض و صعوبة ايجاد العلاقة بينهما.

هذه إشارة إلى ما جاء في البحث ويعلم الله أننا بذلنا غاية الجهد فلم ندخر وسعا ولم نقصر حتى خرج البحث على هذه الصورة التي نأمل أن تكون نافعة وجديرة بالإعجاب، فإن وفقنا لذلك فلله الحمد وجزيل الشكر وإن كانت الأخرى فالعذر فإننا حاولنا أن يكون البحث نافعا مفيدا راقيا لدى كل من قرأه وما كان فيه من هفوات فإننا نتمثل قول الشاعر:

فما أبرء نفسي أنني بشر أسهو وأخطئ ما لم يحمني قدر

الفصل الأول

مقاربة مفاهمية تاريخية للرياضيات والمنطق داخل الأنساق الفلسفية

تمهيد

المبحث الأول: ماهية الرياضيات الكلاسيكية

المطلب الأول: مفهوم الرياضيات

المطلب الثاني: منهجها

المطلب الثالث: أصل نشأتها

المبحث الثاني: منزلة الرياضيات الكلاسيكية في الفكر الفلسفي

المطلب الأول: في الفلسفات الإغريقية

المطلب الثاني: في العصر الوسيط

المطلب الثالث: في العصر الحديث

المبحث الثالث: المنطق وتطوره من أرسطو إلى راسل

المطلب الأول: ماهية المنطق الصوري

المطلب الثاني: تاريخ المنطق من الصورية إلى الرمزية

المطلب الثالث: مفهوم المنطق الرمزي

إستنتاج

تمهيد:

تحتل الرياضيات مكانة هامة ومتميزة منذ أقدم العصور ولا يوجد علم يضاهيها عراقة، إذ تعتبر ملكة العلوم والنموذج الأمثل للمعرفة البشرية الذي تقتدي به جميع العلوم والمعارف عرفت بالعلوم الدقيقة كونها رمز للدقة واليقين، وقد عرفت تطورا منذ نشأتها إلى يومنا هذا كما كان لها ارتباط وثيق بالفلسفة، وقبل ذلك بالفكر الشرقي القديم، واختلف العلماء والفلاسفة في تحديد طبيعة نشأتها، بين من يرى أن المفاهيم الرياضية مستوحاة من العالم الخارجي أي من التجربة الحسية، ومن يرى أنها من ابتكار العقل، بيد أن الفصل في ذلك لا يهمنا هنا بقدر ما يهمنا مفهوم الرياضيات ومنهجها وتتبع أهم التطورات التي شهدتها بالإضافة إلى إبراز بعدها المنطقي، وهذا يقتضي منا تحديد ماهية المنطق والتطورات التي شهدها، لنأجل العلاقة التي تربطهما إلى الفصل الثالث، فما هو مفهوم الرياضيات الكلاسيكية*؟ وما هو المنهج المتبع فيها؟ وما هي أهم المراحل التي شهدتها في تطورها؟

* نقصد بالرياضيات الكلاسيكية الرؤية التي كانت سائدة منذ نشأة الرياضيات، سواء في جانبها التطبيقي الذي عرفته الحضارات الشرقية أو في جانبها النظري مع ميلاد العلم الرياضي عند الاغريق وكذا ارهاصات بعدها المنطقي مع ارسطو والتأصيل لمبادئها مع اقليدس والتطورات التي شهدتها إلى غاية ظهور الهندسات اللااقليدية.

المبحث الأول: ماهية الرياضيات الكلاسيكية

المطلب الأول: مفهوم الرياضيات

تعرف الرياضيات **عامة** بالحساب والعد، أما **لغة** فهي مأخوذة من الفعل روَّض بمعنى مرن أو درب، و"**يأتي الرياضي (Das Mathematische) في صيغته اللفظية من اللفظ اليوناني ta mathémata، ما هو قابل للتعلم وبالتالي أيضا للتعليم...تعني máthesis التعلم؛ mathémata ما يقبل التعلم**".[1]

أما من **الناحية الاصطلاحية:** فالرياضيات هي علم المقادير العقلية التي تزيد وتنقص و"**يطلق هذا الاسم على الحساب والجبر والهندسة ونحوها، وموضوعها الكم. فإذا كان الكم متصلا كالامتداد، سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم الهندسة، وإذا كان منفصلا كالعدد، سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم العدد، وهو يشمل الحساب والجبر**"[2].

وبالنسبة للجمع بين الكم المتصل (الهندسة) والكم المنفصل (الجبر) فقد كان ابداعا ديكارتيا محض وفق ما يعرف بالهندسة التحليلية، "**وقد عرف انجلز الرياضيات على النحو التالي ((تتناول الرياضيات البحتة أشكال المسافة وعلاقات الكم للعالم الواقعي)) ... وقد نشأت الرياضيات في الماضي السحيق تلبية لمتطلبات التطبيق . ومن الناحية المبدئية فان موضوع مادة الرياضيات هو الأعداد البسيطة والأشكال الهندسية. وقد ساد هذا الموقف أساسا حتى القرن السابع عشر، بل وحتى منتصف القرن التاسع**"[3].

من هنا فإن الرياضيات وفق المنظور الكلاسيكي هي علم المقادير العقلية المجردة التي تزيد وتنقص، تدرس الأشكال والرموز بالإضافة إلى الحساب والعدد وفق ما يسمى بالهندسة

---

(1) مارتن هيدغر، السؤال عن الشيء حول نظرية المبادئ الترنسندنتالية عند كَنْت، ترجمة: د. إسماعيل المصدق، المنظمة العربية للترجمة، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت–لبنان، ط1، 2012، ص ص 109–110.

(2) جميل صليبا، المعجم الفلسفي، دار الكتاب اللبناني، بيروت – لبنان، د ط، ج 1، 1982، ص631.

(3) روزنتال يودين، الموسوعة الفلسفية، ترجمة: سمير كرم، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، ط2، 2006، ص233.

والجبر والتحليل وتسعى إلى الدقة والموضوعية ولها منهجها وفق مقتضيات أي علم* بخلاف الرياضيات المعاصرة التي" **تتميز عن الرياضيات الكلاسيكية، وعن بقية العلوم، بدمج الموضوع في المنهاج، والمنهاج في الموضوع**"(1).

بيد أن ما يمكن قوله عن الرياضيات بوجه عام هو انها تخضع لقواعد دقيقة ومحكمة وتهدف" **بصورة رئيسية على كشف العلاقات غير معروفة أو تأكيد ارتباطات غير مثبته انطلاقا من أخرى معلومة أو جرى إثباتها سابقا وذلك باتباع أساليب متوافقة مع قواعد الاستدلال المنطقي**"(2).

كما تعد الرياضيات لغة للعلم بامتياز، إذ " **ينظر بعض التربويين للرياضيات على أنها لغة. ولهذه اللغة خواص ميزتها على اللغات الأخرى، وجعلتها أفضل من غيرها ... وهي تتصف بالدقة التامة في التعبير عن الأفكار والمعاني. كما أنها تستخدم الرموز مما يوفر لها الاختصار ويجعلها لغة عالمية تسهم في التواصل بين الحضارات والشعوب**" (3).

إن ما يحسب للعلم الرياضي حتى أصبح آلة لكل العلوم هو لغته الرمزية المحكمة التي تعد من أدق اللغات التي عرفها الفكر الإنساني، فمختلف العلوم لم يكفيها أن تستعين بالمنهج الرياضي وفقط، بل استعارت حتى لغة الرياضيات لضبط قوانينها أو النتائج التي تتوصل إليها، بل أكثر من ذلك فإن العلم الرياضي هو بمثابة الخلفية النظرية لبعض العلوم

* إن العلم هو تلك الدراسات والأبحاث التي تكون وفق درجة كافية من الوحدة والشمولية، والتي تمكن دارسيها من الوصول لاستنتاجات متناسقة، تنجم عن علاقات يتم الكشف عنها تدريجيا بواسطة مناهج محددة تعمل على تأكيدها، فالعلم بوجه عام كما يرى الفيلسوف الألماني "كانط" هو كل مذهب يشكل منظومة، أي كل مجموعة معارف منظمة حسب مبادئ وهو التعريف المأثور اليوم. أنظر في هذا الصدد: – **أندريه لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية**، ترجمة: خليل أحمد خليل، منشورات عويدات، بيروت، باريس، ج$_2$، ط2، 2001، ص1252.

(1)محمد عابد الجابري، **مدخل إلى فلسفة العلوم "العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي"**، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت– لبنان، ط7، 2011، ص 53.

(2)راضي حازم، **المنطق والرياضيات ودورها في تشكيل المعرفة العلمية**، المعهد الوطني للإدارة العامة، د ط، 2012، ص17.

(3)فاضل سلامة شنطاوي، **أسس الرياضيات ومفاهيم الهندسة الأساسية**، دار المسيرة، عمان، ط1، 2008، ص15.

على غرار العلوم الفيزيائية، وهذا راجع لطبيعة موضوعه ومنهجه القائم على كل ما هو عقلي مجرد، وكذا لرموزه المحكمة التي تعبر بكل دقة ووضوح عن عالم الأشياء والأفكار.

بعد حديثنا عن مفهوم الرياضيات بوجها عام سنفصل الآن في موضوعها بوجه خاص والذي سيتجلى أكثر في تطرقنا لمنهجها ونشأتها فيما بعد، من منطلق أن " **موضوعات الرياضة في صورتها التي يألفها الرياضيون اليوم تبدو مجردة عن كل ما هو حسي وكأنها تنبع من الفكر وحده. فهي موضوعات لا تشير إلى الأشياء حتى تحتاج مقدماً في تكوينها واطراد نموها إلى تجربة سابقة وإلى معرفة بها** "[1].

من هنا فإن ما يهدف إليه العلم الرياضي هو تجريد موضوعه المتمثل في الكم بنوعيه (المتصل والمنفصل) من جميع الصفات أي تجاوز كل ما هو حسي إلى ما هو عقلي محض قابل للقياس، فعند دراستنا للأعداد في الحساب لا نهتم بكونها تعبر عن معطيات حسية، بقدر ما يهمنا أن ندرسها هي في ذاتها، أي في طابعها النظري المحض كرموز عقلية مجردة. وهنا علينا أن نفرق بين دلالات المفهوم الكمي الخالص* وبين ما يعبر عنه من معدودات وأشكال، " **مثال ذلك أننا إذا أجرينا بعض العمليات الحسابية من جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة لم نفكر في مدلولات الأعداد التي تستخدم في كل عملية من هذه العمليات؛ وإنما ننظر إلى هذه الأعداد على أنها مجرد معان ذهنية يمكن الاستعانة بها على معرفة العلاقات التي توجد بين أجزاء الكم**"[2].

إن الكم المقصود هنا كما سبقنا وذكرنا هو كم مزدوج؛ كم منفصل وهو الذي نعبر فيه عن الأعداد والرموز وكل ما يتعلق بالحساب وكم متصل موضوعه الهندسة وهناك من

---

[1] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1969، ص24.

* كم (Quantité): إحدى المقولات الأساسية. وهي ما يقال عن الشيء في جواب كم هو؟ أما عن مفهوم كمية خالصة (Quantité pure) فهي العدد مجردا عن المعدود العيني. أنظر في هذا الصدد: – محمود يعقوبي، **معجم الفلسفة، أهم المصطلحات وأشهر الأعلام**، دار الكتاب الحديث، القاهرة، 2008، ص 145.

[2] محمود قاسم، **المنطق الحديث ومناهج البحث**، مكتبة الأنجلو مصرية، ط2، 1953، ص231.

يربطه بالمكان والزمان والحركة وهناك من يحصره في المكان فقط، من منطلق ان الزمان يعبر عن العدد.

ما يمكن قوله في الأخير حول موضوع العلم الرياضي هو أنه يتناول الكم المنفصل الذي يدرس العدد بأنواعه، بيد أن الجامع بين كل الأعداد هو علاقة التتالي والتتابع والأمر نفسه ينطبق على بقية الاعداد، بينما الكم المتصل يدرس الزمان والمكان والحركة، من منطلق انها في الوقع كل متكامل، نحن من نقوم بتقسيمها، أي بتجزئتها بطريقة تعسفية فمثلا الزمان نحن من نقوم بتقسيمه إلى ثوان ودقائق وساعات وأيام، أي إلى وحدات، والأمر نفسه ينطبق على المكان الذي نقسمه إلى أمتار وسنتيمترات ومليمترات، وما يمكن قوله حول هذا التقسيم أنه اعتباري فقط، كوننا نحن من نحددها ونتواضع عليها[1].

المطلب الثاني: منهجها

لكل علم موضوعه ومنهجه الخاص الذي يقوم عليه في بناء نظرياته وأسسه. والرياضيات الكلاسيكية كغيرها من العلوم لا تشذ عن هذا المطلب، ومنهجها قائم على مبادئ وأسس ويستند على آليتين هما:" **الحدس والاستنتاج: «حدس الحقائق البديهية» و« الأفكار الفطرية » واستنتاج حقائق جديدة من تلك. الحدس يمد الرياضيات بعنصر الخصوبة، والاستنتاج يمنحها التماسك المنطقي**"[2].

من هنا فإن الرياضيات تستمد يقينها وخصوبتها من منهجها، الذي يستند على مبدأين أساسيين هما:

---

[1]محمود قاسم، المرجع السابق ، ص 230.

[2]محمد عابد الجابري، المرجع السابق ، ص ص 53- 54.

1/ الحدس: إن الحدس بوجه عام هو الإدراك المباشر لموضوع التفكير، فهو كالومضة للعقل تدرك به الحقائق دون شهادة الحواس، لكونه تصور* من عقل خالص منتبه لموضوع ما، بحيث لا يبقى لدى المتصور أي شك بشأن هذا الموضوع، أي أنه يمتاز بصفاء الذهن وتحرر العقل من سلطان الحس وإيهام الخيال من ناحية والانطباق الكامل على الموضوع لإدراك ما يبدو بديهيا من ناحية أخرى[1].

2/ الاستنباط: هو بخلاف الحدس إذ يستند فيه العقل على معارف سابقة بطريقة غير مباشرة فهو ينتقل من أشياء بسيطة في الذهن إلى أشياء معقدة تلزم عن تلك البسائط بالضرورة، إن نتائج الاستدلال بواسطة الأفكار الفطرية توصلنا على أحسن منهج من أجل تحصيل المعرفة المثالية[2].

وهكذا فإن الاستدلال(الاستنباط) هو انتقال الفكر من حد أول إلى حد ثان ثم إلى ثالث. وهو إما ان يكون تحليليا وإما أن يكون تركيبيا. وفق ما يسمى ب:

أ) المنهج التحليلي: الذي ننتقل فيه من العام إلى الخاص، " **بوضع سلسلة قضايا (مقترحات) بدءا من القضية التي يراد البرهان عليها وصولا إلى قضية معلومة وبما أننا ننطلق من الأولى، فإن كل واحدة من القضايا تكون محصلة ضرورية لتلك التي تليها، ويترتب أن تكون الأولى محصلة الأخيرة، وتاليا تكون صحيحة مثلها**"[3].

---

* نجد الدكتور نجيب بلدي يفضل نعت الحدس بالبصيرة أو النظر المباشر على كلمة تصور، حيث يرى أن الحدس هو بصيرة العقل ورؤيته لطبيعة الشيء وماهيته.

(1)نجيب بلدي، **دروس في تاريخ الفلسفة**، أعدها للنشر الطاهر وعزيز-كمال عبد اللطيف، المعرفة الفلسفية، دار توبقال للنشر، الدار البيضاء، المغرب، ط2 ،1997، ص 75.

(2)Geneviève Rodis-lewis, **Descartes**, Librairie générale, Paris, 1984, p383.

(3)أندريه لا لاند، الموسوعة السابقة ، ص 65.

ب) المنهج التركيبي: وهو الذي يظهر لنا نتائج جديدة، فهو "**سيرة العقل الذي ينطلق من قضايا يقينية إلى قضايا أخرى هي نتيجتها الواجبة ."يكمن هذا المنهج (التوليف) في الانطلاق قضايا معترف بصحتها و استخلاص قضايا منها بوصفها نتائج واجبة ، ثم الاستخلاص من هذه قضايا جديدة ، و هكذا دواليك حتى الوصول إلى القضية التي تكون هي ذاتها معروفة بصحتها**"[1].

المطلب الثالث: نشأة المفاهيم الرياضية

تعتبر الرياضيات من أعرق العلوم وأقدمها نشأة، وقد اختلف العلماء والمفكرون حول هذه الأخيرة؛ بين من يرى أن أصلها تجريبي أي أن المفاهيم الرياضية مستوحاة من العالم الخارجي وبالتالي من التجربة الحسية، هذا ما تتبناه النزعة التجريبية وما يتبناه من يرجعونها إلى الحضارات الشرقية القديمة التي سبقت التنظير اليوناني وارتبطت بالجانب العملي ومن يرى أن أصل المفاهيم الرياضية عقلي محض وهذا ما تتبناه النزعة العقلية.

ولأن الطرح الفلسفي لنشأة المفاهيم الرياضية مرتبط بتاريخ الرياضيات، من باب أن الطرح الابستيمولوجي المعاصر يستدعي تظافر بين فلسفة العلم وتاريخه، وهذا ما عبر عنه " **«إمري لاكاتوش» I.Lakatos (1922 – 1974) فيلسوف العلم البارز بعبارته النافذة التي كانت قوية التأثير حقا:« فلسفة العلم من دون تاريخه خواء، وتاريخ العلم من دون فلسفته عماء»، ...ولايمكن دراسة مرحلة من تاريخ العلم وفلسفة التفكير العلمي بمعزل تام عن المراحل الأخرى المفضية إليها**"[2].

فإننا سنعرض تاريخ الرياضيات انطلاقا مما أصطلح عليه بالرياضيات التطبيقية التي عرفتها الحضارات الشرقية القديمة وصولا إلى ما يعرف بالرياضيات النظرية المحضة التي كان مهدها اليونان.

---

[1] أندريه لا لاند، الموسوعة السابقة ، ، ص 1411.

[2] يمنى طريف الخولي، **فلسفة العلم في القرن العشرين الحصول الحصاد والأفاق المستقبلية**، عالم المعرفة، الكويت، 2000، ص 19.

1) في الفكر الشرقي القديم:

عرفت الحضارات الشرقية القديمة الرياضيات، إذ أن هناك من يعتقد أن علم المساحة والهندسة والحساب نشأ في مصر الفرعونية، تلبية لحاجات اقتصادية واجتماعية، حيث أن فيضانات وادي النيل أجبرت المصريين القدماء على ابتكار أساليب وطرق هندسية مكنتهم من تحديد مساحات الحقول وتنظيم الزارعة والري، كما أن بنائهم للأهرامات جعلهم يبدعون في تقنية الحساب واستعمال الخطوط، إذ كانوا يرمزون لعمليتي الجمع والطرح بساقين اتجاههما إلى الأمام أو إلى الوراء هو الذي يحدد طبيعة العمليتين الآنفتين الذكر، كما تمكنوا من حل معادلات من الدرجة الأولى[1].

وبالرغم من أن النتائج التي أحرزتها الرياضيات المصرية كانت عظيمة إلا أن الوثائق التي عثر عليها لم تشر إلى استعمال القواعد النظرية في استخراج النتائج، وهذا ما يبرر الحكم الذي أصدره اليونان على الرياضيات المصرية، التي وصفوها بأنها نفعية عملية غير قائمة على الأسس النظرية المجردة، وهذا الأمر راجع لأن المصريين لم يصلو إلى وضع قواعد علم الحساب[2].

أما الرياضيات في بلاد ما بين النهرين فقد عثر على ألواح علمية مسجلة عليها نصوص رياضية لا سيما في العهدين البابلي والسومري، فقد وجدو ما يقارب 60 لوحا و200 لوحا آخرين تحتوي على جداول رياضية، بيد أن الدارس يلاحظ بأن الرياضيات في مصر كانت أكثر تطور منها في بلاد ما بين النهرين، بالرغم من أن أقدم الألواح السومرية تحتوي على جميع أنواع الجداول العددية ومنها جداول الضرب والتربيع والتكعيب، كما استخدموا الكسور وتوصلوا إلى نظام عددي مرتبط بتقسيمات الأوزان والمقاييس[3].

---

(1) محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 57.

(2) رشدي راشد، **موسوعة تاريخ العلوم العربية**، ج2، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت– لبنان، ط2، 2005، ص454.

(3) حربي عباس عطيتو محمود، **العلوم عند العرب، أصولها وملامحها العربية**، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، 1995، ص319.

كما استعمل البابليون أيضا الحساب والهندسة في دراسة حركة الكواكب والنجوم وقياس الزمن، وكذا في تنظيم الملاحة وشؤون الري، وتوصلوا إلى قياس النسبة بين محيط الدائرة وقطرها، وقاموا كذلك بحل العديد من المعادلات[1].

يتضح لنا مما سبق أن الرياضيات في مرحلتها الأولى قد ارتبطت بالواقع العملي الحسي وبالممارسة اليومية للإنسان.

2) في الفكر اليوناني:

لقد استفاد اليونانيون من الحضارتين المصرية والبابلية ومن شعوب الشرق الأخرى أو من الفكر الشرقي القديم بصفة عامة. بيد أنهم قاموا بتطويرها، فظهرت عندهم مفاهيم أساسية يقوم عليها البناء الرياضي النظري لن تكن موجودة من قبل كما استعملوا طرق جديدة في التفكير كالتجريد والتعميم والتحليل[2].

من هنا كانت الرياضيات عندهم مجردة بعد أن كانت مرتبطة بالأشياء المحسوسة من سطوح أو خطوط أو معدودات وأضحت تبحث في الروابط المجردة الموجودة بين الموضوعات المحسوسة بغض النظر عن الموضوعات نفسها، مما أضفى عليها الطابع الكلي العام[3]. وعليه فإن موضوع الرياضيات عند اليونان أصبح ماهيات ذهنية مجردة لها وجودها الموضوعي الكامل، تؤسس لعلم نظري اكتملت شروطه بعد أن صاغ له "إقليدس" منهجه في كتابه "الأصول"، وبعد أن منح "طاليس" و"فيثاغورس" الطابع النظري لموضوعه، والذي نالت فيه الهندسة الاهتمام الأكبر.

خلاصة واستنتاجات:

إن ما نخلص إليه في الأخير حول ماهية الرياضيات الكلاسيكية هو أن مفهومها الشائع ارتبط بالحساب، واللغوي تراوح ما بين التعليم والتدريب والتمرين العقلي، وعند أهل

---

[1] محمد عابد الجابري، المرجع السابق ، ص 57.

[2] المرجع نفسه، ص58.

[3] عبد الرحمن بدوي، <u>مناهج البحث العلمي</u>، وكالة المطبوعات، الكويت، ط3، 1977، ص30.

الاختصاص ارتبط مفهومها بدراسة المقادير العقلية التي تزيد وتنقص، ومن ثم كان موضوعها الكم بنوعيه؛ كم متصل ميدانه الهندسة وكم منفصل ميدانه الجبر، وما يجمع بينهما ميدانه الهندسة التحليلية.

أما ما يمكن قوله حول منهجها فمحصلة ذلك هو أنه مستمد من الطابع الذي يحكمها والذي أثار الجدل في الفلسفة المعاصرة، فإذا كان الشائع أن الرياضيات الكلاسيكية تتميز بطابعها الحدسي فإن وقوعها في العديد من الأزمات المتتالية أعاد الطرح القائل ببعدها المنطقي، من باب أن من أصل للعلم الرياضي ونقصد بالذكر "إقليدس" ارتبطت مبادئه التي وضعها بمبادئ المنطق.

ولأن ماهيتها لا تتحدد إلا باستقراء نشأتها ومراحل تطورها، فإن الرياضيات قد عرفت عدة دراسات وأبحاث حول تاريخها، خاصة بعد تعرضها لما يعرف بأزمة الأسس والتي ترتب عنها مبحث الإبستمولوجيا (نظرية العلم)، الذي اهتم بتاريخ العلم الرياضي من خلال استقرائه للعديد من التغيرات التي طرأت عليه منذ نشأته إلى يومنا هذا، سواء في طابعه الذي انتقل من الجانب التطبيقي إلى الجانب النظري او أسسه التي تراوحت بين الحدس والمنطق او افتراضات اولية اصطلح عليها بالأكسيوماتيك، أو في مضمونه ومنهجه.

ولعل هذا خير دليل على أن العلوم الرياضية شغلت اهتماما كبيرا لدى العلماء والمفكرين قديما وحديثا وتاريخها حافل بالشواهد التي تؤكد ذلك، فمنذ القديم شغلت الرياضيات حيزا في الفكر الشرقي القديم وان ارتبطت بالجانب التطبيقي الذي انحصر فقط في تلبية حاجيات الإنسان آنذاك، وبغض النظر عن وجود ارهاصات الجانب النظري فيها أم لا؟ إلا أن هذا الأخير ظهر بكل وضوح عند اليونان مع الحكماء الاوائل ونقصد بالذكر "طاليس" و"فيثاغورث"، مرورا بأشهر الفلاسفة قاطبة "أفلاطون" و"أرسطو"، وصولا عند المدرسة الاسكندرية ممثلة في "إقليدس" الذي ثبت دعائم المنهج الرياضي وحدد المبادئ الأولى التي ينطلق منها أي عمل رياضي. وما يمكن قوله هنا هو أن ما وصل إليه العلم الرياضي من تطور لم يقتصر فقط عن آراء واجتهادات حديثة تلت ما تم ذكره، بل كانت نتيجة سلسة متواصلة من الأبحاث بداية من ارتباطها بالجانب الحسي خاصة في شقها الهندسي مرورا بتجريد معانيها في شقها الحسابي.

المبحث الثاني: منزلة الرياضيات الكلاسيكية في الفكر الفلسفي

تمهيد:

لقد اقتضت منا أدبيات الدراسة أن نقدم مقاربة تاريخية لمنزلة الرياضيات في الفلسفات القديمة وكذا في الفكر الحديث، ونخص بالذكر هنا مكانتها في الفلسفة الإغريقية، لنعرج على مرحلتين عرفهما الفكر اليوناني؛ مرحلة ما قبل سقراط مع الحكماء الأوائل أين تم ميلاد الطابع النظري للعلم الرياضي مع "طاليس" و"فيثاغورس"، ومرحلة ما بعد سقراط مع "أفلاطون" و"أرسطو" وكذا "إقليدس" الذي أصل للعلم الرياضي وهنا تظهر تجليات البعد المنطقي للرياضيات وبالضبط بين تجاذبات المنطق الأرسطي والمنهج الرياضي الذي صاغه "إقليدس"، بالإضافة إلى ذلك أن نستقرئ بإيجاز الطابع العام الذي ميزها في العصر الوسيط، سواء في العالم الغربي أو في العالم الإسلامي الذي كان يعيش في عز ازدهاره في مختلف الجوانب، لعل أبرزها الجانب العلمي وما يهمنا هنا فيه هو الاكتشافات العلمية التي ظهرت في تلك الفترة بوجه عام والإبداع الرياضي الذي برز فيها بوجه خاص كل هذا وفق إشكال مفاده: ما هي المكانة التي احتلها العلم الرياضيات في الأنساق الفلسفية عبر تاريخها؟ وفيما يكمن البعد المنطقي لها؟

المطلب الأول: منزلة الرياضيات في الفلسفة الإغريقية

إن محاولة فهم طبيعة العلم الرياضي تقودنا إلى استقراء تاريخ العلم الرياضي وذلك بغية معرفة البدايات الأولى له، خاصة مرحلة ما قبل سقراط*، والتي برز فيها معلمين تركا بصمتهما في الفكر اليوناني عموما والفكر الرياضي على وجه الخصوص، وذلك بعد أن أعلنا عن ميلاد الطابع النظري للعلم الرياضي، ونقصد بذلك: "طاليس" (Thales) و"فيثاغورس" (Pythagore)، اللذان تجسدت معهما علاقة الرياضيات بالفلسفة في إطار حكمتهما المنشودة في بحثهما الكسمولوجي.

بيد أن إرهاصات أثر الرياضيات في الفلسفة نلمسها أكثر في الفلسفة الحقة التي بدأت مع "سقراط" والتي عبر عنها "أفلاطون" بقوله: من لا يعرف الهندسة لا يطرق بابنا والذي وضعه على باب أكاديميته. كما أن البعد المنطقي للرياضيات يظهر داخل النسق الأرسطي، وسرعان ما تحددت معالمه مع "إقليدس" الذي نعتت الهندسة باسمه فسميت بالهندسة الإقليدية. هذا الأخير الذي جعل الرياضيات من أهم العلوم وأدقها منهجا، وذلك بعد أن أصل لها بالمبادئ التي وضعها في كتابه الأصول.

من هنا سنكون البداية مع " طاليس"**، إذ يفتتح "إيمانويل كانط" كتابه "**نقد العقل الخالص**"(1781) بثنائه على شخص طاليس، وإن شكك في اسمه كرجل أحدث ثورة قلبت

* أنظر: – أحمد حسن، **منزلة الرياضيات في الفلسفة الإغريقية "مرحلة ما قبل سقراط"**، مجلة مقاربات، العلم والمعرفة، العدد 29، المجلد 2، جامعة الجلفة، 2017، ص171.

** ينحدر طاليس Thales من أسرة عريقة بآسيا الصغرى بمدينة مالطيا، هو أول من نعرف من الحكماء السبعة، لأنه مؤسس أقدم مدرسة في التاريخ، بالإضافة إلى أنه اشتهر بتعاليمه الرياضية والفلكية، رأى أن أصل الأشياء جميعا هو الماء وأن الأرض قرص مسطح مستو يطفو على الماء، يحدد تاريخ ميلاد "طاليس" في الغالب بالنظر إلى الكسوف الشمسي الذي تنبأ به وكان عملا فذا بالنسبة لفلك تلك الأزمان وذلك في 585ق م، من هنا يكون "طاليس" قد ولد قبل ذلك في سنة 624ق م، وتوفي على الأغلب 548ق م. أنظر – وولترستيس، **تاريخ الفلسفة اليونانية**، ترجمة مجاهد عبد المنعم مجاهد، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، ط1، 1984، ص29.

نمط التفكير حيث جمع في الرياضيات بين الجانب النظري والجانب العملي[1]، ذلك لكونه صاحب كشوف ذات صبغة علمية، فقد وضع طريقة لقياس الزمن، واعتمد على خصائص المثلثات المتشابهة في قياس بعد السفينة وهي تغادر الميناء، وتنسب إليه نظرية شهيرة

معروفة باسمه* تبنى على دراسة الأشكال المتشابهة في الهندسة[2]. ويضاف إلى هذا أن طاليس هو مكتشف البرهان الرياضي في التعامل مع الظواهر الهندسية والجبرية أو ما يسمى بالكم المتصل والكم المنفصل.

إن الاكتشافات التي توصل إليها "طاليس" جعلته من بين أهم الحكماء السبع، حيث أضفى نوع من المقاربة الرياضية حتى وإنها لم تكن تحتكم إلى منهج، لكنه استطاع أن يؤثر في الفلسفة حيث ابتدأت باسمه، إذ "**أنه وضع المسألة الطبيعية وضعا نظريا بعد محاولات الشعراء واللاهوتيين فشق الفلسفة طريقها فبدأت باسمه، قال إن الماء هو المادة الأولى والجوهر الأوحد الذي تتكون من الأشياء**"[3].

من هنا قد استطاع "طاليس" أن ينظر للفلسفة، بالإضافة إلى الدور الهام الذي قام به في الرياضيات وذلك للطابع النظري الذي اتسم به في صياغته للقضايا الرياضية والتي لا تزال تعرف إلى اليوم بمبرهنة طاليس أو "نظرية طاليس"، كما أنها تعتبر البداية الأولى للعلم الرياضي.

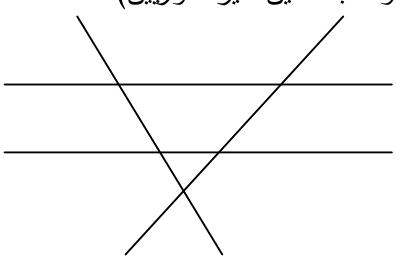
---

[1]ايمانويل كانط، **نقد العقل الخالص**، ترجمة موسى وهبة، مركز الإنماء العربي، لبنان، د س، د ط، ص32.

* **نظرية طاليس:** (نظرية التناسب الخاصة بالمستقيمات المتوازية المقطوعة بقاطعين غير متوازيين).

إذا كانت النقطة 'B تنتمي إلى الضلع AB
والنقطة 'C تنتمي إلى الضلع AC
وكانت المستقيمان(BC) // ('B'C) فان:

$$\frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AB'}{AB}$$

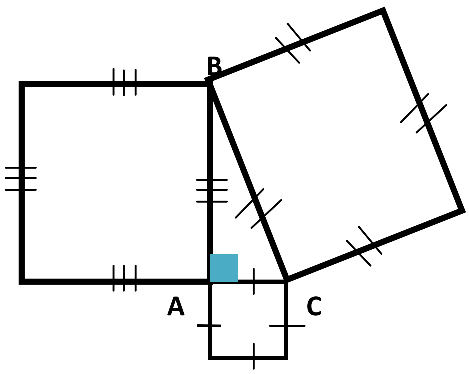


[2]نجيب بلدي، **دروس في تاريخ الفلسفة**، أعدها للنشر الطاهر وعزيز–كمال عبد اللطيف، المعرفة الفلسفية، دار توبقال للنشر، الدار البيضاء، المغرب، ط2،1997، ص13.

[3]يوسف كرم، **تاريخ الفلسفة اليونانية**، السلسلة الفلسفية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، مصر، 1936، ص12.

أما بالنسبة لفيثاغورس* فلقد كانت له نزعة رياضية عميقة أثرت في كل المذاهب التي جاءت بعده، كما أن له دورا هاما في إقامة الهندسة إلى حد أن الفيلسوف الألماني "إدموند هوسرل" في كتابه العمدة "أزمة العلوم الأوربية والفنومينولوجيا الترنسندنتالية" يقول: "**إن نظرية فيثاغورس والهندسة كلها لا توجد إلا مرة واحدة، حتى و إن عبرنا عنها عدة مرات ومهما كانت اللغة التي تم بواسطتها التعبير عنها**"[1].

وكما سبق وقلنا فقد ساد قبل فيثاغورس ما يعرف بالهندسة العملية أو التجريبية التي كان يستعملها الإنسان في حياته اليومية، بيد أن الفضل يرجع إليه في أنه أدخل البرهان في الرياضيات. إذ اكتشف البرهان المجرد لعلاقة وتر المثلث القائم الزاوية مع أضلاعه، فبرهن أن مساحة المربع المقام على الوتر يساوي مساحة مجموع المربعين المقامين على الضلعين الآخرين.



إذا كان المثلث ABC قائما فإن مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طول الضلعين الأخريين.

$BC^2=AC^2+AB^2$

لقد توجه تفكير الفيثاغورثيين إلى الاهتمام بالتناسب والتناغم السائد في الكون، إذ أضفوا عليه تفسيرا مرتبطا بالعدد، فمثلوا هذا التناسب في العلاقة التي تربط بين الأرقام حيث يقاس

---

* **فيثاغورس:** لا يعرف الكثير عن حياته حسب ما تقرره كتب المؤرخين، حيث يشير البعض إلى أن فيثاغورس (572ق م– 497ق.م) فيلسوف يوناني ولد في ساموس، يعد أول من استعمل كلمة فيلسوف، هو زعيم النحلة التي تنسب إليه وتسمى فرقة الفيثاغوريين، أنظر في هذا الصدد: –جون ماكليش، **العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكومبيوتر**، ترجمة: د. خضر الأحمد ود. موفق دعبول، مراجعة: د. عطية عاشور، سلسلة عالم المعرفة، الكويت،1999، ص114.

[1] ادموند هوسرل، **أزمة العلوم الأوربية والفنومينولوجيا الترانسندنتالية**، ترجمة: د. إسماعيل المصدق ومراجعة: د. جورج كاتوراه، مركز دراسات الوحدة العربية، ط1، بيروت،2008، ص414.

بها النظام الموجود في الكون، فاصطفاف فرقة من الفرق يعكس النظام والترتيب بشكل يجعل مثلا الجنود يقفون على مسافات متساوية بين الواحد والآخر، والأمر نفسه في التناغم الموسيقي القائم على الأعداد، إذ بها تترتب النغمات الموسيقية في الآلة، ولما كان الكون عبارة عن تناغم موسيقي، فقد بنى الفيثاغوريون على هذا أن الطابع الجوهري للكون هو العدد، ودراسة الرياضيات تؤيد الفيثاغورثيين في هذه الفكرة، فعلم الحساب هو علم الأعداد والرياضيات ككل ترتد إلى الأعداد[1].

ولقد تأثر أفلاطون* بالمدرسة الفيثاغورية الأمر الذي جعله يهتم بالرياضيات وجعل تعلمها شرطا ضروريا لطرق باب أكاديميته التي أسسها في أثينا، إذا رأى أن ترييض العقل هو السبيل الوحيد لفهم الواقع والوصول إلى كنه الحقيقة التي فقدناها في عالم المثل، باعتبار أن المعرفة عنده تذكر، والتذكر عملية عقلية، ولهذا طالب بضرورة دراسة الجانبين العقلي والروحي باعتبار أن الأول متمثل في الرياضيات والثاني في الفلسفة، إذ أن "**التكلم عن الرياضة إنما نتكلم عن رياضة البحث التي تبصر بالحقيقة الخالدة وتقدم أفضل وسائل السمو بالنفس إلى الخير**"[2].

لقد رأت المدرسة الفيثاغورية أن الأشياء تمثل العدد، لكن أفلاطون يرى أن الأشياء تشارك مع الأعداد، يقول في هذا الصدد "**عن أولئك الذين يشغلون بالهندسة والحساب وما شابهما بأنهم يبدون بمسلمات كأعداد الزوجية والفردية، ومختلف أنواع السطوح، والأنواع الثلاثة من الزوايا...**" [3].

---

[1]ولترستيس، **تاريخ الفسفة اليونانية**، مرجع سابق، ص ص39-40.

* أفلاطون Platon (429-347ق.م) من أكبر فلاسفة اليونان قاطبة، هو تلميذ سقراط، وضع نسقا فلسفيا كاملا ذا نزعة روحانية مثالية، تناول فيه مشاكل الوجود والمعرفة في صورة محاورات تحدث فيها على لسان سقراط وعددها 22 محاورة اثنتان منها هما "الجمهورية" و"النواميس" اللتان تعد كل واحدة منهما كتابا كاملا. أنظر: - محمود يعقوبي، **معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام**، دار الكتاب الحديث، القاهرة، ط2، 2008، ص193.

[2]حربي عباس عطيتو محمود، **العلوم عند العرب**، مرجع سابق، ص155.

[3]فؤاد زكريا، **دراسات لجمهورية أفلاطون**، مراجعة: محمد سليم سالم، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والنشر، ودار لكتاب العربي للطباعة والنشر، القاهرة، دط، 1968، ص241.

إن أهمية الرياضيات في الطرح الأفلاطوني تكمن في كونها تستخدم منهجا دقيقا صارما يعتمد على الفروض، حيث يقول: "**عندما يسأل العالم الرياضي بصدد سطح من السطوح، وعلى سبيل المثال عم إذا كان من الممكن لمثلث بعينه أن يندرج بدائرة بعينها، تراه يجيب لا أدري بعد إن كان هذا السطح يصلح لذلك**"[1]، في هذا رأى "أفلاطون" أنه من المناسب لتعيين هذا المطلوب أن نجري فروضا عقلية توصلنا إلى أن النتيجة تكون كذا أو لا تكون كذا. كما أن الصياغة الرياضية العقلانية للطبيعة، التي تبناها علماء العصر الحديث للوقوف في وجه الفكر الأرسطي الذي ساد في العصور الوسطى ترجع إلى فلسفة "أفلاطون"، حيث هناك من يؤكد أن"غاليلي" كان متشبعا بتصور أفلاطوني للمعرفة وكذلك الحال بالنسبة للعقلانية الديكارتية [2].

---

[1]ماهر عبد القادر محمد، محاضرات في الفلسفة اليونانية، مرجع سابق، ص228.

[2] A. Koyré, **"Galilée et Platon", in Etudes d'Histoire de la pensée**, Gallimard, 1973, p195.

أما بالنسبة لأرسطو* الذي هو تلميذ أفلاطون، فإن ما يميزه عن أستاذه أنه كان مخالفا له في أرائه حول عالم المثل، لذا يطلق على "أرسطو" بأنه واقعي وعلى "أفلاطون بأنه مثالي، فأفلاطون يقر بعالم المثل ويعتبر العالم الحسي عالم زائف غير أن ارسطو يقر بالعكس تماما، وبالنسبة للرياضيات عند "أرسطو" فهي علم برهاني كونها تنطلق من مقدمات أولية واضحة للوصول الى نتائج يقينية، وهو في هذا يؤكد على أن هناك مبادئ وأسس تخص كل علم، في حين أن هناك مبادئ تشترك فيها جميع العلوم حيث حددها أرسطو في: قوانين الفكر، والمتمثلة في: (1)

1. قانون الهوية: هو مبدأ أساسي يمنع الفكر من تصور وجود الشيء وعدمه في نفسالوقت. مثلا: (أ) هو (أ)، (ب) هو (ب)، الشيء هو هو.

2. مبدأ عدم التناقض: أي أنه لا يصح أن يكون الشيء موجودا وغير موجود؛ أي الشيء لا يكون موجود وغير موجود في وقت واحد لأن وجود الشيء وعدمه في وقت واحد شيء مستحيل. مثلا: التلميذ موجود داخل القسم وخارجه وهذا لا يصح منطقيا أن يكون في مكانين في نفس الوقت.

3. مبدأ الثالث المرفوع: إما أن يكون الشيء موجودا أو غير موجود فلا يصح وجود حاله ثالثة، مثلا: في المنطق قضيتين متناقضتين واحدة تكون صادقة وأخرى كاذبة ولا وجود لثالثة؛ أي أن (أ) هو (ب) وهو ليس (ب) وهذه هي مبادئ العقل لضرورة الفكر.

---

* **ارسطو**: (322-384) ولد في أسطاغيرا وتوفي في خلقيس، فيلسوف يوناني من أكبر الفلاسفة قاطبة، تتلمذ على يد أفلاطون، وبعد وفات هذا الأخير أنشأ مدرسة عرفت بإسم الوقيوم، وكان من عادته أن يلقي دروسه على تلاميذه وهو يمشي، لذلك نعتت مدرسته بالمشائية، كان تعليمه شاملا لتاريخ الفلسفة. أنظر في هذا الصدد: محمود يعقوبي، **معجم الفلاسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام**، المرجع السابق، ص192.

(1) فؤاد افرام البستاني، **قاموس لكل فن ومطلب**، من أرتنا الى أرسطو، دار المعارف، بيروت، 1971، المجلد التاسع، ص427.

أما المبادئ الخاصة بالرياضيات فهي: التعريفات، البديهيات، والمسلمات وهي التي حددها فيما بعد "إقليدس" في كتابه الأصول، وإذا كان التعريفات هي أقوال شارحة فإن "أرسطو" يميز بين البديهيات التي هي مشتركه بين جميع العلوم، والمسلمات التي تخص كل علم على حدا، كما أنه يضع قواعد للتعريفات، كما يفصل أرسطو بين علم الحساب والهندسة لأن الأول أساسه العدد، أما الثاني لا يمكن البرهنة على قضاياه إلا بالرجوع إلى الحساب(العدد). فالأشكال الهندسية نجسدها في الواقع ونبرهن عليها من خلال العقل، لهذا تعد الرياضيات علما برهانيا فهو يحتاج لنقطة انطلاق كأن نقول 1+1=2 هي قضية واضحة ومتفق عليها[1].

وهنا يبرز التداخل بين المنطق والرياضيات، والذي يؤكده المنطقي البولندي المعاصر "يان لوكازيفيتش" (Jan Lukasiewicz) في مؤلفه المهم "**نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث**"[2]، إذ يقر بوجود نوع من النزعة الرياضية المبطنة في منطق أرسطو*، حيث يرى أنه استخدم البرهنة الرياضية في حساب العلاقات القضوية جاعلا من منطقه نظاما أكسيوميا مماثلا لكل نظام رياضي.

---

[1] Jan Lukasiewicz, **Aristotle's Syllogistic From the Standpoint of Modern Formal Logic**, Oxford Univ Press, 2nd edition, 1957, p59.

[2] Jan Lukasiewicz, ibid, p60.

*أرسطو:تظهر قيمة المنطق الأرسطي عند عالم الرياضيات الكبير "ليبنيتز" (Leibniz) الممهد للمنطق الصوري الحديث، عندما يعتبر أن اختراع صورة القياس الأرسطي أحد أجمل اختراعات الفكر البشري بل هو من أعظمها، حيث يقول: "**أني أتمسك بأن اختراع شكل الأقيسة من أجمل ما صنع الذهن البشري ومن أكثرها استحقاقا لتقدير، إنه نوع من الرياضة الكلية لم تعرف أهميته بما فيه الكفاية**"، فالقياس حسبه نوع من الرياضيات الكلية التي لم تعرف أهميتها تمام المعرفة، لذلك يجد فيه "ليبنتز" عصمة للذهن من الخطأ شريطة أن نحسن استعماله. أنظر: – ليبنتز، **أبحاث جديدة في الفهم الإنساني**، "نظرية المعرفة"، الباب 4، فصل17، ترجمة: د. أحمد فؤاد كامل، سلسلة النصوص الفلسفية، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، 1983، ص295.

– Louis Couturat, **La logique de leibniz d'après des documents inédits**, F. Alcan, Paris, 1901, p2.

كما أن النسق التصنيفي في المنطق الأرسطي(الصوري)لا يعتبر نظرية في التصور فحسب بل يوجد أيضا في الرياضيات، فمثلا الخط هو إما مستقيم أو منحن، فالقسمة جامعة مانعة أي نوع الخط يحدده "الفصل" لا "الوصل"، حيث لا يوجد خط يمكن أن يكون الاثنين معا. فيمكن أن نجمع على أن المستقيم والمنحني بأنهما خط، فالوصل يدلنا على جنس الشيء، إلا أنه لا يمكن القول بأن المستقيم منحني، كما أنه لا يوجد للخط نوع ثالث. إن الطرد المتبادل للأنواع لا يحطمه اتحاد الخط المستقيم مع قوس الدائرة، هذا ما يؤكد وجود نوع من التطابق بين تصورات العلم الرياضي وقواعد القسمة والتصنيف(الكليات الخمس) كما وضعها المنطق الأرسطي، حيث أن صدق المناهج المستخدمة في العلم الرياضي ومشروعيتها يستلزم هذا التطابق[1].

وتجليات ذلك ستظهر عند "إقليدس" الذي "**جمع الأبحاث الرياضية، التي قام بها اليونان - في الفترة التي تمتد ما بين القرن السادس والقرن الثالث قبل الميلاد- في كتابه المشهور الذي سماه الأصول، ... وكما هو معروف، فلقد شيد أوقليدس هندسته على مجموعة من ((الفروض)) عليها يتوقف صدق النظريات والنتائج**"[2].

وقد بنى هذه الهندسة بداية بالسطح ثم الخط والنقاط، حيث "**السطح مستو، ومن ثم فالخط المستقيم هو معيار لتعامل بين النقاط التي تقع على السطح**" [3].

(1)ر. ج. كولنجود، **مقال في المنهج الفلسفي**، ترجمة ودراسة وتقديم: فاطمة إسماعيل، مراجعة: إمام عبد الفتاح إمام، المجلس الأعلى للثقافة، القاهرة، 2001، ص ص169-170.

(2)محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص74.

(3)محمد محمد قاسم، **مدخل إلى الفلسفة**، دار النهضة العربية، بيروت – لبنان، ط 1، 2001، ص 98.

ومن خلال هذه القاعدة عرض جملة من المبادئ وهي كالتالي:

1/التعريفات الاقليدية: وهي جملة من الحدود التي تعبر عن جوهر الأشياء وماهيتها وتهدف إلى الوصول لأقصى درجات الوضوح. من بينها:

- ✓ **النقطة هي ما ليس له أجزاء، أو هي ما ليس له مقدار.**
- ✓ **الخط طول دون عرض.**
- ✓ **نهاية الخط نقطتان.**
- ✓ **الخط المستقيم هو الذي يقع باعتدال بين نقطتي النهاية.**
- ✓ **السطح هو الذي له طول وعرض.**
- ✓ **نهاية السطوح هي الخطوط.**
- ✓ **الزاوية المنفرجة هي التي يكون أكبر من قائمة.**
- ✓ **الزاوية الحادة هي التي تكون أقل من القائمة.**
- ✓ **الأشكال الثلاثية الأضلاع هي التي يحدها ثلاثة مستقيمات أي مثلثات.**
- ✓ **المثلث المتساوي الساقين هو المثلث الذي له ضلعان متساويان.**
- ✓ **المثلث حاد الزوايا هو الذي يحتوي ثلاث زوايا حادة.**
- ✓ **المستقيمات المتوازية هي مستقيمات على سطح واحد بحيث لا تتقابل من تلك الجهتين**"[1].

2/المسلمات: وهي قضايا "**غير واضحة بذاتها، ولكن الرياضي يطلب منا التسليم بها دون برهان، مع وعد منه بأنه سيشيد عليها بنيانا رياضيا متماسكا**"[2].

---

[1] كامل محمد محمد عويضة، إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، ط 1، بيروت–لبنان، 1994، ص ص 73–74.

[2] محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص74.

ومن بين هذه القضايا التي طلب منا إقليدس التسليم معه في صدقها نجد:

- ✓ "**من الممكن رسم مستقيم بين نقطتين.**
- ✓ **من الممكن مد مستقيم محدود إلى الطول.**
- ✓ **من الممكن رسم دائرة من أي مركز، وعلى أي بعد من هذا المركز.**
- ✓ **الزوايا القائمة متساوية.**
- ✓ **من نقطة خارج مستقيم لا يمكن أن يمر إلا موازي واحد لذلك المستقيم**"[1].

3/ البديهيات الاقليدية: وهي القضايا الواضحة بذاتها نقبلها بدون البرهنة عليها. ولقد وضع إقليدس العديد من البديهيات أهمها:

- ✓ **الأشياء المساوية لشيء واحد متساوية فيما بينها.**
- ✓ **الكل أكبر من الجزء.**
- ✓ **إذا طرحنا أشياء متساوية من أشياء متساوية فبواقي الطرح تكون متساوية.**
- ✓ **أنصاف الشيء الواحد بعينه متساوية،** (بالتالي فإن أنصاف الأشياء المتساوية تكون متساوية) [2].

بهذا شكلت كل من التعريفات والمسلمات والبديهيات التي وضعها "إقليدس" مبادئ للرياضيات واعتبرت "**أنموذجا للنظرية الاستنتاجية لا يتجاوز، بل يصعب حتى مضاهاته...تم الحرص على اختيارها بحيث لا يساور العقل السليم أي شك في شأنها. وعلى الرغم من أن كل ما تثبته هو صادق من الناحية الخبرية [أو التجريبية]، فإن التجربة لا تستدعى لتقدم تبريرا، إذ لا يعمل عالم الهندسة إلا وفق الطريقة البرهانية...مع الامتثال لقوانين المنطق وحدها**" [3].

من هنا ساهمت هندسة إقليدس في بناء النسق الرياضي في العصر اليوناني وكذا تطوره عبر العصور، فكل رياضي أصبح من الضروري لديه أن يرجع إلى كتاب "الأصول"

---

[1] كامل محمد محمد عويضة، المرجع السابق، ص 76.

[2] المرجع نفسه، ص 78.

[3] روبار بلانشاي، <u>**الأكسيومية أو منظومة الأوليات**</u>، تعريب: محمود بن جماعة، دار محمد علي للنشر، صفاقس- تونس، ط1، 2004، ص 9.

لإقليدس، وفي هذا الصدد يقول "غاستون باشلار": "**وقد اعتقدوا أن هذا الفكر الأساسي هو أساس العقل البشري حتى أن "كانط " أنشأ على هذه الصفة الثابتة للبناء الهندسي بناءه الهندسي للعقل**"[1].

وإذ "باشلار" يبرز مدى أهمية الهندسة الاقليدية ف"**حقيقة إنه لا يوجد علم أكثر عراقة في تاريخه من الرياضة، فقد دخلت الرياضة مرحلة اليقين العلمي منذ أقدم المفكرين الذين حفظ التاريخ أسمائهم: طاليس وفيثاغور. كما أنه لا يوجد علم انحدر إلينا عبر القرون كبناء وثيق شاهد بالعبقرية العلمية للإنسان مثل هندسة الرياضي الاسكندري أقليدس**"[2]. وحتى اكتشاف الجبر من طرف العرب المسلمين يرجع الفضل فيه أولا "لإقليدس" الذي ظل منهجه معيارا لدى العديد من علماء الرياضيات وكذا الفلاسفة خاصة في عصر التنوير*.

المطلب الثاني: منزلة الرياضيات في العصر الوسيط

إن ما شهده الغرب في العصر الوسيط هو تراجع للعلوم من أوج ازدهارها إلى أفولها وفق ما يعرف بمرحلة انحطاط وانحدار الفكر الأوربي أو كما وصفها بعض المؤرخين بعصور الظلام الأوربية، إذ حارب رجال الدين كل المعارف البعدية التي لم يقل بها الدين ورفضوا التجديد، ولم يتم قبول إلا ما يتلاءم مع المرجعية الدينية التي تمثلها سلطة الكنيسة.

بخلاف هذا نجد أن الحضارة الإسلامية قد كانت في قمة ازدهارها العلمي، حيث شهدت تطورا في شتى العلوم ونخص بالذكر العلم الرياضي، فقد ظهرت العديد من الاكتشافات الرياضية، على يد المسلمين، والتي أثرت فيما بعد على تطور العلم الرياضي لدى الغرب،

---

[1] غاستون باشلار، **الفكر العلمي الجديد**، ترجمة: عادل عوا، موفم للنشر، د ط، الجزائر، 1990، ص 22.

[2] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، مرجع سابق، ص13.

* إن المتأمل في التراث الهندسي لعصر التنوير يجد العديد من الكتب المدرسية تعتمد على الصورية Formalisme الإقليدية. ويلحظ تأثرها الشديد بإقليدس منهجا ومضمونا. أنظر في هذا الصدد: – د. عبد القادر بشته، **العقل العلمي في عصر التنوير**، دار الطبيعة، بيروت، ط1، 1997، ص ص 70-74.

إذ "**تتجلى العبقرية الإسلامية في الجبر، فالجبر عنوان صحيح وصادق للحضارة الإسلامية وهو وصف لتلك العقلية**" [1]

ويعتبر الخوارزمي* أول عالم رياضي وضع أسس علم الجبر من خلال مؤلفه الشهير "الجبر والمقابلة"، كما يعتبر "**ثابت بن قرة**"** من بين الذي أبدعوا في المنطق والفلك والرياضيات، و"**يعتبر أيضا ممهد طريق حساب التكامل والتفاضل وانه قام بحل الكثير من المسائل الصعبة والعمليات المعقدة كتوصله لحساب طول السنة النجمية 365يوما و6ساعات و9دقائق**"[2].

وهناك عمر الخيام*** الذي عمل على شرح ما أشكل من مصادرات كتاب "اقليدس" والكاشي**** الذي يرجع إليه الفضل في استخدام المسلمين للكسر العشري وغيرهم من العلماء المسلمين الذين لا يسعنا ذكرهم هنا والذين كان لهم الأثر البالغ على تطور الغرب في العصر الحديث.

---

(1)عيسى عبد الله، **قراءة جديدة للعلوم عند العرب**، دراسة تحليلية، منشورات فاليتا، مالطا، دط، 2002، ص349.

* الخوارزمي: أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي أصله من خوارزم. أقام ببغداد في عصر المأمون، برع في الرياضيات والفلك. ويعد أول من استعمل الجبر بشكل مستقل عن الحساب وفي قالب منطقي. وأول من استعمل كلمة الجبر. كان لكتابه "الجبر والمقابلة" أثر كبير في تقدم الرياضيات. أنظر: - محمود يعقوبي، مرجع سابق، ص207.

** ثابت بن قرة: (288هـ-901م) هو ثابت بن عرفان الجراني، كنيته أبو حسن ولد في الصبران الواقعة بين النهرين، من بين مؤلفاته، كتاب في مسائل الهندسة، كتاب في إقليدس، المثلث القائم الزوايا، مساحة الأشكال وسائر البسط والأشكال المجسمة. أنظر في هذا الصدد: سمير عرابي، **علوم الفلك والرياضيات والجغرافيا عند علماء العرب والمسلمين**، دار الكتاب الحديث، دط، دت، ص ص 48-49.

(2)حربي عباس عطيتو، المرجع السابق، ص 259.

*** الخيام: أبو الفتح عمر بن إبراهيم الخيامي النيسابوري المتوفي سنة (515هـ - 1121م). شاعر وفيلسوف فارسي عالم بالرياضيات والفلك. من تصانيفه بالعربية "رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات كتاب إقليدس" و"مقالة في الجبر والمقابلة". أنظر: - محمود يعقوبي، المرجع السابق، ص 207.

****الكاشي: (839هـ-1436م) هو عباس الدين ابن مسعود بن محمد الكاشي من مدينة قاشان درس وألف في الرياضيات. من أهم مؤلفاته رسالة في الحساب، رسالة في الهندسة، مقالة في الكسور العشرية، رسالة الجيب والوتر. أنظر في هذا الصدد: محمد حسن محاسنة، أضواء **على تاريخ العلوم عند المسلمين**، دار الكتاب الجامعي، ط1، 2001، ص199.

المطلب الثالث: منزلة الرياضيات في العصر الحديث

لقد حققت الرياضيات مع أواخر القرن السادس عشر وما تلاه نتائج هامة ووصلت إلى درجة من التطور ساهم فيها العديد من العلماء، والبداية كانت مع الثورة الكوبرنيكية التي أحدثها "كوبرنيكوس" (Coprenicus)، ثم تيكوبراهي (Tychobrahi) وكيبلر (Kepler) وصولا إلى غاليلو (Galilo) والذين صاغو مفهوم محورية الشمس، فبفضل المشاهدات التي دونها "تيكوبراهي" بدقة عن حركة الكواكب ونظرية "كوبرنيكوس" تمكن "كيبلر" من إثبات دوران الكواكب حول الشمس بعد أن وضع ملاحظات "تيكوبراهي" موضع الاختبار الرياضي، ليأتي "غاليلو" (1564 -1642) ويفند نظرية "أرسطو" حول سقوط الأجسام، ويصل بعده العلم الفيزيائي الرياضي إلى قمته مع إسحاق نيوتن (1642 – 1727) الذي اكتشف قانون الجذب العام[1].

بيد أن الأثر البالغ للرياضيات في العصر الحديث كان على الفلسفة وبالضبط مع ديكارت* الذي يعتبر من أهم الذين أولو اهتمامهم بالعلم الرياضي الذي جعل منه البوابة التي يلج منها إلى الحداثة والخروج من متهات الفكر اليوناني القديم القائمة على المعاني الأفلاطونية المفارقة التي هيمنت على فكر القرون الوسطى، وعلى صدق التصورات التي جاء بها المنطق الأرسطي والتي وظفت لتحقيق مآرب رجال الكنيسة.

إن التجديد الحقيقي الذي استحدثه "ديكارت" في الفلسفة، فإنه لم يكن في تعريفها وتقسيمها ولا في النظرة الكلية الشاملة إليها التي جعلت منها أم العلوم، وإنما يكمن في النظرة المستجدة القائمة على البحث العلمي، وكذا في تفصيل المسائل التي عرضت في تحليل المبادئ التي قامت عليها، وفي تحصيل النتائج المترتبة عنها وفي غير هذا كله من الأفكار والأنظار التي عبر عنها في كتابه "المقال عن المنهج" (مقالة الطريقة) [2].

---

[1] ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة العلوم المنطق الاستقرائي**، دار النهضة العربية، بيروت، ج1، 1984، ص80.

* ديكارت: روني (1596 – 1650) ولد في لاهي بفرنسا وتوفي في ستوكهولم بالسويد، من كبار الفلاسفة الفرنسيين. من كتبه: مقالة الطريقة، التأملات، مبادئ الفلسفة، قواعد لقيادة الفكر، طلب الحقيقة بالهداية الطبيعية. أنظر في هذا الصدد:
- محمود يعقوبي، المرجع السابق، ص209.

[2] ديكارت، **مقال عن المنهج**، تر:محمود محمد الخضيري، مراجعة وتقديم د. محمد مصطفى حلمي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ط3، 1985، ص ص36-37.

والذي حققه عن طريق استعمال منهج رياضي في بناء فلسفة تقوم على الحقيقة واليقين وتقدم لنا ما هو جديد، أي عن طريق الاقتداء بالدقة الرياضية في صياغة الأفكار الفلسفية كأفضل طريقة للتخلص من الشوائب التي التصقت بها الفلسفات القديمة، كون التفكير الرياضي حسبه هو التفكير الصحيح.

ولأنه اتخذ من الأنموذج الرياضي منهجا يعين على كشف الحقيقة " **فلقد كان ديكارت بالنسبة لمواطنيه مؤسس فلسفة لطبيعة بقدر ما كان مهندسا أو ميتافيزيقيا، وفلسفة الطبيعة الديكارتية هي عصب الانجاز الفكر الديكارتي أو دعامته هي منه بمثابة الساق حاملة الفرع والأوراق في شجرة المعرفة**"(1).

حيث كان "ديكارت" عالما ورياضيا بقدر ما كان فيلسوفا، لذلك لا نستغرب أن يكون من أكد على نجاعة العلم الرياضي" **وهو الذي ابتكر الهندسة التحليلية أن يستفيد من منهجها في الفلسفة، إذ كان مدار العلم الطبيعي في حقيقة الأمر هو الكشف عن العلاقات التي يمكن التعبير عنها رياضيا، لذلك ينبغي أن يكون تابعا للعلم الرياضي، وبقدر ما يمكن تفسير العالم علميا، يجب تفسيره رياضيا، لما تمنحه لنا الرياضة من يقين**"(2).

لقد بدأ "ديكارت" في بناء فلسفته الرياضية من خلال مبدأ الشك* الذي استند عليه كخطوة إجرائية بغية الوصول إلى الأنا مفكرة أي الوصول إلى اليقين الأول المتمثل في "الكوجيتو"–أنا أفكر إذن أنا موجود– ، حيث شك في كل شيء واعتبر كل الحقائق زائفة، ومن أجل الخروج من هذا العالم الوهمي راح يبحث عن السبيل الذي يؤدي إلى الحقيقة، ووجد ذلك في المنهج السليم الذي يعالج مزالق الفكر ويقي العقل من مزالق الخطأ، ولا يوجد أفضل من المنهج الرياضي.

---

(1)د. عبد الوهاب جعفر، **أضواء على الفلسفة الديكارتية**، الفتح للطباعة والنشر، القاهرة، ط2، 1990، ص36.

(2)د. راوية عبد المنعم عباس، **الفلسفة الحديثة والنصوص**، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية،1987، ص89.

* إن ما يترتب على تطبيق المنهج الرياضي الديكارتي على الميتافيزيقا هو الشك المنهجي، فكون أن الحواس لا يمكن الوثوق فيها، فلابد من الشك فيها، بل إن الرياضيات ذاتها رغم ما تحمله من يقين لابد من إخضاعها للشك، نتيجة مخادعة شيطان ماكر يقودنا إلى طريق الضلال، لذلك شك ديكارت بكل ما هو قابل للشك، حتى وجوده ذاته. أنظر في هذا الصدد: – برتراند راسل، **حكمة الغرب ج2 الفلسفة الحديثة والمعاصرة**، ترجمة فؤاد زكريا، عالم المعرفة، الكويت، 1983، ص55.

ويمكن التعبير عن الكوجيتو الديكارتي بالقول التالي: "**أنا أشك إذن فأنا أفكر، أنا أفكر إذن فأنا موجود، أو إذا كنت أشك فمعنى ذلك أني أفكر، وإذا كنت أفكر فمعنى ذلك أني موجود**"، وهذا ما عبر عنه في كتابه "مبادئ الفلسفة"، وكذلك في التأمل الثاني من كتابه "تأملات ميتافيزيقية في الفلسفة الأولى"، حيث يقول: " **ونظرا إلى أنني رأيت أن من يريد أن يشك في كل شيء، لا يستطيع مع ذلك أن يشك في وجوده حين يشك، ولو كان يشك في كل ما في سواه..أخذت كينونة هذا الفكر أو وجوده على أنه المبدأ الأول..**"، بالإضافة إلى ما أفاد به في القسم الرابع من المقال عن المنهج: "..**ولما انتهيت إلى أن هذه الحقيقة(أنا أفكر إذا أنا موجود)كانت من الثبات واليقين بحيث لا يستطيع اللاأدريون زعزعتها بكل ما في فروضهم من شطط بالغ، حكمت أنني أستطيع مطمئننا أن أخذها مبدأ أولا للفلسفة التي أتحراها**"[1].

وبالفعل فقد وجد "ديكارت" ضالة اليقين حينما تأكد بأن الخروج من الشك لا يكون إلا من خلال الجمع بين تصوره لطبيعة المنهج الرياضي وللفلسفة الأولى التي استوحت يقينها من يقين الذات المفكرة، ومن خلال بداهة الأنا أفكر توصل ديكارت إلى إثبات وجود الله والعالم الخارجي، أي بناء كل ما هدمه الشك من قبل على أساس إتباع خطوات المنهج الرياضي لا غير.

ومن هنا انطلق باروخ سبينوزا* في محاولته بناء نسق فلسفي على الكيفية التي اعتقدت بها العقلانية الديكارتية في إمكانية بناء فلسفة ميتافيزيقية ولكن وفق نظام هندسي متكامل يأخذ بالمنهج البرهاني طريقا هاديا له، إذ أن بدايته كديكارتي جعلته مقتنعا بأن كلية الكائن

[1] نقلا عن: د. مهدي فضل الله، **فلسفة ديكارت ومنهجه"دراسة تحليلية ونقدية"**، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت- لبنان، ط3، 1996، ص9.

* باروخ سبينوزا (1632-1677) فيلسوف هولندي من أصل يهودي، اتهم بالمروق عن العقيدة اليهودية لتحكيمه العقل فيها، أنكر وجود جواهر متعددة وقال أن الكون بمجموعه يؤلف جوهرا واحدا هو الله أو الطبيعة، هو من أتباع ديكارت في فلسفة المعرفة، أهم مؤلفاته "الأخلاق مبرهنة بالطريقة الهندسية" و"رسالة في إصلاح العقل". أنظر: - محمود يعقوبي، مرجع سابق، ص214.

يجب أن تكون نسقا عقليا موحدا، ينبغي أن يكون النسق الرياضي في طبيعته متضمنا للنسق الكلي[(1)].

أما "ليبنيتز"* فقد رأى بأن أحسن المناهج وأوثقها هي مناهج الجبر، لأن هاته الأخيرة ترمز إلى الفكرة بواسطة رموز ثابتة تعبر عنها تعبيرا واضحا، والمعادلات الجبرية بهذا الشكل تثير انتباهنا وتجعلنا في فطنة ويقظة، وكما ساعدنا الجبر في فهمنا للهندسة كذلك يمكننا أن نتخذه للتعبير عن أفكارنا، فيمكننا أن نرمز للفكرة البسيطة وكذلك الفكرة المركبة برمز معين كرموز الجبر، وإن لم يعين "ليبنيتز" هذه تعينا نهائيا، إلا أنه حاول أن يستخدم أحيانا رموزا هيروغليفية وأحيانا أشكالا هندسية، لكن مهما كان الرمز فإن التعبير عن الأفكار المركبة وعن القضايا، إنما يكون بواسطة معادلات جبرية[(2)] .

ومن خلال عرض سلسلة أهم الفلاسفة المحدثين الذين اهتموا بالعلم الرياضي، لا يمكننا أن نتجاوز هنا الفيلسوف الألماني "كانط"** الذي توصل إلى أن موضوعات الميتافيزيقا تهتم بالموضوعات المفارقة والمفاهيم المجردة التي تتجاوز الموضوعات المعطاة في الواقع الموضوعي،

[(1)]إدموند هوسرل، **أزمة العلوم الأوروبية والفنومينولوجيا الترنسندنتالية**، ترجمة: د. إسماعيل المصدق ومراجعة: د. جورج كاتورة، مركز دراسات الوحدة العربية، ط1، بيروت، 2008، ص125.

* الاسم الكامل لهذا الفيلسوف الرياضي هو غوتفريد فلهلم ليبنيتز (1646،1716)، ولد في مدينة ليبزج بألمانيا. يعتبر أخر فلاسفة عصر النهضة، ترك تراثا فكريا متنوعا في مجال الرياضيات والفيزياء والتاريخ والفلسفة فضلا عن العديد من رسائله إلى علماء عصره التي نشرت في المجلات العلمية المشهورة، ولقد أحصى ريفييه عام 1937 مؤلفات ليبنيتز فوصلت إلى حدود 900مؤلف، أهم هذه المؤلفات: مقال في الميتافيزيقا في التشريع والعدالة، العالم والجوهر، المونادولوجيا وإلى غير ذلك. أنظر في هذا الصدد: – جون لويس، **مدخل إلى الفلسفة**، ترجمة أنور عبد المالك، دار الحقيقة، بيروت، ط3، 1978، ص89.

[(2)]ليبنيتز، **المونادولوجيا أو مبادئ الفلسفة ويديل المبادئ العقلية لطبيعة والنعمة**، ترجمة ألبير نصري نادر، بيروت،1952، ص ص11-12.

** كانط: إيمانوال Emmanuel Kant (1724-1804م) أعظم فيلسوف أنجبته ألمانيا، يعد مؤسس الفلسفة النقدية، كونه جعل موضوع الفلسفة النظر في إمكان المعرفة وفي شروطها وحدودها، حيث اتخذ موقفا وسطا بين مغالاة العقلانية (الديكارتية) التي ترد المعرفة إلى العقل وحده، وتطرف النزعة التجربانية (لوك،هيوم) التي تردها إلى أساس واقعي تجريبي، من أهم كتبه: نقد العقل الخالص، نقد العقل العملي. أنظر في هذا الصدد: – محمود يعقوبي، مرجع سابق، ص 225.

"**إذا فالمعرفة الميتافيزيقية معرفة قبلية أو هي معرفة نابعة من الذهن الخالص أو العقل المجرد، لكن بهذا التعريف لن تتميز بشيء عن الرياضيات البحتة وينبغي إذا أن نطلق عليها إسم المعرفة الفلسفية المجردة**"[1].

لذلك فإن إمكانية معالجة قضايا الميتافيزيقا تستدعي تأسيسا لنوع جديد لها يختلف عن تلك الميتافيزيقا الكلاسيكية التي امتازت بالطابع الدوغماتي الوثوقي. يقول كانط: "**إن محاولة تغيير أسلوب الميتافيزيقا السابق بالقيام بثورة كاملة فيها إقتداء بعلماء الهندسة والطبيعة، هي إذن شاغل العقل النظري المحض هذا، إنه مبحث في المنهج وليس نظاما للعلم نفسه، إلا أنه يبين مع ذلك معالمه بأكملها**"[2].

خلاصة القول أنه إذا كان ديكارت يأخذ من المنهج الرياضي دعائم لبناء فلسفته، فإن "كانط" سار في الاتجاه العكسي ففلسف الرياضيات بأن دفعها لأن تطرح من الإشكاليات ما يجعلها تنفتح على ضرورات ومطالب مختلفة (نظرية المعرفة في جانبها الابستيمولوجي).

---

[1] ايمانويل كانط، <u>مقدمة لكل ميتافيزيقا مقبلة متبوع بأسس ميتافيزيقا الأخلاق</u>، ترجمة: نازلي إسماعيل حسين ومحمد فتحي الشنيطي، تقديم عمر مهيبل، سلسلة الأنيس للعلوم الإنسانية، موفم للنشر، د ط، 1991، ص4.

[2] إيمانويل كانط، <u>نقد العقل المحض</u>، ترجمة موسى وهبة، مركز الإنماء العربي، لبنان، د ط، د ت، ص36.

المبحث الثالث: المنطق وتطوره من أرسطو إلى راسل

إن المنطق فطرة إنسانية وملكة إنسانية خالصة، ولعل هذا ما عبر عن "أرنولد أنطوان" و" بيار نيكول" في كتاب "المنطق أو فن التفكير" المعروف بمنطق "بوريال" بقولهما: " **ليس ثمة أجدر بالتقدير من الحكم الفطري الصادق ، ومن صواب نظرة العقل في إدراكه للحقيقة والبطلان**"(1).

غير أنه لم يكن قبل "أرسطو" توجد قوانين محددة للفكر الإنساني، فهو يعد أول فيلسوف استطاع أن يبين " **المبادئ التي يشتغل عليها الفكر مع ذاته في معرفته لذاته وللواقع الموضوعي، فقد كان قبل "أرسطو" الفكر يمارس هذه المبادئ مثل المبدأ الذي يقول أن الشيء هو هو ولا يمكن أن يكون هو ولا هو في الوقت نفسه، لكن دون أن يقول هذا المبدأ هو مبدأ عدم التناقض إلا مع "ارسطو"، وهكذا أصبحنا معه نعرف المبادئ الموثوقة للعقل التي هي مبادئ المنطق**" (2).

بالرغم من أن هناك من يرى بأن "زينون الإيلي" (**Zénon d'Elée**) هو أول من أسس المنطق وسبق "أرسطو في ذلك من أمثال "بوشنسكي" (**Bochenski**)، إلا أن طرحه هذا لم يجد قبولا عند أغلب مؤرخي المنطق، من منطلق عدم التمييز بين الجدل والمنطق واعتبارهما كما لو كان موضوعا واحد(3).

ولهذا "**يمكن اعتبار "زينون الإيلي" بالإضافة إلى كل من "سقراط" و"أفلاطون" مهدو لظهور المنطق، فسقراط معه بدأت الفلسفة الحقة بوضعه منهجا مبتكرا للتفكير يعرف بالمنهج التهكمي أو التوليدي والذي من خلاله يضبط المفاهيم ويعري المغالطات المبنية على التناقض، هذا الأخير الحرص على عدم الوقوع فيه يعد المبدأ الأساسي لكل عملية منطقية**" (4).

---

(1)بول موي، **المنطق وفلسفة العلوم**، ترجمة: فؤاد زكريا، دار نهضة مصر ،القاهرة، د ط، د.س، ص 23.

(2)أحمد حسن، **الأسس الرياضية عند النزعة المنطقانية**، مجلة مقاربات، العلم والمعرفة، العدد 31، المجلد 1، جامعة الجلفة، 2018، ص533.

(3)أحمد موساوي، **معجم المناطقة**، موفم للنشر، الجزائر، 2015، ص168.

(4)أحمد حسن، **الأسس الرياضية عند النزعة المنطقانية**، المرجع السابق، ص533.

وبالنسبة لأفلاطون فهو الذي لقب تلميذه "أرسطو" بالعقل، ومن عنده أخذ "أرسطو" المبدأ "القائل: " **أن "لا علم إلا بالكلي"...وعن طريق التحليل الدقيق للعلاقة بين حدي القسمة الثنائية الأفلاطونية توصل أرسطو لأول مرة في تاريخ المنطق إلى اكتشاف ضرورة وجود حد ثالث بين حدي القسمة الثنائية الأفلاطونية وهذا الحد الثالث هو الذي أطلق عليه أرسطو "الحد الأوسط"...فباكتشاف الحد الأوسط صار أرسطو مؤسس المنطق**"[1].

المطلب الأول: ماهية المنطق الصوري

يعرف المنطق عامة بأنه كل ما يطابق الواقع والعقل، أما لغة فهو كلمة دخيلة على اللغة العربية مأخوذة من اللفظ اليوناني لوغوس (Logos) بمعنى العقل، و"**كلمة منطق باللغة العربية مشتقة من النطق أي الكلام...والمعنى الاصطلاحي العلم الذي يبحث في قواعد العقل أي قوانين الفكر**"[2]

وليس المقصود بالكلام " **هنا مجرد خروج الألفاظ من فم المتكلم. بل تدل أيضا على إدراك المعاني العقلية الكلية التي يكون الإنسان على وعي بها في أثناء الكلام فظلا عن دلالتها عن النفس الإنسانية الناطقة بكل ما تنطوي عليه من خصائص مميزة بالكائن البشري...وترد هذه الكلمة من أسماء كثيرة من العلوم، مثل علم الجيولوجيا (Guology)، وعلم البيولوجيا (biology)، وعلم النفس (psychology)**" [3]

أما من الناحية الاصطلاحية فلن نجد تعريفا له أفضل من "**أرسطو**" الذي وضع أسسه وأرسى دعائمه وهو الذي عرفه بأنه الأرغانون أو الآلة التي تعصم مراعاتها الذهن من الوقوع في الخطأ، وقد "**سماه أرسطو التحليل (آنالوطيقا) ثم أطلق عليه الإسكندر الأفرودويسي' لفظ (logica) تساوي منطق، وسماه الغزالي (معيار العلم) و(علم الميزان) وأطلق عليه مناطقة بوروايال (فن التفكير)**" [4].

---

[1]أحمد موساوي، المرجع السابق ذكره، ص ص 36-37.

[2]صبري محمد خليل، **مقدمة في الفلسفة وقضاياها**، الجمعية الفلسفية لطلاب جامعة الخرطوم، د ط، 2005، ص 24.

[3]محمد مهران، **المنطق**، دار المعارف، القاهرة، د ط، د س، ص 16.

[4]إبراهيم مدكور، **المعجم الفلسفي**، الهيئة العامة للمطابع الأميرية، القاهرة، 1983 م، ص 194.

ولأهميته قال عنه "الغزالي" من لا يعرف المنطق لا يوثق بعلمه، وقد عرف المنطق بأنه" **القانون الصحيح فإذا أراد الإنسان أن يفكر تفكيرا صحيحا لابدّ أن يراعي هذا القانون...وقد عرف أيضا بأنه علم يبحث عن القواعد العامة للتفكير الصحيح، فهو يبحث عن القواعد المتعلقة بجميع حقول التفكير الإنساني بمختلف مجالات الحياة**"[1].

ويدرس المنطق الصوري ثلاث مباحث رئيسية وهي: مبحث الحدود والتصورات (الحد والتصور، المفهوم والماصدق...)، ومبحث القضايا ومبحث الاستدلالات (الاستدلال بنوعيه؛ المباشر وغير مباشر المتمثل في القياس)، " **كما وضع أرسطو مبادئ أوليه للوجود والفكر وهي الهوية وعدم التناقض والثالث المرفوع...إن مثل هذا التحليل الأرسطي غير المسبوق في تاريخ الفكر...إنما يشهد بعناية هذا الفيلسوف الكبير بفلسفة العلوم منذ القدم، كما أنه وضع حجر الزاوية لتعاون لم ينفصم منذ ذاك الوقت بين الفلسفة والرياضة فأنشأ بذلك منذ القدم فلسفة الرياضة التي هي مجال هذا التعاون المثمر بين العلمين**"[2].

المطلب الثاني: تاريخ المنطق من الصورية إلى الرمزية

لعل مجمل الدراسات المقدمة في مجال المنطق عبر مختلف العصور، كان منطلقها المنطق الارسطي إما بتبنيه أو بتقديم شروح له أو الكشف عن المزالق التي وقع فيها ثم محاولة إيجاد بديل له، وهذا ما هو واضح وجلي في مختلف الدراسات ومن أهمها المنطقية المتأثرة به، إذ اعتبر مثقفي عصور الوسطى وخاصة رجال الكنيسة أن المنطق الأرسطي بمثابة القاعدة أو المنهج الذي لا يمكن التخلي عنه وأن نتائجه صحيحة لا تقبل الشك أو التغيير وكل دراسة خارج عنه تعتبر معادية لأحكام وقوانين المجتمع.

---

[1] مصطفي حسيبة، **المعجم الفلسفي**، دار أسامة للنشر والتوزيع، منتدى صور الأزكية، عمان، الأردن، ط1، 2009، ص ص 603-604.

[2] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، مرجع سابق، ص ص 44-45.

" وظل الاورغانون الأرسطي المنهج الوحيد للتفكير حتى مطلع العصور الحديثة، إذ تمسك به مفكرو المسيحية، وأقروه منهجًا وحيدًا للفكر لا بد أن يلتزم به أي مفكر وإلا كان خارجا عن تعاليم المسيحية، وذلك بعد أن استطاع بعض الفلاسفة المسيحية التوفيق بين فلسفة أرسطو وتعاليم الدين المسيحي، وعلى ذلك أصبح أرسطو السلطة العلمية الوحيدة المعتمدة من الكنيسة"[1].

من هنا كان أورغانون "أرسطو" بمثابة المنهج أو القانون الوحيد، الذي تسير عليه مختلف العلوم لدى المسيحية، وكل من حاول انتقاد هذا المنهج او التغيير فيه، لقاته الكنيسة بالإعدام. "**أما في الحضارة الإسلامية فإننا نلاحظ اهتمامًا كبيرًا بالمنطق من جانب كثير من الفلاسفة العرب، فعندما بدأت حركة الترجمة اتجهت عناية المترجمين إلى نقل البحوث المنطقية اليونانية إلى اللغة العربية**"[2].

وما يمكن أن يقال حول انتقال المنطق من الصورية إلى الرمزية أن المنطق الصوري ساد في العصور الوسطى خصوصا مع الترجمات والشروحات التي قدمها الفلاسفة المسلمين، إلا أن هناك من هاجمه أمثال **ابن تيمية (1263- 1328)** و"**روجر بيكون**" **Roger Bacon (1214-1294)** ، بيد أن محاولة تقديم بدائل له كانت مع العصر الحديث ، بدءا ب"**ديكارت**" الذي رأى أن البديل يمكن أن يكون رياضيا و"**فرنسيس بيكون**" الذي وضع الأرغانون الجديد المعروف بالاستقراء، أما "**هيجل**" فوضع بديلا له يتمثل في المنطق الجدلي، وهناك منطق استردادي هو تاريخي بالأساس، إلا أن هذه البدائل رأى فيها البعض أنها بمثابة مناهج ومكملة للمنطق الذي وضعه أرسطو.

---

[1]محمد مهران: **المنطق**، المرجع السابق، ص ص 44-45.

[2]المرجع نفسه، ص ص 44-46.

حيث " **بدأ البحث المنطقي مع أرسطو في أحضان اللغة الطبيعية وتحليلها باعتبارها حاملة للتصورات والأحكام والاستدلالات ، وانتهى في العصر الحديث إلى تحليل آخر للغة الطبيعية باعتبارها حاملة للفكر في صورتيه الفلسفية والعلمية، بعد أن اعترته النظريات التي سعت جميعها إلى أن تجعل من المنطق أداة مأمونة للتعبير عن الحقيقة بانتحال لغة الرياضيات الدقيقة**"[1].

من هنا طمح "**ليبنتز**" في إيجاد لغة غير طبيعية تكون موحدة على غرار لغة الرياضيات الرمزية، إذ "**لم يرد ليبنتز أن يجعل المنطق فرعا من الرياضيات و إنما أراد إقامة "حساب منطقي – Calculs**"**، أي منطق لغته الرموز وقوامه معادلات وقوانين، لكن لا تنطوي المعادلات و القوانين على علاقات كمية، بل على علاقات غير كمية**"[2].

وهذا ما حاول تجسيده بمشروعه الضخم الذي جعل عنوانه اللغة المتميزة الكلية (العالمية)، وبالرغم من أن مشروعه باء بالفشل إلا أن هذا جعل منه الأب المؤسس للمنطق الحديث والمعاصر، إذ يتفق أغلبية مؤرخي المنطق على أن البدء الأول لما يعرف الآن بالمنطق الرمزي كان معه، هذا الأخير الذي ارتبطت نشأته فعليا بأزمة الأسس الرياضية التي أرجعت فيها النزعة المنطقانية الرياضيات إلى المنطق.

ولقد كان منطق "بول" مخالف لمنطق "ليبنتز" لذلك اعتبر مؤسس المنطق الرمزي بحق خاصة في نظرية جبر الأصناف و سماها هو حساب المنطق، إذ "**أراد بول للمنطق أن يكون علما رمزيا، و الرموز في المنطق الرمزي...فهي ثوابت الرياضة كعلامات الجمع والطرح والقسمة و المساواة والصفر والواحد الصحيح ، كان يستخدم --كمتغيرات الأحرف الثلاثة الأخيرة من هجاء الإنجليزية وهي Z,Y,X ونستطيع أن نضع هنا الأحرف "هـ" بدلًا من X ، "و" بدلًا من Y، و "ي" بدلًا من Z، وأن بول يرمز بهذه المتغيرات إلى أصناف، عند بول بديلة للحدود في المنطق التقليدي**"[3]

---

[1] **دوفي فرنان**، مدخل إلى فلسفة المنطق، تر: محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006، ص ص5-6.

[2] محمود فهمي زيدان، **المنطق الرمزي ونشأته وتطوره**، دار النهضة العربية، لبنان – بيروت، د ط، 1979، ص53.

[3] محمود فهمي زيدان، **المنطق الرمزي ونشأته وتطوره**، دار النهضة العربية، لبنان – بيروت، ص77.

إن الثوابت في منطق "بول" هي التي الثوابت التي يستعملها الرياضي من جمع وطرح وقسمة وغيرها، أما المتغيرات فهي الحروف لكنها بديلة عن حروف المنطق الأرسطي، وقد عبر عنها بأصناف.

"أما بيانو وفيما يختص بدوره في جبر المنطق كان كتابه Formulaire de Mathématique(1904-1908) أكثر تقدما من حيث دقة رموزه كما تكشف عن ثوابت لم يعرفها جبر المنطق وأهم من هذا كله أدخل "المتغيرات" variable في كل صيغ المنطق بحيث أصبح المنطق قادرًا تمامًا على التعبير عن قضايا الرياضة كلها برموزه وحدها"[1].

إن "بيانو" من بين أهم الفلاسفة الرياضيين الذين كان لهم دور بارز في منطق رياضي متغير عن المنطق القديم فيما يسمى بجبر المنطق، لكن لم يكن بجبر منطق السابقين، لأن المنطق عرف معه مكانته الحقيقية ولم ينتزعها لكونه اهتم بالجبر وتناسى المنطق بل استعمل في حدود المعقول فقط، من خلال استخدام رموز رياضية في المنطق.

"أما بالنسبة إلى اختيار الأفكار الأساسية فإن (بيانو) صرح بأنه استلهم بشكل واسع، جبر (بول) بما أن مشروعه لم يكن يريد دمج المنطق في الرياضيات، بل اكمال الرموز الرياضية برموز أعمق يمكن مبدئيا تطبيقها خارج نطاق الرياضيات، فقد تحاشى، بخلاف (بول)، استعمال الرموز الرياضية في العمل المنطقي، وأما بالنسبة إلى اختيار هذه الرموز المنطقية الخالصة فقد استلهم رموز الكتابة الاختزالية التي وضعها (غابلسربغر) Gablsberger"[2].

---

[1] محمد ثابت الفندي، **<u>فلسفة الرياضة</u>**، المرجع السابق، ص132.

[2] روبير بلانشي، **<u>المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل</u>**، المرجع السابق، ص365.

إن الرموز التي استخدمها "بيانو" في منطقه لم يكن يرد بها ربط الرياضيات بالمنطق لذلك انتقى رموز من نوع خاص لا الرموز الرياضية التي ذهب بها بول إلى الرياضيات أكثر من المنطق، و" **لم ينكر فريجه على بول ما قدمه للمنطق، وإنما أراد أن يخط بالمنطق خطوات نحو الصورية والاحتكام أكثر مما أتى عليه بول، أضف إلى ذلك أن بول لم يتناول إلا نظرية واحدة هي نظرية الأصناف، بينما يجعل فريجه هذه النظرية جزءًا من كل، يشمل منطقًا للقضايا والدالات والعلاقات أيضا**"[1].

ورغم أن "بول" لم يقدم سوى نظرية واحدة في المنطق إلا أن الفلاسفة جميعا تقريبا أخذوا منه سلسلة التواصل في هذا العلم ولم ينكروا دوره في ذلك، كما أن ن فريغه" **لم يجمع كل بديهياته في بداية حسابه، وقضايا المنطق بعد وضعها أو برهنتها بهذا الشكل، تستخدم الأداة الضرورية لإعطاء الرياضيات الصورة المطلقة الدقة التي أراد (فريجه) إعطائها إياها، لكنه لم يطلب من المنطق أن يضمن تسلسل البراهين الرياضية فحسب، بل أراد أن يخرج من كل الرياضيات وإلا على الأقل من علم الحساب، كل محتوى غير منطقي**"[2].

ونذهب في آخر المطاف إلى "راسل" في تاريخ المنطق وفي المنطق الرمزي خصوصا الذي كان هو الأخر بضرورة الوقوف ضد المنطق الصوري القديم وضرورة ظهور منطق جديد يعتمد على اليقين.

"**لقد تأثر راسل بالدقة الفائقة التي كان بيانو وفريجه يضفونها على المناقشات، فتعلم على قراءة وممارسة كتابة بيانو الرمزية، وأدرك أنها هي التي تسمح بدفع الدقة الرياضية إلى مناطق كانت متروكة في السابق للضبابية الفلسفية ... وقد اشتق الرياضيات من مفاهيم ومن قضايا منطقية خالصة، مستندا في ذلك هو الآخر إلى فكرة (كانتور) في الأسبقية المنطقية لمفهوم التساوي في العددية équivinemurique على العدد**" [3].

---

[1]محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص131.

[2]روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، ص ص 351-357.

[3]المرجع نفسه، ص 369.

والرياضيات الخالصة عند راسل هي "**العلم الذي لا نعرف فيه قط عم نتحدث ولا إذا كان ما نقوله فيها صادقا، فنحن لا نعرف عما نتحدث لأننا لا نجد فيها غير المتغيرات والثوابت المنطقية...ثم نحن لا نعرف إذا كان ما نقوله صادقا لأن صدق القضايا المستنبطة يتوقف على صدق الفرض أو الشرط وصدق الشرط يتوقف بدوره على القيم المعنية التي تعوض عن المتغيرات فيه، ولما يحدث ذلك التعويض فنحن لا نعلم إذا كان ما نقوله في الرياضة صادقا**"[1].

المطلب الثالث: مفهوم المنطق الرمزي

يعتبر المنطق الرمزي قمة التطور الذي وصل إليه المنطق، "**ويعد تطويرا للنظرية المنطقية التقليدية، حيث جاء مستكملا لما قصرت فيه، ومتحاشيا ما وقعت فيه من أخطاء. ولعل أهم ما يميز المنطق الرمزي أو الرياضي هو استخدام لغة رمزية شبيه باللغة الرمزية المستخدمة في الحساب...فضلا عما تنتجه هذه اللغة من اختصار ودقة لا نجدها في أي لغة أخرى**"[2].

فلما تبين أن للمنطق الصوري عيوب، تفطن الفلاسفة والرياضيين إلى ضرورة صنع منطق يغطي تلك الفجوات التي غفل عنها المنطق التقليدي، بالإضافة إلى ضرورة إكسابه دقة ويقين من خلال الجبر والحساب. وهذا هو المبرر لوجود المنطق الرمزي الذي له "**أسماء عدة : لجوستيقا logistic، أو جبر المنطق«Algebra Of Logic»، أو المنطق الرياضي وكلها عبارات مترادفة...فهو يدرس العلاقات بين الحدود في قضية ما، والعلاقات المختلفة التي تربط بين عدة قضايا** "[3].

فهو يمتاز بالرموز في عباراته التي تمنحه الدقة واليقين، وقد اهتم بدراسة العلاقات بين الحدود، لذلك كانت اللوجوستيقا فلسفة علمية حيث بنيت على أساس رياضي.

---

[1] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق، ص ص 135، 136.

[2] محمد مهران، **المنطق**، المرجع السابق، ص ص56-57.

[3] محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص19.

"ولكن سميت بالنظرية اللوجوستيقية إشارة إلى شيء أبعد من مجرد المنطق، أعني الى تلك النظرية الأخرى الجريئة القائلة بأن الرياضيات الخالصة ليس فيها شيء غير عناصر المنطق الصوري، وأنها تشتق منه كفرع له نسق علمي واحد، وكذلك أيضا إشارة إلى أن حل نقائض الرياضة المعاصرة "[1].

ومنه فإنه إثر العيوب التي شهدها المنطق الصوري ظهرت النظرية اللوجوستيقية، وجبر المنطق من أجل أن يخطوا بالمنطق خطوات أبعد من تلك التي كان عليها، لكن قيل بأن هذه الرياضيات في دخولها على المنطق ماهي إلا عناصر كانت موجودة سابقا في المنطق الصوري السابق.

أما عن موضوع المنطق الرمزي فهو يدرس" **مختلف الأشكال العامة للاستنباط" Deduction والاستنباط هو أحد وجوه الاستدلال Inference، بينما يعد الاستقراء Induction الوجه الآخر. يعني الاستقراء لدراسة كل استدلال ننتقل فيه من وقائع جزية معينة إلى قانون كل عام يجمعهما، بحيث يتسنى لنا اعتمادا على هذا القانون التنبؤ بحدوث واقعة مشابهة عند توافر ظروف مماثلة "**[2].

بينما يهتم الاستنباط بدراسة حركة الفكر أثناء انتقاله من مقدمات إلى نتيجة لازمة عنها أو بدراسة استنتاج قضية من قضية أو مجموعة قضايا أخرى معروفة وذلك بطريقة عقلية دون الالتجاء الى التجربة الحسية أو المقارنة بالواقع الخارجي.

فقد اعتمد المنطق الرمزي على الاستنباط في دراسة مواضيعه واتخذ منه كآلية للاستدلال، وبينما كان الاستقراء يهدف الوصول إلى قوانين عامة مستنبطة من مقدمات جزئية، وكذا استنتاج القضايا من نفسها فكان يعتمد في هذا على العقل لكون الإنسان يهتدي به إلى الحقيقة.

---

[1] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق، ص125.

[2] محمد محمد قاسم، **نظريات المنطق الرمزي "البحث في الحساب التحليلي و المصطلح"**، درا المعرفة الجامعية، د ط، 2002، ص 25.

إستنتاج

من خلال دراستنا و تحليلنا لهذا الفصل حاولنا أن نتوصل إلى جملة من النتائج يمكن اجمالها في:

إن الرياضيات الكلاسيكية هي التي أسسها الفيلسوف و الرياضي اليوناني إقليدس والتي تعتمد على ثلاثة مبادئ أساسية وهي البديهيات، المسلمات، التعريفات، و كانت تعتمد على التجريد، إن موضوع الرياضيات الكلاسيكية هو الكم بنوعيه (كم متصل، كم منفصل) وإن المفاهيم الرياضية هي مفاهيم فطرية في الإنسان و ليست مكتسبة.

إن منهج الرياضيات الكلاسيكية قائم على التحليل و التركيب معا، عمرت الرياضيات الكلاسيكية لعقود زمنية طويلة، حيث ضلت مبادئها مسيطرة على العقول حين تحرر العقل و ظهرت انساق رياضية جديدة مناقضة للمبادئ الإقليدية سميت بالهندسات اللاقليدية.

اما فيما يتعلق بعلم المنطق فلقد شهد عدة تغيرات حيث ظهر على يد أرسطو وأرسى له قواعده إلى أن هذا لم يسلم من النقد وظهرت فيه عيوب جمة، حيث تواصلت أبحاث المنطق وحاولا أن يتخلصوا من اللغة العادية و الإرتقاء به إلى اللغة الرمزية، وهي أكثر دقة ووضوح وهذا ما يتلاءم العلم الرياضي.

الفصل الثاني

طبيعة الأزمة الرياضية والحلول المقترحة لها

تمهيد

المبحث الأول: طبيعة الأزمة الرياضية.

المطلب الأول: الهندسة الإقليدية وظهور الهندسات اللاإقليدية

المطلب الثاني: ظهور الدالة المنفصلة وانهيار فكرة التحليل في الرياضيات.

المطلب الثالث: أزمة النهائي واللانهائي في الرياضيات

المبحث الثاني: نظرية المجموعات عند كانتور ونقائضها

المطلب الأول: نظرية المجموعات عند كانتور

المطلب الثاني: نقائضها.

المبحث الثالث: أزمة الأسس الحلول المقترحة لها

المطلب الأول: أزمة الأسس

المطلب الثاني: الحلول المقترحة

استنتاج

تمهيد:

لقد كان الاهتمام بالهندسة من الأمور التي عرفت منذ فجر التاريخ، وكان أصلها التاريخي يعود إلى القدماء المصريين، وكان ذلك لحاجتهم المادية لها لأنّ الفيضانات التي كانت تسود مناطق نهر النيل كبيرة تغطي تربة مصر، مما يؤدي إلى محو حدود الأراضي الزراعية التي يكسبونها، لذلك اضطر المصريون لوضع قياسات هندسية محاولين ابقاء معالم اراضيهم مرسومة غير قابلة للزوال، فنشأت الهندسة من خلال التجربة لذلك عرفت بعلم التجريب.

فقد رأينا الكثير من الهندسات التي بدت وكأنها أول الاكتشافات كالتي بينها اقليدس إلا أنّها لم تكن من عدم، وإنّما مستنبطة من هذه الاكتشافات القديمة التي لم تحظ بالتدوين، فكانت هذه الاكتشافات قد أخذت مبادئ وأسس شهد لها التاريخ في ظهور الهندسة

إلا أنّ هذه الاكتشافات قد دخلها لبس وشك، وظهرت أزمات في الرياضيات لكن هذه الأزمات لم تعرقل سيرة البحث بل بالعكس ضاعفت حيوية البحث في المجال وأدت إلى ميلاد نظريات جديدة واعتبرت نظريات ملغية للأولى واستمر البحث في الأمر إلى أن عرفوا بأن صحة النظريات المتأخرة لم تلغ الأولى بل بالعكس أثمرتها فقط وكانت صحية كل منها على أساس النسق كهندسة اقليدس ..... وهندسة ريمان المحدبة، وهندسة لوباتشوفسكي المقعرة، أما فيما يخص تطبيقها فيكون على حسب السطح الذي يكون عليه البناء.

وتوالت الدراسات في هذا المجال، مما أدى إلى ظهور نظريات عديدة كنظرية الدوال ونظرية النهائي واللانهائي، وهذه النظريات ذاتها عرفت عدة دراسات واكتشافات من قبل الرياضيين في العصر المعاصر ، وإثر هذه الاكتشافات حدث تداخل في أفكار الفلاسفة والرياضيين حتى في نفس الفكرة، وهذا ما أدى بالرياضيات إلى الوقوع في أزمة أخرى وهي أزمة الأسس، إلا أنّ هذه الأزمات لم تعرقل سير الرياضيات، ولم تشكل لها نقطة نهاية، بل العكس تماما، كانت كل مرة تبحث عن طريق أسهل ومختصر للخروج من أفكار متناقضة إلى أفكار واضحة وهذا هو الهدف الذي تسعى إليه الرياضيات منذ وجدت وهو الوصول إلى الدقة واليقين.

-فهل استطاعت الرياضيات الوصول لهذا اليقين في خضم هذا التضارب من الأفكار؟

-وهل استطاعت أنّ تلم شتات هذه الصراعات؟

-وهل كانت حدودها ممكنة التحقيق باعتبارها منهج تجريبي؟

المبحث الأول: طبيعة الأزمة الرياضية.

المطلب الأول: الهندسة الإقليدية وظهور الهندسات اللاإقليدية

أولا الهندسة الإقليدية:

لقد عرفت الرياضيات عبر تاريخها جملة من الإكتشافات العظيمة كانت بمثابة ثورات علمية ، ولعل التاريخ يحتفظ لنا باكتشاف الفيلسوف اليوناني إقليدس أو ما يعرف بالهندسة الإقليدية* نسبة لاسمه والتي عمرت لقرون طويلة ، حتى المعاصر والتي شهدت رياضية هزت أركان و أسس الهندسة الإقليدية سميت بالهندسات اللاإقليدية ، والسؤال المطروح هو : في ما تتمثل هاتين الهندستين ؟

إنّ فضل **إقليدس** في الرياضيات كبير جدا، وغير معقول أن ينكره أحد، لا من الرياضيين ولا من عامة الناس لأنّه قد توصل إلى اكتشافات لم يسبقها له أحد في عصره، خاصة في الجانب الهندسي وحساب الأراضي، فقد كانت هندستة في ذلك الوقت هندسة عملية، رغم ما قدمه **اقليدس** للعالم، إلا أنّه كان يؤكد أنّ ما توصل إليه في المتناول فلو حاول غيره لاستطاع تقديم نفس الشيء وربما أحسن منه بكثير ولو استمر هو نفسه في نفس المجال البحثي لقدم البدائل التي طرحت فيما بعد عن هندسته؛ لأن عبقريته يشهد لها التاريخ الطويل الذي عاشه.

لقد أقام **إقليدس** هندسته على مجموعة من المبادئ، فمنها من يحتاج إلى برهان ومنها ما لا يحتاج إلى ذلك، وأقامها على مسلمات مثل المستقيم خطٌ لا عرض له، الخط المستقيم هو أقصر مسافة بين نقطتين من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم إلا مستقيم واحد موازي للمستقيم الأول... وغيرها، وهنا نتساءل لماذا أقام **إقليدس** مسلمات خالية من البرهان، هل نجح في إقناع الناس بذلك؟ وإن كان هناك بديل عن الهندسة فما هو؟

" **إنّنا نعرف أن الهندسة كانت واحدة من الأنساق التي تطورت في عصر مبكر جدا، إلا أننا لا نعرف سوى القليل عن أصولها ومن المدهش حقا أن الهندسة في عصر اقليدس كانت منظمة تنظيما جيد، وكانت السمة البديهية الاقليدية في حد ذاتها اشتقاق النظريات و المصادرات أساسية تعد اسهاما عظيما على نحو لافت للنظر بحيث ضلت تلعب دورا رئيسيا في معظم المناهج الحديثة التي وضعت أنساقا رياضية في صياغة دقيقة**" [(1)]

[(1)]رودولف كارناب، **الأسس الفلسفية للفيزياء**، تر، السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، مصر، دط، دت ، ص ، ص 151.

إنّ الأمر المحير الذي في هندسة تطبيقية منتظمة يشهد لها التاريخ ولمكتشفها أنها قامت على بديهيات تقبل دون برهان وكانت هندسة عظيمة في ذلك الوقت ربما لعدم وجود أي اكتشاف سابق لها وسنعرض فيما يلي باختصار هذه المسلمات والبديهيات:

مسلمة 01: كل نقطتين مختلفتين يمر بهما واحد فقط، أما المسلمة الثانية فتربط بن النقاط والمستويات

مسلمة 02: كل ثلاثة نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.[1]

يقصد اقليدس بهذا أن وجود نقطتين مختلفتين لا يمكن أن يمر بهما الا مستقيم واحد أي لا يمكن الجمع بين هاتين النقطتين إلا بمستقيم واحد فقط، أمّا المسلمة الثانية لاقليدس فهي: عندما نضع ثلاث نقاط مختلفة بشرط ألا تكون على استقامة واحدة فإنه لا يمكن أن يمر بهذه النقاط التي وضعناه سوى مستوي واحد فقط، والمسلمتان 3و4 التاليتان تحددان الحد الأدنى من النقاط الواقعة على خط مستقيم واحد وفي مستوى.

مسلمة03: كل مستقيم يحتوي نقطتين مختلفتين على الأقل.

مسلمة04: كل مستوى يحتوي ثلاث نقاط مختلفة على الأقل وغير مستقيمة[2]

يؤكد **إقليدس** هنا أنّ كلاً من المستقيم والمستوي يحتويان على عدد من النقاط فالمستقيم لابد أنّ يظم على الأقل نقطتين أمّا المستوي فلا يكون كذلك مستوي دون أنّ يحتوي على الأقل ثلاث نقاط مختلفة لأن في المستقيم يمكن أن نرسم نقطتين فقط ونجمع بينهما بمستقيم أما المستوي فلا يكون بنقطتين لأنّه سيكون مستقيم هو الآخر بل ثلاث نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة نتحصل فيها على مستوي.

مسلمة 05: إذا وعت نقطتان مختلفتان فإنّ الخط المار بهما يقع بالكامل في ذلك المستوى، في الشكل المجاور

مسلمة 06: إذا تقاطع مستويان مختلفان فإن تقاطعهما خط مستقيم[3]

---

[1] فاضل سلامة الشطناوي، المرجع السابق، ص ص 24، 25.

[2] المرجع نفسه، ص ص 24، 25.

[3] المرجع نفسه، ص ص25، 26.

بديهية اقليدس للمتوازيات:

لكي نثبت أنّ مجموع زوايا المثلث يساوي زاويتين قائمتين، لابد أن نثبت أولا النظرية المشهورة عند **إقليدس** وهي نظرية التوازي بين مستقيمين:

فلما تكون لدينا مثلث في النظرية السابقة من مستقيمين متوازيين فكذلك يكون الحال بالنسبة لمثلث آخر يطابق المثلث الأول، فإذا التقيا الخطين في أحد الجانبين لابد أن يلتقيا أيضا في الجانب الآخر منه، لكن هذا لا يمكن أن يحدث لأنّ هذه الارتباطات التي وضعناها على المتوازيين افترضناهما فقط وبالتالي فالمستقيمين المتوازيين لا يمكن أنّ يلتقيا.

" صاغ مبادئه في كتابه "الأصول" بطريقة منهجية الهندسة القديمة، ونظرية الأعداد طبقاً لمناهج المسلمات والمصادرة الشهيرة "الخامسة"لإقليدس فهي المعادل المنطقي للقضية القائلة: من نقطة معينة (ن) ليست على خط معين (خ) يمر خطٌ واحد على الأكثر في السطح المستوي (ن و خ) لا يتقاطع مع الخط (خ) "[1] فقد كان كل الحديث عن هذه المسلمة حيث كان إقليدس يرى حسبها أنه من نقطة خارج مستقيم لا يمكننا إلا رسم مستقيم واحد يوازي ذلك المستقيم.

يقصد **إقليدس** في المسلمة الخامسة، أنّه إذا كانت هناك نقطتان مختلفتان في مستوي، فلا بدا أنّ يكون الخط الذي يجمعهما يحتوي ذلك المستوي، أما المسلمة السادسة فهو يرى بأن المستقين هو الذي يقطع بين مستويان

" وأشار أيضا إلى نقطة أخرى هي بأن الكل أكبر من الجزء، وأن الزوايا القائمة متساوية إذا تقاطع خطان مستقيمان لا يكونان موازيين لخط آخر مستقيم كما وضع مقتضيات أو مكمنات مثل: نستطيع أن نصل بين نقطتين بخطٍ مستقيم أو غير مستقيم ويمكن أن نخرج خط مستقيم محدود على استقامته في جهته إلى حد ما يراد، كما يمكن أن نرسم دائرة على أي مركز، فرض وعلى أي بعد فرض منه[2]."

لقد أشار **إقليدس** حقا إلى أمور بديهية كالكل أكبر من الجزء، إلّا أنّه أُنتقد في البعض منها لأنّه لم يقدم البرهان عليها، ومن بين أهم ما أُنتقد فيه هو مسألة التوازي وهي المسلمة

---

[1] روزونتال، **الموسوعة الفلسفية**، المرجع السابق، ص 44.

[2] إقليدس، **كتاب الأصول الهندسية**، ترجمة، كرثيليوس فان ديك، دط، دت، ص ص 9، 10، 11.

الخامسة من بين مسلماته، وبالرغم من ذلك عرفت هندسته ترحيبا كبيرا من طرف الباحثين والفلاسفة فقد تأثر به العرب بشكلٍ كبير.

لقد ردّ الكثير من الناس أصول **إقليدس** إلى المدرسة الفيثاغورية، حيث ظنوا بأنّ البرهان الإقليدي كان وسيلة لدى أفلاطون وأصبح غاية لدى أرسطو وإقليدس، لذا فإنّ إقليدس ينتمي إلى البرهان المنطقي كبرهان أرسطو، كما أقر العرب بأنّ إقليدس إنما له فضل في الهندسة والعدد معاً، ويتضح ذلك من خلال كتابه الأصول، لذلك نسبوا إقليدس إلى أرسطو وفيثاغورس إلى أفلاطون. (1)

لقد وجدت هندسة إقليدس قبولا كبيرا لفترة من الزمن، إلى أنّ تبينت اكتشافات جديدة خاصة في المسلمة الخامسة الخاصة بالتوازي على خلاف باقي المسلمات، فقد أثارت هذه المسلمة الجدل والنقاش حتى بداية القرن الثامن عشر، حيث بدأت تتضح معالم الهندسات الإقليدية حين تبين بضرورة إعادة النظر في مسلماتها.

---

(1) إقليدس، **كتاب الأصول الهندسية**، المرجع السابق ، ص ص 9، 10، 11.

" **وأكد رودولف كارناب على ذلك في أنّه أشار إلى ذلك عدد من زملائه إلى اقتباسات معينة لمؤلفين كلاسيكيين، وقالوا أنّ الاحتمال المنطقي لا يمكن أنّ يكون هو نفسه الذي كان في ذهن هؤلاء المؤلفين**[1]"، ويقصد كارناب بذلك أنّ السبب في إعادة بناء الهندسة هو غياب منطق متماسك مع الهندسة وقواعدها لذلك لا بدا للهندسة أنّ يكون لها منطق علاقات يخرجها من الحدسية.

كما بينا سابقا فإن هندسة **إقليدس** قريبة جدا من منطق أرسطو، فكما أنّ المنطق يستخلص صدقه من صدق قضاياه، فكذلك هو الأمر بالنسبة للبرهان الرياضي، فكانت بذلك تعتمد على الرياضيات الإستنتاجية، ولما كانت المسلمات الإقليدية غير واضحة بذاتها ويطلب التسليم بها دون برهان كان هو الأمر الذي يثير التساؤل والشك، وكان أكبر الشك في تلك المسلمة القائلة بالتوازي، التي قامت عليها العديد من محاولات إسقاطها من قبل ريمان ولوباتشفسكي.

والمخطط يوضح بنية هندسة إقليدس[2] :

<u>الهندسة الإقليدية</u>

مفردات ومصطلحات

- **مفردات أولية غير معروفة**
- مفردات معروفة يحدد **معناها بدقة ووضوح، انطلاقا من المفردات الأولية أو ما سبقها من مفردات معرفة**

عبارات

- **مسلمات عبارة تصف علاقات بين مفردات أولية يسلم بصحتها دون برهان**
- **مبرهنات: عبارات يتم البرهنة على صحتها باستعمال ... الاستنتاج في المنطق الفرضي إنطلاقا من مسلمات**

---

(1)رودولف كارناب، المرجع السابق، ص 54.

(2)فاضل سلامة الشطناوي، المرجع السابق، ص17.

ثانيا:الهندسات اللاأقليدية*:

لما إنتقد الرياضيين إقليدس في هندسته ارتأى لهم إكتشاف هندسات جديدة غير هندسة بحجة عدم إحتواءها على برهان لكن هل يعني هذا أنهم نفوا الأولى أم كانت مجرد إمتداد لتوسيع مجالات البحث

" والهندسة اللاإقليدية تناقض الهندسة الإقليدية، مثال ذلك أنّ مجموع زوايا المثلث في الهندسة اللاإقليدية يختلف عن 180 درجة ومع ذلك فكل هندسة لا إقليدية ... على تناقض داخلي، وإنّما هي نظام متسق بنفس المعنى الذي تكون به هندسة .... متسقة وهكذا تحل كثرة من الهندسات محل النسق الإقليدي الواحد"(1)

فقد اختلفت الهندسات اللاأقليدية عن الهندسة الإقليدية وقدمت بدائل عن ذلك، باعتبار الفلسفة الإقليدية تحتاج إلى برهان، وخصينا بالذكر في ذلك المسلمة الخامسة لإقليدس والتي تعنى بالتوازي، مما تولد عنها تعدد الأنساق بدل النسق الأقليدي الذي كان سائدا منذ فترة من الزمن، وهذا لا يعني أنها قد نفت هندسة أقليدس أو ألغتها بل اعتبرت كل هندسة صحيحة في إطار نسقها

" ولقد نما إلى علمنا أنّ جوس* فكر في إجراء اختبار لمجموع زوايا مثلث نجمي هائل الضخامة، وهناك تحقيقات تفيد بأنّه أجرى بالفعل تجربة شبيهة بذلك على قياس أرضى وذلك عن طريق تثليث ثلاثة رؤوس جبال في ألمانية... وقام بالفعل بانجاز عمله الهام في تطبيق نظرية الاحتمال في أخطاء القياس... فقاس الزوايا بصريا في كل قمة. ثم يعيد القياس مرات عديدة... استطاع جوس أنّ يحدد الحجم الأكثر احتمالا لكل زاوية، ومن ثمة القيمة الأكثر احتمالا لمجموعها؛ ومن تشتت النتائج استطاع أنّ يحسب الخطأ المحتمل"(2)

---

* الهندسة اللاأقليدية، كل هندسة غير أقليدية فهي لا أقليدية! هناك نوعان من الهندسة اللأقليدية هما الهندسة الهذولولية (أو الهندسة الزائدية، وهندسة لوباتشوفسكي)، والهندسة الإهليليجية (أي الهندسة الناقصة، أو هندسة ريمان)، أنظر، جلال الحاج عبد، <u>مفاهيم الهندسة والدوال الإهليليجية</u>، WWW. JALELALHAJABED.COM ، ص02.

(1)هانز رايشنباخ، <u>نشأة الفلسفة العلمية</u>، تر، فؤاد زكريا، .دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، مصر، الاسكندرية، د ط، 1951، ص 125- 126.

* كارل فريديريك غاوس Carl Fridich gauss، (1777-1855).

(2)رودولف كارناب، المرجع السابق، ص 162.

لقد حاول جوس لأول مرة أنّ يقوم بقياس مجموع زوايا المثلث ليثبت على أنّها 180° فكان أول من أثار الشك حول بداهة هذه النظرية التى كان يعتقد بحدسيتها، وأنّها صحيحة خالية من كل خطأ.

" **فقد وجد أنّ مجموع الزوايا الثلاث لم تكن 180° على نحوٍ دقيق ولكنها تنحرف بمقدار ضئيل عن مسافة الخطأ المحتمل وهذه النتيجة توضح أنّ المكان يكون إقليديا أو إذا كان إقليديا، فإنّ انحرافه ضئيل للغاية إلى الدرجة التي يكون فيها أقل من المحتمل في القياسات**"[1]

كأنّه يريد أنّ يقول بذلك أنّ النتيجة التي توصل إليها إقليدس قد تكون صحيحة في حدود المكان الإقليدي، وقد تنحرف عن الخطأ إلى كونها نتيجة أخرى في مكان غير إقليدي.

" **بالإضافة إلى جوس نجد الرياضي المنطقي ساكيري* الذي نظر في المسلمة الخامسة الاقليدية الخاصة بالتوازي "رأى ساكيري أنّ هذه المصادرة معقدة ومن ثمة يلزم أنّ تكون موضوع برهان لا أنّ نبدأ بالتسليم بها ... ظلت أبحاث ساكيري مطمورة حتى إنتبه إليها جوس وأدرك أنّ بها أفكار هندسية غريبة على إقليدس**[2]"

إنّ ساكيري هو من بين أهم الذين تنبهوا إلى ضرورة معالجة المسلمة الإقليدية الخامسة وضرورة البرهان عليها، وقد قدم في ذلك براهين على البرهان بالخُلف، إلا أنّه توصل إلى تناقض، والمهم في عمله.هو أنّ هندستة طالب فيها بالبرهان وحقق ذلك لكنه لم ينتبه له إلا بعد أنّ جاء جوس وأدركها.

إنّ اعتقاد ساكيري بضعف منهجه البديل لمنهج إقليديس هو الذي دفع بباقي الفلاسفة والرياضيين إلى مضاعفة المجهودات في البحث في المسألة، كما أنّ برهان الخلف هو الذي أزاحه عن الوصول إلى النتائج الصحيحة، لأنّه لم يتمكن من استنتاج نقيض المسلمة الإقليدية التي كان هدفه الوصول أليها منذ بادئ الأمر لذلك اعتبرها غامضة ومتناقضة[3]

---

[1]رودولف كارناب، المرجع السابق، ص ص 162، 163.

*جيرولمو سكشيري Girolamo Saccheri منطقي ورياضي إيطالي، عاش ما بين عام 1667 و عام 1733، عرف في تاريخ المنطق وتاريخ العلوم برسالته التي نشرت سنة 1733 وترجمت إلى الفرنسية تحت عنوان"Euclide lavé de toute tache"

[2]محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص 108.

[3]محمد ثابت الفندي، <u>**فلسفة الرياضيات**</u>، المرجع السابق ، ص 55.

"فالاعتقاد الراسخ لدى ساكيري بصدقية المصادرة الخامسة إضافة إلى تمسكه الحدسي بهندسة إقليدس وبالأخص تصوره للمستقيم جعله يكتب" إنّ فرضية الزوايا الحادة كاذبة بالمطلق لأنّها متنافرة مع طبيعة الخط المستقيم ولذلك رغم أنّه تعذر عليه أنّ يعثر على تناقض في هذه النظرية[1]"

فرغم عدم ثبوت التناقض في نظريته التي قدمها في الزاوية الحادة إلا أنّه أقر بوجود ذلك لا لشيء سوى لأنّه لم تكن هناك محاولات سابقة تنفي مساهمة إقليديس في هندسته ككل أو في مسلمة معينة من مسلماته، رغم أنّه سبقه في ذلك جوس، إلاّ أنّ هذه المحاولة الأولى لم تلاقي صدى في ذلك الوقت

بالإضافة إلى محاولات الغرب في هذه المسألة نجد كذلك العديد من المحاولات من طرف العرب الذين حاولوا إعطاء بديل عن الهندسة الإقليدية لكونها تحتاج إلى برهان في المسلمة الخامسة دائما أمثال عباس الجوهري وثابت بن قرة وغيرهم، لقد كانوا هؤلاء أول من قدم الحاولات في هذا الموضوع إلاّ أننا سنعرض أهمها بداية بمحاولة " عمر الخيام"*

" لقد أكد أن المنظومة الهندسية الإقليدية ناقصة ومن الضروري إضافة المصادرتين التاليتين:

01- المقادير تقسم إلى ما لا نهاية وهي غير مكونة من جزئيات غير قابلة للقسمة

02- المستقيمان المتقاطعان ينفرجان ويبتعدان بابتعادهما عن رأس زاوية تقاطعهما"[2]

حيث أتى عمر الخيام بنظرية جديدة وانتقد بها ما سبقه من محاولات للرد عن هندسة إقليدس من خلال مصادرتين ويقصد بهما:

أولا: أنّ المقدار ليس شيء محدد، وإنّما يمكن تقسيمه إلى شيء غير محدود وأنّ جزئياته هي الأخرى غير قابلة للقسمة.

ثانيا: أنّ المستقيمان المتعامدان ليسا ثابتان، أي أنّهما قابلا للافتراق والتباعد وبالتالي لا يكون لهما رأس للتقاطع.

---

(1)محمد يوسف الحجيري، **الهندسات الإقليدية و المصادرة الخامسة**، شبكة الألوكة ، الجامعة اللبنانية، فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي، د ط، د ت، ص 15.

* عمر الخيام، 526 هـ- 1132م، أبو الفتح عمر بن إبراهيم الخيامي النيسابوري، شاعر وفيلسوف فارسي، متعرب من أهل نيسابور مولدا ووفاة، كان عالم بالرياضيات والفلك واللغة والفقه والتاريخ، وترجع شهرة الخيام إلى علمه في الرياضيات فقد حلّ معادلات من الدرجة الثانية بطرق جبرية وهندسية. أنظر، باقر أمين الورد، **معجم العلماء العرب**، مكتبة النهضة العربية، لبنان، بيروت، ط01، 1406هـ - 1986م، ص 111.

(2)باقر أمين الورد، **معجم العلماء العرب**،المرجع السابق،ص ص 11 - 13.

" **قام عمر الخيام بدراسة رباعي الأضلاع abcd حيث الجانبان [A D]و[B C] عموديان على [AB] .ومتساويان فيما بينهما وقد هدف إلى أنّ يبين أنّ الزاويتان C و D قائمتان**"[(1)] ولكن فكرة تباعد وتقارب المستقيمان أدت بعمر الخيام إلى التناقض لأنّ المستقيمان لا يتقاربان ولا يتباعدان إلا أنّ استخدامه لوجود A'و B' كان مبررا إذا قمنا على اعتبار أنّ المسافة لا تتغير بين المستقيمين المتوازيين، فقد وضع الخيام هذه الدراسة حيث أقامها على أدلة وبراهين فأثبت بذلك على وجود زاويتين قائمتين في رباعي الأضلاع من خلال افتراض وجود جانبين عموديين فيه، ورغم إقراره بتباعد وتقارب المستقيمات كما ذكرنا سابقا إلّا أنّ عدم استخدامه لنفس الرموز في الشكل وإعطائه لها معنى وهي الفتحة ك: A' و B' اعتبر فيما بعد أنّها مبرر.

اهتم الخيام بالجبر واعتبره لم يكن موجودا من قبل من طرف الرياضيين رغم وجود أسماء في فضاء الرياضيات الجبرية أمثال الخوارزمي، إلا أنّه يسرف في حزمه للأمر فتارة يقول لكونها صعبة ويصعب حلّها، وتارة يقول بأنّ السابقين لم يدرسوا منها شيء ولم ينتبهوا للاهتمام بها فلم يصل إلينا منها شيء، لكنه يصحح رأيه قليلا بأنه ربما كان هناك من الجبر شيء في القديم إلّا أنه لم يصل إلينا أيضا، إلّا أنّ ما يقصده الخيام بذلك هو حل المعادلات التكعيبية بطريقة جبرية من طرف السلف وهذا ما كان يسعى الخيام إلى حله. [(2)]

يعتبر الخيام من بين أهم الرياضيين الذين حاولوا دراسة المعادلات خاصة ما كان ينكره عن سابقيه وهي المعادلات التكعيبية فكان له بذلك العديد من الإنجازات ليس بوسعنا ذكرها هنا.

كما نجد أيضا محاولة أخرى عند العرب محاولة نصر الدين الطوسي* فقد كان من بين الرياضيين الذين أدركوا أنّ مسلمة إقليدس للمتوازيات ليست واضحة وبديهية كباقي المسلمات، وحاول إقامة البرهان عليها

---

(1) باقر أمين الورد، **معجم العلماء العرب**،المرجع السابق، ص 11.

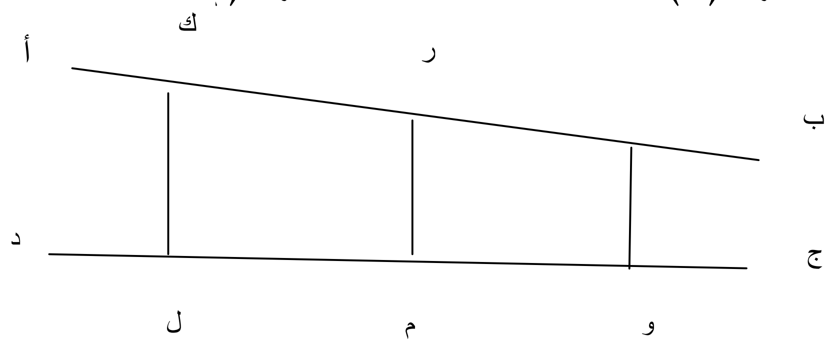
(2) المرجع نفسه، ص 11.

* نصير الدين الطوسي، وفي بعض كتبه 597- 672 هـ/ 1201- 1274م، محمد بن محمد الحسني أبو جعفر نصير الدين الطوسي فيلسوف كان رأسا في العلوم العقلية، علامة بالأرصاد والرياضيات يعرف بتجريد الكلام و (تلخيص المحصل)، أنظر، باقر أمين الورد، **معجم العلماء العرب**، ص 139، 140.

" لقد أعمل فكرة في الخطوط المتوازية وذلك من خلال عملين: الأول: الرسالة الشافية عن شك أصول إقليدس مع زيادات مهمة عائدة للمؤلف، وفي كل من المؤلفين استخدم الطوسي كالخيام رباعي أضلاع ساكيري ودرس الفرضيات الثلاثة المتعلقة بزواياه العلي[1]" إنّ هدف الطوسي في البداية كان يرمي إلى دراسة المتوازيات وبرهن على ذلك من خلال ما قدمه من سبقه في ذلك كالخيام وساكيري.

لم يفق الطوسي معاصريه فحسب بل فاق علماء الهندسة المحدثين أيضا كما يقول (دريك سترويك) أنّ الطوسي حاول بكل جدارة أن يبرهن على المصادرة الخامسة من مصادرات إقليديس فكانت محاولته ببدء عصر جديد في علم الرياضيات الحديثة

" يمهد الطوسي برهانه بتوضيح فكرة التقارب والتباعد عن طريق رسم مستقيمين أ ب، جـ د، وإسقاط الأعمدة هـ، و، ر، م، ك، ل، على المستقيم د حـ من النقاط هـ، ر، ك، فتكون زوايا متجاورة غير متطابقة هذه الزوايا تكون حادة من جهة أو لتكن ب أ الحادة ويتباعدان من جهة (أ) المنخرجة" بحيث تكون أطوال الخطوط العمودية تتناقص كلما اقترينا من جهة (ب) وتتطاول كلما اقترينا من جهة (أ) [2]"



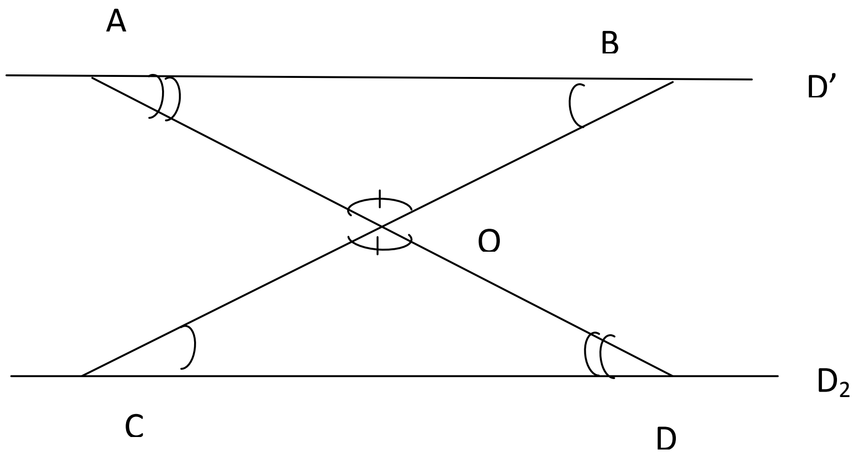
لقد برهن الطوسي على فكرة التقارب والتباعد التي كانت عند الخيام من قبل، واستطاع الوصول إلى حلٍ مقنع بعض الشيء في عملية الإسقاط، إلا أنّ الخيام قال بها في الخطين المتعامدين وكأنّ الطوسي قد استخدمه في خطين مستقيمين عاديين، إلاّ أنّه لم يستخدم في برهانه هذين الخطين المتوازيين كما كان من المفروض أنّ يفعل.

---

(1) محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق ، ص 54.

(2) محمد يوسف الحجيري، المرجع السابق، ص 13.

وقد نقل واليس wallis إلى اللغة اللاتينية دراسة نصر الدين طوسي (القرن الثالث عشر ميلادي) حول هذه المسلمة كما بين أنّ هذه الأخيرة تؤدي إلى القول بأنّ لكل شكل هندسي شكل آخر يناظره semblables[1]"



" بالإضافة إلى ما قام بإثباته في مجال الهندسة في التقارب والتباعد أضاف الطوسي فكرة التناظر في المستقيمات حيث كان له الفضل في هذا العمل من خلال برهانه على أنّ كل شكل هندسي له ما يناظره أو ما يقابله هو شكل أخر بالطبع، فالشكلان oabوocd مثلا هما مثلثان متناظران لأن $\hat{A}=\hat{C}$ و $B=Đ$ وكذلك لأنّ $\hat{O}^1=\hat{O}^2$ و CD=AD ."[2]

فقد حقق بالفعل فكرة التناظر حيث تناظر المثلثان بصفتهما شكلان هندسيان وتناظر أيضا المستقيمات والمسافات بين النقاط الموجودة في الشكل.

ونجد من بين الهندسات اللاأقليدية أيضا، هندسة ريمان ولوباتشوفسكي وهما من بين الهندسات الأكثر شهرة في الهندسة اللاإقليدية.

---

[1] عبد القادر بشتة، **العقل العلمي في عصر التنوير**، دار الطليعة للطباعة والنشر، لبنان، بيروت، د ط، 1997، ص71.

[2] عبد القادر بشتة ،المرجع السابق، ص 71.

هندسة لوباتشفسكي[1]:

يعد لوباتشوفسكي من بين أهم العلماء الرياضيين الذين عارضوا فكرة إقليدس الخامسة (مسلمة المتوازيين) حيث عمل كغيره على تقديم البديل وبناؤه على أساس صحيح قائم على الحجج والبراهين.

" لو أمكن استنباط مصادرة اقليديس من البديهيات الأخرى للزم ذلك بداهة، إنّه إذا ما نفيناها وسلمنا ببقية البديهيات لا آل. ذلك إلى نتائج متناقضة ولكان – تبعا لذلك – من المحال تأسيس هندسة متناسقة على مثل تلك المسلمات. وذلك هو بالضبط ما فعله لوباتشوفسكي حيث افترض في البداية ما يلي: يمكننا أنّ نرسم من نقطة ما، متوازيات عدة مع مستقيم معطى... ويكون مجموع زوايا المثلث أصغر دائما من زاويتين قائمتين الفرق بين ذلك المجموع وزاويتين قائمتين مع مساحة المثلث[2].

ويقصد بذلك بأنه لا يمكن استنباط مصادرة من بديهية لأنه إذا كان كذلك سيؤدي بنا الأمر إلى التناقض أو إنّ التسليم ببقية البديهيات يلغي التسليم بالبديهية الأولى، لأنّه لا يمكن التسليم بها جميعا وبالتالي هناك تناقض في الأمر.

" وهكذا لا يكون مجموع زوايا المثلث أصغر دائما من زاويتين قائمتين ويتناسب الفرق بين ذلك المجموع وزاويتين قائمتين مع مساحة المثلث.

ويستحيل بناء شكل بمثابة شكل آخر معطى مع إختلاف الأبعاد.

إذا قسمنا محيط الدائرة إلى أجزاء متساوية عددها n ورسمنا مماسا لنقاط مستقيم، شكلت تلك المماسات وعدها n مضلعا إذا كان شعاع الدائرة على درجة كافية من الصغر أما إذا كان الشعاع كبيرا نوعا ما، فإنّا المماسات لا تلتقي[3]"

يتضح من خلال هذا أنّ فلسفة لوباتشوفسكي تختلف عن مسلمات إقلييدس، وكذلك يجدر بنا ذكر اسم آخر لهذه الهندسة الهذلولية ونذكر أهم خصائصها:

---

(1) لوباتشوفسكي، (1792 – 1856) أسس الهندسة غير الأقليدية، التي سماها « الهندسة الخيالية» ألقى أول عرض شفهي له في الموضوع عام 1826، وكان آخر تصنيفاته " الهندسة الكلية" أنظر جورج طرابيشي، معجم الفلاسفة ، مرجع سابق، ص ص 584،585.

(2) هنري بوانكاري ، **العلم والفرضية**، ترجمة، حمادي بن جاء بالله، مركز دراسات الوحدة العربية، المنظمة العربية للترجمة، لبنان، بيروت، ط 01، 2002، ص ص 116، 117.

(3) المرجع نفسه، ص 117.

- " الهندسة الهذلولية فيها تستبدل بمسلمة التوازي المسلمة التالية: من نقطة لا تقع على مستقيم معلوم يمكن رسم أكثر من مستقيم يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعلوم.

ويتبنى هذه الهندسة على سطح شبه الكره، وأهم مميزات هذه الهندسة:

- **التقوس في هذه الهندسة دائما سالب $k < 0$.**
- **من نقطة لا على مستقيم معلوم يمكن رسم مالا نهاية من المستقيمات التي توازي المستقيم المعلوم.**
- **المستقيمات في هذه الهندسة هي منحنيات على سطح شبه الكره**
- **مجموع زوايا المثلث في هذه الهندسة أقل من 180 درجة**
- **نسبة محيط الدائرة إلى قطرها أقل من النسبة الثابتة[1]**

وهكذا اختلفت هندسة لوباتشوفسكي عن هندسة إقليدس تماما، حيث فقدت مسلماتها جملة وتفصيلا، وهكذا تواصلت أبحاثه في المجال الهندسي وكان يعمل دائما على تبريرها معما ذلك بأدلة وبراهين عقلية.

" ويجب في هندسة لوباتشوفسكي أن تميز بين الخطوط المتوازية والخطوط غير المتقاطعة أما الخطوط التي تلف هذه "الحزمة" فهي وحدها التي تسمى خطوط متوازية وهناك خط موازي على يسار الخط المستعرض هـ كما أنّ هناك خطا موازيا آخر على يمينه، ومن ثمة فإنّ من خصائص هندسة لوباتشوفسكي أنّ هناك خطين موازيين للخط وليس خط واحد، فكل الخطوط الواقعة بين هذين الخطين هي خطوط غير متقاطعة أي أنها لا تقطع الخط " و"[2]

" هندسة لوباتشوفسكي تقوم على أساس أفكار إقليدس واستبدال مصادرة أخرى: "يمكن من قطعة رسم موازيات عدة لمستقيم معلوم " والاحتفاظ مع ذلك ببقية البديهيات ومن هذه المصادرة أنتج سلسة من النظريات ليس فيها أي تناقض مما أدى إلى إقامة هندسة منطقية[3]"

---

[1] جلال الحاج عبد، المرجع السابق، ص ص 2، 3.

[2] فيليب فرانك، المرجع السابق، ص ص 96، 97.

[3] عبد الرحمن بدوي، مناهج البحث العلمي، وكالة المطبوعات، الكويت، ط3، 1971، ص 36.

هندسة ريمان* :

تعد هندسة ريمان من بين أهم الهندسات التي رفضت هندسة إقليدس وحاولت تقديم البديل عنها، إذ لم تقتصر على هذا فقط بل رفضت كذلك الدراسات التي قدمها لوباتشوفسكي، وقدمت البديل عنها، بل كانت مخالفة لها تماماً

" **جاءت هندسة ريمان مخالفة لكلتيهما فهي تقوم على أساس انكار ليس فقط مصادرة إقليدس، بل وأيضا البديهية الأولى القائلة أنّه لا يمكن أن نرسم غير مستقيم واحد بين نقطتين، إذا بدأ ريمن بأن أنكر تصور المكان على أنه مستوٍ، بأنّ نظر إليه على أنه كروي، وهذا المكان الكروي سيكون بلا حد، لأنّه في وسع المرء أنّ يسير قدما على كرة دون أنّ يتوقف، ولكنه كذلك نهائي... وعلى هذه الكرة أو المكان الكروي لا يمكن غالبا أن يرسم بين نقطتين غير دائرة كبيرة (تكون بمثابة المستقيم في المكان ذي السطح المستوي)... وكذلك نرى أنه عادة أو غالبا لا يمكن أن يرسم غير مستقيم واحد بين نقطتين معلومتين، ولكن ثمة أحوال شاذة... [1]**".

من خلال الأبحاث التي قدمها ريمان، أدى إلى ظهور الهندسة ... أو ناقصة القطع أو الهندسة ذات الإنحناء الإيجابي، حيث تلغي مصادرة التوازن الإقليدية، وذلك لاختلاف خاصية هذه الهندسة، حيث تقوم بعدم وجود الخطوط المستقيمة المتوازية في الهندسة الريمانية

* ولد ريمان في 17 سبتمبر 1826 في مدينة صغيرة قرب داننبرغ.كانت له في صغره مهارات استثنائية في الرياضيات، كقدرته المبهرة على الحساب منذ سن مبكرة، بدأ ريمان دراسته سنة 1846 في برلين وغوتتغن وكان من التلامذة الرياضيين المشاهير ككارل فريدريش غاوس ودركليه...حيث يعتبر مؤسس نظرية الدوال والهندسة الريمانية التي مهدت الطريق لأينشتاين ليضع النظرية النسبية العامة، كما تعتبر دراساته حول الأعداد الأولية من أهم إنجازاته.كما أن فرضيته المعروفة بفرضية ريمان في مجال نظرية الأعداد لم تحل بعد تتعلق هذه الفرضية بتابع أبدعه ريمان اسمه تابع زيتا ريمان،وفي عام 2000 طرح معهد كلاي لتشجيع الرياضيات المسائل السبع المعروفة ب"المسائل الألفية" مقابل جوائز مادية،أنظر، –حسام خليل، برنارد ريمان عالم الرياضيات ألماني مهد لنسبية أنشتاين، www.alhayanews.com، الحياة نيوز، الجيزة–مصر، 2017/09/17

[1] عبد الرحمن بدوي، المرجع السابق، ص ص 26، 27.

"الهندسة الإهليليجية في هذه الهندسة نستبدل بمسلمة التوازي المسلمة التالية:

من نقطة لا تقع على مستقيم معلوم لا يمكن رسم مستقيم لا يقاطع المستقيم المعلوم بعبارة أخرى المستقيمات لا وجود لها في هذه الهندسة، تبنى هذه الهندسة على سطح الكرة ومن أهم مميزات هذه الهندسة :

التقوس في هذه الهندسة دائما موجب k> o

- **من نقطة لا على مستقيم معلوم، لايمكن رسم مستقيم يوازي المستقيم المعلوم**
- **المستقيمات في هذه الهندسة هي الدوائر العظمى على سطح الكرة**
- **مجموع زوايا المثلث في هذه الهندسة أكثر من 180 درجة**

نسبة محيط الدائرةَ إلى قطرها في هذه الهندسة أكبر من النسبة الثابتة. [1]"

<u>جدول يوضح الهندسة الإقليدية واللاإقليدية</u>

نوع الهندسة	عدد المتوازيات	مجموع زوايا المثلث
لوباتشوفسكي	أكثر من مواز	180 >
إقليدس	موازٍ واحد	180=
ريمان	ولا موازٍ	180<

المطلب الثاني: ظهور الدالة المنفصلة وانهيار فكرة التحليل في الرياضيات.

تعتبر نظرية الدوال من بين النظريات التي حازت على دراسة منذ زمن بعيد سواء من العرب أو من غير العرب، إلاّ أنّ الأعمال التي قدمها العرب لم تلق... في ذلك الوقت رغم أهميتها ودقتها وبقيت مؤجلة إلى غاية العصر الحديث

" أما تعريف الدالة لمصطلح (Fonction) فهو: في الرياضة تعرف الدالة هكذا إذا توقفت كمية ما ص على كمية أخرى س بحيث تتعين ص كلما تعينت س فإنه يقال إنّ ص دالة لتكمية س، كما تسمى ص بالمتغير المستقل أو المتبوع وتسمى س بالمتغير أو التابع، وقد أطلق ليبتز لفظ الدالة على الخطوط المختلفة التي تتغير بتغير وضع النقطة مثل الوتر والحماس"[2]

---

[1] جلال الحاج عبد، مرجع سابق، ص03.

[2] مراد وهبة، المرجع السابق، ص 308.

فقد كانت تعبر نظرية الدوال في غالبها عن الاتصال الهندسي إلا أنّها استمرت فقط في القرن التاسع عشر، فظهرت بعدها ما لا يمت بأي صلة بالاتصال الهندسي بوجود دالات منفصلة فلم يصبح الاتصال أمر يتعلق بالدالة بعد نفي هذه الخاصية عنها وظهور الدالة المنفصلة.

" **وكانت الرياضيات تعرف أنّها علم الكم المنفصل، وهو العدد أو الحساب المتصل وهو الهندسة وأشكالها، وقد اعتمد التحليل منذ نشأته على فكرة الاتصال فعندما عبر عنه ديكارت بخط مستقيم متتابع النقط دون فجوة أو انفصال في تتابع الدالة في هندسته التحليلية، لكن مع تطوره خاصة في القرنين 17 و18، واستبعاد الأنساق الدلالية التي لا يمكن تناولها في صور جبرية أدى إلى انهيار فكرة الاتصال مع حلول القرن 19**[1]"

فقد اكتشف الرياضي الفرنسي كوشي COUCHY (1820) دالة منفصلة وأدخل الأعداد التخيلية في الدوال، واكتشف العالم الألماني وييرستراش (1840) دالة منفصلة لكنها لا تقبل التفاضل، وكان الاتصال والتفاضل متلازمان ذلك الحين، وتمكن ريمان REIMAN من إنشاء دالة منفصلة تقبل التكامل، مع أنّ التكامل كان ملازما للاتصال..... فكرة كوشي"[2]

نفهم من هذا أنّ هؤلاء العلماء والرياضيين قد قدموا نظرة جديدة للرياضيات بعد أنّ كانت تعبر عن الاتصال، إلاّ أنّ هذه النظرة كانت مبررة أرادوا بها إسقاط فكرة الاتصال في التحليل.

"**وقد كان العدد التخيلي معروفا قبل كوشي، فقد أسماه ديكارت بهذا الاسم، كما سماه ليبنتز بالكم المستحيل، ويسمى أيضا العدد المركب لأنّه يشمل على عددين حقيقين (REELS) وأبسط الأعداد التخيلية هو جذر المعادلة س^2 = −1** [3]"

"**بحيث نجد أيضا ارسطو الذي نظر إلى التصورات على أنها متسلسلة في الذهن بطريقة معينة تخضع لقواعد عامة يسير عليها العقل وهو يربط بين هذه التصورات بغض النظر عما تشير إليه من واقع خارجي خاضع للتجربة فهذه التصورات تترابط أولا مكونة**[4]

---

(1)فاروق بوخزنة ، المرجع السابق، ص 93 94.

(2)محمد عابد الجابري، االمرجع السابق، ص 93، 94.

(3)محمد ثابت الفندي ، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق، ص ص 94- 95.

(4)علي عبد المعطي محمد، **المنطق ومناهج البحث العلمي في العلوم الرياضية والطبيعية**، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، مصر، ط02، 2004.

القضايا الحملية منها والشرطية، والقضايا الحملية لها صورة محددة هي صورة الموضوع المحمول، كما أنّ القضايا الشرطية تنقسم إلى قضايا شرطية متصلة وأخرى منفصلة"[1]

ولما وضع كوشي لأول مرة الدالة المنفصلة وكشف فيها عن الأعداد التخيلية، وضع الرياضيين موقف استغراب منها لأنها كانت أمر جديد لم يعرف في عالم الرياضيات من قبل، إلا أنّ هذا التجديد لحق بالأسس و الأصول في الرياضيات أو في التحليل هي التي تشير إلى اليقين وبالتالي اعتبرت المنهج الذي لابد على كل رياضي أنّ يتبعها.

يعني ذلك أن استبدال جميع هذه الأعداد بالأعداد الصحيحة الايجابية أمر يثير التساؤل، وهذا التساؤل هو الذي أدى إلى ظهور نظريات أخرى، وأدى إلى مضاعفة الاكتشافات في هذا المجال كالاتصال والانفصال، والمتناهي واللامتناهي وغيرها.

توجد اشارات للتواصل + =، 2، 3، 4، وهي اختصارات لـ: (Ⅲ، Ⅱ ..) والحروف a b c فإذا قلنا 3>2 فهذا يعني أنّ Ⅲ هو سلسلة من الخطوط أطول من Ⅱ ونتحقق من صحتها إذا ما قارنّا بين Ⅱو Ⅲ وإذا كانت لدينا: a+1 = 1+2 فهذا يدل على أنّ متتالية الخطوط المركبة من 1 ثم المتتالية المكونة من a تتقاطع مع المتتالية المشار إليها من a ثم من 1، نكتب المتتاليتين ثم نحاول المقارنة بينهما ونتحقق إذا كانا يتقاطعا فإشارات التواصل ترمز إلى الأرقام أي مجموعات من الأعداد أو عمليات تطبق على الأرقام وفي كل مرة نتحقق من المعطيات بالعودة إلى الخطوط المسطرة[2].

يقصد بذلك أنّ هناك العديد من الإشارات التي ترمز إلى التواصل في المجموعات أو المتتاليات في الخطوط وهذه الرموز قد تكون مجموعة من الاختصارات تسهل عملية التقاطع بين المتتاليات وبالتالي التواصل.

وقد وضع ذلك في سياق دالة قضية نشرحه فيما يلي:

(كل أ هو ب) دالة قضية مركبة من دالتي قضية، بسيطتين ترتبطان بأداة الشرط إنّها تعني أنّه (إذا كان هـ هو أ فإنّ هـ هو ب) أو في كل القيم الممكنة بـ هـ إذا كان هـ يتصف بالصفة أ، فإنّه يتصف أيضا بالصفة ب، ومن ثم لم يعد لدينا قضية حملية وإنما علاقة بين

---

[1]علي عبد المعطي محمد، **المنطق ومناهج البحث العلمي في العلوم الرياضية والطبيعية**، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، مصر، ط02، 2004.

[2]زبيدة مونيا، **الرياضيات بنظرة فلسفية على خطى كفاييس**، ألفا للوثائق، الجزائر، قسنطينة، ط01، 2017، ص 170.

دالتين من دالات القضايا وتصبح كل منها قضية حملية حين نعطي للمتغير قيمة ويمكن التعبير عن القضية الكلية الموجبة في صورة رمزية كما يلي:

"(ك) (دهـ ذهـ)" (x..g..f.) (x) ومادمت القضية الكلية موجبة تتخذ صورة التضمن في شرطية متصلة ومن ثمة لا تقرر وجودا واقعيا"[1]

أما عن باقي الصور الثلاث عن القضية الحملية فقد اختلف راسل في تعريفها بين القضية الكلية والقضية الجزئية (موجبة وسالبة) واعتبر الجزئية تحتوي على تقرير وجود واقعي، على عكس الكلية التي لا تحتوي على وجود تقرير واقعي لموضوعها.

لقد فتح التحليل آفاق جديدة خصبة أمام الرياضيات النظرية، وتم بفضله الاستغناء عن الحدس الهندسي، حتى في ذلك المجال الضيق الذي استبقاه ديكارت، لقد تحولت الرياضيات كلها إلى عمليات جبرية لا تخضع إلى قواعد المنطق، وكان من نتائج انتشار النظرية الجبرية استعمال الرموز بدل الأعداد وغض النظر نهائيا عن محتوى هذه الرموز أن صيغت عبارات رياضية ليس لها ما يقابلها في الواقع، وظهرت كائنات رياضية غريبة أثارت دهشة الجميع، فعلاوة على الأعداد الصماء المعروفة منذ فيثاغورس ظهرت أنواع أخرى من الأعداد كالأعداد التخيلية* والأعداد المركبة** ولم يبق هناك خاصية عامة للأعداد المركبة ناجمة عن التركيب الصوري للعمليات الجبرية"[2]

---

[1]محمود فهمي زيدان ، **المنطق الرمزي نشأته وتطوره**، ، ص 224، 225.

* الأعداد التخيلية، n. imaginaire، هي أعداد غيرحقيقية وإنما يتم تخيلها فقط مثل $\sqrt{-1}$، إذ لايوجد أي عدد إذا ضرب في نفسه يعطي 1−، لأنّ حاصل الضرب يكون دائما موجب، ولذلك فلا معنى لجذر عدد سالب ولكن هناك معادلات تقتضي هذه الأعداد الثقيلة مثل 0=1+ س² التي تحل هكذا 1− = س²

** الأعداد المركبة، هي أعداد تشمل على عددين حقيقين وعدد تخيلي هو في الغالب $\sqrt{-1}$، ويرمز العدد التخيلي بحرف i ويمكن أن نرمز إليه بالعربية بالحرف خ على عدد، هذا وواضح أن الأعداد الحقيقية هي الأعداد المعروفة الجذرية منها والصماء ، أنظر محمد عابد الجابر، **مدخل إلى فلسفة العلوم**، المرجع نفسه، ص 71.

[2]محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، المرجع السابق، ص 71.

لقد اعتبر مصطلح الحدس* الهندسي مصطلح حديث لأنّ الرياضيات كانت تعتبر من قبل بعد عن المطلقية التامة، وكانت تتميز باليقين** المطلق وبعدها تحولت الرياضيات إلى عمليات بعيدة عن قواعد المنطق، فدخل على الرياضيات الشك الذي زعزع مكانها ومطلقيتها بظهور أعداد جديدة لم تكن معروفة من قبل، ولم تكن في بال أحد من المفكرين، فأصبحت الرياضيات كباقي العلوم، قابلة للتجديد مما أدى إلى استبعاد فكرة الاتصال في الرياضيات وحل محلها فكرة الانفصال.

وعلى العموم فإنّ فكرة الحدس الهندسي هذه ظلت مقبولة، واستطاعت أن تفرض نفسها في مجال الوال المنفصلة إلى غاية القرن 19، حيث نشأة اكتشافات جديدة أدخلت الريب في الفكر الأول، وكانت هذه الاكتشافات قد فتحت الطريق لوجود تساؤل مستمر من طرف كوشي وهي هل الدالة متصلة أم منفصلة؟

يقدم راسل في كتابه أصول الرياضيات شرح لفلسفة التواصل:" كانت فكرة الاتصال تحمل لدى الفلاسفة وبخاصة منذ زمن هيجل معنى لا يشبه أبدا ذلك الذي خلعه عليها كانتور، وفي هذا يقول هيغل " الكمية كما رأينا مصدران الوحدة*** المطلقة والتطابق أو التنساوي بين هذه الوحدات، فإذا نظرنا لإلى علاقتها المباشرة مع نفسها أو في الخاصية .... الذاتية وجنا الكمية مقدارا منفصلا، أما عندما ننظر في خاصيتها الأخرى وهي الواحد الذي تستلزمه فهي مقدار منفصل"[(1)]

يريد راسل هنا أن يوضح فكرة غير التي أجاد بها كانتور، بحيث يستعين بقول هيغل، فأقرّ بأنّ الاتصال إنما يكون في الوحدة المطلقة التي تظهر من خلال خاصيتها الذاتية أما

* الحدس المعرفة المباشرة في الذهن دفعة واحدة من غير نظر أو استدلال عقلي وهذا المعنى الذي أخذ به شوبنهارو، لا يصدق على تمثل الأشياء فحسب بل يصدق أيضا على تمثيل علاقتها كتمثل خواص الأعاد والأشكال الهندسية من جهة ما وهي مدركة ادراكا مباشرا، أنظر في هذا الصدد جميل صليبا المعجم الفلسفي، ج01، ص 453.

** اليقين (CERTANDE) هو الاعتقاد الجازم المطابق الثابت الذي لا يزول بتشكيك المشكك، وهو حالة ذهنية تقوم على اطمئنان النفس إلى الشيء مع الاعتقا أنّه كذا، وأنه لا يمكن أنّ يكون ألّا كذا، واليقين نقيض الشك أنظر في هذا الصدد جميل صليبا، المرجع نفسه، ص 588.

*** الوحدة unite، الوحدة ضد الكثرة لأنها كون الشيء بحيث لا ينقسم، والكثرة كونه بحيث ينقسم، تطلق الوحدة على كل ما يطلق عليه واجب لأنّه صفة له نقوا، وحدة الأنا، ووحدة الدين، ووحدة العوض ووحدة العالم، وتطلق الوحدة على كل جزء من مجموع متجانس وتطلق الوحدة بوجه خاص على العناصر الرياضية التي يتألف منها العدد الصحيح الأصلي باعتباره متولدا من إضافة الواحد إلى نفسه، أنظر جميل صليبا، المرجع السابق، ص 567.

(1) بيتراند راسل، **أصول الرياضيات**، المصدر السابق، ص 200.

الانفصال فهو النظر في خاصية غير التي نظرنا إليها في الأول وهي الوحدة، وإنّما الخاصية الثانية وما يلزم عنها

" **وإذا رجعنا إلى الصيغة المشهورة التواصل وحدة في كثرة رأينا أن الكثرة وحدها هي الموجودة أما الوحدة فقد اختفت ، وقد ضلّ دائما الموضوع مفتوحا للبحث هل التواصل مركب من عناصر، وحتى حين أجيز أن يكون مشملا على عناصر، فقد قيل غالبا أنّه ليس مركبا من هذه العناصر ليبتنز**"[(1)]

لقد أخذت فكرة التواصل هذه عدة ترجيحات واختلف المفكرون في طرحها فكلما أعطيت لها عبارة معينة تسارعت الأفكار في رفضها وطرح التساؤلات فيها خاصة لكونها مرتبطة بالرياضيات وبما أنّ الكثرة تعني أشياء عديدة على عكس الوحدة التي توحي بشكل واحد، واعتبار التواصل وحدة في كثرة أمر يرمي نوعا ما إلى التناقض. مما يؤدي بنا إلى نفي أحد الصفتين فنستبقي على الكثرة وننزع الوحدة، وبالتالي يكون التواصل شيء يحتوي على عناصر.

في فكرة الاتصال في الرياضيات يقول راسل في محاضرة بعنوان: "نظرية الاتصال" عن الزمان والمكان بأنّ الأول يتكون من لحظات والثاني من نقاط وبين أن لهما خاصية يسهل إدراكها وإحساسها، أكثر من تعريفها تسمى بـ (الاتصالية) ويؤكد أن النظرية الرياضية للاتصال هي نظرية منطقية مجردة ومنه صحتها لا علاقة لها بأي خاصية من خواص الزمان والمكان التجريبية، ولكن بالمقابل ليست إلا خاصية لمتسلسلة حدود مرئية[(2)]

بعبارة أخرى أراد راسل هنا أن يبين بأن الاتصال أمر منطقي مجرد وصحته لا ترتبط بخاصية الزمان والمكان التجريبية، بل بخاصية لمتسلسلة حدود مركبة، فقد ربط راسل فكرة الاتصال هنا بفكرة الترتيب لا بفكرة الارتباط التي ذهب إليها العديد من الفلاسفة خاصة منهم من ربطها بالتجريب، لأنّ فكرة الارتباط بالشروط التجريبية هذه تخلق لنا مشاكل فيما بعد خاصة إذا ارتبطت باللامتناهي.

وعادة يتبادر إلى أذهاننا إذا قلنا خطٌ، قطعة مستقيمة، منحنى، أننا نقصد بها شيئا متصلا، من خلال تخيل الصورة التي في الذهن، أما في حالة الانفصال فيبدو لنا أننا نتكلم عن شيء محدود يمكن حسابه، كأن نستعمل العمليات الحسابية.

---

(1) بيتراند راسل، **أصول الرياضيات**، المصدر السابق، ص 201.

(2) حميدة محلوس، المرجع نفسه، ص 61، 62.

" نجد أنّه في الوقت الذي نشأت فيه هندسات غير اقليدية في اواسط القرن الماضي نشطت أيضا معاول الهدم في التحليل، وكانت نظرية الدوالtheory of function هي مركز ذلك النشاط لذلك نستخدمها نقطة البداية لحركة النقد الداخلي في التحليل كما اتخذنا من قبل في المسلمة الخامسة عند اقليديس بداية لحركة النقد الداخلي في الهندسة"(1)

يمكن أن نعتبر هذه التحويلات في الرياضيات قد أعطى لها حيوية أكثر لأنّ هذا ما نسميه بالنقد البناء أو ليس حتى نقدا وإنما أفكار جديدة زادت من عمر الرياضيات، فبعدما كانت فكرة الاتصال الهندسي تمثل فحوى الهندسة والتحليل، سقطت وأصبحت مجرد أفكار بالية خالية من البرهان، إلا أنّ فكرة التحليل بقيت إلى غاية منتصف القرن الماضي تعتمد على الحدس الهندسي، وكانت الدالة تعبر عن الاتصال الهندسي.

المطلب الثالث: أزمة النهائي واللانهائي في الرياضيات

❖ **النهائي*:**

" إننا نجد بأنه دائما يحدث خلط بين واللامتناهي واللامحدود وبين المتناهي والمحدود (fini– defini)(indefini– infini) فاللامتناهي مرتبط بالمجهول بما هو غير معلوم بينما المتناهي هو معلوم محدد وتام، إلا أنّ اقليدس قد بالغ في تعريف المتناهي لأن هناك الكثير من المواضيع المتناهية لكن غير محددة بشكل تام ودقيق، بينما قد يوجد المتناهي لكنه محدد، فمثلا حبات الرمل لكوكبنا هي غير محددة بالرغم من أنها متناهية، بينما مجموعة الأعداد الطبيعية هي لامتناهية ولكن محدودة والطفل قد ينوصل إليها ببساطة وهذا ما أكده جون بياجي(2)"

إن فكرة المتناهي واللامتناهي مختلفتان ونستطيع أن نقول أنهما متضادتان، حيث النهائي كل ما هو محدود ومعروف ونتائجه واضحة على خلاف اللامتناهي، الذي نتائجه تعرف الاستمرارية اللامحدودة ونتائجه غير معروفة ولكنه انقسم هذا الاخير إلى نوعين اللامتناهي المعروف وآخر غير محدود "لا متناهي

---

(1)محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، دار النهضة العربية، لبنان، بيروت، ط01، 1963، ص ص 90-91.

* نظرية المتناهي: نظرية تذهب إلى أنّه ليس ثمة شيء لا متناه بالفعل، وإنّما تخضع الأشياء كلها لقانون العدد، وكل قطاع من عالم الواقع متناه وتقابل نظرية اللاتناهي أنظر : ابراهيم المنكور : المرجع السابق، ص 202.

(2)زبيدة مونية بن ميسي حرم بن عيسى، المرجع السابق، ص 49.

"إن المتناهي هو الذي بطبعه يتجاوز ذاته ليملك طبيعتة شيء اخر والمتناهي يوصف حدا grenze هو أيضا حاجزschranqe ، لأنه مانع مؤقت ينبغي تجاوزه فالقشرة مثلا حاجز مؤقت للبذرة عليها أنّ تتجاوزه لتصبح برعما، وهذا بدوره يتجاوز حالة البرعمية إلى حالة النبتة المستويةعلى الساق وهكذا باستمرار[1]"

ونعني بهذا أنّه يجب تجاوز المنتهي المحدود إلى اللامحدود، فطبيعة الأشياء هي تتغير باستمرار دائم، لا يجب أنّ نطلق عليها صفة المتناهي الذي يصبح عائق على استمراريتها، لهذا يجب تجاوزه ويبقى الشيء في تطور دون أي عائق وهكذا تتحقق الاستمرارية.

❖ **اللامتناهيات*:**

تطورت الدراسات الرياضية وذلك باستبدال الهندسة الحسية "هندسة إقليدس" بالفلسفة التحليلية أو قضية الحساب، وهذا الاخير تقدم في الأشكال والمعادلات الجبرية، من بينها نذكر:

"حساب التفاضل والتكامل ويطلق عليه أيضا اللامتناهيات، وقد كشف عنه نيوتن وليبتز في آن واحد أي حوالي سنة 1670، ويعتبر هذا النوع من الحساب أكثر تجريبي من الحساب العادي وهو يدرس ضروب الزيادة اللامتناهية في الصغر، أي التي تكون أصغر من أي عدد يمكن تصوره، ويستخدم هذا الحساب في التعبير عن التغيرات التي تطرأ عن المعايير المتصلة"[2]

اهتم هذا الفرع من العلوم الرياضية بدراسة العدد اللامتناهي أي "العدد" بعدما كان له حدود تحده أصبح عكس ذلك، عندما يكون العدد أكبر فهو صحيح لكن يوجد أكبر منه وهي الأعداد اللامتناهية، وكذلك نفس الشيء بالنسبة للأصغر، وهنا أصبح العدد متغير متطور بلا حدود، وهذا ما وصلت إليه الفلسفة التحليلية.

---

(1) زبيدة مونية بن ميسي حرم بن عيسى، المرجع السابق، ص ص 49 –50.

* اللامتناهيات، infini infinito.(e)، مالا يمكن أنّ تكون له نهاية، و... من اللامحدود indetarmine ، وهو مالم يحد بالفعل وإن كانت له حدود ممكنة، وأطلق ديكارت اللامتناهي على البارئ جلّ شأنّه.

اللامتناهي في كبر، ماهو أكبر من كل كم معطى.

(2) محمود قاسم، <u>المنطق الحديث ومناهج البحث</u>،مكتبة الأنجلو المصرية، ط02، 1953، ص 244.

لقد مهد فيثاغورس الساموسي (582- 497 ق-م) وتلامذته الطريق إلى مسألة اللانهائية، إن لم تكن الرياضيات برمتها هي علم اللانهائيات، فقد جاءت المسألة من خلال اكتشاف الفيثاغوريين لمسألة اللاقياسية Incaremse Reablity والتي تعتبر ذلك ما أجبر الفيلسوف الرياضي والمنطقي بتراند راسل أنّ يعبر أجمل تعبير عندما قال: "أنّ مسألة اللانهائية بدأت أول الأمر عند الفيثاغوريين في محاولتهم للمسألة اللاقياسية" وأرسطو بنفسه صرح بذلك قائلا: " أنّه فيثاغورس الذي وضع اللانهائية بين الكينونات المحسوسة الأخرى"[1]

أن فكرة اللاتناهي في الرياضيات مع الفيثاغوريين عندما اكتشفوا القياس، حيث أصبح القياس غير محدود، أي لا توجد نقطة تحده وبالتالي نقاط متتالية غير متناهية

"**هكذا جاء اكتشاف الفيثاغوريين، عن التعويض عن أضلاع المثلث القائم الزاوية بالوحدة، فإن الوتر عندئذٍ سيكون مساويا للجذر التربيعي للعدد اثنين (لنفرض المثلث abc قائم الزاوية في b، فإذا كان ab = bc = 1 فإنّ الوتر ac يساوي $\sqrt{2}$ وذلك بناءا على نظرية فيثاغورس الشهيرة التي تنص على أنّ المربع المنشأ على الوتر يساوي المربعين المنشأين على الضلعيين الآخرين ، وهكذا بدأ الفيثاغوريون يطبقون نظرية اللانهائي من خلال تطبيقها على الأعداد الطبيعية**[2].

"ويمكن البرهنة على الأعداد التي يطلق عليها الاعداد الصم (الأعداد غير المنطقية) ليست إلا سلسلة لا نهائية من الأعداد الصحيحة ومن هنا تم استبدال النظرية الفيثاغورية بفكرة الاستمرارية وهو أنّ كل خط مستقيم يمكن تقسيمه إلى ما لا نهاية وعدد نقاط تكون كذلك غير محودة.

[1]عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللانهائية في الرياضيات (نظرية جورج كانتور)، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ط01، 1999، ص ص 34، 35.

[2]المرجع نفسه، ص 36

"إن مفارقات زينو zeno* (450 ق-م) الشهيرة التي تقوم على فرضية كل من الزمان والمكان قابلة للتقسيم اللانهائي"[(1)]

تعد مفارقات زينو في اللانهائي من بين أهم الدراسات التي عرفها مجال اللانهائي، وقد اتضح لنا دراسته في هذا المجال من خلال حججه الأربعة.

غير أنّ الحجج التي قدمها زينون لم تسلم من النقد من بعض المفكرين وذلك لإهمالها لبعض الجوانب خاصة الرياضية منها.

" لقد كان رياضيو وعلماء القرن السابع عشر يتحدثون عن مفهوم اللانهائية ولكنهم لم يدركو أيضا إنّه في يوم ما ستكون اللانهائية مفهوما صحيحا وحقيقيا رغم أنّه لا يزال عند البعض الآخر عبارة عن مصطلح لوصف أي كمية كبيرة لا يمكن إدراكها"[(2)]

يعني أنّ فكرة التناهي هي في دراسة مستمرة غير مكتملة، وذلك لطبيعتها فهي صعبة الادراك، غير أنّ هذا لا يعيق دراستها والتطوير فيها.

" إنّ العدد قد استمد معناه من أنّ الفئتين المتناهيتين تتفقان في العدد، فكذلك تستمد القوة معناه من أنّ مجموعتين لامتناهيتين لهما نفس القوة، ونقول بعبارة أخرى أنّ معنى العدد لا يصلح لدراسة المجال اللامتناهي، بل ينبغي أنّ نستعين في هذه الدراسة بفكرة القوى، وهي فكرة توسع معنى العدد، ونستخدم مع ذلك فكرة التناظر واحد واحد، التي نجدها في أساس بناء الحساب ذاته[(3)]"

---

* استنادا إلى المؤرخ الرياضي الأمريكي الشهير "فلورين كاجوري" فإنّ تاريخ هذه المفارقات ليس إلا تاريخا لمفاهيم الاستمرارية والانهائية، لقد كانت انتقادات زينو أكبر تحدٍ لتلك المفاهيم ، وما مفارقاته الشهيرة الأربعة إلأا دليل فكرية تلك المفاهيم، أما الحجة الأولى إذا كانت هناك كثرة فيجب أن تكون لا متناهية الصغر ولا متناهية الكبر، إن الكثرة يجب أن تكون متناهية الصغر لأنّها مركبة من وحدات وهذا مانقصده بقولنا أنها الكثرة.

المفارقة الثانية، حين يمكن لجسم أن يقطع المسافة يجب أنّ يقطع أولا نصفها ولا يزال هناك نصف النصف لقطعها ثم نصف نصف النصف وهكذا إلى ما لا نهاية ومن ثمة ستضل دائما جزء لم يقطع وعلى هذا يستحيل على جسم أن ينتقل من نقطة إلى أخرى ومن ثمة لا يمكن أن تعمل **والثالثة،** حول السباق بين أخيل والسلحفاة فإذا كانت السلحفاة سابقة على أخيل فإنّه لا يستطيع أنّ يلحق بها فلولا يجب أنّ يصل إلى النقطة التي وصلت إليها السلحفاة إضافة إل النقطة التي انطلقت منها السلحفات وهكذا تستمر وبالتالي لن يدركها أبدا. يرى الرياضي التشيكي بولزانو bolzano أنّ فكرة اللانهاية مجردة من السلب، لأنها خرجت من فكرة اللانهائية نفسها حيث يقول،« ونضع اللانهائية نقيض للانهاية نفسها» أنظر، عبد اللطيف يوسف الصديقي ، مرجع سابق، ص ص 36 – 38.

(1)المرجع نفسه، ص 36.

(2)المرجع نفسه، ص 60.

(3)بول موي، المرجع السابق، ص 157.

يتضح لنا من خلال هذا أنّ العدد لا يستطيع التعبير عن فكرة اللاتناهي إلا بإقحام فكرة القوى، نأخذ حواصل الضرب في العدد 3، ومجموع حواصل الضرب في العدد 5، إذا أردنا تطبيقها على أعداد متناهية، نتج لنا عدد حواصل الضرب في خمسة يكون أقل من حواصل الضرب في 3، ولكن إذا أردنا تطبيقها على الأعداد اللامتناهية عن طريق فكرة القوة وجدنا أنّ حواصل كل منهما لهما نفس القوة، وبالتالي نخلص إلى أنّ فكرة القوة في اللامتناهي تحقق التكافؤ.

المبحث الثاني: نظرية المجموعات عند كانتور ونقائضها

المطلب الأول: نظرية المجموعات عند كانتور

لقد عرفنا دائما في جميع الدراسات، وخاصة الدولية منها وجود نظريات تنفي الأولى وتأتي ببدائل عن الحجج السابقة التي كانت تبدو لنا بأنّها يقينية لا مجال للتغيير فيها، وهذا ما تعرضت له الرياضيات فكلما زاد الاهتمام بالشيء كلما توسعت مجالات الاصطدام في الأفكار وهذا ما نجده بارز عند العالم الألماني "جورج كانتور" الذي قدم دراسة جديدة على الأعداد اللامتناهية، وكذا نظرية المجموعات التي نسيناها فيما بعد، وهذه الأخيرة تعد من بين أهم النظريات التي ظهرت في العصر الحديث والتي أعطت نظرية جديدة للتحليل من خلال النظر إلى الدوال كمجموعات

" **جاءت نظرية كانتور* لتكون تتويجا لأفكار عصره حول مسألة اللانهائية التي حجتها التأثير والتحليل الأرسطي التي أغرقها في محيط اللامحدود واللامتعين ، فالانهائية عند أرسطو هي غير مكتملة بينما عند كانتور عكس ذلك تماما، فالانهائية عمده تبرز في شكلين مختلفين، لانهائية غير تامة تتجاوز حدود الكميات في الصغر والكبر ولكن تبقى نهائية، ويمكن أن يقال عنها متغير نهائي والأخرى كمية محددة ثابتة يمكن تصورها بمفاهيم مختلفة في الهندسة وفي نظرية الدوال بنقطة لانهائية في المستوى المركب، هذه هي اللانهائية في المستوى المركب**(1)

بعدما كانت اللانهائية غير واضحة ولا محدودة فجاء كانتور عدل فيها حين أزال عنها الغموض واللبس إذ قام بتقسيمها إلى لانهائيات غير تامة كبرى التي تدرس كميات الكبر التي تقول مهما بلغ ذلك الشيء نهايته الكبرى توجد نهاية أكبر منه وهي اللامتناهية في الكبر وبالتالي فهي غير محدودة وكذلك نفس الشيء بالنسبة للمتناهية في الصغر، أما الثانية عبر عنها في دوال من خلال نقاط لامتناهية على مستوى حركة تكون نقاطها غير منتهية.

---

* جورج كانتور، (1845، 1918)، رياضي ألماني ومكتشف نظرية المجموعات، أنظر زبيدة مونية بن ميسي، المرجع السابق، ص 309.

(1) عبد اللطيف يوسف الصديقي، المرجع السابق، ص 40.

"برهن كانتور على وجود مستويات مختلفة من اللانهائيات، بمعنى آخر هناك رتب ودرجات من اللانهائيات كل مستوى يكون أكبر من سابقه وهكذا نحصل على رتب لانهائية من اللانهائيات، وإنّ جميع المجموعات اللانهائية ليس لها نفس المقدار، وأنّه يمكن مقارنة واحدة مع الأخرى فمثلا مجموعة نقاط الخط المستقيم ومجموعة الكسور كلتاهما لانهائيتان ويرهن أيضا على أنّ المجموعة الأولى أكبر حجما ومقدارا من الأخرى"(1)

بين كانتور فكرة اللاتناهي من خلال وجود مستويات اللامنتهية والمتفاوتة فيما بينها، حيث كل مستوى يتجاوز الآخر من حيث المقدار، وكل مجموعة من هذه المستويات تتميز عن بعضها البعض وهي غير منتهية.

من بين بوادر ظهور أكسمية نظرية المجموعات:

"إنّ ديدكند بأبحاثه حول الأسس الرياضية اكتسب شهرة، فهو لا يعد من مكتشفي الجبر الحديث والهندسة الجبرية فحسب، ولكنّه أيضا يعتبر أحد العوامل الأساسية في أكسمة الأعداد الحقيقية وصياغة نظرية المجموعات، إنّ أغلب أعماله تظهر تأثره بأستاذه غوس (1855) GAUSS فقد بحث أولا في الأعداد الطبيعيه ثم في الأعداد اللاناطقة"(2)

يعود الفضل في إكتشاف نظرية المجموعات منذ البداية إلى ديدكند بعد تأثره بأستاذه غوس، إلا أنها لم تلاقي ذلك الاهتمام الذي حظي به كانتور فيما بعد.

" لقد كان يعلم كانتور كل العلم أنّ نظريته الجديدة حول المجموعات اللانهائية والأعداد الموغلة تلاقي حتما معارضة شديدة وهذا بالتأكيد لما تمثله نظريته من ازاحة الاعتقاد التقليدي السائد – وهذا مصير أي فكرة جديدة – لذا كان أحد أهداف الأسس هو اثبات أنّه ليس ثمة سبب لقبول الاعتراضات القديمة حول اكتمال اللانهائية الحقيقية "(3)

هذا حال كل فيلسوف يأتي بنظريات جديدة، لأنه سينعت بأبشع الأسماء التي لم يتخيل يوما أنّه سيسمعها في حياته، ربما سيقال عنه مجنون أو متوهم ولا يمثل عيش الواقع، كما حدث

(1)عبد اللطيف يوسف الصديقي، المرجع السابق،ص07.

(2)زبيدة مونيا بن ميسي حرم بن عيسي، فلسفة الرياضة عند جون كفاييس ، دراسة تحليلية ابستيمولوجية، اشراف الزواوي بغورة، قسم الفلسفة، كلية العلوم الانسانية والعلوم الاجتماعية، جامعة منتوري، قسنطينة، 2007- 2008، ص 126.

(3)عبد اللطيف يوسف الصديقي، المرجع السابق، ص 27.

مع غاليلو لما قال أنّ الأرض تدور فرغم صحة فكرته إلّا أنّه قوبل بالرفض التام، لدرجة أنّه خسر حياته نتيجة هذه النظرية.

إنّ من بين الرسائل التي تخص فكرة المجموعات هو معرفة عدد عناصر المجموعة أو عدد عناصر المجموعتين من خلال المقارنة بينهما ويكون ذلك من خلال عدّ عناصر المجموعة الأولى، ثم عدّ عناصر المجموعة الثانية ثم بعد ذلك نقوم بالمقارنة بين المجموعتين، لكن هذه الطريقة هي طريقة جد بدائية لأنّها صعبة خاصة إذا كان عدد عناصر المجموعة كبير " **وكبديل لهذه الطريقة، توجد طريقة أخرى للمقارنة وهي طريقة التناظر، أي الطريقة التي تبنى على علاقة واحد بواحد فقد ندخل مثلا إلى مقهى ونلاحظ أن حول كل طاولة شاب وشابة فنستنتج مباشرة أن عدد الشباب يساوي عدد الشابات**"[1]

فهذه الطريقة تسهل عملية العد في المجموعات، مهما كان العدد كبير بحيث يكون الربط بين المجموعتين أسهل ويبين تساوي أو عدم تساوي هاتين المجموعتين

يقصد بذلك أنّ المقارنة في المجموعات يكون متكافئ، كما ذكرنا سالفا يمكن أنّ يكون بغير عد، ومن خلال التناظر، أي مانجده في في المجموعة الأولى من عناصر له ما يقابله في المجموعة الثانية، فالتساوي في عدد العناصر هو الذي يصل مجال المقارنة في المجموعات

المطلب الثاني: نقائضها.

من بين المفارقات في نظرية المجموعات:

لقد اعتبرت جل النظريات التي تمّ تقديمها في مجال الرياضيات منذ ظهورها مشكوك في صحتها، لذلك كانت تتداول الأفكار والاكتشافات الجديدة، ومن بين هذه النظريات المشكك فيها هي المتناقضات والمفارقات في نظرية المجموعات التي لعبت دورا كبيرا في تطوير النظريات في مختلف العلوم، إلّا أنّ الشك هنا يمكن اعتباره أمر إيجابي لأنه سبب ظهور الاكتشافات الجديدة في كل مرة والمفارقة أو النقيضة هي تبيان صدق وكذب القضية في آن واحد، وهو الشيء المرفوض هنا لا يوحي بالتناقض، وسنعرض هنا أهم المفارقات في فكرة المجموعات:

---

[1] عبد اللطيف يوسف الصديقي، المرجع السابق، ص 97.

01- نقيضة كانتور:

"اكتشف كانتور نقيضة* سنة 1899 ولكنه لم يعلن عنها إلا سنة 1932، وملخصها كما يلي: تنص نظرية المجموعات على امكانية توزيع عناصر المجموعات إلى إمكانية توزيع عناصر مجموعة ما إلى مجموعات جزئية تكون أكثر عددا من عناصر تلك المجموعة"(1)

تنص هذه النقيضة على وجود مجموعة كبرى تحوي عناصر تحوي عناصر إذ يمكن أنّ تكون بهذه العناصر مجموعات أخرى تكون أكثر عددا من المجموعة الأصلية، وبالتالي فإنّ المجموعة الكبرى هذه جملة تقسمها إلى مجموعات جزئية.

"نلاحظ هنا أنّ عدد المجموعات الجزئية لـ a = 16 بينما عدد عناصر المجموعة a= 4 يقول راسل: أفرض أنّ مضيفك قد خيرك في نهاية الطعام بين ثلاث أنواع من الحلوى ودعاك لتناول نوع من نوعين أو تناول الثلاثة جميعها حسب مشيئتك، فكم طريقة من طرق التصرف أمامك، أنت قد ترفض الأنواع جميعها هذا اختيار واحد، وقد تأخذ منها نوعا واحدا وهذا ممكن على أنحاء ثلاث ومن ثمة يتيح لك امكانية واحدة في النهاية، بذلك مجموع الاختيارات الممكنة ثمانية اختيارات(2)".

ولهذا فإنّ هذه المفارقة تشبه ما يقول أن الجزء أكبر من الكل وهذا يوحي مباشرة إلى وجود تناقض ، لأنّ المجموعات الجزئية هنا أصبحت أكبر عددا من عدد عناصر المجموعة باعتبارها هي الأكبر ومنه نتوصل إلى نتيجو فيها نوع من التناقض حسب ما هو يتضح لنا، وهو أنّ بعض المجموعات يكون أكبر عدد من كل المجموعات.

كما نجد في نقيضة أخرى لكانتور تقول نظريته: **" إنّ كل الأعداد المرتبة اللامتناهية يمكن أنّ ترتب ترتيبا تصاعديا بحيث أنه من بين كل عددين منهما أيا كان يوجد دائما عدد أقل من الآخر وأنّ أكبر الأعداد المرتبة اللامتناهية هو آخر سلسلة تلك الأعداد يقول فورتي: إذا أخذنا هذا العدد الأخير طرفا"**(3)

---

* نقيضة: النقيضة في الفلسفة هي التناقض بين القوانين أو المبادئ عند تطبيقها العملي في إحدى الحالات الجزئية، والنقيضة عند كانت هي التنازع أو التناقض بين قوانين العقل المحض، إذا كان العقل ينساب إلى هذه النقائض اضطرارا فمرد ذلك إلى الالتباس في تصوراته أو إلى بحثه عن اللامشروط في الظواهر المشروطة، او إلى بحثه عن الحقيقة المطلقة في العالم الخاضع لشروط التجربة الممكنة.

(1)محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 100.

(2)زبيدة مونية بن ميسي حرم بن عيسي، المرجع السابق، ص 131.

(3)عبد اللطيف يوسف الصديقي، المرجع السابق ص 74.

نقيضة راسل (مفارقة):

تعتبر نقيضة أو مفارقة راسل من بين اشهر المفارقات في نظرية المجموعات والتي كانت من اكتشافه والتي ارتبطت بنقيضة مجموعة جميع المجموعات أو فئة الفئات لا تحتوي نفسها

"**هي من بين النقائض التي اكتشفها راسل سنة 1901م، فأخذت اسمه " وقد كان اكتشافي أحد هذه المتناقضات في ربيع 1901... وهديت إلى هذا التناقض عندما كنت أتأمل برهان كانتور والذي يثبت به أن ليس ثمة عدد أصلي (عاد) أكبر من سائر الأعداد**"[1]

لقد بينا أنّ كل مجموعة تحتوي على عناصر، وهذه العناصر ذاتها تمثّل مجموعات حين تشرك فيما بينها، وما يجمعها هي تلك المجموعة المعبر عنها بمجموعة جميع المجموعات، أما كون هذه المجموعة تحتوي على نفسها أم لا تحتوي هو ما يسوقنا إلى التمييز بين صنفين من المجموعات:

"**مجموعة تحتوي على نفسها: مثل مجموعة كل المجموعات فهي تحتوي نفسها كعنصر. مجموعات لا تحتوي نفسها: وهذه أكثر عددا، فعلبة الثقاب ليست عود ثقاب، وعلبة البطاقات بيست بطاقة. وهذه الأخيرة التي فجرت التناقض لأننا عندما نتساءل إذا كانت هذه المجموعة تشمل نفسها أم لا نصل فورا إلى تناقض. فإذا كانت تحتوي نفسها فإنها لا يمكن أنّ تكون واحدة من المجموعات التي لا تحتوي نفسها، وإذا انطلقنا من أنها لا تحتوي، إذن هي تنتمي إلى نفسها لأنّها بالتعريف قلنا هي مجموعة المجموعات التي لا تحتوي نفسها، وهذا يخالف الفرضية التي انطلقنا منها وهي أنها لا تحتوي**"[2]

---

[1] زيات فيصل، المنطق والرياضيات عند بيرتراند راسل، أطروحة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه ل م د، جامعة وهران02، وهران، 2016-2017 ص 96.

[2] حميدة محلوس، المرجع السابق، ص 94.

إنّ فكرة مجموعة جميع المجموعات توحي بكون المجموعة تتميز بخاصة الانتماء إلى المجموعة كونها هي أيضا مجموعة، وبالتالي فهي تشمل على نفسها: أما عدم اشتمالها على نفسها فهو التناقض في حد ذاته وسنوضح ذلك بمثال:

ومنه إذا قلنا بأنّها تشمل على نفسها أولا تشمل هنا في كلا الحالتين أمر يؤدي إلى التناقض، لأنّ عكس القضية إذا أدى إلى التناقض أثبت صحة القضية الأولى، وهذه النقيضة التي عرفت منذ زمن عند اليونان بما يسمى نقيضة الكذاب*

* نقيضة الكذاب، أذا قال شخص إنني أكذب فهو إما أنّ يكون يكذب حقيقة، وفي هذه الحالة يكون صادقا في قوله وبالتالي فهو لا يكذب، وإما أن يكون لا يكذب حينما يقول " أنني أكذب" وفي هذه الحالة يكون كاذب في قوله، وبالتالي فهو يكذب، وهكذا فإنّ كان يكذب فهو لا يكذب وإن كان يكذب فهو لا يكذب، ةإن كان لا يكذب فهو يكذب، أنظر، المرجع نفسه ص 102.

المبحث الثالث: أزمة الأسس الحلول المقترحة لها

المطلب الأول: أزمة الأسس:

يعتبر تصنيف الرياضيات الكلاسيكية (حساب وجبر، وهندسة) أشبه بالتصنيف الأرسطي في المنطق، أما التصنيف الجديد لها فهو أشبه ما يكون بالتصنيف العلمي، وهذا التصنيف الجديد هو الّذي تولد منه ما يسمى بأزمة الأسس التي فتحت في الرياضيات متاهات وفتحت طرق ومشارب للخوض في مواضيع دقيقة ، فأصبحت الرياضيات مشكوك في صحتها ، مما أدى إلى تعدد الأنساق ، ومنها نتساءل في إطار الأزمة التي تخص الأسس ، من أين تستمد الرياضيات المعاصرة يقينها ؟ هل يعود إلى طبيعتها ومنهجها أم إلى عوامل خارجة عنها ؟

فقد كانت الرياضيات الكلاسيكية تعتمد على المنهج الاستنباطي اليقيني ، ثمّ تحولت إلى مجرد فرضيات في الرياضيات المعاصرة ، وبالتالي انتقلت من المنهج اليقيني إلى المنهج الافتراضي ، فبعد سقوط مبادئ اقليدس (البديهيات والمصادرات) واعتبارها بأنها ليس لها مبنى وبرهان ، أصبحت مجرد فرضيات ، وذلك من خلال تنبه الرياضيين إلى ضرورة ظهور مبدأ التحقق ، والوصول إلى اليقين الرياضي ، فأصبحت الفرضيات في الرياضيات المعاصرة ما يسمى بالمنهج الفرضي الاستنباطي بعدما كان منهج استنباطي يقيني.

أما من ناحية المنطق فقد كشفت المتناقضات عن عقمه ، وقال فيه بوانكاريه مبتهجا بها : " **لم يعد المنطق الرياضي عقيما، وذلك أنّه يولد التناقض!". ومع ذلك فكل ما فعله المنطق الرياضي هو أن يبين بوضوح أن المتناقضات تلزم عن مقدمات سبق التسليم بها من جميع المانطقة، وإن تكن الرياضة بريئة منها** "[1].

فقد اعتبر بوانكاريه التناقض هو الحل لعقم المنطق، فبعد أن كان عقيما انتفت منه هذه الصفة بفضل ذلك التناقض، وهذا التناقض كان من طرف المنطق الرياضي الّذي بين في طريقة الاستنباط الموجود في الرياضيات في أصلها، رغم أن هذه الأخيرة ليست لها أي دخل فيها، وقد ذكرنا سابقا تلك المتناقضات.

---

[1] برتراند راسل، **أصول الرياضيات**، ج1، المصدر السابق، ص17.

"مثل هذا التناقض وخاصة الأخيرة منها – وقد كشف النقاب عنها برتراند راسل عام1903–، قد زرعت لفوضى والاضطراب فب صفوف الراضيين في العقد الأول من هذا القرن.. لقد شهدت بداية هذا القرن نقاشا حادا حول " مشكلة الأسس"، هذه حتّى أصبح الرياضيون غير قادرين على اقناع بعضهم بعضا، بل عاجزين تماما عن التفاهم " [1].

أن راسل من خلال اكتشافه وفضحه لجملة النقائص التي اعترت المفاهيم والأسس الرياضية يكون قد فتح مجال الحوار واسعا أمام الرياضيين لمناقشة هذه النقائض، لكن هذه النقاشات باءت بالفشل لأن الرياضيين وقعوا ضحية العجز أي عجز اقناع بعضهم البعض، نتيجة الشك الّذي انتابهم جراء هذا النقائص التي تم اكتشافها.

" بدأت المشكلة أول ما بدأت عندما بدأ البحث في مسلمة التوازي التي أسسها أوقليدس هندسته إلى قيام هندسات لا أو قليدية، وإذا كان هذا البحث قد أدى إلى نتائج ايجابية تتلخص في ظهور أنواع أخرى من الهندسات فتحت آفاقا واسعة أمام الراضيين فإنّ "مشكلة الأسس التي بقيت مع ذلك مطروحة بحدة أكثر"[2].

أن أزمة الأسس كانت الارهاصات ظهورها عندما تم التنقيب والبحث في أسس ومسلمات هندسة ايقليدس وخاصة مسلمته المركزية " مسلمة التوازي " ، أن هذا التنقيب وهذا البحث كان له ثمار ايجابية ، لعلّ أهمها يتجلى في ظهور هندسات أخرى موازية لهندسة ايقليدس مما أعطى الرياضيين اختيارات أخرى، لكن هذا لا يمنع من وجود شق سلبي تمثل في زيادة حدة الأزمة بفعل زيادة الشك وطغيان النسبية وكثرة الاكتشافات.

أن أزمة الأسس الرياضية وخاصة فيما تعلق بهندسة اقليدس وظهور الهندسات اللاإقليدية قد قلب الموازين رأسا على عقب، حيث أصبحت الرياضيات اليوم تعتمد اعتمادا كليا وتثق كلّ الثقة بالحساب والعدد وأصبحا هما لب وجوهر الرياضيات، هذا عكس ما كان عليه قديما عندما كانت الهندسة وخاصة اللاإقليدية هي جوهر الرياضيات وعمادها، وكانت هي معيار الصحة واليقين، وبالتالي تنتفي فكرة الاتصال الهندسي، ومثال ذلك ظهور الدوال المنفصلة، ومقولة أن الهندسة هي مصدر ومنبع المفاهيم الرياضية، واليقين الرياضي، تاركة المجال للحساب والعدد، الّذي أصبح هو مصدر والمنبع وهو معيار الصحة واليقين.

---

(1) محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص103.

(2) المرجع نفسه، ص103.

" وعندما لجأ الرياضيون إلى العدد لجعله أساسا جديدا للرياضيات بمختلف فروعها، وكانوا قد حققوا نجاحا مهما في رد مختلف الأعداد إلى العدد الصحيح، اصطدموا بمشكلة العدد نفسه: ما هو؟ وبمشكلة تعدد اللانهايات في سلاسل الأعداد، وغيرها من المشاكل المماثلة ".[1]

إن أزمة الأسس الرياضية، وخاصة ما تعلق بقلب موازين الصحة واليقين من الهندسة إلى الحساب والعدد، كان هذا الأخير تأثير متباين، من جهة كانت له آثار ايجابية حيث حققت الرياضيات تطورات مذهلة وخطت خطوات عملاقة، وفي نفس الوقت كانت له آثار سلبية حيث نتجت عنه أزمة أخرى، وهذه الأزمة الجديدة تخص الأعداد في حد ذاتها، إذ وجد الرياضيون أنفسهم أمام مأزق جديد وأزمة جديدة تمثلت في تحديد ماهية ومفهوم العدد من جهة، ومن جهة أخرى في وجود سلاسل لا منتهية للعدد وغيرها من الأزمات الأخرى، مما أدى إلى اعادة طرح سؤال الأزمة من جديد وبعث النقاش والبحث للخروج بحل لها.

وأخيرا، عندما ظهرت نظرية المجموعات بدا أنّه من الممكن تأسيس الرياضيات عليها، ونجحت النظرية فعلا في استيعاب مختلف الفروع العلم الرياضي، وجمع شتاته وتحقيق الوحدة والانسجام بين كافة أجزائه، ولكن ها هي نظرية المجموعات نفسها تعاني نقائض خطيرة.

فبلإضافة إلى كلّ ما ذكرناه سابقا، كان من بين ما تنبه إليه الرياضيون في ضرورة اقامة رياضيات يقينية هو ظهور ما يسمى بنظرية المجموعات، والتي كانت كغيرها من الاكتشافات أعني ما أحققه من آثار ايجابية في لم أجزائه المشتتة في وحدة منسجمة، إلا أنّ هذه النظرية قد حملت في طياتها العديد من النقائص، وهذه الأخيرة تسبب أزمة في الرياضيات هي الأخرى، لأن أي علم دقيق ليس من المنطقي أن يحتوي على تناقض.

ومن هنا فإنّ كلّ هذه المشاكل التي دخلت على الرياضيات أدت إلى الصراع حول مشكلة الأسس، التي ظلت بمثابة صراع ونقاش بين الراضيين، وقد سعوا في ذلك لإيجاد حل لها، والخروج كما كان مرغوب دائما في الوصول إلى حل موحد يجمع شتات الرياضيات، وينزع عنها هذه التناقضات.

---

[1] محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص103-104.

المطلب الثاني : الحلول المقترحة:

1) النزعة النطقية:

يعتبر ليبنتز من بين أهم الأنصار هذه النظرية والقائلين بوجود علاقة بين المنطق والرياضيات، وقد انتبه إلى أن الرياضيات تعتمد على الإستنتاج الّذي يكون بطريقة منطقية، وهذا ما ذكرناه سابقا في العلاقة بين المنطق والراضيات.

" **عندما انطلق غوتلوب فريجة (1848-1925) بنزعة منطقية مفادها تحديد المفاهيم الرياضية بأسس منطقية كالتعريف لمنطقي للأعداد واستخدام فكرة الدالة الرياضية في المنطق، انطلق بيرتراند راسل (1970-1872) باختزال أو رد الرياضيات برمتها إلى المنطق، أي تحليل المفاهيم الرياضية الأساسية إلى مفاهيم منطقية صرفة، ومن ثمّ تقديم نسقا منطقيا محكما يضمن لنا استنباط القضايا الرياضية**".[1]

إن النقطة التي بدأت منها فريجة في تنظيره لنزعته المنطقية تمثلت في قيامه بعملية تحديد لجملة المفاهيم الرياضية، وكان تحديده قائما على أساس منطقي بحت، والدليل على ذلك تعريفه الأعداد تعريفا منطقيا، وادخاله الدالة الرياضية في المنطق. أما راسل فكانت بدايته متمثلة في قيامه بعملية اختزال كلية وشاملة للمفاهيم الرياضية، حيث ردها كلها إلى المنطق والدليل على ذلك قيامه بتحليل المفاهيم الرياضية تحليلا منطقيا، ثمّ قيامه بصياغة هذه وإدراجها في نسق منطقي يتيح لنا أن نستخرج القضايا الرياضية.

يعود الفضل في كشف التقارب والتشابه الكبير بين المنطق من جهة والرياضيات من جهة أخرى إلى الفيلسوف الأماني ليبنتز، وذلك عندما تفطن إلى الأساليب الرياضية في عملية استنتاج تتم بطريقة منطقية، ووفقا إلى مبادئ المنطق، كما كان له الفضل في كون البديهيات الرياضية قابلة للتحليل المنطقي، وبالتالي تصبح عبارة عن معاني منطقية، والدليل على ذلك اصراره الكبير على ضرورة البحث على المفاهيم المنطقية التي تتم ببساطة، والتي ترجع إليها تلك البديهيات الرياضية. " **فقد كان ليبنتز يحلم بتأسيس علم أعم من الرياضيات، فيه يتحول الاستنباط إلى حساب، حينا الرياضيات العامة Mathèmatique universelle.وحينا آخر الأبجدية العامة caractéristique universelle . فهو أول من نظر إلى المنطق كأساس ترد إليه كلّ معرفة تريد أن تكون يقينية، ومنها الرياضيات بالطبع**" [2].

---

[1] برتراند راسل، **مدخل إلى فلسفة الرياضيات**، ترجمة ، عبد اللطيف الصديقي، دار التكوين للتأليف والترجمة والنشر، ط1، 2009، ص5.

[2] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق، ص127.

إن هدف ليبنتز من الأول كان واضح، وهو المضي بالرياضيات قدما وخطوات أكبر إلى الأمام من أجل جعلها علم عام، أو بالأحرى اكتشاف علم جديد أشمل من الرياضيات تكون فيه العمليات الحسابية بدلا من الاستنباط، وقد جعل من المنطق هو الأساس الّذي تعتمد عليه باقي المعارف والعلوم، ويخص بذلك الرياضيات التي يرى بأنها من الضروري أن تستند على المنطق.

رغم أن الفضل في التنبه لهذه النزعة المنطقية كمحاولة لحل الأزمة الأسس كانت من طرف ليبنتز إلا أن أبحاثه لم تنل اهتمام المناطقة، ولم تصل إلى الطابع الرمزي المنشود، وبقيت أبحاثه كما ذكرنا سابقا حبيسة مكتبة هانوفر، ولم يتم التنبه إليها لذلك كان العديد من الفلاسفة ممن جاء بعده يعتقدون بأنّ المنطق الصوري لا يحتاج إلى تغيير، وهو معبر وكامل كما هو. إلا أن هذا الرأي لم يدم طويلا فرغم هذا الإقرار ، إلا أن هناك من تنبه إلى ضرورة التعديل في المنطق وضرورة ربطه بالرياضيات، مما يساهم في تطويره، وبالتالي حاول مناطقة ما بعد ليبنتز تحقيق الحلم الّذي كان يسعى إلى الوصول إليه.

بالإضافة إلى ليبنتز الّذي لم تلق أبحاثه الإصغاء اللازم تم اكتمال المشوار من طرف الفلاسفة من بعده، ومن بينهم المنطقي بول، فقد بدأ المناطقة يدخلون الرياضيات وأساليبها ومناهجها، وذلك بداية من منتصف القرن التاسع عشر، ويعود الفضل في هذا إلى الانجليزي بول، والدليل على ذلك أنّه أول من أرسى ركائز الحساب المنطقي، وذلك كنموذج وقدوة بالحساب الجبري المعروف بالرياضيات، وكان الحساب المنطقي يقوم على فكرة مفادها أنّه إذا كنا نستعمل الرموز في الرياضيات ، فإنّه في استطاعتنا أن نستعمل هذه الرموز للتعبير عن العمليات الفكرية ، وبذلك نكون أمام طريقة جديدة في المنطق[1].

" فمنذ ظهور كتاب جورج بول وعنوانه An investigation into the lows of thought في عام 1854، الّذي وضع فيه بول أساس نظرية " جبر النطق " ثمّ أصبح بعده البحث في هذه النظرية حركة عالمية اشترك فيها مؤلفون في إنجلترا ".[2]

إن كتاب جورج بول كان له دور كبير في ارساء جبر المنطق، أي استخدام الرياضيات وأساليبها ومبادئها في المناطق، ومنذ ذلك الحين أصبح البحث في جبر المنطق عبارة عن حركة عالمية، مما أدى إلى اتساع رقعة البحث والاهتمام بهذا الفرع الجديد (جبر

[1] محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص105.

[2] محمد ثابت الفندي ، <u>**فلسفة الرياضة**</u>، المرجع السابق، ص129.

المنطق).إن جورج بول هو صاحب نظرية الجبر المنطقي، والتي تقوم على التعبير الرياضي للعمليات الفكرية الذهنية، أي استخدام مبادئ الرياضيات وطرق استدلالها واستنتاجها ورموزها في التعبير عن هذه العمليات، ولكن هذه النظرية لم تكتمل معالمها إلا مع راسل وهوايتهيد الّذين كانا لهما الفضل فيما يسمى اليوم بالمنطق الرياضي أو المنطق الرمزي، وهو فرع علمي جديد يهتم بدراسة الصورة الاستدلال الإستنتاجي ورغم أن هذه الطريقة ترد الرياضيات إلى المنطق إلا أنّها تختلف عن طريقة راسل.

"**أما راسل فقد طابق بين المنطق والرياضيات ، فالرياضيات في نظره جزء من المنطق أو امتداد له، وقد برهن على ذلك بعمليتين متكاملتين: تحليل الرياضيات تحليلا منطقيا بردها إلى أصولها المنطقية، ثمّ تحليل المبادئ المنطقية نفسها تحليلا ينتهي بها إلى عدد قليل من الفروض التي منها تستطيع أن تستنبط جميع قواعد المنطق، وجميع قواعد الرياضيات معا فتزول بذلك الفوارق بين المنطق والرياضيات**"[1].

تنسجم الرياضيات مع المنطق ويتطابقان معا عند الفيلسوف الانجليزي راسل، حيث يعتبر هذا الأخير أن الرياضيات ما هي إلا جزء لا يتجزأ من المنطق، أو أنّها مجرد امتداد للمنطق ،ويستدل على ذلك بقيامه بعمليات تحليلية للرياضيات حتّى تعود في نهايتها إلى أصولها المنطقية هذا من جهة، ومن جهة أخرى قيامه بعمليات تحليلية تفكيكية اختزالية للمنطق منتهيا من هذه العملية إلى اختزال أقل عدد من الفروض والتي تتيح لنا استنتاج قواعد المنطق، وكذلك جميع قواعد الرياضيات، من خلال القيام بهاتين العمليتين التحليليتين، نخلص إلى نتيجة مفادها زوال الفوارق بين الرياضيات والمنطق.

إن المنطق اللوجستيقي عند راسل اصطلح عليه كذلك اسم الفلسفة العلمية، وذلك تأثرا بالنجاح الباهر الّذي حققه المنهج العلمي وسيرا على خطاه ونهجه، وما يدعم هذه التسمية وما يعطيها المصداقية والتبرير على صحتها، هو أن المنطق الراضي (اللوجيستيقي) حينما تبادرت له فكرة المساهمة في الحركة العلمية، وخاصة فيما تعلق بأزمة الأسس في الرياضيات، اصطنع لنفسه قبل هذا الاسهام قاعدة صلبة يرتكز عليها، تمثلت في تلك الآلة الرياضية المتناهية في الدقة واليقين، وذلك كله توخيا لتحقيق هدف واحد ألا وهو تحليل جملة المسائل التي تعرض عليه، وقوام هذه الآلة هي المزاوجة بين المنطق والرياضيات أو

[1]محمد ثابت الفندي المرجع السابق ،ص ص106.

ما يسمى بالمنطق الرياضي الّذي جعل من الرياضيات ودقتها ويقينها سلاحا له وركيزة أساسية يقوم عليها [1].

إن مصطلح النظرية اللوجيستيقية جاء ليدل على شيء أبعد من المنطق، أي بمعنى جاء ليدل على أن الرياضيات ومبادئها وأساليبها، ما هي في حقيقة الأمر إلا اشتقاق من المنطق الصوري، فهي وليدة منه هذا من جهة، وفي الجهة المقابلة جاءت كذلك – أي النظرة اللوجيستيقية– لتقدم حلولا لجملة الأزمات والنقائض التي مست الرياضيات المعاصرة، وأطلق عليها راسل اسم " نظرية الأنماط "، وفقا لهذه النظرية يكون للمذهب اللوجسستيقي وجهان الأول: يتمثل في ارجاع الرياضيات بكل تفاصيلها إلى المنطق، والثاني: يتمحور حول تقديم الحلول لجملة الأزمات والثغرات والنقائض والنقائص التي تعتري الرياضيات، وذلك من خلال قيام نظرية الأنماط التي لا يمت وجهيها السابقين بأي علاقة للمنطق، وإنّما هما منبثقان عن الفلسفة العلمية أو ما يعرف بالنظرية اللوجيستيقية[2].

تعتبر كلا من النزعتين المنطقية والأكسيومية من بين النزاعات التي ترد الرياضيات إلى المنطق، أي أنّها لهما نفس الوجهة ونفس الهدف منذ البداية ، وكان كلّ ذلك من خلال بيان وجود تناقض في الرياضيات المعاصرة، وفي المنطق هو الآخر، مما أدى إلى ظهور أزمة الأسس في الرياضيات.

إلا أن الطريقة لكل منهما لم تكن واحدة، فنجد أن المذهب الأكسيومي يرجع الرياضيات بكل معانيها وجهازها المفاهيمي إلى المنطق، ولكن ليس بنفس الطريقة التي تبنتها النزعة المنطقية، هذه الأخيرة التي ترى في الرياضيات ومعانيها ومسلماتها عبارة عن قضايا صورية شكلية مسلم بصحتها ويقينها تسليما مطلقا لا يتسرب إليه الشك، أما النزعة الأكسيومية فلها نفس الرؤية ، أي أن الرياضيات قضايا صورية، ولكن مع اختلاف جوهري مفادها أنّها ليست يقينية ولا صحيحة، بل هي عكس من ذلك فارغة المعنى والمحتوى.

---

[1] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق ، ص123-124.

[2] المرجع نفسه، ص125-126.

2) النزعة الأكسيوماتيكية:

لقد صيغت الرياضيات منذ القديم صياغة أكسيومية على طريق نظرية المجموعات، لكون هذه الأخيرة قد ولدت العديد من التناقضات التي شكلت الأزمة في الأسس، والتي اعتبرت محل نقاش لدى الراضيين المعاصرين، وما دفعهم إلى ضرورة ايجاد الحلول لها، فكانت النزعة الأكسيومية من بين الحلول المنشودة في هذه الأزمة [1].

"وتعرف الأكسيوماتيكا- نسق استنباطي aximatique, axiomatics دراسة نقدية لمبادئ البرهنة الهندسية. أول من قام بها باش pach في عام 1882، وتدور على وضع أسس الهندسة من حيث هي علم استنباطي وهي ثلاثة:

أ-جملة قضايا ليست مبرهنة وتسمى مصادرات.

ب-جملة تصورات لا معرفة

ج-قواعد الاستنباط للانتقال للضروري من قضايا إلى أخرى دون النظر إلى معاني التصورات"[2].

فقد اهتمت الأكسيوماتيك بالاستنباط في مبادئ الهندسة ونقدها، وكذا وضع أسس ومبادئ للهندسة من خلال وضع قوانين وبراهين للمصادرات، وإعطاء تعريفات للتصورات الغير واضحة التي تحتاج إلى تعريف ولا تمتلكه بالاضافة إلى الاستنباط.

ولا يعتبر المنهج الأكسيومي أمرا جديدا، إنّما يسعى إلى ايجاد أسهل طريقة للصياغة الرمزية، ولكن هذا لا يعني أنّها لا تنتمي إلى الرياضيات المعاصرة، لأن طريقة استعمالها هي التي تكشف عن انتمائها للرياضيات المعاصرة، لأنه ظهر نتيجة لأزمة نظرية المجموعات التي صاغها كانتور، والتي تعتبر من ضمن الدراسات المعاصرة حوالي الربع الأخير من القرن التاسع عشر [3]. **"إن أحد الأهداف الرئيسية لما بعد الرياضة (La Mathématique) عند (هلبارت) هو اخراج هذه الأكسيومية عن المأزق، باعتماد الاستدلال لتلاقي النقص الحاصل في الحدس الّذي أصابه الوهن، ذلك أنّه من المفروض أن الصياغة الصورية [4].**

---

[1] محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص208.

[2] مراد وهبة، المرجع السابق، ص82.

[3] محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص209.

[4] روبار بلانشي، الأكسيومية أومنظومة الأوليات، تعريب، محمود بن جماعة، دار محمد علي للنشر، ط1، 2004، ص90.

أن هلبرت من خلال تناوله للأكسيوماتيك، حدد له هدفا أساسيا حاول من خلاله أن يخرجه هذا الأكسيوماتيك والأكسيومية من الأزمة التي تعانيها، ويتجلى هذا الهدف في استعانة والاتكال والاعتماد على الاستدلال، توخيا لتجاوز النقص الّذي يعتري وينتاب الحدس الّذي أصبح عاجزا على التفسير والتحليل، وبالتالي يصبح البرهان خير بديل وخير خلف للإحساس الّذي يتميز بالبداهة في المنظومة الأكسيومية، من خلال تشكيل نسق متين من الأوليات المثبتة بالبرهان.

" إن هذه الامكانية التي يقدمها لنا المنهاج الأكسيومي ، امكانية اعطاء مضامين مختلفة عديدة للكلمات أو المفاهيم الأولية التي ترد في نظرية ما، هي ذاتها مصدر مهم لإغناء قدرة الرياضي على الحدس، الحدس الّذي ليس من الضروري أن يكون من طبيعة حسية أو مكانية (هندسية) كما يعتقد أحيانا بل الحدس الّذي هو بالأحرى نوع من المعرفة بسلوك الكائنات الرياضية "[1] .

إن الأكسيوماتيك ومنهجه، قاما بتقديم جملة من الامكانيات للمشتغلين بهما والدراسين والمهتمين، ولعلّ أهم امكانية يقدمها المنهج الأكسيوماتيك تتمثل في اتاحة فرصة تقديم جملة من المضامين المتنوعة لمجموعة كبيرة من المصطلحات والكلمات، أو جملة من المفاهيم التي تؤسس لنظرية ما، هذه الامكانية يمكن اعتبارها كذلك مصدر هام وغني يثري خبرة وقدرة الرياضيين على الحدس، ويعمل على صقلها، والمقصود بالحدس هنا الحدس بالمفهوم العام، أي تلك المعرفة التي تتيح لنا معرفة سلوك الكائنات الرياضية، وبالتالي نتجاوز تلك المفاهيم الضيقة للحدس، على غرار الحدس الحسي والحدس الهندسي وغيرهما.

"أما نظرية (هلبرت) إلى الرياضيين فهو لا يرى بأنها فرع من المنطق ومشتقة منه كما انتهى إليه اللوجيستيقيون، وانما يرى أن المنطق الرياضي نبعا كلاهما متوازيين عن نبع واحد أسبق منهما هو الطريقة الأكسيوماتيكية... ولبيان ذلك نقول أنّه لكي تستقيم الرياضة والمنطق معا كعلمين استنباطيين (Deductive Science) وثيقين يجب الذهاب إلى ما هو أبعد من حدودهما ومسلماتهما الأولية التي وصلت إليها الأبحاث السابقة عند بيانو وفريجة وراسل ومن مهد لهم في تحليل الرياضة والمنطق إلى حدودهما ومسلماتهما الأولية"[2] .

---

(1) محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص210.

(2) محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق، ص155-156.

إن تصور هلبرت للعلاقة بين المنطق والرياضيات، تصور يناقض ما انتهى أصحاب المنطق الرياضي (اللوجيستيقيون) الّذين رأوا أن الرياضيات أصلها مشتق من المنطق، فهو يرى أن المنطق والرياضيات خطان متوازيان يمشيان جنبا لجنب، وبالتالي تنتفي تبعية الرياضيات للمنطق، بل هما مندرجان تحت كلّ أكبر منهما هو الأكسيوماتيك، ولتسوية العلاقة بين المنطق والرياضيات وخلق نوع من الاستقامة بينهما بوصفهما علمين استنباطيين، يجب أن نذهب أكثر من ذلك إلى حد أكبر من المسلمات والحدود التي يقومان عليها والتي مهدها وأسسها لهما ثلة من الفلاسفة والمفكرين على غرار غرار بيانو وفريجة وراسل وغيرهم.

أنّنا لا نتناقض من الوجهة المنطقية إذا قلنا وسلمنا أن مصدر المفاهيم الرياضية، بل الرياضيات واحد وتصدر وتنبثق من منبع واحد، هو نظرية المجموعات، ولكن لا يتأتى لنا هذا إلا من خلال توفير جملة من الشروط، تكون بمثابة أدلة نحتجج بها على صحة قولنا وتسليمنا ، أول هذه الشروط هو إبداع لغة رمزية موحدة ومتفق عليها، وثاني هذه الشروط هو سعينا إلى تبيين نظرية المجموعات وعرضها وإخراجها للعيان من خلال هذه اللغة، وثالث وآخر هذه الشروط هو سعينا لإظهار أن جل فروع الرياضيات على اختلافها وكل جهازها المفاهيمي تندمج مع نظرية المجموعات، بل وأكثر تصدر وتنبثق عنها.

" ويجب أن نلاحظ أن هذا المذهب أكثر صورية في الواقع من المذهب اللوجيستيقي لأنه يبدأ من مسلمات "اسمية بحتة"، أي مجرد رموز لا تعني المنطق أو الرياضة، ولكنه مع ذلك لا يختلف كلّ الاختلاف عن المذهب اللوجيستيقي، كما أراد له صاحبه هلبرت، إذ هو يكمله ويزيد من دقته"[1].

أن المذهب الكسيوماتيكي الّذي جاء به هلبرت يمتاز بصوريته الزائدة عن المذهب اللوجيستيقي، وذلك لكون انطلاقته تكون من خلال جملة من المسلمات الاسمية أي هو نسق من الرموز التي لا تمت بصلة لا للمنطق ولا للرياضيات ، وبالتالي لا نجد اختلافا واضحا بين المذهبين .

---

[1] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق ، ص157.

" لأنه لم يفعل إلا أن أوضح أمكان الذهاب في تكوين الحدود والمسلمات الأولية إلى ما وراء المنطق، ذلك المنطق الّذي وقف عنده راسل، هذا ثمّ أن الأكسيوماتيك كما نراه عند هلبرت وتلاميذه يحتاج إلى قدر من المنطق قبل أن تستنبط منه قوانين المنطق لأنه أحد شروط تأسيسه، هو أن لا تتناقض المسلمات فيما بينها وعدم التناقض هذا من أهم قوانين المنطق. فالمنطق إذن مفروض مقدما في كلّ محاولة أكسيوماتيكية من هذا النوع، ولذلك يرى المنطقيون أن هذا المذهب مكمل فقط للمذهب اللوجيستيقي ومعمق له"[1].

حيث ان المذهب الأكسيوماتيكي ما هو إلا عبارة عن تكملة لما جاء به المذهب اللوجيستيقي، حيث عمد هلبرت من خلال مذهبه إلى تبيين أنه باستطاعتنا أن نتجاوز المنطق في تكويننا للحدود والمسلمات الأولية، وبالتالي لا نقف عند الحد الّذي وقف عنده راسل ألا وهو حد المنطق، ولكن هذا لا يمنع أن أكسيوم هلبرت وتلاميذه لا يحتاج إلى المنطق ولا يستعين به ولا يستخدمه، بل العكس من ذلك يستخدم أكسيوم هلبرت المنطق على سبيل المثال يستخدم مبدأ عدم التناقض الّذي من أهم أسس المنطق، وذلك من خلال الحرص على عدم تناقض المسلمات التي منها نستنبط القوانين، وبذلك نخلص إلى نتيجة مفادها أن المنطق هو بداية كلّ محاولة أكسيوماتيكية، بداية مفروضة فرضا مطلقا، وبالتالي فالمنطق مفروض على كلّ البدايات الأكسيوماتيكية، والأكسيوماتبيك ما هو إلا تكملة وتعميق وترسيخ للمذهب اللوجيستيقي.

إن الأكسيوماتيكية بصوريتها وبكل مجهوداتها المبذولة ومقترحاتها المقدمة، لم تستطع أن تجد حلا لمشكلة الرياضيات، وخاصة مشكلة الأسس ولكنها قدمت دفعة قوية نحو الحل سواء من خلال مقترحاتها وجهودها، أومن خلال تلك البلبلة والردود التي نجمت عنها ودارت حولها، حيث مكنت من تقليص الفروق بين الاتجاه الأكسيوماتيكي إلى حد كبير، بل هناك من أصبح يجمع بينهما مثل كوين، وهذا كله انطلاقا من التأثير البالغ الّذي خلفته الأكسيوماتيكية على الساحة الفكرية المعاصرة. [2]

---

[1] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق ، ص157.

[2] روبار بلانشي، **الأكسيومية أو منظومة الأوليات**، المرجع السابق، ص91.

النزعة الحدسانية (بروور)*:سبق وأن رأينا موقف النزعة المنطقية والأكسيوماتيكية، وبينوا موقفها إزاء أساس الرياضيات، لا أن هناك موقف آخر يخالف " الحدسيين ".

"أن الرياضيات كانت حدسية في نشأتها التجريبية عندما قدماء الشرقيين من البابليين والمصريين والصينيين والهنود، أثارتها دواعي عملية ونفعية ولم يثبت للأن، لأنه كان لها عندهم منهج نظري عام من الممكن أن يتصف بأنه منطقي" [(1)].

ولعلّ بداية الرياضيات كانت حسية مع البابليين والمصريين، حيث اعتمد على التجربة الحسية في بناء الأسس والمفاهيم الرياضية، وتوالت الدراسات في المجال الرياضي حتّى وصوله إلى المدارس اليونانية حتّى العصر الحديث مع ديكارت، حيث اعتمد في تأسيس منهجه على الحدس وجعله أولى القواعد في بناء خطوات منهجه.

" ولقد حاول ديكارت ومن سار في طريقه أن يقيم الهندسة والرياضيات بعامة على الحدس العقلي، فابتعد عن المنطق بالمعنى المدرسي للكلمة، جاعلا من الحدس المنهج الوحيد للرياضيات، فنحن لا نبدأ فقط من الحدوس الواضحة المتمايزة، ولكننا نستخدم أيضا الحدس في كلّ مرحلة من مراحل الاستنباط الّذي يستحيل أن يتم بدون هذا التدرج الحدسي الّذي نحيط به بنظرة واحدة"[(2)].

"ومنهج الفلسفة حدس المبادئ البسيطة، واستنباط قضايا جديدة من المبادئ لكي تكون الفلسفة جملة واحدة، أما الاستقراء المعروف فلا يصل إلا إلى معارف متفرقة أن جمعت بعضها إلى بعض ألفت علما مهلهلا ملفقا لا ندري من أين نلتمس له اليقين، وعلامة اليقين وضوح المعاني وتسلسلها على ما نرى في الرياضيات، التي تمضي من البسيط الواضح إلى المركب الغامض بنظام محكم... وللمنهج أربع قواعد عملية، القاعدة الأولى" أن لا أسلم إلا أن أعلم أنّه حق"... فإنّ ديكارت يريدنا على أن لا نسلم شيئا إلا نعلم أنّه حق بالعلم الّذي يعنيه، وهو الادراك بالحدس المباشر أو بالحس غير المباشر أو الاستنباط [(3)].

* الحدسانية، أماالنزعة الحدسانية فهي تعارض كلا من النزعة المنطقانية والنرعة الصورانية أسسها كل من (بروير) brouwerو (هايتينغ)heyting ويرى أصحابها أن الرياضيات متطابقة مع الجزء الدقيق من تفكيرنا، ولذلك لا يمكن للمنطق أو الفلسفة أو أي علم أن يكون أساسا للرياضيات، أنظر جراح سليمة، التصور الحديث لمنطق أرسطو (مشكلة مبدأ الثالث المرفوع)، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2005،ص 138.

(1) فاروق عبد المعطي، المرجع السابق، ص136.

(2) المرجع نفسه، ص137.

(3) يوسف كرم، المرجع السابق، ص63.

يتضح لنا من خلال هذا أن الحدسيون اعتبروا أن الحدس هو من يوصل المنهج الرياضي إلى الدقة والموضوعية، باعتباره معرفة أولية مباشرة، وهذا ما تزعمه ديكارت وأنصار الحدسانية.

الحدس الهندسي قد بقي ملازما للرياضيات إلى فترة متأخرة جدا، بل أن المعادلات الجبرية (كالمعادلات التي من الدرجة الثانية مثلا) كانت تحل بواسطة الأشكال الهندسية قبل قيام الجبر الحديث الّذي يستعمل الرموز، وعلى الرغم من أن ليبنز كان ذا نزعة منطقية واضحة فإنّه كان يعترف بأهمية الحدس وسهولة ورشاقة براهينه[1].

اعتبر الحدسيون أن الحدس في الرياضيات هو مصدر خصوصيتها، الّذي تستمد منه يقينها وموضوعيتها، ولقد مرت الحدسانية بعدة دراسات جاءت معارضة لبعض التناقضات وقعت فيها الرياضيات من قبل.

"يرى الحدسيون ومن بينهم بوانكاريه poincarè ولوبين lobesgeوبيز baite وبوريل botelأن الرياضيات لا تشتق من المنطق كما ذهب إليه راسل، بل تحتاج إلى "مادة" (في مقابل الصورة)، تحتاج إلى تجربة من نوع خاص هي الحدس التجريبي،(بالمفهوم الكانتي) ... "المقصود بالنزعة الحدسية" أو "النزعة الحدسية الجديدة " nèo–intuitionisme عند الحديث عن نقائص نظرية المجموعات و أسس الرياضيات بكيفية عامة، هو تلك المدرسة الرياضية التي يتزعمها الرياضي الهولاندي بروور Brouwer... "[2]. وهي نزعة تعارض معارضة شديدة كلا من النزعة المنطقية والنزعة الأكسيومية...في نقطتين أساسيتين: الأولى تتعلق بطبيعة الموضوعات الرياضية، والثانية بمبدأ أساسي في المنطق هو مبدأ الثالث المرفوع

آمن أصحاب النزعة الحدسية بضرورة التجربة مستبعدين بذلك النزعة المنطقية، والنزعة الأكسيومية، مركزين في ذلك على نقطتين مهمتين فالأولى كانت حول المجموعات اللامتناهية.

"بخصوص النقطة الأولى يرى الحدسيون عامة: –القدماء بوانكاريه وبوريل، والجدد، بروور وأتباعه– أن أساس مشكلة النقائص في الحقيقة والواقع، نقائض(اللانهاية) ومن ثمة فإنّ تجنب هذه النقائص يستلزم مراجعة فكرة اللانهاية...يعترض الحدسيون على إمكانية رد الأعداد الصماء إلى الأعداد الطبيعية، أي رد المتصل إلى المنفصل[3].

---

[1] محمد عابد الجابري،المرجع السابق، نقلا عن بول موي، ص112.

[2] المرجع نفسه، ص ص 112 ،113.

[3]محمد عابد الجابري،المرجع السابق، ص ص 113-115.

المشكلة الأولى التي عالجتها الحدسانية اللامتناهي، وما تولد عنا من نقائض في الرياضيات، حيث نرى بأنها ذات طابع نظري، يصعب تحقيقها على المجال الرياضي، وبالتالي تنعدم الحقيقة والموضوعية التامة، وهي أمر مطلوب وضروري في الرياضيات.

وأما بخصوص النقطة الثانية، موقف النزعة الحدسية الجديدة هذه من المنطق عامة، ومن مبدأ الثالث المرفوع خاصة، فيمكن ايجازه كما يلي:

"**تعتبر النزعة الحدسية الجديدة من الدرجة الثانية بالنسبة إلى الرياضيات، وذلك على العكس من النزعة المنطقية، يقول هايتينغ:** " **ليس المنطق هو الأساس الّذي استند إليه وكيف يجوز ذلك، وهو يحتاج إلى أساس، مبادئه أكثر تعقيدا وأقل مباشرة من مبادئ الرياضيات نفسها** "[1].

رفض الحدسيون المنطق، ورفضوا أن يكونوا أساسا للرياضيات، ومن خلال انتقادهم للمنطق، رفضوا فكرة " مبدأ الثالث المرفوع" حيث اعتبروه يحتوي على تناقض كبير.

ويتفق الحدسيون كلهم في مسألة أساسية، هي رفضهم لصلاحية المبدأ الثالث المرفوع صلاحية مطلقة، ومعلوم أن نقائض نظرية المجموعات ترجع كلها إلى مبدأ ثالث المرفوع الّذي يقرر أن القضية إما صادقة وإما كاذبة فلا مكان لقيمة ثالثة (أي لحل ثالث: أن يقال مثلا إن القضية صادقة وكاذبة معا، أو فيها بعض الصدق وبعض الكذب...يقول بروور: " أن مبدأ الثالث المرفوع لا يمكن ليكون قيد ولا شرط، إلا في حظيرة ميدان رياضي نهائي ومحدد بوضوح"...ويقول بروور:" **وحتّى اذاكان تطبيق مبدأ الثالث المرفوع لا يؤدي إلى تناقض، فإنّه لا يمكن مع ذلك اعتباره مشروعا لجريمة تبقى جريمة على الرغم من عدم تمكن التحقيق القضائي من الكشف عنها واثباتها** "[2].

---

[1] محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص115.

[2] المرجع نفسه، ص ص 115-116.

استنتاج:

تعتبر الأفكار الجديدة التي دخلت على الرياضيات بعد التشكيك في صحة الأطروحات السابقة كالانفصال واللانهاية، هي التي طرحت الأزمة الخاصة بالجانب النظري و التي تولد عنها التساؤل حول الأسس، فقد تغيرت كل القوانين الرياضية لتؤسس على علم الحساب (الجبر) كأعمال ديدكند وكانتور وغيرهم... حيث نزع هذا الأخير إلى تأسيس نظرية المجموعات التي تلقت فيما بعد مجموعة من النقائص أو كما تسمى أيضا مفارقات، كما أن الرياضيات الحديثة قد حطمت فكرة البداهة و الوضع اللذان كانا بمثابة اليقين في الرياضيات الكلاسيكية وطالبت بالبرهان عليها، وهذا ما أدى إلى التشكيك في صدق الرياضيات و التي طرحت أزمة الأسس.

ثم إن هذه الأزمة تتعلق باليقين وهي الشك في صحة المبادئ التي قامت عليها الرياضيات الكلاسيكية و بالتالي أعيد النظر عند ظهر الرياضيات المعاصرة ممّا أدّى إلى طرح أزمة الأسس و التي نفت عن الرياضيات اليقين.

لكن هذا لا يعني عدم وجود نقائص في العصور السابقة، لأننا نجد منه العصر اليوناني أفكار زينون الايلي في مسألة النقائص.

وكنتيجة لهذه ظهرت مجموعة من النزعات التي مثلت الحل لها، والتي كان هدفها إعادة اليقين للرياضيات.

الفصل الثالث

النزعة المنطقانية عند راسل ورد الرياضيات إلى المنطق

تمهيد:

إن الرياضيات والمنطق من بين أكثر العلوم والمعارف التي لقيت اهتماما واسعا لدى الباحثين والدارسين، حيث أجريت حولهما الكثير من الدراسات الابستمولوجية المعمقةأفضت إلى تطويرهما وأبرزت التداخل بينهما، إذ أن ما وصلت إليه الرياضيات من تطور خاصة بعد تعرضها لما يعرف بأزمة الأسس فتح الباب بمصرعيه لفلسفة الرياضيات والتي نجم عنها ظهور النزعات الآنفة الذكر (المنطقانية، الأكسيوماتيكية، الحدسانية)، الأمر الذي أدى إلى تطور المنطق في حد ذاته، بل إن البحث عن أسس الرياضيات كان معادلا لاستقصاء بنية الفكر الصوري المنطقي الذي انتقل من صورة تقليدية تستعمل لغة طبيعية إلى صورة حسابية، تفطن لها "**ليبنيتز**" فيما قبل لكنه لم يصل بها إلى الطابع الرمزي في شكله الحسابي الدقيق، وهذه المهمة التي وجهت الفكر المنطقي المعاصر إلى ضرورة الأخذ بنموذج التصور الرياضي كمدخل سليم لتطوير المنطق.

وبهذا ظهرت التوجهات الوضعية المنطقية على اختلاف أطروحاتهاتنادي لغاية واحدة هي المزاوجة بين الطرح الرياضي والطرح المنطقي، مع العلم أن مشكلات المنطق وجد لها حل في الرياضيات كما أن طبيعة مشكلة الرياضيات وجدت حلا لها في المنطق، فعلى سبيل المثال الاهتزاز الذي تعرضت له الرياضيات حينما انتزعت صفة اليقين عن التصور المطلق للمكان، ولد تصورا جديدا للحقيقة الرياضية لا يتطابق مع واقع موضوعي بعينهوإنما يفترض أن صدق أي نظرية هندسية إنما يعني اندماجها داخل المنظومة الواحدة.

وعلى الرغم من ذلك التمايز والاختلاف الظاهر بينهما شكليا، فقد شغلت العلاقة التي تربط بينهما بال العلماء والفلاسفة ولعل أهم فيلسوف شغلته هذه المسألة واشتغل عليها بحث الفيلسوف الانجليزي "**برتراند راسل**" حيث حاول تبيين العلاقة بينهما من خلال رد الرياضيات إلى المنطق وهذا ما سنتطرق له بالتحليل في هذا الفصل وفق إشكال مفاده: كيف رد راسل الرياضيات للمنطق؟ وما هي أبرز مجالات وتجليات هذا الرد؟

المبحث الأول: التعريف براسل وفلسفته

المطلب الأول: السيرة الذاتية لبرتراند راسل

برتراند أرثر وليام رسل (Bertrand wiliam russell):منطقي رياضي من أعلام الفكر الفلسفي المعاصر وأحد دعاة السلام القلائل في عصر سادته الحروب والتمزقات الدولية.ولد في 18 مايو 1872 بالقرب من مقاطعة trelleckبإنجلترا لأسرة راسل العريقة التي لعبت دورا هاما في تاريخ انجلترا السياسي منذ أوائل القرن السادس عشر.فقد والداه وهو في عمر الثالثة فتولى رعايته جده وجدته، ونظرا لتلك التعاليم الصارمة التي كانت تقام في منزل جده، كالاستيقاظ صباحا ليعزف على البيانو، ثمّ الصلاة العائليةعاش منعزلا عن غيره، ولقد تحدث عن مرحلة طفولته في أكثر من مؤلف له،ففي المقالة "تطوري العقلي" استعرض "راسل"مراحل حياته المختلفة، والعوامل الكبرى التي أثرت في تطوره العقلي والفلسفي، وفي مؤلف لسيرته الذاتية تتناول ثلاث مراحل منحياته، الأولى من عام 1882-1914، والثانية 1914-1944، والثالثة من 1944-1968[1].

كما يعتبر راسل من بين الفلاسفة الرياضيين الّذين اهتموا بتاريخ الفكر الرياضيوعلاقته بالمنطق، ويقول عن نفسه في كتابه سيرتي الذاتية: " **لقد تحكمت في حياتي انفعالات ثلاثة بسيطة بيد أنّها متناهية في القوة: الحنين للحب، والبحث عن المعرفة، والاشفاق الشديد على الّذين يقاسون ويتعذبون، ولقد تقاذفتني هذه الانفعالات ،كالرياح العاتية في طريق غير مستقيم فوق بحر عميق من العذاب، يصل إلى حافة البأس ذاتها**"[2].

إن هذه الانفعالات قد أثرت في حياته راسل بشكل سلبي أدى به إلى الانحراف على الطريق المستقيم، وأذاقته العذاب،إلا أنّه كان يعتبر أن الانفعالين الأولين عادا به فيما بعد إلى الطريق، لكن الانفعال الأخير هو الّذي كان يشده إلى الأرض أو ينزله بعد ذلك الصعود

---

(1) ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة التحليل المعاصر**، المرجع السابق، ص ص 91-92.

(2) بيرتراند راسل، **سيرتي الذاتية**، ترجمة، عبد اله عبد الحافظ وآخرون، دار المعارف بمصر، القاهرة، د.ط،1914، ص7.

الّذي حققه كلّ من الحب والمعرفة، إذ يقول:"**ولقد أدى بي ذلك الحب وتلك المعرفة، بقدرما توفر لي منهما إلى التسامي الّذي بلغ بي عنان السماء، ولكن عاطفة الاشفاق كانت تعيدني ثانية إلى الأرض.إن صرخات الألم تتردد أصداءها في قلبي، إن وجود أطفال يتضورون جوعا وضحايا يتعذبون على أيدي الطغاة...انني أتوق إلى تخفيف وطأة الشر، ولكنني لا أستطيع، فانني أعاني منه أنا الآخر**".[1]

فقد تأثر "راسل" بما يحدث للأطفال والشيوخ من ألم، وبؤس وسخرية تأثيرا كبيرا لأنه عاش الحالة نفسها، وكان يرغب في الخروج منها، وأن يقضي عليها تماما حتّى لا يرى ما يعيشه هؤلاء النّاس من معاناة.

كما أن "راسل"تلقى تعليمه الأساسي في بيت أسرته لا بالمدارس النظامية، وقد برع راسل في الرياضيات، وكان تألقه واضحا، حيث منحت له عام 1890م منحة دراسية لدراسة الرياضيات في كلية تريني بجامعة كمبريدج، يعتبر راسل هذه الفترة أسعد مراحل حياته، كان له تواصل مع المفكرين من أمثال "وايتهد"(1910–1913)، وقد قابل "راسل" زوجتهاالأولى – إليس بيرسال سميث عام 1889، وتزوجها عام 1894 (للعلم تزوج راسل بعدذلك ثلاث مرات)، كان متأثرا بالعديدمن الفلاسفة " كانط " "هيغل" في حياته الفكرية الأولى، وانصب اهتمام "راسل" حول المنطق والرياضيات، ونتيجة لهذا الاهتمام أصدر مؤلف " أصول الرياضيات " عام 1903، و"برنكبيا ماتيماتيكا"، بالاشتراك مع "وايتهد". غير أن اهتمامه بالجانب المنطقي والرياضي لم يمنعه من التألق في مجالات أخرى[2].

شغفه بالرياضيات جعله يحصل "**على مرتبة الشرف الأولى في الرياضيات سنة 1893م، وفي العلوم الأخلاقية سنة 1894...تحول في ق 20 إلى داعية للسلام، وعارض الحرب البوير (Boer)بين بريطانيا والمستوطنين البيض...ثم في عام 1936م، قام بتأسيس مؤسسة برتراند راسل للسلام، كما هاجم سياسة أمريكا في فيتنام بشدة**"[3].

---

(1) بيرتراند راسل ،**سيرتي الذاتية** ،المصدر السابق ، ص8.

(2) محمد مهران، **فلسفة برتراند راسل**، المرجع السابق، ص ص3 ،4.

(3) برتراند راسل ، **أثر العلم في المجتمع**، ترجمة، صباح صديق الدملوجي، المنظمة العربية للترجمة، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت ، لبنان، ط1، 2008، ص7.

وقد شارك "راسل" أستاذه في كامبردج "وايتهد" في مؤلفهما الضخم المدعو–principia mathematéca، وقدما فيه مادعياه نظاما بديهيا (Axiomatic system)مطورين فيه الفكرة القائلة أن كافة المبادئ الرياضية تستند إلى المنطق(1).

وفي أواخر القرن التاسع عشر حينما عادت المثالية للظهور بقوة ممثلة في فلسفات "جرين" و "برادلي"و"بوزانكيت"، تصدى لها كل من "راسل"و"مور" فأصدر "رسل" أصول الرياضيات" 1903 ثمّ " مشكلات الفلسفة" 1912، وعندما رفض راسل المثالية، تبنى فلسفة الذرية المنطقية philosophy of logical AtoMisMمستخدما التحليل Analysisكمنهج، وهكذا أصبح التحليل" العنصر الأساسي في فلسفته، وكذلك استخدم راسل منهجا شكيا (Skeptical)لمعالجة المشاكل الفلسفية المطروحة أمام الفكر، حيث في كتابه"مشكلات الفلسفة" يبدأ قضيته الأساسية بالتساؤل: هل هناك في هذا العالم أي معرفة يقينية لا يمكن لإنسان عاقل أن يشك فيها؟(2).

يتبين أن "راسل"استند على الشك كخطوة إجرائية محكمة بالمعنى الديكارتي، وبالرغم من ذلك فإنّه لم يسلم بفكرة الشك المطلق لأنه يتنافى مع قيام المعرفة،"**فليست مهمة الفلسفة بناء نسق فلسفي على طريقة الفلاسفة القدامى، بل دراسة الكون والتعرف عليه بمنهج علمي، وفهمه باصطناع اللغة المناسبة. وقد وجد راسل هذه اللّغة بتطبيق المنطق الرياضي أو الرمزي على اللغات الطبيعية...فمهمة المنطق الرياضي، هي تحويل العبارات من لغتها الطبيعية إلى صورة منطقية تجعلها واضحة ومفهومة لا تحمل اللبس، فالمنطق هو صميم الفلسفة**"(3).

(1)برتراند راسل، **أثر العلم في المجتمع**، المصدر السابق، ص10.

(2) ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة التحليل المعاصر**، المرجع السابق، ص ص 97–100.

(3) الموسوعة العربية، مختارات ، فلسفة–اجتماع – عقائد، منتدى مكتبة الاسكندرية، د.ط، د.ت، ج3، ص 189.

فقد أرادهنا راسل تحويل اللّغة العادية إلى لغة مصطنعة رمزية، تعتمد على الرياضيات لأن الفلسفة القديمة كانت تسعى إلى بناء نسق فلسفي فحسب، على عكس الفلسفة التي ينشدها راسل، فهو يسعى الى بناء فلسفة علمية أساسها المنطق.

تواصلت أبحاث راسل العلمية إلى آخر أيام حياته عام 1970م، وكان دائما يحرص على الحفاظ على السلام وتحقيقه عبر أرجاء العالم.

المطلب الثاني: فلسفة راسل والتعليق على أهم مؤلفاته

أولا : في مجال الرياضيات:

1-AnESSay on the Fondations of Geometry (1896)

(مقال في أسس الهندسة)

يعالج محتوى هذا الكتاب أهم المشكلات الهندسية التي تتعلق بالمنطق والرياضيات، ثمّ تاريخ النظريات القديمة في الهندسة، وأهم النتائج التي وصل إليها في بحثه للأسس الفلسفية.

2-The principles of Mathematics (1903)

(أصول الرياضيات)

أهم المشكلات التي يتناولها هذا الكتاب" الأصول الرياضية " " المنطق الرياضي"، وقدم فيه أهم النظريات " نظرية الفصول ودوال القضايا والمتغيرات والعلاقات والمتناقضات".

3-The theory of Implication (1909)

(نظرية التضمن)

يعالج في هذه المقالة أهمية فكرة التضمين، وفي هذه المقالة يقوم بدراسة الأفكار الابتدائية والخصائص الأولية والقواعد الصورية وعلاقة القضايا بالمتغيرات

4-Mathematical logic AS baSed on the theory of types (1908)

(المنطق الرياضي مستندا إلى نظرية الأنماط)

يدرس في هذه المقالة المتناقضات، وفكرتي كلّ وبعض، وتدرج الأنماط، وبدهية قابلية الرد، وكذلك عالج قضايا المنطق الرياضي، والنظريات الأولية في الفصول والعلاقات، والدلالات الوصفية. (1)

5-Principia mathemateca (1910-1913)

(مبادئ الرياضيات).

(1)ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة التحليل المعاصر**، المرجع السابق، ص ص 100،101.

ويطلق عليها اسم (برنكيبيا ماتيماتيكا) وهو في ثلاثة أجزاء وقد ألف هذا الكتاب بالاشتراك مع هوايتهد، ويعالج هذا الكتاب أهم نظريات المنطق الرياضي مثل نظرية الفصول ، نظرية الأوصاف، نظرية العلاقات.

6-Introduction to mathematecal phelosophy (1919)

(مقدمة للفلسفة الرياضية)

ألف راسل هذا المؤلف وهو في السجن، وذلك لسبب مناهضته للحرب، وعالج فيه رسل أهم نظريات المنطق الرياضي، وأهم مشكلات المتعلقة بأصول الرياضيات

ثانيا: في الفلسفة

1-Actitical Exposition of the philosophy of Libniz With An Appandix Of Leading Passages (1900)

(عرض نقدي لفلسفة ليبنتز)

يقدم فيها راسل لأهم الأعمال التي قام بها ليبنتر.

2-Philosophical Essays (1910)

(مقالات فلسفية) قدم فيها راسل مجموعة من المقالات مثل: عناصر الأخلاق(1908)، عبادة رجل حر (1903)

3-The philosophy of Bargson (1912)

(فلسفة برجسون)

ويعالج فيه راسل المظهر والحقيقة، ووجود المادة، والطبيعية المادية، والمثالية...الخ، ثمّ قيمة الفلسفة.

4-The problems of philosophy (1912)

(مشكلات الفلسفة)

هذا المؤلف كان له بالغ الأهمية في الفكر الفلسفي، وقضى على الفكر المثالي.

6-Our knowledge of the external world (1914)

(معرفتنا بالعالم الخارجي).[1]

---

[1] ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة التحليل المعاصر**، المرجع السابق، ص ص 102-104.

في هذا المؤلف يعرض راسل علم الفيزياء وإقحامه في ميدان الفلسفة.

ولم تنحصر مؤلفات راسل في المجال الرياضي المنطقي والفلسفي فقط، فكانت له مؤلفات عدة نذكر منها" التصوف والمنطق"(1918) ، و" تحليل العقل "(1912)، و" تحليل المادة" (1927)، " والدين والعلم " (1931)، و" بحث في معنى الصدق" (1946)، و"تاريخ الفلسفة الغربية " (1946)، و"المنطق والمعرفة" (1956)، و"لماذا أنا لست مسيحيا" (1957)، و"حكمة الغرب" (1955) [1].

وهناك ميزة أخرى في كتابات راسل لا نكاد نجدها عند أي فيلسوف آخر منذ "هيوم"، إذ يلاحظ الدراسون لفلسفة "راسل" أنه كان في جميع ما يكتب باستناد ما كتبه في فلسفة الرياضيات- يعبر عن أفكاره بلغة واضحة- بل ومنمقة في كثير من الأحيان،وإذا كان هناك فلاسفة آخرون قد كتبوا بهذا الأسلوب الجميل، فلم يكن عندهم لسوء الحظ شيء له قيمة يقولونه بهذا الأسلوب، وبذلك يكون راسل قد جمع بين جزالة الأسلوب وجماله من ناحية، وعمق الفكر وأصالته من ناحية أخرى[2].

ولأن لغة الرياضيات رمزية، فقد كانت فلسفته في الرياضيات معقدة حيث لم تكن في متناول الجميع، إلا أن باقي كتاباته كان يعبر عنها بلغة مفهومة وواضحة لا يشوبها لبس، وفيها جماليات الأسلوب التي يصل إليها المفكر إلى عمق القارئ.

[1] الموسوعة العربية، مختارات، المرجع نفسه، ص 188.

[2] محمدمهران، **فلسفة برتراند راسل**، المرجع السابق، ص6.

المطلب الثالث: الذرية المنطقية عند راسل

إن القضية الذرية عند "راسل" هي تلك التي تبرهن أن شيئا ما له كيفية معينة كل شيء معين له علاقة معينة خاصة به.والقضية الذرية يعطي لها راسل أمثلة كالتالي"هذا أحمر"، و"هذا أسبق من ذلك "، " وهذا قبل ذلك "، حيث تأخذ القضية الذرية إحدى الصور التالية:$1^{ع}$(أ)، $2^{ع}$ (أ، ب)، $3^{ع}$ (أ، ب، ج)، اذ تشير $1^{ع}$، $2^{ع}$، $3^{ع}$، إلى العلاقة وتشير أ، ب، ح، إلى الأشياءوالرموز أ، ب، ج، إنّما تشير إلى الفرد (individuel)، أو الجزئي (particular)، في حين أن الرموز:$1^{ع}$، $2^{ع}$، $3^{ع}$ فهي تشير إلى الكلياتuniversals، ويتضح لنا من خلال هذا أن القضية الذرية تحتوي صفة من الصفات الجزئية، أو تكون علاقة متبادلة بين جزئين[1].

ومن أجل فهم الذرية المنطقية تم القول أن المنطق هو جوهر الفلسفة، ويقصد بذلك المنطق الرياضي، حيث يتم الكشف عن التحليلات الفلسفية للأبنية، وأهمها القضايا والوقائع.

من خلال تحليل القضايا يتبين أنّه من الخطأ الحكم علها على أنّها صورة مؤلفة من موضوع ومحمول، والقواعد النحوية السطحية مضللة، مثلا فهم الأوصاف والأسماء العادية تعني تعبيرات، إذ يجب إجراء تحليل للأبنية، العالم الّذي نتحدث عنه، ونبين قضاياه، وكذلك إجراء تحليل للقضايا نفسها[2].

يرى راسل أن العالم يتكون من أشياء عديدة لها علاقات جمة، وإن الموجودات التي يشتملها عالم الأشياءبدورها تحتوي على الصفات والعلاقات وبعبارة أخرى من المفترض أن تكون قائمة من الوقائع، لأن الأشياء والصفات والعلاقات بطبيعة الحال هي مكونات الوقائع، وأطلق راسل اسم آخر للوقائع "قضايا "، وهي كلمات يطلق عليها صفة الصدق أو الكذب، والقضايا ترمز إلى حقائق أساسية، أي تؤكد أن كلّ شيء يحمل صفة معينة أو يحل مكانه شيء آخر في علاقة محددة، يطلق

---

(1)ماهر عبد القادر محمد على، **فلسفة التحليل المعاصر**، المرجع السابق، ص ص 134-136.

(2) ايه سي جي جرايلينج، **برتراند راسل مقدمة قصيرة جدا**، ترجمة، ايمان جمال الدين الغرماوي، مؤسسة هنداوي، مصر، ط1، 2014، ص64.

عليها راسل تسمية " الذرية النطقية "، وعند الجمع بين هذه القضايا من خلال كلمات منطقية مثل " و " و" أو " و " إذا...إذن"، تنتج عنها قضايا معقدة أو جزئية.

كذلك لدينا " قضايا كلية " مثل " كلّ البشر فانون " ، والعبارة التي تلغي القضية الكلية " بعض " " كعبارة" بعض البشر ليسو فانين"، إذ تعد هذه الحقائق معرفة بديهية، ونتجت هذه النقطة من خلال تحليل القضايا والوقائع، إذا نظرنا إليها من الناحية النظرية عرفنا أن كلّ الوقائع الذرية هي حقائق ذرية، فإننا نستطيع استدلال الحقائق الأخرى منها، ولكن لا يمكن استدلال هذه القضايا كلها من الحقائق الذرية، مثلا عبارة " كلّ البشر فانون " ، إذا عرفنا أن كلّ إنسان فان وعرفنا معنى الفناء، مع ذلك فلا نستطيع الاستدلال أن كلّ البشر فانون إلا بعد أن نتأكد من كلّ البشر بأنهم موجود وهذه يمكن القول عليها قضية كلية.

ولقد أعطى "راسل" مثال على المعرفة الكلية الموجودة في المنطق، حيث تمنحنا قضايا بديهية كلية، لنتأمل في القضية التالية: " كلّ البشر فانون،سقراط بشر، إذن سقراط فان". وهذه القضية قائمة على حدود تجريبية (سقراط بشر،فان)إذن هي قضية ليست قائمة على المنطق البحت، ولكي تكون القضية قائمة على المنطق البحث تكون على الشكل التالي : إذا كان أي شيءيحمل صفة معينة، وأيا كان ما يحمل هذه الصفة يحمل صفة أخرى معينة ،إذ هذا الشيء يحمل هذه الصفة الأخرى "ونوضح هذه القضية أكثر كالتالي:(كل أفرادFهي أفرادG،وXهوF،إذنX هوG) وهذه قضية كلية بديهية تماما، وهذه القضايا تجعلنا نبتعد عن حدود الخصوصية التجريبية[1].

وما يمكننا قوله عن فلسفة "راسل" الذرية، أنّه لايتحدث عن الأشياء بل يعالج فيها كلّ ما هو جزئي، وهذه الجزئيات بدورها يقول عنها راسل تكتسب صفة كونها قائمة في حد ذاته وكذلك يرى بأن الجزئيات لا تحتوي على صفة الدوام خلال الزمان، ومعنى جزئي قائم بحد ذاته يوضحه راسل كالتالي:" كلّ جزئي موجود في العالم لا يحتاج إلى جزء آخر في وجوده

---

[1] ايه سي جرايلينج، المرجع السابق، ص ص 64-65.

من الناحية المنطقية، على عكس الأشياء تعتمد على بعضها البعض، وبالتالي تكون الأشياء مكونة أجزاء ذرية والواقعة الذرية هي اتحاد الأشياء معا، وبهذا فإن "راسل" في فلسفته الذرية المنطقية يرد العالم بصفة نهائية إلى أربع مكونات رئيسية هي:

الجزئياتparticulesوالصف qualities، والعلاقات Relations والوقائعFacts[1].

وما يمكن قوله في الأخير أن الفلسفة الذرية المنطقية ارتبطت براسل وتلميذه "فتجنشتين"، إذ نجد أن"راسل"وضح فيها العلاقات والوقائع الموجودة بين مختلف الأشياء في قالب منطقي محكم حيث قادته إلى تأمل فكري جديد.

[1]ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة التحليل المعاصر**، المرجع السابق، ص ص 234-236.

المبحث الثاني: علاقة الرياضيات بالمنطق في الفلسفة المعاصرة

أولا: الأبحاث المنطقية الرياضية عند " جورج بول " و "بيانو "

أ-الاتجاه الجبري عند جورج بول

إن المنطق الصوري الحديث لم يتخذ وجهة مخالفة تماما لوجهة المنطق الأرسطي، غير أن الجديد هو التركيز على استعمال الرياضيات من خلال اقتباس منهجها وأساليبها في الحساب، وهذا يعيدنا إلى عمل أحد المناطقة الإنجليز وهو "**جورج بول** "*الذي يعد أول من وضع دعائم حساب منطقي مشابه للحساب الجبري، حيث عبر عن قوانين الفكر بعلاقات رياضية (جبرية)**، وابتداء من هذا سمي المنطق بالجبر المنطقي.

إن مسعى" جورج بول" لا يتمثل في تأكيد أن حقيقة المنطق جبرية رياضية بقدر ما أراد أن يبين أنه "**إذا أمكن التعبير عن العمليات الجبرية والمنطقية برمز واحد، فإن تعبيراتهما الرمزية تخضع لقوانين واحدة**[1].

*يعد جورج بول G.Boole(1815-1864) بحق مؤسس المنطق الرمزي لأنه وضع مبادئ أولى النظريات وهي نظرية (الحساب والأصناف) ونلاحظ أن الرياضيات كانت موضوع بول لا المنطق ،وإنه دخل للمنطق بصفة عابرة، ثم تعلق به بعد ،كتب بول عدة مقالات في الجبر والتحليل، اهتم بالرياضيات وحاول استخدام منطق الرموز، قدم بول أول مؤلف في المنطق ،التحليل الرياضي للمنطق، مقالة في حساب البرهنة الاستنباطية، نشر مقال" حساب المنطق" ، أنظر، محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص76.

**تتجلى هذه العلاقات في الروابط المنطقية التي تمكن من معرفة حدود القضايا، حيث المهم هو هذه الروابط ذاتها، أما الحدود فيمكننا أن نعكس ترتيبها في مجموع، مثل، س+ع=ع+س (تبديليه وهي إحدى الخواص المتعارف عليها عند الرياضيين فيما يعرف بالمجموعات والعلاقات).

[1] أورد هذا النص جورجنسن (J.Jorgensen) في كتابه،"A.Treeatise of formal logic,1931,1,p99." نقلا عن، فؤاد زكريا، **المنطق وفلسفة العلوم**، مرجع سابق، ص362.

إذ لطالما نظر المناطقة والرياضيين إلى المنطق التقليدي نظرة ضعف ونقص، وذلك لعدم ارتباطه بعلم يقيني ودقيق يثبت صحته،فأراد المناطقة المحدثين أن يجعلوا منه علم ثابت مبني على قواعد صحيحة مستعينين بذلك باللّغة الرمزية الرياضية ولعلّ من أهم المناطقة الرياضيين الّذين طوروا في هذا المجال نجد "بول" الذي يعتبر مخترع الرياضيات البحتة في القرن التاسع عشر ويعد بحق الواضع الحقيقي لأساس هذا المنطق. إذ أنه منذ " بول " بدأت الدراسات تتنوع وتعددت حتّى أوائل القرن العشرين، لنجد أكبر انجاز في المنطق الرمزي أو الرياضي"[1].

لقد استفاد "بول" من دراسته للرياضيات، والتي اشتغل بها وقتا طويلا فأمعن فكره الرياضي في المنطق، ومن ثمّ فقد وقف على حقيقة أنّه يمكن للمنطق أن يتطور تطورا جذريا إذا ما كانت لغته دقيقة، ومصاغة صياغة غاية في الإحكام والترابط بحيث تسمح للفكر أن يتحرك في إطارالمنطق وأبعاده، وذلك من خلال لغة رمزية تعبر بدقة عن القوانين التي تضبط تفكرينا.

من هنا يعتبر "بول" أن المنطق هو قانون الفكر، بيد أنه وجب التغيير فيه وذلك بتجاوز العيوب والمزالق التي وقع فيها،وكذا التخلص من القيود التي تعترضه ليكون أكثر دقة وإحكام، ولهذادمج الرياضيات مع المنطق وغيره بلغة رمزية محكمة.

لقد بحث "بول" في المنطق وجد أنه" **يضطلع بنوعينمن العلاقات، علاقات بين الأشياء، وعلاقات بين الوقائع. أما الوقائع فيعبر عنها بقضايا، وهذا النوع الأخير من العلاقة، على الأقل بالنسبة لغرض المنطق، يمكن أن يحلل إلى علاقة بين القضايا**"[2].

---

(1) محمد مهران، المنطق ، المرجع السابق ، ص ص 57،58.

(2)علي عبد المعطي محمد ، **المنطق ومناهج البحث العلمي في العلوم الطبيعية والرياضية**، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، ط2، 2004، ص208.

(2) علي عبد المعطي محمد، المرجع السابق، ص210.

من هنا قدم "بول" عدة أفكار بنزعة رياضيةيمكن أن تعد بأنواع من الرموز أو العلاقات هي:

النوع الأول:تتمثل في الرموز الحرفية مثل X.Y.Z ، وهذه الرموز تمثل الموضوعاتObject تتمحور حولها تصوراتنا.

النوع لثاني: ويتمثل في رموز العلاقة الذاتية،Identity، هي علاقة أساسية ويستخدمها بين رموز فصلين لكي لا يدل على أن " فصلين لهما نفس الأعضاء" ، وهذا ما جعله يميز بين الفصل (0) واحتواء الفصلinclusionClass، ومن خلال هذا تمت صياغة الحساب أو جبر الفصول لأول مرة بواسطة بول في جبر المنطق[1].

لقد أراد بول أن يقيم منطق جبري يستخدم حروف الهجاء رموزا ويستعين بعلامات الحسابية كالجمع والضرب، ويجعل من القضايا مماثلةللمعادلات التي تعبر عن طرفين متساويان، من خلالها يمكن استنباط قضايا أخرى.

بيد أن "**جبر المنطق عند "بول" يختلف عن الجبر المألوف في أمور عدة: تدل حروف الهجاء في الجبر المألوف على الأعداد بينما تدل في منطق على الأصناف تقتصر قيم القضايا كمعادلات في جبر الأصناف على عددين فقط هما الصفر والواحد الصحيح، كما تختلف بعض قوانين جبر الأصناف على قوانين الجبر المألوف** "[2].

يتضح لناأن من خلال فكرة "جبر المنطق" عند "بول"أنه أراد أن يجعل من المنطق علما رمزيا محكما خالي من التناقضات، الأمر الذي نكته فسما بعد إلى معادلات هامة في منطق الأصناف، وهو بمثابة قوانين أساسية لهذا المنطق، نذكر أهمها فيما يلي:

---

(1) علي عبد المعطي محمد، المرجع السابق، ص ص 210،211.

(2) محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص76

(1) هـ و = و هـ

(2) هـ + و = و + هـ

(3) ي (هـ + و)=(ي هـ + ي و)

(4) ي (هـ –و= ي هـ – ي و)

(5) إذا كان هـ = و فإنّ ي +هـ = ي و

(6) إذا كان هـ = و فإنّ ي +هـ= ي + و

(7) إذا كان هـ= و فإنّه–ي= و–ي

(8) هـ=هـ [1].

وبالرغم مما قدمه "جورج بول" في مجال المنطق، وتقديمه لنظرية الأوصاف التي تعتبر جوهر المنطق الرمزي، إلا أنّه لم يسلم من نقد معاصريه، ومن الأبحاث التي قدمت بعده، ولكن رغم ذلك تعتبر نظرية جبر المنطق أساسا أقام عليه مختلف الباحثين نظرياتهم المنطقية.

ب- تحليلات بيانو المنطقية والرياضية:

مما لا شك فيه أن الأبحاث التي قدمها " بول " تعد حلقة هامة من حلقات تطور الفكر المنطقي، إذ فتحت هذه الأبحاث الطريق للمناطقة المعاصرين تطويره أكثر من خلال المجال المنطقي الجبري، ومن أهم الذين برزوا في هذا المجال نذكر "بيانو".

لقد "**أراد بيانو*- تحت تأثير الرياضيات - أن يضع نظاما دقيقا ومحكما للمنطق من خلال مصطلحاته الرمزية، فضلا عن محاولته التي قام بها لرد الرياضيات إلى أصول منطقية بحتة، والحقيقة أن أصالة بيانو المنطقية أتاحت له أن ينطلق في حركته المنطقية إلى أبعاد التجديد المنطقي الشامل**"[2].

(1) محمود فهمي زيدان ،المرجع السابق ، ص83.

* بيانو، جيوزبيه منطقي ورياضي ايطالي (1858-1932) استحدث نسقا مبتكرا من العلامات يتيح إمكانية عرض مبادئ المنطق ونتائج مختلف فروع الرياضيات ..وبهذه الصورة قدم الحساب والهندسة، ونظرية المجاميع ، وحساب اللامتناهي الصغر وقد تأثر به برتراند راسل في مذهبه المنطقي الرمزي في مبادئ الرياضيات، أنظر، جورج الطرابشي، **معجم الفلاسفة**، المرجع السابق، ص219.

(2)ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة لتحليل المعاصر**،المرجع السابق، ص 71.

انطلق بيانو في أبحاثة المنطقية من نقاط عدة، ولعلّ أهمها معالجة نسق النمط التقليدي وتبيين أهم عيوبه، واقتراح حلول لها، ومن أبز النقاط كذلك تعديل بعض الأخطاء التي وقع فيها المنطق الحديث، ومن خلال هذا ظهرت لمسة "بيانو" التي أضافها للمنطق والتي سوف نعرضها كالتالي:

"**يمكننا أن نسجل لبيانو أول موقف منطقي جاء من المنطق الصوري الأرسطي، ذلك أن موقفه العام من معالجة الأسس المنطقية التي تستند إليها التصور التقليدي فأتاح له الفرصة لتطوير المنطق الصوري الحديث أو ما يسمى بالمنطق الرياضي...والحقيقة أن بيانو كما يذهب إلى ذلك رسل، يميز تمييزا حاسما بين القضية الحملية التي صورتها " سقراط فان " والقضية العامة ذات الصورة" كلّ الإغريق فانون** " [1]

يتضح لنا من خلال هذا أن "بيانو" كشف عن عيوب المنطق الصوري، وحاول تقديم البديل عنه، وهذا راجع إلى دقة تفكيره وفطنته، حيث استطاع التفريق بين هاتين الصورتين وأعطى حلولا أخرى مقترحة لها، حيث"**شارك بيانو في اقامة المنطق الرمزي، كما شارك في أبحاث الرياضيات لكن كانت مشاركته في المنطق بالعرض، بمعنى أنّه دخل إلى المنطق من باب الرياضة حين كان يشرح طبيعة البرهان الرياضي وتعريفه للأعداد، كان يصطنع استدلالات لها طابعها المنطقي الخالص، ومن ثمّ وصل إلى أفكار وقوانين منطقية جديدة أصبحت فيما بعد جزء لا يتجزأ من نظريات المنطق الرمزي** "[2].

لقد قدم "بيانو" منطق جديد مخالف فيه المنطق التقليدي، وحاول التغلب على أخطائه، كما عمل على جعل المنطق علما أكثر دقة ويقين، مضيفا إليه صبغة جديدة رياضية (لغة رمزية)،وكان لبيانو دور فعال في المنطق الرمزي الحديث من خلال إضافات جديدة، معالجا في ذلك عدة قضايا منطقية، ومكملا

(1) ماهر عبد القادر محمد علي، المرجع السابق، ص 72.

(2) محمود فهي زيدان، المرجع السابق، ص116.

للدراسات التي سبقته، ويعتبر منطلق للذين كانوا بعده، وهذه هي أهم النقاط التي عالجها بيانو في المنطق:

(المصطلح الرمزي)Notation :هو صياغة القضايا والقواعد الاستنباط والقوانين المنطقية في لغة رمزية.وكذلك منأهم النقاط التي بحث فيها بيانو"القضية المركبة" تعتبر كقاعدة أولى في عملية حساب القضايا، حيث قدم الرواقيون أبحاث فيها لكن لم تكن بالقدر الكافي، وهي القضية المؤلفة من قضيتين أو أكثر ترتبط إحداهما " بالثوابت المنطقية " ولكن بيانو جدد فيها، ووضع للثوابت رموزا.

رمز للسلب بالعلامة(~) ،وإلى الربط بعلامة(.)، والى الفصل علامة (V) ، وإلى التضمن بالعلامة (⊃)، والى التكافئ بالعلامة(≡).

وضمن الدراسات قدم شرحا لنظرية الأصناف، ليجعل الحروف الأولى منهاa.b.cالخ رموزا لأصناف، حيث يرمز للعضو في الصنف بالحرف الأخير Z.Y.X وهكذا... [1]

هذه هي إذن جل أعمال بيانو المنطقية والجهود التي قام بها والتي كان حريصا فيها على أن يجعل المنطق لغة رمزية دقيقة، تليق بعملية البحث، ولعلّ من أهم النقاط التي أثارها بيانو هي "النسق الاستنباطي".

كما أن من أهم المحاولات التي اشتقت مفهوم العدد الطبيعي من مجموعة الأفكار الأولية والمسلمات، هناك محاولة بيانو، حيث يقوم نسقه للأعداد الطبيعية على النحو التالي:

أ- **الأفكار الأولية:**وهي ثلاثة أفكار (الصفر، العدد، التالي)

ب- **المسلمات:**وهي خمس مسلمات

[1]محمود فهي زيدان، المرجع السابق، ص ص 120،119.

(الصفر، العدد، التالي لأي عدد ليس لعددين نفس التالي، الصفر ليس تاليا لأي عدد، أي خاصيةعندما تعود إلى عدد ما فإنها تعود إلى تالي ذلك العدد، وهكذاتعود إلى كلّ العداد).

من خلال هذه الأفكار الأولية والمسلمات يمكن للرياضي إقامة سلسلة لا متناهية للأعداد الطبيعية، حيث تبدأ بالصفر والذي يليها هو الواحد، والواحد تليه الاثنان وهكذا...وبالتالي نحصل على أعداد جديدة كلّما تقدمنا في السلسلة.كان نسق بيانو محكما ومحققا متطلبات الدقة الرياضية، إلا أنّه تلقى الرفض من قبل "فريجة" و"راسل"، لأن هذا النسق قائم على التمييز بين العدد الصفر وباقي الأعداد، وكذلك لا يستطيع تعريف العدد صفر وباقي أعداد النهائي[1].

وضع بيانو نسقه الاستنباطي على نموذج الهندسة والحساب، وقدم طائفة الحدود اللامعرفة، والتعريفات والمصادرات، لكي يصبح النسق محكما من خلال هذه البدايات، كما ساهم في نظريات حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الأصناف، ثم وضع نسقا واحدا يطبقه على النظريات المنطقية ككل، ونذكر أهمها:

الأفكار الأولية:(primitive notions)

صنف، حد، تعريف، سلب، عضوية الفرد في صنف، والتضمن الصوري وتقرير قضيتين معا، وهذه الأفكار واضحة في حد ذاتها، وهي عبارة عن أفكار قبلية، ولدرجة بساطتها يمكن أن تستعمل في شرح أفكار أخرى، نعطي مثال لما ميز بيانو بين عضوية الفرد في الصنف واحتواء الصنف الأخر،إنه يميز بين " سقراط إنسان " و "كلّ إنسان فان"، وهو تمييز بين القضية الشّخصية والعامة (2).

---

[1] رشيد محمد الحاج صالح، **علاقة المنطق بالرياضيات عند راسل** " حساب الفئات " نموذجا، مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية، د.ط، 2005، ص ص 8،7.

2-محمود فهمي زيدان ، المرجع السابق ، ص ص 124،120.

التعريفات:

يقدم "بيانو"تعريفات إذا كان م رمزا إلى صنف،ه ، ورمزين إلى أعضاء في أصناف، فإنّ " ه ،و ينتميان إلىأ " تعني أن ه عضو في أ وأن و عضو في أ، حيث يستعين التعريف الأول بفكرة عضوية في صنف ويوضح نفس الفكرة[1].

القضايا الأوليةprimitive propositons:

القضايا الأولية هي قضايا تقبل برهان، وتستنبط منها قضايا أخرى، ولقد استنبط بيانو منها قضايا أولية منها أكثر تعقيدا ، و نذكر منها:

(1)" كلّ صنف محتوى في ذاته "

(2) "الضرب المنطقي بين صنفين صنف جديد"

(3) " إذا كان أ، ب رمزين إلى صنفين فإنّ الضرب المنطقي بينهما – ما نعبر عنه بالرمزأ ب .

(4) إذا كان صورتان متمايزتان للقياس:(أ) " إذا كان أ، ب، ج أصنافا وأن أمحتوى في ب، ه عضو في أ ، فإن ه عضو في ب"(ب)"إذا كان أ،ب ،ج أصنافا وإذا كان أ محتوى في ب،ب محتوى في ج، فإنّ أ محتوى في ج[2] .

لقد برع بيانو في المجال المنطقي، وقام بتأسيس نظريات هامة كإقامة علم الحساب على أساس منطقي، وقدم نظريات في المنطق الرمزي، حساب القضايا وحساب آلات القضايا وحساب الأصناف...الخ، بالرغم من ذلكلم يسلم "بيانو"من النقد ومنهم "راسل" و"وايتهد"، ولكن هذا لا ينفى أنهم تأثروا به في بناء قواعدهم الأساسية للمنطق الرمزي، ما يمكن قوله أن أعمال بيانو المنطقية تعد حلقة هامة من سلسلة الاكتشافات المقدمة في المنطق الرياضي.

---

[1]محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص 124،120.

[2]المرجع نفسه، ص126.

المطلب الثاني: المنطلق المنطقي الرياضي للفلسفة التحليلية مع غاتلوب فريجه

لقد تواصلت الأبحاث المنطقية مع المناطقة المحدثين، حيث عملوا على التغلب على عيوب المنطق الصوري وتقديمه بصيغة رمزية محكمة، وجعله علما محكما تكتمل به عملية البحث العلمي. وهنا يستوقفنا**"غوتلب فريغه"***العالم الرياضي والمنطقي الفذ، الذي آثرنا أن يكون عرضنا لنسقه الاستنباطي بعد " بيانو " وقبل " راسل"، لأن ما يميز" فريغة " هو أنه أول منطقي صاغ النظريات المنطقية الأربعة في قالب رمزي دقيق ومتميز، وقدم نسقا منطقيا مبتكرا في مصطلحه وشموله"[1].

إذ يعتبر"فريغة" من بين أهم المناطقة والرياضيين، الّذين قدموا دراسات حول التجديد في المنطق، ومحاولة التخلص من قيود وعيوب المنطق التقليدي مضيفا عليه صيغة جديدة،وهي اللّغة الرمزية الرياضية، مكملا في ذلك الأبحاث التي قامبها " بيانو " في هذا المجال، ولعلّ من أهم النقاط التي قدمها نذكرها كالتالي:

1/الأفكار الأولية:وهي الأفكار الأكثر وضوحا وبساطة، وهي الأسبق من غيرها منطقيا، يقدم " فريجة " فكرتين أوليتين:

فكرة السلبnegation: ورمزها لديه(−)، وتعني القول" من الكذب أن ".

فكرة اللزومimplication:ورمزها لديه،وتشير $\frac{ل}{و}$ إلى علاقة السابق (و) باللاحق (ل) في القضية الشرطية المتصلة[2]

*غوتلب فريغه Gottlob Frege (1848−1925) رياضي وفيلسوف منطقي ألماني، أدى به بحثه عن"مثال لمنهج علمي صرف في الرياضيات" إلى تجديد عميق في المنطق، ليعتبر بذلك أول من وضع نظاما كاملا للمنطق الرمزي، مستعينا بأعمال من قبله خاصة مشروع ليبنيتز في بناء لغة رمزية، كما يعد أول من أعطى تعريفا منطقيا للعدد الأصلي وأول من صاغ صياغة أولية نظرية المجاميع، كما أن مباحث فريغه التي لم تلفت انتباه أحد لدى صدورها، أثرت في مباحث"راسل" و"فتغنشتاين" و"كرناب"، نذكر منها، "أسس الحساب"(1884)، "القوانين الأساسية للحساب"(1893)، "مباحث منطقية"(1916). أنظر في هذا الصدد،− جورج طرابيشي، **معجم الفلاسفة**، مرجع سابق، ص463.

(1) محمد محمد قاسم، المرجع السابق، ص141.

(2) المرجع نفسه، ص142.

2/التعريفات:

– لقد قدم "فريغة" تعريفات الثوابت الفصل والوصل والمساواة

–دالة الصدق تصدق إذا صدق عنصرها معا، وتكذب إذا كذب إحدى عنصرها على الأقل.

–عرف دالة التكافؤ، يقصد بتكافؤ المساواة العلاقة التي تنشأ بين اسمين أو علامتين قضويتين، وتصدق قضية التكافؤ بين عناصرها دون إحلال واحدة بالأخرى ⊢—(و≡ ل)

3/البديهيات:

وضع فريجة أكثر من مجموعة بديهيات، من أشهرها ما يعرضه " قبل " في كتاب تطور المنطق ، وهي سبع بديهيات:

1- و⊂ (ل) و⊂

2- [و⊂(لـ ⊂م)]⊂[(و⊂ل)⊂(و⊂م)]

3- [و⊂ (لـ ⊂م)] ⊂[لـ ⊂(و⊂م)]

4- (و⊂ل) ⊂(- لـ⊂-و)

5- ~~و⊂و

6- و~~

7- (هـ) (هـ) س) (هـ) [1]

4/مبادئ الاشتقاق:

نبه "فريغة" إلى الاعتماد على مبدأ استدلال واحد لاشتقاق البرهان من تلك البديهيات، وقد اعتمد في هذا على أربعة قواعد هي:

أ–مبدأ التعويض:

تجري تعويض عن صيغة محددة بصيغة مكافئة لها بالتعريف:

(و⊂ل) ≡ (و∨ل) [2]

---

[1]محمد محمد قاسم، المرجع السابق،ص ص 142-143.

[2]المرجع نفسه،ص ص 142-143.

وأن : (~و∨ل)≡ (~ لـ ~)

فإذا اجرينا تعويض برفع المتشابهات نصل إلى

(و⊂لـ) ≡ (~ل~⊂ و)

ب-مبدأ الاستدلال أو قاعدة الثبات التالي:

[(و⊂ ل). و]⊂ل

جـ- هـ س / (هـ)سهـ

د- و⊂هـ س / و⊂(هـ) هـ س

5/نموذج النسق الاستنباطي:

هذا النموذج غلب عليه طابع الاشتقاق واستخدام ثابت اللزوم في جميع خطواته، واستخدام قواعد استدلالية عدة كالاشتقاق واثبات التالي والتعويض[1] .

[1]ا⊂(ب⊂ا)

[2] [حـ⊂(ب⊂ا)] ⊂ [(حـ ⊂ ب)] ⊂[(حـ⊂ا)]

[3] [(حـ (ب) ا] ⊂[(حـ⊂ب)⊂) (حـ⊂ا])

ولعلّ من أهم الأبحاث التي قدمها " فريغة " في مجال المنطق " نظرية المعنى والاشارة، وهي لا تتعلق بالنسق الاستنباطي، وإنّما تكشف عن مواقع جديدة في النظر إلى الأسماء والجمل الاسمية والوصفية والقضايا، مبرزا فيها التمييز بين معنى الاسم والاشارة، وبين معنى القضية واشارتها، يستخدم فريغة اسم العلم بمكان أربعة على : اسم العلم المألوف، وهو يشير إلى شخص معين أو ماكن معلوم، اسم العلم الخرافي، ويشير إلى شيء غير واقعي ولا نستطيع أنندركه حسيا مثل (ع) (زيوس) ، جمل اسمية أو وصفية تشير إلى شيء معين، ويسميها "فريغة"(أسماء أعلام مركبة)[2] .

---

[1] محمد محمد قاسم، المرجع السابق، ص ص143-144.

[2] محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص 157-158.

لقد فرق "فريغة" بين المعنى والإشارة، واعتبر أن لكلّ قضية معنى، فهناك معنى موضوعي مرتبط بالأشياء الحسية المتعلقة بالعالم الخارجي، وبالتالي تكون القضية الصادقة وتحقيق الموضوعية، ورفض أن تكون ذاتية لأنها لا تعبر عن صحة القضية، والقضية عنده مرتبطة بالمحتوى فهو يحمل معناها، وهذا المعنى نكتشفه في عالمنا الخارجي أي الأشياء المحسوسة، ولا نخلقها نحن فهنا تتدخل الذاتية ومن ذلك تفقد موضوعيتها.

إن ما يمكن قوله على أبحاث "فريغة" المنطقية هو أنها بلغا أوجها في وقت وقف فيه المناطقة في مفترق الطرق بين التقليدية والعلمية، فلا الرياضيون قادرون على تخطي النسق المنطقي التقليدي، ولا التقليديون قادرون على تجاوز الأصل الأرسطي إلى ماهو جديد...حمل "فريغة" الدعوة إلى الاتجاه اللوجيستيقي(1).

استطاع "فريغة" أن يحقق ما لم يستطع تحقيقه سابقيه في مجال المنطق، حيث حرص على أن يجعله أكثر دقة وموضوعية، واستطاع أن يكسر كلّ القيود التي كانت حاجزا في طريقه، قدم العديد من الدراسات، التي تحتوي على نظريات منطقية محكمة مصححا فيها كلّ ما وقع فيه المناطقة من قبله، وكذلك كانت جل دراساته عبارة عن قاعدة انطلق منها المناطقة الرياضيين مثل راسل.

إذ "**يعتبر منطق فريجة نقطة تحول حاسمة من منطق صوري قديم، إلى منطق صوري حديث، إذ درس فريجة المنطق التقليدي دراسة عميقة ، ووضع يده على النقاط المنطقية التقليدية التي يجب الاستمرار في الأخذ بها، كما وضع يده على الأخطاء المنطقية التقليدية التي يجب تصحيحها، لم يتح ذلك الموقف لكثير من سابقه من المناطقة مثل بول وبيانو**" (2).

(1)ماهر عبد القادر محمد علي، المرجع السابق، ص ص 81-82.

(2) محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص 165.

المطلب الثالث: علاقة الرياضيات بالمنطق عند الوضعية المنطقية "راسل نموذجا"

تعتبر العلاقة بين المنطق والرياضيات علاقة وثيقة، خاصة في العصر المعاصر، وبعد ظهور المنطق الرمزي، وذلك كون المنطق يستخدم مجموعة من الأفكار والرموز الرياضية في عباراته، كما تستخدم الرياضيات مجموعة من الأفكار المنطقية للتوصل إلى حلول سريعة ويقينية، ومنه أصبح من الصعب جدا إبراز تمييز دقيق بين الرياضة البحتة كما سماها راسل والمنطق، "**وقد كان ليبنتز من أشد أنصار النظرية القائلة بأن الرياضة عبارة عن استنباط من الأصول المنطقية، فقد كان ليبنتز ينادي دائما بأنّ البديهيات ينبغي أن تثبت، وأن كلّ شيء يجب أن يعرف باستثناء عدد قليل من المعاني الأساسية**"[1].

فقد نجد العديد من الفلاسفة الّذين سبقوا بأفكارهم معطيات عصرهم، إلا أنّها لم تؤخذ بعين الاعتبار حتّى يتم تبني أفكاره بعد ما يتم اثباتها وتحمل أدلة على ذلك وما يهمنا هنا أن "ليبنيتز" قد أقر بوجود علاقة بين الرياضيات والمنطق، وذلك كون الرياضيات قد أخذت صحتها من خلال استنباطات منطقية، أي أن الرياضيات عبارة عن استنتاجات نبعت من المنطق وأصلها المنطقي، لا لشيء سوى لأن كلّ القضايا الرياضية هي قضايا منطقية، كما بين أن هناك من مبادئ الرياضيات ما يحتاج إلى برهان وما يقدم هذا البرهان هوتلك الاستنتاجات المنطقية التي تقومعليها الرياضيات.

" **بالإضافة إلى كلّ ذلك كان "ليبنتز" أول من تحدث عن جبر المنطق ، ولكن أبحاثه لم تلق نجاحا في أيامه، ولكن حينما بين بول أهمة جبر المنطق و ألقى مزيدا من الضوء عليه ، بدأ الباحثون يعودون إلى لآراء ليبنتر عن جبر المنطق، فاكتسبت أعمال ليبنتر الجبرية المنطقية أهمية خارقة**"[2].

---

[1] بيرتراند راسل، **أصول الرياضيات**، ج1، المصدر لسابق، ص33.

[2] علي عبد المعطي محمد، المرجع السابق، ص173.

فقد كان أنصار هذا المذهب ومن بينهم "ليبنتر" قد بينوا أن الرياضيات امتداد للمنطق، وتوسع في الفكرة جورج بول خاصة في نظرية المجاميع، وهي نفس الفكرة التي لم تلق أي صدى في السابق قبل بول في جبر المنطق، فكانت أفكار من بعده عبارة عن امتداد لما قدمه سابقا.

وبعد ذلك ظهر المذهب اللوجيستيقي الّذي أقر هو الآخر الصلة بين المنطق والرياضيات، إلا أن نظرته غير نظرة جبر المنطق، وهي أن الرياضيات فرع من فروع المنطق، أي أن الرياضيات جزء من المنطق وامتداد له، ثمّ كان بعد ذلك المذهب الأكسوماتيكي الّذي عارض كلا المذهبين وقال بأنّ العلاقة بينهما هي أصل واحد، أي أنهما نشأتا معا كما سبق وأن ذكرنا في أزمة الأسس، وجاء في الأخير المذهب الحدسي ليبين أيضا العلاقة بين المنطق والرياضيات، وأن أصلها يأتي من الحدس المباشر[1].

" فعندنا الآن من جهة ثلاث طوائف مختلفة(النقطتان، الخط، السطح) ومن جهة أخرى العلاقات المنطقية القائمة بينها وهي " الانتماء" "الاحتواء " وعلى هذا النحو لو اعتبرنا عن تلك الألفاظ وعن علاقتها أيضا برموز جبرية بعضها متغير وبعضها ثابت، كما في الرياضة نجد أنفسنا آخر الأمر أمام المنطق في ثوبه الرياضي الجديد بالنسبة للعلوم الرياضية[2].

فعندما تم تغيير الألفاظ من عادية إلى أخرى منطقية، أمكن التعبير عن تلك الألفاظ وعلاقتها برموز، وهنا ترتبط الرياضيات بالمنطق بصفتها تعبير رمزي للعلاقات، ومنه يتبين علاقة المنطق بالرياضيات، "**وعندما لم يستطع الفلاسفة التجريبيون الّذين وجدوا أن مصدر كلّ المعارف ينبع من التجربة أن يفسروا الرياضيات مطلقا، فقد بدت الرياضيات معرفة مستقلة عن التجربة، ولكنها أنطقت على العالم الحقيقي**"[3].

---

[1]علي عبد المعطي محمد، المرجع السابق ، ص ص 182-186.

[2] محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضيات**، المرجع السابق، ص 70-71.

[3]بيرتراند راسل، **بين الشك والعاطفة**، ترجمة، آلان وود، دار الأندلس للطباعة والنشر والتوزيع ، لبنان، ط1، 1984، ص52.

أي أن التجريبيون لم يتوصلوا إلى تعميم الرياضيات، وجعلها مطلقة رغم أنها متصلة بالعالم الخارجي بشكل مباشر، لأنها تتعلق بكل ما يرتبط بالحواس والحواس بدورها ما هي إلا تجربة للواقع الحقيقي الموجود في العالم.

فقد أراد راسل هنا أن يصرح بارتباط الرياضيات بالمنطق ارتباطا شديدا، فقام بتفسير صيغتها الرياضية صيغة منطقية واضحة، فألغى بذلك فكرة ارتباط الرياضيات بشيء من الحدس، كما يوضح إهمال من سبقوه في إعطاء القيمة للمنطق لكونه محاط بعالمنا الّذي نعيشه ومحاط بطبيعة الكون.

إن "**ما يميز التقدم العلمي القلة المتزايدة في عدد ما يتبين أنّه حقيقة كائنة، والكثرة المتزايدة فيها تبين أنّه استنتاج، والاستنتاج يجري بطبيعة الحال بطريقة غير شعورية بالمرة، إلا عند من مرنوا على الشك الفلسفي. ولكن ينبغي ألا يعتبر أن الاستنتاج غير الشعوري صحيح بالضرورة، فالأطفال يحسبون أن طفلا آخر على الجانب الآخر للمرآة، ومع أنهم لم يبلغوا هذا الاستنتاج عن طريق المنطق، فإنّه مع ذلك استنتاج خاطئ**"[1].

إن للتطور العلمي وتقدمه جانبين، جانب يتسم بندرة وقلة في ما يتعلق بتصور الحقيقة والحقيقة في حد ذاتها، وجانب عكس ذلك يتصف بالوفرة والكثرة في ما يعرف بالاستنتاج، هذه الأخيرة عملية لا تنتمي إلى مجال الشعور إلا ما تعلق بالشك الفلسفي، وهذا النوع من الاستنتاج الّذي لا يدخل في ساحة الشعور صحيح اضطرارا (بالضرورة) ودليلنا على ذلك أن الطفل عند نظره في المرآة يحس بأنّ طفلا آخر يقابله، وإحساسه هذا ليس نابع عن تفكيره المنطقي أو عن طريق استعمال المنطق وقواعده، مما ينتج خطأ في الاستنتاج.

لقد بين الفلاسفة المعاصرين بأنّ لعلاقة بين المنطق والرياضيات فيها علاقة تشابه ظاهري من خلال كون كلاهما رمزي وصوري. [2]

---

[1] بيرتراندراسل، <u>**النظرة العلمية**</u>، ترجمة، عثمان نويه، دار الهدى للثقافة والنشر، ط1، 2008، ص67.

[2] المصدر نفسه، ص67.

فالرمزي معناه أن المنطق كالرياضيات يتخذ بدلا من العبارات اللغوية غير المحددة لتلبسها المعاني المتداخلة المتشابكة، رموزا واضحة وغير مقيدة بالمعاني اللغوية مثلما هو الأمر في الرياضيات، إذ أن الرموز تتيح لكلّ من المنطق والرياضيات العديد من الفوائد العلمية والسيكولوجية، فبالنسبة لهذه الأخيرة فإن الرموز من شأنها أن تعفي الذهن من الإحالات اللغوية، وتصرف الذهن لتأمل العلاقات الصورية أو الرياضية وحدها، ومن الناحية العلمية فالرموز تمنح العلم الدقة والتجريد، والرمز ليس مستحدثا في المنطق، ولكن الرياضة أحوج إليه ومستحيلة بدونه في حين قد يستعين المنطق عنها اكتفاء باللغة، كما يدل عليه التاريخ الطويل للمنطق الصوري.[1]

بحيث رأى هؤلاء الفلاسفة بأنّ للرموز أثر كبير على العلم الّذي يدرسه، فهو يعطيه الدقة كما هو الحال في الرياضيات في الجانب العلمي، وكذا تبعد الذهن عن البحث في العلاقات بين الألفاظ من الناحية السيكولوجية، إلا أنهم رغم ذلك أقروا بإمكانية الاستغناء المنطق عن هذه الخاصية، ذلك أن الرياضيات أكثر حاجة إليه من المنطق، ثم إن المنطق يستطيع التعبير عن طريق اللّغة العادية كما كان منطق أرسطو سابقا.

" أما الصوري(Formalism) فهي أيضا ليست مستحدثة في المنطق، فقد عرف المنطق منذ القدم كيف يرد القضايا مهما تنوعت إلى وحدة صورية هي وحدة " الموضوع – المحمول " (s–p)، التي تسمح بالاستنباط القياسي، والقياس نفسه إنّما ينتج بفضل صورته...وفي المثال نبين كيف يمكننا تحويل صورة إلى صورة أخرى مخالفة بالمرة ومعادله لها أيضا، دون أن تتغير مع ذلك القيمة الحسابية:

(أ+ ب)^2= أ^2+ 2أب + ب^2

(أ+ ب) (أ– ب) = أ^2– ب^2"[2]

---

[1] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص92.

[2] المرجع نفسه، ص 92، 93.

والقصد من ذلك أن الصورية عرفها المنطق منذ بداياته التي استعان بها في الاستنباط والقياس، ونفس الشيء بالنسبة للرياضيات التي اعتمدت الصورية في التحويل من صورة إلى صورة أخرى دون التغيير في معنى المعادلة، أو أي صورة جبرية، وهم بذلك يرمون لكون الصورية تختص بالمنطق كما تختص بالرياضيات من خلال التشابه الظاهري.

"إلا أن المسألة بعد ذلك اتخذت طابعا آخر، وتعمقت في الصلة الداخلية وليست الخارجية بين المنطق وبين الرياضة، فظهر أولا مذهب جبر المنطق الّذي اعتبر المنطق جزءا من الرياضة وامتداد لقواعده وقوانينه، ثمّ ظهر المذهب اللوجستيقي وهو يتخذ طريقا عكسيا لمذهب جبر المنطق إذ أنّه يرى أن الرياضة جزء من المنطق وامتداد لقوانينه ومسائله، ومعنى هذا أن المذهب اللوجستيقي اتخذ طريقا عكسيا لمذهب جبر المنطق"(1) .

فقد ظهرت مذاهب جديدة لدراسة العلاقة بين الرياضيات والمنطق، وحاولت التغلغل في العلاقة الداخلية وكان في ذلك من يقر بتبعية المنطق للرياضيات وكان من يقر بالعكس، وكان لكل واحد منهما مبرراته في ذلك وفي جميع الأحوال كان الهدف هو بيان وجود العلاقة والصلة بينهما.

"إلا أن دافيد هلبرت رفض أن تكون صلة المنطق بالرياضة هي صلة جزء بكل أو صلة كل بجزء وإنما رأى أن العلمين يرجعان معا إلى أصول أكسيوماتيكية لا هي منطقية ولا هي رياضية، ثم ظهر بعد ذلك المذهب الحدسي الذي يقيم الصلة بين العلمين على أساس حدسي"(2) .

وبالإضافة إلى المذهبين السابقين، هناك مذهبين آخرين بينا العلاقة بين الرياضيات والمنطق، وهما معارضان للمذهبين السابقين، فأرجح أحدهما هذه الصلة

(1) علي عبد المعطي محمد، **المنطق ومناهج البحث العلمي**، المرجع السابق، ص 172.

(2) المرجع نفسه، ص 172.

إلى أصل أكسيوماتيكي والآخر رده إلى أصل حدسي، وكان هذا ما أوضحناه سابقا في حلول أزمة الأسس.

"فقد أصبح المنطق أكثر رياضيتيا والرياضيات أصبحت أكثر منطقية والحاصل لأن، أصبح من المستحيل أن نرسم الخط الفاصل بينهما، ولكن في الواقع الاثنان هما واحد والاختلاف بينهما هو كالفرق بين الرجل والصبي: فالمنطق هو صبا الرياضيات والرياضيات هي رجولة المنطق". [1]

فقد اعتبر "راسل" هذه العلاقة لأنهما شيء واحد حين ربطهما بعلاقة الصبا والرجولة، ويتحدى في ذلك من يقول بالعكس من ذلك أن بينوا في شيء أن هناك نقطة نهاية للمنطق كانت فيها انطلاقة الرياضيات، حيث لن يتمكنوا من وضع هذا الخط الفاصل مهما كانت التجارب في الرياضيات ومهما كانت الاستنتاجات في المنطق.

" فبدءا بالمقدمات المنطقية التي تم قبولها على نحو واسع فهي تنتمي إلى المنطق ووصولا إلى النتائج بالاستنباط فهي الأخرى تنتمي إلى الرياضيات، ولذا لا توجد نقطة عندها تمكننا من رسم الخط الفاصل من حيث يكون المنطق على يسار الخط والرياضيات على يمينه"[2] .

ويكمل في نفس التحدي مبينا بأن للمنطق مقدمات قبلت على مجال كبير بكونها منتمية إلى المنطق وقبلت بالإضافة إلى ذلك نتائج الاستنباط بأنها منتمية إلى الرياضيات، ومنه لمتكن هناك فرصة للفصل بينها حيث لا توجد أية ثغرة تستطيع أن تبين في موضع من المواضع وجود حد معين ينتهي فيه المنطق وتبدأ فيه الرياضيات أو العكس، أو وجود حد فاصل يفصل بين كل منهما ليجعل

---

(1) برتراند راسل، **مدخل الى فلسفة الرياضيات**، المصدر السابق، ص 201.

(2) المصدر نفسه، ص 201.

المنطق في جهة والرياضيات في جهة كأنها لا ينتميان إلى بعضهما ولا تجمعهما أي صلة، واي من هذه الاحتمالات ما هي إلا إجابات اعتباطية إلى حد ما.

فنظرية أرسطو في المنطق، بل كذلك المذاهب الحديثة في المنطق الرمزي، إما قاصرة من الوجهة النظرية عن دليل الرياضي، أو أنها تحتاج إلى صور صناعية من الصيغ يجعل تطبيقها مستحيلا من الناحية العملية، وهذا هو سر قوة وجهة نظر " كانط " التي تقول بأن التفكير الرياضي ليس صوريا بالمعنى الدقيق، لكنه يستخدم دائما الحدوس، أي المعرفة الأولية بالمكان والزمان.[1]

إن "كانط" من خلال تأكيده بأن التفكير الرياضي ليس شكليا وصوريا بحتا إلى تلك الدرجة، ولكنه يستعين ويستخدم الحدوس في عمله، أي تلك المعارف الأولية المتعلقة بالزمان والمكان، فكانط من خلال هذا التأكيد قد أثبت عجز وقصور المنطق الإرسطي وبعض النظريات اللوجستيقية، من الناحية النظرية التدليلية وبالتالي هي في حاجة إلى إبداع صيغ نجعل منه مستحيل التطبيق عمليا، وهذا ما شكل نقطة قوة بالنسبة لتأكيد كانط.

---

[1] برتراند راسل، **أصول الرياضيات**، ج1، المصدر السابق، ص33.

المبحث الثالث: التأسيس للرياضيات على المنطق عند برتراند راسل

المطلب الأول: راسل ومفهوم المنطقانية:

لقد توالت أبحاث الرياضيين والمناطقة منذ القديم في محاولة إقامة منطق رياضي صلب، وكانت إسهاماتهم في ذلك عديدة ومتعددة، إلا أنه كان واضحا بأن أمام الرياضيين والمناطقة والفلاسفة بصفة عامة برتراند راسل هو من اشتملت فيه الإسهامات التي لم يكن لها مثيل فيما كانوا قبله، وهي محاولة للجمع بين المنطق والرياضيات، فكان قد استفاد من أفكار سابقه ثم طور فيها ما يحتاج إلى تطوير ثم أتى بصياغات جديدة تماما، فجمعت في فكرة المنطقانية التي قصد بها على العموم رد الرياضيات إلى المنطق، أو ورد كل العلاقات الرياضية إلى علاقات منطقية.

"**النزعة المنطقانية ترد الرياضيات البحتة بحذافيرها إلى المنطق الصوري. أقام هذه النظرية في أواخر القرن الماضي الألماني (فريغة) Frege بالنسبة إلى الحساب والتحليل نضجت مع (راسل)**"[1] .

تعبر فكرة تطور المنطق الرياضي منذ بداية القرن العشرين من اهتمام راسل بعد مساهمته في المؤتمر الدولي الخاص بالرياضيات عام 1900 الّذي قدم له الفرصة في الاحتكاك بأعمال علماء الرياضيات والمنطق وتأثر بأعمال بيانو في ذلك الّذي كان يمتاز بالحجة والبرهان في أبحاثه المنطقية والرياضية، مما ساعده على صياغة المنطق الرياضي الّذي قام بتطويره في كتاب أصول الرياضيات إلا أنّه كان يعبر عن فترة زمنية من تطور المنطق الرياضي- والذي يدعو فيه إلى رد الرياضيات إلى أصول منطقية، وكذا إظهار وجود علاقة وثيقة بينهما[2].

---

[1] جراح سليمة، المرجع السابق، ص 138.

[2] علي عبد المعطي محمد، المرجع السابق، ص ص 237- 238.

ويؤكد على ذلك الارتباط حين قام بإعادة مبادئ الرياضيات التي أدخل من خلالها ثوابتمنطقية، بل أكثر من ذلك يرى: "**بأن جميع الثوابت المنطقية هي ثوابت رياضية**". (1)

فقد كان صوت راسل منذ البداية واضحا، عبر عنه بمحاولاته في رد الرياضيات إلى المنطق إلا أن محاولاته لم تلق أي صدى إلا بعد أن رافقه "هوايتد"، وكان أفضل تجسيد لرغبته هذه في كتابه أصول الرياضيات، "**وكما رأينا كان المنطق هو الّذي رسم لرسل العالم الواقعي المفرط في واقعيته، حتّى امتدت إلى فلسفة الرياضيات، فجعل كياناتها واقعية، عبر راسل عن هذا بقصة طريفة تدور حول حلم تراءى للعالم الرياضيات، لم تكن الأرقام فيه مجموعات جامدة كما كان يضعها من قبل، بل كائنات تنبض بالحياة، الأعداد الفردية مذكرة والزوجية مؤنثة، كلها تتراقص وتتنشد**"(2).

أي أن راسل أدخل الرياضيات إلى عالم الواقع ونزع عنها تلك الصفة الصورية المتعالية عن الواقع من خلال ربط الأعداد بالأشياء الموجودة، فالأعداد الفردية تدل على المذكر والأعداد الزوجية تدل على المؤنث، وعليه جعل من الأعداد الجامدة الصامتة نابضة بالحياة، وكانت نقطة انطلاقة في ذلك المنطق الّذي فتح له أبواب الواقعية على مصرعيها، ومنه أدخلها على الرياضيات، لتصبح هي بذلك أكثر واقعية مما كانت عليه سابقا.

المطلب الثاني: تعريف راسل للرياضيات البحتة

يعرف راسل الرياضيات البحتة على أنّها :" **لرياضة البحتة هي جميع القضايا التي صورتها " ق يلزم عنها ك " ، حيث ق، ك تشتملان على متغير واحد أو**

---

(1)Bertrand Russel **prinbciples of mathimatices, raitge, classies**, britich library, 2010, p8.

(2)علي عبد المعطي محمد، المرجع السابق ، ص270.

جملة متغيرات هي بذاتها في القضيتين، علما بأنّ كلّ من ق، ك، لا تشتمل على ثوابت غير الثوابت المنطقية"[1].

ويعرفها أيضا بقوله: **"الرياضيات البحتة هي صنف جميع المقترحات الخاصة بالشكل"p يدل على q" اي p و q مقترحات تحتوي على متغير واحد أو أكثر الشيء نفسه في الاقتراحين بحيث لا p ولا q يحتوي على أي ثوابت منطقية بإستثناء الثوابت المنطقية، والثوابت المنطقية كلها مفاهيم محددة".[2]**

وقضاياهما حسب راسل تشبه إلى حد كبير القضايا الشرطية وهذا ما يعنيه التضمن، حيث يرى راسل أن الرياضيات البحتة هي في حقيقة الأمر عبارة عن جملة من القضايا التي تكون على شكل شرط (تضمن) ه مع وجوب توفر شرط مفادها أن تكون كلّ من القضيتين (ن و ه) تشتملان على متغير أو أكثر يحافظ على بقاءه فيهما وكذا أن جملة الثوابت في هاتين القضيتين هي بالضرورة ثوابت منطقية بحتة وعند قيامنا بتحليل هذه القضايا الشرطية سنجد أنّها احتوت على أمرين فقط هما المتغيرات الرياضية والثوابت (الصور) المنطقية.

ويعرف"راسل"الرياضيات البحتة على أنّها العلم الّذي نجهل فيه ولا نعرف فيه عن أي شيء نتحدث، ولا نستطيع فيه كذلك أن نحكم بالصدق أو عدمه عما نتحدث فيه، وذلك بسبب أنّنا لا نجد في الرياضيات البحتة سواء أمرين هما الثوابت والمتغيرات، أو أننا كذلك لا نعرف ما نقوله مطابق للواقع الحقيقي أو لا، بسبب أن صدق القضايا يتوقف على صدق الغرض وتحقق الشرط، وصدق هذا الأخير متوقف على تلك القيم التي تعطي كلّ متغير[3].

---

[1] بيرتراند راسل، أصول الرياضيات، ج1، المصدر السابق، ص 33.

[2] Bertrand Russel **prinbciples of mathimatices, raitge,** ibid. p3

[3] محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي**، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1972، ص 153.

إنّ مقصود راسل بالرياضيات البحتة هي تلك الصيغة المنطقية للرياضيات أي تلك الوحدة بين المنطق من جهة والرياضيات من جهة أخرى إلى حد أصبح بإمكاننا استنباط الرياضيات البحة في مجملها من مجموعة المقدمات المنطقية تصبح بذلك الرياضيات جزءا لا يتجزأ من المنطق وتابعة له ومنبثقة عنه[1] .

إن الرياضيات البحتة عند راسل تقوم على أساس التفرقة والتمييز بين المتغيرات من جهة والثوابت من جهة أخرى باعتبارهما هما عناصر هذا النوع من الرياضيات.

فالمتغير هو عنصر عين معين نجده في جل القضايا الرياضية ونستطيع استبداله بحد معين، مثلا عدد أو كلمة أو غيرها، وهذا ما نطلق عليه اسم قيمة المتغير، وهذه الأخيرة هي التي تحدد لنا صدق أو كذب القضايا[2] .

أما الثوابت في هي جملة العناصر التي تحافظ على بقاءها دائما بحد ذاتها ويعرفها راسل: بقول: "***«والثوابت المنطقية هي كل المعاني التي يمكن تعريفها بدلالة اللزوم وعلى علاقة الحد بالفصل هو الذي أحد أفراده ... وفضلا عن هذا فان الرياضة تستخدم معنى في حد ذاته ليس جزءا من القضايا التي تنظر فيه،ا ذلك هو الصدق»***"[3] .

أكد أن الثوابت حسب تعريف راسل ماهي إلا عبارة عن جملة من المعاني التي لا تتغير فهي المحافظة على وجودها الدائم، بل نشترط لزوم وجوده لأنها تعبر عن الصدق الذي لا يتعرض له الشك وهي مصدر يقين ولقد اطلق راسل اسم الصورة وهي التي تحافظ على ثباتها مهما تغيرت الحدود التي تشكل القضايا الرياضية[4] .

---

(1) محمد مهران، **فلسفة بيرتراند راسل**، المراجع السابق، ص 196.

(2) محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي**، المرجع السابق، ص 153، 145.

(3) بيرتراند راسل، **أصول الرياضيات**، ج1، المصدر السابق، ص 31.

(4)محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي**، المرجع السابق، ص 155.

ويرى راسل أنه يجب علينا أن لا ندخل في الرياضيات البحتة أي شيء لا يمكن تعريفه، وهذا ما نلمسه في قوله: "**وينبغي إذا ألا يدخل في الرياضة البحتة شيء لا يمكن تعريفه فيها خلال الثوابت المنطقية، وعلى ذلك يجب ألا يدخل في الرياضة من المقدمات أو القضايا التي لا يمكن إثباتها غير تلك التي تعالج فقط الثوابت المنطقية والمتغيرات**"[1] .

ما نلمسه من هذا القول حرص راسل على ضرورة تأسيس رياضيات البحتة على الثوابت المنطقية، بحيث يجب عدم إدخال ذلك النوع من القضايا والأشياء الّتي تخرج عن نطاق هذه الثوابت ولا يمكن بأي حال من الأحوال تقديم البرهان والاستدلال على صدق وصحة هذا النوع من القضايا والأشياء التي تساهم في حل وعلاج المتغيرات والثوابت فقط، وهذا ما يميز الرياضيات البحتة عن الرياضيات التطبيقية يحقق نفس الغرض وعليه تقلب الموازين فتصبح الثوابت متغيرات. وهذا ما يرفضه راسل لأن الرياضيات البحتة مؤسسة على الثوابت لا على المتغيرات.

---

[1] بيرتراند راسل، **أصول الرياضيات**، ج1، المصدر السابق، ص 38.

المطلب الثالث: راسل ورد الرياضيات إلى المنطق

1_ القضايا والوقائع

عندما تطرق راسل إلى الواقعية نجد راسل يقدم لها تعريفا محددا، بل كل ما قدمه هو جملة من الصفات التي تتسم بها، حيث يقول: "حين أتحدث عن الواقعية... فأنا أعني ذلك الشيء الذي يجعل قضية ما صادقة أو كاذبة، فإذا قلت " السماء تمطر" فإن قولي هذا يكون صادقا في حالة معينة من حالات الطقس وكاذبا في حالات الطقس الأخرى، فحالة الطقس التي تجعل قولي صادقا "أو كاذبا حسب ما يمكن أن يكون الأمر عليه" هو ما سوف أسميه واقعة"[(1)]

ما نستشفه من هذا القول أن راسل يقصد بالواقعة هو حكم أو شيء نستطيع من خلاله أن نطلق صفة الصدق أو الكذب على القضايا، والمثال الذي قدمه راسل دليل على ذلك حيث أن في قولي أن السماء تمطر صحيح في حالة واحدة وكاذبة في باقي الحالات، فمن خلال هذا القول استطعت أن أطلق صفة الصدق إذا كانت السماء تمطر حقا، وصفة الكذب إذا كانت غير ذلك وهذا ما يصطلح عليه راسل اسم الواقعة.

والواقعة عند راسل ليست أمرا جزئيا وإنما جزئيا حالة كلية والواقعة حسبه هي جملة الأحكام التي تجعل الأقوال صادقة أو عكس ذلك أي كاذبة، والواقعة من منظور راسل هي شيء مركب وليس شيئا بسيط بحيث تكون مكونة من أكثر من مكون واحد.أي الواقعة موضوعية في أصلها، أي ليست ذاتية الأصل من إبداع أفكارنا.[(2)]

يعرف "راسل" القضية على أنها:رمز مركب، بمعنى له أجزاء هي أيضا رموز وقد نحدد الرمز بأنه مركب حين لا تكون له أجزاء هي رموز، فهي العبارة المحتوية على ألفاظ عديدة يكون كل لفظ من هذه الألفاظ رمزاً، والعبارة التي تؤلف بين هذه الرموز تكون إذن رمزا مركبا بهذا المعنى.[(3)]

[(1)] محمد مهران، **فلسفة بيرتراند راسل**، المرجع السابق، ص235

[(2)] المرجع نفسه، ص ص235_ 237.

[(3)] المرجع نفسه، ص242.

أي أن القضية حسب مفهوم راسل هي الكل المكون من مجموعة أجزاء تشكل كيانه، هذا الكل وهذه الأجزاء هي في حقيقة الأمر عبارة عن رموز ويستدل راسل على ذلك بالعبارة التي تنطوي على مجموعة ألفاظ، حيث يعتبر كل لفظ بمثابة رمز، والعبارة كلها رمز مكون من مجموعة رموز.ويرى راسل أن القضايا عكس الوقائع تحتوي على فكر، وبالتالي تحتمل إما الصدق أو الكذب، والقضايا كذلك مركبة كما هي الوقائع، والعلاقة بين القضايا والوقائع هي علاقة تناظر، بحيث تفترض كل قضية واقعة تناظرها، نستطيع من خلالها الحكم على القضية بالصدق أو الكذب، بل وأكثر من ذلك فكل ما تحتوي عليه القضية نجد ما يقابلها في الواقعة[1].

أنواع القضايا والوقائع:

إن الأساس الذي ارتكز عليه راسل في نظريته للعالم، الذي يرى أنه يتكون من مجموعة من الأشياء ذات كيفيات، هي ما يصطلح عليها باسم الوقائع[2]التي يتم التعبير عنها بالقضايا وتنقسم هذه الوقائع والقضايا إلى عدة أنواع هي:

1 _الوقائع: تنقسم الوقائع عند راسل إلى:

أ/ **الوقائع الذرية:** المقصود بها تلك الوقائع التي نستطيع من خلالها التقرير والحكم عل القضايا سواء بالصدق أو الكذب، وهذا النوع من الوقائع قد يشتمل على جزئية تحتوي كيفية على سبيل المثال "هذا أبيض" وقد تكون تحتوي أكثر من علاقة بين واقعين أو تكون ثلاثية العلاقة[3].

---

(1)محمد مهران، **فلسفة بيرتراند راسل**، المرجع السابق ، ص246.

(2)ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة التحليل المعاصر**، المرجع السابق، ص134.

(3)محمد مهران، المرجع السابق، ص243.

ب/ الوقائع الجزئية والوقائع العامة:

إن قولنا مثلا "هذا أبيض" نكون هنا أمام واقعة جزئية ولقد كان قبول راسل لهذا النوع من خلال رفضه للنزعة الكلية التي أنكرت علاقة الجمل، أم قولنا:" كل الناس فانون" نكون أمام واقعة عامة.

ج/ الوقائع الموجبة والوقائع السالبة:

إن قولنا أن سقراط حيٌّ نكون في حضرة الواقعة الموجبة، أما قولنا:" سقراط ليس حيًّا" نكون أمام واقعة سالبة، وبالتالي فالواقعة الموجبة هي التي يتم فيها إثبات الشيء، والواقعة السالبة هي التي فيها عكس ذلك، أي نفي الشيء

2/ القضايا: تنقسم القضايا عند راسل إلى:

أ_ **القضية الذرية:** تعتبر من أهم أنواع القضايا المعبرة عن الواقعة الذرية، ويعرفها راسل بطريقتين:"**هي كل القضايا التي لا تحوي أجزاء تكون قضايا، ولا تحوي مفاهيم مثل كل أو بعض" يقصد بذلك أن القضايا التي تكون عامة ولا تحتوي الأجزاء كما أنها من الجانب اللغوي لا تحتوي على مفردات أو مفاهيم التي تدل على الكثرة أو القلة[1]... وبالرغم من أن القضايا الذرية قد تكون لها وجه لعدد غير محدود من الأوجه إلا أنها تمثل نوع واحد من القضايا**".[2]

2_ القضية الجزئية: تعتبر هذه القضية هي الأخرى من بين أهم صور قضايا النسق عند راسل، وتعتمد أساساً على الروابط والألفاظ مثل "أو" ،"إذا"، "و" وغيرها وسميت أيضا بالقضايا التركيبية، لأنها تقوم على التركيب بين جملتين أو كلمتين أو غيرذلك "**فإذا قلت إما أن يكون اليوم هو الثلاثاء، أو نكون قد أخطأنا في الحضور إلى هنا**"[3].

[1]ماهر عبد القادر، **فلسفة التحليل المعاصر** المرجع السابق، ص135.

[2]محمد مهران، المرجع السابق، ص249.

[3]ماهر عبد القادر_، **فلسفة التحليل المعاصر** ، المرجع السابق، ص137.

فالقضية الأولى تشترط حضور الثانية، وهنا تكون القضية مركبة لأنها تحتوي على شقين، ويربطهما رابط، لقد حاول راسل أن يضع الأفكار الأساسية للقضية الجزئية والتي يمكن عن طريقها إقامة حساب القضايا الذي يعتبر القضية "كلها كواحدة واحدة"، دون أن يأخذ بوجهة النظر التقليدية في تقسيمها إلى موضوع ومحمول، وعن طريق هذه الأفكار يمكن الحكم على القضايا والأقيسة بالصدق أو الكذب. وقد غض النظر راسل في القضية عنما كان يعرف بموضوع ومحمول، وأصبح من الممكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب وذلك من خلال إقامته لقضية متكونة من وحدة واحدة في القضية الجزئية.

3_ القضية الوجودية والقضية العامة: تحتوي هذه القضية على صورتين، إلا أننا لا يمكن أن نفصلهما بل لابد من أن نشير إليهما على أنهما مترابطين من خلال مفهوم دالة القضية؛ فدالة القضية تحتوي على معنى أو أكثر لا تحتوي على قيمة محددة، ولا تكون قضية إذا نزعنا عنها المتغير، ومنه تمكن راسل من التمييز بين القضية ودالة القضية لكون القضية تحمل ميزتان صدق أو كذب، بينما دالة القضية تحتوي على ثلاث ميزات: وهي إما أن تكون ضرورية، ممكنة، أو مستحيلة، وبالتالي يكون التعبير يحمل قيمة مجهولة أو لا يحتوي على قيمة بمعنى آخر يسمّى دالة قضية[1].

4_ القضية العامة عمومية تامة: أراد راسل أن يدرس الصورة العامة للقضية وهي القضية العامة عمومية تامة، ويكون هذا النوع مشتملا على جميع القضايا ودوالهما المحتوية على متغيرات فقط، وتتميز بكونها تحصيل حاصل، أي أن هذا النوع من القضايا لا يحتوي على أي ثابت من الثوابت المنطقية[2]

[1]ماهر عبد القادر_، **فلسفة التحليل المعاصر** ، المرجع السابق ، ص ص144-146.

[2]المرجع نفسه، ص151،150.

2_ النسق الاستنباطي عند راسل

أ/ الحساب التحليلي للقضايا:

إن الحساب التحليلي للقضايا هو ذلك الحساب الذي يعتني بدراسة العلاقة التي ترتبط بين القضايا، ويراها راسل علاقة لزوم، وهذا ما يعبر عنه في قوله:" فهذا الحساب التحليلي يدرس علاقة اللزوم بين القضايا، ويجب التمييز بين العلاقة وبين علاقة اللزوم الصوري التي تقوم بين دوال القضايا عندما يلزم عن إحداهما أخرى بجميع قيم المتغير" (1)

أي أن الحساب التحليلي للقضايا مهمة أساسية هو إيجاد العلاقة بين القضايا، وحسب راسل فإن هذه العلاقة هي علاقة شرطية لزومية. مع ضرورة التمييز بين اللزوم الذي ينادي به راسل في تحليله للقضايا وبين اللزوم الذي كان في المنطق الصوري، وذلك بسبب أن هذا الأخير يتم بين القضايا في حدة ذاتها بل بين دوالها، لأن هذا النوع من اللزوم أي جميع قضايا المتغيرة تكون على علاقة لزوم. حيث في حساب القضايا اللزوم يكون على بعض دوال القضايا فقط التي تقع في طريقنا.

يتميز هذا التحليل بأن كل قضاياه تحتوي على فروض، وتنطوي كذلك على نتيجة لازمة عن هذه الفروض وهذا ما نلمسه في قول راسل: " يتميز الحساب التحليلي للقضايا بحقيقة أن جميع القضايا لها فروض ولما تكون نتيجة هي تقرير لزوم مادي، والغرض عادة من هذه الصورة "ق يلزم عنها ك" إلخ... وهذا يساوي القول بأن الحروف التي تقع في النتيجة هي قضايا، وعلى ذلك تكون النتائج عبارة عن دوال قضايا صحيحة لجميع القضايا"(2)

ما نستشفه من هذا القول أن الفروض مكون أساسا يدخل في تركيبة وتكون من كل القضايا، وأن هذه القضايا لها نتيجة هي عبارة عن حكم يصف حالة هذه القضايا، هذه

(1)برتراند راسل، **أصول الرياضيات**، المصدر السابق، ج1، ص46.

(2)المصدر نفسه، ج1، 45.

النتائج عبارة عن مجموعة من الحروف والألفاظ التي تشكل بدورها حول القضايا تتسم بالصحة والصدق واليقين لجميع القضايا.

والنسق الاستنباطي عند راسل وحسابه للقضايا يعتمد على أمرين هما:

النفي ويرمز له ب_ن

والفصل يرمز له ب ن V هـ

ويعتمد كذلك على جملة من المسلمات يمكن إجمالها في:

1_ قانون الثنائية ويكون على الشكل التالي: (نVهـ) C نC

2_ قانون الجمع وشكله كما يلي: هـ C(نVهـ)

3_ قانون التبادل ويكون عل النحو الآتي: (نVهـ) C (هـ Vن)

4- قانون الاشتراك وصيغته كما يلي نV (هـ Vو) Cهو V (نVو)

5_ قانون التجميع وصيغته كما يلي: (هـ V و) C ((ن V هـ) C(ن V و))

كل هذا هو من خصائص بالأوليات سواء مسلمات كانت أو حدودا[1].

أما فيما يخص المشتقات فتكون على ضربين إما حدود تم اشتقاقها بالتعريف، أو قضايا تم اشتقاقها بالبراهين.

ويعتبر التضمن أول حد مشتق بالتعريف ورمز (تع) أو (df) كما كان راسل يرمز له وصيغة ن⊂ هـ = – ن∨هـ= تع

وهناك حدود أخرى غير التضمين مشتقة بالتعريف هي كالأتي:

1-**الوصل:** (الضرب) وصيغته كالآتي ن.هـ– –(–ن–∨–هـ)تع

وفيه تكون القضيتان صادقتين معا بالضرورة وغير كاذبتين.

2-المساواة المنطقية: ورمزها هو (ن=هـ)= [(ن C هـ).(هـ C ن)] [2]

---

[1] محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي**، المرجع السابق، ص ص 173، 174.

[2] المرجع نفسه، ص 174،175.

وتضمن هذه المساواة المنطقية التبادل بين قضيتين عن طريق الوصل (الضرب)

ويرتكز المنطق عند راسل وحسابه للقضايا على جملة من القوانين هي:

1- قوانين ترتكز على النفي

أ. قانون نفي النفي الإثبات ورمزه -(-ن-)=ن

ب.قانون نفي المثلث وصيغته ---ن-- ن

2- قوانين تختص بالضرب وهي:

أ. قانون التوتولوجيا = ن.ن=ن

ب.قانون التبادل في حالة الضرب =ن.هـ=هـ.ن

ت.قانون الاشتراك في حالة الضرب= ن. (هـ . و) = (ن.و) .و

3- قوانين خاصة بالجمع والضرب معا وهي:

أ. قانون التوزيع بين الضرب والجمع ورمزه: ن (هـ∨ و) = (ن.هـ)∨(ن.و)

ب. قانون التوزيع بين الضرب والجمع وصيغته ن∨ (هـ.و) = (ن.هـ) ∨ (ن∨و) U.(∨هـ)= ن∨ ن.هـ[1]

4- قوانين تجمع بين النفي والضرب والجمع

أ. -(ن.هـ)=-ن∨هـ

ب.-(ن.هـ)=-ن ٠-هـ

ت.قانون حذف عامل صادق وصيغته هي: ن(هـ∨-هـ) =ن

ث.قانون حذف عامل كاذب ورمزه = ن ∨هـ.-و=ن[2]

إن حساب وتحليل القضايا هو نقطة البداية عند راسل، وخاصة حساب القضايا الابتدائية ويتم بصورة رياضية وهناك كذلك نوع من القضايا الأخرى يسميه راسل بالقضايا الذرية، وغيرها.

5- قوانين متعلقة بالتضمن والنفي والضرب والجمع حيث تجمع بينهم جميعا وهي:

أ. قانون العكس: ن ⊂ هـ = -(ن .- هـ)

ن ⊂ هـ = هـ ⊂ -ن

[1] محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي**، المرجع السابق ، ص 173.

[2] المرجع نفسه، ص174.

ب. قانون الخلف: ن ⊃ −ن = −ن

−ن ⊃ هـ = −هـ ⊃ ن

6- قوانين لا تدخل فيها المساواة وهي على النحو التالي:

أ. قانون الهوية ورمزه ن ⊃ن

ب. قانون الثالث المرفوع وصيغته ن∨ −ن

ت. قانون عدم التناقض ورمزه −(ن.−ن)

ث. قانون إضافة أحد ورمزه ن ⊃(ن∨هـ)

ج. قانون إضافة تضمن وصيغته ن ⊃(هـ ∨ ن)

ح. قانون القياس وصيغته ((ن∨هـ).(هـ⊃و)) ⊃(ن ⊃ و)

وغيرها من القوانين التي تجاوز عددها أكثر من (400) قانون. [1]

ب- حساب الفئات:

يرى راسل أن قيام حساب الفئات (الفصول) على أساس استنباطي يتطلب توفر ثلاث أمور هي الفصل وعلاقة الفرد بالفصل ودالة القضية وهذا ما يؤكده من خلال قوله:" ويمكن أن نبني الحساب التحليلي للفصول على اعتبار أن فكرة الفصل أساسية وكذلك علاقة فرد في فصل بالفصل الفلسفية ذاته وقد إتبع الأستاذ "بيانو" هذه الطريقة تفضل من الناحية الفلسفية ... بالإضافة إلى هذا سنسلم بفكرة دالة قضية وبفكرة مثل على أنهما مما لا يمكن تعريفهما، وهذه الأفكار الثلاثة التي تميز التحليلي للفصول"[2].

ما يمكن أن نستنتجه من هذا القول أن حساب الفئات لدى راسل مؤسس على ثلاث ركائز أساسية أخذ اثنان منها من عند بيانو و هي الفصل وعلاقة الفرد و عضويته في الفصل و أضاف هو ركيزته ثالثة ألا و هي دالة القضية .

ويعرف راسل الفصل بقوله :"و في الواقع يمكن تعريف الفصل بأنه جميع الحدود التي تحقق دالة قضية ما "[3].

(1)محمد ثابت الفندي، **<u>أصول المنطق الرياضي</u>**، المرجع السابق، ص174.

(2)بيرتراند راسل، **<u>أصول الرياضيات</u>**،المصدر السابق، ص ص 52-53.

(3)المصدر نفسه، ص54.

أي أن الفصل هو عبارة عن جملة الحدود التي نستطيع من خلالها حل و تجسيد دالة قضية ما.

ويرى راسل أن جل قضايا حساب الفئات بإمكاننا أن نستنتجها من الحساب التحليلي للقضايا و هذا ما نلمسه في قوله : "و أغلب الحساب التحليلي للفصول يمكن استنباطها بسهولة من قضايا الحساب التحليلي للقضايا. فحاصل الضرب المنطقي للفصلين أ، ب أ و الجزء المشترك بينهما هو فصل السينات التي يكون لها حاصل الضرب المنطقي " س هي أ" و" س هي ب" صادقا"[1]

ما نستنتجه من هذا القول هو ذلك الترابط الوثيق والعلاقة المتينة بين الحساب التحليلي للفصول والحساب التحليلي للقضايا.

ويستخدم راسل جملة من الرموز لحساب الفئات ، حيث يرمز لعضوية الفرد في الصنف بـ ٤ويرمز كذلك لأعضاء الصنف بالحروف : هـ، و، ي أما الأصناف فيرمز لها بالحروف أ ،ب، جـ، فمثلا إذا أردنا وضع القضية (سقراط إنسان) نرمز لها " هـ ٤ أ": (x٤A)

ونستخدم لسلب الصنف رمز (-أ) ونعني بسلب الصنف صنف الأفراد الذي يجعل القضية (هـ-٤ أ) كاذبة، أما الضرب المنطقي فهو يقابل فكرة الربط في حساب القضايا ويستخدم حساب الأصناف نفس رمز الربط في حساب القضايا، كما يستخدم رمزا جديدا هوΩ ومن ثم فالصيغة تكون (هـ ٤أ . هـ٤ب)x٤A–x٤B^{x} فالضرب المنطقي بين صنفين هو الجزء المشترك بينهما[2].

أما الجمع المنطقي بين الفصول وهذا يقابل فكرة الفصل في حساب القضايا وهو يستخدم نفس الرمز كما يستخدم الرمز وعليه$\cup$ تكون الصيغة للجمع (هـ ٤أ $\vee$ هـ٤$\vee$) أما رمز الاحتواء فهو نفس رمز التضمن في حساب القضايا c وصيغته "cp ب هـ ٤أ $\supset$هـ٤ب"

أما صيغة ورمز التكافؤ (المساواة)" هـ ع أ= هـ ع ب

ويرمز لحساب الأصناف بالصيغة التالية جـ ! أ ($\supset$! $\exists$)[3]

[1]بيرتراند راسل، **أصول الرياضيات**،المصدر السابق، ص56.

[2]محمود فهمي زيدان، **المنطق الرمزي نشأته وتطوره**، المرجع السابق، ص253.

[3]المرجع نفسه، ص 254.

- ويستخدم حساب الأصناف مجموعة من التعريفات:

أ. السلب " هـ- ٤أ = -(هـ ٤أ)

ب. عضو الفرد في الصنف" هـ، و ٤أ = هـ ٤أ. و ٤أ"

ت. الضرب المنطقي " أ∩ب= ك (هـ ٤أ . هـ ٤ب)"

ث. الجمع المنطقي: أ∪ب = ك (هـ ٤أ ∨هـ ٤ب)"

ج. الاحتواء أ⊂ ب= هـ ٤أ ⊃٤ب"[1]

الحساب التحليلي للعلاقات:

يؤكد راسل أن الحساب التحليلي للعلاقات هي دراسة جديدة إذا ما قورنت بدراسة الحساب التحليلي للفصول (الفئات) وهذا ما يؤكده في قوله:" دراسة الحساب التحليلي للعلاقات أحدثت من دراسة موضوع الحساب التحليلي للفصول وكان " بيرس" Pierce أول من تقدم الموضوع على يديه، ولو أننا نجد إشادات طفيفة إليه في أعمال ديمورجان démordant"[2]

ما يمكن استنتاجه من هذا القول هو أن هذا النوع من التحليل جديد على الساحة الفكرية والعلمية وخاصة الرياضيات وأول من يعود له الفضل في اكتشاف هذا الحساب هو الفيلسوف الأمريكي بيرس رغم الإشادات التي قدمها ديمورجان.

ويعرف راسل العلاقة في قوله:" وفي تلكم الأيام كانت العلاقات في اعتباري" مفهومات بصورة قاطعة، فقد كانت تدور في ذهني عبارات من قبيل، س تسبق ص" و" س أكبر من ص" و" "س" شمالي ص" وقد بدا لي- كما زال يبدو لي في الحقيقة حاليا- أنه بالرغم من أن المرء يستطيع من وجهة نظر صوري أن يعتبر العلاقة طائفة من الأزواج المرتبة إلا أن المفهوم هو ما يضفي عل ى الطائفة وحدتها[3]

---

[1]محمود فهمي زيدان، **المنطق الرمزي نشأته وتطوره**، المرجع السابق، ص 255.

[2]برتراند راسل، **أصول الرياضيات** ، ج1، المصدر السابق، ص60.

[3]برتراند راسل، **فلسفتي كيف تطورت**، ترجمة، عبد الرشيد الصادق محمودي، مراجعة وتقديم، زكي نجيب محمود، مكتبة الفلسفة، ط1، 1960،ص ص 104-105.

أي أن العلاقة حسب راسل هي مجموعة الأزواج التي تم ترتيبها ترتيبا معينا، ولقد عرفها من ناحية المفهوم والماصدق معا، وأكد أن المفهوم هو الذي يعطي التماسك للطائفة. ولقد وضع راسل جملة من الرموز لحساب العلاقة وهي على النحو التالي:

- الفئة المكونة من حدود علاقات ويرمز لها بالرمز ع بحد معين ص .
- الفئة المكونة من حدود يرتبط بها معين هو "س" عن طريقة العلاقة ع.
- أما نطاق العلاقة فهو عبارة عن فئة مكونة من كل تلك الحدود ذات العلاقة ع بشيء أو بآخر.
- وأما النطاق العكسي للعلاقة ع فيعرف على انه الفئة المكونة من تلك الحدود التي يرتبط بها شيء أو آخر عن طريق العلاقة ع .
- أما إذا أخذنا مجال العلاقة ع فنجده يتكون من النطاق والنطاق العكسي معا. [1]
- أما عكس العلاقة ع فيكون على الشكل الذي تكون فيه العلاقة التي تقوم بين "ص" و "س" كلما قامت بين "س" و"ص".
- وينشأ حاصل الضرب لعلاقتين ع و ف من خلال العلاقة التي تقوم بين "س" و "ع" عندما يوجد طرف متوسط بينهما "ص"، بشرط أن تكون لـ "س" علاقة بـ "ص" ولـ "ص" العلاقة ف ب ، "ع" [2]وغيرها من الرموز والقوانين، ويرى راسل أن هناك ثلاث أنواع للعلاقات.

العلاقات الوصفية:

ويعرفها راسل في قوله:" ويمكننا أن نبدأ بذلك النوع من العلاقات الذي ينتج ما أسميه بالعبارات الوصفية، وهو ذل النوع من العلاقات التي يمكن أن تكون إلاّ حدّ واحد على الأكثر بحد معين آخر فهي تنتج جملا تستعمل فيها المضاف المفرد والمضاف إليه".[3]

---

[1] برتراند راسل، **فلسفتي كيف تطورت**، المصدر السابق، ص 106.

[2] المصدر نفسه، ص 106.

[3] المصدر نفسه، ص 107.

العلاقات الترابطية:

ويعرفها راسل بقوله:" هو نوع ثاني من العلاقات بالغ الأهمية وهو ذلك النوع من العلاقات الذي يقيم ترابط التقابل بين الفئتين، وهذا نوع من العلاقات هو ما أسميه علاقة "واحد بواحد" وهو ذلك النوع الذي لا تكون فيه" س" واحدة على الأكثر .... فالعلاقة " ع بـ " ص" معينة ولكن توجد فيه أيضا " ص " واحدة على الأكثر يكون لـ "س" معينة العلاقة ع بها ".[1]

أي هذا نوع من العلاقات يربط بين فئتين أو علاقة واحدة بواحدة .

العلاقة التسلسلية:

ويعرفها راسل في قوله:" أما النمط الثالث إلهام من العلاقات، فهو ذلك النمط الذي ينتج التسلسلات، والسلسة كلمة قديمة ومألوفة لكنني أعتقد أنني كنت أول من وضع لها مضبوطاً فالسلسلة(حسب تعريفي) هي طائفة من الحدود ينتظرها ترتيب مصدره علاقة ذات خصائص ثلاث (أ) لابد أن تكون علاقة لا تماثلية... لا بد أن تكون علاقة متعدية... لابد أن تكون علاقة ترابط"[2].

أي هذا النوع من العلاقات ينتج جملة من السلاسل ذات خصائص متعددة فهي غير تماثلية ومتعدية ومترابطة.

نظرية الأنماط:

لقد قدم راسل نظرية الأنماط أساسا للتغلب على بعض التناقضات التي عرفتها الفئات، ومن أجل تقديم حلول لها عالجها على أساس فكرة النمط قدمها في كتابه" برنكيبيا" إنّ تصور رسل لفكرة الفئة من حيث ارتباطها بنظرية الأنماط، ويقدم لنا رسل مثال في الحياة اليومية: لديك ثلاث أنواع من حلوى(أ،ب،حـ) وتركت لك حرية الاختيار في اختيار نوع الحلوى الذي تأكله فتأكل واحدة أو اثنان، أو كلّها، فكم طريقة لديك للاختيار هنا؟[3]

---

[1] برتراند راسل، **فلسفي كيف تطورت**، المصدر السابق ، ص 108.

[2] المصدر نفسه، ص 108-109.

[3] محمد مهران، **فلسفة برتراندرسل**، المرجع السابق، ص ص 271- 272.

إذا رفضتها كلها فهذا اختيار، وإذا اخترت واحدة منها فقط لديك ثلاث (أ فقط أو ب فقط أو حـ فقط) وبذلك تكون لدينا ثلاثة اختيارات، وإذا اخترت اثنين منها، وهكذا يكون بطرق ثلاثة أيضا (أب، أو أحـ ، أو ب ح)، وإذا اخترت الأنواع الثلاث(أ–ب–حـ) تكون لديك طريقة واحدة للاختيار، ونتحصل على ثمانية اختيارات،أي 2^3 وهكذا تعمم، فإذا كان لدينا ن من الأشياء لكان عدد الاختيارات هو$2^{ن}$ من الفئات الفرعية. وإذا وضعنا ذلك في لغة منطقية تأتي كالتالي: الفئة التي يكون عدد حدودها ن يكون لها $2^{ن}$ من الفئات الفرعية، حيث تظل هذه القضية صادقة حتّى حين تكون ن لا متناهية[1].

أي فئة تكون لدينا لا نستطيع أن ندرك عدد أفرادها. ففي حالة الفئات اللامتناهية ، يبين لنا عدم القدرة على إحصاء عدد الأفراد، على عكس الفئات المتناهية، فمثلا لأحد فينا يستطيع إحصاء فئة كل فرد" ثاقبة الأذن"؟ ومع ذلك نستطيع القول عن هذه العبارة (صادقة أو كاذبة) ونقصد بهذا عبارة ثاقبة الأذن(حشرة كان يظن في وقت من الأوقات أنها تنفذ إلى الرّأس عن طريق الأذن). ونحكم عن هذا بفضل المفهوم الذي تتحدد به الفئة، وهناك عبارات مماثلة تماما تصدق في حالة العلاقات.

يمكننا قول أشياء عديدة عن ترتيب الأحداث في الزمان، لأننا نفهم كلمة يسبق مع أننا لا يمكننا إحصاء كل الأزواج" س"
و" ص" التي من قبيل "س تسبق ص". والأزواج لابد أن تكون مرتبة أي أنّه من وسعنا التمييز بين الزوج"س" و"ص" وبين الزوج"ص" و"س"[2].

ولقد عالج راسل فكرة الأنماط من خلال عدة مستويات مختلفة، منها "النظرية المتشعبة للأنماط"، والدافع الذي جعل راسل يبتكر " التشعب" أي التقسيم الداخلي للأنماط على شكل رتب، واعتبر أن مشكلة التناقض الظاهري ظهرت نتيجة تعريف الصفات باستعمال تعبيرات جبرية تحتوي على إشارة" لكل الصفات" لذلك كان لابد من تقسيم الصفات إلى نمط 1 ثم تقسم إلى" رتب" فالرتبة الأولى من الصفات لا يجب رد صفاتها إلى التعبير

[1] محمد مهران، **فلسفة برتراندرسل**، المرجع السابق، ص ص 271– 272.
[2] برتراند رسل، **فلسفتي كيف تطورت**، المصدر السابق، ص ص 104–105.

الجبري" كل الصفات" والرتبة التي تليها هي الرتبة الثانية من الصفات يرد في تعريفها إلى التعبير الجبري" كل صفات الرتبة الأولى، حيث الرتبة الثالثة ترد في تعريفها إلى التعبير الجبري" كل صفات الرتبة الثانية"، وهكذا يتوالى الأمر ونكون تجنبنا ظاهرة التناقض الظاهري.

ولكي يحقق راسل هذه النتيجة ابتكر راسل بديهية القابلة للاختزال، حيث تقوم هذه البديهية على طريقة اختزال الرتب الموجودة في نمط إلى أدنى الرتب، ولكنه سرعان ما تخلى عن هذه النظرية، لأنها تحقق نتائج على حساب جانب آخر،وأوقعت نظرية الأعداد الحقيقية في صعوبات لأنها أخفت أهم تعريفاتها ونظرياتها.

اصطدم راسل بعدة عوائق خلال مرحلة بناء مشروعه المنطقي من خلال التناقضات التي وقع فيها في مختلف نظرياته المنطقية، ولهذا سعى دائما وكان حرص على تجنبها خوفا من تهدم له هذا البناء المنطقي الذي يسعى من خلاله الوصول إلى الدقة والموضوعية التامة القائمة على قواعد المنطق و الرياضيات الصحيحة حيث لا يشوبها أي لبس أو غموض، ولذلك توالت سلسلة أبحاثه المنطقية[1].

3- نظرية الأوصاف:

هناك دوال وصفية تحمل تعبيرات مثل" أب×" أو جيب الزاوية× ونعرفها بمعنى الأوصاف الذي نعرفه عامة بالوصف." والوصف نوعان: محدد وغير محدد(أو مبهم)، فالوصف غير المحدّد هو الذي يأخذ صورة العبارة كذا- و-كذا، أما الوصف المحدّد فهو على هيئة" الكذا - و - كذا"(بصيغة المفرد) [2].

بمعنى أن الوصف وصفان، هناك ما هو وصف واضح محدد كأن نقول رأيت فلان ونصفه كشخصية واحدة تعمل مميزات معينة، بينما الوصف الغير واضح أو الغير محدد هو

---

[1]إيه سي جرايلينيج، **برتراند راسل مقدمة قصير جدا**، المرجع السابق ، ص ص 46- 47.

[2]برتراندراسل، **مدخل إلى فلسفة الرياضيات**، المصدر السابق، ص175.

الذي يكون بتعبير عن المعنى فقط وليس وصف بالذات، أو وصفا للشيء بهيئة صيغة المفرد كما هي .

وتعتبر نظرية الأوصاف من بين نظريات راسل التي نالت الإعجاب والتقدير. وقد وضعت كبداية للفلسفة التحليلية، إلّا أنّ هذا لا ينفي أن النظرية قد سلمت من النّقد، لكن هذا النقد لم يكن كافي على ما يبدو لفشل راسل أو فشل نظريته، حيث يرى بأن القضية تحتوي كائنات موجودة وبالتالي تكون حدود القضايا وموضوعات الفكر عبارة عن كائنات، ليست بالمعنى الوجودي، أو وجودها فعلي، بل فقط لكونها كيان أو وجود، لكن هذا الرأي قد يحملنا إلى تخيل موضوعات ليس لها وجود،وهذا ما أدّى براسل إلى التخلي عنه[1].

" يقول كواين:" كانت نظرية الأوصاف المنطقية التي وضعها راسل مهمة من الناحية الفلسفية بفضل علاقتها المباشرة بالمشكلات الفلسفية المتعلقة بالمعنى والإحالة، وبفضل قيمتها التوضيحية كنموذج للتحليل الفلسفي"[2].

فقد كانت نظرية الأوصاف التي ابتدعها راسل قد لقيت اهتماما واسعا ومكانة بالغة، والدليل على ذلك هو إقرار كواين بأهميتها، حيث اعتقد بأن هذه النظرية ذات أهمية من الناحية الفلسفية تتجلى من خلال تلك الصّلة التي ربطتها بالمشكلات الفلسفية التي تتعلق بدورها بالمعنى والإحالة، وهي ذات أهمية من ناحية أنها ذات قيمة توضيحية بوصفها نموذج تحليلي فلسفي.

وتعتبر القضية الذرية من بين القضايا التي تحتوي على جزئيات، حيث ليست سوى وصف لهذه الجزئيات، بل هي جزئيات بالفعل، فالأسماء هي الوحيدة التي تسمى هذه الجزئيات وتقر بأنّها جزئيات، فمثلا استخدامنا لأسماء نألفها في واقعنا الذي نعيشه كسقراط مثلا ما هي إلّا اختصارات لأوصاف، كما أنّ هذا الوصف قد لا يكون لجزئيات فقط بل يكون عبارة تركيبات لأنساق معينة.كما سبق وذكرنا في التعريف بالمحدّد وغير المحدّد، لأن الجزئي هو ما يرتبط بالمحدّد أن ما يكون على صلة به،أو أن يكون المتكلم على اتصال مباشر به، فمن الصعب أن نعطي أسماء لأشياء لسنا على اتصال بها[3].

---

[1] محمد مهران، **فلسفة برتراندرسل**، المرجع السابق، ص ص 278- 280.

[2] إيه سي جرايلينيج، **برتراندراسل مقدمة قصير جدا**، المرجع السابق، ص 118.

[3] ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة التحليل المعاصر**، المرجع السابق، ص ص 185- 186.

ومنه نستنتج أن هناك فرق بين الاسم والوصف، كما في القضية " سكوت هو مؤلف وفيرلي" فيكون الاسم مرتبط بسكوت والوصف بـ مؤلف وفيرلي والتي تثبت نفس الشخص، ولو عوضنا الاسم باسم آخر تصبح القضية كاذبة، كأن نقول " سكوت هو السير والتر" هنا السير والتر ليست صفة بل اسم آخر لسكوت والاسمين معا يعتبران وصفا لأنه تمت تسميته بدلا من اسمه، والوصف لا يمكن أن يكون إلا على ما هو موجود، فلا نستطيع أن نتكلم على من يسكنون بلندن لأن السكن ليس صفة وحيدة، كما لا نستطيع الكلام على ملك فرنسا حاليا لأنه لا يوجد ملك في فرنسا،في حين نستطيع الكلام عن ملك انجلترا، ومنه نستطيع تكوين دوال للقضايا خاصة بالأوصاف تستبدل برموز، بحيث يكون لكل قضية إذا لم يصف الوصف أمرا ظهور أولي كاذب، فتكون بذلك الأوصاف صور لدوال وصفية يتم التعبير عنها بحدود للعلاقات[1].

وعليه فالتحليل الذي يعطيه راسل للأوصاف ليس تحليلا لوصف الجمل وحدها، بل لما يكون واردا في تلك الجمل من قضايا[2].

وبالنظر إلى هذه النظرية عند تحليل القضية التي يوجد فيها كذا وكذا تحليلا صحيحا، ستكون العبارة كذا وكذا غير موجودة (تختفي) ففي القضية المذكورة سابقا (كان سكوت مؤلف وافرلي) تفسر هذه القضية بأن هناك رجل واحد فقط كتب وافرلي واسمه سكوت وبمعنى أكثر " ثمة كينونة ج من قبل القضية " س كتب وافرلي" صادقة إذا كانت س هي ج) وكاذبة إذا لم تكن فرد على ذلك أن ج هو سكوت" والعكس فيما لا يوجد، أي أن ليس هناك كينونة محددة على سبيل المثال ج فتصدق إذا كانت س هي ج ولا تصدق فيما عدا ذلك وبالتالي يكون دور الكينونة أو الوجود في هذه النظرية تأكيدا للأوصاف، فتستطيع أن نقول بأن مؤلف وافرلي موجود بينما لا نستطيع أن نقول بأن سكوت موجود لأنه سيصبح نحو سيء أو خلل في التركيب اللغوي[3].

---

[1]برتراندراسل، **مدخل إلى فلسفة الرياضيات**، المصدر السابق، ص ص 181- 187.

[2]محمد مهران، **فلسفة برتراندرسل**، المرجع السابق، ص ص 286.

[3]برتراند راسل، **تاريخ الفلسفة الغربية**، المصدر السابق، ص493.

إستنتاج

من خلال تحلينا لهذا الفصل والمعنون بـ: "النزعة المنطقانية عند راسل ورد الرياضيات إلى المنطق" حاولنا أن نتوصل إلى جملة من النتائج ندرجها:

- إن العلاقة بين المنطق و الرياضيات عند راسل، هي علاقة جد وثيقة تصل إلى حد التطابق بينهما وهذا ما يبرر النزعة المنطقية عنده.
- إن سبب رد راسل الرياضيات للمنطق يعود إلى أن المنطق يشتمل على جملة الثوابت التي تتغير. أما الرياضيات فتشتمل على مجموعة المتغيرات.
- إن أبرز تجليات الرد عند راسل تتمثل في مفهوم المنطقانية التي تقوم على أساس رد الرياضيات البحتة إلى المنطق. وكذلك من أبرز مجال ومظاهر هذا الرد نجد النسق الاستنباطي الذي يحتوي على ثلاثة أقسام:

قسم يتعلق بحساب القضايا، وقسم يتعلق بحساب الفئات، وآخر يتعلق بحساب العلاقات.

ولعل الهدف الأساسي من هذه الدراسة هو إبراز العلاقة القائمة بين الرياضيات والمنطق

خاتمة

من خلال دراستنا هذه حاولنا تقديم لمحة تاريخية لتطور علم الرياضيات و المنطق عبر الحقبات الزمنية، مبرزين في ذلك أهم نقاط التوافق بين العلمين، وسنحاول في هذا العمل و كاستخلاص له تقديم أهم النتائج المتوصل إليها والمرجوة منه أن نقدم بعض الإجابات حول التساؤلات المطروحة.

وقد تتبعنا في ذلك الحركة التاريخية لكلا العلمين مبرزين في ذلك أهم الأعمال التي قام بها مجموعة من المناطقة والرياضيين قبل راسل في هذا المجال ، وصولا إلى المنطقانية الراسلية التي أختزل بها جميع الأفكار، وأهمها رد الرياضيات برمتها إلى المنطق

وقد قام راسل بهذا العمل بعد أن تأثر بأعمال فريجة التي لم تلق صدى في ذلك الوقت وبعد أن انتبه إلى الأزمة التي حدثت في الرياضيات المعاصرة والتي عرفت بأزمة الأسس المترتبة عن نظرية المجموعات التي قدمها كانتور في الرياضيات.

والتي أتضح فيما بعد بأنها تحتوي على نقائض لا يمكن قبولها في المنطق الرياضي، وهذا ما رفضه راسل وحاول إيجاد الحل لها ، وكان ذلك من خلال محاولة الدمج بين علمين نشآ في بادئ الأمر منفصلين، حيث نشأت الرياضيات لحاجات إنسانية كما سبق و ذكرنا، وتتحدد نشأتها تاريخيا تقريبا مع اليونان الذين اعتبروها علما يقينيا خالصا لا يمكن أن يتسرب إليه الشك، ونقصد الرياضيات هنا بجزأيها كعلم متصل (الهندسة) والعلم المنفصل (الجبر). ثم كان بعد ذلك ظهور المنطق على يد أرسطو، الذي أعطى فيه قوانين استنباطية لم تكن موجودة قبله ثم حدث الدمج بينهما على أساس النسق الاستنباطي الذي يعتمده كلا منهما.

والحديث عن منطقانية راسل هنا هو بصيغة أبسط الحديث على منطق رياضي الذي سمي أيضا لوجستيقا ، والذي كانت دراسته معاصرة جدا مع كتابات بيرتراند راسل و هوايتهد الذي شاركه فيها، وذلك لكونهم مهتمين بهذه الدراسة ومنجذبين إليها من جهة ، ومن جهة

أخرى وهي الأهم، هي محاولة تأسيس رياضيات متناسقة خالية من التناقض – نتيجة ما حدث من نقائض في الرياضيات – ترتب عنها مجموعة من الاتجاهات أو النزعات نجد الاتجاه الحدسي، الاتجاه الاكسيوماتيكي، والاتجاه المنطقاني.

ولقد أصبح هذا العلم الجديد الذي ابتدعه راسل في ربطه بين علمين نشآ منفصلين دراسة مهمة لكل رياضي ومنطقي جاء بعده في محاولة معرفة سبب هذا الالتحام بين العلمين.

والهدف الرئيسي في ذلك هو إعادة الاعتبار لليقين الرياضي دون أن ننسى دور الفلسفة أو الغرض الذي تسعى إليه ، وهو الوقوف على أبعادها المطلقة والسر الذي كشفت عنه فلسفة الرياضيات هو استقرار العلاقة القائمة بين المنطلقات والنتائج. وحين امتازت الرياضيات بتعدد نظرياتها نادت هذه الأخيرة أن تضفي عليها الطابع النسبي ولكننا إذا حرصنا بشدة على الانسجام المنطقي بين المقدمات والنتائج لاستطعنا أن نتوصل إلى فكر خالي من أي تناقض وهو المطلوب هنا، وبالتالي يمكننا رؤية العلاقة بين الرياضيات والمنطق،ثم ليتبين لنا كيف أن الرياضيات منطقية في جوهرها برغم تجاوزها للمنطق الصوري الذي كان أسيرا للغة العادية، مما أهلها لأن تكون لغة العلوم.

قائمة المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع

❖ **المصادر باللغة العربية:**

1. برتراند راسل ، **أثر العلم في المجتمع**، تر، صباح صديق الدملوجي، المنظمة العربية للترجمة، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت ، لبنان، ط1، 2008.
2. برتراند راسل، **حكمة الغرب ج$_2$ الفلسفة الحديثة والمعاصرة**، ترجمة فؤاد زكريا، عالم المعرفة، الكويت، 1983.
3. برتراند راسل، **فلسفتي كيف تطورت**، ترجمة، عبد الرشيد الصادق محمودي، مراجعة وتقديم، زكي نجيب محمود، مكتبة الفلسفة، ط1، 1960.
4. برتراند راسل، **مدخل إلى فلسفة الرياضيات**، ترجمة ، عبد اللطيف الصديقي، دار التكوين للتأليف والترجمة والنشر، ط1، 2009.
5. برتراند رسل، **أصول الرياضيات**، ترجمة محمد مرسى أحمد وأحمد فؤاد الأهواني، ج$_1$، دار المعارف، مصر، 1958.
6. برتراند رسل، **أصول الرياضيات**، ترجمة محمد مرسى أحمد وأحمد فؤاد الأهواني،ج$_4$، دار المعارف، القاهرة، 1964.
7. برتراند رسل، **تاريخ الفلسفة الغربية، الكتاب الثالث الفلسفة الحديثة**، ترجمة:د.محمد فتحي الشنيطي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، د ط، 1977.
8. بيرتراند راسل، **النظرة العلمية**، ترجمة، عثمان نويه، دار الهدى للثقافة والنشر، ط1، 2008.
9. بيرتراند راسل، **بين الشك والعاطفة**، ترجمة، آلان وود، دار الأندلس للطباعة والنشر والتوزيع، لبنان، ط1، 1984.
10. بيرتراند راسل، **سيرتي الذاتية**، تر، عبد اله عبد الحافظ وآخرون، دار المعارف بمصر، القاهرة، د.ط،1914.

❖ **قائمة المصادر باللغة الأجنبية**

1. beritaind russel.jntrouduction to mehermatical philpsophy originally published by george allen and unwin, LTD, London, 1919.

2. Bertrand Russel **prinbciples of mathimatices, raitge, classies**, britich library, 2010.

❖ **المراجع باللغة الأجنبية:**

1. Abdelkader Bachta, **l'espace et le temps chez Newton et Kant**, Publication de la faculté des sciences humaines et sociales, Tunis, 1991.
2. Jan Lukasiewicz, **Aristotle's Syllogistic From the Standpoint of Modern Formal Logic**, Oxford Univ Press, 2^{nd} edition, 1957.
3. Léon Brunschvicg, **Les étapes de la philosophie mathématique**, Librairie Félix, Alcan, 1912.
4. Steven Nadler, **Spinoza's Ethics**, An introduction ,Cambridge university press, New York, 2006.

❖ **المراجع باللغة العربية:**

1. ادموند هوسرل، **أزمة العلوم الأوربية والفنومينولوجيا الترانسندنتالية**، ترجمة: د. إسماعيل المصدق ومراجعة: د. جورج كاتورة، مركز دراسات الوحدة العربية، ط1، بيروت،2008.
2. ايمانويل كانط، **مقدمة لكل ميتافيزيقا مقبلة متبوع بأسس ميتافيزيقا الأخلاق**، ترجمة: نازلي إسماعيل حسين ومحمد فتحي الشنيطي، تقديم عمر مهيبل، سلسلة الأنيس للعلوم الإنسانية، موفم للنشر، د ط، 1991.
3. إيمانويل كانط، **نقد العقل المحض**، ترجمة موسى وهبة، مركز الإنماء العربي، لبنان، د ط، د ت.
4. بول موي، **المنطق وفلسفة العلوم**، ترجمة: فؤاد زكريا، دار نهضة مصر ،القاهرة، د.ط، د.ت.
5. جون بول دولاهي، **هل اللانهاية في الرياضيات مفارقة**، تر، أبو بكر سعد الله وعدنان الحموي، مجلة العلوم، المجلد18، العددان 8/7، مؤسسة الكويت للتقدم، الكويت، يوليو/ اغسطس، 2002.

6. جون ماكليش، **العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكومبيوتر**، ترجمة: د. خضر الأحمد ود. موفق دعبول، مراجعة: د.عطية عاشور، سلسلة عالم المعرفة، الكويت،1999.

7. حربي عباس عطيتو محمود، **العلوم عند العرب، أصولها وملامحها العربية**، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، 1995.

8. د. رواية عبد المنعم عباس، **الفلسفة الحديثة والنصوص**، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية،1987.

9. د. عبد الوهاب جعفر، **أضواء على الفلسفة الديكارتية**، الفتح للطباعة والنشر، القاهرة، ط2، 1990.

10. د. مهدي فضل الله، **فلسفة ديكارت ومنهجه"دراسة تحليلية ونقدية"**، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت–لبنان، ط3، 1996.

11. د. مهدي فضل الله، **فلسفة ديكارت ومنهجه"دراسة تحليلية ونقدية"**، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت–لبنان، ط3، 1996.

12. **دوفي فرنان، مدخل إلى فلسفة المنطق**، تر: محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.

13. ديكارت، **مقال عن المنهج**، تر:محمود محمد الخضيري، مراجعة وتقديم د. محمد مصطفى حلمي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ط3، 1985.

14. راضي حازم، **المنطق والرياضيات ودورها في تشكيل المعرفة العلمية**، المعهد الوطني للإدارة العامة، دط، 2012.

15. رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات التجريبية بين الجبر والحساب**، ترجمة حسين زين الدين، مركز دراسات الوحدة العربية، د ط، د ت، ص 57.

16. روبار بلانشاي، الأكسيومية أو منظومة الأوليات، تعريب: محمود بن جماعة، دار محمد علي للنشر، صفاقس– تونس، ط1، 2004.

17. روبار بلانشي، **الأكسيومية أو منظومة الأوليات**، تعريب محمود بن جماعة، دار محمد علي للنشر، ط01، 2004.

18. روبار بلانشي، **الأكسيومية أومنظومة الأوليات**، تعريب، محمود بن جماعة، دار محمد علي للنشر، ط1، 2004.

19. روبير بلانشي، **المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل**.

20. رودولف كارناب، **الأسس الفلسفية للفيزياء**، تر، السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، مصر، دط، دت.

21. رولان أومنيس، **فلسفة الكوانتم**، ترجمة أحمد فؤاد باشا، يمنى طريف الخولي، سلسلة كتب ثقافية شهرية يدرسها المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، د ط، 2008.

22. زبيدة مونيا، **الرياضيات بنظرة فلسفية على خطى كفاييس**، ألفا للوثائق، الجزائر، قسنطينة، ط01، 2017.

23. زيادون ساردر حيري رافتر، **علم الرياضيات**، ترجمة ممدوح عبد المنعم، د ط، 2002.

24. صبري محمد خليل، **مقدمة في الفلسفة وقضاياها**، الجمعية الفلسفية لطلاب جامعة الخرطوم، د ط، 2005.

25. عبد الرحمن بدوي، **مناهج البحث العلمي**، وكالة المطبوعات، الكويت، ط3، 1977.

26. عبد القادر بشتة، **العقل العلمي في عصر التنوير**، دار الطليعة للطباعة والنشر، لبنان، بيروت، د ط، 1997.

27. عبد اللطيف يوسف الصديقي، **مسألة اللانهائية في الرياضيات (نظرية جورج كانتور)**، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ط01، 1999.

28. علي عبد المعطي محمد ، **المنطق ومناهج البحث العلمي في العلوم الطبيعية والرياضية**، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، ط2، 2004.

29. علي عبد المعطي محمد، **المنطق ومناهج البحث العلمي في العلوم الرياضية والطبيعية**، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، مصر، ط02، 2004.

30. عيسى عبد الله، **قراءة جديدة للعلوم عند العرب**، دراسة تحليلية، منشورات فاليتا، مالطا، دط، 2002،.

31. غاستون باشلار، **الفكر العلمي الجديد**، ترجمة: عادل عوا، موفم للنشر، د ط، الجزائر، 1990.

32. فاضل سلامة الشطناوي، **أسس الرياضيات ومفاهيم الهندسة الأساسية**، دار المسيرة، عمان، ط1، 2008.

33. فايز فوق العادة ، **الرياضيات علم وفن**، د ط، د ت.

34. فليب فرانك، **فلسفة العلم الصلة بين العلم والفلسفة**، تر، علي علي ناصف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، ط01، 1883.

35. كامل محمد محمد عويضة، **إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي**، دار الكتب العلمية، ط1، بيروت–لبنان، 1994.

36. ليبنيتز، **المونادولوجيا أو مبادئ الفلسفة وبديل المبادئ العقلية لطبيعة والنعمة**، ترجمة ألبير نصري نادر، بيروت،1952.

37. مارتن هيدغر، **السؤال عن الشيء حول نظرية المبادئ الترنسندنتالية عند كَنْت**، ترجمة: د.إسماعيل المصدق، المنظمة العربية للترجمة، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت–لبنان، ط1، 2012.

38. ماهر عبد القادر محمد علي، **فلسفة العلوم المنطق الاستقرائي**، دار النهضة العربية، بيروت، ج1، 1984.

39. محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي**، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1972.

40. محمد ثابت الفندي، **فلسفة الرياضة**، دار النهضة العربية، لبنان، بيروت، ط01، 1963، ص ص 90-91.

41. محمد عابد الجابري، **مدخل إلى فلسفة العلوم "العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي**"، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت– لبنان، ط2011،7.

42. محمد محمد قاسم، **مدخل إلى الفلسفة**، دار النهضة العربية، بيروت – لبنان، ط 1، 2001.

43. محمد محمد قاسم، **نظريات المنطق الرمزي "البحث في الحساب التحليلي و المصطلح**"، درا المعرفة الجامعية،دط، 2002.

44. محمد مهران، **المنطق**، دار المعارف، القاهرة، د ط، د ت.

45. محمد يوسف الحجيري، **الهندسات الإقليدية و المصادرة الخامسة**، شبكة الألوكة ، الجامعة اللبنانية، فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي، د ط، د ت.

46. محمود فهمي زيدان ، **المنطق الرمزي نشأته وتطوره**، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، لبنان، بيروت، 1979.

47. محمود قاسم، **المنطق الحديث ومناهج البحث**، مكتبة الأنجلو مصرية، ط2، 1953.

48. نجيب بلدي، **دروس في تاريخ الفلسفة**، أعدها للنشر الطاهر وعزيز-كمال عبد اللطيف، المعرفة الفلسفية، دار توبقال للنشر، الدار البيضاء، المغرب، ط2 ،1997.

49. هانز رايشنباخ، **نشأة الفلسفة العلمية**، تر، فؤاد زكريا، .دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، مصر، الاسكندرية، د ط، 1951.

50. هنري بوانكاري ، **العلم والفرضية**، تر، حمادي بن جاء بالله، مركز دراسات الوحدة العربية، المنظمة العربية للترجمة، لبنان، بيروت، ط 01، 2002.

51. هنري بوانكاريه، **قيمة العلم**، ترجمة، الميلودي شغموم، دار التنوير للطباعة والنشر والتوزيع، بيروت، 2006.

52. يمنى طريف الخولي،**فلسفة العلم في القرن العشرين الحصول الحصاد والأفاق المستقبلية**،عالم المعرفة،الكويت، 2000.

53. يوسف كرم، **تاريخ الفلسفة اليونانية**، السلسلة الفلسفية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، مصر، 1936.

❖ **المعاجم والموسوعات:**

1. إبراهيم مدكور، **المعجم الفلسفي**، الهيئة العامة للمطابع الأميرية، القاهرة، 1983 م.

2. أحمد موساوي، **معجم المناطقة**، موفم للنشر، الجزائر، 2015.

3. أندريه لالاند، **موسوعة لالاند الفلسفية**، ت خليل أحمد خليل، منشورات عويدات، بيروت، باريس، ج2، ط2، 2001.

4. باقر أمين الورد، **معجم العلماء العرب**، مكتبة النهضة العربية، لبنان، بيروت، ط01، 1406هـ - 1986م.

5. الجرجاني، **كتاب التعريفات**، مكتبة لبنان، ساحة رياض الصلح، بيروت، دط، 1985.

6. جميل صيبا، **المعجم الفلسفي**، ج1، الشركة العالمية للكتاب، بيروت، دط، 1994.

7. رشدي راشد، **موسوعة تاريخ العلوم العربية**، ج2، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت- لبنان، ط2، 2005.

8. روزنتال يودين، **الموسوعة الفلسفية**، ترجمة: سمير كرم، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، ط2، 2006.

9. عبد الحلو، **معجم المصطلحات الفلسفية**، المركز التربوي للبحوث والإنماء، مكتبة لبنان، ط1،1994.

10. عبد الرحمن بدوي ، **موسوعة الفلسفة**، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، لبنان، ط01، 1984، ج01.

11. فريد نال ألكي، **الطبيعة والحقيقة في فلسفة سبينوزا**، ترجمة أحمد العلمي، مجلة مدارات فلسفية، العدد الخامس، الفصل الأول، البعد الطبيعي السبينوزي والرياضيات،2008.

12. فؤاد افرام البستاني، **قاموس لكل فن ومطلب**، من أرتنا الى أرسطو، دار المعارف، بيروت، 1971، المجلد التاسع.

13. محمود يعقوبي، **أصول الخطاب الفلسفي محاولة في المنهجية**، ديوان المطبوعات الجامعية الجزائر،دط، دت.

14. محمود يعقوبي، **معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام**، الميزان للنشر والتوزيع، درارية، الجزائر،ط2،1998.

15. محمود يعقوبي، **معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام**، دار الكتاب الحديث، القاهرة، ط2، 2008.

16. مصطفي حسيبة، **المعجم الفلسفي**، دار أسامة للنشر والتوزيع، منتدى صور الأزكية، عمان، الأردن، ط1، 2009.

17. الموسوعة العربية، مختارات ، فلسفة-اجتماع - عقائد، منتدى مكتبة الاسكندرية، د.ط، د.ت، ج3.

1. André Lalande, **Vocabulaire technique et critique de la philosophie**, P.U.F,Paris, 15éme édition, 1985.

❖ **المجلات والمقالات:**

1. أحمد حسن، **الأسس الرياضية عند النزعة المنطقانية**، مجلة مقاربات، العلم والمعرفة، العدد، المجلد 2، جامعة الجلفة، 2018.
2. أحمد حسن، **الأسس الرياضية عند النزعة المنطقانية**، مجلة مقاربات، العلم والمعرفة، العدد 31، المجلد01، جامعة الجلفة، 2018.
3. أحمد حسن، **منزلة الرياضيات في الفلسفة الإغريقية "مرحلة ما قبل سقراط"**، مجلة قاربات، العلم والمعرفة، العدد 29، المجلد 2، جامعة الجلفة، 2017.
4. ديكارت، **مقال عن المنهج**، تر:محمود محمد الخضيري، مراجعة وتقديم د. محمد مصطفى حلمي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ط3، 1985.
5. ر. ج. كولنجود، **مقال في المنهج الفلسفي**، ترجمة ودراسة وتقديم: فاطمة إسماعيل، مراجعة: إمام عبد الفتاح إمام، المجلس الأعلى للثقافة، القاهرة، 2001.

❖ **الرسائل الجامعية:**

6. زبيدة مونيا بن ميسي حرم بن عيسي، **فلسفة الرياضة عند جون كفاييس** ، دراسة تحليلية ابستيمولوجية، اشراف الزواوي بغورة، قسم الفلسفة، كلية العلوم الانسانية والعلوم الاجتماعية، جامعة منتوري، قسنطينة، 2007- 2008.
7. زيات فيصل، المنطق والرياضيات عند بيرتراند راسل، أطروحة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه ل م د، جامعة وهران02، وهران،2016-2017.

Geneviève Rodis-lewis,**Descartes**, Librairie générale, Paris, 1984.
Jan Lukasiewicz, **Aristotle's Syllogistic From the Standpoint of Modern Formal Logic**, Oxford Univ Press, 2nd edition, 1957.

الملاحق

فهرس بأهم المصطلحات*

إبستيمولوجيا (Epistémologie): "هي النظر النقدي في مبادئ العلوم وفروضها ونتائجها للوقوف على أحوالها المنطقية وعلى قيمتها المعرفية".

بداهة (Evidence): هي المعرفة التي يذعن الفكر لتصديقها دونما نظر أو استدلال، والقضية البديهية هي القضية التي لا يمكن الشك في صدقها عند إدراك دلالتها".

بديهية (Axiome): هي كل قضية تعد بينة بذاتها، و تقبل على أنها صحيحة بلا برهان و توضع بقرار صادر عن العقل".

مسلمات (Postulats): قضايا مقترحة غير بينة بذاتها لكننا ننقاد إلى تلقيها.

برهان بالخلف (Raisonnement par l'absurde): "برهان قائم على الانطلاق من نقيضين وإثبات خطأ أحدهما لإثبات صحة الآخر".

تفكر (Noèse): مصطلح استعمله هوسرل خاصة لدلالة على فعل التعقل وهو يسمى (Noème) الموضوع الذي يتناول الفكر.

جبر (Algèbre): فرع من فروع الرياضيات أنشأه الخوارزمي، يبحث في العلاقات الرياضية المحدد ويعبر عنه بالحروف والرموز، والجبر المنطقي(Algèbre de logique) هو تطبيق الجبر على العلاقات المنطقية.

جمع منطقي (Addition Logique): عملية منطقية تطبق على التصورات والقضايا ويعبر عنها بالرمز (+).

حساب اللامتناهيات (Calcul infinitésimal): طريقة في الحساب وضعها ليبنيتز تشمل على حساب التفاضل وحساب التكامل.

حكم تحليلي (Jugement analytique): عند كانط: "الحكم العقلي الذي نستخرج فيه المحمول من مجرد تأمل الموضوع".

حكم تركيبي (Jugement synthétique): عند كانط: "الحكم العقلي الذي يكون فيه المحمول مأخوذا من الاختبار ولا يدخل بالضرورة في تعريف الموضوع.

---

* أنظر في هذا الصدد:

- André Lalande, **Vocabulaire technique et critique de philosophie**, P.U.F, Paris, 15éme édition, 1985.
- Larousse, sous la direction de Michel Blay, Grand Dictionnaire de la Philosophie, Paris, 2005.
- الجرجاني، **كتاب التعريفات**، مكتبة لبنان، ساحة رياض الصلح، بيروت، دط، 1985.
- محمود يعقوبي، **معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام**، الميزان للنشر والتوزيع، درارية، الجزائر، ط2، 1998.
- عبد الحلو، **معجم المصطلحات الفلسفية**، المركز التربوي للبحوث والإنماء، مكتبة لبنان، ط 1، 1994.

حكم تركيبي قبلي (Jugement synthétique à priori): عند كانط: "الحكم الذي ليس محمول القضية المعبرة عنه متضمنا في تصور موضوعها والذي لا يرجع إلى التجربة والمطابقة بينه وبين الواقع لمعرفة صدقه، بل هو صادق بالضرورة".

دور (Cercle): توقف الشيء على ما يتوقف عليه.

رياضيات (Mathématiques): اسم يطلق على مجموعة العلوم التي تتناول العدد والترتيب والامتداد، وعلى الجملة، العلوم التي تتناول الكم المتصل والمنفصل، ويسميها القدماء التعاليم.

العالم المحسوس (Le monde sensible): مجموعة الأشياء التي يتناولها الإدراك الحسي.

العالم المعقول (Le monde intelligible): كل ما يدركه العقل دون الحس والخيال.

علم العدد (Arithmétique): عند الفيثاغوريين البحث في الأعداد الطبيعية وخصائصها، وهو تميز عن علم الحساب(Calcul)الذي يهتم بالعمليات الحسابية ويحمل طابعا علميا، بينما علم العدد يحمل طابعا نظريا فقط.

قاعدة (Règle): قضية كلية منطبقة على جميع جزئياتها.

لامتناهي (Infini): ما لا يمكن أن تكون له نهاية.

مبدأ (Principe): ما يعلم بذاته ويحصل منه العلم بشيء.

مبدأ عدم التناقض (Principe de non-contradiction): من مبادئ العقل الأساسية في استحالة قبول النقيضين أو رفضهما معا.

متتالية حسابية (Progression arithmétique): هي كل سلسلة من الأعداد الحقيقية يكون فيها كل حد بعد الأول عبارة عن الحد السابق مضافا إليه عدد ثابت يسمى أساس المتتالية، حيث نقول أن المتتالية (ي$_{\text{ن}}$) متتالية حسابية حدها الأول ي$_{0}$ وأساسها ر(ر عدد حقيقي) إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي ن: ي$_{\text{ن}+1}$= ي$_{\text{ن}}$+ر، فالأعداد الطبيعية على سبيل المثال متتالية حسابية أساسها ر=1.

متتالية هندسية (Progression géométrique): هي سلسلة من الأعداد الحقيقية يكون فيها كل عدد بعد الأول عبارة عن العدد السابق مضروبا في عدد ثابت يسمى أساس المتتالية، حيث نقول أن المتتالية ين متتالية هندسية حدها الأول ي0 وأساسها ر (ر عدد حقيقي) إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي ن: ي$_{\text{ن}+1}$= ي$_{\text{ن}}$ × ر. فعلى سبيل المثال الأعداد: 64،32،16،8،4،2. تشكل متتالية هندسية أساسها ر=2.

متعال (Transcendantal): المتعالي من المعلومات في اصطلاح "كانط" ما كان منها شرطا قبليا في حصول التجربة وليس نتيجة لها. ويقابله التجريبي. مثل المبادئ المتعالية التي هي قوانين الفهم الضابطة لكل معرفة.

متغير (Variable): مصطلح رياضي يراد به الكم الذي يمكن أن يأخذ قيما مختلفة.

معرفة علمية (Connaissance scientifique): هي معرفة بالشروط الموضوعية والكمية التي تحدث بها الظواهر، والتي يمكن التحقق منها بالبرهان أو التجريب، وهي مقصورة على المعرفة في ميدان الرياضيات والعلوم التجريبية.

مماثل (Homologue): في الرياضيات والمنطق ما يتناسب مع غيره مما تنطبق عليه شروط متشابهة.

منطق رمزي(Logique symbolique): هو المنطق الذي يستعمل بدل اللغة الطبيعية لغة رمزية.

هندسة تحليلية (Géométrie analytique): "جزء من الهندسة تطبق فيه قواعد علم الجبر على الأشكال الهندسية".

احتمال (Probabilité)

إحصاء (Statistique)

استقراء (Induction)

استنباط (Déduction)

أعداد حقيقية (Nombres réels)

افتراض (Assomption)

امتداد (Etendue)

تجريد (Abstraction)

تركيب (Synthèse)

تفاضل (Différentiation)

تكامل (L'intégration)

توافق مسبق(Harmonie Préétablie)

جدل (Dialectique)

حدس (Intuition)

حساب الفئات(Le calcul des classe)

رمز (Symbole)

فصل (Disjonction)

كم متصل (Quantité continue)

مركب (composé)

منهج (Méthode)

هندسة لاقليدية (Non-euclidienne)

احتواء (Inclusion)

استدلال (Raisonnement)

استلزام (Implication)

استنتاج (Inférence)

أعداد صماء(Nombres irrationnels)

أفكار فطرية (Idées innées)

إمكان (Contingence)

تحليل (Analyse)

تعريف (Définition)

تكافؤ (Equivalence)

توافق(Ajustement)

ثوابت (Les constantes)

حاصل الجمع المنطقي(Somme Logique)

حساب القضايا(Le calcul propositionnel)

رسم هندسي(Construction géométrique)

الرياضيات البحتة (Mathématique pure)

الكليات الخمس (Les cinq universaux)

كم منفصل (Quantité discontinue)

مساواة (égalité)

ميثولوجيا (علم الأساطير)(Mythologie)

وصل (Conjonction)

فهرس بأشهر المدارس، المذاهب...