

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**  
**UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA**

**FACULTE: Sciences**

**DEPARTEMENT: Physique**

**N° :...../2018**



**DOMAINE : Sciences de la matière**

**FILIERE : Physique**

**OPTION : : Physique des Matériaux**

**Mémoire présenté pour l'obtention**  
**Du diplôme de Master Académique**

**Par:**

**NAAMOUNE Soriya**

**Intitulé:**

**Dénombrement des groupes spatiaux issus de la**  
**classe 422 du système quadratique**

**Soutenu le 27 /06 /2018 devant le jury composé de:**

**BOUSSENDEL Abdelmadjid**

**LATELLI H'mida**

**ASSAOUS Boubaker**

**Université Mohamed Boudiaf, M'sila**

**Université Mohamed Boudiaf, M'sila**

**Université Mohamed Boudiaf, M'sila**

**Président**

**Rapporteur**

**Examineur**

**Année universitaire : 2017/2018**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# Remerciements

*En premier lieu, je tiens à remercier notre DIEU qui nous a donné la force et la patience pour accomplir ce travail.*

*Je tiens à remercier très chaleureusement mes parents pour leurs sacrifices pour notre bonheur et qui n'ont jamais cessé de prier pour nous.*

*Nous adressons nos remerciements à notre promoteur Monsieur **H'mida Latelli** pour ses conseils et ses encouragements tout au long de ce travail.*

*Mes plus sincères remerciements vont également à Monsieur **Abdelmadjid Boussendel** d'avoir accepté de présider le jury, malgré ses nombreuses occupations.*

*Je suis très reconnaissante à Monsieur **Boubaker Assaous** d'avoir accepté d'examiner ce travail et de faire l'honneur de participer au jury.*

*Mes remerciements vont également à tous les enseignants du département de physique.*

*Je voulais également remercier tous les étudiants de ma promotion en leur souhaitant bon courage.*

*Mes vives gratitude vont à ceux et celles qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.*

# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail*

*A mon père pour tous ce qu'il ma donné.*

*A ma mère pour tout son sacrifice.*

*A mes soeurs : Farida, El-Arime, Nadhira*

*A mes frères : Khaled , Zahhar et Abd Elwahed*

*A tous ceux qui me sont chères et proches.*

*A la famille Naamoune et à la famille Feltan*

*A toutes mes amies.*

*A tous qui m'ont aidé de près ou de loin dans la réalisation de ce  
modeste travail.*

*Naamoune soriya*

# SOMMAIRE

## CHAPITRE I : GENERALITES

<b>I. INTRODUCTION</b>	1
1. Description de l'état cristallin (Rappel).....	1
2. Systèmes cristallins.....	2
<b>II. ELEMENTS ET OPERATIONS DE SYMETRIE</b>	3
1. Définition de la symétrie .....	3
2. Eléments de symétrie.....	4
a) Représentation graphique des éléments de symétrie de la classe 422.....	5
b) Représentation stéréographique des éléments de symétrie de la classe 422..	6
c) Représentation matriciel et positions équivalentes des éléments de symétrie de la classe 422.....	7
3. Les 32 classes de symétrie d'orientations .....	12
4. Combinaison des éléments de symétrie de la classe 422.....	12
<b>III. RESEAUX DE BRAVAIS</b> .....	13

## CHAPITRE II : DENOMBREMENT DES MODES DE RESEAUX DE BRAVAIS

1. Introduction.....	17
2. Dénombrement des modes de réseaux de Bravais pour le système quadratique..	17

## CHAPITRE III : DENOMBREMENT DES GROUPES SPATIAUX ISSUS DE LA CLASSE 422 DU SYSTEME QUADRATIQUE

1. Directions de symétrie du système quadratique.....	20
2. Dénombrement.....	20
3. Coordonnées des positions équivalentes.....	23
4. Conclusion générale.....	25
5. Références bibliographiques.....	26



---

---

## **Introduction générale**

---

---

Il existe 230 groupes spatiaux, dits aussi groupes de recouvrement, répartis entre 32 classes de symétrie d'orientation dans 7 systèmes cristallins.

Un groupe spatial résulte de la combinaison d'un mode de réseau de Bravais avec une classe de symétrie d'orientation appartenant au même système. A chacune des 32 classes de symétrie vont donc correspondre plusieurs groupes spatiaux, pour les dénombrer on utilise la notation de Hermann-Mauguin.

Cette notation consiste à faire précéder le symbole international de la classe ponctuelle de la lettre  $X = P, C, I, F$  ou  $R$  précisant le mode de réseau de Bravais.

Le symbole du groupe spatial prendra, dans cette notation, la forme :  $X$ classe

Le but de ce mémoire est d'aboutir à une meilleure compréhension des méthodes de dénombrement des groupes spatiaux et de pouvoir dénombrer les groupes spatiaux issus de la combinaison d'un mode de réseau de Bravais et d'un groupe ponctuel de symétrie en utilisant une méthode géométrique simple que nous avons entamé depuis quelques années [1–3]. Cette méthode demande la compréhension intense de tous les outils de la cristallographie géométrique.

Après cette brève introduction, le mémoire s'organise autour de trois chapitres :

Dans le premier chapitre, les notions de base concernant le cristal, à savoir, le réseau ponctuel, le motif et la maille sont abordées. Par la suite, les éléments de symétrie avec leurs différentes représentations : stéréographique, matricielle sont présentés. Ces derniers permettent de vérifier, à partir de la combinaison des éléments principaux, l'existence d'autres éléments de symétrie. Les réseaux de Bravais sont évoqués en fin de ce chapitre pour être étudiés par la suite.

L'acquisition de ces lois et théorèmes incontournables en cristallographie de base, permettront sans doute la compréhension du restant du mémoire.

Le chapitre deux se propose d'étudier le dénombrement des modes de réseaux de Bravais du système quadratique en considérant, à priori, tous les modes :  $P, A, B, C, I$  et  $F$ . Puis, nous procédons par élimination en démontrant que certains modes ne doivent pas exister.

Le troisième chapitre fait l'objet des résultats obtenus à partir des différentes combinaisons possibles. Pour vérifier analytiquement l'existence d'un élément de symétrie, nous avons utilisé les règles d'identification de la partie rotatoire de l'opération [4].

Finalement, l'ensemble des résultats essentiels acquis est résumé dans la conclusion générale.

# **Chapitre I**

---

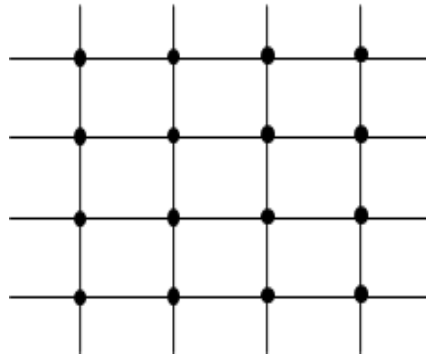
## **Généralités**

---

## I. INTRODUCTION

### 1. Description de l'état cristallin (Rappel)

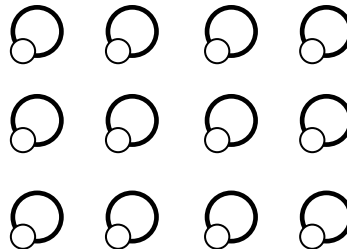
- a) **Réseau ponctuel:** Un réseau ponctuel (réseau de points) est une répartition périodique de points. Il est uni- bi ou tridimensionnel.



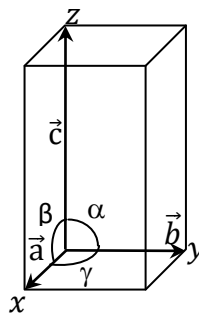
- b) **Motif:** Le motif est un assemblage, a priori quelconque, d'atomes ou d'ions. Ca peut être un simple atome (cas fréquent pour les métaux) ou un ensemble de molécules ou d'ions.



- c) **Cristal:** Un cristal est constitué de répétition tridimensionnelle périodique d'un motif atomique.

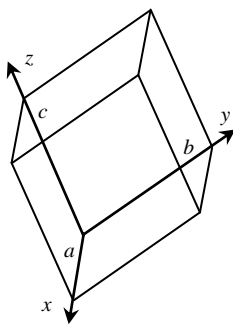


- d) **Maille:** On appelle maille la structure géométrique la plus simple qui par translation dans les trois directions de l'espace, permet de générer le réseau dans son ensemble.

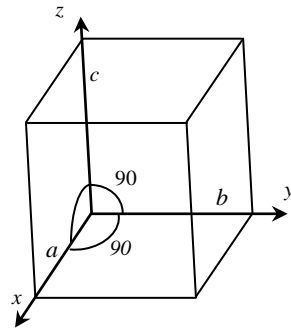


2. Systèmes cristallins

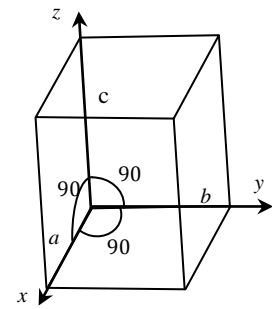
Les cristaux se classent en systèmes cristallins suivant la symétrie de leurs faces, définie par des axes de symétrie autour desquels le cristal peut tourner en présentant toujours le même aspect. Ainsi dans la nature, seulement 7 formes polyédriques de base, 7 briques élémentaires, permettent de construire l'infinité structurale des minéraux. Toutefois, si leurs formes sont semblables d'un minéral à l'autre, elles varient par leurs dimensions. Longueur, largeur, hauteur d'une maille sont spécifiques à chaque forme chimique cristalline. Ce sont les sept systèmes cristallins : le triclinique, le monoclinique, l'orthorhombique, le quadratique, le rhomboédrique, l'hexagonal et le cubique (Figure I.1).



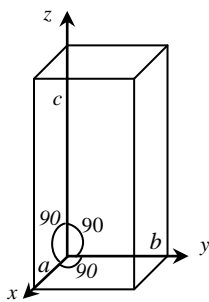
Triclinique.



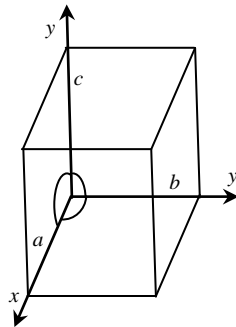
Monoclinique.



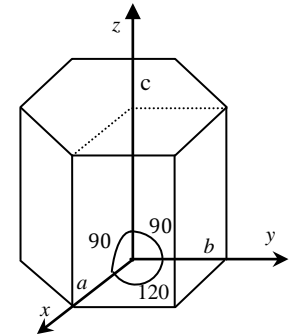
Orthorhombique.



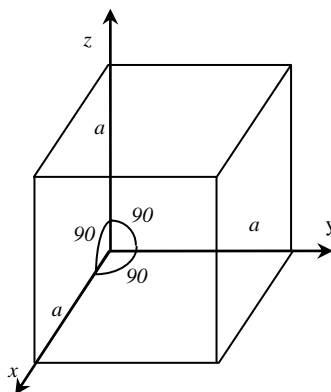
Quadratique.



Rhomboédrique.



Hexagonal.



Cubique.

Figure I.1: Les sept systèmes cristallins tridimensionnels.

On s'intéressera, dans cette étude, uniquement au système quadratique dont les caractéristiques sont :

- Forme de la maille élémentaire : Prisme droit à base carré.
- Conditions sur les paramètres :  $a = b$ ,  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ .
- Volume :  $a^2 \cdot c$
- Les minéraux cristallisant dans ce système : rutile, zircon, leucite, cassitérite, wulfénite, apophyllite, chalcopryrite (Figure I.2), etc ...

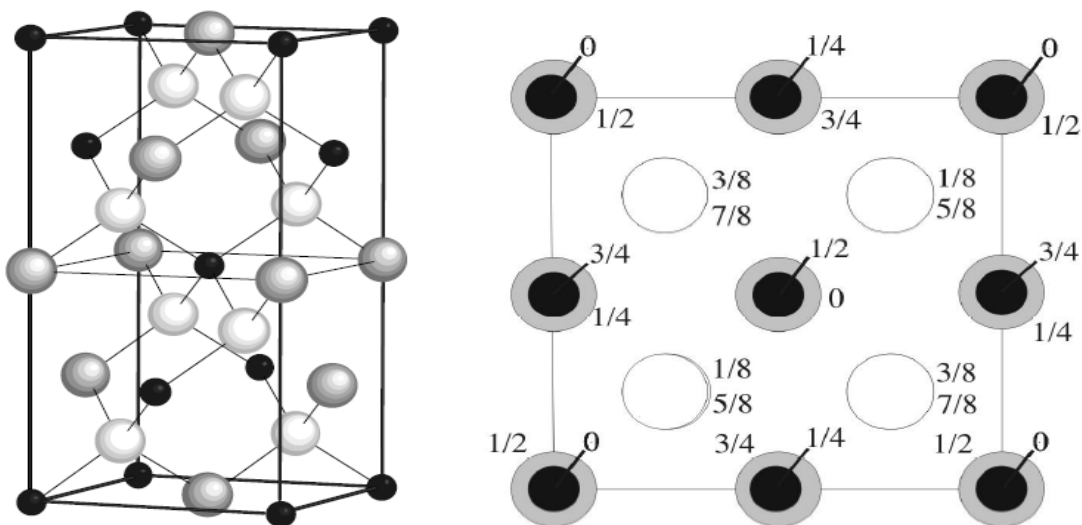


Figure I.2 : Structure de la chalcopryrite, perspective et projection cotée; Cu en noir, Fe en gris, S en blanc ;  $a = b = 5,25 \text{ \AA}$ ,  $c = 10,32 \text{ \AA}$  [5].

## II. ELEMENTS ET OPERATIONS DE SYMETRIE

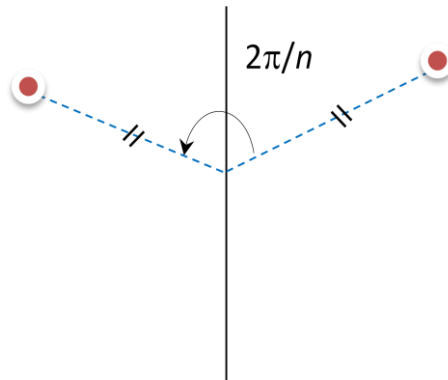
### 1. Définition de la symétrie

La symétrie est l'anisotropie des propriétés physiques des cristaux se manifestent de façon remarquable dans les formes polyédriques extérieures des cristaux. Notons que la forme d'un polyèdre cristallin réel est toujours la conséquence non seulement de l'anisotropie de la vitesse de croissance mais également des conditions externes de la croissance du cristal, à savoir le gradient de la température, le contact avec les cristaux voisins ou les parois du cristallisateur, l'action de la pesanteur, l'influence de l'hétérogénéité du milieu [6].

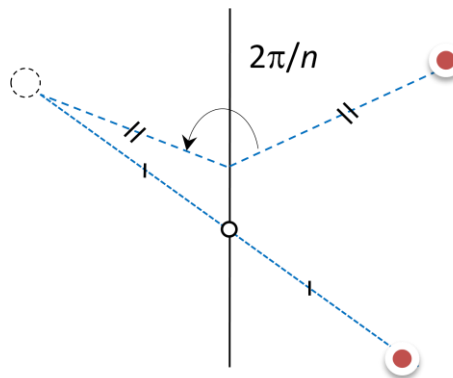
## 2. Eléments de symétrie

Si une figure possède un élément de symétrie, l'opération associée à cet élément produit une figure équivalente à la figure initiale. De plus, la condition de compatibilité avec la symétrie du réseau de Bravais réduit considérablement le nombre de structures possibles dans le cristal et les seules opérations de symétrie qui soient compatibles avec l'existence de réseau sont :

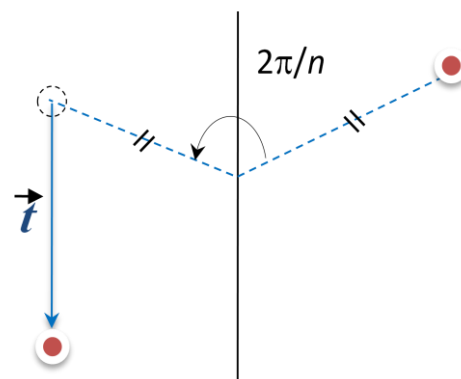
- Axes directs ( $n$ ) : 1, 2, 3, 4, 6



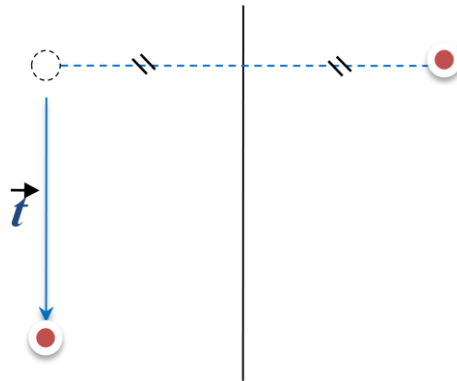
- Axes inverses ( $\bar{n}$ ):  $\bar{1}$ ,  $\bar{2}$ ,  $\bar{3}$ ,  $\bar{4}$ ,  $\bar{6}$



- Axes hélicoïdaux ( $n_m$ ):  $n_m = \left( n, \frac{m}{n} \vec{t} \right)$



Plans de glissement( $\sigma$ ):  $\sigma = (m, \vec{t})$



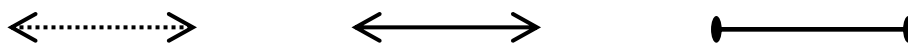
a) Représentation graphique des éléments de symétrie de la classe 422

Un axe d'ordre  $n$  est le plus souvent orienté perpendiculairement au plan de la figure excepté l'axe d'ordre 2 qui est parfois dans le plan de la figure. La nomination ainsi que les symboles de ces opérations sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Axe	Nomination	Nature de la translation	Symbole graphique	Interprétation
2	Axe binaire direct	/	●	Rotation de $\pi$
$2_1$	Axe binaire hélicoïdal	1/2	●	
4	Axe quaternaire direct	/	◆	Rotation de $\frac{\pi}{2}$
$4_1$	Axes quaternaires hélicoïdaux	1/4	◆	
$4_2$		1/2	◆	
$4_3$		3/4	◆	

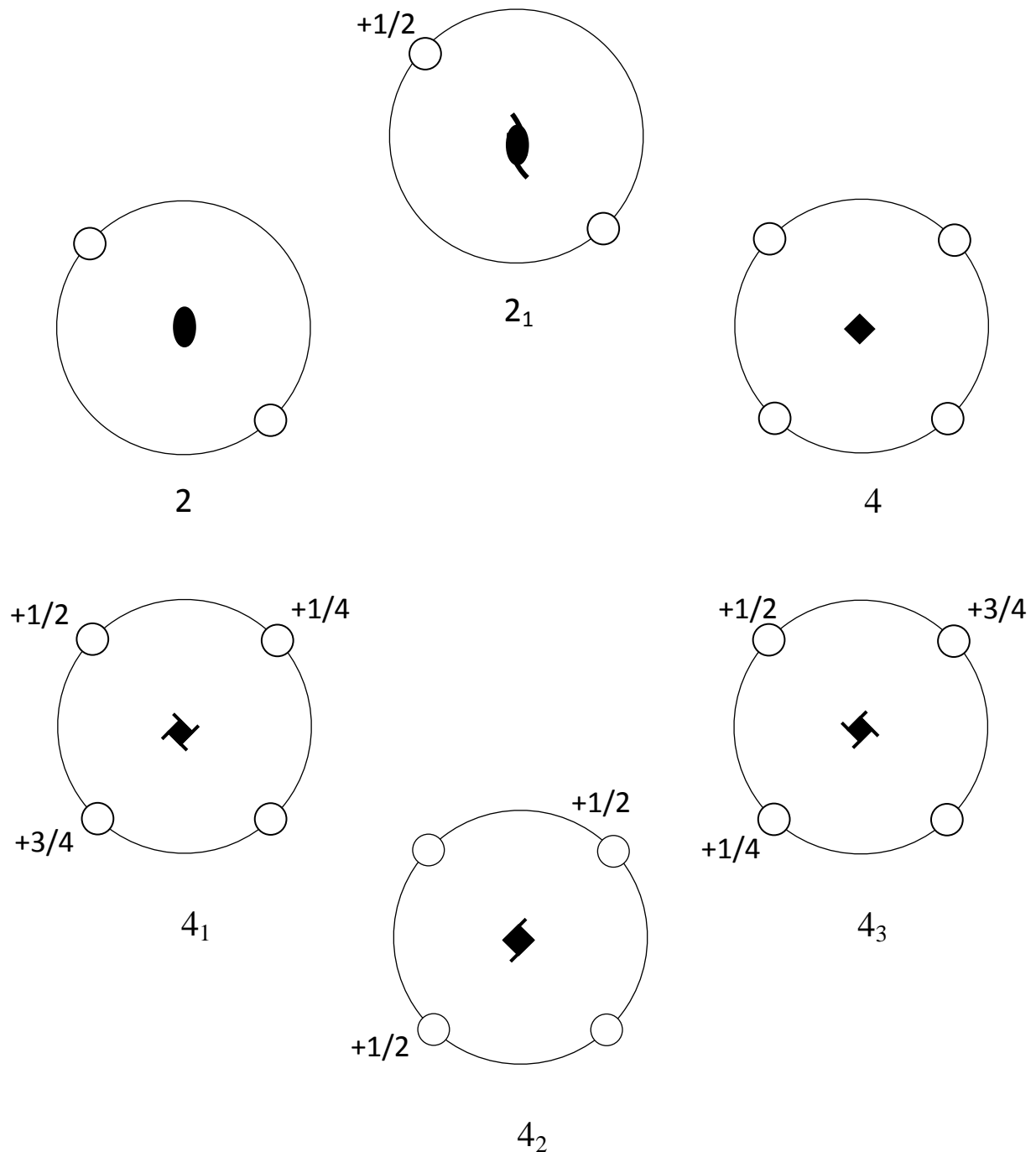
Représentation graphique des éléments de symétrie.

Un axe d'ordre 2, quant – il est dans le plan de la figure, est représenté par les symboles suivants :



**b) Représentation stéréographique des éléments de symétrie de la classe 422**

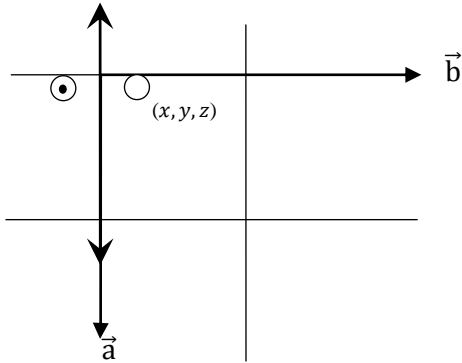
Lorsqu' il n'existe qu'un seul axe de rotation, direct ou inverse, il est commode de choisir l'axe des pôles selon cette direction. La figure I.3, ci-dessous, donnent la projection stéréographique des positions équivalentes obtenues en appliquant les différents axes de symétrie de la classe 422.



Figures I.3 : Représentation stéréographique des éléments de symétrie de la classe 422.

c) Représentation matriciel et positions équivalentes des éléments de symétrie de la classe 422

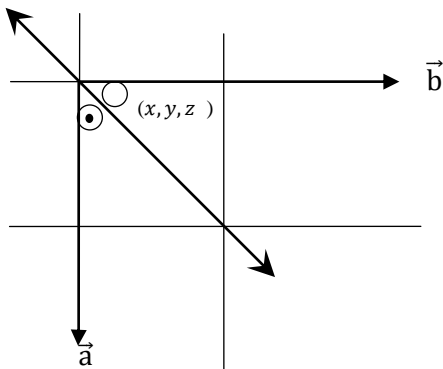
- Opération 2 : 2 //  $\vec{a}$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}$$

$$x, y, z \xrightarrow{2//\vec{a}} x, \bar{y}, \bar{z}$$

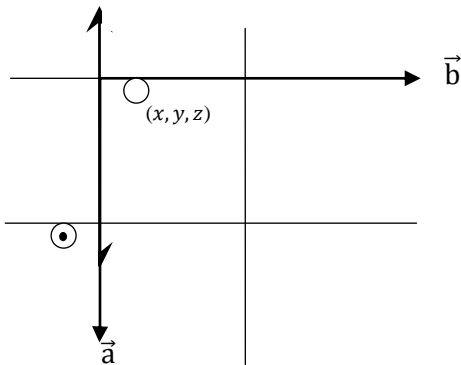
- Opération2: 2 // [110]



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ x \\ \bar{z} \end{bmatrix}$$

$$x, y, z \xrightarrow{2//[110]} y, x, \bar{z}$$

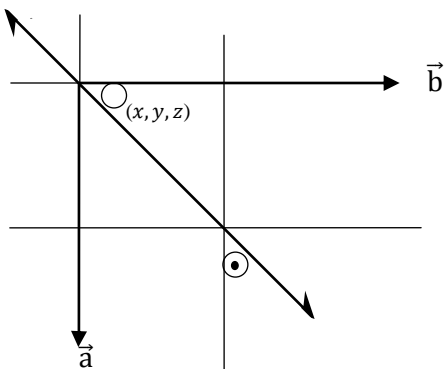
- Opération  $2_1: 2_1 // \vec{a}$  la translation  $\vec{t} = \frac{1}{2}\vec{a}$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + x \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}$$

$$x, y, z \xrightarrow{2_1 // \vec{a}} \frac{1}{2} + x, \bar{y}, \bar{z}$$

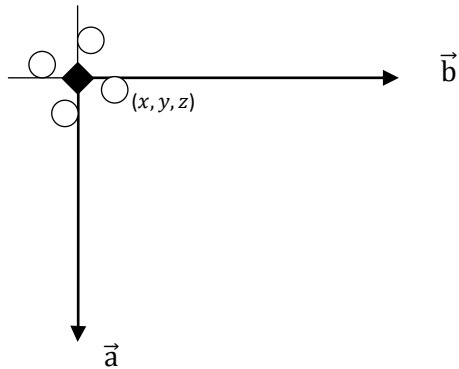
- Opération  $2_1: 2_1 // [110]$  la translation  $\vec{t} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + y \\ \frac{1}{2} + x \\ \bar{z} \end{bmatrix}$$

$$x, y, z \xrightarrow{2_1 // [110]} \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + x, \bar{z}$$

• Opération 4 : 4 //  $\vec{c}$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ x \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y} \\ x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ z \end{bmatrix}$$

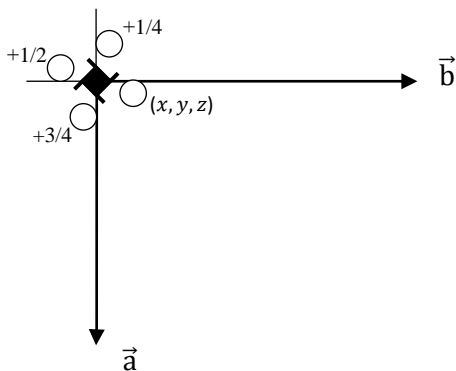
$$\begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \bar{x} \\ z \end{bmatrix}$$

$$x, y, z \xrightarrow{4//\vec{c}} \bar{y}, x, z$$

$$\bar{y}, x, z \xrightarrow{4//\vec{c}} \bar{x}, \bar{y}, z$$

$$\bar{x}, \bar{y}, z \xrightarrow{4//\vec{c}} y, \bar{x}, z$$

• Opération 4<sub>1</sub> : 4<sub>1</sub> //  $\vec{c}$  la translation  $\vec{t} = \frac{1}{4}\vec{c}$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ x \\ \frac{1}{4} + z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y} \\ x \\ \frac{1}{4} + z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \frac{1}{2} + z \end{bmatrix}$$

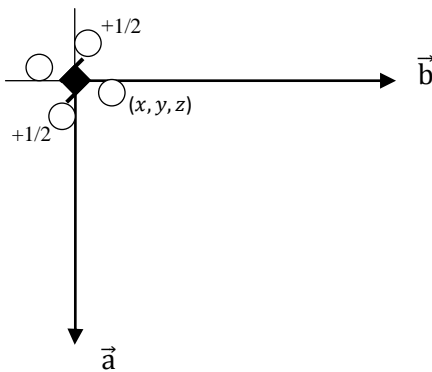
$$\begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \frac{1}{2} + z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \bar{x} \\ \frac{3}{4} + z \end{bmatrix}$$

$$x, y, z \xrightarrow{4_1 // \vec{c}} \bar{y}, x, \frac{1}{4} + z$$

$$\bar{y}, x, \frac{1}{4} + z \xrightarrow{4_1 // \vec{c}} \bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z$$

$$\bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z \xrightarrow{4_1 // \vec{c}} y, \bar{x}, \frac{3}{4} + z$$

- **Opération 4<sub>2</sub>: 4<sub>2</sub> //  $\vec{c}$  la translation  $\vec{t} = \frac{1}{4}\vec{c}$**



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ x \\ \frac{1}{2} + z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y} \\ x \\ \frac{1}{2} + z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ z \end{bmatrix}$$

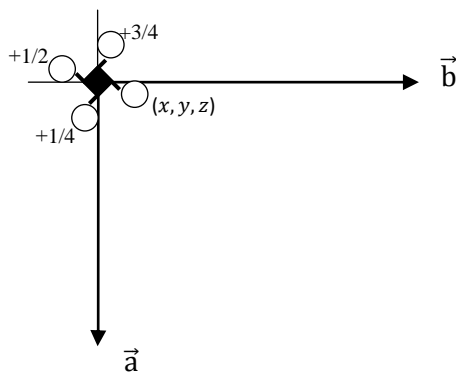
$$\begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \bar{x} \\ \frac{1}{2} + z \end{bmatrix}$$

$$x, y, z \xrightarrow{4_2//\vec{c}} \bar{y}, x, \frac{1}{2} + z$$

$$\bar{y}, x, \frac{1}{2} + z \xrightarrow{4_2//\vec{c}} \bar{x}, \bar{y}, z$$

$$\bar{x}, \bar{y}, z \xrightarrow{4_2//\vec{c}} y, \bar{x}, \frac{1}{2} + z$$

- Opération  $4_3 : 4_3 // \vec{c}$  la translation  $\vec{t} = \frac{3}{4}\vec{c}$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ x \\ \frac{3}{4} + z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y} \\ x \\ \frac{3}{4} + z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \frac{1}{2} + z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = [\tilde{R}] \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} + [\vec{t}] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \frac{1}{2} + z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \bar{x} \\ \frac{1}{4} + z \end{bmatrix}$$

$$x, y, z \xrightarrow{4_3//\vec{c}} \bar{y}, x, \frac{3}{4} + z$$

$$\bar{y}, x, \frac{3}{4} + z \xrightarrow{4_3//\vec{c}} \bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z$$

$$\bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z \xrightarrow{4_3//\vec{c}} y, \bar{x}, \frac{1}{4} + z$$

### 3. Les 32 classes de symétrie d'orientations

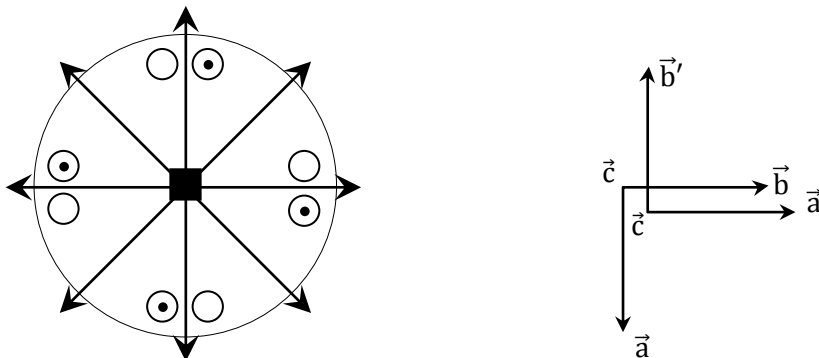
Les différentes associations possibles entre les éléments de symétrie ponctuelle, conduisent à l'établissement de 32 groupes ponctuels de symétrie. Répartis sur les 7 systèmes cristallins comme suit :

Système	Groupes ponctuels (classes cristallines)
Triclinique	$1, \bar{1}$
Monoclinique	$2, m, 2/m$
Orthorhombique	$222, 2mm, mmm$
Rhomboédrique	$3, \bar{3}, 32, 3m, 3m$
Quadratique	$4, \bar{4}, 4/m, 4mm, 422, \bar{4}2m, 4/mmm$
Héxagonal	$6, \bar{6}, 6/m, 6mm, 622, \bar{6}2m, 6/mmm$
Cubique	$23, m3, 432, \bar{4}3m, m3m$

Les 32 classes cristallines dans le système.

### 4. Combinaison des éléments de symétrie de la classe 422

La représentation stéréographique de la classe 422 du système quadratique est :



Groupe ponctuel 422.

Application de l'axe  $4_c$  sur les vecteurs de base :

$$\begin{aligned}\vec{a}' &= 4_c\{\vec{a}\} = 0\vec{a} + 1\vec{b} + 0\vec{c} \\ \vec{b}' &= 4_c\{\vec{b}\} = -1\vec{a} + 0\vec{b} + 0\vec{c} \\ \vec{c}' &= 4_c\{\vec{c}\} = 0\vec{a} + 0\vec{b} + 1\vec{c}\end{aligned}$$

Application du l'axe  $2_a$  sur les vecteurs de base

$$\begin{aligned}\vec{a}' &= 2_a\{\vec{a}\} = 1\vec{a} + 0\vec{b} + 0\vec{c} \\ \vec{b}' &= 2_a\{\vec{b}\} = 0\vec{a} - 1\vec{b} + 0\vec{c} \\ \vec{c}' &= 2_a\{\vec{c}\} = 0\vec{a} + 0\vec{b} - 1\vec{c}\end{aligned}$$

Effectuons le produit  $[4_c] \times [2_a]$ :

$$[4_c] \times [2_a] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix}$$

La matrice résultante représente un axe direct d'ordre 2 selon la direction  $[1\bar{1}0]$ .

D'où, l'existence d'un axe d'ordre 4 selon  $\vec{c}$  et un axe d'ordre 2 selon  $\vec{a}$ , entraîne l'existence d'un axe d'ordre 2 selon la direction  $[1\bar{1}0]$ .

Si nous effectuons, maintenant, le produit  $[2_a] \times [4_c]$  nous obtenons la matrice :

$$[2_a] \times [4_c] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix}$$

Qui représente la matrice d'un axe direct 2 selon la direction  $[110]$ .

### III. RESEAUX DE BRAVAIS

Auguste Bravais (1848) a montré que le nombre de systèmes cristallins possibles était très limité. Il a répertorié 14 types de réseaux qui sont des variantes de seulement 7 systèmes cristallins. Les 7 systèmes cristallins sont engendrés par les différentes combinaisons possibles d'un côté entre les paramètres linéaires (a, b et c) et de l'autre côté entre les paramètres angulaires ( $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ ).

La maille est parfois primitive (P) avec un seul site par maille. Si un deuxième site existe au centre de la maille, c'est une maille centrée (I, de l'allemand Innenzentriestes). Lorsque chacune des 6 faces comportent un site (F, de l'allemand Flächenzentriestes), ce site étant commun à deux mailles contiguës, cela fait 4 sites par maille. On rencontre parfois aussi des mailles avec seulement deux faces centrées (C : plan (a, b) centré ; B : plan (a, c) centré et A : plan (b,c) centré), soit 2 sites par maille. Pour ce dernier type on compte seulement un

seul type C, B ou A, parce que sont identiques du point de vu symétrique. Donc, on compte 4 modes de réseaux (P, I, F et C).

Si l'on combine les 7 systèmes cristallins aux 4 modes de réseaux possibles, on définit les 14 réseaux de Bravais, tous les modes de réseaux n'étant pas compatibles avec la symétrie des systèmes.

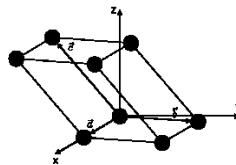
**Exemple :**

Pour le système orthorhombique, il existe les 4 modes P, C, I, et F. en revanche, pour le système rhomboédrique, il n'existe que le mode P appelé également R.

Le tableau, ci-dessous, représente les quatorze réseaux de Bravais :

• **Triclinique**

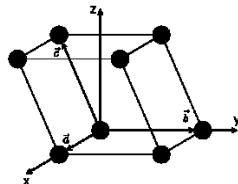
$$a \neq b \neq c, \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \frac{\pi}{2}.$$



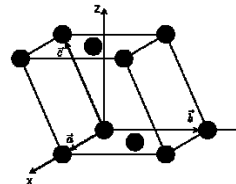
Mode P

• **Monoclinique**

$$a \neq b \neq c, \alpha = \gamma = \frac{\pi}{2}, \beta > \frac{\pi}{2}.$$



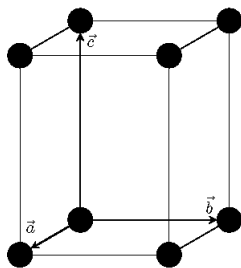
Mode P



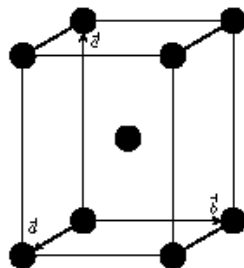
Mode C

• **Orthorhombique**

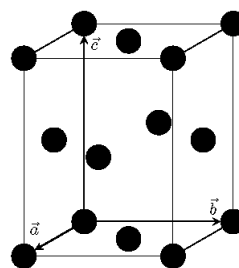
$$a \neq b \neq c, \alpha = \beta = \gamma.$$



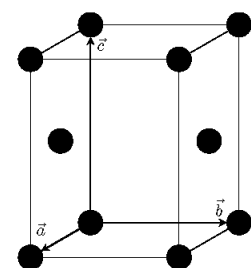
Mode P



Mode I



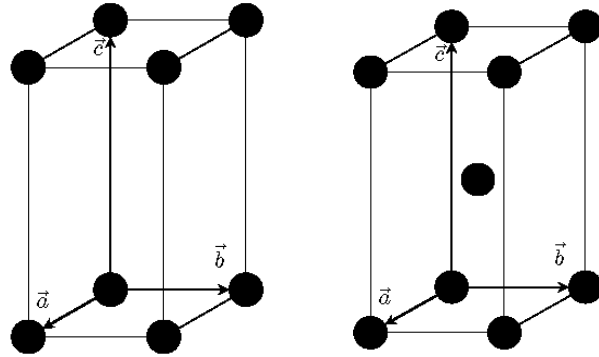
Mode F



Mode C

- **Quadratique**

$$a = b \neq c, \alpha = \beta = \gamma.$$

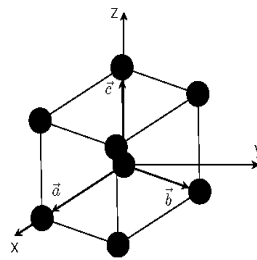


Mode P

Mode I

- **Rhomboédrique**

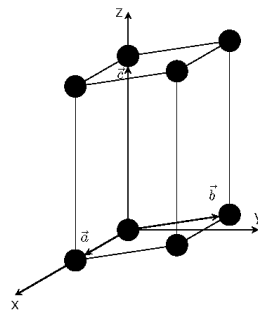
$$a = b = c, \alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ.$$



Mode P

- **Hexagonal**

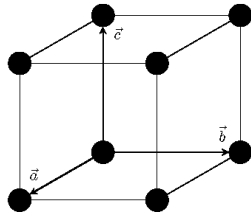
$$a = b \neq c, \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ.$$



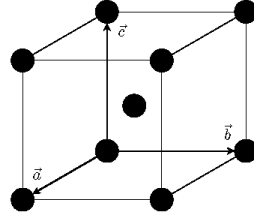
Mode P

- Cubique

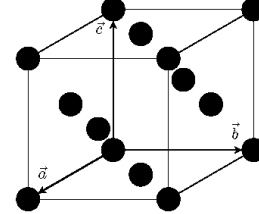
$$a = b = c, \alpha = \beta = \gamma.$$



Mode P



Mode I



Mode F

- le mode primitif (P) correspondant aux réseaux définis par une maille caractéristique de ce mode ne possédant des noeuds qu'à ses 8 sommets (soit un seul noeud en propre),
- le mode centré (ou corps centré, I) qui présente un noeud au centre de la maille en plus des noeuds à ses sommets (ce qui lui donne deux noeuds en propre),
- le mode faces centrées (F) qui présente un noeud au centre de chaque face de la maille en plus des noeuds à ses sommets (ce qui lui donne quatre noeuds en propre).

Le mode faces centrées (A, B, C) elle contient deux nœuds, l'un à l'origine, l'autre en deux moitiés situées aux centres de deux faces opposées A, B, C (multiplicité : 2).

## **Chapitre II**

---

### **Dénombrement des modes de réseaux de Bravais**

---

### 1. Introduction

Dans un réseau donné, la totalité des éléments de symétrie correspondant au groupe ponctuel se croisent à chaque noeud. Il existe d'autres points dans la maille où se croisent les mêmes éléments de symétrie, ce sont :

- les milieux des faces :  $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$  ;  $\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$  ;  $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c})$
- les milieux des arêtes :  $\frac{1}{2}\vec{a}$  ;  $\frac{1}{2}\vec{b}$  ;  $\frac{1}{2}\vec{c}$
- le centre de la maille :  $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

On peut placer à ces points de croisement, un nœud identique à celui qui se trouve sur les sommets, puisque les opérations de symétrie du groupe laisseront ce nœud invariant, comme sur les sommets.

S'il est impossible de ramener la maille multiple à une maille simple en respectant les conditions de symétrie du système, la maille dans ce cas est une maille multiple.

### 2. Dénombrement des modes de réseaux de Bravais pour le système quadratique

A priori, nous considérons tous les modes : **P**, **A**, **B**, **C**, **I** et **F**. Puis, nous procédons par élimination en démontrant que certains modes ne doivent pas existés.

En général, si un mode donné n'existe pas dans un système cristallin, c'est parce que la maille qui le présente peut être remplacée par une autre maille plus petite compatible avec un autre mode de réseau de Bravais tout en restant dans le même système cristallin.

- Si nous considérons, par exemple (Figure II.1a), un réseau quadratique à base centrée (mode C).

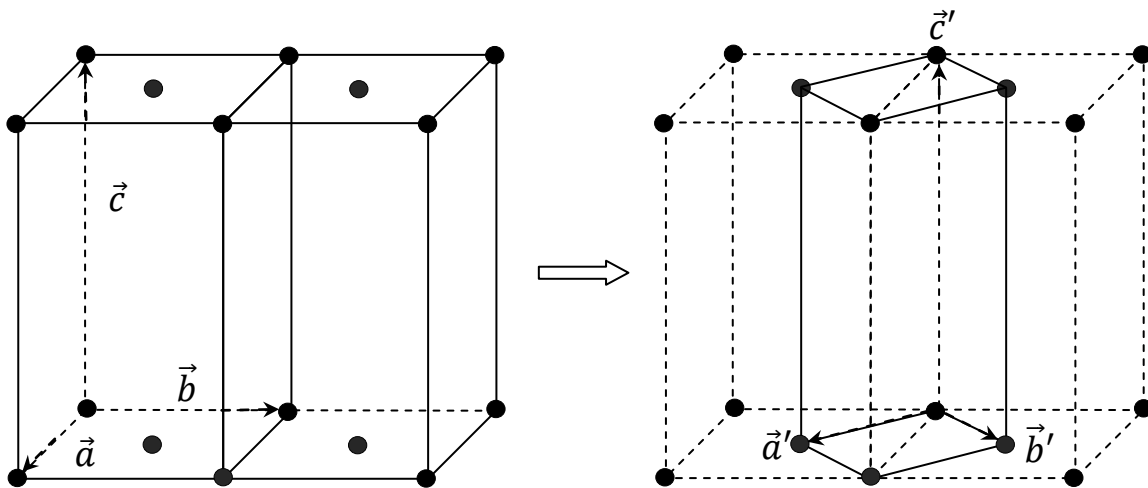


Figure II.1a : Mode C.

Figure II.1b : Mode P.

La maille de multiplicité 2 et de volume  $a^2 \cdot c$  se transforme en une maille plus petite de volume  $a^2 \cdot c/2$  et de multiplicité 1. D'où, le mode C se transforme en mode P (Figure II.1b) par la transformation  $\vec{a}' = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$ ,  $\vec{b}' = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ ,  $\vec{c}' = \vec{c}$ .

- Considérons maintenant, le centrage des faces A et B.

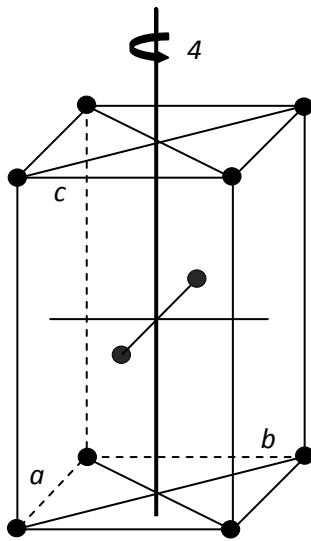


Figure II.2a : Mode A.

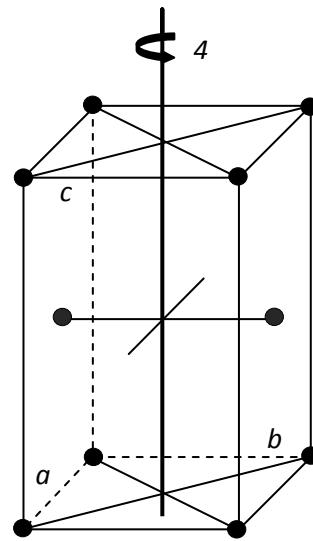


Figure II.2b : Mode B.

L'axe d'ordre 4 selon  $\vec{c}$  transforme le mode A (Figure II.2a) au mode B (Figure II.2b) et inversement.

Ces deux dispositions ne respectent donc pas la symétrie du système quadratique. D'où, les modes A et B ne doivent pas exister.

De même que pour le cas du mode C, si nous considérons maintenant, un réseau quadratique à faces centrées : mode F (Figure II.3a).

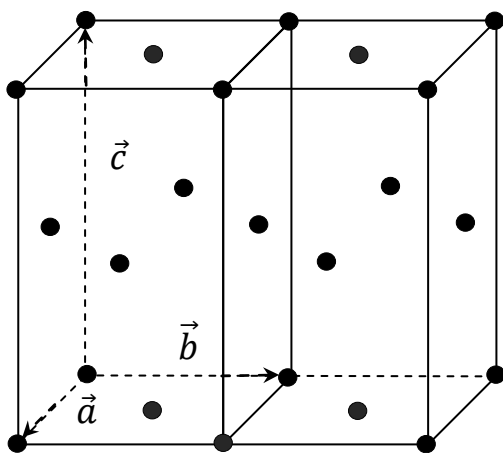


Figure 3a : Mode F.

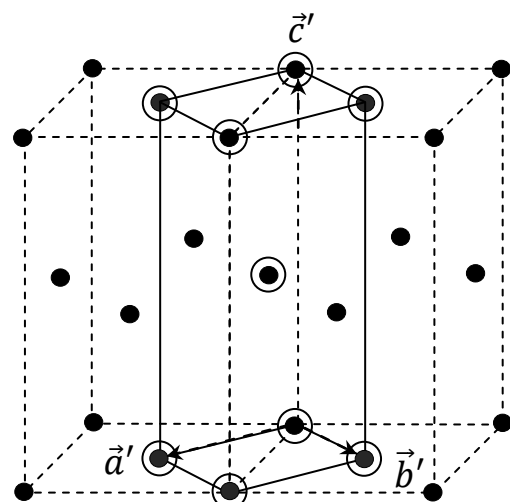


Figure 3b : Mode I.

La maille de multiplicité 4 et de volume  $a^2 \cdot c$  peut être remplacée par une maille plus petite de volume  $a^2 \cdot c/2$  et de multiplicité 2.

D'où, le mode F se transforme en mode I (Figure II.3b).

En conséquences, dans le système quadratique (tétragonal) Il n'existe que deux modes possibles : le mode P et le mode I.

## **Chapitre III**

---

**Dénombrement des groupes spatiaux  
issus de la classe 422 du système  
quadratique**

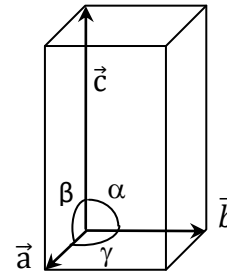
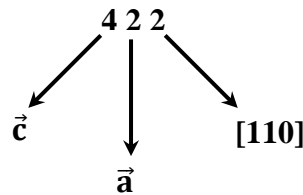
---

**1. Directions de symétrie du système quadratique**

Le groupe spatial sera donc composé de la lettre majuscule P, I suivi :

- **Chiffre** éventuellement suivis de **lettre**, tous deux relatifs à  $\vec{c}$ ,  
Éventuellement suivi de deux symboles :
- **Chiffre** ou **lettre** relatifs à  $\vec{a}$
- **Chiffre** ou **lettre** relatifs à  $[110]$ .

**Pour la classe:**



Dans notre cas, nous avons un axe d'ordre 4 relatif à  $\vec{c}$ , suivi d'un axe d'ordre 2 relatifs à  $\vec{a}$ , suivi d'un autre axe d'ordre 2 relatifs à  $[110]$ .

**Combinaison**

- L'axe d'ordre 4 peut être considéré comme un axe : 4, 4<sub>1</sub>, 4<sub>2</sub> ou 4<sub>3</sub>
- Les axes d'ordre 2 peuvent être considérés comme des axes direct 2 ou des axes hélicoïdaux 2<sub>1</sub>.

**2. Dénombrement**

Le dénombrement des groupes spatiaux peut se faire à l'aide d'une méthode géométrique dont le principe est :

On construit, dans un premier temps, les groupes avec un axe direct d'ordre 4//[001] et les axes principaux 2//[100] et 2//[110] de la classe 422. Puis, nous essayerons de voir s'il y a d'autres éléments de symétrie qui sont générés à partir de la combinaison des éléments principaux. Plusieurs groupes spatiaux peuvent être présentés par le même stéréogramme, nous garderons, dans ce cas, le groupe qui possède le minimum de translations.

Ainsi, à la classe 422, devraient correspondre, à priori, 32 combinaisons:

**16 pour le mode P :**

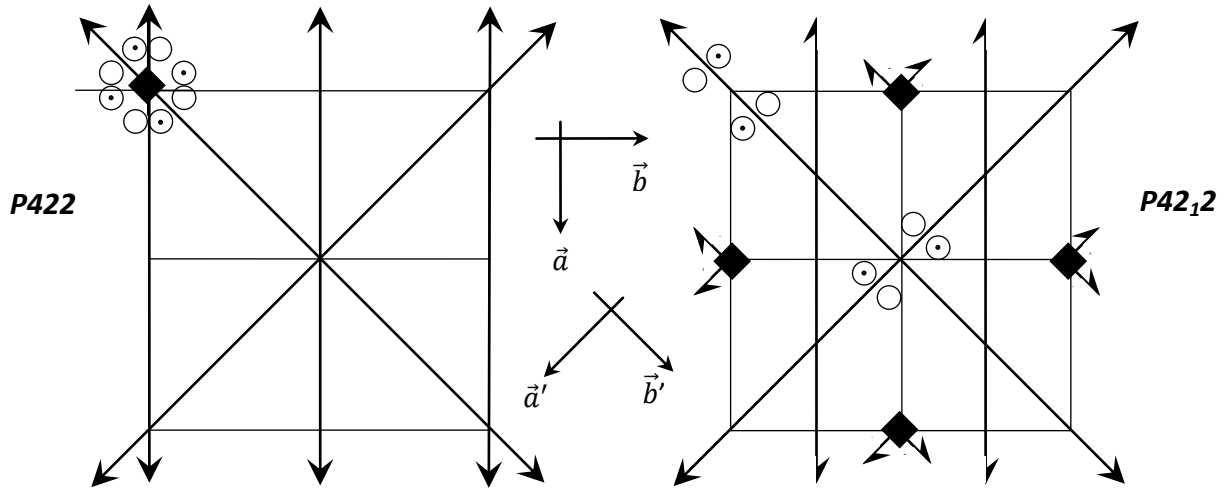
- P422, P422<sub>1</sub>, P42<sub>1</sub>2, P42<sub>1</sub>2<sub>1</sub>, P4<sub>1</sub>22, P4<sub>1</sub>22<sub>1</sub>, P4<sub>1</sub>2<sub>1</sub>2, P4<sub>1</sub>2<sub>1</sub>2<sub>1</sub>,  
P4<sub>2</sub>22, P4<sub>2</sub>22<sub>1</sub>, P4<sub>2</sub>2<sub>1</sub>2, P4<sub>2</sub>2<sub>1</sub>2<sub>1</sub>, P4<sub>3</sub>22, P4<sub>3</sub>22<sub>1</sub>, P4<sub>3</sub>2<sub>1</sub>2, P4<sub>3</sub>2<sub>1</sub>2<sub>1</sub>.

**16 pour le mode I :**

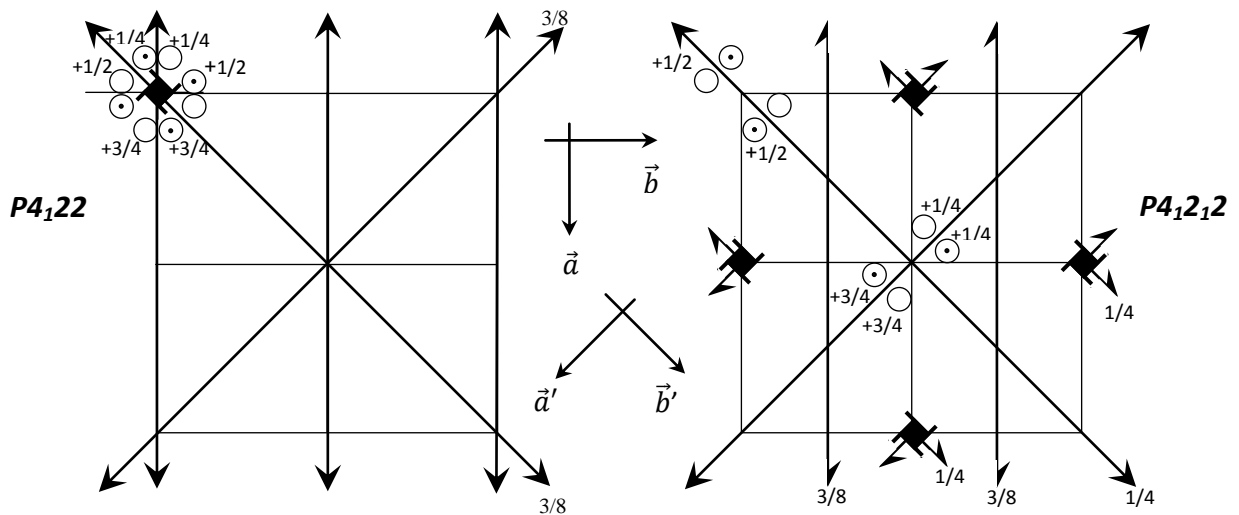
$I422, I422_1, I42_12, I42_12_1, I4_122, I4_122_1, I4_12_12, I4_12_12_1,$

$I4_222, I4_222_1, I4_22_12, I4_22_12_1, I4_322, I4_322_1, I4_32_12, I4_32_12_1$

**Les groupes issus du mode P :**

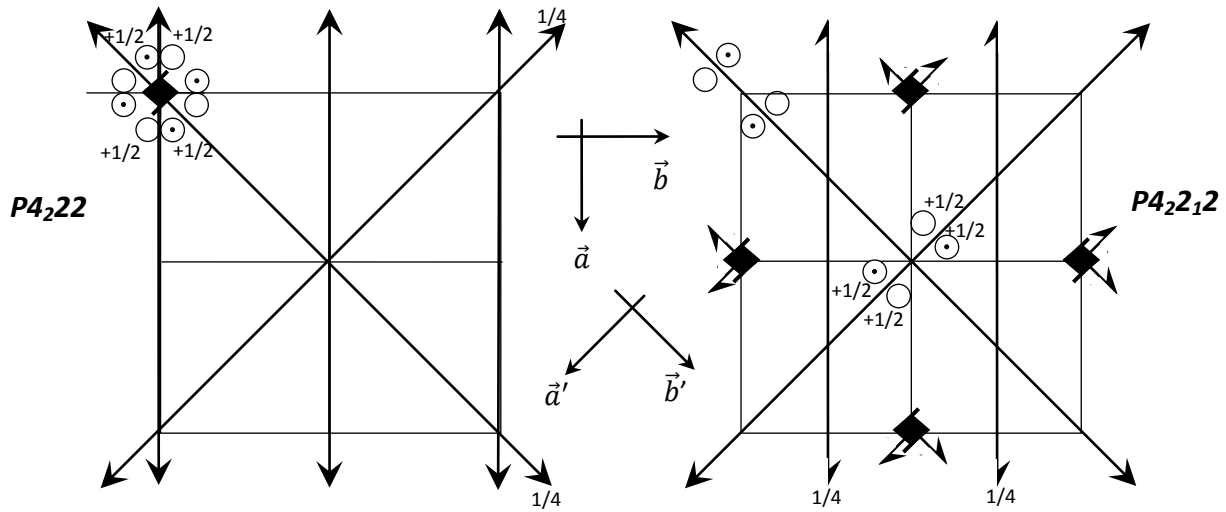


En effectuant un changement de repère  $\vec{a}' = \vec{a} - \vec{b}$  et  $\vec{b}' = \vec{a} + \vec{b}$  dans le groupe  $P42_12$ , on se ramène au cas du groupe  $P422_1$ . Les groupes  $P42_12$  et  $P422_1$  sont donc les mêmes, on garde le groupe  $P42_12$  dans ce même groupe ( $P42_12$ ) il apparaît un axe hélicoïdal  $2_1$  parallèle à la direction  $[110]$  dans le repère  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ . Le groupe  $P42_12_1$  se confond donc avec le groupe  $P42_12$ , on garde le groupe  $P42_12$  qui a le minimum de translation.

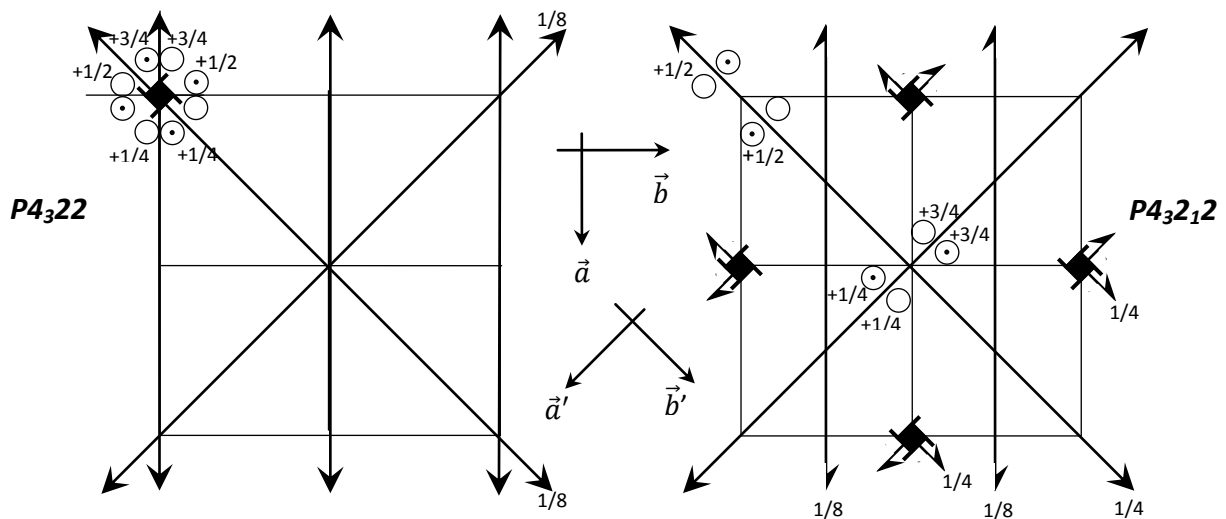


Il est en de même pour les groupes  $P4_122_1$  et  $P4_12_12_1$  qui se confondent avec le groupe  $P4_12_12$ .

# Chapitre III | DENOMBREMENT DES GROUPES SPATIAUX ISSUS DE LA CLASSE 422 DU SYSTEME QUADRATIQUE



De la même manière les groupes  $P4_222_1$  et  $P4_22_12_1$  se confondant avec le groupe  $P4_22_12$  également est les groupes  $P4_322_1$  et  $P4_32_12_1$  se confondant avec le groupe  $P4_32_12$ .



On obtient, par conséquent, huit (08) groupes districts dérivant du mode P et de la classe de symétrie d'orientation 422.

$P422, P42_12, P4_122, P4_12_12, P4_222, P4_22_12, P4_322, P4_32_12$ .

### Les groupes issus du mode I :

Dans le groupe  $I422$  apparait un axe  $2_1$  parallèle à  $\vec{a}$  à  $y = \frac{1}{4}$  et  $z = \frac{1}{4}$ . le groupe spatial  $I42_12$  se confond alors avec le groupe  $I422$ .

# Chapitre III | DENOMBREMENT DES GROUPES SPATIAUX ISSUS DE LA CLASSE 422 DU SYSTEME QUADRATIQUE

Il apparait dans ce groupe (I422) un axe hélicoïdal  $2_1$  parallèle à  $[110]$  à  $z = 0$ . Le groupe spatial I422<sub>1</sub> se confond également avec le groupe I422.

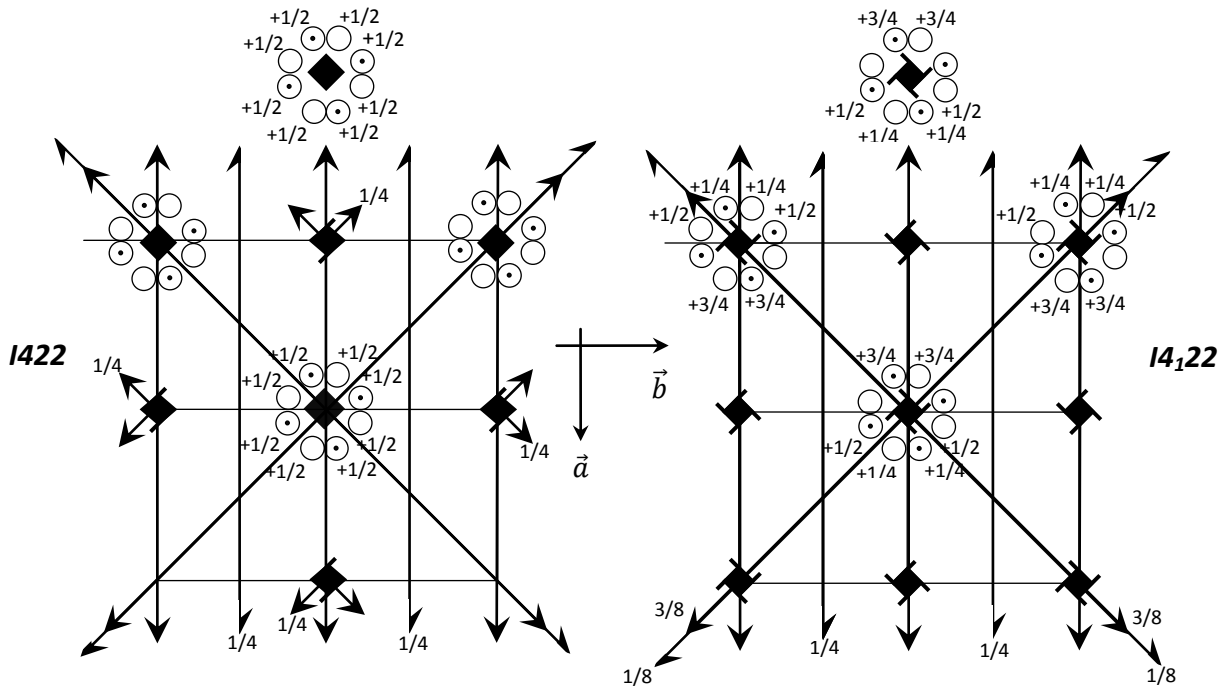
La combinaison des deux axes hélicoïdaux  $2_1$  parallèle à  $\vec{a}$  et  $2_1$  parallèle à  $[110]$  confonde le groupe I42<sub>1</sub>2<sub>1</sub> avec le groupe I422.

La translation de  $-\vec{a}$  du bloc central fait apparaitre un axe  $4_2$  parallèle à  $\vec{c}$  à  $y = \frac{1}{2}$ .

Les groupes I4<sub>2</sub>22, I4<sub>2</sub>2<sub>1</sub>2, I4<sub>2</sub>22<sub>1</sub> et I4<sub>2</sub>2<sub>1</sub>2<sub>1</sub> se confondant avec le groupe I422.

En utilisant la même procédure de comparaison par une même translation du bloc central, il apparait un axe  $4_1$  parallèle à  $\vec{c}$  à  $y = \frac{1}{2}$  et les groupes I4<sub>1</sub>2<sub>1</sub>2, I4<sub>1</sub>22<sub>1</sub> et I4<sub>1</sub>2<sub>1</sub>2<sub>1</sub> se confondant avec le groupe I4<sub>1</sub>22.

Il en est de même pour les groupes I4<sub>3</sub>22, I4<sub>3</sub>2<sub>1</sub>2, I4<sub>3</sub>22<sub>1</sub> et I4<sub>3</sub>2<sub>1</sub>2<sub>1</sub> ils se confondent également avec le groupe I4<sub>1</sub>22.



### 3. Coordonnées des positions équivalentes

**Groupe P422 :**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \bar{z} ; \bar{y}, x, z ; \bar{y}, \bar{x}, \bar{z} ; \bar{x}, \bar{y}, z ; x, \bar{y}, \bar{z} ; y, \bar{x}, z ; y, x, \bar{z} .$$

**Groupe P42<sub>1</sub>2 :**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \frac{1}{2} - z ; \bar{y}, x, z ; \bar{y}, \bar{x}, \frac{1}{2} - z ; \bar{x}, \bar{y}, z ; x, \bar{y}, \frac{1}{2} - z ; y, \bar{x}, z ; y, x, \frac{1}{2} - z .$$

**Groupe P4<sub>1</sub>22:**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \frac{1}{2} - z ; \bar{y}, x, \frac{1}{4} + z ; \bar{y}, \bar{x}, \frac{1}{4} - z ; \bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z ; x, \bar{y}, \bar{z} ; y, \bar{x}, \frac{3}{4} + z ; y, x, \frac{3}{4} - z.$$

**Groupe P4<sub>1</sub>2<sub>1</sub>2:**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \bar{z} ; \bar{y}, x, \frac{1}{4} + z ; \bar{y}, \bar{x}, \frac{3}{4} - z ; \bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z ; x, \bar{y}, \frac{1}{2} - z ; y, \bar{x}, \frac{3}{4} + z ; y, x, \frac{1}{4} - z.$$

**Groupe P4<sub>2</sub>22:**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \bar{z} ; \bar{y}, x, \frac{1}{2} + z ; \bar{y}, \bar{x}, \frac{1}{2} - z ; \bar{x}, \bar{y}, z ; x, \bar{y}, \bar{z} ; y, \bar{x}, \frac{1}{2} + z ; y, x, \frac{1}{2} - z$$

**Groupe P4<sub>2</sub>2<sub>1</sub>2:**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \frac{1}{2} - z ; \bar{y}, x, \frac{1}{2} + z ; \bar{y}, \bar{x}, \bar{z} ; \bar{x}, \bar{y}, z ; x, \bar{y}, \frac{1}{2} - z ; y, \bar{x}, \frac{1}{2} + z ; y, x, \bar{z}.$$

**Groupe P4<sub>3</sub>22:**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \frac{1}{2} - z ; \bar{y}, x, \frac{3}{4} + z ; \bar{y}, \bar{x}, \frac{3}{4} - z ; \bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z ; x, \bar{y}, \bar{z} ; y, \bar{x}, \frac{1}{4} + z ; y, x, \frac{1}{4} - z.$$

**Groupe P 4<sub>3</sub>2<sub>1</sub>2:**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \bar{z} ; \bar{y}, x, \frac{3}{4} + z ; \bar{y}, \bar{x}, \frac{1}{4} - z ; \bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z ; x, \bar{y}, \frac{1}{2} - z ; y, \bar{x}, \frac{1}{4} + z ; y, x, \frac{3}{4} - z.$$

**Groupe I422:**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \bar{z} ; \bar{y}, x, z ; \bar{y}, \bar{x}, \bar{z} ; \bar{x}, \bar{y}, z ; x, \bar{y}, \bar{z} ; y, \bar{x}, z ; y, x, \bar{z} ;$$

$$\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + z ; \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - z ; \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + z ; \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - z ; \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + z ; \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} - z ; \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + z ; \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - z.$$

**Groupe I4<sub>1</sub>22:**

$$x, y, z ; \bar{x}, y, \frac{1}{2} - z ; \bar{y}, x, \frac{1}{4} + z ; \bar{y}, \bar{x}, \frac{1}{4} - z ; \bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z ; x, \bar{y}, \bar{z} ; y, \bar{x}, \frac{3}{4} + z ; y, x, \frac{3}{4} - z ; \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + z ; \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + y, \bar{z} ; \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + x, \frac{3}{4} + z ; \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} - x, \frac{3}{4} - z ; \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - y, z ; \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} - z ; \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - x, \frac{1}{4} + z ; \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + x, \frac{1}{4} - z.$$

---

---

## **Conclusion générale**

---

---

Dans ce mémoire, nous avons utilisé une méthode géométrique pour dénombrer les groupes spatiaux (ou groupes de recouvrement) issus de la classe 422 du système quadratique. Le but essentiel de ce travail était, bien entendu, l'initiation à cette technique de dénombrement très pratique.

Dans un premier temps, nous avons d'abord commencé à dénombrer les modes de réseau de Bravais pour le système quadratique, En partant des solutions possibles, nous avons trouvé qu'il ne peut exister que deux modes : le mode simple ou primitif noté : P et le mode centré noté : I.

Puis, nous avons considéré toutes les combinaisons entre les modes P et I d'une part et la classe 422 d'autre part, sachant que l'axe 4 peut être : 4,  $4_1$ ,  $4_2$  ou  $4_3$  et 2 peut être à son tour : 2 ou  $2_1$ . A priori, nous sommes partis avec 32 groupes : 16 pour le mode P et 16 pour le mode I.

Nous avons, donc, été amené à étudier les groupes spatiaux issus de la classe 422. En comparant les stéréogrammes des 32 groupes du départ entre eux, nous avons trouvé que seulement 10 sont distincts. Nous avons, bien sur, choisi ceux qui ont le minimum de translation.

---

---

## **Références Bibliographiques**

---

---

### Références :

- [1]. BENNOUI Oussama, 'Dénombrement des groupes spatiaux issus de la classe 4/m du système quadratique', Master, Univ. de M'sila, juin 2014.
- [2]. Djaida Redaoui, 'Dénombrement des groupes spatiaux dans le système monoclinique', Master, Univ. de M'sila, juin 2015.
- [3]. FERAHTIA Souaad, 'Dénombrement des groupes spatiaux issus de la classe 222 du système orthorhombique', Master, Univ. de M'sila, juin 2016.
- [4]. H. Latelli, 'Eléments de cristallographie géométrique', Ed. OPU, 2011.
- [5]. A.F. Gourgues, J.M. Haudin, N. Billon, L. Nazé, 'Cours : Matériaux pour l'ingénieur', Ecole des Mines de Paris, 2013.
- [6]. C. Malgrange, C. Ricolleau, F. Lefaucheux, 'Symétrie et propriétés physiques des cristaux', Edition EDP Sciences, 2011.

### Bibliographie générale :

- [1]. J-J. Rousseau, 'Cristallographie géométrique et radiocristallographie avec exercice corrigés', Edition Masson, Paris 1995.
- [2]. C.Delepine, 'Introduction à la cristallographie', Dunod, Paris 1971.
- [3]. E.Flint, 'principes de cristallographie', Edition MIR, Moscou 1981
- [4]. R.Gay, 'Cours de cristallographie, Livre I : 'Cristallographie Géométrique', Gauthier-Villars 1959.
- [5]. C.Hammond, 'Introduction to cristallography', Oxford Univ. Press, New York 1990
- [6]. E.Mooser, 'Introduction à la physique des solides', Presses Polytechniques et universitaires romandes, Lausanne 1993.
- [7]. R.Ouahas, 'Eléments de radiocristallographie', Ed. Publisud-Paris, OPU 1984.
- [8]. A.Verbaere, 'Symétrie et état cristallin', Cours DEA, Université de Nantes, France 1985.

---

---

**résumé**

---

---

## ملخص

الهدف الرئيسي لهذا العمل معرفة مبادئ تعداد مجموعة الفضاء باستخدام طريقة هندسية بسيطة. في الفصل الأول قمنا باعطاء لمحة حول المفاهيم الأساسية ومبادئ البلورات: الخلية الأولية، الشبكة، الأنظمة البلورية، النظام رباعي الزوايا. من جهة اخرى ; عرفنا التناظر وعناصر التناظر، ومختلف اشكال التمثيل لمجموعة الفضاء من فئة 422 (المصفوفة، مجسمات التمثيل ...)، ناقشنا مزيج من عناصر التناظر من فئة 422، وكعنصر اخر في هذا الفصل تحدثنا عن شبكات برابي لمختلف الانظمة البلورية. الفصل الثاني ناقشنا فيه تعداد مختلف انواع شبكات برابي لنظام رباعي الزوايا الممكنة. أخيراً، الفصل الثالث ، قمنا فيه بتعداد مجموعات الفضاء من فئة 422 لنظام رباعي الزوايا ، مع العلم أن تعداد مجموعات الفضاء يمكن أن يتم باستخدام طريقة هندسية، علما ان هذه الطريقة تكمن في تعيين كافة التركيبات الممكنة. **الكلمات المفتاحية:** عنصر التناظر، رباعي الزوايا، فئة التناظر ، نوع شبكة برابي، مجموعة الفضاء.

## Résumé

L'objectif principal de ce travail est de connaître les principes de dénombrement des groupes spatiaux en utilisant une méthode géométrique simple.

Dans le premier chapitre nous donnons un aperçu sur les concepts de base et les principes de cristaux : rappel de réseau, maille, systèmes cristallins, système quadratique. d'autre part ; à partir des différentes formes de représentations (matricielles, stéréographiques ...) des éléments de symétrie de la classe 422, nous avons pu discuter de la combinaison des éléments de symétrie de la classe 422, nous avons rappelé les réseaux de Bravais pour les différents systèmes cristallins.

Dans le chapitre deux, nous avons dénombré des modes de réseau de Bravais pour le système quadratique.

Enfin, dans le chapitre trois, nous avons pu dénombrer les groupes spatiaux issus de la classe 422 du système quadratique, en utilisant une méthode géométrique simple. Cette méthode consiste à établir tous les stéréogrammes de toutes les combinaisons possibles.

**Mots clés:** Elément de symétrie, système quadratique, classe de symétrie, mode de réseau de Bravais, groupe spatial.

## Abstract

The main objective of this work is to know the principles of enumeration of spatial groups using a simple geometric method. In the first chapter we give an overview of the basic concepts and principles of crystals: initial cell, grid, crystal systems, tetragonal system. on the other hand ; from the various forms of representations (matrix, stereographic ...) of the symmetry elements of the class 422, we were able to discuss the combination of the symmetry elements of the class 422, we recalled the networks of Bravais for the different crystal systems.

In chapter two, we enumerated Bravais network modes for the quadratic system.

Finally, in chapter three, we have been able to enumerate space groups from class 422 of the quadratic system, using a simple geometric method. This method consists in establishing all the stereograms of all possible combinations.

**Key words:** Symmetry element, quadratic system, symmetry class, Bravais mode lattice, space group.