



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Licence**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques Appliquées

Par

1- LACEFAR ZOHRA

2-MAME SOUHILA

3-BELDJOU DI FEYROUZ

Sujet

Les fonctions différentiables

Dirigé par :

Mr.DAHIA ELHADJ

Promotion: 2013/2014

Table de matière

Introduction.....	1
Chapitre 01: Propriétés topologique de $\mathbb{R}^n$	
1.1 Notion général de distance.....	2
1.2 Norme sur un espace vectoriel.....	3
1.3 L'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$	4
1.4 Les normes sur $\mathbb{R}^n$	4
1.5 Propriétés topologiques de $\mathbb{R}^n$	5
1.5.1 Suites de $\mathbb{R}^n$	5
1.5.2 Points adhérents, points d'accumulation.....	6
1.5.3 Ouverts, fermés de $\mathbb{R}^n$	7
1.5.4 Parties bornées, parties compacts de $\mathbb{R}^n$	7
Chapitre 02: Fonction différentiable	
2.1 La dérivabilité de f en un point.....	9
2.2 Différentiabilité à l'ordre 1 en un point.....	10
2.3 Différentiabilité de f sur un ouvert U	11
2.4 Différentiabilité d'une fonction de p composantes.....	13
2.6 Continuité (cas des fonctions de $\mathbb{R}^n$ vers $\mathbb{R}$).....	15
2.6.1 Fonction continue en un point.....	15
2.6.2 Continuité sur une partie.....	16
Chapitre 03: propriétés des fonctions différentiables	
3.1 Operations algébriques sur les fonctions différentiables.....	18
3.2 Dérivées partielles.....	18
3.2.1 Matrice jacobienne.....	18
3.3 Détermination de la matrice de l'application linéaire $DF(a)$...	22

3.4 Composition des applications différentiables.....	23
3.5 Dérivée suivant un vecteur.....	25
3.5.1 Dérivée directionnelle.....	25
Conclusion.....	27
Références.....	28

Introduction:

Notre mémoire aborde un sujet très important : **Les fonctions différentiables**, ce type de fonctions intervient naturellement dans la description de phénomènes physiques. On rencontre aussi ces fonctions dans toutes les branches mathématiques.

La notion des fonctions différentiables est la généralisation de fonctions de plusieurs variables de la notion de fonction dérivable d'une variable réelle

Notre travail est composé de trois chapitres le premier chapitre présente quelques notions de base et des définitions nécessaires sur les propriétés topologiques sur $\mathbb{R}^n$, nous allons donc généraliser ce concept familier en géométrie élémentaire à la notion de distance sur un ensemble E quelconque .

Dans le deuxième chapitre on va traiter le calcul différentiel élémentaire sur $\mathbb{R}^n$. Nous présentons la notion essentiel du calcul différentiel qui ce résumé l'approximation des fonctions (différentiables) par des applications linéaires.

Enfin dans le dernier chapitre nous étudions successivement la différentielle première, les opérations algébrique (somme, produit, quotient) sur les fonctions différentiables, la composition de telles fonctions, la dérivabilité partielles et son lien avec la différentiabilité, la dérivation directionnelle

Conclusion

Arrivés au terme de notre étude nous pouvons dire que l'objectif qu'on s'est fixé au départ de travail consistant la différentiabilité des fonctions a été plus ou moins atteint par l'aboutissement de ce modeste travail nous pensons que ce travail a été enrichissant et motivant du moment qu'il nous a permis d'apprendre beaucoup des choses : travail de groupe, les notions essentielles sur les fonctions différentiables ainsi que beaucoup d'autres connaissances.

Toutefois, on peut dire qu'on est satisfait de nos résultats et souhaitons qu'il soit bien valorisé