

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

OPTION: COMMANDE DES SYSTEMES ELECTRIQUES

THEME

**Commande Robuste des Systèmes Non Linéaires Multivariables :
Application à un système hydraulique**

Proposé et dirigé par :
Dr: H .BENDERRADJI

Présenté par :
BENADEL Hani

Année Universitaire : 2015/2016

N° d'ordre : CSE_217

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au département génie électrique M'sila.

Mes remerciements vont tout premièrement à Dieu tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donnée durant toutes ces longues années.

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance et nos chaleureux remerciements à Ma promotrice Dr: H .BENDERRADJI, qui nous a guidé et orienté tout au long de la réalisation de ce travail en prodiguant ses précieux conseils et ses vifs en couragement et surtout sa gentillesse.

Nos sincères remerciements aux messieurs les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en participant au jugement de ce travail.

Nous tenons à remercier vivement toutes personnes qui nous ont aidé à élaborer et réaliser ce mémoire, ainsi à tous ceux qui nous aidés de près ou de loin à accomplir ce travail.

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants du département de génie électrique qui ont contribué à notre formation.

Enfin nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour le soutien tout moral et matériel...

Dédicace

Je dédie ce travail en signe de respect et de reconnaissance à :

Mes très chers parents

Mon frère

Ma sœur

A toute ma famille

A tous mes amis

BENADEL Hani

Sommaire

Sommaire

Liste des figures

Liste des tableaux

Notations

Introduction générale1

Chapitre I

Aspects Théoriques des Commandes Par Modes Glissants.

| | |
|---|-----------|
| I.1 Introduction..... | 3 |
| I.2 Théorie de la commande par mode glissant | 4 |
| I.2.1 Définitions et notations | 4 |
| I.2.2 Choix de la surface de glissement | 5 |
| I.2.3 Conditions d'existence du mode glissant d'ordre un | 8 |
| I.2.4 Conception de la commande par mode glissant des systèmes multi variables | 7 |
| I.2.4.1 Le temps de convergence | 10 |
| I.2.4.2 Etude de la robustesse | 10 |
| I.2.5 Avantages de la commande par mode glissant d'ordre un..... | 13 |
| I.2.6 Phénomène de broutement | 13 |
| I.2.6.1 Approximation continue de la commande par mode glissante | 14 |
| I.3 Commande par mode de glissement d'ordre supérieur | 15 |
| I.3.1 Mode de glissement d'ordre supérieur..... | 15 |
| I.3.2 Mode de glissement d'ordre deux..... | 16 |
| I.3.2.1 Algorithme du twisting | 19 |
| I.3.2.2 Algorithme du super twisting | 21 |
| I.4 conclusion | 23 |

Chapitre II

Commande par mode glissant d'ordre un Appliquée sur un système hydraulique à trois colonnes

| | |
|---|-----------|
| II.1 Introduction | 24 |
| II.2 Description de système hydraulique réel | 24 |
| II.3 Modélisation d'un système à trois colonne | 26 |
| II.4 Conception d'une loi de commande par mode glissant d'ordre un..... | 29 |
| II.4.1 Résultats de la commande par mode glissante classique | 31 |
| II.4.2 Résultats de la commande par mode glissante classique avec saturation | 34 |
| II.4.3 Teste de robustesse | 37 |
| II.5 Conclusion..... | 37 |

Chapitre III

Commande par mode glissant d'ordre supérieur Appliquée sur un système à trios colonne

| | |
|---|-----------|
| III.1 Introduction | 38 |
| III.2 Commande du système à trois cuves par mode glissant d'ordre deux | 38 |
| III.2.1 Commande par l'algorithme du Twisting..... | 38 |
| III.2.1.2 Schéma bloc de la commande | 40 |
| III.2.1.2 Résultats de simulation..... | 41 |
| III.2.1.3 Teste de robustesse..... | 43 |
| III.2.2 Commande par l'algorithme du super-twisting | 44 |
| III.2.2.1 Résultats de simulation..... | 45 |
| III.3 Conclusion..... | 48 |
| Conclusion générale | 49 |
| Annexe..... | 50 |
| Bibliographie | 53 |

Liste des figures

Chapitre I

| | |
|--|-----------|
| Figure (I.1) :Trajectoire d'état dans le plan de phase..... | 5 |
| Figure(I.2) : Phénomène de réticence | 13 |
| Figure(I.3) : Fonction de saturation | 15 |
| Figure (I.4) : Ensemble de glissement d'ordre deux..... | 17 |
| Figure(I.5) : Trajectoire dans le plan de phase de l'algorithme de twisting..... | 20 |
| Figure(I.6) : Trajectoire dans le plan de phase de l'algorithme de super twisting..... | 22 |

Chapitre II

| | |
|--|-----------|
| Figure (II.1) :Système réel..... | 25 |
| Figure (II. 2) : Système constitue de trois cuves contenant de l'eau | 26 |
| Figure (II.3) : Schéma bloc de la commande..... | 32 |
| Figure (II.4) : Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par SMG classique | 32 |
| Figure (II.5) : niveau h_3 et de sa référence h_{3d} par SMG classique..... | 33 |
| Figure (II.6) : Le signal de commande Q_1 avec SMG classique..... | 33 |
| Figure (II.7) : Le signal de commande Q_2 avec SMG classique..... | 34 |
| Figure (II.8) : Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par SMG avec sat | 35 |
| Figure (II.9) : Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} par SMG avec sat..... | 35 |
| Figure (II.10) : Le signal de commande Q_1 par SMG avec sat..... | 36 |
| Figure (II.11) : Le signal de commande Q_2 par SMG avec sat..... | 36 |
| Figure (II.12) : Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} avec perturbations..... | 37 |

Chapitre III

| | |
|---|---------------|
| Figure (III.1) : Schéma bloc de la commande..... | 40 |
| Figure (III.2) : Schéma de principe de l'algorithme de twisting..... | 41 |
| Figure (III.3) : Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par l'algorithme de twisting..... | 41 |
| Figure (III.4) : Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} par l'algorithme de twisting..... | 42 |
| Figure (III.5) : Le signal de commande Q_1 avec twisting..... | 42 |
| Figure (III.6) : Le signal de commande Q_2 avec twisting..... | 42 |
| Figure (III.7) : La surface s avec twisting..... | 43 |
| Figure (III.8) : La surface s' avec twisting..... | 43 |
| Figure (III.9) : Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par l'algorithme de twisting avec..... | 44 |
| | perturbations |
| Figure (III.10) : Schéma de principe de l'algorithme de super twisting..... | 45 |
| Figure (III.11) : Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par l'algorithme de super twisting..... | 46 |
| Figure (III.12) : Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} par l'algorithme de super twisting..... | 46 |
| Figure (III.13) : Le signal de commande Q_1 avec super twisting..... | 47 |
| Figure (III.14) : Le signal de commande Q_2 avec super twisting..... | 47 |
| Figure (III.15) : La surface s avec super twisting..... | 47 |
| Figure (III.16) : La surface s' avec super twisting..... | 48 |

Liste des tableaux

| | |
|---|-----------|
| Tableaux I.1 : Différentes structures du système modélisé (š)..... | 19 |
| Tableaux II.1 : Paramètres de trois cuves..... | 28 |

Notations

| | |
|------------------|--|
| S | surface de glissement |
| ∂ | dérivée partielle |
| x | variable d'état |
| y | variable de sortie |
| n | l'ordre du système |
| r | le degré relatif |
| $sign$ | fonction signe |
| φ | l'amplitude de la couche limite du domaine de glissement |
| $\varepsilon(t)$ | variable d'erreur dans le mode glissant |
| δ | Incertitude |
| ψ | vecteur de fonctions non linéaires connues |
| γ | gain d'adaptation |
| θ | vecteur des paramètres inconnus |
| a | section de cuve |
| S_n | section des vannes de connexion |
| SL | section des vannes de fuite |
| azi | coefficient de conduite entre les colonnes ($i = 1,2,3$) |
| bzi | coefficient de conduite de fuite ($i = 1,2,3$) |
| g | constante de gravitation |
| h_{max} | hauteur maximale de l'eau dans les cuves |
| Q_{imax} | débit maximal de la pompe $i(i = 1;2)$ |

Introduction générale

Introduction générale

La commande par mode glissant ou la commande à structure variable est une technique basée sur la commutation de fonctions de variable d'état utilisée pour créer une variété ou une hyper surface de glissement obtenue par l'annulation d'une surface de glissement choisie.

Dans la commande des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres non constants, les lois de commande classique peuvent être insuffisantes car elles sont non robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques des systèmes sont strictes. On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités. Dans cet objectif, plusieurs outils sont proposés dans la littérature, dont on cite la commande à structure variable (CSV).

La commande par mode de glissement fait partie de la famille des contrôleurs à structure variable, c.à.d. des commandes commutant entre plusieurs lois de commande différentes. L'importance des contrôleurs par mode glissant réside dans : la grande précision, la réponse dynamique rapide, la stabilité, et la robustesse vis-à-vis la variation des paramètres internes ou externes [1] [2].

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre les trajectoires du système à atteindre une surface donnée, surface de glissement. Toutefois, la commande par mode de glissement induit en pratique des commutations haute fréquence connue sous le nom de chattering. Ces commutations peuvent exciter des dynamiques non désirées qui risquent de déstabiliser, détériorer voire même de détruire le système étudié. Il existe différentes méthodes pour diminuer ce phénomène dont l'une consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue au voisinage de la surface de glissement (fonction saturation). Une autre méthode consiste à utiliser les modes glissants d'ordre supérieur [3], [4], [5], dont le principe est de rejeter les discontinuités au niveau des dérivées supérieures de l'entrée du système.

L'objectif de ce présent travail est l'élaboration de lois de commandes robustes basé sur la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux d'un système hydraulique à trois cuves.

Le mémoire présenté est organisé en trois chapitres :

- Dans le premier chapitre nous donnons un bref rappel de la commande à structurevariable. Des éléments théoriques nécessaires à la compréhension du mode de glissement classique et d'ordre supérieur.
- Dans le deuxième chapitre, nous présentons la modélisation du système hydraulique, système à trois colonnes, et nous appliquons à ce système la technique des modes glissants d'ordre un. Afin de résoudre le problème de chattering, nous utilisons une solution classique et connue qui consiste à remplacer la fonction « Sign » par une fonction « Sat » "saturation". Cette solution crée une erreur statique en régime permanent. Les deux stratégies proposées ont été validées sur un système à trois cuves en vue de réguler les niveaux d'eau des réservoirs. Malgré la robustesse de la commande par des modes glissants classique, le phénomène de chattering reste un inconvénient majeur.
- Dans le troisième chapitre nous nous intéressons aux méthodes de commande par modes glissants d'ordre supérieur. Nous d'écrivons en particulier les algorithmes de modes glissants d'ordre supérieur. Deux commandes par modes glissants d'ordre deux a convergence en un temps fini sont développées: La première est fondée sur l'algorithme de twisting, la seconde est une commande par l'algorithme de super twisting. Ces commandes sont appliquées par simulation en utilisant le Matlab sur un système hydraulique à trois colonnes.
- A la fin une conclusion générale qui résume les résultats obtenus par simulation et présente les performances des commandes effectuées.

Chapitre I

Aspects Théoriques des Commandes

Par Modes Glissants

Chapitre I

Aspects Théoriques des Commandes Par Modes Glissants

I.1 Introduction

La théorie des systèmes à structure variable fait l'objet de multiples études depuis une cinquantaine d'années. Parmi ces techniques de commande non linéaires nous citons la commande par mode glissant (CMG). Le principe de cette technique consiste à définir une surface dite de glissement et une loi de commande par mode glissant qui assure la convergence de cette surface au tour de zéro [6], [7], [8]. La commande par mode glissant s'inscrit dans la théorie de la commande des systèmes à structure variable qui a pour but l'obtention, en boucle fermée, d'une dynamique largement indépendante de celle du processus et surtout de ses variations éventuelles. En ce sens, la commande à structure variable est une commande non linéaire qui possède la propriété de robustesse [9]. Elle est basée sur la commutation des fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hypersurface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à correspondre à celle définie par l'équation de la variété. Quand l'état est maintenu sur cette hypersurface, le système se trouve en régime glissant et sa dynamique est alors insensible aux variations des paramètres du processus, aux erreurs de modélisation et certaines perturbations extérieures tant que le régime glissant est assuré.

Ce chapitre est consacré dans un premier temps à une présentation générale des concepts de base de la commande par mode glissant. Son principe, ses propriétés de robustesse ainsi que les étapes de conception sont abordés. Il y est discuté des conditions d'existence de tels phénomènes, de leurs propriétés de robustesse, mais également de leur principal inconvénient ; les phénomènes de réticence. Ensuite nous présentons les modes glissants d'ordre supérieur et particulièrement la description d'algorithmes capables de générer les modes glissant d'ordre deux.

I.2. Théorie de la commande par mode glissant d'ordre un

I.2.1. Définitions et notations

Les systèmes à structures variables sont caractérisés par le choix d'une surface de glissement et d'une logique de commutation [6], [8]. Ce choix permet de commuter à tout instant entre les différentes structures, en combinant les propriétés utiles de chacune de ces structures, afin d'avoir le comportement désiré du système.

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x} = f(t, x, u) \quad (I.1)$$

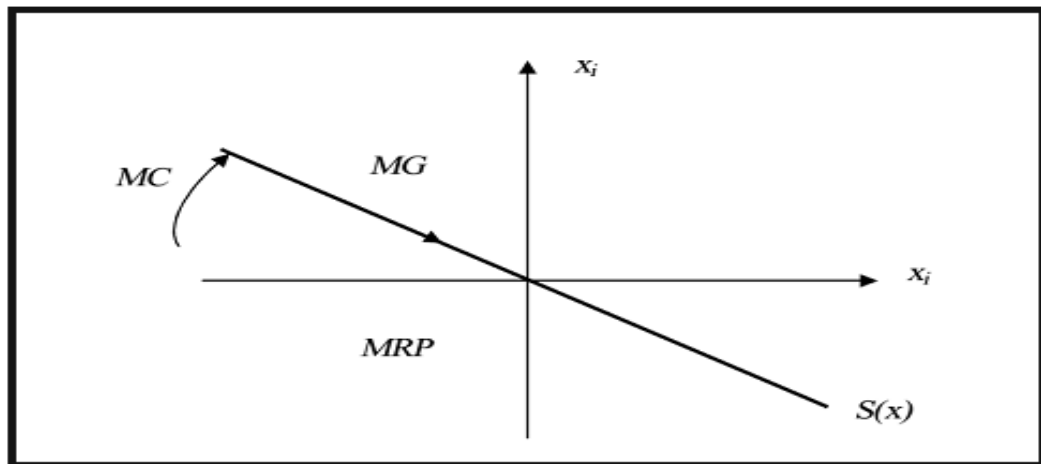
Où $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ est le vecteur d'état d'ordre n et u est la commande. On définit la surface s telle que $\frac{\partial x}{\partial s}$ soit non nulle, la variété de glissement est définie par :

$$S = \{x \in \mathbb{R}^n : s(x) = 0\} \quad (I.2)$$

Dans le but de maintenir l'état représentatif de l'évolution du système dans la variété S , on définit le vecteur de commande u qui commute entre deux valeurs (u^- , u^+) selon le signe de la surface de commutation $s(x)$:

$$\begin{cases} u^- & \text{si } s > 0 \\ u^+ & \text{si } s \leq 0 \end{cases} \quad (I.2)$$

Où $u^-(t, x)$ et $u^+(t, x)$ sont deux fonctions continues et S est une variété de glissement qui divise l'espace d'état en deux parties disjointes $s(x) > 0$ et $s(x) \leq 0$. Cette logique de commutation a pour but de contraindre la trajectoire à suivre par la surface de commutation. On dit alors que la trajectoire du système glisse le long de la surface de commutations $s(x) = 0$ et on parle alors du phénomène de glissement.



Figure(I.1): Trajectoire d'état dans le plan de phase.

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de deux parties : le mode d'accès (reaching mode) et le mode de glissement (figure I.1). Dans le 1^{er} mode, l'état du système (à partir d'une condition initiale quelconque $x_1(0) = x_0$) tend vers une surface de commutation $s(x)=0$. La deuxième mode est caractérisée par la mode de glissement durant laquelle la variable d'état évolue sur la surface de glissement et converge vers l'état désiré $x_d(t)$.

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales indépendantes l'une de l'autre [10] :

- Choix de la surface de glissement.
- Etablissement de condition d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

I.2.2 Choix de la surface de glissement

La surface de glissement peut être une expression linéaire ou non linéaire [11] qui s'écrit en fonction de son degré et de l'écart de la sortie par rapport à sa valeur désirée. Le degré relatif n de la surface de glissement par rapport l'erreur e est choisi de telle sorte que la commande apparaisse explicitement dans la dérivée de la surface de glissement c'est-à-dire la dérivée de s s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{s} = h(t, x) + b(t, x)u \quad (I.4)$$

La forme linéaire de la surface de glissement est la suivante :

$$s = \sum_{i=1}^n \lambda_i e_i \quad (I.5)$$

$$\text{tel que : } \begin{cases} \dot{e}_i = e_{i+1} \\ \dot{e}_n = h_1(t, x) + b_1(t, x)u \end{cases}$$

Il suffit que le vecteur $[\lambda_1 \cdot \dots \cdot \lambda_{n-1}]$ engendre un polynôme de Hurwitz pour que le mode glissant soit asymptotiquement stable (si s tend vers zéro alors e et ses $(n - 1)$ dérivées tendent vers zéro aussi). La surface non linéaire est celle de Slotine qui est le plus simple à appliquer [8] cette surface s'écrit sous la forme suivante :

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \quad (\text{I.6})$$

Le polynôme caractéristique de cette surface est $(1 + \lambda)^{n-1}$ a été choisi par Slotine comme ayant des pôles réels négatifs multiples, il suffit de choisir λ positif. La surface non linéaire est la plus pratique parce qu'elle a moins de paramètres de synthèse à régler (toujours un seul paramètre λ).

I.2.3 Conditions d'existence du mode glissant d'ordre un

Pour garantir l'existence du régime glissant, il faut que la surface de glissement choisie doit être attractive $s(t, x)$. Pour que cette condition soit satisfaite, il faut trouver une fonction de Lyapunov V définie positive dont sa dérivée par rapport au temps le long des trajectoires du système en boucle fermée est définie négative [6]. Cette fonction de Lyapunov est déterminée en fonction de la surface de glissement s . En général pour un système mono variable, la fonction de Lyapunov est définie par :

$$v = \frac{1}{2} s^2 \quad (\text{I.7})$$

La condition suffisante pour garantir l'existence de régime glissant est d'assurer la négativité de la dérivée de cette fonction de Lyapunov, autrement dit :

$$\dot{v} < 0 \quad (\text{I.8})$$

Cette condition est appelée condition d'attractivité qui est difficilement applicable dans le cas de systèmes multi variables. Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface de glissement en maintenant les conditions d'existence du mode glissant.

I.2.4 Conception de la commande par mode glissant des systèmes multi variables

On considère le système non linéaire multivariable à p entrées et m sorties défini par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x) + g(t, x)u \\ y = c(t, x) \end{cases} \quad (I.9)$$

où x est le vecteur d'état de dimension n .

$$x = [x_1 \ \cdots \ x_n]^T \quad (I.10)$$

y est le vecteur de sortie de dimension m .

$$y = [y_1 \ \cdots \ y_m]^T \quad (I.11)$$

$c(t, x)$: un vecteur de dimension m dont les coefficients sont des fonctions non linéaires $c_i(t, x)$.

$f(t, x)$: un vecteur de dimension n dont les coefficients sont des fonctions non linéaires $f_i(t, x)$.

$g(t, x)$: une matrice de dimension $(n \times p)$ dont les coefficients sont des fonctions non linéaires $g_{ij}(t, x)$.

u : un vecteur de dimension p de coefficients u_i .

$$u = [u_1 \ \cdots \ u_p]^T \quad (I.12)$$

On considère la surface de glissement définie par :

$$s = [s_1 \ \cdots \ s_p]^T \quad (I.13)$$

où :

$$s_i = \sum_{k=0}^{r_i-1} \lambda_k^{(i)} e_i^{(k)} ; \text{ pour } i = 1, \cdots, p \quad (I.14)$$

Où r_i : le degré relatif de la surface S_i par rapport à l'erreur e_i .

$\lambda_{r_i-1}^{(i)} = 1$ et pour $k = 0, \cdots, r_i - 2$, $\lambda_k^{(i)}$ sont des constantes choisies qui engendrent un polynome de Hurwitz.

$e_i^{(k)}$: est la k^{eme} dérivée de l'erreur e_i .

$$e_i = y_i y_i^d = c_i(t, x) - y_i^d \quad (I.15)$$

Où y_i^d est la sortie désirée.

La dérivée de la surface de glissement si est :

$$\frac{ds_i}{dt} = \frac{\partial s_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} \dot{x}_j \quad (I.16)$$

On remplace x_j par son expression dans (I.9),on obtient :

$$\frac{ds_i}{dt} = \frac{\partial s_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} f_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p \frac{\partial s_i}{\partial x_j} g_{jk} u_k \quad (I.17)$$

$$\frac{ds_i}{dt} = \frac{\partial s_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} f_j + \sum_{k=1}^p \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} g_{jk} u_k \right) \quad (I.18)$$

On peut l'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{ds_i}{dt} = h_i + \sum_{k=1}^p b_{ik} u_k \quad (I.19)$$

avec :

$$h_i = \frac{\partial s_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} f_j \quad (I.20)$$

$$b_{ik} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} g_{jk} \quad (I.21)$$

Alors :

$$\dot{s} = h + bu \quad (I.22)$$

avec : $h = [h_1 \ \cdots \ h_p]^T$ et $b = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{p1} & \cdots & b_{pp} \end{bmatrix}$

Théorème 1.1. [24][25] : la loi de commande par mode glissant de premier ordre pour le système (I.9) qui assure la convergence des surfaces s_i vers zéro est :

$$U = -b^{-1} \left(h + \begin{bmatrix} k_1 \text{sign}(s_1) \\ \vdots \\ k_p \text{sign}(s_p) \end{bmatrix} \right) \quad (I.23)$$

Avec k_i sont des constantes positives et b une matrice inversible.

La commande par régime glissant U donnée par (I.23) est composée de deux termes U_{eq} et U_{glis}

$$U_{eq} = -b^{-1}h \quad (I.24)$$

$$U_{\text{glis}} = -b^{-1} \begin{bmatrix} k_1 \text{sign}(s_1) \\ \vdots \\ k_p \text{sign}(s_p) \end{bmatrix} \quad (\text{I.25})$$

U_{eq} : représente un terme continu (basse fréquence) appelé commande équivalente, correspondant au régime glissant idéal pour lequel non seulement le point de fonctionnement reste sur la surface mais aussi la dérivée de la fonction de surface reste nulle.

U_{glis} : Un terme de commutation constitué de la fonction « sign » de la surface de glissement s , multipliée par une constante. Il impose au point de fonctionnement de rester au voisinage de la surface s .

Preuve : On Considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} s^T s = \frac{1}{2} (s_1^2 + \dots + s_p^2) \quad (\text{I.24})$$

La dérivée de V est :

$$\dot{v} = \dot{s}_1 s_1 + \dots + \dot{s}_p s_p = s^T \dot{s} \quad (\text{I.25})$$

En utilisant (1.22), on trouve :

$$\dot{v} = s(h + bu) \quad (\text{I.26})$$

En remplaçant u par son expression(I.23), nous obtenons :

$$\dot{v} = -s^T \begin{bmatrix} k_1 \text{sign}(s_1) \\ \dots \\ k_p \text{sign}(s_p) \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^p k_j s_j \text{sign}(s_j) \quad (\text{I.27})$$

Alors :

$$\dot{v} = \sum_{j=1}^p k_j |s_j| \quad (\text{I.28})$$

Comme les k_i sont des constantes positives donc $\dot{v} \leq 0$ et par suite la fonction de Lyapunov V et les surfaces s_i tendent vers zéro, d'où l'existence de mode glissant d'ordre un.

I.2.4.1 Temps de convergence

La dynamique de la surface de glissement s_i par la commande (I.23) s'écrit commesuit :

$$\dot{s}_i = -k_i \text{sign}(s_i) \text{ pour } i = 1, \dots, p \quad (\text{I.29})$$

On définit le temps de convergence de vers zéro ($s_i(t_{ci}) = 0$).

$$\text{Si } s_i > 0, \text{ alors } \int_0^{t_{ci}} \dot{s}_i dt = - \int_0^{t_{ci}} k_i dt$$

$$s_i(t_{ci}) - s_i(0) = -k_i(t_{ci} - 0)$$

$$\text{alors } : \quad t_{ci} = \frac{s_i(0)}{k_i} \quad (\text{I.30})$$

$$\text{Si } s_i \leq 0, \text{ alors } \int_0^{t_{ci}} \dot{s}_i dt = \int_0^{t_{ci}} k_i dt$$

$$s_i(t_{ci}) - s_i(0) = k_i(t_{ci} - 0)$$

$$\text{donc } : \quad t_{ci} = -\frac{s_i(0)}{k_i} \quad (\text{I.31})$$

D'après (I.30) et (I.31), le temps de convergence est défini par :

$$t_{ci} = \frac{|s_i(0)|}{k_i} \quad (\text{I.30})$$

On peut remarquer que le temps de convergence ne dépend que des constantes k_i et des conditions initiales de la surface et les temps de convergence t_{ci} des surfaces s_i sont indépendants.

I.2.4.2 Propriété de robustesse

Soit le système (I.9), soumis à des incertitudes paramétriques et perturbations modélisées bornées par des fonctions connues et défini par les termes $\Delta f(t, x)$ et $\Delta g(t, x)$, on a donc l'expression:

$$\dot{x} = (\hat{f}(t, x) + \Delta f(t, x)) + (\hat{g}(t, x) + g(t, x))u + d \quad (\text{I.33})$$

Où $x \in \mathcal{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathcal{R}^p$ est le vecteur des entrées bornées telles que $|u_i| \leq |u_{imax}|$ pour $i = 1, \dots, p$. $\hat{f}(t, x)$ est la valeur nominale de $f(t, x)$ et $\Delta f(t, x)$ est son incertitude bornée par une fonction connue, $d \in D \subset \mathcal{R}^p$ représente la perturbation.

De même $g(t, x)$ est la somme d'une valeur nominale $\hat{g}(t, x)$ et d'une incertitude bornée $\Delta g(t, x)$ également bornée [26].

$$\text{avec : } \hat{f}(t, x) = \begin{bmatrix} \hat{f}_1(t, x) \\ \vdots \\ \hat{f}_n(t, x) \end{bmatrix}, \quad \Delta f(t, x) = \begin{bmatrix} \Delta f_1(t, x) \\ \vdots \\ \Delta f_n(t, x) \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \hat{g}(t, x) = \begin{bmatrix} \hat{g}_{11}(t, x) & \dots & \hat{g}_{1p}(t, x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_{n1}(t, x) & \dots & \hat{g}_{np}(t, x) \end{bmatrix}, \quad \Delta g(t, x) = \begin{bmatrix} \Delta g_{11}(t, x) & \dots & \Delta g_{1p}(t, x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta g_{n1}(t, x) & \dots & \Delta g_{np}(t, x) \end{bmatrix}$$

La dérivée de la surface de glissement s'écrit à partir de (I.20) et (I.21) comme suit :

$$\frac{ds_i}{dt} = \hat{h}_i + \Delta h_i + \sum_{k=1}^p (\hat{b}_{ik} + \Delta b_{ik}) u_k + \delta_i \quad (\text{I.34})$$

avec :

$$\hat{h}_i = \frac{\partial s_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} \hat{f}_j, \quad \hat{b}_{ik} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} \hat{g}_{jk}$$

$$\Delta h_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} \Delta f_j, \quad \Delta b_{ik} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} \Delta g_{jk}, \quad \delta_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_i}{\partial x_j} d_j.$$

La dérivée du vecteur de surfaces de glissement s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{s} = \hat{h} + \Delta h + (\hat{b} + \Delta b)u + \delta \quad (\text{I.35})$$

Avec :

$$\hat{h} = \begin{bmatrix} \hat{h}_1 \\ \vdots \\ \hat{h}_p \end{bmatrix}, \quad \Delta h = \begin{bmatrix} \Delta \hat{h}_1 \\ \vdots \\ \Delta \hat{h}_p \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_p \end{bmatrix}, \quad \hat{b} = \begin{bmatrix} \hat{b}_{11} & \dots & \hat{b}_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{b}_{p1} & \dots & \hat{b}_{pp} \end{bmatrix}, \quad \Delta b = \begin{bmatrix} \Delta b_{11} & \dots & \Delta b_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta b_{p1} & \dots & \Delta b_{pp} \end{bmatrix}$$

Théorème 1.2. [12] : on considère le système incertain défini par (I.33). La loi de commande qui garantit la convergence des surfaces de glissement s_i vers zéro est définie par :

$$u = -\hat{b}^{-1} \left(\hat{h} + \begin{bmatrix} k_1 \text{sign}(s_1) \\ \vdots \\ k_p \text{sign}(s_p) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{I.36})$$

Où k_i vérifie la condition suivante :

$$k_i > \alpha_i + \delta^*_i + \sum_{k=1}^p \beta_{ik} u_{kmax} \quad (\text{I.37})$$

Ou :

$\alpha_i, \delta^*_i, \delta^*_i$ et u_{kmax} sont respectivement les bornes supérieures des $\Delta h_i, \Delta g_{ik}, \delta_i$ et u_k .

L'expression de la dérivée de la surface de glissement est :

$$\dot{s} = \hat{h} + \hat{b} u + \Delta h + \Delta b u + \delta$$

En remplaçant l'expression de la commande (I.36) dans l'expression de la dérivée de vecteur des surfaces de glissement.

$$\dot{s} = \hat{h} - \hat{b} \hat{b}^{-1} \left(\hat{h} + \begin{bmatrix} k_1 \text{sign}(s_1) \\ \vdots \\ k_p \text{sign}(s_p) \end{bmatrix} \right) + \Delta h + \Delta b u + \delta$$

$$\dot{s} = - \begin{bmatrix} k_1 \text{sign}(s_1) \\ \vdots \\ k_p \text{sign}(s_p) \end{bmatrix} + \Delta h + \Delta b u + \delta$$

La dérivée de la surface de glissement s_i s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{s}_i = \Delta h_i - k_i \text{sign}(s_i) + \sum_{k=1}^p \Delta b_{ik} u_k + \delta_i \quad (I.38)$$

On a :

$$\dot{v} = \sum_{k=1}^n s_i \dot{s}_i \quad (I.39)$$

Pour garantir la négativité de la dérivée de la fonction de Lyapunov, on va considérertoujours la surface de glissement s_i et sa dérivée de signes opposées alors :Si $s_i > 0$ alors on a :

$$\Delta h_i - k_i + \sum_{k=1}^p \Delta b_{ik} u_k + \delta_i < 0$$

alors :

$$k_i > \Delta h_i + \sum_{k=1}^p \Delta b_{ik} u_k + \delta_i \quad (I.40)$$

Si $s_i < 0$ alors on a : $\Delta h_i + k_i + \sum_{k=1}^p \Delta b_{ik} u_k + \delta_i > 0$

Alors :

$$k_i > -(\Delta h_i + \sum_{k=1}^p \Delta b_{ik} u_k + \delta_i) \quad (I.41)$$

Les conditions (I.40) et (I.41) sont vérifiées si :

$$k_i > \alpha_i + \delta^*_i + \sum_{k=1}^p \beta_{ik} u_{kmax} \quad (I.42)$$

I.2.5 Avantages de la commande par mode glissant d'ordre un

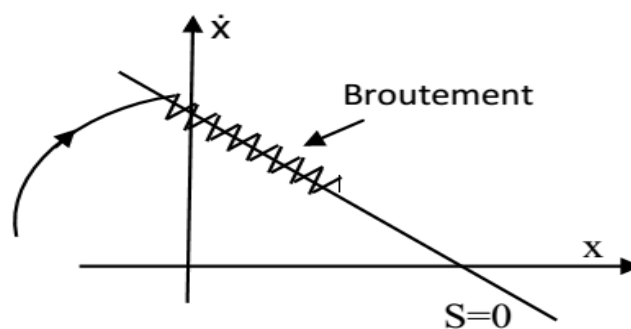
Les avantages de la commande par mode de glissement sont multiples : le bon degré de stabilité, la haute précision, la simplicité, la robustesse... etc. Ceci lui permet d'être particulièrement adapté pour les systèmes décrits par des modèles imprécis [11].

Le principal inconvénient présenté par cette méthode de contrôle est le phénomène de broutement ou de chattering.

I.2.6 Phénomène de broutement

Le régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Cependant, pour une utilisation pratique, la fréquence de commutation des organes de commande a une limite finie. Le caractère discontinu de la commande engendre un comportement dynamique particulier au voisinage de la surface appelé phénomène de réticence ou broutement « en anglais : chattering ». Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement Figure(I.2) Ainsi, les commutations trop rapides peuvent exciter les dynamiques hautes fréquences non modélisées des actionneurs et des capteurs lors de la synthèse de la loi de commande provoquant leurs usures rapide et induisant des pertes énergétiques non négligeables surtout au niveau des circuits de puissance électrique. Elles peuvent aussi dégrader les performances et même conduire à l'instabilité du système [13].

Le phénomène de broutement est le principal inconvénient des commandes par modes glissants. Plusieurs solutions ont été proposées afin de réduire ou éliminer ce problème. Parmi les solutions utilisées, la fonction "sign" est souvent remplacée par une fonction lisse "Fonction saturation". Cela consiste à effectuer une approximation continue des discontinuités présentées dans la loi de commande au voisinage de la surface de glissement et assurer une commutation progressive par la droite de pente $1/\xi$ à l'intérieur d'une zone frontière de la surface appelée couche limite [13].



FigureI.2 : Phénomène de réticence

Cette oscillation au voisinage de la surface est due à l'imperfection des éléments de commutation ou des limites technologiques et physiques, telles que les retards au niveau des commutations ou des comportements avec hystérésis, qui peuvent exciter les dynamiques négligées (non modélisées) en haute fréquence. Le chattering peut dégrader les performances du système et même conduire à l'instabilité [14]. La réticence implique également d'importantes sollicitations mécaniques au niveau des actionneurs, augmentant la consommation énergétique qui peut endommager les circuits électriques de puissance.

I.2.6.1 Approximation continue de la commande par mode glissant

Pour remédier le problème de réticence, de nombreux algorithmes de commande par CMG ont été développés pour les systèmes à structure variable. On peut citer la commande continue dans une bande de la surface [14]. Nous allons étudier en particulier une méthode de synthèse où la fonction "sign" est remplacée par une fonction "sat" pour le calcul de la commande.

La fonction sat consiste à substituer à la commutation une droite de pente $1/\varphi$ dans la couche interne de la surface de discontinuité que nous appelons "couche" figure (I.3).

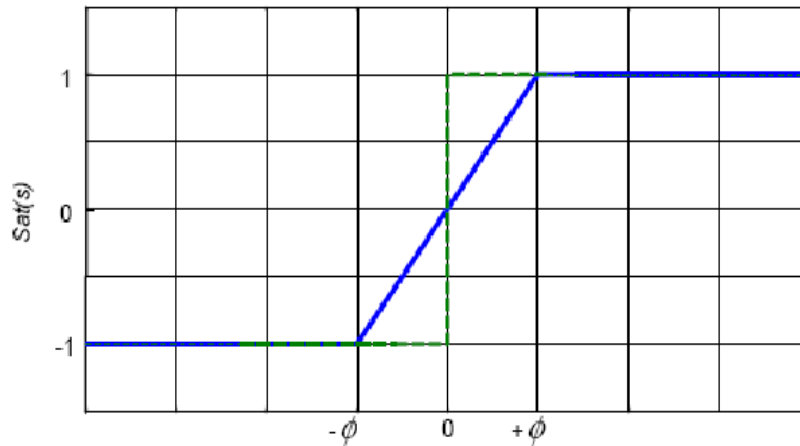
L'expression de cette fonction est :

$$sat(s) = \begin{cases} sign(s) & si \ |s| > \varphi \\ \frac{s}{\varphi} & si \ |s| \leq \varphi \end{cases} \quad (I.43)$$

φ est l'épaisseur de la couche limite, $\varphi > 0$.

La fonction $sat(s)$ est exactement égale à $sign(s)$ à l'extérieur de la couche limite φ . Par conséquent, ceci rend l'analyse vis à vis des erreurs de perturbation plus facile car on connaît d'une manière précise la frontière à partir de laquelle la fonction $sign(s)$ n'est plus utilisée.

Dans un cas idéal, la substitution de la fonction « sign » par la fonction « sat » ne change rien quant à "l'atteignabilité" de la surface de glissement $s = 0$, car la condition $s\dot{s} < 0$ reste toujours valable.



Figure(I.3) : Fonction de saturation Sat

Le régime glissant qui en résulte est donc confiné dans un voisinage de la surface de glissement où seule la commande équivalente agit. D'autres fonctions peuvent être utilisées telles que les fonctions d'adoucissement "cont(s)" et "com_{arc}(s)" définies par :

$$cont(s) = \frac{s}{|s| + \phi} \quad , \quad com_{arctan}(s) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{s}{\phi}\right)$$

Pour passer outre ces inconvénients, une autre solution basée sur la commande par modes glissants d'ordre supérieur est proposée.

I.3 Commande par mode de glissement d'ordre supérieur

La commande par mode glissant du premier ordre présente l'inconvénient lié à l'effet de réticence ou broutement [15] [16]. Ce broutement est en particulier généré par les dynamiques non modélisées dans les dispositifs de commutation [17]. Pour pallier à ce problème, une nouvelle approche utilisée il s'agit de la commande par mode glissant d'ordre supérieur [18]. Cette dernière approche permet la réduction voir même l'annulation du phénomène de chattering, tout en conservant les propriétés de robustesse et de convergence en un temps fini [19].

I.3.1 Mode de glissement d'ordre supérieur

La commande par mode glissant classique est basée sur l'annulation de la surface de glissement. Un régime glissant d'ordre "r" (noté r-glissant) agit sur les (r - 1) premières dérivées successives de la variable de glissement. L'objectif est de forcer le système à évoluer sur la surface et en maintenant cette surface, ainsi que ses (r - 1) premières dérivées à zéro :

$$s = \dot{s} \cdot \dots = s^{(r-1)} = 0 \quad (I.44)$$

Où r désigne le degré relatif du système par rapport à la surface de glissement. Ces degrés en fait le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie, par rapport au temps, pour y faire apparaître l'entrée de manière explicite [20]. Par exemple pour un degré relatif $r = 1$,

nous avons :

$$\frac{\partial s}{\partial u} = 0 \text{ Et } \frac{\partial \dot{s}}{\partial u} \neq 0$$

Et pour un degré relatif $r > 1$:

$$\frac{\partial s^{(i)}}{\partial u} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, r-1) \text{ et } \frac{\partial s^{(r)}}{\partial u} \neq 0$$

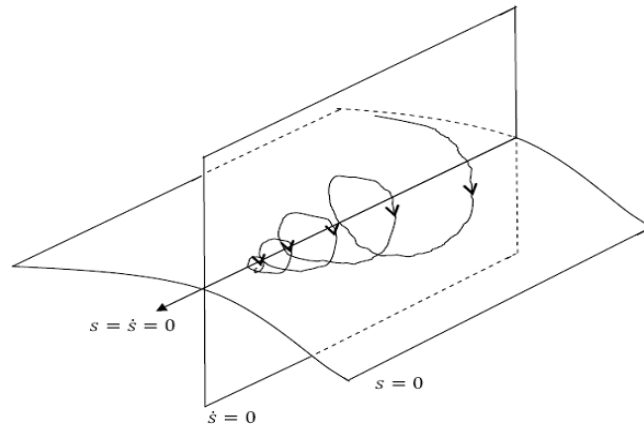
I.3.2 Mode de glissement d'ordre deux

Le principe de mode glissant d'ordre deux est de générer un régime glissant d'ordre deux sur une surface convenablement choisie dont le but est de garantir la convergence de la surface de glissement et de sa dérivée vers zéro en un temps fini sur l'ensemble :

$$s^2 = \{x \in X : s(x) = \dot{s}(x) = 0\} \quad (\text{I.45})$$

On peut observer qu'aux points de glissement d'ordre deux l'ensemble de Filippov des trajectoires admissibles est inclus dans l'espace tangent à la surface s figure (I.4). Afin de réaliser les algorithmes par modes glissants d'ordre deux, il est nécessaire d'établir certaines hypothèses de travail pour assurer l'atteignabilité de la surface de glissement

Concernant la surface s et le système d'équations (I.1), nous supposons que la commande est bornée en valeur absolue par une constante K ($K > 1$) et f est une fonction continue de classe c^1 : la contrainte s est de classe c^2 ; l'état est dans une variété X de dimension finie.



Figure(I.4) : Ensemble de glissement d'ordre deux

- 1- Il existe u_1 dans $]0, 1[$ telle que pour toute fonction continue $u(t)$ avec $|u| \leq u_1$
- 2- Quel que soit t , alors on a $s_u > 0$ pour un ensemble fini du temps t .
- 3- Il existe des constantes positives s_0, K_m, K_M, U_0 avec $U_0 < 1$ telles que :
 Si $|s| < s_0$ alors $0 < K_m \leq \frac{\partial \dot{s}}{\partial u} \leq K_M \forall u(t)$
 Si $|u| > u_0$ alors $\dot{s}u > 0$
- 4- La dérivée seconde de la contrainte s 'est bornée pour toute commande fixée au Préalable. Dans la région $\{t, x, u : |s(t, x)| < s_0\}$, l'inégalité $|\ddot{s}(t, x)| < C_0$ est vérifiée où C_0 est une constante positive.

La dérivée de Lie, L_u par rapport à la variable u , est définie par : $L_u(\cdot) = \frac{\partial}{\partial t}(\cdot)f(t, x, u)$

tel que $f(t, x, u)$ est une fonction affine qui s'écrit sous la forme suivante :

$$f(t, x, u) = \gamma(t, x) + \delta(t, x)u \quad (\text{I.46})$$

Par suite $\dot{s}(t)$ peut être exprimé par :

$$\dot{s} = L_u[s(t, x)] = \dot{s}_t(t, x) + \dot{s}_x(t, x)\gamma(t, x) + \dot{s}_x(t, x)\delta(t, x)u(t)$$

$$\dot{s} = \alpha(t, x) + \beta(t, x)u(t) \quad (\text{I.47})$$

avec : $\alpha(t, x) = \frac{\partial s}{\partial t} + \dot{s}_x(t, x)\gamma(t, x)$

$$\beta(t, x) = \dot{s}_x(t, x)\delta(t, x)$$

On distingue les deux cas suivants :

1. cas A : $(\beta(t, x) \neq 0 \forall x \in X)$
2. cas B : $(\beta(t, x) = 0 \forall x \in X)$

Cas A.

Considérons la dérivée seconde de $s(t)$ représentée sous la forme suivante :

$$\ddot{s} = \varphi_A(t, x, u) + \beta(t, x) \dot{u}(t) \quad (\text{I.47})$$

avec :

$$\begin{aligned} \varphi_A(t, x, u) = & \dot{\alpha}_t(t, x) + \dot{\alpha}_x(t, x)\gamma(t, x) \\ & + [\dot{\alpha}_x(t, x)\delta(t, x) + \dot{\beta}_t(t, x) + \dot{\beta}_x(t, x)(\gamma(t, x) + \delta(t, x)u)]u \end{aligned} \quad (\text{I.48})$$

Dans ce cas, \dot{u} est considérée comme la nouvelle entrée de commande. On suppose que l'hypothèse (3) est vérifiée et l'inégalité $|L_u L_u s(t, x)| < C_0$ est vérifiée.

Cas B.

Dans ce cas, la commande n'affecte pas directement la dynamique de $s(t)$, qui est donnée par :

$$\dot{s}(t) = \alpha(t, x) \quad (\text{I.49})$$

La dérivée seconde de $s(t)$ peut être exprimée par :

$$\ddot{s} = \varphi_B(t, x) + \gamma_B(t, x) u \quad (\text{I.50})$$

avec :

$$\varphi_B(t, x) = \dot{\alpha}_t(t, x) + \dot{\alpha}_x(t, x)\gamma(t, x)$$

$$\gamma_B(t, x) = \dot{\alpha}_x(t, x)\delta(t, x)$$

On suppose que $\gamma_B(t, x) \neq 0 \forall x \in X$

L'hypothèse (3) peut être transposée au cas présent. Particulièrement, $\varphi_B(t, x)$ et $\gamma_B(t, x)$ sont des fonctions bornées.

$$0 < K_m \leq \gamma_B(t, x) \leq K_M \text{ et } |\varphi_B(t, x)| < C_0 \quad (\text{I.51})$$

Le problème posé revient, dans les deux cas, à la stabilisation en un temps fini du système auxiliaire du second ordre modélisé par :

$$\begin{cases} y_1(t) = s(t, x) \\ \dot{y}_1 = y_2(t) \\ \dot{y}_2 = \varphi(\cdot) + \gamma(t, x)u(t) \end{cases} \quad (\text{I.52})$$

Quant aux termes $\varphi(\cdot)$, $\gamma(\cdot)$ et $v(t)$ ils ont des structures différentes dans le cas A et B. $v(t)$ représente l'entrée du système où sa dérivée par rapport au temps suivant le degré relatif par rapport à la fonction contrainte. D'autre part, toute solution (I.47) ou (I.50) doit satisfaire l'inclusion différentielle [21].

$$\ddot{s} \in [-C_0, C_0] + [K_m, K_M] v \quad (\text{I.53})$$

| cas A | cas B |
|----------------------------------|----------------------------------|
| $\varphi(\cdot) = \phi(t, x, u)$ | $\varphi(\cdot) = \varphi(t, x)$ |
| $v(t) = \dot{u}(t)$ | $v(t) = u(t)$ |

Tableaux I.1 : Différentes structures du système modélisé (\ddot{s})

Notons que les hypothèses (3), sont relativement peu restrictives puisque si φ_B et γ_B sont continues sur un compact où φ_B ne s'annule pas, elles sont automatiquement vérifiées. On pourra donc se ramener à un compact afin d'appliquer les algorithmes de commande qui seront développés par la suite. Nous allons ensuite décrire quelques algorithmes du second ordre les plus utilisés dans la littérature, tels que l'algorithme de "twisting" et l'algorithme de "super-twisting".

I.3.2.1 Algorithme du twisting

La loi de commande est donnée par le théorème suivant :

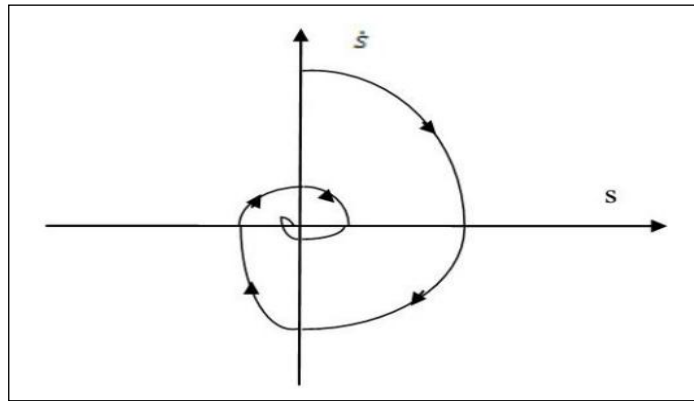
Théorème 2.1. [5] : considérant le système (I.1) et la surface de glissement s , la loi de commande :

$$u = \begin{cases} -\lambda_m \text{sign}(y_1) & \text{si } y_1 \dot{y}_2 \leq 0 \\ -\lambda_M \text{sign}(y_1) & \text{si } y_1 \dot{y}_2 > 0 \end{cases} \quad (\text{I.54})$$

Où λ_m et λ_M vérifient :

$$\lambda_M > \frac{C_0}{K_m}, K_m \lambda_M - C_0 > K_M \lambda_m + C_0$$

est un algorithme de commande par modes glissants d'ordre deux par rapport à s^2 figure (I.5).



Figure(I.5) : Trajectoire dans le plan de phase de l'algorithme de twisting

Dans le cas où le système est de degré relatif un, l'algorithme de commande est défini par la loi de commande ci-dessous [5][22], dans laquelle la condition sur $|u|$ prévoit $|u| \leq 1$.

$$u = \begin{cases} -\lambda_m \text{sign}(y_1) & \text{si } y_1 y_2 \leq 0 \\ -\lambda_M \text{sign}(y_1) & \text{si } y_1 y_2 > 0 \end{cases} \quad (\text{I.55})$$

En prenant en considération les trajectoires résultant de la dynamique incertaine de (I.50) et les intervalles de temps d'évaluation entre les croisements successifs de l'axe d'abscisse, il est possible de définir la borne supérieure du temps de convergence [23] :

$$T_{tw\infty} \leq t_{M1} + \vartheta_{tw} \frac{1}{1 - \theta_{tw}} \sqrt{|y_1 M_1|}$$

$y_1 M_1$ représente la valeur de y_1 au premier croisement d'abscisse dans le plan (y_1, y_2) , t_{M1} est le temps correspondant. ϑ_{tw} et θ_{tw} sont donnés par les relations suivantes [23] :

$$\vartheta_{tw} = \sqrt{2} \frac{K_m \lambda_M + K_M \lambda_m}{(K_m \lambda_M - c_0) \sqrt{K_M \lambda_m + c_0}}$$

$$\theta_{tw} = \frac{K_M \lambda_m + K_m \lambda_M - c_0}{K_m \lambda_M - c_0}$$

On a y_2 n'est pas mesurable, son signe peut être estimé par le signe de la dérivée de la surface dans un intervalle de temps Δt . Le $\text{sign}(y_2(t))$ est estimé par l'expression $\text{sign}(y_1(t) - y_1(t - \tau))$, pour une période d'échantillonnage τ , d'où l'appellation d'algorithme de twisting échantillonné. Ce dernier est utilisé lorsque le degré relatif du système par rapport à s est $r = 2$. Son intérêt est que, non seulement il ne requiert pas d'information sur la dérivée de la

surface considérée, mais il prend également en compte des contraintes d'ordre pratique telles que l'échantillonnage des mesures et de la loi de commande.

Pour des raisons de simplification, la période d'échantillonnage considérée est la même pour la prise de mesures et la commande. La loi de commande se présente de la manière suivante:

$$u = \begin{cases} -\lambda_m \text{sign}(s) & \text{si } s\Delta_s \leq 0 \\ -\lambda_M \text{sign}(s) & \text{si } s\Delta_s > 0 \end{cases} \quad (\text{I.56})$$

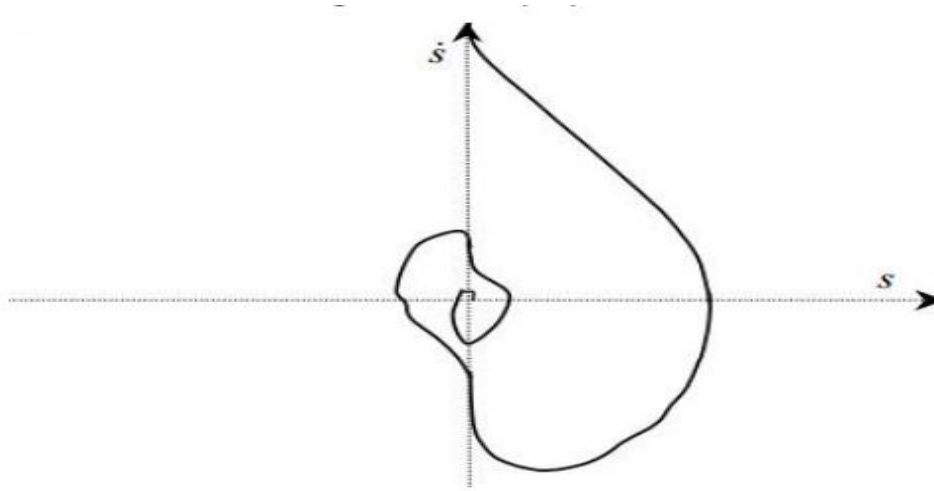
Avec

$$\Delta_s = \begin{cases} 0 & \text{si } k = 0 \\ (s(k\tau) - s((k-1)\tau)) & \text{si } k \geq 1 \end{cases} \quad (\text{I.57})$$

où τ est la période d'échantillonnage. Les conditions suffisantes sur s gains λ_m et λ_M assurant la convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase sont données par les conditions (I.54).

I.3.2.2 Algorithme du super twisting

Dans l'algorithme du twisting, s et \dot{s} sont nécessaires pour le calcul de la commande. Toutefois, dans la majorité des cas, \dot{s} ne peut être directement déterminée et elle doit être calculée à partir de s . Une telle inférence conduirait à des résultats erronés dans la plupart des cas en raison de la présence de bruit dans le système. L'algorithme de super twisting est conçu afin de réaliser une Commande par Mode de Glissement d'Ordre Deux en utilisant uniquement les informations sur s . Il est caractérisé par la rotation des trajectoires autour de l'origine du diagramme de phase (s, \dot{s}) figure (I.6). La convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase (s, \dot{s}) est due à la commutation de l'amplitude de commande entre deux valeurs différentes de telle sorte que l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées (c'est à dire s et \dot{s}) soient traversés par la trajectoire de plus en plus près de l'origine. L'amplitude de la commande permute à chaque croisement d'axe, nécessitant de connaître le signe de la dérivée temporelle de la variable de glissement.



Figure(I.6) : Trajectoire dans le plan de phase de l'algorithme de super twisting

Cet algorithme a été développé pour le cas du système de degré relatif $r=1$ afin d'éviter le phénomène de broutement. La loi de commande est alors donnée par [5] :

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (I.58)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -W \operatorname{sign}(s) & \text{si } |u| \leq 1 \end{cases} \quad (I.59)$$

$$u_2 = \begin{cases} -\lambda |s_0|^p \operatorname{sign}(s) & \text{si } |s| > s_0 \\ -\lambda |s|^p \operatorname{sign}(s) & \text{si } |s| \leq s_0 \end{cases} \quad (I.60)$$

Les conditions suffisantes pour la convergence en temps fini sur l'ensemble de glissement (I.55) sont données par [5] :

$$W > \frac{k_0}{k_m} \lambda^2 \geq \frac{4C_0 K_M (W + c_0)}{K_m^2 K_m (W - C_0)}, \quad 0 < p \leq 0.5 \quad (I.61)$$

L'algorithme ci-dessus n'a pas besoin de l'évaluation du signe de \dot{s} . Un mode de glissement du second ordre exponentiellement stable apparaît si la loi de commande avec $r=1$ est employée. Le choix $p=0.5$ assure que l'ordre du glissement réel maximum pour la réalisation du glissement d'ordre deux soit atteint. Récemment, une nouvelle loi de commande basée sur l'algorithme de super twisting modifié a été développée par [24]. La loi de commande est dans ce cas donnée par :

$$u(t) = -\lambda \operatorname{sign}(s) + u_1(t) \quad (I.62)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -ku & \text{si } |u| > u_0 \\ -W \operatorname{sign}(s) & \text{si } |u| \leq u_0 \end{cases} \quad (\text{I.63})$$

La simplicité de la structure de la loi de commande est tout à fait évidente avec seulement quatre paramètres à déterminer. Les conditions suffisantes correspondantes sur ces paramètres pour la convergence en temps fini sont :

$$u_0 > \frac{c_0}{K_m}, \quad \lambda > u_0, \quad k, W > 0 \text{ et } \frac{\lambda}{u_0} \text{ devrait être grand.}$$

I.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné un bref rappel des aspects théoriques des commandes par modes glissants. Des éléments théoriques nécessaires à la compréhension du mode de glissement sont introduits. Au début nous sommes intéressés à présenter les méthodes de synthèse des commandes par modes glissants d'ordre simple. L'inconvénient majeur de cette méthode est l'apparition du phénomène de réticence. Les fonctions d'adoucissement permettent sa réduction, cependant, elles font apparaître un compromis entre la robustesse de la commande et les performances du système. Afin d'annuler ou de réduire ce phénomène, la solution adaptée est basée sur la commande par mode glissant d'ordre deux en utilisant l'algorithme du twisting et supère twisting. Cette commande semble être un outil efficace pour contrôler des systèmes soumis à des incertitudes tout en obtenant une meilleure précision de convergence par rapport au mode glissant d'ordre un.

Chapitre II

**Commande par Mode Glissant d'ordre un
Appliquée sur un Système Hydraulique à
Trois Colonnes**

Chapitre II

Commande par Mode Glissant d'ordre un Appliquée sur un Système Hydraulique à Trois Colonnes

II.1 Introduction

Le comportement électrique et dynamique d'un système quelconque ne peut être étudié que s'il est possible de le définir par un modèle mathématique, c'est ce qu'on appelle modélisation. L'élaboration d'un modèle (modélisation) consiste à utiliser une loi physique, une règle de calcul empirique ou un système d'équations différentielles afin de construire un modèle relativement satisfaisant compte tenu des objectifs poursuivis et des moyens disponibles. Il est donc évidemment que cette étape de modélisation est un passage indispensable pour concevoir des systèmes de commande performantes.

La commande par mode glissant s'inscrit dans la théorie des systèmes à structure variable qui a pour but l'obtention, en boucle fermée, d'une dynamique largement indépendante de celle du processus et surtout de ses variations éventuelles. En ce sens, la commande par mode glissant est une commande non linéaire qui possède la propriété de robustesse.

Au début de ce chapitre, nous allons présenter le modèle mathématique de système hydraulique à trois colonnes, en utilisant la loi de Bernoulli. Ce modèle sera traduit sous forme de schéma bloc de manière à être simulé à l'aide du logiciel (Matlab/Simulink). Après la modélisation du système, la commande par mode glissant d'ordre un est appliquée afin d'obtenir un bon suivi de trajectoire et une certaine robustesse.

II.2 Description de système hydraulique réel

Le système hydraulique à trois colonnes T_1 , T_2 et T_3 , de hauteur maximale h_{max} , de section a , couplées par des vannes de transfert et qui peuvent être vidangées dans une cuve de rétention par des vannes de fuite. Ces vannes de fuite et de transfert notées v_{az1} , v_{az3} et v_{az4} , ont des sections efficaces identiques S_n . Chaque cuve a une conduite supplémentaire qui peut

être utilisée comme perturbation par l'intermédiaire d'une valve , v_{bzi} ($i = 1, 2, 3$) ajustable manuellement [25].

Les cuves 1 et 2 sont alimentées en fluide par l'intermédiaire de deux pompes de débit maximal, Q_{max} . Ces pompes à vitesse variable sont utilisées pour pomper de l'eau dans le réservoir et la rejeter dans les colonnes situées en partie supérieure du réservoir.

La vitesse d'une pompe peut être ajustée pour remplir un réservoir à gauche ou à droite, et un niveau exigé, sous contrôle manuel ou automatique.

Chaque colonne est équipée d'un capteur de pression donnant le niveau du liquide dans le réservoir. Les capteurs sont calibrés pour fournir des signaux de sortie variant correspondant à une variation de niveau d'eau pour chaque colonne.

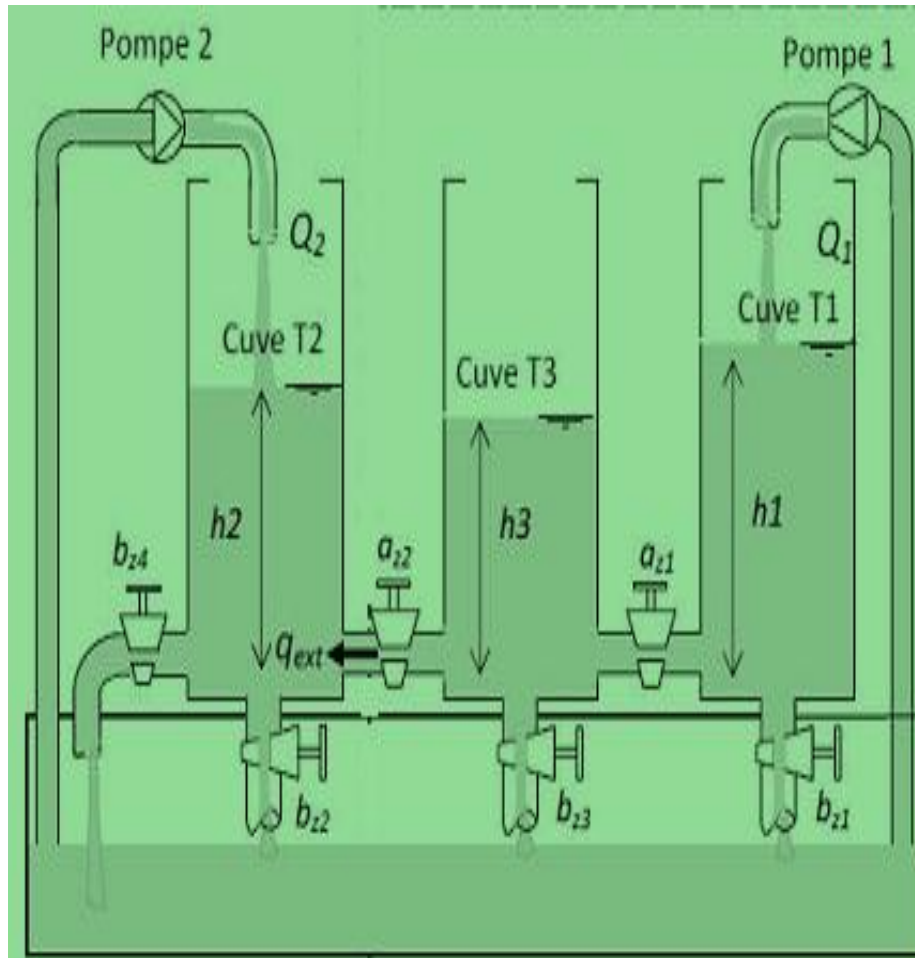


Figure (II.1): Système réel à trois colonnes.

Les mesures des niveaux sont effectuées par des capteurs de pression par différence de piezo-résistivité. Un tuyau rempli d'air est fixé sur toute la hauteur de la colonne, son extrémité haute est bouchée par le capteur de pression et l'extrémité basse est fixée dans le bas de la colonne, le poids de l'eau dans la colonne fait donc pression sur le capteur qui détermine une hauteur d'eau via une résistance [25].

II.3 Modélisation d'un système à trois colonnes

Considérons maintenant le système comprenant trois cuves et représenté par la figure II.2. Les équations d'état sont obtenues en écrivant que la variation du volume d'eau dans un bac est égale à la somme des débits entrants moins la somme des débits sortants, c'est-à-dire, l'eau des bacs 1 et 3 peut se déverser vers le bac 2, mais aussi vers le réservoir d'alimentation. En utilisant les équations massiques (équilibre des débits).



Figure(II. 2): Système constitué de trois cuves contenant de l'eau

Le système peut être représenté par :

$$\begin{cases} \dot{h}_1(t) = \frac{1}{\alpha} (Q_1(t) - Q_{13}^{out1}(t) - Q_{11}^{out2}(t)) \\ \dot{h}_2(t) = \frac{1}{\alpha} (Q_2(t) + Q_{32}^{out1}(t) - Q_{22}^{out2}(t) - Q_{24}^{out2}(t)) \\ \dot{h}_3(t) = \frac{1}{\alpha} (-Q_{31}^{out1}(t) - Q_{32}^{out1}(t) - Q_{33}^{out2}(t)) \end{cases} \quad (II. 1)$$

Où $h_i(t)$ sont les niveaux d'eau dans la cuve i , $Q_1(t)$ et $Q_2(t)$ sont les débits d'eau des pompes 1 et 2 respectivement dans les cuves 1 et 2. $Q_{ij}^{out1}(t)$ et Q_{ij}^{out2} représentent respectivement le débit d'eau entre les cuves i et j et le débit de fuite de cuve i par b_{zj} ($i, j = 1, 2, 3 \forall i \neq j$), et peuvent être exprimés en utilisant la loi de Torricelli [26] :

$$Q_{ij}^{out1}(t) = \alpha_{zi} s_n \text{sign}(h_i - h_j) \sqrt{2g|h_i - h_j|} \quad (\text{II.2})$$

$$Q_{ij}^{out2}(t) = b_{zj} s_L \sqrt{2gh_i} \quad j=1,2,3,4 \text{ et } i=1,2,3 \quad (\text{II.3})$$

Ce système, on peut le considérer comme un système multi-variable où ses entrées sont les débits d'eau Q_1 , Q_2 et ses sorties sont les niveaux d'eau h_2 , h_3 . Alors le système des trois cuves peut être modélisé par le système de trois équations différentielles .

Le système que nous voulons contrôler se compose de trois cuves T_1 , T_2 et T_3 connectés comme indiqué sur la figure II.2. Les vannes b_{z1} , b_{z2} et b_{z3} sont entièrement fermées pendant les expériences ($B_1 = B_2 = B_3 = 0$), les vannes α_{z1} et α_{z3} ont été entièrement ouvertes et la vanne b_{z4} a été partiellement ouverte (on ouvre b_{z2} ou b_{z3} juste pour créer des perturbations). La position des vannes n'a pas changé pendant les expériences. Les signaux commandés sont les hauteurs du niveau de liquide dans les réservoirs T_2 et T_3 (h_2 et h_3). Ces niveaux sont contrôlés par les tensions de commandes de deux pompes P_1 et P_2 .

Le système peut être considéré comme un système à deux entrées et deux sorties où les entrées sont les débits Q_1 et Q_2 et les sorties sont les niveaux du liquides h_2 et h_3 . En tenant des hypothèses citées, le système (II.4) s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = -c_1 \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{|h_1 - h_3|} + \frac{Q_1}{\alpha} - B_1 \sqrt{h_1} \\ \frac{dh_2}{dt} = c_3 \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{|h_3 - h_2|} + \frac{Q_2}{\alpha} - (B_2 + B_4) \sqrt{h_2} \\ \frac{dh_3}{dt} = c_1 \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{|h_1 - h_3|} - B_3 \sqrt{h_3} - c_3 \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{|h_3 - h_2|} \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Les paramètres c_i , $i = 1, 3$ et B_j , $j = 1, 2, 3, 4$ sont définis par :

$$c_i = \frac{1}{\alpha} \alpha_{zi} s_n \sqrt{2g}; \quad B_j = \frac{1}{\alpha} b_{zj} s_L \sqrt{2g}$$

$$\begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = -c_1 \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{|h_1 - h_3|} + \frac{Q_1}{\alpha} \\ \frac{dh_2}{dt} = c_3 \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{|h_3 - h_2|} + \frac{Q_2}{\alpha} - B_4 \sqrt{h_2} \\ \frac{dh_3}{dt} = c_1 \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{|h_1 - h_3|} - c_3 \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{|h_3 - h_2|} \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

Les paramètres de notre système sont donnés dans le tableau II.1.

| Symbole | Valeur | Paramètres |
|---------------|---------------------------------------|--|
| α | 0.0154 m^2 | Section de cuve |
| s_n | $2.5 * 10^{-5} \text{ m}^2$ | Section des vannes de connexion |
| s_L | $2.5 * 10^{-5} \text{ m}^2$ | Section des vannes de fuite |
| α_{zi} | $0 \leq \alpha_{zi} \leq 1$ | Coefficient de conduite entre les colonnes i ($i = 1, 2, 3$) |
| b_{zj} | $0 \leq b_{zj} \leq 1$ | Coefficient de conduite de fuite ($i = 1, 2, 3$) |
| g | 9.81 m/s^2 | Constante de gravitation m/s^2 |
| h_{imax} | 0.6 m | Hauteur maximum de l'eau dans les cuves i ($i = 1, 2, 3$) |
| Q_{imax} | $1.17 * 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ | Débit maximum de la pompe i ($i = 1, 2$) |

Tableaux (II.1) : Paramètres du système de trois cuves.

À l'équilibre les niveaux d'eau dans les trois colonnes sont constants et par suite leurs dérivées sont nulles.

$$\dot{h}_1 = \dot{h}_2 = \dot{h}_3 = 0 \quad (\text{II.6})$$

Et par suite :

$$-c_1 \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{|h_1 - h_3|} + \frac{Q_1}{\alpha} = 0$$

$$c_1 \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{|h_1 - h_3|} - c_3 \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{|h_3 - h_2|} = 0$$

Le débit Q_1 étant positif, alors on a :

$$\text{sign}(h_1 - h_3) = \text{sign}(h_3 - h_2) = 1 \quad (\text{II.7})$$

En posant :

$$x_1 = h_1, \quad x_2 = h_2, \quad x_3 = h_3, \quad u_1 = Q_1 \quad \text{et} \quad u_2 = Q_2 \quad (\text{II.8})$$

Le système (II.5) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -c_1\sqrt{x_1 - x_3} + \frac{u_1}{\alpha} \\ \dot{x}_2 = c_3\sqrt{x_3 - x_2} - B_4\sqrt{x_2} + \frac{u_2}{\alpha} \\ \dot{x}_3 = c_1\sqrt{x_1 - x_3} - c_3\sqrt{x_3 - x_2} \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

Qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x) + g u \\ y = c x \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Ou : $X = [x_1 x_2 x_3]^T$, $u = [u_1 u_2]^T$, $y = [x_2 x_3]^T$

$$f(t, x) = \begin{pmatrix} -c_1\sqrt{x_1 - x_3} \\ c_3\sqrt{x_3 - x_2} - B_4\sqrt{x_2} \\ c_1\sqrt{x_1 - x_3} - c_3\sqrt{x_3 - x_2} \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

II.4 Conception de la loi de commande par mode glissant d'ordre un

Le vecteur de surface de glissement est défini par :

$$s = [s_1 \quad s_2]^T \quad (\text{II.11})$$

Ou :

$$s_1 = (x_2 - x_{2d})$$

$$s_2 = \lambda(x_3 - x_{3d}) + (\dot{x}_3 - \dot{x}_{3d}) .$$

Avec : $\lambda =$ une constante positive.

x_{2d} et x_{3d} : sont respectivement les références des hauteurs h_2 et h_3 dans les cuves T_2 et T_3 . La dérivée de la surface de glissement s_1 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{s}_1 = l_1 + b_{12}u_2 \quad (\text{II.12})$$

Avec : $l_1 = (c_3\sqrt{x_3 - x_2} - B_4\sqrt{x_2} - \dot{x}_{2d})$ et $b_{12} = \frac{1}{\alpha}$

De même pour s_2 :

$$\dot{s}_2 = l_2 + b_{12}u_1 + b_{22}u_2 \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$l_2 = \lambda(c_1\sqrt{(x_1 - x_3)} - c_3\sqrt{(x_3 - x_2)} - \dot{x}_{3d}) - c_1 \frac{2c_1\sqrt{(x_1 - x_3)} - c_3\sqrt{(x_3 - x_2)}}{2\sqrt{(x_1 - x_3)}}$$

$$-c_3 \frac{-c_1\sqrt{(x_1 - x_3)} + 2c_3\sqrt{(x_3 - x_2)} + B_4\sqrt{x_2}}{2\sqrt{(x_1 - x_3)}} - \dot{x}_{3d}$$

et $b_{12} = c_1 \frac{1}{2\alpha\sqrt{(x_1 - x_3)}}$ et $b_{22} = c_3 \frac{1}{2\alpha\sqrt{(x_3 - x_2)}}$

La dérivée du vecteur de surface s^* s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{s}^* = l + b u \quad (\text{II.14})$$

avec : $l = [l_1 \ l_2]^T$ et $b = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$.

Alors la commande par mode glissant de premier ordre (FOSMC) est donnée par :

$$u_{fosmc} = -b^{-1} \left(l + \begin{bmatrix} k_1 \text{sign}(s_1) \\ k_2 \text{sign}(s_2) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{II.15})$$

En choisissant la fonction candidate de Lyapunov V suivante :

$$V = \frac{1}{2}(s_1^2 + s_2^2) \quad (\text{II.16})$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V} = s_1\dot{s}_1 + s_2\dot{s}_2 \quad (\text{II.17})$$

Remplaçons les dérivées des surfaces de glissement par leurs expressions (II.11) et (II.12), on obtient :

$$\dot{V} = s_1(l_1 + b_{12}u_2) + s_2(l_2 + b_{12}u_1 + b_{22}u_2) \quad (\text{II.18})$$

alors la dérivée de la fonction de Lyapunov choisie s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(l + bu)$$

En remplaçant le vecteur de commande par son expression, on obtient :

$$\dot{V} = s\dot{s} = s \left(l - bb^{-1} \left(l + \begin{bmatrix} k_1 \text{sign}(s_1) \\ k_2 \text{sign}(s_2) \end{bmatrix} \right) \right) = -k_1 \text{sign}(s_1)s_1 - k_2 \text{sign}(s_2)s_2$$

Pour k_1 et k_2 positives, la condition d'attractivité $\dot{V} < 0$ est toujours vérifiée. Les surfaces de glissement convergent en un temps fini vers zéro et par conséquent, la convergence des sorties de système est assurée vers leurs références en boucle fermée.

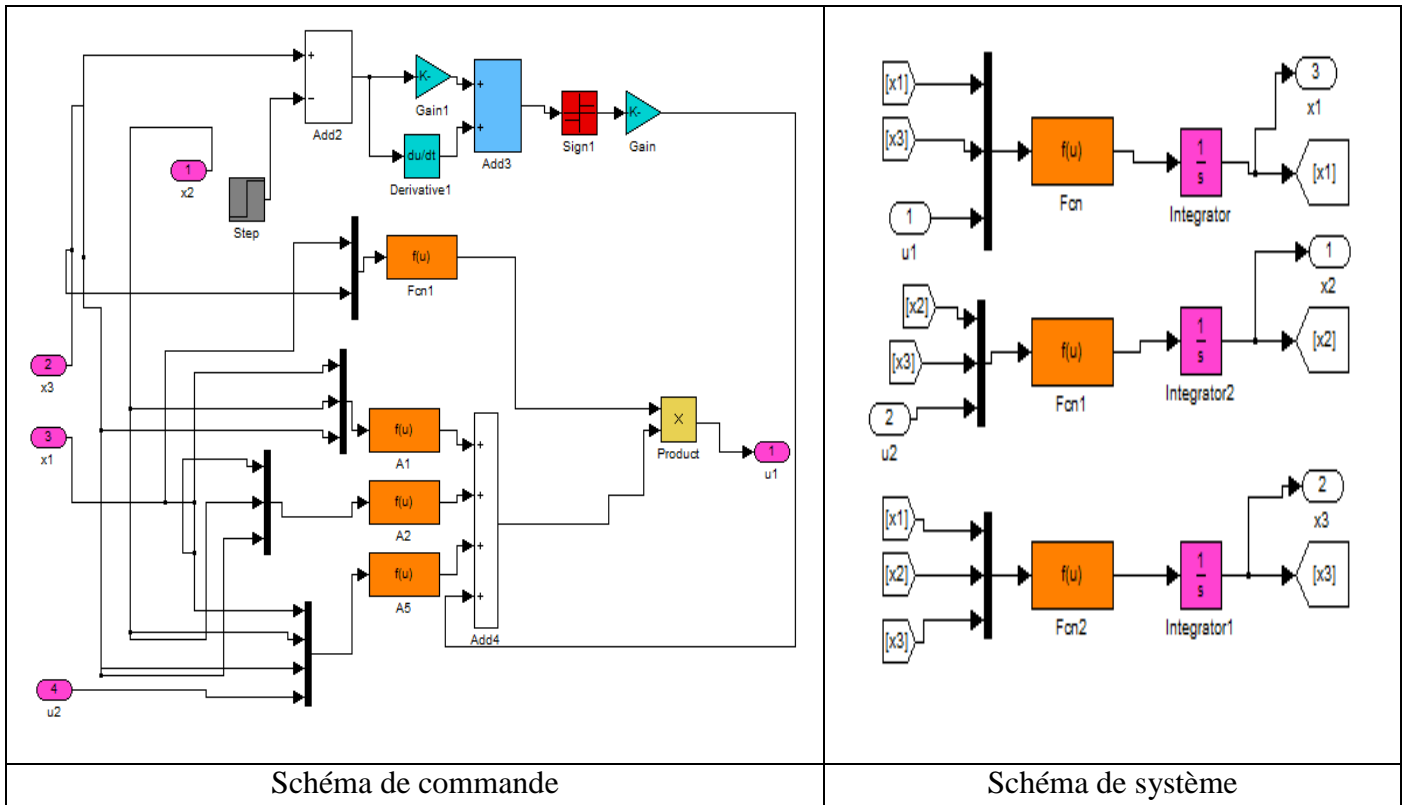
II.4.1 Résultats de simulation de la commande par mode glissant classique

La loi de commande est obtenue à partir de l'équation (II.14). La fréquence d'échantillonnage a été fixée. Cette loi de commande nécessite trois paramètres de réglage λ , k_1 et k_2 .

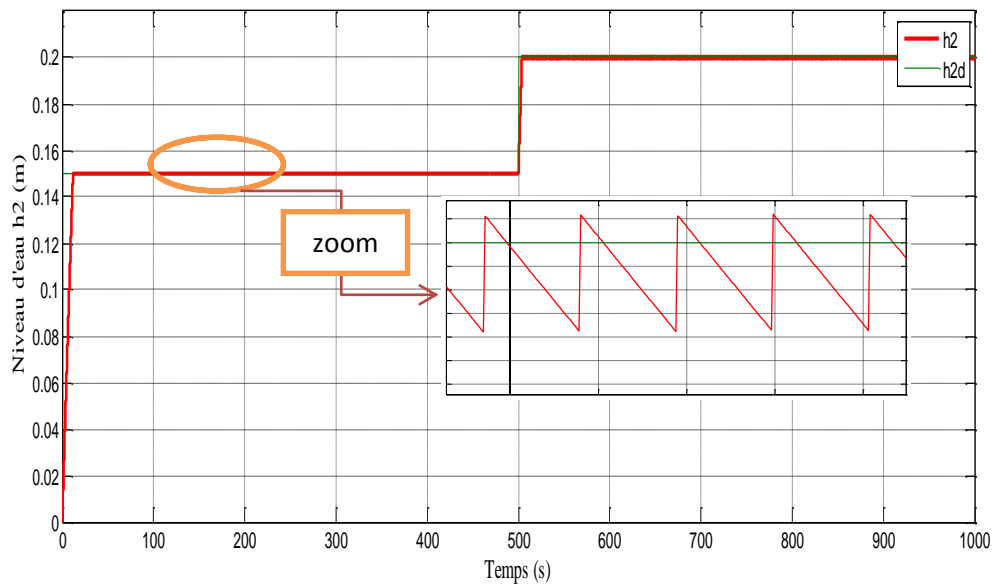
Pour tester la robustesse de la loi de commande proposée par rapport aux perturbations extérieures nous avons créé à l'instant $t=500s$ des perturbations par l'ouverture la vannes V_{bz3} .

Dans les figures (II.4) et figures (II.5) on trace les sorties qui correspondent aux niveaux h_2 et h_3 ainsi que les signaux de commande Q_1 et Q_2 . À la 500^{ème} itération on procède à un changement de la consigne au niveau de h_3 et on remarque que le niveau suit la nouvelle consigne la commande Q_1 est excitée alors que la commande Q_2 n'est pas concernée. De même on change la consigne correspondante au niveau h_2 à la 500^{ème} itération et le comportement est similaire toutefois les deux commandes sont concernées.

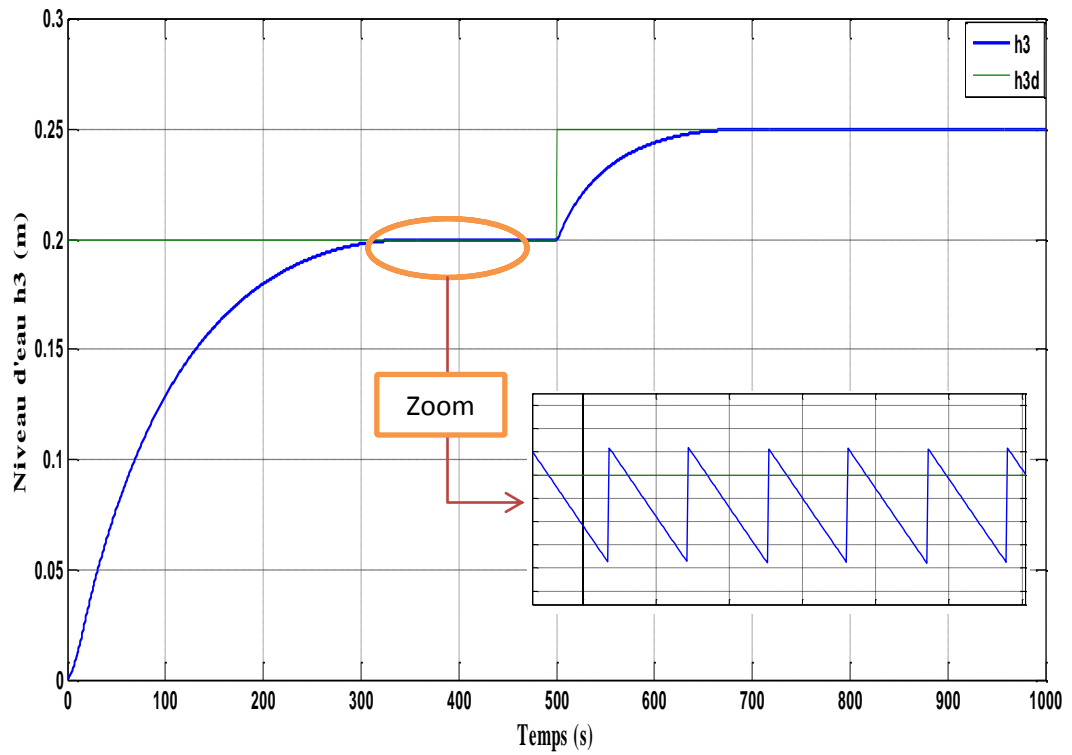
Les deux courbes dans les figures (II.6) et figures (II.7) des commandes montrent que les deux signaux sont chahutés (phénomène de chattering), c'est l'inconvénient majeur de la commande par mode glissant classique même en simulation pour cela on va appliquer cette même loi de commande avec changement de fonction signe avec fonction « sat » pour éliminer ce phénomène indésirable.



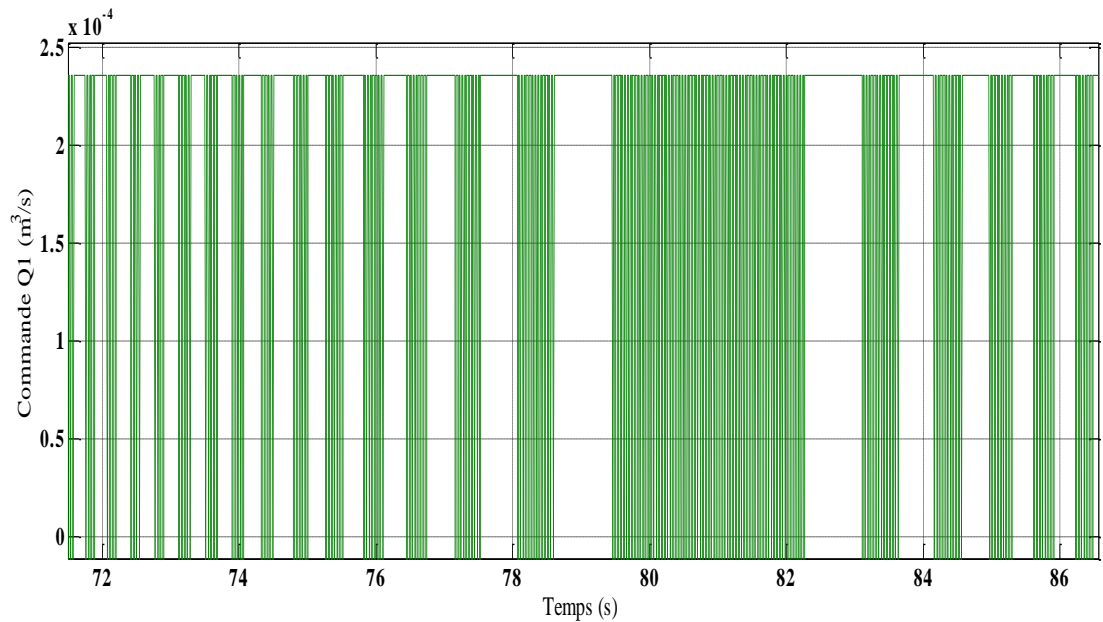
Figure(II.3): Schéma bloc de la commande.



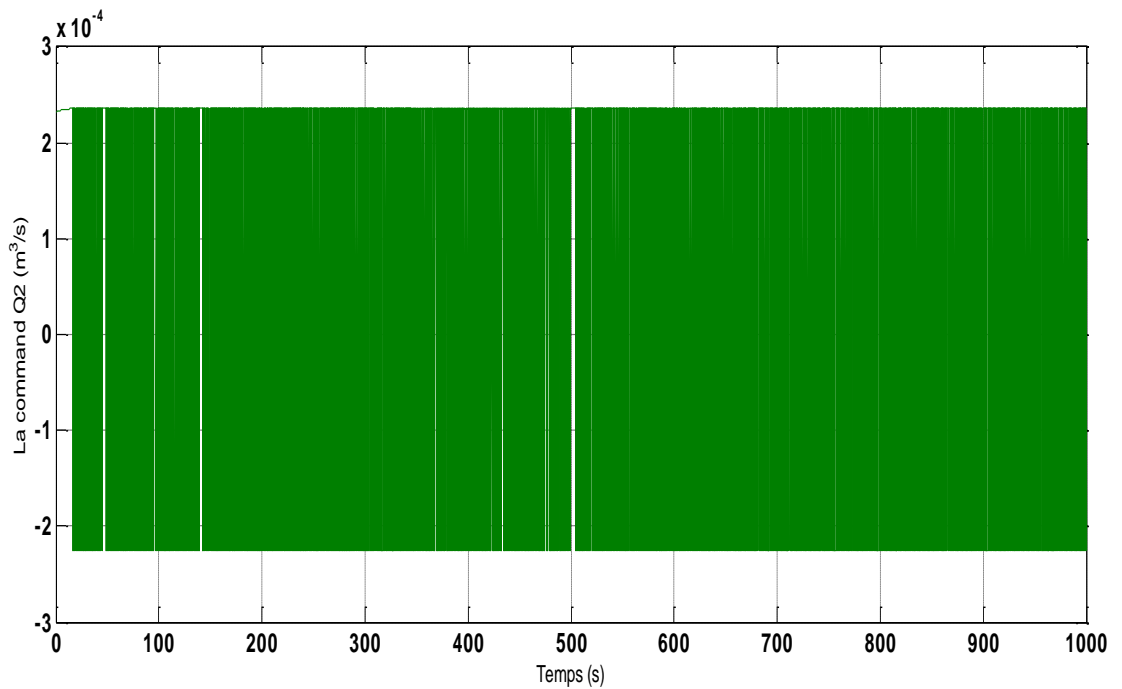
Figure(II.4): Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par SMG classique



Figure(II.5): Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} par SMG classique



Figure(II.6): Le signal de commande Q_1 avec SMG classique



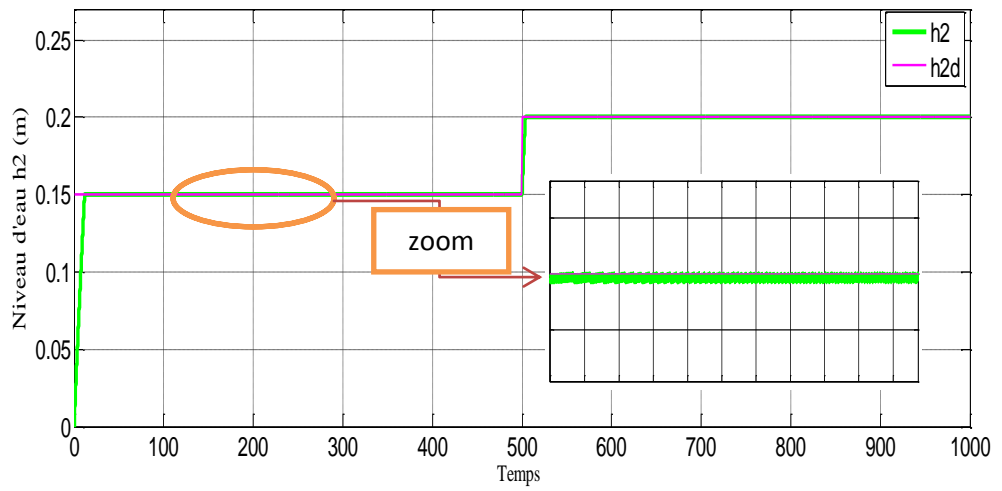
Figure(II.7): Le signal de commande Q_2 avec SMG classique

II.4.2 Résultats de simulation avec la fonction saturation

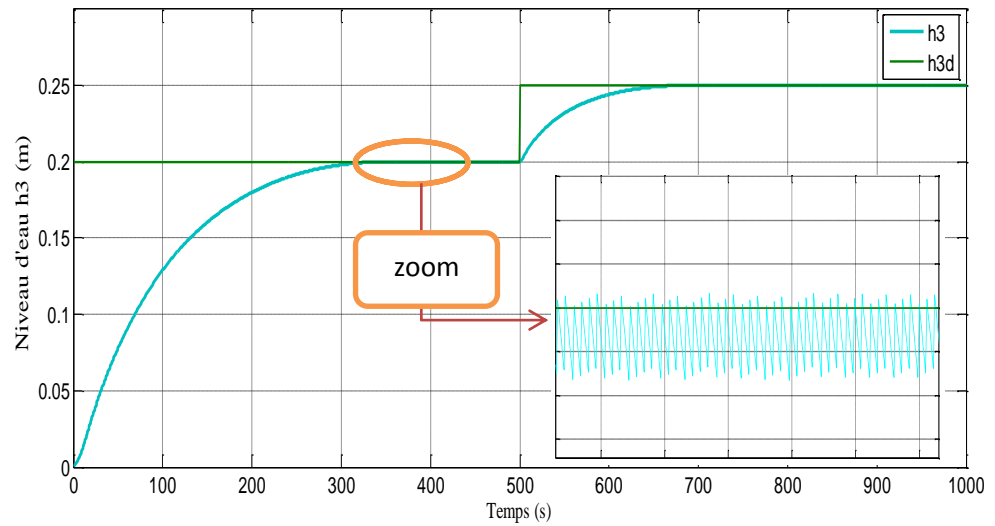
La loi de commande par mode glissant avec saturation est la suivante :

$$u = -b^{-1} \left(l + \begin{bmatrix} k_1 \text{sat}(s_1) \\ k_2 \text{sat}(s_2) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{II.19})$$

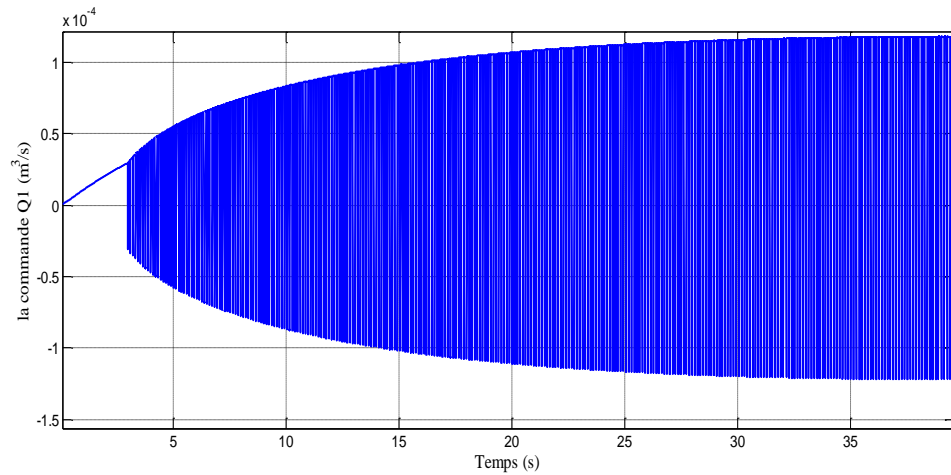
Cette loi de commande a trois paramètres à régler pour garantir la négativité de la dérivée de la fonction de Lyapunov. Les deux gains de commutation k_1 et k_2 doivent être assez grand pour assurer la convergence des surfaces de glissement vers zéro rapidement mais pas trop pour ne faire pas chahuter les signaux de commande. Les résultats obtenus montrent clairement l'amélioration apportée par le changement de la fonction « sign » par « sat » au niveau des deux commandes figures ((II.10) et (II.11)). Cependant le phénomène de chattering n'existe pas au niveau des deux signaux de commande qui sont sensibles au changement de consigne et aux perturbations extérieurs. On remarque l'apparition d'une erreur statique sur les sorties figure(II.8) et figure (II.9).



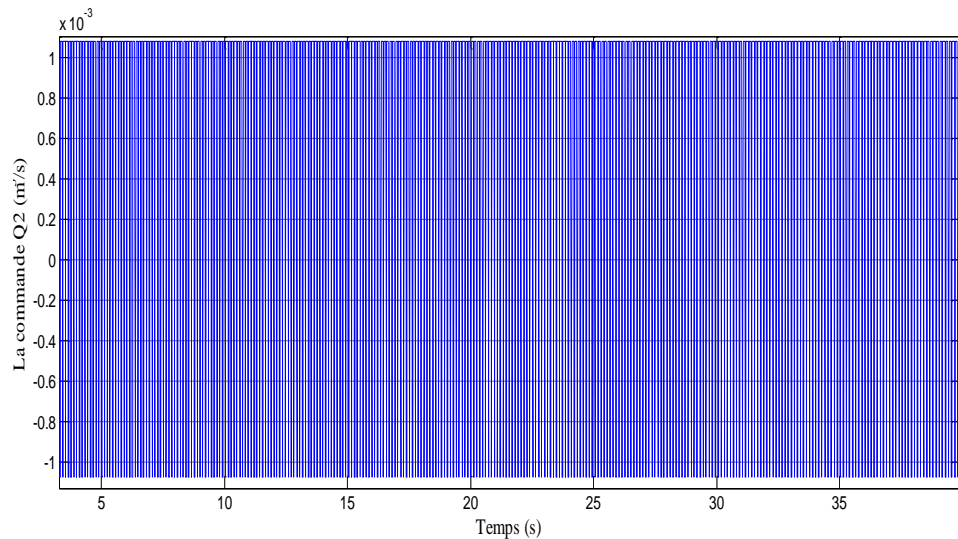
Figure(II.8): Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par SMG avec sat



Figure(II.9): Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} par SMG avec sat



Figure(II.10): Le signal de commande Q_1 par SMG avec sat



Figure(II.11) : Le signal de commande Q_2 par SMG avec sat

On remarque dans les figure (II.8) et (II.9) que les sorties h_2 et h_3 convergent vers les références h_{2d} et h_{3d} avec des erreurs statiques plus faibles que celles obtenues par l'application du mode glissant avec sat.

II.4.3 Teste de robustesse

Dans le but de montrer l'intérêt de la technique de commande, nous nous proposons d'étudier la robustesse par rapport aux perturbations. Pour ce faire nous avons utilisé la colonne T_2 pour créer des perturbations par l'ouverture et fermeture de la Vanne $V_{b_{z3}}$ à l'instante $T=500(s)$.

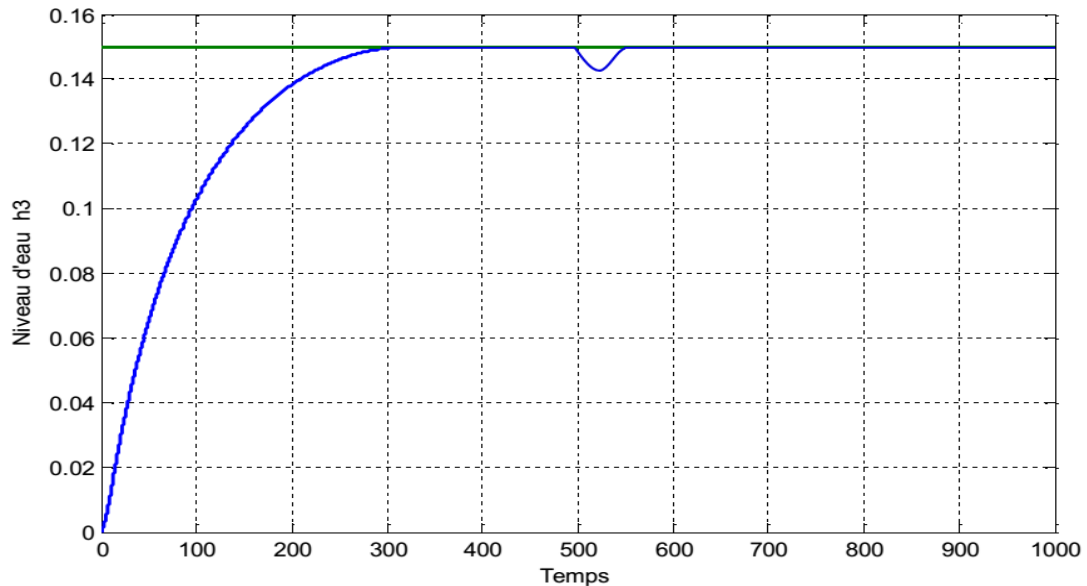


Figure (II.12) : Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} avec perturbations.

La Figure (II.12) montre bien que la sortie suit sa référence malgré la présence de la perturbation.

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation d'un système hydraulique à trois colonnes, et la conception de la commande par mode glissant d'ordre un. Les résultats de simulation nous montrent que les réponses obtenues avec la commande par mode glissant d'ordre un est robuste. L'inconvénient majeur de la commande par mode glissant étant le phénomène de réticence (effet chattering). Une solution possible pour réduire le broutement consiste à remplacer la fonction discontinue « Sign » par une fonction continue « Sat ».

Pour résoudre ce problème on fait appel à une autre technique de commande qui permet réduire l'effet chattering, cette technique est appelée commande par mode glissant d'ordre deux et fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre III

**Commande par Mode Glissant d'Ordre deux
Appliquée sur un Système à Trois Colonnes**

Chapitre III

Commande par Mode Glissant d'Ordre deux

Appliquée sur un Système à Trois Colonnes

III.1 Introduction

Dans la pratique, l'utilisation de la technique de commande par mode glissant a été limitée par les oscillations liées aux commutations de la commande et qui se répercutent sur les grandeurs asservies [27] [28]. De nombreuses solutions ont été proposées permettant de réduire ces oscillations telle que l'augmentation de la fréquence de commutation qui assure une commutation progressive [29] [30]. Bien que cette solution élimine le phénomène de réticence, elle ne conserve pas la robustesse par rapport à certaines classes d'incertitudes.

Une seconde solution proposée est l'utilisation d'une commande par modes glissants d'ordre deux par l'application des algorithmes du twisting et super twisting, afin d'assurer la convergence de la surface et sa dérivée vers l'origine dans un temps fini. Dans ce chapitre, les deux algorithmes vont être appliqués pour contrôler le système à trois colonnes.

III.2 Commande du système à trois cuves par mode glissant d'ordre deux

Le système utilisé est celui étudié au chapitre précédent donné par (II.8). On va commander le système à trois colonnes par deux algorithmes du mode glissant d'ordre deux, le twisting et le super twisting.

III.2.1 Commande par l'algorithme du Twisting

Pour déterminer la loi de commande de notre système par l'algorithme du twisting, il faut calculer la dérivée seconde de vecteur de surface (II.10).

D'après l'équation (II.11), on a :

$$\dot{s}_1 = c_3\sqrt{x_3 - x_2} - B_4\sqrt{x_2} - \dot{x}_{2d} + \frac{1}{\alpha}u_2 \quad (\text{III. 1})$$

$$\ddot{s}_1 = c_3 \frac{\dot{x}_3 - \dot{x}_2}{2\sqrt{(x_3 - x_2)}} + B_4 \frac{\dot{x}_2}{2\sqrt{x_2}} - \ddot{x}_{2d} + \frac{1}{\alpha} u_2 \quad (\text{III. 2})$$

Donc la dérivée seconde de la surface s_1 s'écrit sous la forme suivante :

$$\ddot{s}_1 = l_1 + b_{12} u_2 \quad (\text{III. 3})$$

Avec :

$$l_1 = c_3 \frac{\dot{x}_3 - \dot{x}_2}{2\sqrt{(x_3 - x_2)}} + B_4 \frac{\dot{x}_2}{2\sqrt{x_2}} - \ddot{x}_{2d} \quad (\text{III. 4})$$

Puisque toutes les mesures sont bornées, alors les fonctions l_1 et b_{12} sont bornées telles que :

$$0 < K_{1m} \leq l_1 \leq K_{1M} |b_{12}| < C_{10} \quad (\text{III. 5})$$

La loi de commande u_2 est définie par :

$$\ddot{u}_2 = b_{12}^{-1} (-l_1 + u_2) \quad (\text{III. 6})$$

$$u_2 = \begin{cases} -\lambda_{2m} \text{sign}(s_1) & \text{si } s_1 \dot{s}_1 \leq 0 \\ -\lambda_{2M} \text{sign}(s_1) & \text{si } s_1 \dot{s}_1 > 0 \end{cases} \quad (\text{III. 7})$$

Ou λ_{2m} , λ_{2M} , sont des constantes positives qui satisfont les conditions suivantes :

$$0 < \lambda_{2m} < \lambda_{2M} \quad \text{et} \quad \lambda_{2M} > \frac{C_{10}}{K_{1m}} \quad (\text{III. 8})$$

$$K_{1m} \lambda_{2m} - C_{10} > K_{1M} \lambda_{2M} + C_{10} \quad (\text{III. 9})$$

De même pour s_2 , on a :

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= \lambda(\dot{x}_3 - \dot{x}_{3d}) + \frac{d(c_1\sqrt{x_1 - x_3} - c_3\sqrt{x_3 - x_2})}{dt} - \ddot{x}_{3d} \\ &= \lambda(\dot{x}_3 - \dot{x}_{3d}) - c_1 \frac{2c_1\sqrt{(x_1 - x_3)} - c_3\sqrt{(x_3 - x_2)}}{2\sqrt{(x_1 - x_3)}} - c_3 \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{x}_3 - \dot{x}_2}{2\sqrt{(x_3 - x_2)}} \right) + b_{21} u_1 - \ddot{x}_{3d} \end{aligned}$$

Alors :

$$\ddot{s}_2 = \lambda(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{3d}) - c_1 \frac{2c_1\sqrt{(x_1 - x_3)} - c_3\sqrt{(x_3 - x_2)}}{2\sqrt{(x_1 - x_3)}} - c_3 \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{x}_3 - \dot{x}_2}{2\sqrt{(x_3 - x_2)}} \right) + b_{21} \dot{u}_1 + \dot{b}_{21} u_1$$

La dérivée seconde de la surface de glissement s_2 s'écrit sous la forme suivante :

$$\ddot{s}_2 = l_2 + b_{21}u_1 \tag{III. 10}$$

Avec :

$$l_2 = \ddot{s}_2 = \lambda(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{3d}) - c_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{2c_1\sqrt{(x_1 - x_3)} - c_3\sqrt{(x_3 - x_2)}}{2\sqrt{(x_1 - x_3)}} \right) - c_3 \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{x}_3 - \dot{x}_2}{2\sqrt{(x_3 - x_2)}} \right) + b_{21}u_1$$

Comme pour s_1 , on a les conditions suivantes :

$$0 < K_{2m} \leq l_2 \leq K_{2M}|b_{21}| < C_{20} \tag{III. 11}$$

$$\dot{u}_1 = b_{21}^{-1}(-l_2 + u_1) \tag{III. 12}$$

Avec :

$$u_1 = \begin{cases} -\lambda_{1m}\text{sign}(s_2) & \text{si } s_2\dot{s}_2 \leq 0 \\ -\lambda_{1M}\text{sign}(s_2) & \text{si } s_2\dot{s}_2 > 0 \end{cases} \tag{III. 13}$$

où λ_{1m} et λ_{1M} , sont des constantes positives qui satisfont les conditions suivantes :

$$0 < \lambda_{1m} < \lambda_{1M} \quad \text{et} \quad \lambda_{1M} > \frac{C_{20}}{K_{2m}} \tag{III. 14}$$

$$K_{2m}\lambda_{1m} - C_{20} > K_{2M}\lambda_{1M} + C_{20} \tag{III. 15}$$

III.2.1.1 Schéma bloc de la commande

La figure (III.1),(III.2) représentent le schéma bloc de la commande par le mode glissant, et schéma de principe de l'algorithme de twisting.

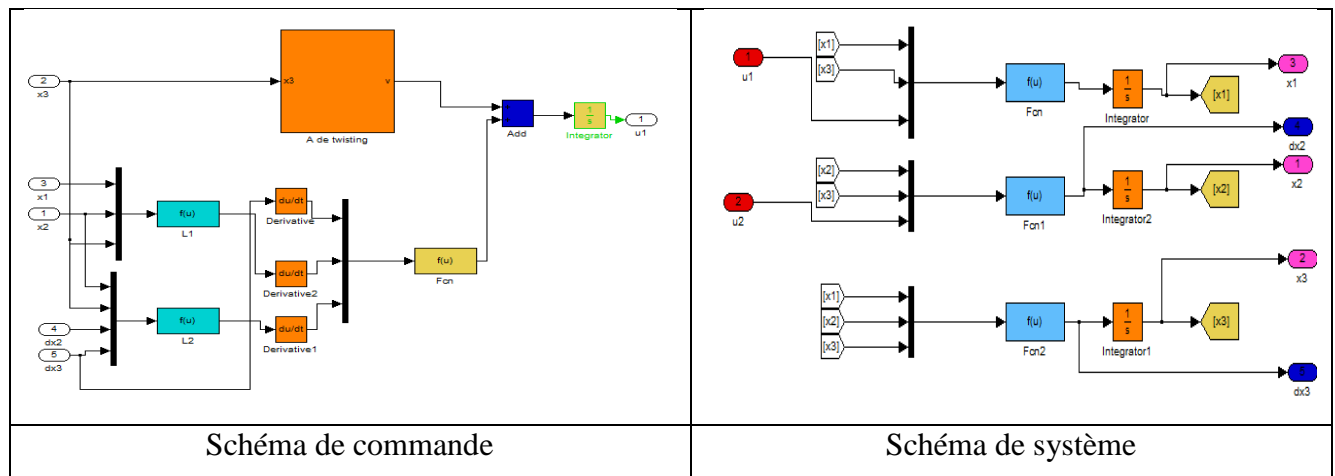


Figure (III.1): Schéma bloc de la commande.

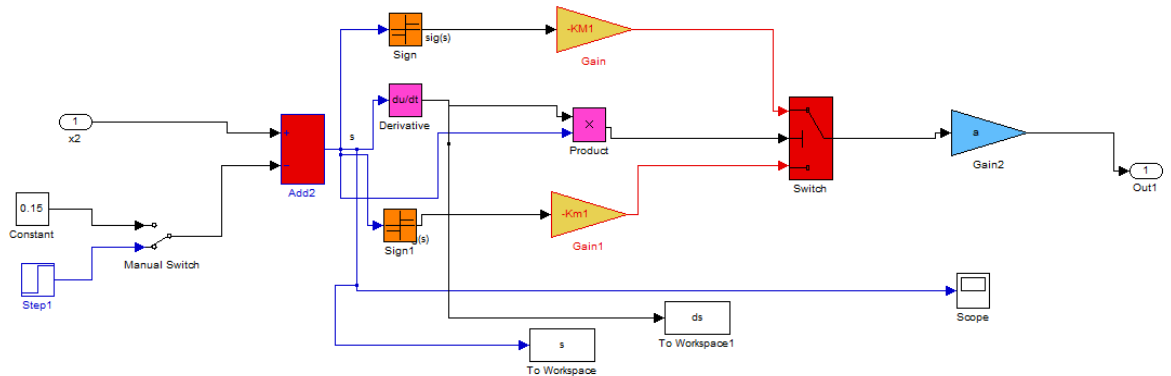


Figure (III.2): Schéma de principe de l'algorithme de twisting.

III.2.1.2 Résultats de simulation

Les figures (III.3) ,(III.4) ,(III.5) ,(III.6) ,(III.7) ,(III.8) présentent dans l'ordre les niveaux h_2 et h_3 , la commande Q_1 , Q_2 , la surface et sa dérivée.

On va fermer la vanne V_{az3} La figure (III.3) et (III.4) montre le suivi de la référence par le niveau du liquide.

Ces résultats montrent que la réponse du niveau h_2 et h_3 suit bien sa référence.

On remarque que la commande oscille au départ pour se stabiliser au bout d'un certain temps. Cela est dû à la nature de convergence de l'algorithme de twisting. Les figures (III.7) et (III.8) présentent respectivement la surface et sa dérivée obtenues par un différentiateur robuste. On peut constater à partir de la figure (III.5) et (III.6) que la commande n'est pas affectée par le phénomène de chattering.

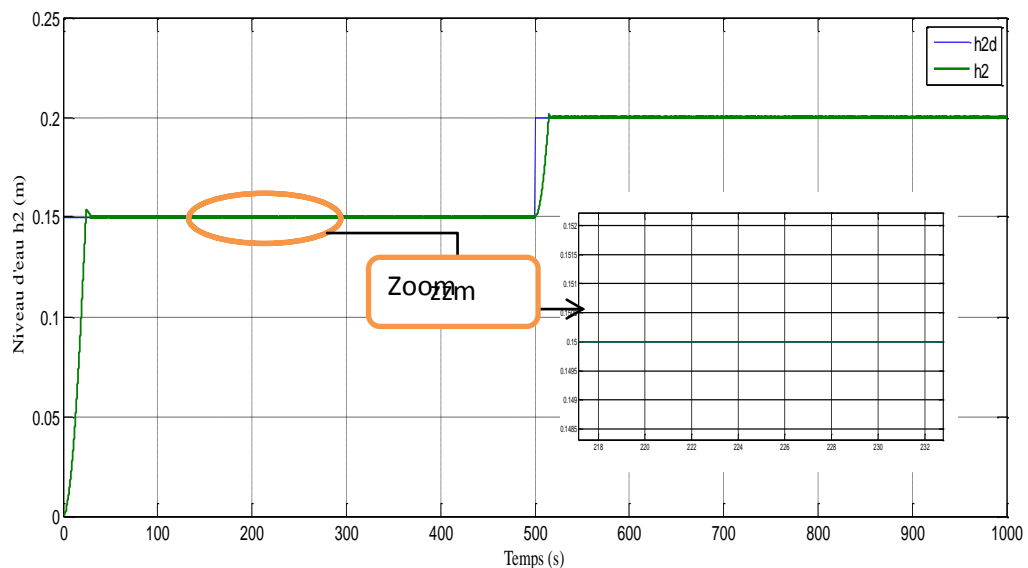


Figure (III.3): Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par l'algorithme de twisting.

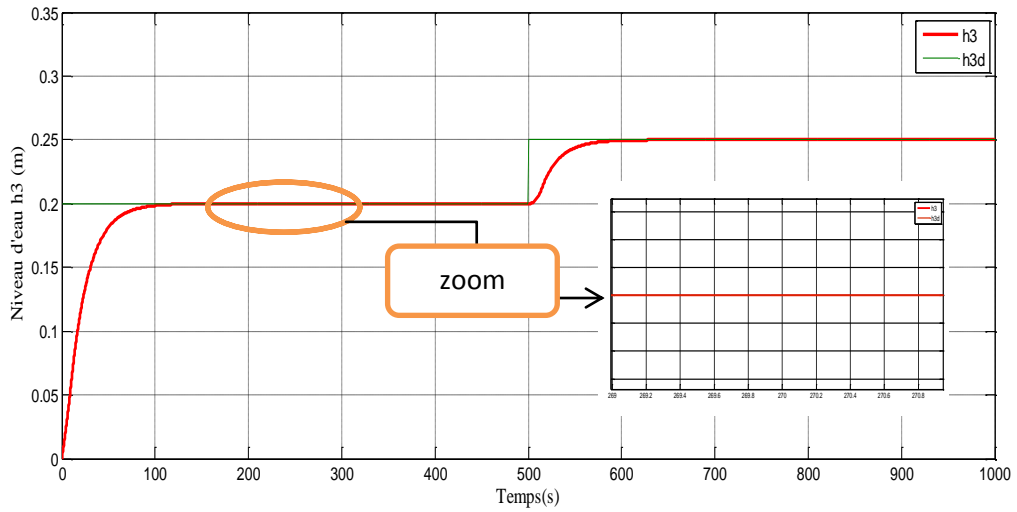


Figure (III.4): Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} par l'algorithme de twisting.

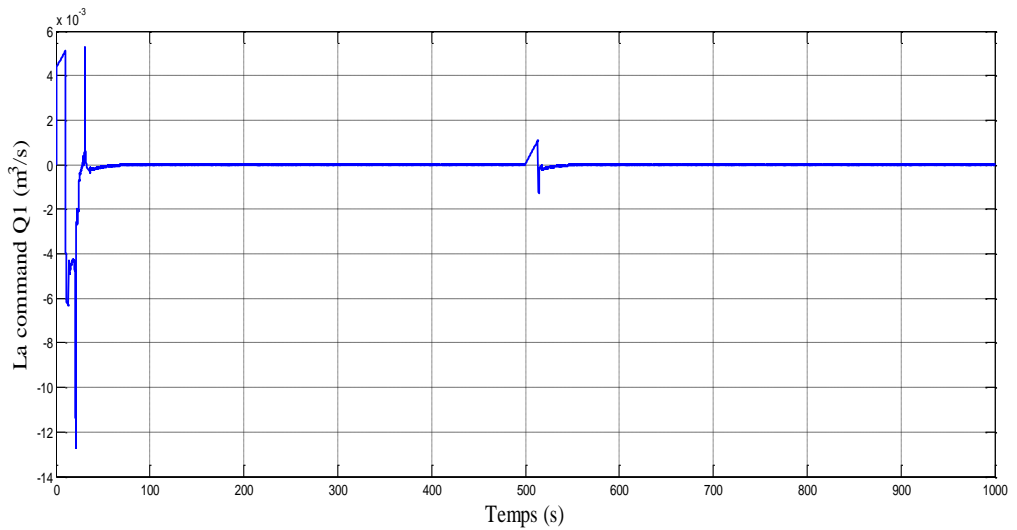


Figure (III.5): Le signal de commande Q_1 avec twisting.

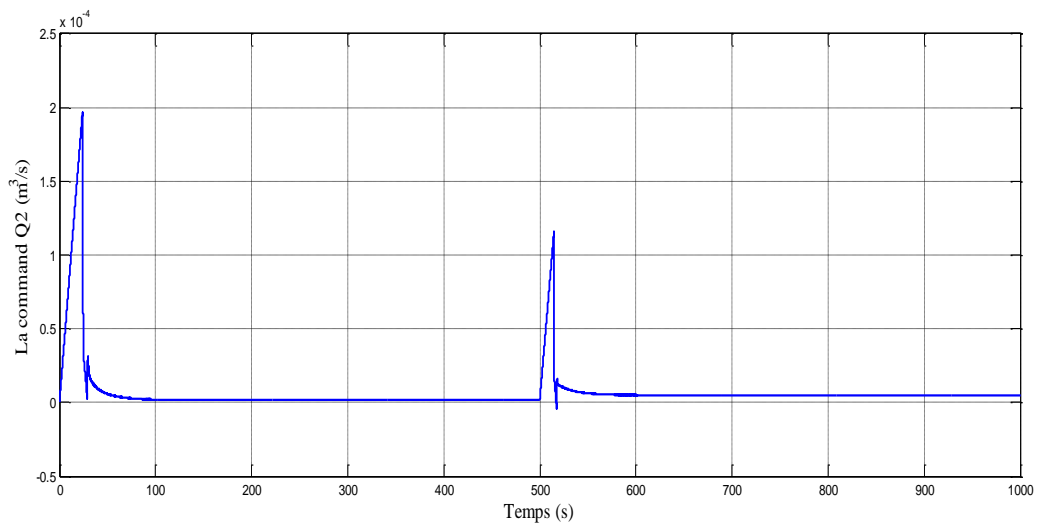
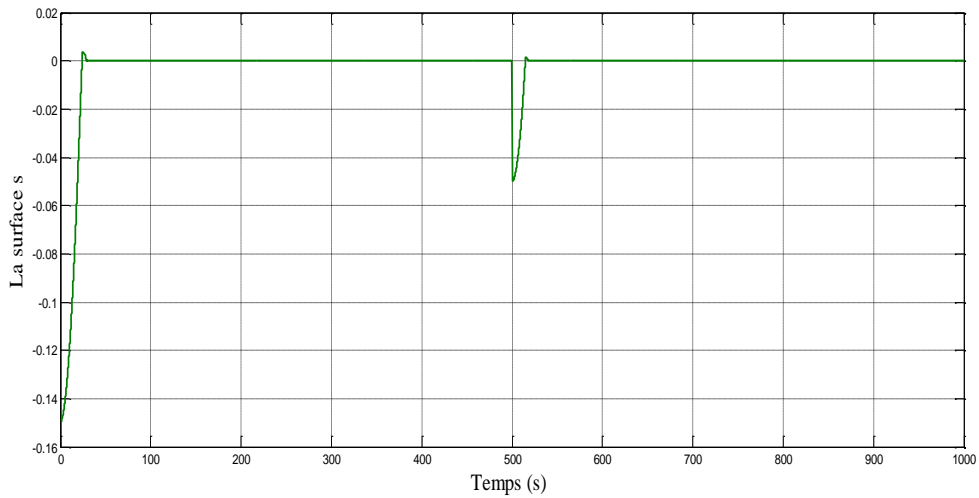
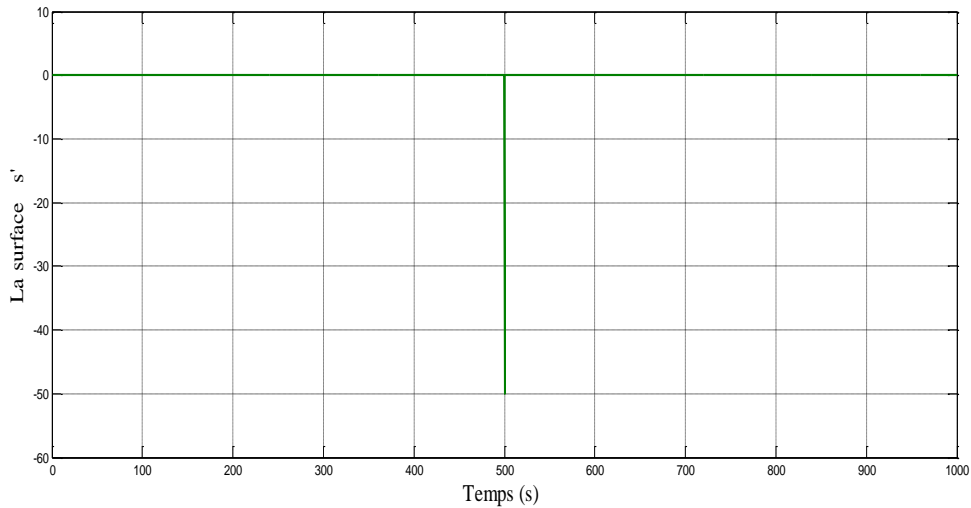


Figure (III.6): Le signal de commande Q_2 avec twisting.**Figure (III.7):** La surface s avec twisting.**Figure (III.8):** La surface s' avec twisting.

III.2.1.3 Teste de robustesse

Pour montrer la robustesse du système commandé face aux perturbations agissant sur le système, nous introduisons une fuite d'amplitude dans les réservoirs. On ouvre la Vanne V_{b22} à l'instant $T=200(s)$.

On remarque que lors de l'application de la perturbation, un pic sur l'allure de la sortie à l'instant $T=200(s)$, puis suit rapidement sa référence.

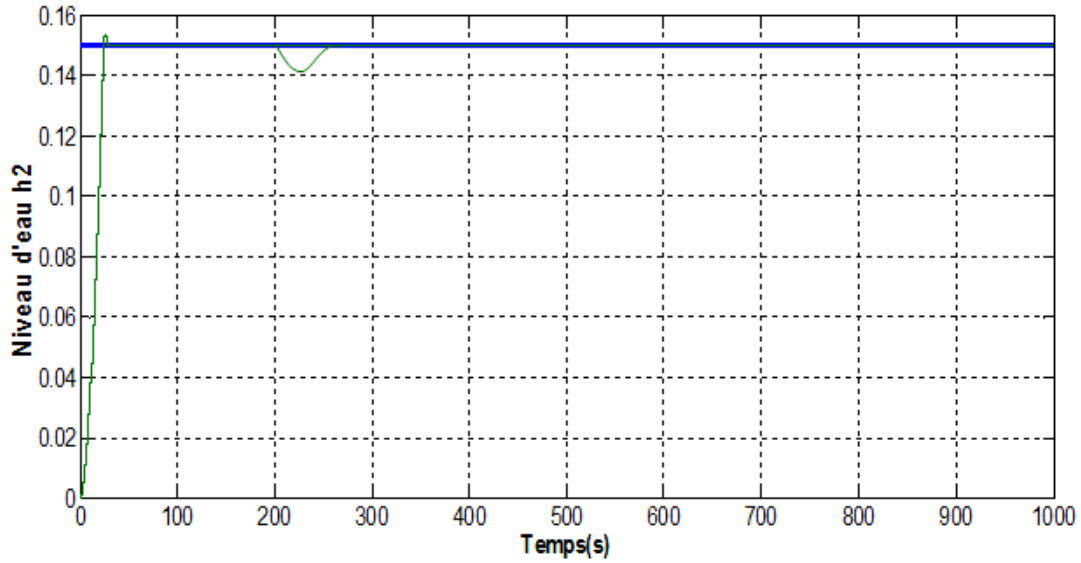


Figure (III.9): Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par l'algorithme de twisting avec perturbations.

III.2.2 Commande par l'algorithme du super-twisting

D'après les équations (II.11) et (II.12), on a :

$$\dot{s}_1 = l_1 + b_{12}u_2 \quad (\text{III. 16})$$

$$\dot{s}_2 = l_2 + b_{21}u_1 + b_{22}u_2 \quad (\text{III. 17})$$

Donc la dérivée de s_2 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{s}_2 = L_2 + b_{21}u_1 \quad (\text{III. 18})$$

Avec : $L_2 = l_2 + b_{22}u_2$

On remarque que les degrés relatifs du système par rapport aux deux surfaces de glissement sont égaux à un, alors la loi de commande est :

$$u_1 = b_{21}^{-1}(-L_2 + u_1) \quad (\text{III. 19})$$

Avec :

$$v_1 = v_{11} + v_{22} \quad \text{tels que} \quad \begin{cases} \dot{v}_{11} = -\alpha_1 \text{sign}(s_2) \\ v_{22} = -\alpha_2 |s_2|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_2) \end{cases} \quad (\text{III. 20})$$

Et

$$u_2 = b_{12}^{-1}(-l_1 + u_2) \tag{III. 21}$$

Avec :

$$v_2 = v_{21} + v_{22} \quad \text{tels que} \quad \begin{cases} \dot{v}_{21} = -\alpha_3 \text{sign}(s_1) \\ v_{22} = -\alpha_4 |s_2|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_1) \end{cases} \tag{III. 22}$$

III.2.2.1 Résultats de simulation

Les paramètres α_1 , α_2 , α_3 et α_4 dans (III.20) et (III.22) sont déterminés de telle manière à satisfaire les conditions de convergence en temps fini sur l'ensemble de glissement $\{s_1 = \dot{s}_1 = s_2 = \dot{s}_2 = 0\}$. L'application de la commande permet la convergence en un temps fini de sorties vers ses valeurs désirées en évitant le phénomène de réticence.

Le schéma de principe de l'algorithme de super twisting est illustré sur la figure (III.10).

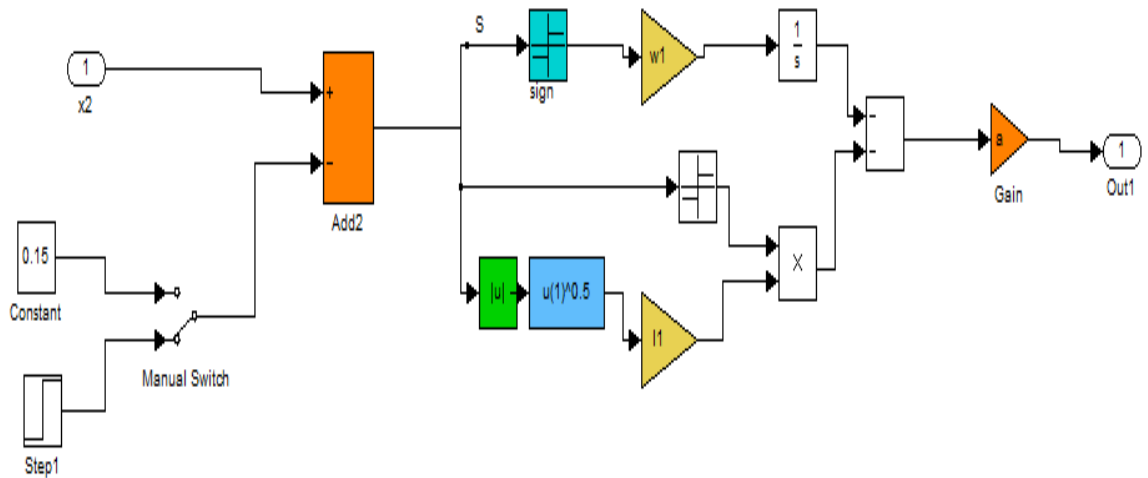


Figure III.10: Schéma de principe de l'algorithme de super twisting

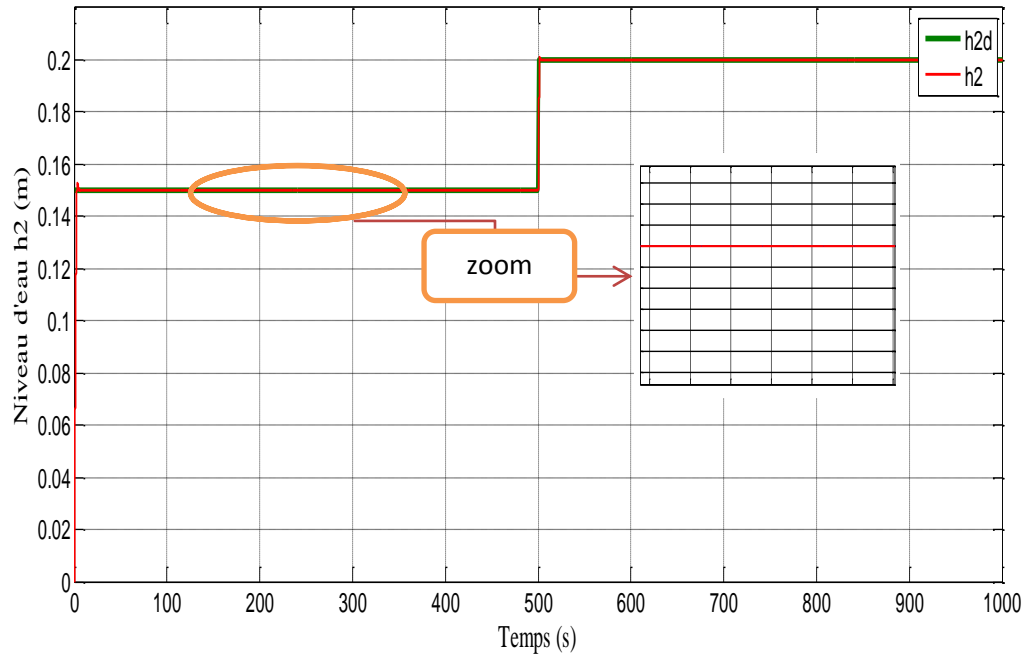


Figure (III.11): Niveau h_2 et de sa référence h_{2d} par l'algorithme de super-twisting.

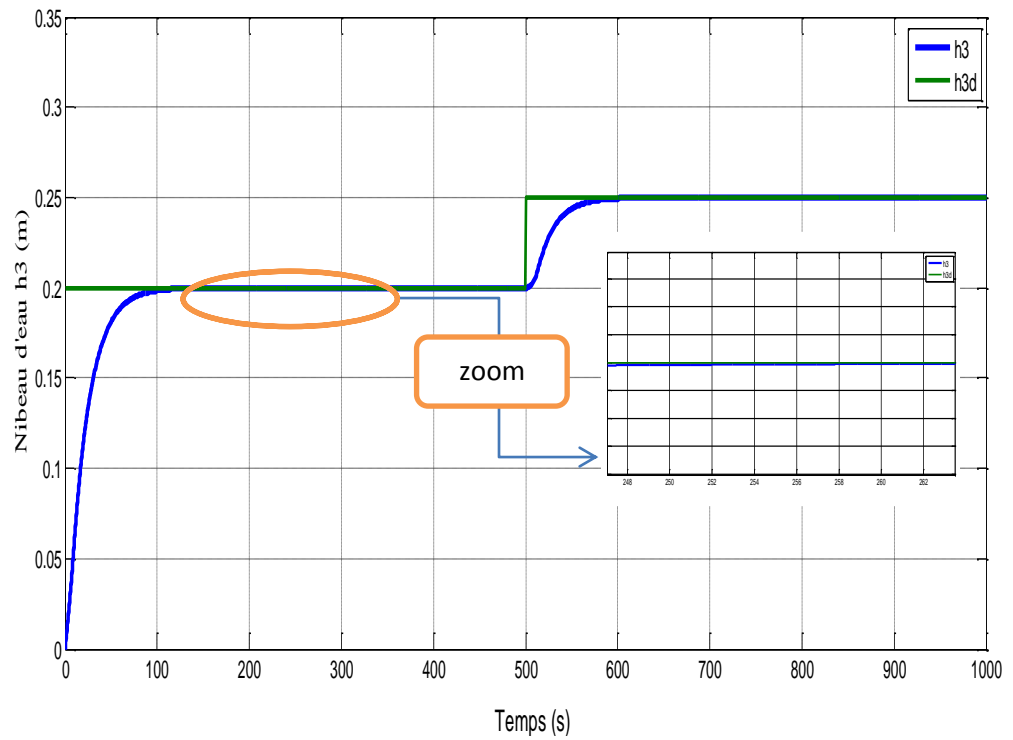


Figure (III.12): Niveau h_3 et de sa référence h_{3d} par l'algorithme de Super twisting.

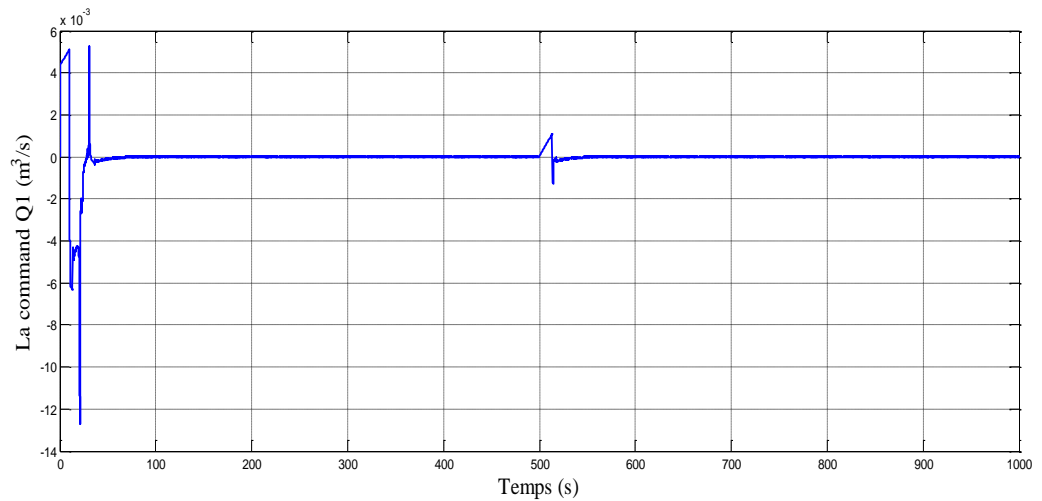


Figure (III.13): Le signal de commande Q_1 avec super twisting.

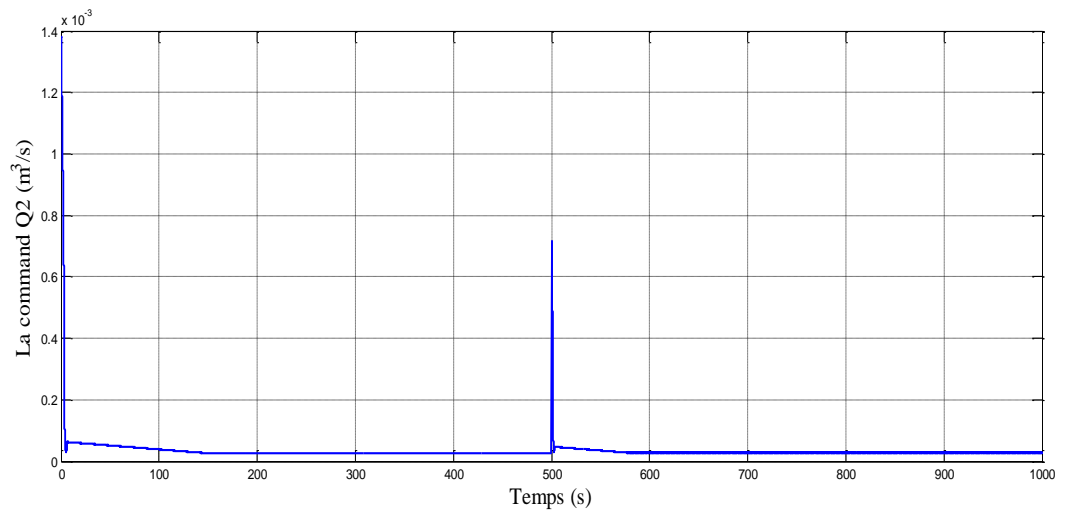


Figure (III.14): Le signal de commande Q_2 avec super twisting.

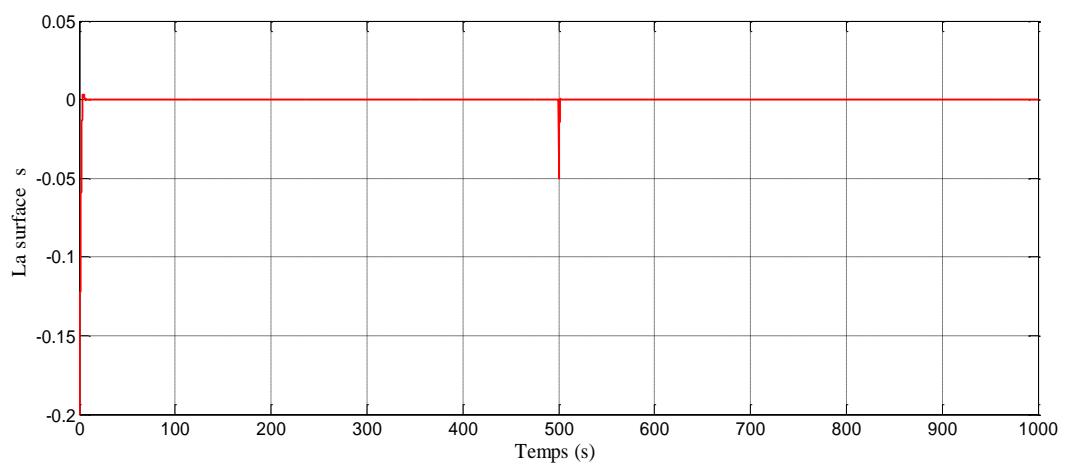


Figure (III.15): La surface s avec super twisting.

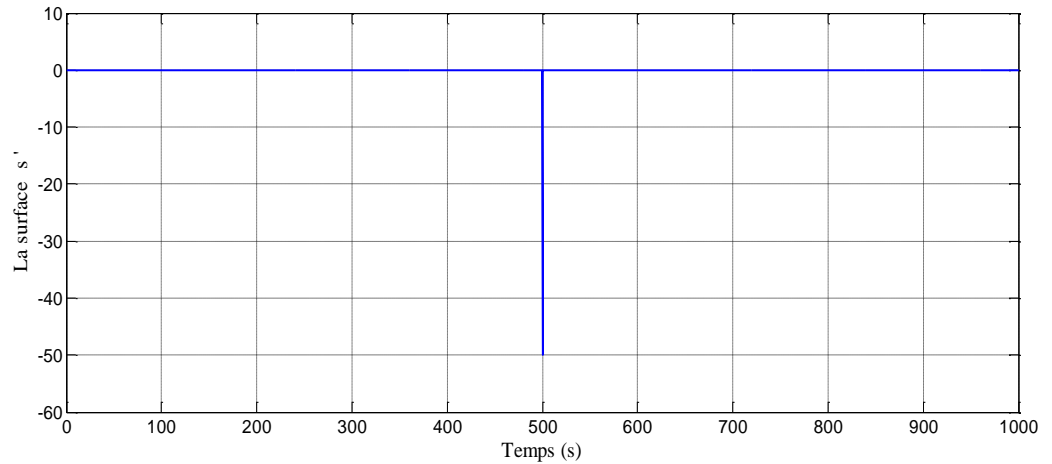


Figure (III.16):La surface s' avec super twisting

Les résultats obtenus montrent bien que l'erreur est très faible. De plus, il est clair qu'en régime statique, le niveau est mieux stabilisé qu'avec l'algorithme par mode de glissement d'ordre un. La commande n'est ni chahutée ni saturée. Lorsqu'une fuite est introduite dans les colonnes. Comme dans le cas de l'algorithme de twisting, les résultats sont assez satisfaisants.

III.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé des solutions pour éliminer le phénomène de chattering dans les signaux de commande. Toutes ces solutions sont basées sur la commande par mode glissant d'ordre deux (l'algorithme du twisting et supère twisting). Les résultats de simulations ont montré la robustesse et la convergence en un temps fini de ces algorithmes. Les avantages d'une telle stratégie ont été démontrés par l'annulation de chattering.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire a exposé la synthèse d'une technique de réglage robuste basée sur le mode glissant classique et d'ordre supérieur appliquée sur un système hydraulique à trois colonnes.

Pour réaliser une commande performante d'un système hydraulique à trois colonnes, on a introduit la technique de commande par mode glissant simple. Cette dernière est très connue par sa robustesse, stabilité, simplicité et temps de réponse très faible vis-à-vis l'insensibilité à la variation des paramètres internes et externes. Les résultats de simulation obtenus sont satisfaisants que se soit pour le suivi des trajectoires ou erreur statique nulle mais avec la présence d'un certain broutement.

L'inconvénient majeur de cette technique est le phénomène de réticence. Ce phénomène est caractérisé par des oscillations indésirables et nuisibles pour les actionneurs. Afin d'éviter une réticence excessive de la commande, la fonction 'sign' est généralement remplacée par la fonction 'Sat'. Bien que cette solution élimine ce phénomène de réticence, elle présente une erreur statique et ne conserve pas la robustesse de cette technique par rapport à certaines classes d'incertitudes. Une autre approche repose sur la commande non linéaire par mode glissant d'ordre deux a été réalisée. L'objectif étant la réduction du broutement tout en assurant les performances et la robustesse données par le mode glissant d'ordre un. Dans ce cadre, nous avons utilisé l'algorithme de twisting qui assure la convergence en temps fini de la surface de glissement vers zéro. Le seul inconvénient de cet algorithme est qu'on doit disposer d'informations sur la dérivée de la surface de commutation. Aussi nous avons contribué à la synthèse d'un algorithme de super twisting qui permet de réaliser une mode glissante de deuxième ordre sans avoir besoin à des informations sur la dérivée de la surface de glissement. Les résultats de simulation obtenus montrent que les commandes ne sont pas chahutées et que l'erreur statique est négligeable et montre aussi que les performances obtenues sont de bonne qualité.

Annexe

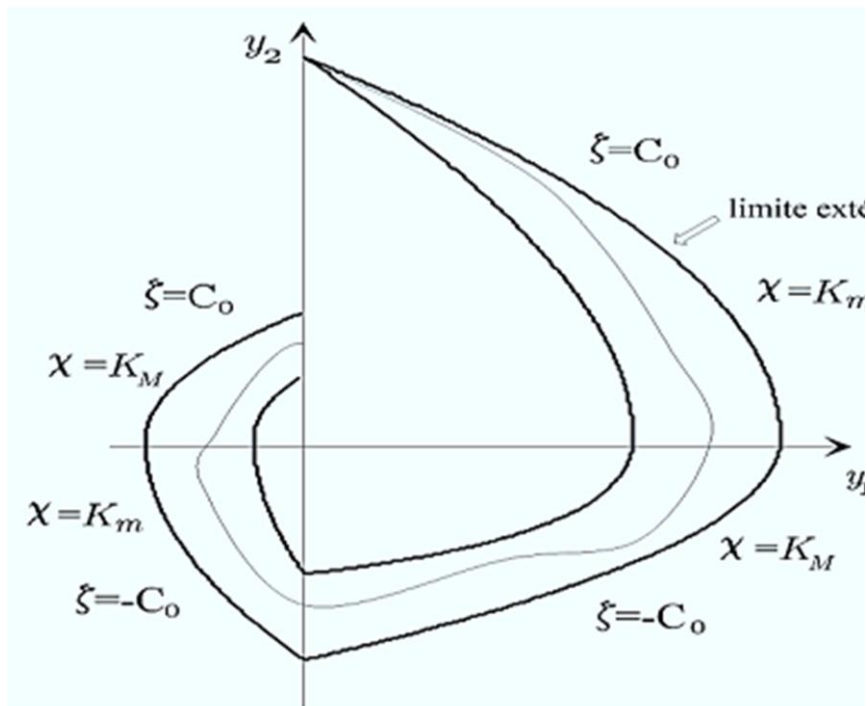
Annexe A

Preuve de la convergence de l'algorithme Twisting

Pour un système de degré relatif égale à deux, nous avons :

$$\ddot{s} \in [-C_0, C_0] + [K_m, K_M] \quad (\text{A.1})$$

Grâce aux hypothèses sur les gains λ_m et λ_M on peut montrer que les trajectoires du système (A.1) dans le plan de phase (\dot{s}, s) sont inscrites à l'intérieur de deux trajectoires limites définies par les bornes des fonctions χ et $(\mp C_0, K_m \text{ et } K_M)$ et qui caractérisent un mouvement en spirale autour de l'origine. Les trajectoires exécutent des tours et convergent vers l'origine [31].



Figure(A.1) : Trajectoires limites (en trait plein).

Posant :

$$L_1 = C_0 - \lambda_M K_m, \quad L_2 = C_0 - \lambda_m K_m, \quad L_3 = C_0 - \lambda_m K_M, \quad L_4 = C_0 - \lambda_M K_M,$$

Nous avons par hypothèse $L_1 < 0$, $L_2 < 0$, $L_3 < 0$, $L_4 < 0$.

Prenant une condition initiale $S(0) = 0+$, $S(0) > 0$ Tant que la trajectoire reste dans ce premier quadrant

$$L_4 < \ddot{s}(t) < L_1$$

Ce qui donne par intégration

$$L_4 + \dot{s}(0) < \dot{s}(t) < L_1 t + \dot{s}(0)$$

$$\frac{L_4}{2} t^2 + \dot{s}(0)t < s(t) < \frac{L_1}{2} t^2 + \dot{s}(0)t \quad (A.2)$$

Puisque $L_1 < 0$, $S(t)$ devient négative pour tout t assez grand, la trajectoire doit donc quitter le premier quadrant et elle ne peut le faire qu'en coupant l'axe des abscisses. Soit alors t_1 le temps pour lequel la trajectoire coupe l'axe des abscisses. Puisque par hypothèse, $\lambda_M > \frac{C_0}{K_m}$, \dot{s}

décroît et s'annule pour :

$$t_1 = \frac{\dot{s}(0)}{-L_1} \text{ ou } s(t_1) = \frac{\dot{s}^2(0)}{-2L_1}$$

La commande commute alors étant donné que SS' change de signe. On a maintenant $S(0) > 0$, $\dot{s}(0) = 0$, le comportement du système est donné par : $L_3 < \ddot{s}(t) < L_2$

Ce qui donne par intégration

$$L_3 t < \dot{s}(t) < L_2 t$$

$$\frac{L_3}{2} t^2 - \frac{\dot{s}^2(0)}{2L_1} < s(t) < \frac{L_2}{2} t^2 - \frac{\dot{s}^2(0)}{2L_1} \quad (A.3)$$

s et \dot{s} Décroissent et la surface $s = 0$ est atteinte pour le temps

$$t_2 = \sqrt{\frac{1}{L_1 L_3}} \dot{s}(0) \text{ ou } \dot{s}(t_1 + t_2) = -\sqrt{\frac{L_3}{L_1}} \dot{s}(0)$$

La commande u commute alors une nouvelle fois et le système évolue dans la partie du plan $s(0) < 0$, $\dot{s} < 0$ jusqu'au nouvel instant de commutation donné par:

$$t_3 = -\frac{1}{L_1} \sqrt{\frac{L_3}{L_1}} \dot{s}(0) \text{ ou } s(t_1 + t_2 + t_3) = \frac{1}{2} \frac{L_3}{(L_1)^2} \dot{s}^2(0)$$

Le dernier quadrant du plan de phase est alors parcouru et, en procédant comme précédemment, on obtient que la loi de commande commute après un temps t_4 égale :

$$t_4 = \frac{1}{L_1} \dot{s}(0) \quad \text{ou} \quad \dot{s}(t_1 + t_2 + t_3 + t_4) = \frac{L_3}{L_1} \dot{s}(0)$$

A ce stade, on peut remarquer qu'on est revenu au même point dans le plan de phase qu'au début de l'algorithme, si ce n'est que la condition initiale sur S est maintenant donnée par :

$$\dot{s}(t_1 + t_2 + t_3 + t_4) = r \dot{s}(0), \quad \text{avec} \quad r = \frac{L_3}{L_1} < 0$$

Le temps total mis pour effectuer cette rotation est :

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{1}{L_1} \left(2 + \sqrt{r} + \frac{1}{\sqrt{r}} \right) \quad (\text{A.4})$$

Il apparaît donc que, dans le plan de phase (s, S), les trajectoires décrivent un nombre infini de spirales tout en convergeant en temps fini vers l'origine. En effet, la surface de Poincaré $\{S = 0, \dot{s} > 0\}$ est traversée à chaque $K^{\text{ième}}$ rotation à l'instant $t_K = \sum_{i=0}^{K-1} T_i$ ou $T_i = r^i T$ et on peut montrer facilement que $\dot{s}(t_K) = r^K \dot{s}(0)$.

Donc, les fonctions S et s décroissent avec une progression géométrique et atteignent la surface de glissement $\{S = s = 0\}$ dans un temps fini égal à :

$$t_\infty = \sum_0^\infty T_i = T \frac{1}{1-r} \quad (\text{A.5})$$

Bibliographie

Bibliographie

- [1] Slotine, J.-J. E., & Li, W. "Applied Nonlinear Control". London: Prentice-Hall, Inc. 1991.
- [2] L. Fridman et A. Levant. "High-Order Sliding Modes Sliding Modes Control in Engineering", Ed. W. Perruquetti, J.P. Barbot, M. Dekker, Inc. New York, 2002.
- [3] Bartolini, G., Ferrara, A., Usai, E., and Utkin, V.I., "On multi-Input chattering free second order sliding mode control", IEEE Trans. Auto. Control. vol. 45, n°9, pp 1711-1717, 2000.
- [4] H. Bühler, "Réglage par mode de glissement", traité d'électricité, 1ère édition, presses, 1991.
- [5] Levant, A., "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", International Journal of Control, vol 58, no 6, pp 1247–1263, 1993.
- [6] V. I. Utkin. "Variable structure systems with sliding modes". IEEE Transactions on Automatic Control, AC-22 (02)(212-222), 1977.
- [7] R. A. Decarlo, H. Z. Stanislaw, and G. P. Matthews."Variable structure control of nonlinear multivariable systems". Proceeding of the IEEE, 76(212-232), 1988.
- [8] J. J. E. Slotine. Sliding controller design for nonlinear systems. Int. J. Control, 40-2(421-434), 1984.
- [9] M. O. Efe." Variable structure control of a class of uncertain systems". automatica, 40(59-64),2004.
- [10] J. Y. Hung, W Gao, and J. C. Hung." Variable structure control ". IEEE Trans Ind Electron,40(2-2), 1993.
- [11] J. J. E. Slotine and K. Hedrick. "Robust input output feedback linearization". Int. J. Control, 57(1133-1139), 1993.
- [12] LarbiChrifi-aloui, HassaniMessaoud and Mohamed Chaabane."SlidingMode Control, with Integrator, for a Class of MIMO Nonlinear Systems.Engineering", Vol.3 No.5, PP.435-444, May 2011.

-
- [13] Hadda Benderradji "Contribution à la Commande Robuste de la Machine à Induction" Thèse de Doctorat en Science Université de Batna, 2013
- [14] B. Heck. "Sliding mode control for singularly perturbed". Journal of control, 53(985-1001),2002.
- [15] I. Boiko." Frequency domain analysis of fast and slow motions in sliding modes".Asian Journal of Control, 5(4)(445-453), 2003.
- [16] K. Ezal, Z. Pan, and P. Kokotovic."Loccally optimal and robust backstepping design.IEEE," Transaction on Automatic Control, 45(2)(260-271), 2007.
- [17] A. G. Bondarev, S. A. Bondarev, N. Y. Kostilyeva, and V. I. Utkin."Sliding modes insystems with asymptotic observers". Automation and Remote Control, 46(5)(679-684), 2006.
- [18] I. Eker." Second-order sliding mode control with experimental application", ISA transactions,2010.
- [19] G. Bartolini, A. Pisano, E. Punta, and E. Usai."A survey of applications of second order sliding mode control to mechanical systems".International Journal of Control, 76(9/10)(875-892), 2003.
- [20] W. Perruquetti and J. Barbot."Sliding mode control in engineering."Marcel Dekker, Inc,2002
- [21] T. Floquet. « Contributions à la commande par modes glissants d'ordre supérieur »,EcoleCentrale de Lille. PhDthesis, 2000.
- [22] S. V. Emelyanov, S. K. Korovin, and A. levant. "Higher-order sliding modes in controlsystems".Differential Equation, 29(11)(1627-1647), 1993.
- [23] L. Fridman and A. Levant." Higher order sliding mode mode.Systems and Control BookSeries", Taylor and Francis, (53-101), 2002.
- [24] M. K. Khan, S. K. Spurgeon, and A. Levant. " Simple output feedback 2-sliding controllerfor systems of relative degree two ".European Control Conference, 2003.
- [25] M. Rabia BENAYACHE, « Contribution `a la commande robuste des syst`emes non linéaires incertains : application `a un système hydraulique », l'Universit`e de Valenciennes et du Hainaut Cambr´esis,2009.

- [26] K. Ogata. System dynamics (1st ed.). “ Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ ”, 2003.
- [27] Young, K. Utkin, V.I., Ozguer, “ U. A control engineer’s guide to sliding mode control ”, trans. Automat,Control,1999,Vol.7,n°3,pp,328-342.
- [28] Bartolini, G., Ferrara, A., Usai, E. “ Chattering avoidance by second-order sliding mode control ”, IEEE Transaction on Automatic Control, 1998, Vol. 43, n°2, pp.241-246.
- [29] Slotine, J. J. E. “ Sliding mode controller design for nonlinear systems, International journal of Control ”, 1984, Vol, 40, n°2, p.421-434.
- [30] J.J. Slotine, W. Li "Applied nonlinear control", Printice-Hall international, 1991.
- [31] A. Saiad « commande à structure variable d’un système d’entraînement asynchrone » Mémoire de magister, Batna, 2003.

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME
DE MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE: **COMMANDE DES SYSTEMES ELECTRIQUES**

Proposé et dirigé par: **Dr: H .BENDERRADJI**

Présenté par :**BENADEL Hani**

Thème

**Commande Robuste des Systèmes Non Linéaires Multivariables :
Application à un système hydraulique**

Résumé

On présente dans ce mémoire, la commande par mode glissant appliquée sur un système hydraulique à trois colonnes. On a utilisé deux stratégies de contrôle, la commande par mode glissant d'ordre un et la commande par mode glissante d'ordre deux. Pour cette dernière, on a appliqué l'algorithme de twisting et l'algorithme de super twisting afin de réduire l'effet de broutement et avoir un contrôle robuste du système hydraulique.

Mots clés : Système Hydraulique , Système à trois Colonnes, Commande par Mode de glissant d'ordre un, Commande par Mode de glissant d'ordre supérieur, algorithme de twisting, algorithme de super twisting.

N° d'ordre : **CSE-217**