



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Licence**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques Appliquées

Par

1- BELABBES Samiha 2- NECHE Amel

Sujet

Matrices et systèmes d'équations linéaires

Dirigé par :

Mr. Saadi Khalil

Promotion: 2013/2014

2.3	Systèmes d'équations linéaires	15
2.3.1	Ensemble des solutions	15
2.3.2	Classification des systèmes linéaires	18
2.4	Transformations linéaires	17
2.4	Exemples basés sur les transformations linéaires	19
2.4.1	Translation	19
2.4.2	Projections d'espaces vectoriels	21
2	Méthodes pour la résolution des systèmes linéaires de $n \times n$	22
	Introduction	1
	1 Généralités	2
1.1	Espaces vectoriels	2
1.1.1	Rappels et notations	2
1.1.2	Définition et quelques propriétés	2
1.2	Les applications linéaires	4
1.2.1	Rappel sur les applications	4
1.3	L'application linéaire induite par la matrice identité	6
1.3.1	Propriétés des applications linéaires	6
1.4	Les matrices	7
1.4.1	Quelques définitions et opérations	7
1.4.2	Matrice identité	8
1.4.3	Règles du calcul matriciel	8
1.4.4	L'inversion des matrices	9
1.4.5	Puissances d'une matrice	9
1.4.6	Matrices triangulaires	10
1.4.7	Matrices symétriques	11
1.5	Relation entre les matrices et les applications linéaires	12
1.5.1	Matrice d'application linéaire	12
	2 Systèmes d'équations linéaires	14
2.1	Equations linéaires	14

2.2	Systèmes d'équations linéaires	15
2.2.1	Ensemble des solutions	15
2.2.2	Classification des systèmes linéaires	15
2.3	Transformations équivalentes	17
2.4	Exemples issus de pratique des systèmes linéaires	19
2.4.1	Tout blanc tout noir	19
2.4.2	Problème d'optimisation quadratique	21
3	Méthodes pour la résolution du système linéaire $Ax = b$	22
3.1	Introduction	22
3.2	Méthode d'élimination de Gauss	22
3.2.1	Algorithme.	24
3.3	Méthode de décomposition LU	25
3.4	Méthode de Cholesky	27
3.5	Méthode de décomposition QR	28
3.6	Méthodes d'optimisation	28
	Bibliographie	30

Introduction

Un système d'équations linéaires est un ensemble d'équations linéaires qui portent sur les mêmes inconnues. Le problème est de trouver les valeurs des inconnues qui satisfassent les équations simultanément. La résolution des systèmes d'équations linéaires appartient aux problèmes les plus anciens dans les mathématiques et ceux-ci apparaissent dans beaucoup de domaines, comme en traitement numérique du signal, en optimisation linéaire, ou dans l'approximation de problèmes non-linéaires en analyse numérique. Un moyen efficace de résoudre un système d'équations linéaires est donné par l'élimination de Gauss-Jordan ou par la décomposition de Cholesky ou encore par la décomposition LU . Dans les cas simples, la règle de Cramer peut également être appliquée, mais elle est très lente et n'est pas efficace en pratique.

Ce mémoire on s'intéresse aux systèmes d'équations linéaires. Il s'articule sur les trois chapitres suivants:

Chapitre 1: on fera une aperçu générale sur les espaces vectoriels, puis les applications linéaires. L'écriture matricielles d'un système linéaire nous a conduit de faire une étude sur les matrices et leurs propriétés. On termine ce chapitre en mettant l'accent sur la relation entre les applications linéaires et les matrices.

Chapitre 2: On consacre la première partie de ce chapitre à définir un système linéaire, puis une classification des systèmes linéaires. En fin, on donnera des exemples issus de pratique de système linéaire.

Chapitre 3: On fera un panorama de certaines méthodes existant pour résoudre les systèmes linéaires. On va présenter les méthodes suivantes: la méthode d'élimination de Gauss, la méthode de la décomposition LU , la méthode de Cholesky, la méthode de la factorisation QR et enfin les méthodes d'optimisation.

Bibliographie

- [1] P. Lascaux and R. Theodor. Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur, Tomes 1 et 2. Masson, 1986.
- [2] R. Dalang and A. Caabouni. Algèbre linéaire, Aide-mémoire, exercices et applications.
- [3] Livre de Quateroni et al: "Méthodes numériques, algorithmes, analyse et applications", Springer, 2007.
- [4] E. Polak, Computational Methods in Optimization, Academic Press, 1971.
- [5] Lascaux, Théodor. Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur. Paris, Masson, 1987.
- [6] Horn, Johnson. Matrix Analysis. Cambridge, Cambridge University Press, 1985.