كلية العلوم الاقتصادية والتسييروالتجارة

قسم العلوم الاقتصادية

محاضرات في

تقييم المشاريع

موجهة لطلبة السنة ثالثة

اقتصاد كمي

تحليل اقتصادي

تقييم مالي

اتخاذ القرار

دراسة الجدوى

محاور المادة:

- مفاهيم أساسية
- طرق التقييم المالي
- معايير التقييم
- تحليل المخاطر والحساسية
- دراسات الجدوى واتخاذ القرار

الأستاذ: لقليطي الأخضر

الاستاذ : عايد لمين

مقدمة : تعد **محاضرات تقييم المشاريع** جزءًا أساسيًا من المنهج الأكاديمي لطلبة السنة الثالثة في تخصص **الاقتصاد الكمي**، حيث تركز على تزويد الطلبة بالأدوات العلمية والمنهجيات التحليلية اللازمة لتقييم المشاريع الاقتصادية بصورة دقيقة وفعالة. تعتمد هذه المادة على أسس نظرية متينة مستمدة من مفاهيم الاقتصاد، التمويل، والإحصاء، مما يمكّن الطالب من قياس وتقييم الجوانب المختلفة للمشاريع الاستثمارية. من خلال هذه المحاضرات، سيتم التركيز على دراسة التدفقات النقدية المخصومة (Discounted Cash Flow)، العوائد على الاستثمار (Return on Investment)، وتقييم المخاطر (Risk Assessment) باستخدام نماذج رياضية وإحصائية. كما سيتعلم الطلبة كيفية استخدام مؤشرات مثل صافي القيمة الحالية(Net Present Value) ، ومعدل العائد الداخلي (Internal Rate of Return)لتحليل مدى جدوى المشاريع واتخاذ القرارات الاستثمارية بناءً على بيانات كمية دقيقة. من خلال هذا المقرر، سيتم توجيه الطلبة لتطوير مهاراتهم في بناء نماذج تقييم المشاريع باستخدام برمجيات تحليل البيانات وتطبيق الأدوات الكمية لتحديد الفرص الاستثمارية المثلى. ستغطي المحاضرات أيضًا تأثير العوامل الاقتصادية الكلية مثل التضخم، وأسعار الفائدة، والمخاطر السوقية على أداء المشاريع، وكيفية إدخال هذه العوامل في عمليات التقييم لاتخاذ قرارات مستدامة وفعّالة. المحاضرات لن تقتصر فقط على الجانب النظري، بل سيتم دعمها بدراسات حالة عملية وتحليل أمثلة حقيقية لمشاريع قائمة، مما يتيح للطلبة فرصة تطبيق المفاهيم العلمية على أرض الواقع. في نهاية هذا المقرر، سيكون الطالب قادراً على تقييم المشاريع من زوايا متعددة باستخدام أدوات كمية حديثة، مما يجعله مؤهلاً لاتخاذ قرارات مالية مبنية على أسس علمية ومنهجية.

المبحث الأول: المتتاليات العددية

تمت دراسة المتتاليات العددية الأولى من طرف اليونان ، مثل متتالية الأعداد الأولية.

أرخميدس قام بأعمال حول المتتاليات التي نهايتها تساوي π .في القرن الثالث عشر اكتشف الإيطالي ليونارد فيبو ناتشي المتتالية التراجعية البسيطة التي تحمل اسمه $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ مع $u_0 = 1$ و $u_1 = 1$ ، و التي تترجم تطور نمو تكاثر حيوانات .

المتتاليات الحسابية والهندسية ظهرت في أوروبا وفي الصين في القرون الوسطى. في عصر النهضة درست المتتاليات المعروفة لدينا اليوم

أولا : المتتالية الحسابية

يقال أن المتتالية u_n متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r (r عدد حقيقي) إذا و فقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي

$$u_{n+1} = u_n + r$$

حيث يسمى r بأساس المتتالية الحسابية

1-قواعد عامة:

من اجل $n \in N$ لدينا :

$$u_n = u_0 + nr$$

اذا كان الأساس الأول للمتتالية الحسابية هو u_0

اما اذا كان الأساس الأول للمتتالية الحسابية هو u_1 فان عبارة الحد علام يتم حسابها وفق الاتي :

$$u_n = u_1 + (n-1)r$$

2-مجموع متتالية حسابية:

يتم حساب مجموع متتالية حسابية لـ $\boldsymbol{n}$ حد وفق الاتي:

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{n-1} = n\frac{u_0 + u_{n-1}}{2}$$

ثانيا: المتتاليات الهندسية

نقول أن المتتالية هندسية حدها الأول $\boldsymbol{u_0}$ و أساسها $\boldsymbol{q}$ (حيث $\boldsymbol{q}$ عدد حقيقي غير معدوم) إذا و فقط إذا كان أن من أجل كل عدد طبيعي n:

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

1- عبارة الحد العام للمتتالية الهندسية

يتم حساب الحد العام إذا كان الحد الأول هو u_0 وفق المعادلة الموالية:

$$u_n = u_0 \times q^n$$

واذا كان الحد الأول للمتتالية الهندسية هو $\boldsymbol{u_1}$ يتم حاسبه وفق الاتي :

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

2-مجموع متتالية هندسية:

مجموع حدود متتابعة من متتالية هندسية يتم حسابها وفق الاتي:

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{n-1} = u_0\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

تمارين محلولة حول المتتاليات الحسابية والهندسية

تمرين الاول:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بحدها الأول $u_0 = 3$ و بالعلاقة: $u_{n+1} = u_n - 5n - 1$.

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

- أثبت أن المتتالية (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
- أحسب v_n بدلالة n ثم أحسب المجموع S مجموع n حد الأولى من المتتالية (v_n).استنتج (u_n) بدلالة n .

الحل: · الحد الأول للمتتالية (v_n) هو v_0 ،

$v_0 = u_1 - u_0 = 3 - 5(0) - 1 - 3 = -1$.

لدينا $u_{n+1} - u_n = -5n - 1$. إذن : $v_n = -5n - 1$

$v_{n+1} - v_n = -5(n+1) - 1 - (-5n - 1) = -5$. إذن من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} - v_n = -5$.

و منه المتتالية (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -5$ و حدها الأول $v_0 = -1$.

· من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = -1 - 5n$.

$$S = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1} = \frac{n}{2}(5 + 5 - 5n) = \frac{n}{2}(-2 - 5n)$$

.

$v_0 = u_1 - u_0$ ، $v_1 = u_2 - u_1$ ، ... ، $v_{n-1} = u_n - u_{n-1}$

بالجمع طرف بطرف نجد $u_n = S + u_0$

و منه $u_n = \frac{n}{2}(-2-5n)+3$.

التمرين الثاني:

يبلغ عدد سكان الدولة 20 مليون نسمة ويزيد عدد السكان بنسبة 25 **‰** في السنة. إذا استمر هذا المعدل ، إلى متى سيتضاعف عدد السكان؟

الحل :

لزيادة السنوية في عدد السكان ثابتة وإذا أشرت إلى معدل الزيادة لشخص واحد ، يتم ضرب السكان كل عام بـ $\boldsymbol{1+t}$

بعد **n** سنوات، يصبح عدد السكان المبدئي u_0 **يصبح** u_n

أي

$$\boldsymbol{u_n = u_0 \times 1 + t^n}$$

إذا كان **n** هو عدد السنوات التي يتضاعف فيها عدد السكان، فلدينا:

$$\boldsymbol{1.025^n \geq 2}$$

$$\boldsymbol{\ln 1.025^n \geq \ln 2}$$

$$\boldsymbol{\text{n}\ln 1.025 \geq \ln 2}$$

$$\boldsymbol{n \geq \frac{ln\, 2}{ln\, 1.025}}$$

$$\boldsymbol{n \geq 28.07}$$

وبالتالي، فإن الوقت المطلوب أكبر قليلاً من 28 عامًا.

التمرين الثالث :

لنعتبر المتتالية u_n المحددة وفق مايلي:

$$u_{n+1} = 1.01u_n + 200$$

من اجل $n \in N$

– بيّن أن المتتالية (v_n) المعرّف، بواسطة: $v_n = u_n + 20000$

تتبع متتالية هندسية. استنتج قيمة u_n وفقًا لـ u_0 و n.

– اعتبارًا من 1 يناير 2014، يبلغ عدد سكان المدينة 30000 نسمة. كل عام، يزيد عدد السكان بشكل طبيعي بنسبة 1 ٪ ويأتي 200 شخص لاستقرارهم بشكل دائم في هذه المدينة.

- ماذا سيكون عدد السكان في 1 جانفي 2019؟
- يمثل جميع الطلاب في التعليم الابتدائي 15 ٪ من السكان في 1 يناير 2014 وتقل قيمة هذه النسبة بنسبة 2 ٪ في السنة .

– حدد عدد الطلاب في المدارس الابتدائية اعتبارًا من 01 جانفي 2019

الحل:

من اجل $\boldsymbol{n \in N}$ لدينا:

$$v_{n+1} = u_{n+1} + 20000$$

$$v_{n+1} = 1.01u_n + 200 + 20000$$

$$v_{n+1} = 1.01(u_n + 20000)$$

$$v_{n+1} = 1.01v_n$$

وبالتالي فان المتتالية v_n تتبع وفق قانونا المتتالية الهندسية اساسها

$q = 1.01$ وحدها الأول يتم حاسبه وفق الاتي :

$$v_0 = u_0 + 20000$$

دعونا نشير إلى واحد من سكان المدينة في 1 يناير n+ 2014. استنادًا إلى الافتراضات السكانية التي تم إجراؤها ، مع $u_0 = 30000$.

نستنتج أن $u_5 = 32551$ ، والتي سيكون عدد السكان في 1 يناير 2019 مع الافتراضات المذكورة.

• لاحظ p_n النسبة المئوية للسكان في التعليم الابتدائي اعتبارًا من 1 جانفي 2014+n. كما ينخفض p_n بنسبة 2 % سنويا ، لدينا

$$p_n = p_0(1 - 0.02)^n = 0.15 \times 0.98^n$$

عدد الطلاب المعنيين يساوي p_n ، والذي يعطي 1 جانفي 2014

$$p_0 u_0 = 0.15 \times 30000 = 4500$$

وبالتالي عدد الطلاب في المدارس الابتدائية اعتبارًا من 01 جانفي 2019 يكون :

$$p_5 u_5 = 0.15 \times 0.98^5 \times 32551 = 4414$$

التمرين الرابع:

بالنسبة لتأجير آلة، تقدم شركة التأجير لشركة الأشغال العامة ثلاثة أنواع من العقود، ابتداءا من 1 جانفي 2014:

العقد A: يبلغ مبلغ الإيجار الشهري 2000 دج ، وستزداد هذه القيمة الشهرية بنسبة 10 ٪ كل عام في 1 جانفي (الزيادة الأولى في 1 جانفي 2015).

العقد *B*: يبلغ مبلغ الإيجار السنوي 41000 دج لعام 2014 ، ويزيد بمقدار 4000 دج سنويًا ، اعتبارًا من 1 جانفي 2015

العقد C: يبلغ *مبلغ* الإيجار الشهري 3000 دج لشهر جانفي 2014 ، ويزيد بنسبة 2٪ في 1 جانفي و 1 جوان من كل عام اعتبارًا من 1 جوان 2014 . تقوم شركة التأجير أيضًا بإبلاغ الشركة بأن تأجير الجهاز صالح لمدة سنة كاملة من الاستخدام وأن المبلغ الإجمالي المستحق للسنة مستحق الدفع في بداية السنة.

N هو عدد سنوات الإيجار و $\boldsymbol{A_n}$ و$\boldsymbol{B_n}$ و $\boldsymbol{C_n}$، على التوالي ، المبلغ السنوي بالدينار لعقد الإيجار لكل عقد من العقود الثلاثة الممكنة.

-عبر عن دالة كل من $\boldsymbol{A_n}$ و$\boldsymbol{B_n}$ و $\boldsymbol{C_n}$ بدالة لـ ***n***.

- في أي عام يحقق مبلغ الإيجار السنوي مع العقد ***A*** مبلغ الإيجار السنوي مع العقد ***C***؟

الحل :

-تعبير عن دالة كل من $\mathbf{A_n}$ و$\mathbf{B_n}$ و $\mathbf{C_n}$ بدالة لـ **n**.

بالنسبة للعقد **A** ، المتتالية $(\mathbf{A_n})$ عبارة عن متتالية هندسية اساسها 1.1

ويمكن التعبير عنها وفق الاتي

- تحديد الاجر السنوي ويتم حسابه وفق الاتي:

$$a_1 = 2000 \times 12 = 24000$$

ومادامت الزيادة في جانفي 2015 فان دالة (A_n) تكون وفق الاتي:

$$A_n = 24000(1.1)^{n-1}$$

بالنسبة للعقد B ، المتتالية $\mathbf{B_n}$ عبارة عن متتالية حسابية اساسها 4000

ويمكن التعبير عنها وفق الاتي:

$$b_1 = 41000$$

ولدينا عبارة الحد العام للمتتالية الحسابية يتم حسابها وفق الاتي :

$$\mathrm{B_n} = b_1 + (n-1)4000$$

$$\mathrm{B_n} = 41000 + (\mathrm{n}-1)4000$$

بالنسبة للعقد C فيكون وفق الاتي:

$$\mathrm{c_1} = 3000 \times 6 + 3000 \times 6 \times 1.02 = 36\,360$$

يلاحظ ان الانتقال من سنة *n* إلى سنة *n + 1* ، أن كل مبلغ شهري يتم زيادته مرتين بنسبة 2٪ ، مضروبًا في $1.02^2 = 1.0404$ المتتالية $\boldsymbol{C_n}$ هي متتالية هندسية أساسها هو 1.0404وبالتالي عبارة الحد العام يمكن التعبير عنها :

$$C_n = 36\,360(1.0404)^{n-1}$$

–تحديد السنة الذي يتساوى مبلغ الإيجار السنوي مع العقد ***A*** مبلغ الإيجار السنوي مع العقد ***C***؟

لدينا عبارة الحد العام لـ$\boldsymbol{A_n}$ وعبارة الحد العام لـ$\boldsymbol{C_n}$

$$\boldsymbol{C_n = A_n}$$

ومنه:

$$24000(1.1)^{\mathrm{n}-1} = 36\,360(1.0404)^{\mathrm{n}-1}$$

بقسمة الطرفين على بعض نجد :

$$\frac{36\,360}{24000}=\frac{(1.0404)^{n-1}}{(1.1)^{n-1}}$$

$$\left(\frac{36\,360}{24000}\right)=\left(\frac{1.0404}{1.1}\right)^{n-1}$$

$$\ln\left(\frac{36\,360}{24000}\right)=\ln\left(\frac{1.0404}{1.1}\right)^{n-1}$$

$$\ln\left(\frac{36\,360}{24000}\right)=n-1\ln\left(\frac{1.0404}{1.1}\right)$$

$$n-1=\frac{\left(\frac{36\,360}{24000}\right)}{\left(\frac{1.0404}{1.1}\right)}=7.45$$

ومنه :

$$n=8.45$$

اي يعني 08 سنوات و 05 اشهر

التمرين الخامس:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بحدها الأول $u_0=2$ و بالعلاقة: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - 3$.

- أثبت أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
- أحسب v_n بدلالة n ، استنتج u_n بدلالة n ،ثم أحسب المجموع S مجموع n حد الأولى من المتتالية (v_n).

الحل:

– اثبات ان المتتالية هندسية:

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \frac{1}{3}u_n + 2 - 3$$

$v_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n - 3) = \frac{1}{3}v_n$ إذن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0 = -1$.

– حساب v_n بدلالة n

$$\mathrm{v_n} = v_0 \times q^n$$
$$\mathrm{v_n} = -1 \times \frac{1}{3}^n$$

– حساب المجموع S مجموع n حد الأولى من المتتالية (v_n).

مجموع حدود متتابعة من متتالية هندسية يتم حسابها وفق الاتي:

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{n-1} = u_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

$$\boldsymbol{S} = u_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

$$S = -\frac{1-\frac{1}{3}^{n}}{1-\frac{1}{3}}$$

المبحث الثاني: الفائدة البسيطة

عندما نأخذ قرضًا من بنك لفترة معينة، فإننا نقوم بسداد القرض ومبلغ معين من المال
إلى البنك لاستخدام الأموال المقدمة. يسمى مبلغ القرض "الرئيسي" و يسمى المبلغ الإضافي المدفوع مقابل استخدام القرض "الفائدة". مجموع الرئيسية وتسمى الفائدة المستحقة في نهاية الفترة "المبلغ".

أي الرصيد = الاصل +فائدة.

يسمى المقترض باسم "المدين" ويطلق على المقرض اسم "الدائن".

اولا- **تعريف الفائدة البسيطة:** تعرف الفائدة على الفائدة هو المبلغ من المال يدفعه المقترض لاستخدام مبلغ من الأموال المقترضة. كما يمكن اعتبار المبلغ الذي يتلقاه المقرض لاستخدام مبلغ من المال على سبيل الإعارة.

تدفع الفائدة على المبلغ الأصلي فقط. وهو مبلغ الفائدة المفروضة على القرض أو استقبالها من قبل المقرض ويتراكم هذا المبلغ فقط على المبلغ الاصلي.

تستخدم الفائدة البسيطة بشكل رئيسي في المعاملات قصيرة الأجل (أقل من سنة واحدة). وتتناسب الفائدة البسيطة طرديا مع مقدار رأس المال الموظف

ومدة التوظيف. حيث لا يتم جمع الفائدة البسيطة التي تم الحصول عليها خلال فترة معينة مع رأس المال لحساب الفوائد للفترة الموالية.

ثانيا: حساب الفائدة البسيطة

يتم حساب العناصر الأساسية المشكلة لقاعدة حساب الفائدة البسيطة كما يلي:

- " رأس المال " الأصل أو المبلغ الموظف: C_0.
- معدل التوظيف او المعدل المطبق " نسبة مئوية ": T.
- الفترة الزمنية أو ما يسمى بمدة التوظيف: n.
- " مبلغ " الفائدة: I.
- الجملة المكتسبة أو الرصيد: C

ومن خلال ما سبق يتم حساب الفائدة وفق القاعدة الموالية مع ملاحظة انه لحساب الفائدة البسيطة هناك عدة حالات يتم ادراجهم وفق الاتي:

1- إذا كانت الفائدة السنوية: $I = c_0 \cdot \frac{T}{100} \cdot n_{\text{سنة}}$

2- إذا كانت الفائدة الشهرية: $I = c_0 \cdot \frac{T \times n}{1200}$

3- إذا كانت الفائدة بالأيام (360يوم): $I = \frac{c_0 . T . n}{36000}$

4- إذا كانت الفائدة نصف شهرية (كل 15 يوم): $I = \frac{c_0 . T . n}{2400}$

ثالثا: الجملة المكتسبة أو الرصيد

وهي القيمة المستقبلية التي يبلغها المبلغ المودع بعد (n) سنة او هو المبلغ المتحصل عليه من صاحب رأس المال او الأصل الموظف بعد مدة زمنية معلومة وبمعدل توظيف معلوم ويتم حسابه وفق القاعدة الموالية:

الرصيد = الأصل (راس المال) + الفائدة

$$C = C_0 + I$$

1-حساب الرصيد في حالة التوظيف على أساس سنوي:

لدينا:

$$I = \frac{c_0 . T . n}{100}$$

ومنه الرصيد إذا كان التوظيف على أساس سنة:

$$C = C_0 \left(1 + \frac{tn}{100}\right)$$

2–حساب الرصيد في حالة التوظيف على أساس شهري:

لدينا:

$$I = \frac{c_0.T.n}{1200}$$

ومنه الرصيد إذا كان التوظيف على أساس شهري:

$$C = C_0 \left(1 + \frac{tn}{1200}\right)$$

3–حساب الرصيد في حالة التوظيف على أساس يومي:

لدينا:

$$I = \frac{c_0.T.n}{36000}$$

ومنه الرصيد إذا كان التوظيف على أساس يومي:

$$C = C_0 \left(1 + \frac{tn}{36000}\right)$$

مثال

قام شخص بتوظيف مبلغ قدره 35000دج في بنك معين لمدة 3 سنوات، بمعدل الفائدة قدره 8% كما وظف مبلغ قدره 25000 لمدة 6 أشهر ولكن بمعدل

7 %. كما وظف هذا الشخص مبلغ 15000 لمدة 150 يوم وبمعدل فائدة قدره 6 %.

المطلوب: –حساب الفائدة الاجمالية التي يتحصل عليها هذا الشخص.

– حساب الرصيد الإجمالي لهذا الشخص

الحل:

– حساب الفائدة الاجمالية التي يتحصل عليها هذا الشخص لدينا

1–المبلغ الأول على أساس التوظيف سنوي ومنه لدينا:

$$\boldsymbol{t = 8\%, n = 3ans, c_0 = 35000DA}$$

$$\boldsymbol{I_1} = \frac{c_0 . T . n}{100} \qquad I_1 = \frac{35000 \times 3 \times 8}{100} = 8400$$

2–المبلغ الثاني على أساس التوظيف شهري ومنه لدينا:

$$t = 7\%, n = 6\text{mois}, c_0 = 25000DA$$

$$I_2 = \frac{c_0 . T . n}{1200} \qquad I_2 = \frac{25000 \times 6 \times 7}{1200} = 875$$

3–المبلغ الثالث : لدينا :

$$t = 6\%, n = 150jour, c_0 = 15000DA$$

$$I_3 = \frac{c_0 . T . n}{36000} \qquad I_3 = \frac{15000 \times 150 \times 6}{36000} = 375$$

ولحساب مجموع الفوائد المتحصل عليها لدينا:

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2 + \mathrm{I}_3$$

ومنه:

$$I = 8400 + 875 + 375 = 9650$$

– حساب الرصيد الإجمالي لهذا الشخص

لدينا:

الرصيد = رأس المال + الفائدة

$$C = C_0 + I$$

ومنه اجمالي الرصيد المتحصل عليه لهذا الشخص هو:

$$C = 35000 + 25000 + 15000 + 9650 = 84650$$

رابعا: طريقة القاسم لحساب الفائدة

تهدف هذه الطريقة لاختصار حساب هذه العملية الحسابية عندما تكون الفوائد بالايام مختلفة ولكن بنفس معدل التوظيف.

- لدينا $I = \frac{c_{0_1}.T_1.n_1}{36000}$ بقسمة هذه المعادلة على t نجد:

$$I = \frac{c_0.T_n/t}{36000/t} \Leftrightarrow I = \frac{c_0.n}{36000/t} = \frac{N}{D}$$

$$I = \frac{N}{D}$$

استنتاج: في حالة حساب مجموعة من الفوائد وبمعدل توظيف ثابت فانه يتم حسابها وفق القاعدة الموالية:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots I_k$$

$$I = \frac{N_1}{D} + \frac{N_2}{D} + \frac{N_3}{D} + \cdots + \frac{N_k}{D}$$

$$I = \frac{\sum N_I}{D}$$

مثال :

اذا كانت لديك مجموع من الأصول موظفة بمعدل ثابت قدره 10% كما يلي:

- الأصل الأول 4500 دج موظف لمدة 60 يوم.
- الأصل الثاني 7000دج موظف لمدة 90 يوم.
- الأصل الثاني 1000 دج موظف لمدة 100 يوم.

أحسب الفائدة الاجمالية.

الحل:

لدينا:

$$I = \frac{\sum N_I}{D}$$

ومنه:

$$I = \frac{(4500)(60)+(7000)(90)+(1000)(100)}{36000/10} = 277.77DA$$

خامسا: المعدل المتوسط لمجموعة أصول موظفة بمعدلات متباينة

إذا كان لدينا رؤوس الأموال التالية ومدة توظيفها المختلفة ومعدلات التوظيف المختلفة التالية:

$C_{01} \longrightarrow t_1 \longrightarrow n_1$ يوم.

$C_{02} \longrightarrow t_2 \longrightarrow n_2$ يوم.

$C_{03} \longrightarrow t_3 \longrightarrow n_3$ يوم.

$C_{0K} \longrightarrow t_K \longrightarrow n_K$ يوم.

فالفائدة الاجمالية تحسب وفق القاعدة الموالية:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots I_k$$

إذا رمزنا لمعدل المتوسط للفائدة (t) حيث t هو متوسط معدل الفائدة التي تنتج عنه نفس الفائدة والاجمالية المحسوبة على أساس معدلات فائدة مختلفة ومنه يكون:

$$I = \frac{c_{0_1}.T_1.n_1}{36000} + \frac{c_{0_2}.T_2.n_2}{36000} + \frac{c_{0_3}.T_3.n_3}{36000} + \frac{c_{0_k}.T_k.nk}{36000} \dots\dots\dots (1)$$

وباستخدام معدل الفائدة المتوسطة t فإن:

$$I = \frac{c_{0_1}.t.n_1}{36000} + \frac{c_{0_2}.t.n_2}{36000} + \frac{c_{0_k}.t.nk}{36000} \dots\dots\dots (2)$$

من(1) و(2) :

$$I = \frac{c_{0_1}.T_1.n_1}{36000} + \frac{c_{0_2}.T_2.n_2}{36000} + \frac{c_{0_3}.T_3.n_3}{36000} + \frac{c_{0_k}.T_k.nk}{36000}$$

$$I = \frac{c_{0_1}.T_1.n_1}{36000} + \frac{c_{0_2}.T_2.n_2}{36000} + \frac{c_{0_3}.T_3.n_3}{36000} + \frac{c_{0_k}.T_k.nk}{36000}$$

$$t = \frac{\sum c_{0i}.T_1.n_1}{\sum c_{0_i}.n_1}$$

مثال:

إذا كانت لديك مجموع من الأصول موظفة بمعدلات مختلفة كما يلي:

-الأصل الأول 15000 موظف بمعدل 7% لمدة 80 يوم.

-الأصل الثاني 5000 موظف بمعدل 9% لمدة 60 يوم.

-الأصل الثاني 1500 موظف بمعدل 10% لمدة 70 يوم.

المطلوب: احسب معدل المتوسط

الحل:

لدينا:

$$t = \frac{\sum c_{0i}.T_1.n_1}{\sum c_{0_i}.n_1}$$

ومنه:

$$t = \frac{(15000)(7)(80) + (5000)(9)(60) + (1500)(10)(70)}{(15000 \times 80) + (5000 \times 60) + (1500 \times 70)} = 7,57$$

سادسا: العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

يتم حساب العلاقة بين الفائدة التجارية (T_C) والفائدة الحقيقية أو (الصحيحة)T_R وفق القاعدة التالية:

لدينا معادلة الفائدة البسيطة التجارية تحسب وفق القاعدة التالية:

$$I_c = \frac{c_0.t.n}{36000} \quad \text{.......................}(1)$$

ومعادلة الفائدة البسيطة الصحيحة تحسب وفق القاعدة التالية:

$$I_R = \frac{c_0.t.n}{36500} \quad \text{.......................}(2)$$

وبقسمة (1)على (2) نجد:

$$I_c/I_R = \frac{36500}{36000} = \frac{73}{72}$$

مثال توضيحي:

اقترض تاجر بتاريخ 15فيفري 2018 مبلغ 30000 دج من احد البنوك التجارية بمعدل فائدة بسيطة 09% سنويا.

المطلوب: حساب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة المستحقة عليه يوم 20جويلية 2018

الحل:

بما ان التاريخ الميلادي 2018 لايقبل القسمة على 4 فالسنة هي كبيسة وشهري فيفري هو 28 يوم وعدد أيام السنة 365 ولحساب الفترة الزمنية نجد:

فيفري+ مارس + افريل + ماي+ جوان + جويلية

وبالتالي: (28−15) + 31+ 30+31+30+20=155

ومنه لحساب الفائدة التجارية لدينا: $I_c = \frac{c_0.t.n}{36000}$

$$I_c = \frac{30000 \times 155 \times 09}{36000} = 1162.5$$

اما لحساب الفائدة الصحيحة لدينا :

$$I_R = \frac{c_0.t.n}{36500}$$

ومنه اما لحساب الفائدة الصحيحة لدينا:

$$I_R = \frac{30000.09.155}{36500} = 1146.57$$

تمارين حول الفائدة البسيطة

التمرين الاول:

أصل قدره 7.200 دج وظف بمعدل 8 % بدءا من 8 جوان وفي نهاية التوظيف أعطي الرصيد (الجملة المكتسبة) مبلغ قدره 7.288 دج

المطلوب : – أحسب مدة التوظيف .

الحـل :

حساب مدة التوظيف على أساس انو التوظيف بالأيام

لدينا :

$$C = C_o\left(1 + \frac{tn}{36000}\right)$$

لدينا :

$$7288 = 7200\left(1 + \frac{8n}{36000}\right)$$

ومنه

$$7288 \div 7200 - 1 = \left(\frac{8n}{36000}\right)$$

ومنه

$$n = 55j$$

التمرين الثاني:

أصل وظف بمعدل 9% لمدة N بلغت القيمة المكتسبة 17.400 دج، فإذا وظف بمعدل 10% لمدة N-1 بلغت الفائدة 4.800 دج.

المطلوب: –أحسب الأصل و مدة التوظيف .

الحـــل :

لدينا:

$$C = C_o\left(1 + \frac{tn}{36000}\right)$$

ومنه

$$17400 = C_o\left(1 + \frac{9N}{100}\right)$$

ومنه: $\frac{17400 \times 100}{100+9N} = C_o$ ....(1)

ولدينا :

$$I_c = \frac{c_0.t.n}{100}$$

ومنه : ولدينا :

$$4800 = \frac{c_0.10.(n-1)}{100}$$

ومنه :   ولدينا :

$$c_0 = \frac{48000}{(N-1)} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

بتعويض قيمة (1) في (2) نجد:

$$\frac{17400 \times 100}{100 + 9N} = \frac{48000}{(N-1)}$$

$$\frac{17400 \times 100}{100 + 9\mathrm{N}} = \frac{48000}{(\mathrm{N}-1)}$$

$$1740(\mathrm{N}-1) = 48(100 + 9\mathrm{N})$$

$$1740(\mathrm{N}-1) = 48(100 + 9\mathrm{N})$$

$$1740\mathrm{N} - 432\mathrm{N} = 4800 + 1740$$

$$1308\mathrm{N} = 6540$$

$$\mathrm{N} = \frac{6540}{1308} = 5n$$

ولحساب الأصل بالتعويض في أي معادلة سواء رقم (1) او (2) نجد:

$$\mathrm{c}_0 = \frac{48000}{(5-1)} = 12000\mathrm{DA}$$

التمرين الثالث:

أصل قدره 80.000 دج وظف بمعدل فائدة بسيطة T% بعد سنتين تم سحب الفوائد والأصل وتوظيفهما بمعدل % (T+2) وبعد 3 سنوات من التوظيف الجديد وجد الرصيد يقدر 130.560 دج.

المطلوب: -أحسب المعدل.

الحـــل :

لدينا :

$$C_1 = 80000\left(1 + \frac{t2}{100}\right) \dots\dots\dots\dots\dots\dots (K)$$

لدينا :

$$C_2 = K\left(1+\frac{(t+2)3}{100}\right)$$

لدينا :

$$130560 = 80000\left(1+\frac{t2}{100}\right)\left(1+\frac{(t+2)3}{100}\right)$$

لدينا :

$$130560 = 80000\left(1+\frac{t2}{100}\right)\left(1+\frac{(t+2)3}{100}\right)$$

لدينا :

$$130560 = 8(100+2t)\times(106+3t)$$

ومنه:

$$3t^2+256t-2860=0$$

ومنه:

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{b^2-4ac}$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{256^2-4\times3\times(-2860)}=316$$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ = 57,2 مرفوض

$t_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ = 10% مقبول

التمرين الرابع :

أصلين مجموعهما 16.800 دج وظفا لمدة سنة الفرق بين معدلي التوظيف 0.4 الفائدة الاجمالية قدرت بـ 1.651,20 دج، فإذا تم توظيف الأصل الأول بالمعدل الثاني و الأصل الثاني بالمعدل الأول تقدر الفوائد الإجمالية السنوية بـ 1.641,60 دج .

المطلوب: -حساب قيمة الأصلين ومعدل التوظيف.

الحل :

لنرمز للاصل الأول (x) والاصل الثاني بالرمز (y)

$x+y=16800$

$t_1-t_2=0.4$

ولدينا :

$$I_c = \frac{x.t}{100} + \frac{y.(t_1 - 0.4)}{100}$$

ولدينا :

$$1.651{,}20 = \frac{x.t}{100} + \frac{(16800 - x)(t_1 - 0.4)}{100}$$

ولدينا :

$$1.651{,}20 = \frac{x.t_1}{100} + \frac{(16800 - x)(t_1 - 0.4)}{100}$$

ولدينا :

$$1.651{,}20 = \frac{x.t_1}{100} + \frac{16800t_1 \ - 6720 - xt_1 - 0.4x}{100}$$

ولدينا :

$$1.651{,}20 = \frac{16800t_1 \ - 6720 - 0.4x}{100}$$

ولدينا :

$$1.718{,}40 = \ 168t_1 \ + 0.004x \dots \dots \dots \dots \dots (1)$$

$$1.641{,}60 = \frac{x.(t_1 - 0{,}4)}{100} + \frac{(16800 - x)t_1}{100}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) 1641{,}60 = -0.004x + 168t_1$$

ومنه

$$3360 = \ 336t_1$$

ومنه

$$t_1 \ = \ 10\%$$

$$x = 9600$$

$$y = 7200$$

التمرين الخامس:

أصلين مجموعهما 20.000 دج وظفا:

- الأصل الأول بمعدل توظيف T%
- الأصل الثاني بمعدل توظيف % (T+1)

الفوائد الاجمالية السنوية للأصل الأول بلغت 1.080 دج والفوائد الاجمالية السنوية للأصل الثاني بلغت 800 دج.

المطلوب: –حساب قيمة الأصلين والمعدلين.

الحل :

$$\mathrm{x+y=2000}$$

$$\mathrm{t_2-t_1=01\%}$$

ولدينا :

$$I_c=\frac{x.t_1}{100}\rightarrow \qquad 1080=\frac{xt_1}{100}\rightarrow 108000=xt_1$$

$$800=\frac{y.t_2}{100}\rightarrow 80000=yt_2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

ولدينا

$$80000=(20000-x)(t_1+1)$$

ولدينا

$$60000=20000t_1-x-xt_1\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

بتعويض قيمة قيمة (1) في (2) نجد:

$$60000=20000t_1-\frac{108000}{t_1}-108000$$

$$60000=20000t_1-\frac{108000}{t_1}-108000$$

$$\text{-108000}t_1 60000t_1=20000{t_1}^2-108000$$

$$=2{t_1}^2-16.8t_1-10.8$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{b^2-4ac}$$

$$t=9\%$$

ومنه لحساب الاصلين من خلال المعادلات نجد

$$x = 12000 \quad y = 8000$$

التمرين السادس:

بتاريخ 2017/01/17 أودع شخص 35000دج في بنك بمعدل فائدة بسيطة 7% سنويا، قام الشخص المودع بسحب رصيده بتاريخ 2017/05/31.

المطلوب:- احسب الفائدة الناتجة عن هذا الإيداع.

- احسب الرصيد الذي سحبه هذا الشخص.

الحل:

لدينا قانون الفائدة البسيطة بالأيام

لدينا:

$$I = \frac{c_0 . T . n}{36000}$$

1: تحديد أيام التوظيف بالأيام:

$$n = (31 - 17) + 28 + 31 + 30 + 31 = 134 \text{ يوم}$$

2: حساب الفائدة

لدينا:

$$I = \frac{35000 \times 7 \times 134}{36000} = 911.94$$

3: تحديد الرصيد او القيمة المكتسبة

لدينا الرصيد = الأصل + الفائدة

ومنه

$$C = C_0 + I$$

$$C = 35000 + 911.94$$

التمرين السابع:

كان رصيد أحد حسابات التوفير الدفتري بما فيه فوائد السنة الماضية 2016/01/01 186000 دج.

وخلال 2016 قام صاحب الحساب بالعمليات التالية.

-14 جانفي قام بسحب 20000 دج.

-3 مارس أودع 35000 دج.

-18 ماي سحب 12000 دج.

-22 جوان سحب 30000 دج.

-25 أوت أودع 17000 دج.

-17 أكتوبر أودع 37000 دج.

-6 نوفمبر سحب 15000 دج.

إذا علمت أن معدل الفائدة السنوي هو 6% (الفائدة البسيطة).

المطلوب:

-حساب مجموع الفوائد المتحصل عليها في 2016/12/31.

الحل:

يمكن تلخيص العمليات والفوائد(الفوائد نصف شهرية) في الجدول الموالي:

التاريخ	العملية	الرصيد	تاريخ القيمة	عدد الفترات	مقدار الفائدة	
2016/1/1	-	186.000				
2016/1/14	-20.000	166.000	2010/1/1	5	2075	

$5x16000x0.25=\frac{6}{24}$	2010	4	2010/3/16	201.000	+35.000	2016/3/3
$2010=4x\frac{0.25x20100}{100}$	945	2	2010/5/16	189.000	-12.000	2016/5/18
$\frac{0.25x189.000}{100}$	1987.5	5	2010/6/16	159.000	-30.000	2016/6/22
	1760	4	2010/9/1	176.000	+17.000	2016/8/25
	/	0	2010/11/1	213.000	+37.000	2016/10/17
	1980	4	2010/11/1	198.000	-15.000	2016/11/6
	10757.4	24	–	198.000	–	2016/12/31

تمارين غير محلولة حول الفائدة البسيطة

1- أودع شخص مبلغ 5000 دج في بنك لمدة 8 شهور، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها 400 دج ما هو معدل الفائدة السنوي

2- تم توظيف مبلغ قدره 2000 دج خلال الفترة الممتدة من 10 جانفي الى غاية 08 سبتمبر 2017في حساب يوفر 03 %سنوي، اوجد مقدر الفائدة المتحصل عليها في هذه العملية بالفائدة التجارية والفائدة الصحيحة؟

3- تتم توظيف مبلغ 5000 دج خلال الفترة الممتدة من 05 مارس الى غاية 15 اوت 2018 في حساب يوفر 2% نصف سنوي، اوجد المبلغ النهائي الذي تم الحصول عليه بالطريقتين التجارية والصحيحة؟

4- تم شراء ألة وتم دفع 30% من سعرها عند التسليم اما الباقي فقد تقرر تسديده بعد 03 اشهر بفائدة تأخير تقدر بـ 210دج ، اوجد نسبة الفائدة الموظفة اذا تم تسديد مبلغ 2400 دج عند التسليم ؟

5- يمتلك شخص مبلغ في حساب يوفر له 4 %اذا كان الشخص يقوم بسحب مبلغ 4000 دج دون أي تأثير في مقدار هذا المبلغ، فماهي قيمة المبلغ الموجود في الحساب؟

6- استثمر شخص مبلغ 3000دج بنسبة فائدة 03 %بعد فترة سحب المبلغ المستثمر بفوائده إذا علمت ان البنك اخذ عمولة تقدر بـ 30دج وان المبلغ الإضافي الذي سحب يعادل البلغ الموظف في بداية الفترة، احسب مدة التوظيف؟

7- وظف اصل بمعدل فائدة 04% فانتج مبلغ قدره 3080 دج واستثمر نفس المبلغ بنسبة فائدة 05% فانتج مبلغ قدره 3100 دج اوجد كل من مدة التوظيف والاصل الموظف ؟

8- تم توظيف مبلغين مجموعهما يقدر بـ 10000 دج الأول وظف بمعدل فائدة t% والثاني بمعدل (t+1 % وتقدر الفائدة للاصل الأول بـ240دج بينما الفائدة بالنسبة للأصل الثاني تقدر. 200دج اوجد معدل الفائدة وقيمة الاصلين ؟

9- تم إيداع مبلغ x عند بداية كل شهر في حساب توفير بنكي بمعدل4% ، ماهو المبلغ المتحصل عليه في نهاية الشهر الرابع ؟ وماهو المبلغ المتحصل عليه في نهاية الشهر n؟

10- اذا كان: I_C : الفائدة التجارية

I_R: الفائدة الحقيقية اثبت صحة العلاقتين التاليتين :

$$\frac{I_C}{I_R} = \frac{73}{72}$$

– إذا وظف شخص مبلغ قدره 10000 دج في بنك بتاريخ 2018/01/15 بمعدل فائدة بسيطة 09%. احسب الفائدة المتحصل عليها والرصيد لهذا الشخص بتاريخ 2018/05/17

11– **اختر الاجابة الصحيحة**

1– إن قيمة الأصل مضافا إليها الفوائد التي يحققها في نهاية المدة تعرف بـ:

أ–القيمة المكتسبة ب–الفائدة البسيطة ج–الفائدة التجارية د – الفائدة الصحيحة

2– إن مقدار الفائدة البسيطة لمبلغ 3600 وبمعدل 8% سنويا ولمدة 8 شهور هو:

أ–200 ب–187 ج–192 د–211

3– اقترض شخص (x) مبلغا من أحد البنوك بفائدة بسيطة معدلها 9% سنويا على أن يسدده بعد مرور 9 أشهر، فإذا بلغت جملة هذا القرض 854 فان أصل المبلغ هو:

أ–900 ب–800 ج–700 د–600

4– ان المدة بين 2019/1/25 الى غاية 4/4/ 2019 تساوي:

أ- 69 ب- 59 ج- 70
د- 62

5- اقترض شخص (y) من أحد البنوك يوم 15 /2018/7 مبلغا قدره 5000 دينار بفائدة بسيطة معدلها السنوي 9% على أن يسدد القرض والفائدة يوم 2018/12/27 فان الفائدة التجارية هي:

أ-202.2 ب-204 ج-206.25
د- 203.5

6- إن الفائدة الصحيحة لمبلغ 3650 أودع في أحد البنوك لمدة 250 يوم إذا كان معدل الفائدة 5% هي:

أ-135 ب-200 ج-120
د-125

7-إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والحقيقية يساوي 2 دينار فان الفائدة التجارية تساوي:

أ-150 ب-140 ج-145
د-146

8-في سؤال (7)، الفائدة الحقيقية تساوي: -

أ-148 ب-138 ج-143
د-144

9-أودع رمزي مبلغ 150 دج في بنك بفائدة بسيطة معدلها 6% سنويا فإذا بلغت جملته في نهاية المدة 153,6 فان مدة الإيداع تساوي:

أ-155 ب-140 ج-142
د-144

12–قيمة أصل اول 9000 دج وظف بمعدل فائدة بسيطة بمعدل 4% بينما الأصل الثاني فقيمته 8000 دج وظف في نفس اليوم بمعدل فائدة بسيطة 6% ماهي المدة اللازمة التي تتساوى فيها القيمة المكتسبة لكلا الاصلين؟

13–تم توظيف أصل قدره 20000 دج بمعدل فائدة بسيطة t% بعد عامين تم توظيف القيمة المكتسبة بمعدل فائدة (t+2)%، بعد سنتين من التوظيف الجديد وجد الرصيد يقدربـ25984 دج احسب معدل التوظيف؟

14–أحسب المبلغان x وy علما أن المبلغ الأول يساوي 5/ 6 المبلغ الثاني ومجموعهما يساوي 13200 دج. كل من المبلغين x وy وظفا لمدة سنة واحدة. وخلال هذه المدة بلغت القيمة المكتسبة للمبلغ الأول 6300 دج، أحسب معدل التوظيف لكل منهما علما أن $t_1 = t_2 - 1$ ورصيد السنة الثانية؟

15–وظف شخص مبلغان، حيث أن الفرق بينهما هو 24900 درج، فالأول وظف لمدة 8 أشهر بمعدل فائدة 5%، والثاني وظف لمدة 6 أشهر بمعدل فائدة 4%، فاذا كانت فائدة المبلغ الأول ضعف فائدة المبلغ الثاني أحسب كل من الاصلين والفوائد لكل أصل؟

16– أراد شخص توظيف مبلغ مالي قدره 450000 دج في بنك، وأمامه طريقتين للتوظيف من 15 مارس 2015 إلى 21 جويلية 2015: الطريقة الأولى: توظيف مبلغ كامل في بنك يطبق فائدة بسيطة سنوية 12%. الطريقة الثانية: توظيف المبلغ على جزئين في بنكين مختلفين، الأول 320000 د.ج بمعدل سنوي 11%، والباقي بمعدل فائدة سنوي 13% ما هي الطريقة التي تنصح بها هذا الشخص؟

17– إجمالي ثلاثة مبالغ 48000 دج تتناسب فيما بينها وفق الأرقام على التوالي 3، 4، 5 أحسب قيمة كل مبلغ ن اذا أودعت هذه المبالغ في بنك

بمدة متفاوتة وبمعدل 5% لتعطي فوائد إجمالية 7200 دج. فإذا علمت أن فائدة المبلغ الأول تساوي $\frac{1}{2}$ فائدة المبلغ الثاني، وفائدة المبلغ الثالث تساوي مجموع فائدة المبلغ الأول والثاني. أحسب فائدة كل مبلغ ومدة توظيف لكل مبلغ

المبحث الثالث: القيمة الحالية والخصم

أولا: مفهوم القيمة الحالية

القيمة الحالية هي قيمة الأصل أو الدين بعدما يتم خصم مبلغ محدد ويضم عادة الأوراق التجارية بمختلف أنواعها (الكمبيالات، السفتجة، السند الأدنى).

وتعبر القيمة الحالية عن القيمة الاسمية محذوف منه مجموع المصاريف البنكية

(عمولة التحصيل + عمولة القبول + ضريبة على القيمة المضافة)

الاجيو يضم مجموع المصاريف بالبنكية

أي الاجيو = الخصم + مجموع المصاريف البنكية

Agios = Escompte + Frais bancaires

ثانيا: مكونات القيمة الحالية

- **القيمة الاسمية:** هي قيمة الورقة التجارية قبل الخصم.

ينطوي الخصم التجاري على التفاوض بخصوص الأوراق التجارية حيت تعتبر الورقة التجارية ورقة دفع .

كما يعتبر الخصم عمولة البنك التي يتم اقتطاعها عند تحصيل الورقة التجارية قبل تاريخ استحقاقها. (يتم حساب فترة الخصم على اساس الفارق بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم)

- **القيمة الحالية:** هي قيمة الورقة بعد خصمها (القيمة الاسمية ناقص الخصم).

- **تاريخ الاستحقاق:** هو التاريخ الذي يتم الاتفاق عليه بين المورد والزبون.

- **تاريخ الخصم:** في حالة خصم ورقة قبل تاريخ استحقاقها (تاريخ الخصم يكون قبل تاريخ الاستحقاق) القيمة الحالية للورقة التجارية أقل من القيمة الاسمية.

ثالثا : قانون القيمة الحالية

يتم حساب القيمة الحالية من خلال المعطيات التالية:

- إذا أعطينا للقيمة الحالية الرمز A.
- القيمة الاسمية الرمز V.
- الخصم E.

وبالتالي يكون حساب القيمة الحالية كما يلي: A= V – E. أي ان
القيمة الحالية = القيمة الاسمية – قيمة الخصم
مع العلم أن:
قيمة الخصم يتم حسابها كما يلي:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{V.t.n}}{36000} = \frac{\mathrm{Vn}}{\mathrm{D}}$$

او

$$E = \frac{V.t.n}{1200} = \frac{Vn}{D}$$

حيث t: معدل الخصم (نسبة مئوية)
n : المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم
نعوض معادلة حساب الخصم$(\boldsymbol{E})$ في معادلة حساب القيمة الحالية نجد في (A):

$$E = \frac{Vn}{D} \Rightarrow A = v - \left(\frac{vn}{D}\right) \Rightarrow A = \left(v\left(1 - \frac{n}{D}\right)\right)$$

ومنه:

$$\mathrm{E} = \mathrm{V}\left(\mathrm{D} - \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{D}}\right)$$

رابعا: المعدل الحقيقي للخصم:

يتم حساب المعدل الحقيقي من خلال حساب الاجيو حيث يساوي الاجيو

Agios = Escompte + Frais bancaires

وبالتالي القيمة الحالية = القيمة الاسمية – الاجيو

أي

$$\boldsymbol{A}=\text{v-Agio}$$

ومنه المعدل الحقيقي للخصم يتم حسابه وفق الاتي :

$$t_r = \frac{36000 \times \text{Agio}}{v \times n}$$

خامسا : الخصم التجاري والخصم الحقيقي (الصحيح)

في الواقع العملي يوجد نوعين من الخصم هما:

-الخصم التجاري يتم الترميز له بالرمز E_C

-الخصم الحقيقي يتم الترميز له بالرمز E_R

1–الخصم التجاري $\boldsymbol{Ec}$:

يتم حساب الخصم التجاري على اساس القيمة الاسمية للورقة التجارية (V)ويعد هذا الصنف من الخصم الأكثر استخداما للممارسات الميدانية للبنوك وذلك لسببين هما:

– مبلغ خصم التجاري أكبر من مبلغ الخصم الحقيقي.

– البساطة في العمليات الحسابية للخصم التجاري ويتم حساب الخصم التجاري وفق الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{Ec = \frac{V.t.n}{36000} = \frac{Vn}{D}}$$

وتكون القيمة الحالية في هذه الحالة كمايلي:

$$\mathrm{A = V - e}$$

$$\mathrm{E_C = V - \frac{Vn}{D} \quad \Leftarrow \quad E_C = \frac{Vn}{D}}$$

$$E_C = \frac{V(D-n)}{D}$$

$$AD = V(D-n) \iff V = \frac{AD}{D-n}$$

$$A = v - E$$

$$A = V - \frac{Vn}{D}$$

$$A = \frac{VD - Vn}{D}$$

ومنه:

$$A = V\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

من خلال ما سبق يلاحظ أن الخصم التجاري انخفض (نقص) من القيمة الاسمية للورقة التجارية فنحصل على قيمتها الحالية.

2- الخصم الحقيقي E_R:

يتم حسابه على أساس القيمة الحالية للورقة التجارية (A) وبذلك فهو أقل من الخصم التجاري ويعد أقل شيوعا في الممارسات الميدانية للبنوك والخصم الحقيقي يضاف للقيمة الحالية (A) فنتحصل على القيمة الاسمية للورقة التجارية ويتم حسابه كما يلي:

$$E_R = \frac{Atn}{36000} \quad \text{او} \quad E_R = \frac{An}{D}$$

ومنه

$$V = A + E_R$$

ومنه

$$V = A + \frac{An}{D} \quad \Leftrightarrow V = \frac{AD + An}{D}$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{A(D+n)}{D}$$

كما يمكن حساب الخصم الحقيقي E_R بالاعتماد على القيمة V الاسمية

$$E_R = \frac{Vn}{D+n}$$

سادسا: العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي

لدينا:

$$E_C - E_R = \frac{Vn}{D} - \frac{Vn}{D+n}$$

ومنه:

$$E_C - E_R = \frac{Vn^2}{D(D+n)}$$

كما توجد هناك علاقة ثانية بين الخصم التجاري E_C و الخصم الحقيقي E_R تحسب وفق العلاقة التالية :

$$\frac{1}{E_R} - \frac{1}{E_C} = \frac{1}{V}$$

تمارين حول الخصم والقيمة الحالية

التمرين الاول:

احسب الخصم التجاري لورقة تجارية قيمتها الاسمية 12000 دج بمعدل خصم 10% مدة الخصم 60 يوم ؟

الحل :

لدينا:

$$Ec = \frac{V.t.n}{36000} = \frac{Vn}{D}$$

ومنه :

$$E_c = \frac{12000 \times 10 \times 60}{36000} = 200\,DA$$

التمرين الثاني:

احسب القيمة الاسمية للورقة تجارية قيمتها الحالية تقدر بـ 39333.33بمعدل خصم 8% علما ان تاريخ الخصم 13 ديسمبر للسنة (n) وتاريخ استحقاقها 26 فيفري للسنة (n+1)

الحل لدينا :

$$A = V\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

ومنه:

n = 18 + 31 + 26 = 75 jours.

$$39333.33 = V\left(\frac{4500-75}{4500}\right)$$

$$V = \frac{39333.33 \times 4500}{4500-75}$$

$V = 40000DA$

التمرين الثالث:

احسب قيمة راس المال قبل 30 يوم وبعد 50 يوم اذا علمت ان قيمته اليوم هو 35000 دج بمعدل فائدة 10%

- قبل 30 يوم

لدينا قانون القيمة الحالية

$$A = V\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

ومنه:

$$A = 35000\left(\frac{3600-30}{3600}\right) = 34708.33DA$$

- بعد 50 يوم

لدينا قانون القيمة المكتسبة او الرصيد وفق الاتي

$$c = c_0\left(1+\frac{nt}{36000}\right)$$

$$c = 35000\left(1+\frac{50\times 10}{36000}\right) = 35486.11DA$$

التمرين الرابع:

تم خصم ورقة تجارية بمعدل خصم 09% تاريخ خصمها يوم 19 فيفري2018 وتاريخ استحقاقها 25 افريل 2018، إذا علمت ان القيمة

الاسمية للورقة تقدربـ 10 دج وعمولة التحصيل تقدربـ 1000 دج ومقدار الضريبة على القيمة المضافة تقدربـ 7%

الحل :

تحيدي فترة الخصم وهي كتالي :

$$n = 9 + 31 + 25 = 65$$

ومنه :

لحساب الخصم وفق القانون التالي :

$$E = \frac{V.t.n}{36000} = \frac{Vn}{D}$$

$$E = \frac{10345 \times 9 \times 65}{36000} = 162.5$$

لدينا لحساب الاجيو :

Agios = Escompte + Frais bancaires
Agios = 162.5+ 10 x 1,07=173.2

ومنه لحساب المعدل الحقيقي لدينا :

$$t_r = \frac{36000 \times \text{Agio}}{v \times n}$$

بالتعويض نجد

$$t_r = \frac{36000 \times 173.2}{10000 \times 65} = \%9.60$$

التمرين الخامس:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 19440دج مدة الخصم هي 90 يوم، الفرق بين الخصم التجاري والحقيقي هو 03 دج.

المطلوب: – احسب معدل الخصم

الحل :

لدينا :

$$E_C - E_R = \frac{Vn^2}{D(D+n)}$$

$$3 = \frac{19440 \times 90^2}{\mathrm{D}(\mathrm{D}+90)}$$

$$3\mathrm{D}^2 + 270\mathrm{D} = 157464000$$

$$3\mathrm{D}^2 + 270\mathrm{D} - 157464000 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{270^2 - 4 \times 3 \times (-157464000)} = 43470$$

$D_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ = -7290 مرفوض

$D_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ = 7200 مقبول

ولدينا :

$$\mathrm{D} = \frac{36000}{t}$$

ومنه :

$$t = \frac{36000}{7200} = 5\%$$

التمرين السادس:

احسب معدل الخصم اذا علمت ان الورقة تجارية تم خصمها يوم2018/02/15 وتاريخ استحقاقها 2018/05/16، كما ان

$$A = 0.98V$$

الحل :

لدينا

$$n = (28 - 15) + 31 + 30 + 16 = 90 \text{ يوم}$$

ولدينا قانون القيمة الحالية:

$$A = V(1 - \frac{nt}{36000})$$

ومنه:

$$0.98v = v(1 - \frac{90t}{36000})$$

$$0.98 = (1 - \frac{90t}{36000})$$

$$0.02 = \frac{90t}{36000}$$

$$t = \frac{0.02 \times 36000}{90}$$

$$t = 8\%$$

التمرين السابع:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 70000 دج و تاريخ استحقاقها 2016/03/21 ، تم خصمها بتاريخ 2016/02/18 بمعدل 9%.

المطلوب: -احسب الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية.

الحل:

- تحديد مدة الخصم (وهي المدة الفصلة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم)

لدينا

$$\boldsymbol{n} = (29 - 18) + 21 = 32 \text{ يوم}$$

- تحديد الخصم التجاري

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{V.t.n}}{\boldsymbol{36000}} = \frac{\boldsymbol{Vn}}{\boldsymbol{D}}$$

ومنه

$$\boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{70000 \times 32 \times 09}}{\boldsymbol{36000}} = \frac{\boldsymbol{70000 \times 32}}{\boldsymbol{4000}}$$

$$\boldsymbol{e} = 560$$

- تحديد القيمة الحالية

القيمة الحالية = القيمة الاسمية – قيمة الخصم

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{e}$$

$$A = 70000 - 560 = 69440$$

تمارين غير محلولة حول الخصم والقيمة الحالية

1- دين يستحق السداد بقيمة اسمية في 15 ديسمبر 2013 فاذا سدده المدين في 15 جوان 2013 وكان معدل الخصم 6% سنوي، فاذا علمت أن الخصم التجاري 707 دج. فكم يبلغ الخصم الصحيح، والقيمة الاسمية لهذا الدين؟

2- ورقة تجارية قيمتها 6000دج خصمت بتاريخ 10/15, فاذا خصمت 16 يوم قبل موعد استحقاقها لكانت قيمتها الحالية 5973.33دج أي أكبر ب 26.66دج من التي خصمت في 10/15 ،أوجد معدل الخصم؟

3- أعطيت لك المعلومات التالية الخاصة بسند لأمر: مدة الخصم 40 يوم، $e_c + e_r = 905$

$$e_c \times e_r = 204750$$

اوجد كل من معدل الخصم والقيمة الاسمية ثم أثبت ما يلي

$$V = \frac{e_c \times e_r}{e_c - e_r}$$

4- ورقة تجارية قيمتها 1530 خصمت بمعدل 13% يوم 13 اكتوبر 2000 وجدت القيمة الحالية لهذه الورقة تقدرب 1463,7دج، حدد تاريخ الاستحقاق لهذه الورقة

5- ورقة تجارية قيمتها الاسمية 1250دج تستحق في 30 جوان تم استبدالها بورقة تجارية تستحق يوم 12 أوت إذا علمت ان تاريخ الاستبدال هو 15 ماي ومعدل الخصم هو 10,5% اوجد قيمة الاسمية للورقة البديلة؟

6- خصم تاجر دين قيمته الاسمية مبلغ ما يستحق في نهاية 9 شهور في أحد البنوك، ووجد أن الخصم التجاري = 1.08 من الخصم الصحيح، احسب معدل الخصم، وإذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح بلغ 30 دج، احسبي القيمة الاسمية للدين، ثم احسب: الخصم التجاري والقيمة الحالية التجاري

7- سفتجة تم خصمها بتاريخ 10 أفريل فبلغت قيمتها الحالية 132.637.5 دج، بمعدل خصم 7 %فإذا خصمت هذه السفتجة قبل تاريخ استحقاقها لمدة 45 يوم لانخفضت قيمة الخصم بـ 1.181.25 دج عن قيمة الخصم السابقة. أحسب القيمة الاسمية ومدة وتاريخ الاستحقاق وأحسب الخصم التجاري؟

8- ورقتان تجاريتان خصمتا بمعدل 4.5% ، الورقة الأولى تستحق بعد 34 يوم و الثانية بعد 52 يوم، مع العلم أن القيمة الاسمية للورقة التجارية الأولى تساوي 2/3 من القيمة الاسمية للورقة التجارية الثانية، ومجموع الخصمين هو 224 دج. احسب القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية؟

9- خصمت ثلاث أوراق تجارية في نفس اليوم، قيمة الورقة الأولى هي 1108 دج، تستحق بعد 165 يوم، قيمة الورقة الثانية هي 10820 دج، وتستحق بعد 68 يوم، أما قيمة الورقة الثالثة فهي 10750 دج، وتستحق بعد n يوم، تحصل حامل الأوراق الثلاثة على نفس المبلغ لكل ورقة احساب معدل الخصم التجاري وتاريخ استحقاق الورقة الثالثة؟

10- بتاريخ 2016/09/13 خصمت ورقة تجارية بمعدل 09%، تحصل صاحبها على مبلغ 59160 دج، لو خصمت هذه الورقة 42 يوما قبل تاريخ استحقاقها لكان الخصم الثاني اقل من الخصم الأول بمبلغ 210 دج احسب القيمة الاسمية للورقة التجارية، ثم حدد تاريخ استحقاقها؟

11- ورقة تجارية قيمتها الاسمية 45000 دج تستحق بتاريخ 2017/12/31، قدمت للخصم وفق الشروط التالية معدل الخصم 9.5 %، عمولة التظهير 0.05% عمولة تحويل المكان 60 دج، عمولة ثابتة 250 دج، القيمة الحالية الصافية 44207دج، حدد تاريخ الخصم؟

12- إذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لدين يستحق بعد 180 يوما بمعدل خصم 15% سنويا هو 38 دج. احسب القيمة الاسمية لهدا الدين؟

المبحث الثالث : تكافؤ الأوراق التجارية

تكافؤ الورقة التجارية هو إعادة التفاوض. شركة عميل يمكن طلب تأجيل تاريخ استحقاق الورقة التجارية. وإعادة حساب القيمة الاسمية لهذه الورقة التجارية الجديدة بحيث القيمة الحالية للورقة الجديدة والقيمة الحالية للورقة التجارية القديمة متساوية في تاريخ إعادة التفاوض.

ويقال ان الورقتين متكافئتين اذا تساوت قيمتهما الحالية.

أولا : قانون تكافؤ الورقتين التجاريتين

تتكافؤ ورقتين تجاريتين إذا تساوت قيمتهما الحالية وبنفس معدل الخصم التجاري.

إذا كان لدينا القيمة الاسمية للورقتين التجارتين v_1 ,v_2, n_1 المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق للورقة الأولى وتاريخ التكافؤ لنفس الورقة.

n_2 : المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق للورقة الثانية وتاريخ التكافؤ للورقة الثانية

A_1 : القيمة الحالية للورقة الأولى.

A_2: القيمة الحالية للورقة الثانية.

من خلال شرط التكافؤ نجد:

$$A_1 = A_2 \iff V_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) = V_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right)$$

لاحظ أن D نفسه لأن معدل الخصم نفسه وبالتالي $D= 36000/t$

من خلال ما سبق يلاحظ انه لدينا 3 إشكاليات أو 3 حالات:

– الحالة الأولى: معرفة القيمة الاسمية وتاريخ الاستحقاق للورقة الجديدة ونريد تاريخ التكافؤ.

– **الحالة الثانية:** معرفة القيمة الاسمية للورقة الجديدة ونريد تحديد تاريخ إستحقاقها.

– **الحالة الثالثة:** معرفة تاريخ استحقاق الورقة الجديدة ونريد تحديد قيمتها الاسمية.

ويتم تناول هذه الحالات خلال التمارين الموالية:

– **المثال الأول**

في عملية تجارية بين الطرفين تتيح عنها ورقة تجارية قيمتها الاسمية 65500 دج وتاريخ إستحقاقها هو: 31 – 03 –2010.

ولكن نظر للوضعية المالية لطرف الدائن لقد تم الإتفاق بين طرفي العملية على استبدال الورقة السابقة بورقة جديدة، قيمتها الاسمية 660000 وتاريخ استحقاقها 30–04–2010.

المطلوب: إذا علمت أن معدل الخصم قدره 9% فماهو تاريخ تحديد التكافؤ بين الورقتين (تاريخ إستبدال الورقتين)

الحل: لدينا

$$\boldsymbol{n_2 = n_1 + 30}$$

$$\boldsymbol{D = \frac{36000}{9} = 4000}$$

$$\boldsymbol{A_1 = A_2 \iff A_1\left(\frac{D - n_1}{D}\right) = V_2\left(\frac{D - n_2}{D}\right)}$$

تاريخ إستحقاق الورقة الأولى يكون قبل تاريخ الاستحقاق للورقة الثانية وتاريخ تكافؤ قبل تاريخ استحقاق الورقتين

$$\mathrm{A_1 = A_2 \iff V_1\left(\frac{D - n_1}{D}\right) = V_2\left(\frac{D - n_2}{D}\right)}$$

$$\Longrightarrow 65500\left(\frac{4000 - \mathrm{n_1}}{4000}\right)$$

$$= 66000\left(\frac{4000 - (\mathrm{n_1} + 30)}{4000}\right)65500(4000 - \mathrm{n_1})$$

$$= 66000(4000 - \mathrm{n_1}) - 1980000$$

$$1980000 = 66500(4000 - \mathrm{n_1}) - 65500(4000 - \mathrm{n_1})$$

$$1980000 = 500(4000 - n_1)$$
$$4000 - n_1 = \frac{1980000}{500}$$
$$\Rightarrow n_1 = 40$$

40–31=09 يوم فيفري   28 فيفري –09 = 19

إذا تاريخ التكافؤ هو 19 فيفري 2010

المثال الثاني:

إذا كانت لديك المعلومات التالية حول ورقة تجارية قيمتها الاسمية 34726,86 دج تاريخ استحقاقها يوم 2014/05/25 يتم استبدال هذه الورقة بورقة جديدة بتاريخ: 2014/05/10 حيث القيمة الإسمية للورقة الجديدة تقدر ب: 35000دج ،إذا علمت أن معدل الخصم يقدر ب 08%

المطلوب: حدد تاريخ الاستحقاق الورقة الجديدة؟

الحل:

$$\boldsymbol{D = \frac{36000}{08} = 4500}$$
$$\boldsymbol{n_1 = 25 - 10 = 15}$$
$$\boldsymbol{n_1 = 15} \text{يوم}$$
$$\boldsymbol{A_1 = A_2}$$
$$\boldsymbol{\Leftrightarrow V_1\left(\frac{D - n_1}{D}\right) = V_2\left(\frac{D - n_2}{D}\right)}$$
$$34726.86\left(\frac{4500 - 15}{4500}\right) = 35000\left(\frac{4500 - n_2}{4500}\right)$$
$$34726.86(4485) = 35000(4500 - n_2)$$
$$n_2 = 50\text{يوم}$$

شهرماي

31–10=21 يوم   ومنه 29=50–21

تاريخ الاستحقاق هو 29 جوان للورقة الجديدة

المثال الثالث

قام شخص معين بعملية استبدال ورقة تجارية جديدة وقد كانت لديك المعطيات الخاصة بالعملية

تاريخ الاستبدال (التكافؤ)05-مارس

القيمة الاسمية للورقة الأولى 15000 تاريخ الاستحقاق الورقة الأولى 31 مارس تاريخ استحقاق الورقة الجديدة 15 ماي.

المطلوب: ايجاد القيمة الاسمية للورقة الجديدة مع العلم أن معدل الخصم 09 %

الحل:

$$n_1 = 31 - 5 \ \Rightarrow n_1 = 26 \text{يوم}$$

$$n_2 = 26 + 30 + 15$$

$$n_2 = 71\, jour$$

لدينا:

$$A_1 = A_2$$

$$\Leftrightarrow A_1\left(\frac{D - n_1}{D}\right) = \ A_2\left(\frac{D - n_2}{D}\right)$$

$$15000\left(\frac{4000 - 26}{4000}\right) = \ V_2\left(\frac{000 - 71}{4000}\right)$$

$$V_2 = 15171.79\, DA$$

ثانيا: تكافؤ عدة أوراق تجارية

تتكافئ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة الأخرى من الأوراق إذا كان مجموع القيم الحالية للأوراق الأولى = مجموع القيم الحالية للأوراق الجديدة تطبيقيا تكافؤ عدة اوراق يعنى اذا كان V_1 و V_2 القيم الاسمية

لورقتين تجاريتين و n_1 و n_2 المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقتين

v_5 ,v_4,v_3 القيم الاسمية للأوراق تجارية أخرى n_3,n_4,n_5 المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وبين تاريخ استحقاق الأوراق الثلاثة فالتكافؤ بين مجموع الأولى من الأوراق التجارية ومجموع الثانية يتحقق إذا كان:

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4 + A_5$$

$$A_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) + A_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) = A_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right) + A_4\left(\frac{D-n_4}{D}\right) + A_5\left(\frac{D-n_5}{D}\right)$$

مثال توضيحي

لديك المعلومات التالية حول مجموعة من الأوراق التجارية

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 3000 دج تستحق بعد 25 يوم
- الورقة الثانية قيمها الاسمية 5000 دج تستحق بعد 30 يوم
- الورقة الثالثة قيمها الاسمية 6000دج تستحق بعد 50 يوم

عوضت هذه الأوراق بورقة تجارية جديدة تستحق بعد 70 يوم

فإذا علمت أن معدل الخصم 6% حدد القيمة الاسمية للورقة الجديدة.

الحل:

لدينا:

$$A_1 = A_2 + A_3 + A_4$$

$$V_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) = V_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) + V_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right) + V_4\left(\frac{D-n_4}{D}\right)$$

$$V_1\left(\frac{6000-70}{6000}\right) = 3000\left(\frac{6000-25}{6000}\right) + 5000\left(\frac{6000-30}{6000}\right) + 6000\left(\frac{6000-50}{6000}\right)$$

$$V_1 = 14076.72\ DA$$

تمارين حول تكافؤ الأوراق التجارية

التمرين الأول:

مؤسسة مدينة لمورد بثلاثة أوراق تجارية كالتالي: الورقة الأولى 34000دج تستحق بتاريخ 03/15.الورقة الثانية 27000دج تستحق بتاريخ 04/21.الورقة الثالثة 18000دج تستحق بتاريخ 07/10.

بتاريخ 03/01 طلبت المؤسسة من المورد تعويض ديونها بورقة واحدة تستحق في 05/31.

المطلوب: – احسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة، علما أن معدل الخصم 9%.

الحل:

تحديد القيمة الاسمية للورقة الرابعة

لدينا :

$$A_1 + A_2 + A_3 = A_4$$

ومنه :

$$A_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right)+A_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right)+\ A_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right)$$
$$=v_4\left(\frac{D-n_4}{D}\right)$$

ولدينا

$$\mathrm{D}=\frac{36000}{t}=\frac{36000}{9}=4000$$

$$34000\left(\frac{4000-14}{4000}\right)+27000\left(\frac{4000-51}{4000}\right)$$
$$+\ 18000\left(\frac{4000-131}{4000}\right)=v_4\left(\frac{4000-91}{4000}\right)$$

ومنه:

$$v_4\ =79761.83DA$$

التمرين الثاني:

تم تعويض كمبيالة بتاريخ 01 أفريل قيمتها الإسمية 8500 دج قابلة للاستحقاق يوم 01 ماي بكمبيالة جديدة قابلة للاستحقاق يوم 30 ماي، بمعدل خصم 6%.

المطلوب: أحسب القيمة الإسمية للكمبيالة الجديد؟

الحل :

$$A_1=A_2$$
$$)=v_2(\frac{D-n_2}{D}v_1(\frac{D-n_1}{D}$$
$$)=v_2\,\frac{6000-59}{6000}8500(\frac{6000-30}{6000}$$
$$v_2=8541.5DA$$

التمرين الثالث:

في 03/01 مدين قرر خصم أوراقه التجارية المستحقة مدانه:

الورقة1 بتاريخ استحقاق 03/15 الورقة2 بتاريخ استحقاق 03/31

الورقة3 بتاريخ استحقاق 04/30 الورقة4 بتاريخ استحقاق 05/15,

القيمة الإسمية لكل ورقة تساوي ضعف الورقة التي سبقتها.

المدين قبل تعويض الأوراق الأربع بورقة موحدة بتايخ 05/31 بمعدل سنوي 12% بقيمة 30300.67دج، هذه الورقة الموحدة مكافئة للأوراق الأربع الملغاة.

المطلوب: . أحسب القيمة الاسمية للأوراق الأربعة المعوضة؟

الحل :

لدينا قانون التكافؤ لعدة أوراق تجارية وفق القاعدة التالية :

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = A$$

$$\Leftrightarrow V_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) + V_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) + V_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right) + V_4\left(\frac{D-n_4}{D}\right) = V\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

ولدينا مدة الخصم لكل الأوراق التجارية وفق الأتي :

$$n_2 = 30 \quad n_3 = 60 \quad n_4 = 75 \quad n_1 = 14$$

$$V_1\left(\frac{3000-14}{3000}\right) + V_2\left(\frac{3000-30}{3000}\right) + V_3\left(\frac{3000-60}{3000}\right) + V_4\left(\frac{3000-14}{3000}\right) = 30300.67\left(\frac{3000-91}{3000}\right)$$

ولدينا العلاقة بين قيمة الاسمية للأوراق التجارية الأربعة وفق الأتي :

$$V_2 = 2V_1$$
$$V_3 = 2V_2$$
$$V_4 = 2V_3$$

ومنه:

$$V_1\left(\frac{3000-14}{3000}\right)+\ 2V_1\left(\frac{3000-30}{3000}\right)$$
$$+4V_1\left(\frac{3000-60}{3000}\right)+8V_1\left(\frac{3000-14}{3000}\right)$$
$$=30300.67\left(\frac{3000-91}{3000}\right)$$

ومنه :

$$V_1=2000DA$$
$$V_2=4000DA$$
$$V_1=2000DA$$
$$V_4=16000DA$$

التمرين الرابع:

لدى تاجر ثلاث كمبيالات تستحق بعد 30 يوم، 45 يوم، 70 يوم على التوالي مع العلم أن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى والثانية متناسبتين مباشرة مع الأعداد 7 و5 على الترتيب، والكمبيالة الثالثة هي ضعف الكمبيالة الأولى.

لو عوضت هذه الكمبيالات الثلاث بكمبيالة جديدة مبلغها 20.517 دج، تستحق بعد 90 يوم بمعدل خصم 9%.

- أحسب المبالغ الإسمية لهذه الكمبيالات الثلاث؟

الحل :

$$)v_1(\frac{D-n_1}{D}+)v_2(\frac{D-n_2}{D}\ +\ \ )v_3(\frac{D-n_3}{D}=\ )v_4(\frac{D-n_4}{D}$$
$$)v_1(\frac{D-n_1}{D}+\ )\frac{5}{7}\,v_1(\frac{D-n_2}{D}\ +\ \ )2v_1(\frac{D-n_3}{D}=\ )v_4(\frac{D-n_4}{D}$$
$$)\frac{5}{7}\,v_1(\frac{4000-45}{4000}\quad +\quad)2v_1(\frac{4000-70}{4000}=\quad)20.517\ (\frac{4000-90}{4000}$$
$$)v_1(\frac{4000-30}{4000}+$$
$$3970v_1+2825v_1\ +\ \ 7860v_1=80221470$$
$$14655v_1=80221470$$
$$v_1=5474DA$$

$$v_2 = 3910DA$$
$$v_3 = 10948DA$$

التمرين الخامس:

لدى تاجر ثلاث أوراق تجارية تشكل فيما بينها حدود متتالية هندسية مع العلم أن القيمة الاسمية للورقة الأولى تقدر بـ 2400 دج، حيث أن تواريخ استحقاق هذه الأوراق هي 16 مارس، 11 أفريل، 20 ماي على الترتيب مع العلم أن تاريخ التكافؤ حدد يوم 16 مارس.

- حدد القيمة الإسمية للورقة الثانية والثالثة لو كان تاريخ الاستحقاق المتوسط يوم 24 أفريل؟
- نفس السؤال السابق إذا كانت القيمة الاسمية تشكل فيما بينها حدود متتالية حسابية؟

الحل:

لدينا:

$$v_1 = 2400DA$$

القيم الاسمية تشكل فيما بنيها متتالية هندسية إذا:

$$v_2 = rv_1$$
$$v_3 = rv_2$$

لدينا قانون حساب المعدل المتوسط وفق التالي:

$$\mathrm{n} = \frac{\sum \mathrm{v_{0i}.n_1}}{\sum \mathrm{v_{0_i}}}$$

ومنه:

$$\mathrm{n} = \frac{v_1 n_1 + v_2 n_2 + v_3 n_3}{v_1 + v_2 + v_3}$$

$$39 = \frac{2400 \times 0 + 2400r \times 26 + 2400r^2 \times 65}{2400 + 2400r + 2400r^2}$$

ومنه :

$$39 = \frac{2400(r \times 26 + r^2 \times 65)}{2400(1 + r + r^2)}$$

$$39 = \frac{r26 + r^2 65}{1 + r + r^2}$$

$$39 + 39r + 39r^2 = r26 + r^2 65$$

$$39 + 39r + 39r^2 = 26r + 65r^2$$

$-13r-39=026r^2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-13)^2 - 4(26)(-39)$

$4225\Delta=$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4225} = 65$

الحل الاول :

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{13 - 65}{52} = -1$$ مرفوض

الحل الثاني :

$$r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{13 + 65}{52} = 1{,}5$$ مقبول

تحديد القيمة الاسمية للورقيتين الثانية والثالثة:

لدينا :

$v_2 = rv_1 \rightarrow v_2 = 1{,}5 \times 2400 = 3600DA$

$v_3 = rv_2 \rightarrow v_3 = 1{,}5 \times 3600 = 5400DA$

-إذا كانت القيمة الاسمية تشكل فيما بينها حدود متتالية حسابية

لدينا :

القيم الاسمية تشكل فيما بنيها متتالية حسابية اذا :

$v_2 = r + v_1$

$v_3 = r + v_2$

$$39 = \frac{2400\times 0 + (2400+r)\times 26 + (2400+2r)\times 65}{2400+2400+r+2400+2r}$$

$$39 = \frac{62400+26r+156000+130r}{7200+3r}$$

$$218400+156r280800+117\mathrm{r} =$$

$$218400+156\mathrm{r}-280800-117\mathrm{r}=0$$

$$-62400=-39\mathrm{r}$$

$$\mathrm{r}=\frac{62400}{39}=1600$$

تحديد القيمة الاسمية للورقيتين الثانية والثالثة:

لدينا:

$$v_2 = r+v_1 \rightarrow v_2 = 1600+2400 = 4000DA$$

$$v_3 = r+v_2 \rightarrow v_3 = 1600+4000 = 5600DA$$

تمارين غير محلولة حول تكافؤ الأوراق التجارية

التمرين الأول :

في 2018/03/01، كانت لديك ورقتان تجاريتان:

- الورقة الأولى :قيمتها الاسمية 2500 دج وتاريخ استحقاقها 2018/05/31.
- الورقة الثانية :قيمتها الاسمية 2510 دج وتاريخ استحقاقها 2018/06/14.

المطلوب :إذا كان معدل الخصم 10:%

1. حدد تاريخ التكافؤ للورقتين.
2. إذا تم خصم الورقة الأولى بتاريخ 2018/04/15، احسب مبلغ الخصم والقيمة الحالية لها.
3. افترض أنه تم استبدال الورقتين بورقة تجارية واحدة تستحق في 2018/06/30. احسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة.

التمرين الثاني :

لديك ورقة تجارية بقيمة اسمية 1250 دج تستحق في 30 جوان، وقد تم استبدالها بورقة تجارية جديدة تستحق في 12 أوت. علمًا بأن تاريخ الاستبدال هو 15 ماي ومعدل الخصم هو 10.5%، احسب القيمة الاسمية للورقة البديلة.

التمرين الثالث:

ثلاث أوراق تجارية تم استبدالها في 10 ماي بمعدل خصم 15:%

- **الورقة الأولى :**قيمتها الاسمية 1540 دج وتستحق في 30 جوان.
- **الورقة الثانية :**قيمتها الاسمية 1230 دج وتستحق في 15 جويلية.
- **الورقة الثالثة :**قيمتها الاسمية 923 دج وتستحق في 30 أوت.

المطلوب: تم استبدال هذه الأوراق بورقة تجارية واحدة قيمتها الاسمية 3600 دج .حدد تاريخ استحقاق الورقة الجديدة.

التمرين الرابع:

شركة "Centrale U." خصمت في 01/10 ثلاث أوراق تجارية بقيم اسمية كالتالي: 4500 دج، 2600 دج، و1200 دج. وتواريخ استحقاقها هي: 03/20، 02/15، و01/30. بمعدل خصم 12%:

- احسب الخصم التجاري والقيمة الحالية لكل ورقة.
- حدد متوسط تاريخ الاستحقاق للأوراق الثلاثة.

التمرين الخامس:

حسب تاريخ التكافؤ لورقتين تجاريتين بقيمة اسمية 11300 دج و11100 دج، بحيث تاريخ استحقاقهما على التوالي بعد 94 يومًا و41 يومًا، مع معدل تكافؤ 12.%

التمرين السادس

حدد تاريخ استحقاق الورقة الثانية إذا كانت قيمتها الاسمية 3500 دج و3450 دج، ومدة الفصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الأولى هي 86 يومًا، ومدة تاريخ التكافؤ 6 أيام، مع معدل تكافؤ 10%.

التمرين السابع:

لديك ثلاث أوراق تجارية بقيم اسمية 2500 دج، 3500 دج، و4000 دج، وتاريخ استحقاقها على التوالي 25 يوم، 30 يوم، و40 يوم. بمعدل خصم 9%، حدد متوسط تاريخ الاستحقاق للأوراق الثلاثة.

التمرين الثامن :

ورقة تجارية بقيمة اسمية 2578.34 دج تستحق بعد 37 يومًا، بمعدل خصم 10.2%. إذا كان معدل السحب على المكشوف في البنك هو 11.5%، قدم رأيك حول إمكانية خصم هذه الورقة مع افتراض أن رصيد الشركة في البنك مدين بمبلغ 1000 دج.

التمرين التاسع:

في 18 فبراير 2001، كانت إحدى الشركات مدينة بالمبالغ التالية:

- 9000دج تستحق في نهاية 90 يومًا.
- 5000دج تستحق في نهاية 105 يومًا.

- 6000دج تستحق في نهاية 120 يومًا.

وفي 5 مارس 2001، اتفقت مع الدائن على سداد 3000 دج نقدًا وتحرير ثلاثة كمبيالات بالباقي. القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف الثانية، والثالثة ثلاثة أضعاف الأولى. احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة إذا كان معدل الخصم 10% سنويًا.

التمرين العاشر:

أودع شخص 2000 دج في نهاية كل شهرين خلال عام 2003، ثم أودع ضعف المبلغ في نهاية كل نصف شهر خلال عام 2004، وأخيرًا أودع نصف المبلغ منتصف كل شهر خلال عام 2005، بمعدل فائدة 12% سنويًا. في نهاية ماي 2006، سحب المبلغ المستحق لدفع ثمن عقار، وحرر ثلاثة كمبيالات لبقية الثمن. احسب ثمن شراء العقار.

التمرين الحادي عشر

كانت شركة معينة مدينة لأحد البنوك بالمبالغ التالية:

- 5000دج تستحق في نهاية 3 شهور.
- 15000دج تستحق في نهاية 5 شهور.
- 20000دج تستحق في نهاية 9 شهور.
- 30000دج تستحق في نهاية سنة.

احسب قيمة القسط المتساوي إذا طلبت الشركة سداد 30% من جميع الديون السابقة على أساس معدل فائدة يساوي معدل خصم 12% سنويًا.

التمرين الثاني عشر:

أودع شخص المبالغ التالية في أحد البنوك بمعدل 12% سنويًا:

- 5000دج لمدة 7 شهور.
- 10000دج لمدة 10 شهور.
- 20000دج لمدة 11 شهر.

سحب المبلغ المستحق ودفعه ثمن مزرعة دواجن، واتفق على سداد الباقي بكمبيالة قيمتها الاسمية 55000 دج. إذا خصم البائع الكمبيالة بمعدل 14% سنويًا، احسب ثمن شراء المزرعة نقدًا.

المبحث الرابع: الدفعات على المدى القصير

أولا: مفاهيم عامة

الدفعات هي مبالغ متساوية تفصل بينها فترات زمنية متساوية ويوجد نوعين من الدفعات هما:

- الدفعات العادية وهي التي دفع في نهاية اخر فترة متساوية
- الدفعات الفورية وهي الدفعات التي تدفع أول كل فترة زمنية متساوية

ثانيا: قانون جملة الدفعات

يتم حساب جملة الدفعات على المدى القصير وفق الاتي:

$$V_n = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t \frac{n_1}{12} + a_n t \frac{n_n}{12}\right]$$

حيث V_n جملة الدفعات

- n عدد الدفعات
- a_1 الدفعة الاولى
- t معدل التوظيف
- a_n الدفعة الأخيرة
- n_1 مدة استثمار الدفعة الأولى
- n_n مدة استثمار الدفعة الأخيرة

التمرين الأول:

أودع شخص مبلغ 2000 دج شهريا في حساب التوفير لمدة سنتين بمعدل فائدة 12% سنوياً، أحسب الرصيد المتكون في الحالتين التاليتين:

- إذا كان الايداع في بداية كل شهر
- إذا كان الإيداع في نهاية كل شهر

الحل:

- إذا كان الايداع في بداية كل شهر

لدينا قانون الرصيد وفق الاتي:

$$V_n = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t \frac{n_1}{12} + a_n t \frac{n_n}{12}\right]$$

المدة الزمنية هي 24 شهر أي:

$$V_n = 24 \times 2000 + \frac{24}{2}\left[2000 \times 0.12 \frac{1}{12} + 2000 \times 0.12 \frac{24}{12}\right]$$

$$\mathrm{V_n} = 24 \times 2000 + \frac{24}{2}[(20 + 480)]$$

$$\mathrm{V_n} = 54000\mathrm{DA}$$

- إذا كان الايداع في نهاية كل شهر

بنفس قانون حساب الجملة ولكن مع احتساب الدفعة في كل نهاية شهر أي:

$$V_n = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t\frac{n_1}{12} + a_n t\frac{n_n}{12}\right]$$

$$V_n = 24 \times 2000 + \frac{24}{2}\left[2000 \times 0.12\frac{0}{12} + 2000 \times 0.12\frac{23}{12}\right]$$

$$V_n = 53520DA$$

التمرين الثاني:

شخص يودع 1000 دج أول كل شهرين خلال عام 2003 ثم أخذ يودع ضعف المبلغ أخر كل 3 شهور خلال عام 2004، ثم نصف المبلغ منتصف كل شهرين من عام 2005، فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم في جميع الأحوال 10 %سنوياً، أحسب الرصيد المتكون في اخر جوان 2006؟

الحل:

لدينا: عدد الدفعات في السنة 2003 هو 06 دفعات بشبب دفع الفائدة كل بداية شهرين

وعدد الدفعات في 2004 هي 4 دفعات، بينما عدد الدفعات في 2005 هي 12 دفعة وبالتالي لحساب الرصيد المتكون لهذا الشخص لدينا:

$$V_n = V_{n_1} + V_{n_2} + V_{n_3}$$

$$V_{n_1} = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t \frac{n_1}{12} + a_n t \frac{n_n}{12}\right]$$

$$V_{n_1} = 6 \times 1000 + \frac{6}{2}\left[1000 \times 0.1\frac{42}{12} + 1000 \times 0.10\frac{32}{12}\right] = 7850DA$$

$$V_{n_2} = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t \frac{n_1}{12} + a_n t \frac{n_n}{12}\right]$$

$$V_{n_2} = 4 \times 2000 + \frac{4}{2}\left[2000 \times 0.1\frac{18}{12} + 2000 \times 0.1\frac{27}{12}\right] = 9500DA$$

$$V_{n_3} = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t \frac{n_1}{12} + a_n t \frac{n_n}{12}\right]$$

$$V_{n_2} = 500 \times 12 + \frac{12}{2}\left[500 \times 0.10\frac{6.5}{12} + 500 \times 0.1\frac{17.5}{12}\right] = 6600DA$$

$$V_n = 7850 + 9500 + 6600 = 23950DA$$

التمرين الثالث:

اوجد الرصيد لدفعة كل بداية شهر قيمتها 1000 دج توظف لمدة سنة بمعدل فائدة 09%.

الحل:

لحساب الجملة لدينا القانون العام:

$$V_n = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t\frac{n_1}{12} + a_n t\frac{n_n}{12}\right]$$

$$V_n = 12 \times 1000 + \frac{12}{2}\left[1000 \times 0.09\frac{0}{12} + 1000 \times 0.09\frac{11}{12}\right]$$

$$V_n = 1200 + 49.5 = 1249.5DA$$

التمرين الرابع:

توظف شركة خاصة مبلغ 3000 دج في اول منتصف كل شهر من سنة 2017 في بنك معين بمعدل فائدة 10% احسب الرصيد المتكون لهذه الشركة؟

الحل لدينا عدد الدفعات هو $12 \times 2 = 24$

وبالتالي :

لدينا:

$$V_n = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t \frac{n_1}{12} + a_n t \frac{n_n}{12}\right]$$

$$V_n = na + \frac{n}{2}\left[a_1 t \frac{n_1}{12} + a_n t \frac{n_n}{12}\right]$$

$$V_n = 3000 \times 24 + \frac{24}{2}\left[3000 \times 0.1 \frac{0.5}{12} + 3000 \times 0.1 \frac{12}{12}\right]$$

$$V_n = 3000 \times 24 + 3750 = 75750 DA$$

تمارين غير محلولة حول الدفعات على المدى القصير

التمرين الأول:

شركة تودع مبلغ 2500 في بداية كل شهر لسنة 2018 وكانت تسحب 300 دج في منتصف كل شهر من نفس السنة، فادا علمت ان المعدل هو 09% احسب الرصيد المتبقي لهذه الشركة

التمرين الثاني:

أودع موظف 5000 دج ر شهرياً في حساب التوفير لمدة ثلاثة سنوات بمعدل فائدة10 %سنوياً، أحسب الرصيد النهائي، إذا كان.

- الإيداع أول كل شهرين
- الإيداع آخر كل 3 شهور

التمرين الثالث:

شخص يودع 3000دج أخر كل شهرين خلال عام 2017 ثم أخذ يودع ضعف المبلغ أخر كل 3 شهور خلال عام 2018 ، ثم نصف المبلغ منتصف كل شهر من سنة 2019 ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم في جميع الأحوال 08% سنوياً، أحسب الرصيد في نهاية جوان2019.

التمرين الرابع:

عرض على شخص عرضين من الشكل التالي:

- إيداع دفعة كل نصف شهر لمدة سنة كاملة بأحد البنوك قيمة الدفعة 4000 دج بمعدل 08%
- إيداع ضعف مبلغ الدفعة السابقة في نهاية كل شهر لمدة سنة كاملة اذا كان معدل 08%.

أي الحالتين أفضل؟

التمرين الخامس:

شخص مدين بمبلغ ما واتفق مع الدائن على سداد القرض بان يودع في حساب الدائن مبلغ اول كل شهر مقداره 300 دج لمدة سنة حيث يرتفع الى 300 دج في السنة الموالية كل شهر وذلك بمعدل فائدة 6% حدد قيمة الدين؟

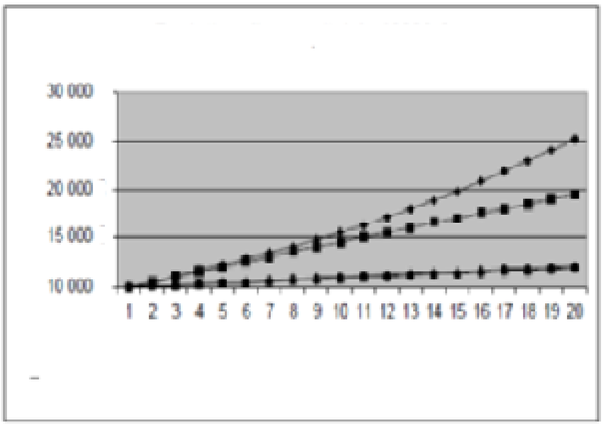
المبحث الرابع : الفائدة المركبة

أولا: تعريف

يقال إن رأس المال يتم وضعه في الفائدة المركبة عند نهاية الفترة الأولى من الرسملة، يتم إضافة الفائدة من هذه الفترة إلى راس المال للحصول على فائدة بدوره خلال الفترة القادمة. لذلك، في نهاية كل فترة، تضاف الفائدة البسيطة الناتجة إلى رأس المال من أجل توظيفها بدوره خلال الفترة المقبلة. لذلك، مقدار الفائدة ورأس المال يتغير من كل فترة (عكس التوظيف بالفائدة البسيطة)

بالنسبة للمعاملات المالية طويلة الأجل، فإن مدة التوظيف الاكثر استخداما هي السنة، السداسي والفصلي.

ولمقارنة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة وهو ما يوضحه المثال التالي لتطور راس مال قدره 10000 دج وفق الشكل الموالي



ثانيا: القانون الأساسي للرصيد

– لنرمز للمبلغ الموظف c_0
– معدل الفائدة t
– مدة التوظيف n
– الجملة المكتسبة C_n

الجملة المكتسبة او الرصيد يحسب وفق الاتي:

$$c_1 = c_0 + c_0 t$$

$$c_1 = c_0(1+t)$$

$$c_2 = c_1 + c_1 t$$

$$c_2 = c_1(1+t)$$

$$c_2 = c_0(1+t)^2$$

$$c_3 = c_0(1+t)^3$$

.
.
.
.
.

$$c_n = c_0(1+t)^n$$

ومنه قانون الرصيد وفق الفائدة المركبة

$$\boldsymbol{c_n = c_0(1+t)^n}$$

مثال:

تم توظيف مبلغ 50000 دج لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة سنوية 10%

أحسب الجملة او الرصيد والفائدة المتحصل عليها؟

الحل:

1– حساب قيمة الرصيد لدينا $c_n = c_0(1+t)^n$

$$c_n = 50000(1+0.1)^7 = 97435.85\ DA$$

2– حساب الفائدة:

لدينا الفائدة = الرصيد – الأصل

$$I = c_n - c_0$$
$$I = 697435.85 - 50000$$
$$I = 47435.85DA$$

ثالثا : قانون حساب الفائدة

$$I = c_n - c_0 \implies I = c_0(1+t)^n - c_0$$
$$\mathrm{I} = \mathrm{c}_0((1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} - 1)$$

رابعا : حساب عناصر الجملة

1- حساب الأصل المبلغ الموظف:

يحسب مبلغ الموظف C_0 كما يلي: $\boldsymbol{c_n = c_0(1+t)^n}$

$$\boldsymbol{c_0 = \frac{c_n}{(1+t)^n} \quad c_0 = c_n(1+t)^{-n}}$$

2- حساب المعدل

حساب المعدل: $\boldsymbol{c_n = c_0(1+t)^n}$

$$\boldsymbol{(1+t)^n = \frac{c_n}{c_0}}$$
$$\boldsymbol{\ln(1+t)^n = \ln\frac{c_n}{c_0}}$$
$$\boldsymbol{n\ln(1+t) = \ln\frac{c_n}{c_0}}$$
$$\boldsymbol{\ln(1+t) = \ln\frac{c_n/c_0}{n}}$$
$$\boldsymbol{e^{\ln(1+t)} = \mathrm{e}^{\ln\frac{c_n/c_0}{n}}}$$
$$\boldsymbol{1+t = \mathrm{e}^{\ln\frac{c_n/c_0}{n}}}$$
$$\mathrm{t} = \mathrm{e}^{\ln\frac{\mathrm{c_n/c_0}}{\mathrm{n}}} - 1$$

مثال توضيحي

تم توظيف مبلغ 20000 دج لمدة 5 سنوات وتحصلنا على رصيد قدره 32210.2 دج

المطلوب: حساب المعدل؟

لدينا ط1:

$$c_n = 32210.2$$

$$c_0 = 20000$$

$$t = e^{\ln\frac{32210.2/20000}{5}} - 1$$

$$t = 10\%$$

ط2:

$$c_n = c_0(1+t)^n$$

$$32210.2 = 20000(1+t)^5$$

$$(1+t)^5 = 1.61051$$

$$(1+t)^5 = (1.61051)^{1/5}$$

$$t = 0.1$$

$$t = 10\%$$

خامسا : كيفية حساب مدة التوظيف

لدينا $\boldsymbol{c_n = c_0(1+t)^n}$

ومنه$\boldsymbol{(1+t)^n = \frac{c_n}{c_0}}$

$$\boldsymbol{n \ln(1+t) = \ln\frac{c_n}{c_0}}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{\ln\left(\frac{c_n}{c_0}\right)}{\ln(1+t)}$$

مثال توضيحي (1)

تم توظيف مبلغ 20000 دج بمعدل فائدة سنوي 09 % فوجد الرصيد بعد مدة الرصيد 40000

أحسب مدة التوظيف

الحل:

$$\boldsymbol{n} = \frac{\ln\left(\frac{c_n}{c_0}\right)}{\ln(1+t)} = \mathbf{\ln\frac{40000/20000}{\ln(1+0.09)} = 8.04}$$

يعني n= 8

مثال توضيحي (2): أوجد المعدل إذا تم توظيف رأس مال معين وبعد 10 سنوات تحصلنا على ضعف رأس المال

الحل :

$$\boldsymbol{c_n = c_0(1+t)^n}$$
$$\boldsymbol{2c_0 = c_0(1+t)^n}$$
$$\boldsymbol{2 = (1+t)^n}$$
$$\boldsymbol{2^{1/10} = (1+t)^1}$$
$$\boldsymbol{t = 7\%}$$

سادسا: المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة

المبالغ المستردة عادة ما تكون أطول من سنة واحدة. المعدل المستخدم هو المعدل السنوي. لكن يمكن أن تكون التسديدات شهرية أو ربع سنوية أو نصف سنوية. في هذه الحالة، من الأفضل استخدام معدل يتوافق مع هذه الفترة. هناك طريقتان: المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة

1- المعدلات المتناسبة :

يكون معدلان متناسبين عندما تكون النسبة مساوية لنسبة فترات الرسملة الخاصة بكل منهما بافتراض ان المعدل السنوي t_a اذا :

- المعدل السداسي المتناسب t_s: يتم حسابه وفق الاتي

$$t_s = \frac{t_a}{2}$$

- المعدل الثلاثيt_t: ويتم حسابه وفق الاتي

$$t_t = \frac{t_a}{4}$$

- المعدل الشهري t_m: ويتم حسابه وفق الاتي

$$t_m = \frac{t_a}{12}$$

2- المعدلات المتكافئة :

ان المعدلات المتكافئة تغطي نفس الجملة المكتسبة خلال فترة زمنية معينة

ليكن :

t_a المعدل السنوي

T_s المعدل السداسي

T_d المعدل الثلاثي

لدينا:

$$c_1 = c_0(1+t_a)$$

$$c_2 = c_0(1+t_s)^2$$

$$c_2 = c_1$$

$$c_0(1+t_a) = c_0(1+t_s)^2$$

$$\sqrt{(1+t_a)} = (1+t_s)$$

المعدل السداسي:

$$t_s = (1+t_a)^{1/2} - 1$$

المعدل الثلاثي:

$$t_d = (1+t_a)^{1/4} - 1$$

المعدل الشهري:

$$t_m = (1 + t_a)^{1/12} - 1$$

العلاقة بين المعدل الثلاثي والسداسي

$$t_d = (1 + t_s)^{1/2} - 1$$

مثال : أحسب المعدلات المتكافئة السداسية والثلاثية للمعدلات السنوية الآتية : 10% و 8% و6% .

أولا: المعدل 10%

المعدل السداسي:

$$t_s = (1 + 0.10)^{1/2} - 1 = 1.0488 - 1 = 4.88\,\%$$

الثلاثي:

$$t_d = (1 + 0.10)^{1/4} - 1 = 1.02411 - 1 = 2.411\%$$

ثانيا: المعدل 8%

السداسي

$$t_s = (1 + 0.08)^{1/2} - 1 = 3.92\,\%$$

الثلاثي

$$t_d = (1 + 0.08)^{1/4} - 1 = 2.17\,\%$$

ثالثا: المعدل 5%

السداسي

$$t_s = (1 + 0.05)^{1/2} - 1 = 2.46\,\%$$

الثلاثي

$$t_d = (1 + 0.05)^{1/4} - 1 = 1.94\,\%$$

سابعا: المدة غير تامة في عملية التوظيف

إذا كانت المدة غير تامة في عملية التوظيف فهناك طريقتين للحل:

- الطريقة الأولى: الطريقة الرياضية.
- الطريقة الثانية: الطريقة البنكية والتجارية.

1- الطريقة الرياضية

وتحسب وفق العلاقة الموالية:

$$\mathbf{c}_{\mathbf{n}+\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{12}}} = \mathbf{c_0}(\mathbf{1}-\mathbf{t})^{\mathbf{n}}\ (\mathbf{1}+\mathbf{t})^{\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{12}}}$$

مثال توضيحي:

تم توظيف مبلغ بقيمة 70000 لمدة 2 سنوات و3 أشهر بمعدل فائدة %10

أحسب الجملة المكتسبة أو الرصيد بالطريقة الرياضية

الحل: لدينا

$$c_{n+\frac{m}{12}} = 70000(1+0.1)^2\ (1+0.1)^{\frac{3}{12}}$$

$$c_{n+\frac{m}{12}} = 70000(1+0.1)^{\frac{24+3}{12}}$$

$$c_{n+\frac{m}{12}} = 86742{,}42\ DA$$

2- الطريقة البنكية

وهي الطريقة المستعملة في البنوك الحالية حيث تحسب الفائدة المركبة بالسنوات وبما يتعلق بالأيام أو الأشهر نستعمل الفائدة البسيطة وفقا للقانون التالي:

$$\mathrm{c}_{\mathrm{n}+\frac{\mathrm{m}}{12}} = \mathrm{c}_0(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} + \mathrm{c}_0\ (1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}} \times \frac{\mathrm{t}}{100} \times \frac{\mathrm{m}}{12}$$

بنفس معطيات المثال السابق ولكن باستخدام الطريقة البنكية التجارية

$$\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{n}+\frac{\boldsymbol{m}}{\mathbf{12}}} = \boldsymbol{c_0}(\mathbf{1}+\boldsymbol{t})^{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{c_0}\ (\mathbf{1}+\boldsymbol{t})^{\boldsymbol{n}} \times \frac{\boldsymbol{t}}{\mathbf{100}} \times \frac{\boldsymbol{m}}{\mathbf{12}}$$

$$c_{n+\frac{m}{12}} = 70000(1+0.1)^2\left(1+\frac{30}{1200}\right)$$

$$c_{n+\frac{m}{12}} = 86817.5\ DA$$

يلاحظ من خلال حساب الرصيد بالطريقتين ان رصيد بالحل البنكي أكبر من الرصيد بالحل الرياضي بفارق يقدر ب: 75,08دج

ثامنا: معدل الفائدة الحيني وتحويل أصل مستمر

1–معدل الفائدة الحيني

لدينا:

$$\mathbf{t} = (\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{t^m}}{\boldsymbol{m}})^{\boldsymbol{m}} - \mathbf{1}$$

يمكن ان نطرح السؤال تغييرات على معدل الفائدة الفعلية اذا كانت لا تسدد شهريا او يوميا بل تسدد بشكل مستمر اي متواصل كنتيجه تحليليه لهذه العملية نحصل على:

$$\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{x}{m}\right)^{m} = e^{x}$$

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل على :

$$\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{t^m}{m}\right)^{m} = e^{i^m}$$

لنرمز لـ$\delta = i^m$ ونعرف النسبة الفعلية حسب النسبة الحينية كما يلي:

$$t = e^{\delta} - 1$$

مثال: اوجد المعدل الفعلي المماثل للمعدل الحيني المقدر بـ 10%

لدينا

$$\boldsymbol{t = e^{\delta} - 1}$$

$$t = e^{0.1} - 1 = 10.517\%$$

2–تحويل الأصل مستمر

في حالة تحويل أصل مستمر، تكتب دالة تحويل الأصل على النحو الموالي:

$$c_n = c_0 \times e^{\delta n}$$

مثال 01:

بمعدل فائدة مستمر يقدر بـ **12%** اوجد عدد السنوات اللازمة لراس مال يبلغ 10000 دج لكل 40000 دج؟

لدينا:

$$c_n = c_0 \times e^{\delta n}$$

ومنه:

$$40000 = 10000 \times e^{0.12n}$$

$$\frac{40000}{10000} = e^{0.12n}$$

$$4 = e^{0.12n}$$

$$\log 4 = \log e^{0.12n}$$

$$n = \frac{\log 4}{0.12} = 11.55 \text{سنوات}$$

مثال02

اوجد القيمة المستقبلية بعد 05 سنوات لأصل قدره 12000 دج بمعدل فائدة مركبة قدره 9% والفائدة تضاف بشكل مستمر

الحل: لدينا قانون الرصيد او القيمة المستقبلية لفائدة مركبة مستمرة وفق الاتي:

$$c_n = c_0 \times e^{\delta n}$$

وبالتعويض نجد:

$$c_n = 12000 \times e^{0.09\times5}$$

$$c_n = 18819.74DA$$

تمارين محلولة حول الفائدة المركبة

التمرين الأول:

وظف أحد الاشخاص في بنك معين مبلغ قدره 70000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي، وبعد (5) سنوات من التوظيف تحصل على رصيد قدره 112735.7 دج

– احسب المعدل السنوي للتوظيف؟

لو وظف الرصيد المتحصل عليه في بنك اخر بمعدل فائدة مركبة قدره 12 % لمدة معينة من السنوات وتحصل على رصيد قدره 177391.80 دج

– احسب مدة التوظيف؟

$$c_n = c_0(1+t)^n$$

$$112735.7 = 70000(1+t)^5$$

$$(1+t)^5 = 1.61051$$

$$1 + t = (1.61051)^{\frac{1}{5}}$$

$$t = 1.1$$
$$t = 10\%$$

1− حساب مدة التوظيف:

لدينا:

$$c_n = c_0(1+t)^n$$
$$(1+t)^n = \frac{c_n}{c_0}$$
$$n \ln(1+t) = \ln\frac{c_n}{c_0}$$
$$= 4n = \frac{\ln\left(\frac{177391.804}{112735.7}\right)}{\ln(1.12)}$$

ومنه مدة التوظيف هي اربع سنوات

التمرين الثاني:

وظف أحد الأشخاص في بنك مبلغ 70000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي، وبعد سنتين من التوظيف سحب مبلغ 50000 دج، ثم سنتين من بعد السحب وفي حالة إضافة مبلغ 39.5625 دج إن رصيده بلغ 30000دج.

- أحسب المعدل السنوي للتوظيف؟
- لو وظف الرصيد بمعدل فائدة مركبة قدره 7**%** لمدة 06 سنوات والفائدة تضاف بشكل مستمر اوجد القيمة المستقبلية؟

1−حساب المعدل السنوي للتوظيف

$$39.5625 = 30000(70000(1+t)^2 - 50000)(1+t)^2 +$$
$$70000(1+t)^4 - 50000(1+t)^2 = 29960.4375$$

نضع

$$(1+t)^2 = x$$

ومنه:

$$70000x^2 - 50000x = 29960.4375$$

$$70000x^2 - 50000x - 29960.4375 = 0$$

$$7x^2 - 5x - 2.99604375 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(7)(-2.99604375)$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(-5)^2 - 4(7)(-2.99604375)} = 10.435$$

الحل الاول:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - 10.435}{14} = -0.388$$ مرفوض

الحل الثاني:

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + 7.66}{14} = 1.1025$$

لدينا:

$$(1+t)^2 = x$$

ومنه:

$$(1+t)^2 = 1.1025$$

$$1 + t = 11.1025^{\frac{1}{2}}$$

$$1 + t = 1.05$$

$$t = 05\%$$

2- إيجاد القيمة المستقبلية بعد 06 سنوات بفائدة مستمرة

لدينا قانون الجملة المكتسبة بفائدة مستمرة يحسب وفق الاتي:

$$c_n = c_0 \times e^{\delta n}$$

$$c_n = 30000 \times e^{0.07\times 6}$$

$$c_n = 45658.84DA$$

التمرين الثالث:

تم توظيف مبلغ (C) لمدة 8 سنوات بمعدل معين، إذا كانت النسبة بين مجموع فوائد السنوات الثلاث الأولى ومجموع السنوات الثلاث الأخيرة تقدر بـ 0.649931

- أحسب معدل التوظيف.
- إذا كان المبلغ الموظف 100.000 دج ومدة التوظيف 8 سنوات و3 أشهر، أحسب الرصيد بطريقة الحل البنكي.

الحل:

– تحديد معدل التوظف

لدينا:

$$0,649931 = \frac{c[\![1-(1+t)^3]\!]}{c[\![1-(1+t)^8]\!]-c[\![1-(1+t)^5]\!]}$$

$$\mathbf{0},649931 = \frac{c[\![1-(1+t)^3]\!]}{c(1+t)^5[\![1-(1+t)^3]\!]}$$

$$0,649931 = \frac{1}{(1+t)^5}$$

$$(1+t)^5 = \frac{1}{0,649931}$$

$$(1+t)^5 = 1.5386248$$

$$1+t = 1.5386248^{\frac{1}{5}}$$

$$1+t = 1.09 \leftrightarrow t = 9\%$$

– حساب الرصيد بطريقة الحل البنكي إذا كان المبلغ الموظف 100.000 دج و مدة التوظيف 8 سنوات و 3 أشهر

لدينا:

$$c_{n+\frac{m}{12}} = c_0(1+t)^n + c_0\,(1+t)^n \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12}$$

ومنه :

$$c_{8+\frac{3}{12}} = 100000(1+0{,}09)^8 + 100000(1+0{,}09)^8 \times \frac{9}{100} \times \frac{3}{12}$$

$$c_{8+\frac{3}{12}} = 100000(1+0{,}09)^8(1+\frac{9}{100} \times \frac{3}{12})$$

$$c_{8+\frac{3}{12}} = 100000(1+0{,}09)^8(1.0225)$$

$$c_{8+\frac{3}{12}} = 203739{,}53\ \text{DA}$$

التمرين الرابع:

وظف رأس مال قدره 80000 دج في بنك بمعدل فائدة مركبة 7%.

المطلوب:

1 –احسب الجملة الناتجة والفائدة المحصل عليها إذا كانت مدة التوظيف 06 سنوات والمعدل نصف سنوي (سداسي).

2–احسب بطريقتين الجملة الناتجة إذا كانت مدة التوظيف 05 سنوات و04 أشهر والمعدل سنوي.

الحل:

– حساب الجملة او الرصيد

$$c_n = c_0(1+t)^n$$

ومنه: تحويل السنوات الى سداسيات لتكافئ مع المعدل السداسي

$n = 6 \times 2 = 12$ سداسي

$$c_{12} = 80000(1+0.07)^{12} = 18175.32$$

- حساب الفائدة

لدينا

$$I = C_n - C_0 = 180175032 - 80000 = 100175.32$$

- حساب الجملة لمدة خمس سنوات وأربع أشهر بطرقتين

أ- الطريقة الرياضية

لدينا

$$c_{n+\frac{m}{12}} = c_0(1+t)^n \times (1+t)^{\frac{m}{12}}$$

$$c_{5+\frac{4}{12}} = 80000(1+0.07)^5 \times (1+0.07)^{\frac{4}{12}}$$
$$= 114763.41$$

ب- الطريقة البنكية (الحل العقلاني)

لدينا

$$c_{n+\frac{m}{12}} = c_0(1+t)^n + c_0 (1+t)^n \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12}$$
$$c_{5+\frac{4}{12}} = c_0(1+0.07)^5 \left[1 + \frac{7}{100} \times \frac{4}{12}\right] = 114822.23$$

التمرين الخامس:

وظف شخص مبلغ قدره 8000 دج بمعدل فائدة مركبة نصف سنوي 2.5 %، أصبحت جملته في نهاية مدة التوظيف 11876.048 علما بأن الفائدة تضاف كل 6 أشهر (الرسملة سداسية).

المطلوب: أوجد مدة التوظيف بالسنوات.

الحل:

لدينا

$$c_n = c_0(1+t)^n$$

$$(1+t)^n = \frac{c_n}{c_0}$$

$$n \ln(1+t) = \ln\frac{c_n}{c_0}$$

$$= 16n = \frac{\ln\left(\frac{11876.048}{8000}\right)}{\ln(1.025)}$$

ومنه مدة التوظيف هي 16 سداسي أي 08 سنوات

تمارين غير محلولة حول الفائدة المركبة

التمرين الأول :

1- احسب القيمة المكتسبة بفائدة مركبة لراس مال قدره10000دج ، لمدة 10 سنوات ، بمعدل سنوي 6% ، مع رسملة سنوية للفائدة؟

2- بنفس المعطيات (1) احسب القيمة المكتسبة بالفائدة البسيطة

3-ماهي المدة اللازمة بالفائدة البسيطة حتى تتساوى القيمة المكتسبة مع السؤال رقم (1)

4-ماهي المدة اللازمة بالفائدة المركبة حتى تتساوى القيمة المكتسبة مع السؤال رقم (2)

5-ما هو معدل الفائدة البسيطة المطلوب لأصل قدره 10000 دج لمدة 10 سنوات حتى يتساوى مع السؤال رقم(1) ؟

التمرين الثاني:

أصلين وظفا بفائدة مركبة الأول قيمته الاصلية 10000 دج بمعدل 6% بينما الأصل الثاني قيمته 9000 دج بمعدل توظيف 7% ماهي المدة اللازمة حتى تتساوى القيمة المستقبلية لكلا الاصلين وماهي قيمتها؟

التمرين الثالث:

1-ماهي القيمة الحالية لراس مال قدره 4000 دج لمدة 03 سنوات بمعدل توظيف 08%

2-يجب على المستثمر الاختيار بين نوعين من العقود اما الحصول على قيمة 100000دج دفعة أولى او قيمة 130000 بعد 04 سنوات، او ما قيمته 140000 دج بعد 05 سنوات اي عقد يختاره؟

التمرين الرابع:

اب لديه مبلغ 50000 دج ولديه أربع اولاد اعمارهم على التوالي

10، 12،14،16سنة، الاب يريد ان يضع لكل ابن من ابنائه مبلغ في حسابه البنكي بمعدل 3.75% (الرسملة سنوية) احسب حصة كل ابن حتى يصل كل منهم 20سنة علما ان راس المال تم تقسيمه بالتساوي بينهم؟

التمرين الخامس:

أصلين وظفا لمدة 03 سنوات، الاصل الأول وظف بمعدل 7% بينما الأصل الثاني معدل التوظيف 10%، الأصل الأول أكبر من الأصل الثاني بـ 500 دج، إذا علمت انهما اعطي نفس الرصيد احسب قيمة الاصلين؟

التمرين السادس:

اصل قدره 5430 دج وظف بمعدل 9% لمدة 03 سنوات و04 اشهر

- اوجد القيمة المكتسبة بالطريقتين الرياضية والبنكية

التمرين السابع:

اوجد المدة اللازمة التي تضاعف راس مال أربع مرات بمعدل توظيف 13%؟

التمرين الثامن:

تم توظيف أصل قدره 100000دج لمدة توظف 09 سنوات و09 أشهر وفق الشروط الاتية:

- 12 %خمس سنوات الأولى

- 14% سبع سداسيات الموالية
- 09% باقي مدة التوظيف

احسب القيمة المكتسبة في نهاية مدة التوظيف؟

التمرين التاسع:

أصل قدر 230000 دج وجد رصيده يقدر بـ 340000دج لمدة توظيف 04 سنوات و04 أشهر، اوجد معدل التوظيف بالطريقة الرياضية؟

التمرين العاشر:

تم توظيف اصل (x) بمعدل (t) لمدة توظيف(n) علما ان:

- فائدة السنة الثانية تقدر بـ 17280.00دج
- فائددة السنة الثالثة 18662.4
- الفائدة الاجمالية بعد نهاية التوظيف تقدر بـ 142764.85 دج
  احسب الأصل والمعدل ومدة التوظيف؟

التمرين الحادي عشر:

هناك شخص واحد لديه حاليًا مبلغ قدره 50000 دج يريد مشاركته مع أطفاله الأربعة الذين تتراوح أعمارهم بين 10 و12 و14 و16 على التوالي . يتم تجميع الفوائد سنويًا، بمعدل سنوي قدره 3.75%، والذي يُفترض أن يكون ثابتًا خلال الفترة بأكملها .احسب الأسهم الأربعة بحيث يكون للأطفال الأربعة نفس رأس المال عندما يبلغون سن الرشد(18سنة)

المبحث الخامس: الخصم والقيمة الحالية على المدى الطويل

تعرف القيمة الحالية على انها تقنية تستخدم بكثرة في الحسابات الاقتصادية، وهي عكس الرسملة او التوظيف، فالاستثمار هو تحديد القيمة المستقبلية لمبلغ ما وبمعدل معطى وهو مجموع المبلغ الأصلي مضافا اليه

الفوائد بينما القيمة الحالية فتعني قيمة المبلغ في الوقت الحالي علما انه يستحق او يسدد في المستقبل

إنها تسمح لنا بالتعبير اليوم عن قيمة المبلغ القابل للدفع أو المستحق الدفع في المستقبل. في مجال التمويل، القيمة الحالية مفيدة للغاية لأن المقارنة بين رأسماليين لا يمكن القيام بها إلا في نفس التاريخ. القيمة الحالية للمبلغ C بمعدل t

في التمويل، لا يمكننا مقارنة المبالغ في نفس التاريخ. وفي الواقع، قد يكون مبلغاً قدره 000 2 دج اليوم أكثر قيمة سيكون لها خلال سنة. من ناحية، نحن اليوم بوضع هذه 2000دج في حساب الادخار والاستفادة من الفائدة في سنة، ومن ناحية أخرى، ان التضخم يمكن أن تختلف قيمة هذا المبلغ في سنة واحدة. بينما الخصم هو مبلغ ناتج عن خدمة يقدمها البنك بمعدل معين ومحسوب من القيمة الاسمية للورقة التجارية والتي يعبر عنها وفق القاعدة التالية:

$$e = v - A$$

أولا: قانون القيمة الجالية :

يتم حسابها وفق الاتي :

$$A = \frac{v}{(1+t_a)^n} = A = v(1+t_a)^{-n}$$

n هي المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق

v القيمة الاسمية للدين

لدينا

$$e = v - A$$

ومنه

$$e = v - v(1+t_a)^{-n} \Longrightarrow$$

$$e = v\big(1 - (1+t_a)\big)^{-n}$$

ثانيا : تحديد مكونات القيمة الحالية

1- القيمة الحالية والخصم

مثال: ورقة مالية قيمتها الاسمية 60000 DA تستحق بعد 2 سنوات تم خصمها بمعدل فائدة سنوي 7 %

المطلوب: أحسب القيمة الحالية ومبلغ الخصم؟

$$A = v(1+t_a)^{-n}$$

$$\Rightarrow A = 60000(1+0.07)^{-2}$$

$$A = 52406.32\,DA$$

ومنه قيمة الخصم:

$$\boldsymbol{e = v - A}$$

$$e = 60000 - 52406.32 = 112406.32\,DA$$

2- معدل الخصم

يتم حساب معدل الخصم وفق الاتي:

$$A = v(1+t_a)^{-n}$$

$$\frac{A}{v} = (1+t_a)^{-n}$$

$$\left(\frac{A}{v}\right)^{\frac{-1}{n}} = (1+t)^{-n\left(\frac{1}{-n}\right)}$$

$$\left(\frac{A}{v}\right)^{\frac{-1}{n}} = (1+t)$$

$$t = \left(\frac{A}{v}\right)^{\frac{-1}{n}} - 1$$

او يمكن حسابه وفق الاتي:

$$\boldsymbol{(1+t)^n} = \frac{V}{\mathrm{A}}$$

$$\ln(1+t)^n = \ln\frac{V}{A}$$

$$n\ \ln(1+t) = \ln\frac{V}{A}$$

$$\ln(1+t) = \ln\frac{\frac{V}{A}}{n}$$

$$e^{\ln(1+t)} = e^{\ln\frac{\frac{V}{A}}{n}}$$

$$1+t = e^{\ln\frac{\frac{V}{A}}{n}}$$

$$t = e^{\ln\frac{\frac{V}{A}}{n}} - 1$$

مثال:

لتسديد دين القيمة 13104.3 بعد 2 سنوات إذا كانت قيمته الحالية 12000 دج أحسب معدل الخصم؟

الحل:

$$v = 13104.3DA$$

$$n = 2$$

$$A = 12000$$

$$A = v(1+t_a)^{-n}$$

$$\frac{A}{v} = (1+t_a)^{-n}$$

$$\left(\frac{A}{v}\right)^{\frac{-1}{n}} = (1+t)^{-n\left(\frac{1}{-n}\right)}$$

$$\left(\frac{A}{v}\right)^{\frac{-1}{n}} = (1+t)$$

$$\boldsymbol{t} = \left(\frac{A}{v}\right)^{\frac{-1}{n}} - 1$$

$$\Rightarrow t = \left(\frac{12000}{13104.3}\right)^{\frac{-1}{2}} - 1$$
$$\Rightarrow t = 4.5\ \%$$

او بالطريقة الثانية :

لدينا :

$$\mathrm{t} = \mathrm{e}^{\ln \frac{\frac{V}{A}}{\mathrm{n}}} - 1$$

$$\mathrm{t} = \mathrm{e}^{\ln \frac{\frac{13104.3}{12000}}{2}} - 1$$

$$\mathrm{t} = 4.5\%$$

3- تحديد مدة الخصم

يتم حساب مدة الخصم وفق الاتي:

$$\mathrm{v} = \mathrm{A}(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}}$$
$$\frac{v}{A} = (1+t)^n$$

$$\log\frac{v}{A} = \log(1+t)^n$$

$$n = \frac{log\,\frac{v}{A}}{\log(1+t)}$$

مثال توضيحي:

يسدد دين قدره 38288.446 دج بعد معينة إذا كانت قيمته الحالية 30000 دج بمعدل خصم 05%

أحسب المدة؟

$$v = A(1+t)^n$$

$$38288.446 = 30000(1+0.05)^n$$

$$\frac{38288.446}{30000} = (1.05)^n$$

$$\ln\frac{38288.446}{30000} = \text{n}\ln\ (1+0.05)$$

$$n = 5$$

تمارين محلولة حول القيمة الحالية والخصم على المدى الطويل

التمرين الأول:

أصلين (راس مالين) قيمتهما الاسمية على التوالي 25000 دج و50000دج تاريخ استحقاقهما على التوالي: 2011/12/25 و12/25/ 2014 تما خصمهما بتاريخ 12/25/ 2008

إذا علمت ان مجموع القيم الحالية الاجمالية تقدر ب 60302.202 دج

– احسب معدل الخصم؟

الحل : لدينا قانون القيمة الحالية

$$A = \text{v}(1+t)^{-n}$$

ومنه :

$$25000(1+t)^{-3} \ \ + 50000(1+t)^{-6} \ \ = 60302.202$$

$$25(1+t)^{-3} \ \ + 50(1+t)^{-6} \ \ = 60.302202$$

نضع :

$$x = (1+t)^{-3}$$

ومنه :

$$25x + 50x^2 - 60.302202 \ = 0$$

معادلة من الدرجة الثانية وبالتالي:

$$\Delta= (25)^2 - 4(50)(60.302202) = 12685.4404$$

$$\sqrt{\Delta}= \sqrt{2685.4404} = 112.629$$

المعادلة تقبلين حلين

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-25+112.629}{100} = -1.37629$$

الحل الأول مرفوض

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-25-112.629}{100} = 0{,}87629$$

الحل الثاني مقبول

ومنه:

$$x = (1+t)^{-3}$$

$$0{,}87629 = (1+t)^{-3}$$

ومنه

$$0{,}87629^{-3} = (1+t)$$

$$(1+t) \ = 1{,}045$$

$$t = 0.0845 \leftrightarrow t = 4.5\%$$

التمرين الثاني:

تم اقتراح على شخص ما يلي: دفع 1000 دج في الوقت الحالي او دفع وفق520دج بعد سنة و540دج بعد سنتين اذا علمت ان معدل الخصم هو 5% ما هو الاقتراح المناسب ؟

الحل:

الاقتراح الأول هو دفع 100 دج
الاقتراح الثاني:
لدينا

$$A = \mathrm{v}(1+t)^{-n}$$

ومنه

$$A_1 + A_2 = \mathrm{v}_1(1+t)^{-1} \ + \mathrm{v}_2(1+t)^{-2}$$
$$A_1 + A_2 = 520(1+0.05)^{-1} \ + 540(1+0.05)^{-2}$$
$$= 985.03DA$$

بمقارنة القيمة الحالية للاقتراح الأول والقيمة الحالية للاقتراح الثاني ينصح باستخدام الاقتراح الثاني بسبب القيمة الحالية للاقتراح الثاني اقل من القيمة الحالية للاقتراح الأول.

التمرين الثالث:

هناك خيار بين طريقتين للدفع
الطريقة الأولى : 1000 دج في السنة الاولى ، 000 1 دج في السنوات 2 و 1000 دج في 3 سنوات.
الطريقة الثانية : 2000 دج في السنة الثانية ، 800 دج في السنة الثالثة.
(أ) ماهو افضل اختيار بمعدل سنوي قدرة 5 في المائة؟ (ب) ماهو المعدل الذي يساوي بين الاختيارين ؟

الحل:
لدينا قانون القيمة الحالية :
الاقتراح الأول:

$$A = \mathrm{v}(1+t)^{-n}$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = v_1(1+t)^{-1} + v_2(1+t)^{-2} + v_3(1+t)^{-3}$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 1000(1+0.05)^{-1} + 1000(1+0.05)^{-2} + 1000(1+0.05)^{-3} = 2723.24DA$$

الاقتراح الثاني:

$$A = v(1+t)^{-n}$$

$$A_1 + A_2 = v_1(1+t)^{-2} + v_2(1+t)^{-3}$$

$$A_1 + A_2 = 2000(1+0.05)^{-2} + 800(1+0.05)^{-3} = 2505.12DA$$

بمقارنة بين القيمة الحالية للاقتراح الأول والقيمة الحالية للاقتراح الثاني نجد ان القيمة الحالية للاقتراح الثاني اقل من القيمة الحالية للاقتراح الأول وبالتالي هو الاحسن

إيجاد المعدل الذي يسمح بتساوي القيمتين الحالتين:

لدينا :

$$A_1 + A_2 + A_3 = A_1 + A_2$$

$$v_1(1+t)^{-2} + v_2(1+t)^{-3}\, v_1(1+t)^{-1} + v_2(1+t)^{-2} + v_3(1+t)^{-3} = v_3(1+t)^{-2} + v_4(1+t)^{-3}$$

$$1000(1+t)^{-1} + 1000(1+t)^{-2} + 1000(1+t)^{-3} = 2000(1+t)^{-2} + 800(1+t)^{-3}$$

بضرب الطرفين في $(1+t)^3$ نجد:

$$1000(1+t)^2 \;+1000(1+t)^1 \;+1000 = 2000(1+t)^1 \;+800$$

$$1000(1+t)^2 \;-1000(1+t)^1 \;+200 = 0$$

نضع : $x = (1+t)^1$

ومنه :

$$1000x^2 - 1000\text{x} + 200 = 0$$

بقسمة المعالة على 200 نجد :

$$5x^2 - 5\text{x} + 1 = 0$$

$$\Delta = (5)^2 - 4(5)(1) = 5$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$$

المعادلة تقبلين حلين :

الحل الأول :

$$\text{x}_1 = \frac{-\text{b} - \sqrt{\Delta}}{2\text{a}} = \frac{5+\sqrt{5}}{10} = 0.7236$$

الحل الثاني:

$$\text{x}_1 = \frac{-\text{b} - \sqrt{\Delta}}{2\text{a}} = \frac{5-\sqrt{5}}{10} = 0,2763$$

من خلال الحلين لدينا :

$$x_1 = (1+t)^1$$

$$0.7236 = 1 + t = -0.2764$$

$$x_2 = (1+t)^1$$

$0,2763 = 1 + t = -0.7236$

هاتان القيمتان سالبتان، ولا يوجد معدل فائدة يجعل من الممكن مساواة بين الطريقتين للدفع. الطريقة الثانية تبقى هي الافضل مهما كان المعدل.

التمرين الرابع:

شخص يريد شراء عقار معروض للبيع بأحد البديلين:

– البديل الأول: 35000دج نقدا

– البديل الثاني :10000 دج نقدا، 20000 دج بعد 03 سنوات، أي بديل افضل اذا كان معدل الرسملة 5%؟

الحل:

لاختيار أفضل بديل وجب حساب القيمة الحالية لكل بديل واختار اقل منهما

لدينا :

القيمة الحالية للبديل الأول = 35000دج

بينما القيمة الحالية للبديل الثاني يتم حسابها وفق الاتي:

$$A_1 + A_2 = A_1 + \mathrm{v}_2(1+t)^{-3}$$

$$A_1 + A_2 = 10000 + 20000(1+t)^{-3} \; = 27276.75DA$$

بمقارنة القيمة الحالية بين البديل الأول والثاني نجد :

$A_1 + A_2 < A_3$

وبالتالي اختيار البديل الثاني يعتبرا افضل لشراء العقار .

تمارين غير محلولة حول القيمة الحالية والخصم على المدى الطويل

التمرين الأول:

ورقة تجارية قيمتاه الاسمية 12350 دج تستحق بعد 15 شهر بمعدل خصم 7.5% سنوي احسب الخصم؟

التمرين الثاني:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 12001.43دج والقيمة الحالية تقدر 11256.37 دج ما هو معدل الخصم بفائدة مركبة علما ان مدة الخصم تقدر بـ 10 أشهر؟

التمرين الثالث:

تم توظيف رأس مال قدره 36000 دج لمدة 25 شهرًا بمعدل سنوي قدره 10، %بعد هذه المدة، يتم استبداله بمعدل 11.20%ولمدة 17 شهر 11.20 %، لمدة 17 شهرا.

- ما هي القيمة المكتسبة من هذا رأس المال؟
- ما هو متوسط معدل التوظيف خلال الـ 42 شهرًا؟

التمرين الرابع:

أصلين (راس مالين) قيمتهما الاسمية على التوالي 10000 دج و30000دج تاريخ استحقاقهما على التوالي: 2013/10/20 و10/20/ 2017 تما خصمهما بتاريخ 10/20/ 2009

إذا علمت ان مجموع القيم الحالية الاجمالية تقدر ب 26743.307 دج

- احسب معدل الخصم؟

التمرين الخامس:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 100000دج تستحق بعد 31 شهرا ن احسب الخصم إذا علمت ان معدل الخصم السنوي هو 9.5%؟

المبحث السادس: تكافؤ الديون ورأس المال على المدى الطويل

أولا: التكافؤ على المدى الطويل

تم التطرق الى التكافؤ على المدى القصير في المبحث الرابع والذي يعتمد على مبدا أساسي وهو تساوي القيم الحالية للأوراق الجديدة والقديمة، كذلك نفس الشي بالنسبة للتكافؤ على المدى الطويل، فاذا كانت الأوراق التجارية لهما تاريخ استحقاق مختلف ومعدل خصم واحد يمكن ان نقول انهما متكافئتين إذا تساوت قيمتهما الحالية

لدينا لحساب القيمة الحالية لأي ورقة وفق الاتي:

$$A = v(1+t_a)^{-n}$$

قانون التكافؤ لورقتين يتم حسايه وفق الاتي:

$$A_1 = A_2 = v_1(1+t)^{-n_1} = v_2(1+t)^{-n_2}$$

بحيث:

$v_1 =$ القيمة الاسمية للورقة الاولى

$v_2 =$ القيمة الاسمية للورقة الثانية

n_1=المدة الفاصلة بين تاريخ استحقاق الورقة الأولى وتاريخ التكافؤ

n_2=المدة الفاصلة بين تاريخ استحقاق الورقة الثانية وتاريخ التكافؤ

t= معدل التكافؤ

المثال التوضيحي الاول:

تعوض الديون الثلاثة الاتية

– الدين الأول: قيمته 7000 يستحق بعد سنتين

– الدين الثاني: قيمته 10000دج يستحق بعد ثلاث سنوات
– الدين الثالث: قيمته 15000 يستحق بعد أربع سنوات
بدين واحد قيمته تستحق بعد 06 سنوات بمعدل خصم 5%.
المطلوب: أحسب مبلغ الدين الوحيد
الحل:

$$\boldsymbol{A = A_1 + A_2 + A_3}$$

$$\boldsymbol{A = v(1 + t_a)^{-n}} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow v_1(1+t_a)^{-n_1} + v_2(1+t_a)^{-n_2} + v_3(1+t_a)^{-n_3}$$

$$\Longrightarrow 7000(1+0.05)^{-2} + 10000(1+0.05)^{-3} + 15000(1+0.05)^{-4} = v_4(1+0,05)^{-6}$$

$$v_4 = \frac{27328.11}{(1+0.05)^{-6}}$$

$$\mathrm{DAv}_4 = 27328.11(1.05)^6 = 36622.28$$

المثال التوضيحي الثاني:
أحد الأشخاص مدين بالديون التالية
50000 بعد ثلاث سنوات
10000 بعد 4 سنوات
15000 بعد 6 سنوات
اراد استبدالهم بدين وحيد مبلغه 50000
احسب مدة استحقاقه علما بأن معدل الخصم 05 %
الحل:

$$\boldsymbol{A = A_1 + A_2 + A_3}$$

$$= 50000(1+0.05)^{-n} = 5000(1+0.5)^{-3} + 10000(1.05)^{-4} + 15000(1.05)^{-6}$$

$$50000(-n\ln(1.05)) = 23739{,}44$$

$$-n\,50000\,\ln(1.05) = 23739{,}44$$

$$n = \frac{\ln 0.47}{\ln 1.05}$$

يعني 15 سنة و3 أشهر وثلاثة أيام n= 15.26

ثانيا : تاريخ الاستحقاق المتوسط

يحسب تاريخ الاستحقاق المتوسط وفق القاعدة التالية:

$$\mathbf{(1+t)^{-n}} = \frac{\sum(\mathbf{v_n(1+t)^{-n_i}})}{\sum \mathbf{v_i}}$$

مثال توضيحي:

لدى تاجر 3 ديون

- الدين 1: 1000 تستحق بعد 1 سنة
- الدين 2: 2000 تستحق 2 سنوات
- الدين 3: 4000 تستحق 3 سنوات

أحسب تاريخ الاستحقاق المتوسط بمعدل 9 %

الحل: لدينا

$$(1+t)^{-n} = \frac{\sum(v_n(1+t)^{-n_i})}{\sum v_i}$$

ومنه:

$$(1+0.09)^{-n} = \frac{1000(1+0.09)^{-1} + 2000(1+0.09)^{-2} + 4000(1+0.09)^{-3}}{1000+2000+4000}$$

$$= \frac{917{,}43 + 1683{,}35 + 3088{,}73}{1000+2000+4000}$$

$$(1+0.09)^{-n} = 0.8127$$

$$-n\ln(1.09) = \ln(0.8127) = 1$$

مدة تاريخ المتوسط هي سنة واحدة

تمارين محلولة حول التكافؤ على المدى الطويل

التمرين الأول:

مبلغ قدره 750.000 دج وزع على 5 أشخاص خصصت حصصهم تشكل متتالية حسابية متناقصة، مع العلم أن حصة الشخص الأولى 200.000 دج.

- أحسب هذه الحصص؟

-الشخص الأول وظف حصته بمعدل 5% بفائدة مركبة لمدة معينة و حصل على فائدة قدرها 81.420 دج، أحسب مدة التوظيف؟

-الشخص الثاني أراد شراء منزل بمبلغ 500.000 دج، دفع ما يملك مباشرة، و الباقي سدده بورقتين ماليتين متساويتين القيمة الاسمية الأولى تستحق بعد 4 سنوات و الثانية بعد 6 سنوات بمعدل خصم 6% أحسب القيمتين الاسميتين؟

-الشخص الثالث أراد آلة بمبلغ 350.000دج، دفع نصف ما يملك مباشرة و الباقي سدده بواسطة 6 أوراق مالية قيمها الاسمية تشكل فيما بينها حدود متتالية هندسية أساسها 1.2، الأولى تستحق بعد 2 سنة و الثانية بعد 4 سنوات والثالثة بعد 6 سنوات و هكذا كل سنتين لباقي الأوراق، بمعدل خصم 6%، أحسب القيم الاسمية للأوراق المالية؟

الحل :

بافتراض المبالغ الموظفة يرمز لها بالاتي :

- المبلغ الأول x
- المبلغ الثاني y
- المبلغ الثالث z
- المبلغ الرابع u
- المبلغ الخامسs

خمس حصص تشكل فيما بنيها متتالية حسابية متناقصة اذا:

لدينا:

$$x = 200000$$
$$y = x - r$$
$$z = y - r$$
$$u = z - r$$
$$s = u - r$$

لدينا قانون مجموع المتتالية الحسابية :

مجموع المتتالية = (الحد الأول + الحد الأخير) × عدد الحدود**2/**

ومنه :

$$750000 = (20000 + s) \times \frac{5}{2}$$
$$s = 100000DA$$
$$s = x - 4r$$
$$100000 = 200000 - 5r$$

$$5r = 20000 - 100000 \qquad r = \frac{100000}{4}$$
$$= 25000$$

ومنه :

$$y = x - r \qquad y = 200000 - 20000$$
$$= 175000$$
$$z = y - r \qquad z = 175000 - 20000$$
$$= 150000$$
$$u = z - r \qquad u = 150000 - 25000$$
$$= 125000$$

تحديد مدة التوظيف للمبلغ الاول:

لدينا: قانون حساب الفائدة

$$\mathrm{I} = \mathrm{c_n} - \mathrm{c_0} \implies \mathrm{I} = \mathrm{c_0}(1 + \mathrm{t})^{\mathrm{n}} - \mathrm{c_0}$$
$$\mathrm{I} = \mathrm{c_0}((1 + \mathrm{t})^{\mathrm{n}} - 1)$$

$$81.420 = 200000((1+0,05)^n - 1)$$
$$281.420 = 200000(1+0,05)^n$$
$$\ln(1+0,05)^n = \ln\frac{281.420}{200000}$$
$$n\ln 1,05 = \ln\frac{281.420}{200000}$$
$$n = \frac{\ln\frac{281.420}{200000}}{\ln 1,05} = 7$$

- حساب القيمتين الاسميتين:

لدينا قانون القيمة الحالية وفق الاتي :

$$A = \frac{v}{(1+t_a)^n} = A = v(1+t_a)^{-n}$$

ومنه الباقي الذي وجب دفعة هو

$$A = 50000 - 175000 = 325000$$
$$325000 = v(1+0.06)^{-4} + v(1+0.06)^{-6}$$
$$325000 = 1.4970v$$
$$\mathrm{v} = 21709.30\mathrm{DA}$$

– حساب القيم الاسمية للأوراق المالية

$$A = 350000 - 150000 = 200000$$
$$200000 = v_1(1+0.06)^{-2} + 1,2v_1(1+0.06)^{-4} + 1,2^2v_1(1+0.06)^{-6} + 1,2^3v_1(1+0.06)^{-8} + 1,2^4v_1(1+0.06)^{-10}$$
$$200000 = 5.0977v$$
$$v = 39233.31DA$$

تحديد القيم الاسمية للأوراق المالية :

$$v_2 = 1,2v \rightarrow v_1 = 1,2(39233,31) = 47079,98DA$$
$$v_3 = 1,2v_1 \rightarrow v_1 = 1,2(47079,98) = 56495.97DA$$
$$v_4 = 1,2v_2 \rightarrow v_3 = 1,2(56495.97) = 67795.17DA$$

$$v_5 = 1,2v_3 \rightarrow v_4 = 1,2(67795.17) = 81354.20DA$$

التمرين الثاني :

تاجر مدين بالديون التالية:

– 20000 دج تستحق بعد سنة واحدة.

–35000 دج تستحق بعد 3 سنوات.

– 40000 دج تستحق بعد 5 سنوات؛

–50000 دج تستحق بعد 6 سنوات.

ما هي قيمة المبلغ الواجب دفعه من قبل المدين إذا كان يريد استبدالها بدين واحد يستحق بعد 4 سنوات، ومعدل فائدة سنوي مركب **4%؟**

الحل:

لدينا قانون التكافؤ أي تساوي القيم الحالية للأوراق الجديدة مع القديمة

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = A_5$$

$$\mathrm{v}_1(1+t)^{-1} \quad + \mathrm{v}_2(1+t)^{-3} \quad + v_3(1+t)^{-5} \\ + v_4(1+t)^{-6} \quad = v_5(1+t)^{-4}$$

$$20000(1+0.04)^{-1} \quad + 35000(1+0.04)^{-3} \\ + 40000(1+0.04)^{-5} \\ + 50000(1+0.05)^{-6} \quad = v_5(1+0.04)^{-4}$$

$$v_5(1+0.04)^{-4} \quad = 122738.4523$$

$$v_5 = \frac{122738.4523}{(1+0.04)^{-4}}$$

$$v_5 = 122738.4523(1+0.04)^4$$

$$\mathrm{v}_5 = 143586.62\mathrm{DA}$$

التمرين الثالث:

شخص لديه ورقة تجارية قيمتها الاسمية 15000 دج تستحق بعد 04 سنوات وورقة تجارية قيمتها الاسمية 13000 دج تستحق بعد 08 سنوات يريد استبدالهما بورقة تجارية جديدة قيمتها الحالية 19009.54654دج تاريخ استحقاقها بعد عامين أوجد معدل التكافؤ؟

الحل :

لدينا قانون تكافؤ الأوراق التجارية وفق الاتي :

$$\boldsymbol{A_1 + A_2 = A_3 =}$$

$$\mathrm{v}_1(1+t)^{-4} \quad + \mathrm{v}_2(1+t)^{-8} \quad = v_3(1+t)^{-2}$$

$$15000(1+t)^{-4} \quad + 13000(1+t)^{-8} \quad = 19009.54654$$

نضع $x = 15000(1+t)^{-4}$

ومنه:

$$15000x + 13000\,x^2 = 19009.54654$$
$$15000x + 13000\,x^2 - 19009.54654 = 0$$

بقسمة الأطراف على 1000 نجد:

$$15x + 13\,x^2 - 19.00954654 = 0$$

$$\Delta = (15)^2 - 4(13)(19.00954654) = 1213.4964$$
$$\sqrt{\Delta} = 34.83527$$

المعادلة تقبلين حلين:

الحل الأول:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-15 + 34.83527}{26} = 0.76289$$

الحل الأول مقبول

الحل الثاني:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-15 - 34.83527}{26} = -1,91674$$

الحل الثاني مرفوض لسلبية النتيجة

من خلال الحل لدينا :

$$x_1 = (1+t)^{-4}$$

$$(1+t)^{-4} = 0.76289$$

$$(1+t) = 0.76289^{-\frac{1}{4}}$$

$$(1+t) = 1.07$$

$$t = 7\%$$

التمرين الرابع:

مؤسسة مدينة بالمبالغ التالية:

- 2000 دج تستحق بعد سنة
- 4000 دج تستحق بعد سنتين
- 3000 دج تستحق بعد 03 سنوات

تريد معرفة التاريخ الذي يمكنها ان تستبدل فيه هذه الديون بدين وحيد قدره 9000دج بمعدل فائدة 04%

الحل:

$$A_1 + A_2 + A_3 = A_4$$

$$v_1(1+t)^{-1} + v_2(1+t)^{-2} + v_3(1+t)^{-3} = v_4(1+t)^{-n}$$

$$2000(1+0.04)^{-1} + 4000(1+0.04)^{-2} + 3000(1+0.04)^{-3} = 9000(1+0.04)^{-n}$$

$$9000(1+0.04)^{-n} = 8288.27$$

$$(1+0.04)^{-n} = \frac{8288.27}{9000}$$

$$\ln(1+0.04)^{-n} = \ln\frac{8288.27}{9000}$$

$$-n\ln(1+0.04) = \ln\frac{8288.27}{9000}$$

$$-n = \frac{\ln\frac{8288.27}{9000}}{ln(1+0.04)}$$

$$n = 2.10$$

أي مدة هي 02 سنة و06 أشهر

تمارين غير محلولة حول التكافؤ على المدى الطويل

التمرين الأول:

تريد شركة معينة شراء الة انتاج عمرها الإنتاجي 04 سنوات، والايرادات المتوقعة من شراء هذه الالة تتمثل في:

- 8000 دج في السنة الأولى

- 18000 دج في السنة الثانية
- 27000 دج في السنة الثالثة

ماهي القيمة المقبولة لشراء هذه الالة من طرف الشركة إذا علمت ان معدل المردودية هو 8%.

التمرين الثاني:

لتكن لديك المعلومات حول الديون التالية:

- الدين الأول: قيمته 15000دج يستحق بعد 05
- الدين الثاني: 20000دج يستحق بعد 07 سنوات
- الدين الثالث:25000دج يستحق بعد 09 سنوات

احسب المدة المتوسطة لاستحقاق هذه الديون اذا علمت ان معدل الخصم هو 07%.

التمرين الثالث:

لديك المعطيات التالية حول ثلاثة ديون كالتالي:

- دين اول: 25000 يستحق لمدة 04
- دين ثاني: 30000دج يستحق بعد 05 سنوات 04و أشهر
- دين ثالث: 35000 دج يستحق بعد 07 سنوات

تسدد هذه الديون لمبلغ 34000دج بعد 04 سنوات والباقي على ورقة تجارية تسدد بعد 05 سنوات من ذلك التاريخ

اوجد القيمة الاسمية للورقة التجارية إذا علمت ان معدل التكافؤ هو 05%.

التمرين الرابع:

اقترض تاجر من البنك مبلغ 200000 دج بفائدة مركبة 05% سنويا وحرر ذلك سندين متساويين بالقيمة الاسمية يستحق السند الأول بعد سنتين اما السند الثاني يستحق بعد أربع سنوات

- اوجد القيمة الاسمية لكل سند

التمرين الخامس:

شركة مدينة بالديون التالية

- 150000 دج يستحق بعد 03 سنوات
- 300000دج يستحق بعد 05 سنوات

اتفقت مع دائنها على تسوية الديون وفق الاتي:

- تدفع الشركة فورا مبلغ 50000 دج
- تظهر سفتجة قيمتها الاسمية 40000 دج يستحق بعد سنة
- تحرر الباقي سندين القيمة الاسمية للأول ضعف القيمة الاسمية للثاني يستحق الأول بعد 04 سنوات والثاني بعد 06 سنوات.

إذا كان معدل الفائدة التسوية هو 07 %

- المطلوب: إيجاد القيمة الاسمية لكل من السندين الجديدين

المبحث السابع: الدفعات الدورية

أولا: تعريف

تعرف الدفعات المنتظمة او المتساوية بانها دفعات متساوية في القيمة تدفع على فترات زمنية متساوية وتحسب بحسب كيفية دفعها الى مايلي:

- **دفعات فورية (دفعات الاستثمار):** وهي دفعات متساوية تدفع في أوائل الفترات الزمنية المتساوية ويطبق عليها بدفعات الاستثمار.

- **دفعات عادية (دفعات السداد):** وهي دفعات منتظمة تدفع في اخر الفترات الزمنية المتساوية، ويطلق عليها دفعات السداد.

يطلق على الدفعات المنتظمة او المتساوية بدفعات سنوية او جزئية وذلك حسبما تكون الفترة الزمنية التي تفصل بين كل دفعتين متتاليتين سنة كاملة او جزءا منها. ومن خصائص الدفعات المتساوية ان مبلغها ثابت او

متساوي تاريخ اول دفعة او تحديد اخر دفعة ومعدل الفائدة متساوي وعدد الدفعات

ثانيا: الأقساط في نهاية المدة (الفترة)

القيمة المكتسبة هي القيمة التي تم الحصول عليها هي مجموع القيم الحالية من كل الأقساط السنوية عند سداد الأقساط الأخيرة .تتبع القيمة المكتسبة للدفعات الثابتة في نهاية الفترة على شكل متتالية هندسية متزايدة.

ان دفعات نهاية المدة لدفع في النهاية مدة وعادة ما تكون لتسديد دين والدفعة الأخيرة يتم عندها حساب مبلغ رأس المال حيث:

V_n: الرصيد والقيمة المكتسبة

a : قيمة الدفعة.

t : المعدل

n : عدد الدفعات.

وبالتالي قانون حساب الجملة المكتسبة او الرصيد يكون وفق القاعدة الموالية

$$\mathrm{Vn} = \mathrm{a}\left[\frac{(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}}-1}{\mathrm{t}}\right]$$

مثال توضيحي:

أحسب القيمة المكتسبة لـ 10 دفعات مبلغ كل منها 10000دج بمعدل فائدة سنوي 5%؟

لدينا قانون الجملة المكتسبة للدفعات:

$$\boldsymbol{Vn = a\left[\frac{(1+t)^{n}-1}{t}\right]}$$

ومنه

$$\boldsymbol{Vn} = 10000\left[\frac{(1.05)^{10}-1}{0.05}\right] = 125778.92\,DA$$

1- تحديد قيمة الدفعة:

يتم حساب وتحديد قيمة الدفعة من خلال القانون التالي:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{Vnt}}{(\mathbf{1}+\mathbf{t})^{\mathbf{n}} - \mathbf{1}}$$

مثال :

كون أحد الأشخاص رأس مال وقدره 14671.85 بواسطة 6 دفعات تدفع في نهاية كل سنة بمعدل فائدة سنوي 08%

ما هو مبلغ الدفعة؟

الحل :

لدينا قانون حساب الدفعات:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{Vnt}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{t})^{\boldsymbol{n}} - \mathbf{1}}$$

$$a = \frac{14671.85 \times 0.08}{(1+0.08)^{6} - 1} = 2000\ DA$$

2- تحديد المعدل

يتم تحديد وحساب معدل التوظيف وفق القاعدة الموالية:

$$\mathbf{Vn}/_{\mathbf{a}} = \frac{(\mathbf{1}+\mathbf{t})^{\mathbf{n}} - \mathbf{1}}{\mathbf{t}}$$

مثال:

من أجل تكوين راس مال يقدر بـ 120061.0712دج بدفعات نهاية المدة مبلغ كل منها 10000دج وعددها 10 دفعات

أحسب المعدل السنوي؟

من الجدول المالي رقم 3 نجد قيمة t عند n=10 ووبالتالي فالمعدل هو t=4%

ثالثا : تحديد عدد الدفعات (n)

لدينا:

$$\mathrm{Ln}\left(\left(\frac{\mathrm{Vnt}}{\mathrm{a}}+1\right)\right)/\mathrm{Ln}(1+\mathrm{t})=\mathrm{n}$$

مثال توضيحي

من أجل تكوين راس مال يقدر بـ 16550دج بدفعات نهاية المدة مبلغ كل منها 5000دج وبمعدل 10%

المطلوب: حساب المدة

الحل: لدينا قانون حساب المدة

لدينا:

$$Ln\left(\left(\frac{Vnt}{a}+1\right)\right)/Ln(1+t)=n$$

ومنه:

لدينا:

$$Ln\left(\left(\frac{16550\times 0.1}{5000}+1\right)\right)/\mathrm{Ln}(1+0{,}1)=3$$

ومنه عدد الدفعات هي n=3

3–تحديد القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة (دفعات السداد):

لنرمز للقيمة الحالية بالرمز (A_0) والجملة المكتسبة بالرمز Vn ومنه لدينا:

$V_n=A_0\ (1+t)^n$

ولدينا:

$$\boldsymbol{Vn=a\left[\frac{(1+t)^n-1}{t}\right]}$$

بتعويض قيمة الرصيد نجد

$$a\left[\frac{(1+t)^n-1}{t}\right]=A_0(1+t)^n$$

ولدينا:

$$Vn=a\left[\frac{(1+t)^n-1}{t}\right]$$

ومنه:

$$A_0=a\left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]$$

مثال توضيحي

أراد احد الأشخاص اقتناء محل تجاري وبناء على ذلك يوظف في نهاية كل سنة مبلغ 10000 دج لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة سنوي 5% احسب ثمن اقتناء المحل؟

الحل: لدينا من قانون حساب القيمة الحالية لدفعات السداد او دفعات نهاية المدة

لدينا:

$$\mathrm{A}=\boldsymbol{a}\left[\frac{\mathbf{1}-(\mathbf{1}+\boldsymbol{t})^{-\boldsymbol{n}}}{\boldsymbol{t}}\right]$$

ومنه:

ومنه:

$$\mathrm{A}=10000\left[\frac{1-(1+0{,}05)^{-10}}{0{,}05}\right]=38608.67\ DA$$

وبالتالي قيمة المحل التجاري هو: 38608.67 دج

ثانيا: الأقساط في بداية المدة (الفترة)

تعبر حصية الدفعات المتساوية او الدورية عن اجمالي المبالغ المتكونة نتيجة تراكم رؤوس الأموال المدفوعة بشكل دوري مع الفوائد في نهاية فترة الإيداع

وبافتراض ان:

V_n : الرصيد والقيمة المكتسبة

a : قيمة الدفعة.

t : المعدل

n : عدد الدفعات.

ومنه قانون حساب الرصيد او الجملة المكتسبة لدفعات بداية المدة يكون وفق القاعدة الالية (بالاعتماد على قانون مجموع متتالية هندسية)

ومنه:

$$\boldsymbol{Vn = a\left[\frac{(1+t)^{n}-1}{t}\right](1+t)}$$

تمارين محلولة حول الدفعات

التمرين الأول :

من اجل تكوين راس مال لشخص معين تم وضع مبلغ 5000 دج ثابتة كل 11 نوفمبر تم دفع اول دفعة يوم 11 نوفمبر 1990 واخر دفعة هي 11 نوفمبر 2012

المطلوب: اذا علمت ان معدل التوظيف هو 4%

- اوجد المبلغ في نهاية الدفعة 2012
- اوجد الرصيد في 11 نوفمبر 2016
- ماهو المبلغ الوحيد الذي كان من المفروض وضعه منذ 11 نوفمبر 1990 حتى يعطي نفس راس المال

الحل :

لدينا

الرصيد في 11 نوفمبر 2012

ومنه:

$$\boldsymbol{Vn = a\left[\frac{(1+t)^{n}-1}{t}\right]}$$

ومنه:

$$Vn = 5000\left[\frac{(1+0.04)^{23}-1}{0.04}\right] = 183089.44DA$$

- الرصيد في 11 نوفمبر 2016

لدينا

$$\boldsymbol{Vn = a\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right](1+t)}$$

ومنه:

$$\mathrm{Vn}_{2016} = \mathrm{Vn}(1+\mathrm{t})^4$$

$$\mathrm{Vn}_{2016} = 183089.44(1+0.04)^4$$
$$= 214188.74DA$$

– حساب المبلغ الوحيد الذي كان من المفروض يتم حسابها وفق الطريقين التاليتين:

– ابتداء من 1990/11/11 الى غاية 2012/11/11 لدينا 22 دفعة

ومنه

$$V_{1990} = V_{2012}(1+0.04)^{-22}$$

$$V_{1990} = 183089.44(1+0.04)^{-22} = 77255.57DA$$

– ابتداء من 1990/11/11 الى غاية 2016/11/11 لدينا 26 دفعة

ومنه

$$V_{1990} = V_{2016}(1+0.04)^{-26}$$

$$V_{1990} = 214188.74(1+0.04)^{-26} = 77255.57DA$$

التمرين الثاني:

في 14 اوت 2013 شركة معينة اقترض مبلغ x بهدف شراء مستودع وكانت شروط القرض المقترحة وفق مايلي :

- تسديد قيمة القرض في 14 اوت 2013
- تسديد القرض على 6 أقساط متساوية قيمة الواحدة 20000 دج تدفع الاولى في 14 أوت 2014

اذا علمت ان معدل الفائدة هو 3% احسب قيمة القرض

الحل :

لدينا قانون القيمة القرض يتم حسابه وفق القاعدة التالية:

$$A_0 = a\left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]$$

ومنه :

$$A_0 = 20000\left[\frac{1-(1+0.03)^{-6}}{0.03}\right]$$

$$A_0 = 108343.82DA$$

وبالتالي قيمة القرض هو $108343.82DA$

التمرين الثالث:

يريد شخص أن يقترض مبلغ معين لشراء عقار حيث يقدم البنك قرضًا مدته 5 سنوات، قابل للسداد على أقساط شهرية، بمعدل فائدة سنوي مركب قدره 08%. يتم دفع القسط الشهري الاول في نهاية الشهر الأول من القرض. بحيث لا يمكن أن يتجاوز مبلغ السداد الشهري ثلث دخله الشهري، والذي يصل إلى 42000 دج.

ما هو أقصى مبلغ يمكن أن يقترضه هذا الشخص؟

الحل:

- تحويل المعدل السنوي الى شهري مادام الدفعات شهرية
  لدينا:

$$t_m = (1 + t_a)^{1/12} - 1$$

$$t_m = (1 + 0.08)^{1/12} - 1$$

$$t_m = 0.00643$$
$$t_m = \%0.643$$

- تحديد قيمة الدفعة الشهرية الثابتة وهي تساوي ثلث دخل الشخص
  اذا :

$$a = \frac{42000}{3} = 14000DA$$

- تحديد عدد الدفعات الشهرية لخمس سنوات

لدينا :

$$n = 5 \times 12 = 60$$

ومنه تحديد قيمة القرض الأقصى الذي يمكن ان يقترضه هذا الشخص وفق القاعدة الاتية:

$$A_0 = 14000\left[\frac{1-(1+0.00643)^{-60}}{0.00643}\right]$$

$$A_0 = 695108.19DA$$

ومنه القرض الذي يمكن ان يتحصل عليه هذا الشخص وفق دخله المقدر 42000 دج هو 695108.19 دج

التمرين الرابع:

يريد شخص تكوين مبلغ 1000000 دج تساعده في شيخوخته، أودع في بنك معين في بداية كل سنة على 25 سنة وبمعدل فائدة سنوي 5 % فماهي قيمة القسط المدفوع

الحل:

لدينا قانون الجملة المكتسبة لدفعات التوظيف

وبالتالي:

ومنه:

$$Vn = a\left[\frac{(1+t)^n-1}{t}\right](1+t)$$

$$\mathrm{a} = \frac{\mathrm{Vnt}}{(1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}+1}-(1+\mathrm{t})}$$

ومنه:

$$\mathrm{a} = \frac{1000000 \times 0.05}{(1+0.05)^{25+1}-(1+0.05)}$$

$$\mathrm{a} = 19954.72\mathrm{DA}$$

التمرين الخامس:

بداية كل سنة، يتم توظيف مبلغ 2000 دج كل نهاية سنة ولمدة خمس سنوات بمعدل 7%، بعد دفع الدفعة الاخيرة، تم سحب 3000 دج وبعد عام سحب مبلغ قدره 2000 دج، في العام الموالي قرر غلق حسابه احسب الرصيد المتبقي

الحل:

- حساب الرصيد المتحصل عليه في نهاية السنة الخامسة وفق قانون الدفعات الثابتة لكل نهاية سنة

  لدينا القانون العام لحساب الرصيد النهائي:

$$Vn = a\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right]$$

ومنه:

$$Vn = 2000\left[\frac{(1+0.07)^5 - 1}{0.07}\right]$$

$$Vn = 11501.47DA$$

- حساب الرصيد بعد سحب 3000 دج

  لدينا

$$V_{n+1} = (11501.47 - 3000)(1.07) = 9096.58DA$$

- حساب الرصيد بعد سحب مبلغ قدره 2000دج

  لدينا

$$V_{n+2} = (9096.58 - 2000)(1.07) = 7593.34DA$$

تمارين غير محلولة حول الدفعات

التمرين الأول:

اب يدخر لابنه في بداية كل سنة مبلغ من المال منذ تاريخ ولادته وذلك في صندوق التوفير والاحتياط بمعدل فائدة سنوي يقدر بـ 6%وفي نهاية السنة العشرين وجد هذا الشاب ان رصيده بلغ 100000دج كم كان الاب يدخر؟

التمرين الثاني:

موظف يدخر في بداية كل سنة في البنك الوطني الجزائري مبلغ 10000دج حيث مرور 10 سنوات من عمليات الإيداع وجد رصيده يقدربـ 139716,43دج ما هو المعدل التوظيف؟

التمرين الثالث

شخص يدخر مبلغ في بداية كل سداسي مبلغ 1000دج بمعدل فائدة سنوي 10% وفي نهاية سنة معينة وجد ان رصيده بلغ 30969,2 دج احسب عدد الدفعات؟

التمرين الرابع:

أصل قدره 6903,38 دج اقترض بمعدل فائدة 8% يستهلك بدفعات ثابتة قدرها 1200دج، مع تأجيل لمدة عامين احسب عدد الدفعات لاستهلاك هذا القرض؟

المبحث الثامن : استهلاك القروض

أولا: مفاهيم عامة

– القرض غير المجزأ هو قرض لا ينقسم إلى فئات. لديها مقرض واحد فقط، عادة ما يكون مؤسسة مالية.

– يضع المقرض تحت تصرف المقترض، لفترة محددة، رأس المال المتفق عليه. يدفعه المقترض الفائدة بشكل دوري ويسدد رأسماله، إما دفعة واحدة، أو بدفعات محددة
– في الحالة الأخيرة، يتم سداد رأس المال في نفس تواريخ سداد الفائدة. عادة ما تكون الفترة الثابتة التي تفصل بين تاريخين متتاليين هي السنة أو جزء من السنة.
– يفترض أن تاريخ الاستحقاق الأول هو فترة بعد تاريخ الاقتراض. ويفترض انه لا يوجد تأخير في سداد القرض.

بافتراض الرموز التالية

- v_0 قيمة القرض
- m_k قيمة استهلاك القرض لفترة زمنية k
- t معدل القرض
- i_k فائدة القرض لفترة زمنية k
- a قيمة الدفعة الثابتة

ومنه لدينا :

لحساب الدفعة الثابتة من خلال :

$$a = i_k + m_k$$

ولدينا لحساب الفائدة من خلال :

$$i_k = v_{k-1} \times t$$

ولدينا قيمة القرض تساوي مجموع استهلاكات القروض أي :

$$v_0 = \sum_{k=1}^{n} m_k$$

كما يتم حساب قيمة القرض وفق الدفعات الثابتة وفق الاتي :

$$v_0 = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{(1+t)^k}$$

ويتم حساب راس المال المتبقي v_k وفق الاتي :

$$v_k = v_0 (1+t)^k - \sum_{p=1}^{k} a_p (1+t)^{k-p}$$

بالنسبة لأعداد جدول استهلاك القروض يكون وفق الاتي :

k	v_{k-1}	i_k	m_k	a
1	v_0	i_1	m_1	a_1
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	v_{n-1}	i_n	m_k	a_n

ثانيا : سداد القرض عن طريق الاستحقاق وفق متتالية هندسية متزايدة

اذا كان q يمثل الأساس للمتتالية الهندسية للاستحقاق فانه:

$$\boldsymbol{a_k = a_1 \times q^{n-1}}$$

ويتم حساب قيمة القروض وفق الحالات الموالية :ى

- اذا كان $q \neq 1 + t$ فانه:

$$v_0 = \frac{a_1}{(1+t)^n}\frac{(1+t)^n - q^n}{1+t-q}$$

- اذا كان $q = 1 + t$ فانه:

$$v_0 = \frac{na_1}{1+t}$$

مثال :

يمنح بنك معين لشركة خاصة قرضًا بقيمة 500000 دج، يتم سداده على مدة 07 سنوات، بمعدل سنوي قدره 6.3%. تزداد الدفعات بنسبة 2% سنويًا، تكون الأولى بعد سنة واحدة من تاريخ القرض.

– حدد قيمة القسط الاول والاخير – حساب التكلفة الاجمالية للقرض

الحل :

– نحدد قيمة القسط الاول لدينا:

$$v_0 = \frac{a_1}{(1+t)^n} \frac{(1+t)^n - q^n}{1+t-q}$$

ومنه :

$$a_1 = \frac{v_0(1+t)^n(1+t-q)}{(1+t)^n - q^n}$$

بالتعويض نجد :

$$a_1 = \frac{500000(1+0.063)^n(1+0.063-1.02)}{(1+0.063)^7 - 1.02^7}$$

$$a_1 = 85\ 649\ ,\ 45\ \mathrm{DA}$$

ولتحديد قيمة الدفعة الأخيرة لدينا:

$$a_7 = a_1 \times q^6$$

ومنه:

$$a_7 = 85\,649\,,\,45 \times 1.02^6$$

$$a_7 = 96\,455\,,\,19DA$$

- حساب التكلفة الاجمالية للقرض

لتحديد تكلفة القرض تمثل مجموع الدفعات للسنوات السبع مطروح منه قيمة القرض أي مجموع الفوائد

اذا لدينا : بافتراض التكلفة الاجمالية يرمز لها بالرمز c

$$c = \sum_{k=1}^{7} a_k - v_0$$

مادامت الدفعات متزايدة فيما بينها وفق متتالية هندسية متزايدة لدينا قانون مجموع متتالية هندسية وفق الاتي:

$$c = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} - v_0$$

$$c = 85\,649\,,\,45 \frac{1 - 1.02^7}{1 - 1.02} - 500000$$

$$c = 136\,742\,,\,88DA$$

ثالثا: استهلاك القروض بدفعات ثابتة

يتم سداد العديد من القروض (القروض الشخصية، والرهون العقارية، وما إلى ذلك) على أقساط ثابتة. تكون فترة السداد هي الشهر أو الربع، ونادراً ما

يكون العام الذي، من ناحية أخرى، يمكن استخدامه للقروض التجارية • .
معدل القرض المعلن هو دائمًا معدل سنوي ، ويجب تحويله إلى معدل دوري (شهريًا ، ربع سنوي ، وما إلى ذلك) .لهذا الغرض، يجب أن نعرف طبيعة المعدل متناسب أو ما يكافئه

1–كيفية حساب القسط الثابت او المتساوي:

لدينا:

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_n$$

ولدينا: الدفعة = الاستهلاك + الفائدة للمبلغ المتبقي

$$a = m_i + I_i$$

حيث:

$$I_n = v_{n-1} t$$

2–العلاقة بين العناصر المكونة لاستهلاك القرض للدفعات الثابتة

2–1– العلاقة بين الاستهلاكات:

يلاحظ ان مجموع الاستهلاكات تمثل مجموع متتالية هندسية وبالتالي يطبق عليها قانون المتتالية الهندسية من ناحية المجموع او عبارة الحد العام ومنه يستنتج مايلي :

$$m_n = m_{n-1}(1+t)$$

2–2 – العلاقة بين الاستهلاك الأخير والدفعة الأخيرة:

لدين قيمة القرض في نهاية الدفعات معدومة وبالتالي:

$$v_n = 0$$

ومنه: $m_n - m_{n-1} = 0 \leftrightarrow m_n = v_{n-1}$

وبالتالي يكون:

$$I_n = m_n t \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

ولدينا:

$$a = m_n + I_n \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

بتعويض قيمة الفائدة من (1) في (2) نجد:

$$a = m_n + m_n t$$

أي:

$$a = m_n(1+t)$$

2-3- العلاقة بين راس المال واستهلاك القرض:

لدينا كما ذكر سابقا ان مجموع الاستهلاكات تمثل مجموع متتالية هندسية وبالتالي يتم تطبيق قانون مجموع المتتالية الهندسية على استهلاك القرض الثابت مما يلاحظ ما يلي :

$$v_0 = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + \cdots + m_n$$

$$v_0 = m_1 + m_1(1+t) + m_1(1+t)^2 + m_1(1+t)^3 + m_1(1+t)^4 + \cdots + m_1(1+t)^{n-1}$$

ومنه:

$$v_0 = m_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

2-4-العلاقة بين الدفعات وراس المال :

$$v_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

2-5 -العلاقة بين الفائدة واستهلاك القرض

لدينا: الدفعات ثابتة وبالتالي

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_n$$

ولدينا:

$$a = m_i + I_i$$

لدينا $a_1 = a_2$ .... (1)

ولدينا أيضا: ولدينا:

$$a_1 = m_1 + I_1 \ldots\ldots\ldots (2)$$

ولدينا أيضا

$$a_2 = m_2 + I_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

بتعويض (2) و(3) في (1) نجد:

$$m_1 + I_1 = m_2 + I_2$$

ونحن نعلم ان الفائدة تتناقص بتناقض راس المال وبالتالي:

$$I_1 - I_2 = m_2 - m_1$$

2-6- العلاقة بين الفوائد الاخيرة والمعدل

لدينا:

$$v_n = o$$

$$m_n - m_{n-1} = 0 \leftrightarrow m_n = v_{n-1} \dots \dots \dots . . (1)$$

$$I_{n-1} = v_{n-2}t$$

$$\dots\dots(2) v_{n-1} = v_{n-2} - m_{n-1}$$

بتعويض قيمة (1) في (2) نجد:

$$m_n = v_{n-2} - m_{n-1} \leftrightarrow m_n + m_{n-1} = v_{n-1}$$

ولدينا:

$$m_n = m_{n-1}(1+t)$$

ومنه

$$1 + t = \frac{I_n}{I_{n-1} - I_n}$$

بتعويض I_n بما يساويها نجد:

$$1 + t = \frac{m_n t}{(m_n + m_{n-1})t - m_n t}$$

ومنه:

$$1 + t = \frac{m_n t}{(m_n t + m_{n-1} t) - m_n t}$$

ومنه:

$$1+t=\frac{m_n}{m_{n-1}}$$

وبالتالي:

$$\mathbf{1+t=\frac{I_n}{I_{n-1}-I_n}}$$

2-7- العلاقة بين القسط الثابت واستهلاك القرض الأول

لدينا:

$$a_1=m_1+I_1 \ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$$

و

$$a_1=a_2=a_3=a_n=a$$

ولدينا:

$$v_0=m_1\,\frac{(1+t)^n-1}{t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

ولدينا:

$$I_1=v_0t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

بتعويض (3) و(2) في (1) نجد:

$$a_1=m_1+m_1\,\frac{(1+t)^n-1}{t}\,t$$

ومنه:

$$a_1=m_1+m_1\,\frac{(1+t)^n-1}{t}\,t$$

وبالتالي

$$a_1=m_1+m_1(1+t)^n-m_1$$

ومنه:

$$\boldsymbol{a_1=m_1(1+t)^n}$$

رابعا: استهلاك القروض بأقساط متساوية

تتمثل هذه الطريقة في تسديد قسمة القرض او الأصل والذي يرمز له $(\mathbf{V_0})$ على أقساط متساوية خلال مدة القرض مع دفع فوائد الرصيد مع القسط المتساوي والذي يرمز له بـ (m) .

يتم حساب القسط الثابت وفق القاعدة الموالية :

$$m = \frac{v_0}{n}$$

كما يعتبر الرصيد المتبقي من القرض عبارة عن قيمة الأصل مطروح منه مجموع الأقساط المتساوية المسددة ، كما يتم حساب الفوائد المسددة عن القرض وفق القاعدة

$$\sum \boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{n}}{\mathbf{2}}[\boldsymbol{I_1} + \boldsymbol{I_n}]$$

وهي عبارة عن مجموع متتالية حسابية حدها الأول هو I_1 ومجوع الحدود هو n

ويتم حساب الفائدة الأولى وفق القانون الموالي:

$$\mathbf{I_1} = \boldsymbol{v_0}\, \boldsymbol{t}\bar{\mathbf{n}}$$

ويتم حساب الفائدة الأخيرة وفق القانون الموالي:

$$\boldsymbol{I_n} = \boldsymbol{m}\boldsymbol{t}\bar{\mathbf{n}}$$

كم يتم حساب الرصيد المتبقي وفق القاعدة التالية :

$$v_k = v_0(1 - \frac{k}{n})$$

ويتم حساب الدفعة الأولى وفق مايلي:

$$a_1 = v_0(i + \frac{1}{n})$$

ومنه :

$$a_k = a_1 - (k-1)\frac{v_0 i}{n}$$

تمارين محلولة حول استهلاك القروض

التمرين الأول:

في 1 جوان 2017، اقترض شخص مبلغ 400000دج، يتم سداده على مدى 10 سنوات، على أقساط شهرية ثابتة، بمعدل سنوي يعادل 5.85%. يتم تسديد الدفعة الشهرية الأولى في 1 جويلية 2017

- حساب المعدل الشهري للقرض

- حساب السداد الشهري.
- حدد السطر الخامس والستون جدول الاستهلاك

الحل:

- تحويل المعدل من سنوي الي شهري مدام الأقساط شهرية

$$t_m = (1 + t_a)^{\frac{1}{12}}$$

$$t_m = (1 + 0.0585)^{\frac{1}{12}}$$

$$t_m = 0.475\%$$

- تحديد قيمة الدفعة الشهرية

لدينا قانون الدفعة :

$$v_0 = a\frac{1 - (1 + t)^{-n}}{t}$$

$$400000 = a\frac{1 - (1 + 0.00475)^{-120}}{0.00475}$$

$$a = \frac{400000 \times 0.00475}{1 - (1 + 0.00475)^{-120}} = 4380.8$$

- تحديد السطر الخامس والستون جدول الاستهلاك

يجب تحدي مكونات السطر الأول قبل تحديد السطر 65 ومنه لدينا

$$I_n = v_{n-1}t$$

ومنه فائدة الشهر الأول يتم حسابها وفق الاتي

$$I_1 = v_0 t$$

$$I_1 = 400000 \times 0.00475 = 1900DA$$

يمكننا حساب قيمة القسط الأول حيث لدينا :

$$a = m_n + I_n$$

$$m_n = a - I_n$$
$$m_1 = a - I_1$$

$$m_1 = 4380.8 - 1900 = 2480.8DA$$

ويمكننا حساب السطر 65 من خلال مايلي:

$$m_n = m_{n-1}(1+t)$$

$$m_{65} = m_1(1+t)^{65}$$

$$m_{65} = 2480.8(1+0.00475)^{65} = 3364.79$$

ومنه السطر رقم 65 يكون وفق الاتي :

k	v_{k-1}	i_k	m_k	a
65	213896.84	1016.01	3364.79	4380.8

التمرين الثاني:

لتكن لديك المعلومات التالية حول استهلاك قرض شهري:

- الاستهلاك لـ 54 الشهري يقدر 2228.29 دج
- الاستهلاك لـ 72 الشهري يقدر 2446.34 دج

- الفائدة لـ 60 الشهرية تقدر 1058.02دج
- احسب معدل استهلاك القرض
- احسب الدفعة الشهرية الثابتة وراس المال المقترض ومدة الاقتراض

الحل:

لدينا :

$$m_n = m_{n-1}(1+t)$$

ومنه:

$$m_{72} = m_{54}(1+t)^{18}$$

$$2228.29 = 2446.34(1+t)^{18}$$

$$\frac{2446.34}{2228.29} = (1+t)^{18}$$

$$\frac{2228.29^{\frac{1}{18}}}{2446.34} = 1+t$$

$$1+t = 1.005$$

$$t = 0.52\%$$

- تحديد قيمة الدفعة الثابتة الشهرية :

لدينا :

$$a = m_n + I_n$$

ومنه

$$a = m_{60} + I_{60}$$

$$m_{60} = m_{54}(1+t)^{6}$$

$$m_{60} = 2228.29(1+0.0052)^{6}$$

$$m_{60} = 2298.72$$

ومنه:

$$a = 2298.72 + 1058.02 = 3356.74DA$$

تحديد قيمة القرض :

لدينا :

$$m_{1} = m_{54}(1+t)^{-54}$$

$$m_{1} = 2228.29(1+0.0052)^{-53} = 1692.74$$

ولدينا :

$$a = m_{n} + I_{n}$$

ومنه :

$$I_{1} = a - m_{1}$$

$$I_{1} = 3356.74 - 1692.74 = 1664$$

لدينا علاقة الفائدة براس المال

$$I_{1} = v_{0}t$$

ومنه:

$$v_0 = \frac{I_1}{t}$$

$$v_0 = \frac{1664}{0.0052} = 320000DA$$

- تحديد مدة القرض

لدينا

ومنه:

$$v_0 = m_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

ومنه:

$$v_0 \times t = m_1 [(1+t)^n - 1]$$

$$\frac{v_0 \times t}{m_1} = [(1+t)^n - 1]$$

$$\frac{v_0 \times t}{m_1} + 1 = [(1+t)^n]$$

$$ln\left(\frac{v_0 \times t}{m_1} + 1\right) = \ln[(1+t)^n]$$

بالتعويض نجد:

$$ln\left(\frac{320000 \times 0.0052}{1692.74} + 1\right) = \ln[(1+t)^n]$$

$$\ln 1.98302 = n \ln 1.0052$$

$$n = 132$$

مدة استهلاك القرض هي 132 شهر او11 سنة

التمرين الثالث :

اقترضت شركة لشراء الة صناعية مبلغها 50000 دج من أحد البنوك التجارية، على ان يسدد القرض على خمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل فقط، ويسدد مع كل قسط فائدة الرصيد في اخر كل سنة، فاذا كان معدل الفائدة 10 % سنوي احسب كل من:

- القسط السنوي المتساوي
- المبلغ الواجب تسديده في نهاية كل سنة
- مجموع الفوائد المسددة مقابل خدمة الاقتراض

الحل:

1–القسط المتساوي من الأصل = أصل القرض / عدد الأقساط

$$m = \frac{\mathrm{v_0}}{\mathrm{n}}$$

ومنه

$$m = \frac{50000}{5} = 10000DA$$

2 – حساب فائدة السنة الأولى:

لدينا:

$$\mathrm{I_1} = \boldsymbol{v_0}\, \boldsymbol{t}\bar{\mathrm{n}}$$

ومنه لدينا:

$$\mathrm{I_1} = 50000 \times 0.1 \times 1 = 5000$$

3–القسط المسدد في نهاية السنة الأولى

$$\overline{m_1} = m + I_1$$

ومنه:

$$\overline{m_1} = 10000 + 5000 = 15000\ DA$$

4 – الرصيد اخر السنة الأولى= الرصيد اول السنة – القسط المتساوي

= 50000 – 10000= 40000

5 – فائدة السنة الثانية

$$I_2 = 40000 \times 0.1 \times 1 = 4000\ DA$$

6–القسط المسدد في نهاية السنة الثانية

$$\overline{m_2} = a + I_2$$

$$\overline{m_2} = 10000 + 4000 = 14000DA$$

7 – الرصيد اخر السنة الثانية= الرصيد اول السنة الثانية – القسط المتساوي

= 40000–10000=30000 دج

8 – مجموع الفوائد المسددة:

لدينا: مجموع الفوائد تمثل مجوع متتالية حسابية وبالتالي فهي تحسب وفق القانون الموالي:

$$\sum I = \frac{n}{2}[I_1 + I_n]$$

ومنه:

$$\sum I = \frac{5}{2}[5000 + 1000] = 15000DA$$

التمرين الرابع:

مستثمر اراد اقتراض مبلغ 150000 دج لشراء شقة للإيجار. يتم السداد في مدة 10 سنوات ودفع الفائدة سنويًا. المعدل السنوي للقرض هو 4.60%

سنوي، يمكن للمستثمر خصم الفوائد المدفوعة من دخل الممتلكات المحصلة، مما يولد وفورات ضريبية سيتم افتراضها تساوي 49 ٪ من الفائدة.

المطوب:

- المبلغ السنوي للفائدة.
- المعدل الفعلي للقرض، مع الأخذ في الاعتبار المدخرات الضريبية

الحل:

- حساب فائدة السنة الأولى:

لدينا:

$$I_1 = \boldsymbol{v_0}\ \boldsymbol{t}\bar{n}$$

ومنه :

$$I_1 = 150000 \times 0.0460 = 6900DA$$

- المعدل الفعلي للقرض، مع الأخذ في الاعتبار المدخرات الضريبية

الوفورات الضريبة المحققة يتم حسابها وفق الاتي :

$$6900 \times 0.49 = 3381DA$$

يمكن للوفورات الضريبية تقليل معدل الفائدة لأنه، إذا لم ندفع بدون مصلحة ، لن يكون لدينا هذا المبلغ.

وبالتالي ذلك يمكننا القول أنه في كل عام يكون معدل الفائدة "الفعلي" يساوي:

$$\frac{6900 - 3381}{150000} = 0.02346$$

المعدل الفعلي او الحقيقي هو 2.346% وهو معدل اقل من معدل الفائدة الأول

التمرين الخامس:

لنفترض أن القرض يسدد سنويًا عن طريق الإطفاء المستمر. وبفرض القسط السنوية الأولى تساوي 729 دج، والثالثة 673.2 دج، ومبلغ الأقساط السنوية 6034.5 دج

- حدد مدة إطفاء القرض
- معدل القرض المطبق
- حدد مكونات الاسطر الأولى لاستهلاك القرض الثابت

الحل :

لدينا القسط الأول والقسط الثالث يشكل فيما ينهما متتالية حسابية متناقصة وبالتالي:

$$a_3 = a_1 + 2r$$

حيث يمثل rالأساس للمتتالية الحسابية المتناقصة

ومنه:

$$673.2 = 729 + 2r$$

$$r = \frac{673.2 - 729}{2} = -27.9$$

ولدينا مجموع الأقساط السنوية هي 6034.5 دج يطبق عليهم قانون مجموع المتتالية الحسابية وبالتالي نجد:

$$\sum a_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_1 + (n-1)r)$$

$$\sum a_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)r)$$

$$6034.5 = \frac{n}{2}(2(729) + (n-1) - 27.9)$$

$$6034.5 = 729n - \frac{27.9n^2}{2} + \frac{27.9n}{2}$$

$$-13.95n^2 + 742.95n - 6034.5 = 0$$

$$13.95n^2 - 742.95n + 6034.5 = 0$$

$$\Delta = (-742.95)^2 - 4(13.95)(6034.5) = 2152496025$$

$$\sqrt{\Delta} = 463.95$$

المعادلة تقبلين حلين:

الحل الأول:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{742.9 + 463.95}{27.9} = 43.25$$

الحل الأول مرفوض لأنه غير رقم صحيح

الحل الثاني:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{742.9 - 463.95}{27.9} = 10$$

بما أن **n** عدد صحيح، نحصل على n = 10. مدة القرض هي 10 سنوات.

- تحديد مكونات الاسطر الأولى لاستهلاك القرض الثابت

لدينا الأساس **r** يتم حسابه وفق الاتي

$$r = \frac{-v_0 t}{\text{n}}$$

$$-27.9 = \frac{-v_0 t}{10}$$

$$279 = v_0 t$$

ولدينا:

$$729 = m_1 + 279$$

$$m_1 = 729 - 279 = 450$$

ولتحديد قيمة القرض لدينا:

$$m = \frac{v_0}{n}$$

وبما ان الاستهلاك الثابت وبالتالي تكون قيمة القرض وفق الاتي

$$450 = \frac{v_0}{10}$$

$$v_0 = 4500$$

ويمكننا تحديد المعدل المطبق وفق الاتي:

$$279 = v_0 t$$

$$279 = 4500t$$

$$t = \frac{279}{4500} = 0.062$$
$$t = \%6.2$$

ومنه يتم انجاز ثلاثة الاسطر الأولى لاستهلاك الثابت للقرض وفق الاتي :

a_k	m_k	i_k	v_{k-1}	k
729	450	279	4500	1
701.1	450	251.1	4050	2
673.2	450	223.2	3600	3

تمارين غير محلولة حول استهلاك القروض

التمرين الأول:

قام شخص معين باقتراض مبلغ 100000 دج في 2005/07/01 بمعدل سنوي نسبي قدره 6.60%

1. ما هو مقدار الفائدة الشهري؟
2. لسداد رأس المال، يتم تقديم استثمارات هذا الشخص بمعدل سنوي يعادل 4.91 %.

• في حالة دفعة واحدة في 2005/07/01، حدد مبلغ هذه الدفعة (القيمة الشهرية للفائدة).

• في حالة الدفعات الشهرية المستمرة من 2005/07/01 إلى 2015/08/01، حدد مبلغ هذه الدفعة (الرسملة الشهرية للفائدة)

التمرين الثاني:

يقدم البنك قروضًا على مدار عامين وفقًا للشروط التالية:

– معدل الاقتراض بنسبة 4.9%

- دفع القسط الاول بعد سنة واحدة، أي ما يعادل نصف رأس المال المقترض
- دفع القسط الثاني بعد سنتين.
- حدد قيمة القسط الثاني للحصول على قرض بقيمة 10000 دج
- احسب التكلفة الإجمالية للقرض.

التمرين الثالث:

أعطيت لديك المعلومات التالية في السنة الحادية عشر :

- الاستهلاك = 78676,20دج
- الفائدة = 31357,48دج

معدل الفائدة هو 5,75% احسب قيمة القسط الثابت وقيمة القرض وعدد الاقساط؟

التمرين الثالث:

شخص له قرض قيمته 200000دج يريد سداده على 10 اقساط بمعدل سنوي 10% احسب ما يلي: في الحالات التالية

1- إذا كان استهلاك الثابت

احسب محتويات الاستهلاكات والفوائد والدفعات وانجر جدول الاستهلاك الثابت لكل السنوات.

2- إذا كان استهلاك القروض للدفعات الثابتة والاستهلاك المتزايد احسب كل محتويات استهلاك القروض وانجز جدول استهلاك القروض للسنوات العشر وفق الاستهلاك المتزايد

التمرين الرابع:

يتم سداد قرض معين، معدل القرض السنوي 4.80 % ويتم تسديد الدفعات على النحو الموالي:

- دفع 4000 دج بعد شهر واحد؛
- دفع 5000 دج بعد شهرين؛
- دفع 5500 دج بعد 3 أشهر؛

- دفع 6300 دج بعد 4 أشهر.
- احسب قيمة القرض والتكلفة الإجمالية للقرض.
- انجز جدول استهلاك القرض

التمرين الخامس

بهدف تطوير انشطة شركة معينة وجب الحصول على أماكن عمل جديدة. تقدر تكلفة العملية بـ 5000000 دج. يمكن للشركة ان تمول المشروع ذاتيا بنصف قيمة هذا الاستثمار. سيتم تمويل الملحق بقرضين:

– مبلغ x من شركة معينة؛ سيتم سداد هذا القرض في 5 أقساط سنوية ثابتة بقيمة 23998 دج لكل 100 دج يتم اقتراضها، وتنتهي الدفعة السنوية الأولى بعد سنة واحدة من تاريخ القرض؛

– مبلغ (y) من بنك معين؛ يتم دفع هذا القرض على 8 أقساط سنوية، بزيادة قدرها 5٪ سنويًا، وتنتهي الأقساط السنوية الأولى بعد مرور عام واحد على تحويل الأموال وتبلغ 14392420 دج لكل 100 دج مقترضة.

– حدد المعدل (في حدود 0.1 %) من القرض الممنوح من قبل الشركة المعينة

–حدد معدل (ضمن 0.1 ٪) من القرض البنكي.

– حصلت الشركة على هذين القرضين في نفس اليوم. في السنة الثانية، دفعت ما مجموعه 466666 دج.

– تحديد قيمة x وy من القروض

المبحث التاسع: معايير تقييم المشاريع

المحور الأول: معايير تقييم واختبار المشاريع التي لا تأخذ قيمة زمنية للنقود

معايير تقييم واختبار المشاريع التي لا تأخذ في اعتبارها القيمة الزمنية للنقود (Time Value of Money)تعتمد بشكل كبير على حسابات التكاليف والمنافع المباشرة دون الرجوع إلى القيمة المستقبلية للنقود أو تقدير الفوائد المرتبطة بالزمن. يتم استخدام هذه المعايير غالباً في تقييم المشاريع قصيرة الأجل أو المشاريع التي لا تتطلب استثمارات ضخمة أو طويلة الأمد. ومن بين المعايير المستخدمة

1− فترة الاسترداد:(Payback Period)

يعتبر من الطرق البسيطة التي تستخدم لقياس القيمة الاقتصادية لمشروع معين يعني تلك فترة التي تتميز فيها التكاليف الاستثمارية (I_0) أو فترة التي تتساوى التدفقات الداخلية والخارجية (الإيرادات والتكاليف).

يتم حساب فترة الاسترداد في حالة ثبات تدفقات نقدية الصيغة الموالية:

$$DR' = \frac{I_0}{RN}$$

حيث:

DR’: فترة الاسترداد.

I_0: تكلفة الاستثمار الأولية.

RN: العوائد الصافية للمشروع.

أما في حالة عدم ثبات تدفقات النقدية فإنه يجب حساب ما يسمى بالتدفق النقدي التراكمي حتى الوصول إلى التكلفة الأولية للمشروع.

تمرين 01:

ما هي مدة استرداد المشاريع الموالية؟ سنة وشهر ويوم:

- $I_0=2500$ مدة حياته 5 سنوات. تدفقات نقدية صافية ثابتة 800.
- $I_0=200$ مدة حياته 3 سنوات RN=100.
- $I_0=15000$ مدة حياته 7 RN=5000.
- $I_0=1000$ مدة حياته 4 RN=200.

ما هو المشروع الذي تختاره إذا علمت أن المشاريع متنافية؟

الحل:

- المشروع الأول:

$$DR_1' = \frac{I_0}{RN}$$

$$DR'_1 = \frac{2500}{800} = 3.125$$

3 سنوات:

شهر $1.5 = 12 \times 0.125$

اليوم $15 = 0.5 \times 30$

3 سنوات وشهر و15 يوم

- المشروع الثاني

$$DR'_2 = \frac{200}{100} = 2$$

- المشروع الثالث:

$$DR'_3 = \frac{15000}{5000} = 3$$

المشروع الرابع:

$$DR'_4 = \frac{1000}{2000} = 5$$

التمرين 02: يوضح الجدول الموالي 4 مشاريع مدة حياته 5 سنوات تحديد مدة حياة كل مشروع سنة شهر، يوم.

المشروع	I_0	CF_1	CF_2	CF_3	CF_4	CF_5
A	14000	5300	4500	4000	3000	4900
B	2000	220	300	700	750	900
C	11000	8000	7000	6000	5000	4000
D	2570	1000	1200	900	900	900

الحل:

مجموع تراكمي للمشروع (A)

$CF_1+CF_2+CF_3=13800$

$14000-13800=200$

$X \longrightarrow 200$

$1 \longrightarrow 3000$

$$X = \frac{200}{3000} = 0.066$$

$0.066x\ 12 = 0.8$

$0.8 \times 30 = 24$ يوم

3 سنوات و24 يوم.

مشروع (B):

$$\sum CF_B = CF_1 + CF_2 + CF_3 + CF_4 = 1970$$

2000-1970=30

$$X = \frac{30}{900} = 0.033$$

0.033x 12 = 0.4

0.4 x 30 = 12 يوم

4 سنوات و12 يوم.

مشروع (C):

CF_1 =8000

3000 $\longrightarrow$ X

7000 $\longrightarrow$ 1

$$X = \frac{3000}{7000} = 0.428x12$$

السنة	التدفق النقدي السنوي

=5.142

=0.142x30=4

سنة و5 أشهر و4 أيام.

مشروع (D):

$CF_1 + CF_2=2200$

2570-2200=370

$$X = \frac{370}{900} = (0.411x12)$$

=4.93

=0.93x30=27

سنتين و4 أشهر و27 يوم.

التمرين 03:

شركة تخطط للاستثمار في مشروع بقيمة 50000 ون المشروع

يتوقع أن يولد تدفقات نقدية سنوية كما يلي:

1	**10,000**
2	**15,000**
3	**20,000**
4	**15,000**

المطلوب:

- احسب فترة الاسترداد.
- ماذا يحدث إذا تغير التدفق النقدي في السنة الثالثة إلى 10000؟
- الحل:
- الخطوة 1: حساب فترة الاسترداد
- نحسب المبلغ المسترد بشكل تراكمي حتى يتم تغطية الاستثمار الأصلي (50,000 دولار).

التدفق التراكمي	التدفق النقدي السنوي	السنة
10000	10,000	1
25,000	15,000	2
45,000	20,000	3
60,000	15,000	4

- في نهاية السنة الثالثة، يكون المبلغ التراكمي 45,000 ون، وهو أقل من الاستثمار الأصلي.

- في السنة الرابعة، نحتاج إلى استرداد الباقي من الاستثمار، وهو: 50,000−45,000=5,00050,000−45,000=5,000.

- التدفق النقدي في السنة الرابعة هو 15,000ون، لذا:الجزء من السنة الرابعة المستردة 5,000/15,000=0.33

إذن، فترة الاسترداد = 3 سنوات + 0.33 = 3.33 سنة.

الخطوة 2: عند تغير التدفق النقدي في السنة الثالثة إلى 10,000

السنة	التدفق النقدي السنوي	التدفق التراكمي
1	**10,000**	**10,000**
2	**15,000**	**25,000**
3	**10,000**	**35,000**
4	**15,000**	**50,000**

- في هذه الحالة، يتم استرداد الاستثمار بالكامل عند نهاية السنة الرابعة.

فترة الاسترداد = 4 سنوات.

التمرين 04:

قدرت إدارة أحد شركات أن تكلفة مبدئيا لمشروع استثماري مبلغ 10000000 وأن العمر الإنتاجي يقدر بـ 5 سنوات أما قيمة تدفقات السوق صافية خلال عمر المشروع قدرت على الترتيب كما يلي:

1600000، 20000000، 3000000، 3400000،

3600000.

باستخدام معيار فترة استرداد متى تسترجع تكلفة الأقلية؟

الحل:

سنوات	**CF**	**ΣCF**
01	1600000	1600000
02	2000000	3600000
03	3000000	6600000
04	3400000	100000000
05	36000000	136000000

فترة الاسترداد هي 4 سنوات.

إيجابيات وسلبيات معيار فترة الاسترداد (دون الاخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود)

أولا: إيجابيات معيار فترة الاسترداد (دون الأخذ بالقيمة الزمنية للنقود):

1-سهولة الفهم والتطبيق:

يعتبر معيار فترة الاسترداد من أبسط المعايير المالية التي يمكن للمستثمرين ومديري المشاريع استخدامها، حيث لا يتطلب معادلات رياضية معقدة.

2-تحديد المخاطر بسرعة:

يساعد على قياس مدى سرعة استرداد رأس المال المستثمر، مما يوفر مؤشرًا أوليًا على مستوى المخاطرة المرتبطة بالمشروع.

3-أداة فعّالة لاتخاذ القرارات قصيرة الأجل:

يُفضل عند تقييم المشاريع التي تكون فيها الأولوية للسيولة السريعة أو استعادة الاستثمار في وقت قصير.

4-منخفض التكلفة:

لا يتطلب حسابات معقدة أو بيانات كثيرة، وبالتالي يمكن استخدامه بسرعة دون تكلفة كبيرة في التحليل.

ثانيا: سلبيات معيار فترة الاسترداد (دون الأخذ بالقيمة الزمنية للنقود):

1-تجاهل القيمة الزمنية للنقود:

لا يأخذ في الاعتبار أن قيمة الوحدة النقدية اليوم أعلى من قيمة الوحدة النقدية في المستقبل بسبب التضخم أو تكلفة الفرصة البديلة.

2-إهمال التدفقات النقدية بعد فترة الاسترداد:

يركز فقط على الوقت اللازم لاسترداد الاستثمار دون النظر إلى الأرباح المتوقعة بعد تلك الفترة.

3-عدم قياس الربحية الشاملة:

لا يعطي صورة واضحة عن العائد الكلي على الاستثمار أو ما إذا كان المشروع مربحًا على المدى الطويل.

4-غير مناسب للمشاريع طويلة الأجل:

قد يؤدي التركيز على استرداد الاستثمار بسرعة إلى إغفال المشاريع التي تكون ذات عوائد عالية ولكنها تحتاج وقتًا أطول.

5-عدم مراعاة المخاطر:

لا يعكس التغيرات في التدفقات النقدية المستقبلية أو المخاطر المرتبطة بتحقيقها.

معيار معدل العائد المحاسبي:

يعرف كذلك بمتوسط العائد المحاسبي، تعتمد هذه الطريقة على مفهوم الربح المحاسبي وليس التدفق النقدي (الإرادات / التكاليف)، ويحسب بالعلاقة التالية:

معدل العائد المحاسبي = متوسط الربح المحاسبي/متوسط قيمة الاستثمار

حيث أن:

متوسط الربح المحاسبي = مجموع الربح المحاسبي/ العمر الإنتاجي ومتوسط قيمة الاستثمار = قيمة الاستثمار + القيمة المتبقية /2.

أما في حالة المفاضلة بين المشاريع نختار أكبر عائد محاسبي.

أما في حالة مردودية المشروع فيتم حسابه على أساس العائد المتوقع (معدل تكلفة الفرقة البديلة).

مثال تطبيقي: شركة استثمرت 100,000 ون في مشروع، وتتوقع أن تحقق الأرباح المحاسبية التالية على مدى 4 سنوات:

الربح المحاسبي	السنة
20,000	**1**
25,000	**2**
30,000	**3**
35,000	**4**

المطلوب:

احسب معدل العائد المحاسبي

الحل:

أولا: حساب متوسط الربح المحاسبي السنوي:

متوسط الربح المحاسبي السنوي

$$\frac{20000 + 25000 + 30000 + 35000}{4} = 27500$$

ثانيا: حساب المعدل المحاسبي

$$\frac{27500}{100000} = 0.275 \rightarrow 27.5\%$$

إيجابيات وسلبيات معدل العائد المحاسبي

أولا: إيجابيات:

1-سهل الحساب والفهم:

لا يتطلب حسابات معقدة.

2-يعتمد على البيانات المحاسبية المتاحة:

3 مناسب للمؤسسات التي تعتمد على البيانات المحاسبية التقليدية.

3-يُستخدم لمقارنة المشاريع:

يُمكن استخدامه للمفاضلة بين عدة مشاريع استثمارية.

ثانيا: السلبيات

1-إهمال القيمة الزمنية للنقود:

2-لا يأخذ في الاعتبار أن الأموال اليوم لها قيمة أعلى من المستقبل.

3-اعتماده على الربح المحاسبي:

لا يُركز على التدفقات النقدية، مما قد يؤدي إلى تقدير غير دقيق لربحية المشروع.

4−عدم مراعاة المخاطر:

لا يأخذ في الاعتبار المخاطر المحتملة للتدفقات النقدية المستقبلية.

3 – مؤشر الربحية (IP)

نسبة الربحية (PI) في هذه الحالة تُحسب بشكل مبسط من خلال مقارنة إجمالي التدفقات النقدية المتوقعة للمشروع مع التكلفة الأولية للاستثمار دون تطبيق الخصم على التدفقات النقدية المستقبلية.

ويتم حساب مؤشر الربحية وفق المعادلة التالية

$$IP = \frac{\text{اجمالي التدفقات النقدية المتوقعة}}{\text{التكلفة الاولية للاستثمار}}$$

مبدأ اتخاذ القرار:

إذا كانت :IP>1 المشروع مربح.

إذا كانت :IP=1 المشروع يعادل تكلفة الاستثمار.

إذا :IP<1 المشروع غير مربح.

مثال:

مشروع يتطلب استثمارًا أوليًا قدره 100,000ون، ويحقق تدفقات نقدية سنوية لمدة 3 سنوات كما يلي:

السنة	التدفق النقدي السنوي
1	**50,000**
2	**40,000**
3	**30,000**

المطلوب :احسب نسبة الربحية (PI) دون أخذ القيمة الزمنية للنقود بعين الاعتبار.

الحل:

لدينا

$$IP = \frac{\text{اجمالي التدفقات النقدية المتوقعة}}{\text{التكلفة الاولية للاستثمار}}$$

$$\frac{50000 + 40000 + 30000}{100000} = 1.2$$

مؤشر الربحية أكبر من واحد وحسب هذا المعيار فان المشروع مربح

إيجابيات وسلبيات مؤشر الربحية :

إيجابيات مؤشر الربحية دون القيمة الزمنية للنقود:

1-سهولة الحساب:

2-لا يتطلب استخدام معدلات الخصم أو حساب القيمة الحالية.

3-يعطي فكرة عامة عن مدى ربحية المشروع مقارنة بتكلفته.

4-مناسب للمشاريع قصيرة الأجل:

5-يُفضل عندما تكون الفروقات الزمنية بين التدفقات النقدية صغيرة.

سلبيات مؤشر الربحية دون القيمة الزمنية للنقود:

1-إهمال القيمة الزمنية للنقود:

2-لا يأخذ في الاعتبار أن قيمة المال اليوم تختلف عن المستقبل.

3-غير دقيق للمشاريع طويلة الأجل:

4-قد يؤدي إلى قرارات غير صحيحة إذا كانت التدفقات النقدية موزعة على سنوات كثيرة.

5-يتجاهل المخاطر:لا يعكس تأثير المخاطر على التدفقات النقدية المستقبلي

التدفقات النقدية:(Cash Flows)

1-تعريف التدفقات النقدية:

التدفقات النقدية تمثل حركة الأموال الداخلة والخارجة من المشروع أو الشركة خلال فترة زمنية محددة. تعكس التدفقات النقدية القدرة المالية للمشروع على تحقيق السيولة اللازمة لتغطية التكاليف التشغيلية والاستثمارية وتحقيق الأرباح.

2- أنواع التدفقات النقدية:

2-1 التدفقات النقدية الداخلة:(Cash Inflows)

هي الأموال التي تدخل إلى المشروع أو الشركة نتيجة الأنشطة التشغيلية أو الاستثمارية. وتشمل:

- الإيرادات الناتجة عن بيع السلع أو الخدمات.
- العوائد من الاستثمارات مثل الأرباح أو الفوائد.
- القروض أو التمويلات التي تحصل عليها الشركة.
- بيع الأصول مثل المعدات أو الأراضي.

- 2-2التدفقات النقدية الخارجة:(Cash Outflows)

هي الأموال التي تخرج من المشروع أو الشركة لدفع النفقات أو الاستثمارات. وتشمل:

- التكاليف التشغيلية مثل الأجور، وفواتير الكهرباء، والمواد الخام.
- شراء الأصول الثابتة أو المعدات.
- تسديد القروض والفوائد.
- توزيعات الأرباح على المساهمين.

3- أنواع التدفقات النقدية حسب النشاط:

-3-1- التدفقات النقدية من الأنشطة التشغيلية (Operating Cash Flows):

- تشمل الأموال الناتجة عن الأنشطة الأساسية للمشروع مثل بيع المنتجات أو تقديم الخدمات.
- تُظهر مدى قدرة المشروع على توليد النقد من نشاطه الرئيسي.

2-3 .التدفقات النقدية من الأنشطة الاستثمارية (Investing Cash Flows):

- تشمل الأموال الناتجة عن شراء أو بيع الأصول الثابتة والاستثمارات.
- قد تكون هذه التدفقات سلبية عند شراء أصول أو إيجابية عند بيعها.

3-3 التدفقات النقدية من الأنشطة التمويلية (Financing Cash Flows):

- تشمل الأموال الناتجة عن تمويل المشروع، مثل إصدار الأسهم، أو الحصول على قروض، أو تسديدها.
- تُظهر كيفية تمويل المشروع لعملياته واستثماراته.

4-حساب التدفقات النقدية الصافية:

التدفقات النقدية الصافية=التدفقات النقدية الداخلة–التدفقات النقدية الخارجة

التمرين الاول:

من أجل اقتناء معدات صناعية بمبلغ متضمن الرسم526500 DA =TTC،و الرسم قابل للاسترجاع بمعدل 17 %.تهتلك المعدات بمعدل 25 % و تتطلب - :الأعباء الإضافية المتوقعة خلال مدة الاستعمال في السنة الاولى 80000 دج، أما السنوات المتبقية فتزداد كل سنة عن التي قبلها بـ: 10000 دج - .المنتوجات الإضافية المتوقعة خلال مدة الاستعمال في السنة الأولى 350000دج أما السنوات المتبقية فتزداد كل سنة عن التي قبلها بـ: 50000 دج .المطلوب: 1 .-تحديد المبلغ خارج الرسم؟ -2- إعداد جدول التدفقات النقدية السنوية الصافية لهذه المعدات حيث معدل الضريبة 25 %؟

الحل:

1. **تحديد المبلغ خارج الرسم:**

لمبلغ خارج الرسم HT= المبلغ متضمن الرسم (TTC) /1+ معدل الرسم المبلغ خارج الرسم = 450000 =1.17/526500.

2. **إعداد جدول التدفقات النقدية الصافية:**

3. قسط الاهتلاك السنوي= المبلغ القابل للاهتلاك/مدة المنفعة

= 4/450000= 112500دج.

السنوات	0	1	2	3	4
تكلفة الشراء	450 000				
رقم الأعمال السنو ي		350 000	400 000	450 000	500 000
التكاليف المتغيرة		80 000	90 000	100 000	110 000
قسط الاهتلاك		112 500	112 500	112 500	112 500
النتيجة قبل الضرائب		157 500	197 500	237 500	277 500
الضريبة على أرباح شركات		39 375	49 375	59375	69 375
النتيجة الصافية		118 125	148 125	178 125	208 125
الاهتلاك		112 500	112 500	112 500	112 500
صافي التدفق النقدي		**230 625**	**260 625**	**290 625**	**320 625**

تمرين: بغرض إنتاج منتوج x يتاح أمام أحد المؤسسات إمكانية الحصول على واحد من إثنين وقد توفرت لها المعلومات التالية:

- العمر الاقتصادي.
- صلاحية الآلة.
- العمر الإنتاجي.
- يحدد م؟؟؟؟؟؟؟؟؟ تدفقات.

	معلومات حول الآلات يطبق الاهتلاك الخطي			**الكميات المنتجة الساعة x**				
	تكلفة شراء	**معدل الاهتلاك**	**معدل الضريبة**	**سنة 01**	**سنة 02**	**سنة 03**	**سنة 04**	**سنة 05**
μ_1	70000	20%	30%	1400	1200	1400	1600	1500
μ_2	90000			1600	14000	1400	1200	1200

إذا علمت أن سعر البيع للوحدة الواحدة من x (130) بتكلفة 90 للوحدة ولمدة خارج الضريبة واهتلاكات أي الآليتين ستختار مؤسس وفق لمعيار فترة التردد؟

نحسب اهتلاك للأجل تجديد استثمار.

الحل:

1-حساب التدفق النقدي الصافي:

سعر 130.

تكلفة 90.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
رقم الأعمال	182000	156000	182000	208000	195000
تكلفة متغيرة	126000	108000	126000	144000	135000
تكلفة ثابتة	14000	14000	//	//	//
النتيجة	42000	34000	42000	50000	46000

الإجمالية					
الضريبة	12600	10200	12600	15000	13800
النتيجة الصافية	29400	23800	29400	35000	32200
الاهتلاك	14000	14000	//	//	//
تدفق صافي	43400	37800 8 أشهر 13 يوم	43400 26600	49000	46200

مثال 2:

بغرض مساعدة شركة α على اتخاذ قرار شراء آلة جديدة تعطى لديك البيانات التالية:

- قيمة الاستثمار I_0 1000 ون.
- قسط الاهتلاك سنوي 200 ون.
- رقم الأعمال سنوي هو كالتالي:
- سنة 1 = 900 ون.
- سنة 2= 10000 ون.
- سنة 3= 1210 ون.

- سنة 4= 1331 ون.
- سنة 5= 1464 ون.

التكاليف السنوية خارج الاهتلاك الإجمالي:

- تكاليف متغيرة 60% من وقع الأعمال (0.6 من CA).
- تكاليف ثابتة 200 ون.
- معدل ضريبة على أرباح 30%.
- القيمة المتبقية 120 ون.
- معدل العائد أدنى، المطلوب هو 18%.

المطلوب:

حساب التدفقات النقدية السنوية بماذا تنصح المؤسسة بشأن شراء هذه الآلة؟

الحل:

المزايا:

- يأخذ بعين الاعتبار كل تدفقات.
- سهولة التطبيق.

العيوب:

- إهمال عنصر الزمن.
- إهمال توقيت التدفقات النقدية.

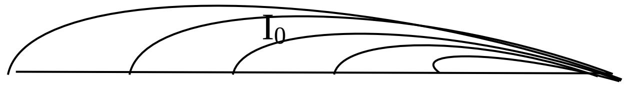
التقييم في ظل وجود تأثير الزمن على قيمة تدفقات النقدية الأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود.

مفهوم القيمة الحالية:

تعرف قيمة المساوية للسلسلة من تدفقات نقدية مستقبلة في وقت الحاضر يتم حسابها عن طريق خصم تدفقات المستقبلة لمعدل خصم معلوم يحدد طبقا لمفهوم القيمة الوقتية لنقود رياضية يتم قياسها وفق الآتي:

$FV = PV\ (1+t)^t$

$$PV = \frac{FV}{(1+t)^t} \quad PV = FV(1+t)^t$$



$$CF_5^5 \quad CF_4^4 \quad CF_3^3 \quad CF_2^2 \quad CF_1^1$$

$$VAN = [C_1^F(1+K)^{-1} + C_2^F(1+K)^{-2} + C_3^F(1+K)^{-3} + C_4^F(1+K)^{-4} + C_5^F(1+K)^{-5}] - I_0$$

$$VAN = C_1^F \frac{1-(1+K)^{-t}}{K} - I_0$$

مثال:

تم اقتراح على شخص معين ما يلي:

دفع 1000 وحدة نقدية في الوقت الحالي أو 520 بعد سنة، 540 سنتين علما أن معدل خصم 5%.

الحل:

$PV = 540(1+0.05)^{-2}$

$PV = 520(1+0.05)^{-1}$

$PV = 985.03$

نختار الخيار 02.

معيار فترة الاسترداد المستحدثة نظرا لعيوب فترة الاسترداد أتى اقتصاديين بما يسمى بفترة الاسترداد المستحدثة التي تأخذ بعين الاعتبار قيمة زمنية لنقود.

مثال: مشروع استثماري بقيمة 10000 وحدة ن يحقق التدفقات النقدية التالية:

- نهاية السنة الأولى 2550.
- ونهاية السنة الثانية 3500.
- نهاية السنة الثالثة 4500.
- نهاية السنة الرابعة 4000.

إذا علمت أن العمر الإنتاجي هو (4) سنوات معدل الخصم 10% أحسب فترة الاسترداد المستحدثة؟

الحل:

CF		**المستحدثة**	
1	2500	2272.72	2272.72

5165.28 8546.19 11278.24	2892.56 3380.91 2732.05	3500 4500 4000	2 3 4

10000-8546.19=1493.81

$1453.81 \longrightarrow x$

$2732.05 \longrightarrow 1$

3 سنوات x=6.38 و6 أشهر 11 يوم.

مستحدثة

$CF' = CF\,(1+K)^{-t}$

مثال:

C	B	A	
(7000)	(7000)	(7000)	**0**
3000	3000	4000	**1**
3000	3000	4000	**2**
2500	2500	4000	**3**
5000	/	/	**4**

ليكن لديك (3) مشاريع C, B, A بمعدل الاستحداث 10% وتدفقات نقدية معطاة في جدول أعلاه.

المطلوب: حساب فترة الاسترداد مستحدثة وقارن بينهما؟

الحل:

معيار القيمة الحالية الصافية:

نظرا لعيوب فترة الاسترداد المستحدثة والتي لا تأخذ بعين الاعتبار التدفق الذي يأتي بعد استرداد رأس المال أي الاقتصاديون بما يسمى بمعيار صافي القيمة الحالية يتم حسابها وفق حالتين:

حالة تدفقات غير منتظمة وبالتالي يتم حسابها وفق الآتي:

$$VAN = \frac{CF_1}{(1+K)} + \frac{CF_2}{(1+K)^2} + \cdots \frac{CF_n}{(1+K)^t} - I_0$$

أي:

قيمة حالية للتدفقات الداخلة.

قيمة حالية للتدفقات الخارجة.

$$VAN = \frac{CF_1}{(1+K)} + \frac{CF_2}{(1+K)^2} + \cdots \frac{CF_n}{(1+K)^t} - I_0 =$$
$$= \frac{CF_1}{(1+K)} + \frac{CF_1}{(1+K)^2} + \cdots \frac{CF_1}{(1+K)^N} - I_0$$

$$VAN = CF_1 \frac{1-(1+K)^t}{K} - I_0$$

من خلال VAN نلاحظ ما يلي:

إذا كانت VAN>0 يتم قبول المشروع.

أما في حالة مفاضلة في مشاريع قيم اختيار VAN أكبر

VAN<0 يتم رفض المشروعين.

VAN=0 يتم دراستها بعد دراسة قيم VAN أو ما يسمى

بمعدل عائد داخلي TRI.

فيما يلي البيانات الخاصة بمشروعية استثمارين A و b

المشروع	**مدة المشروع**	**القيمة المتبقية للمشروع VR**	**التدفقات السنوية**					
			0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
A	5 سنوات	1000	20000	5000	10000	10000	3000	2000
B	5 سنوات	2000	30000	20000	10000	5000	3000	2000

-أحسب VAN لكلا A وB علما أن معدل تكلفة رأس المال 10%.

الحل:

$$VAN_A = \frac{CF_1}{(1+K)} + \frac{CF_2}{(1+K)^2} + \frac{CF_3}{(1+K)^3} + \frac{CF_4}{(1+K)^4} + \frac{CF_5}{(1+K)^5} + \frac{NR}{(1+K)^5} - I_0$$

$$VAN_A = \frac{5000}{(1+0.1)} + \frac{10000}{(1+0.1)^2} + \frac{10000}{(1+0.1)^3} + \frac{3000}{(1+0.1)^4} + \frac{2000}{(1+0.1)^5} + \frac{10000}{(1+0.1)^5} - 20000 = \mathbf{4234.85}$$

VANB= **-11628.07**

مثال 2:

أمام أحد المؤسسات إمكانية استثمار في مشروع استثماري بقيمة 15000 يحقق تدفقات نقدية ثابتة بقيمة 3500 على طول عمره اقتصادي مقدرة بـ 5 سنوات.

إذا كانت رأس المال 10% هل تفصح المؤسسة بقبول المشروع؟

مثال 3:

مؤسسة إنتاجية تمدك بالمعلومات التالية:

- قيمة استثمار I0 100000 يهتلك خطيا خلال خمس سنوات.
- الكمية المنتجة والمباعة 1500 سنويا (يفترض ثباتها خلال فترة المشروع).
- تباع الوحدة الواحدة من منتوج بسعر ثابت يفترض بقاءه خلال فترة المشروع.

- التكاليف المتغيرة 20% من رقم الأعمال.
- التكاليف الثابتة خارج اهتلاك 1000 و.ن.
- معدل ضريبة 30%.
- معدل تكلفة رأس المال 8%.

- أحسب قيمة تدفق نقدي بدلالة B؟
- أكتب معادلة صافي قيمة الحالية بدلالة B؟
- بافتراض أن سعر البيع P=20 هل تنصح المؤسسة بقبول المشروع؟
- حدد مجالات قبول المشروع؟

الحل 01:

$$VAN = CF\left(\frac{1-(1+K)^{-t}}{0.1}\right) - I_0$$

$$VAN = 3500\left(\frac{1-(1.01)^{-5}}{0.1}\right) - 15000$$

VAN= -1732.24

بما أن VAN<0 المشروع ليس له مردودية (مرفوض).

الحل 02:

حساب التدفق النقدي بدلالة P:

لدينا 100000 =I0 والاهتلاك

الاهتلاك $\frac{100000}{5} = 20000$

رقم الأعمال = سعر البيع x الكمية.

	1	2	3	4	5
رقم الأعمال	1500P	1500P	1500P	1500P	1500P
؟؟؟؟؟؟ متغيرة	300P	300P	300P	300P	300P
؟؟؟؟؟ ثابتة	21000	21000	21000	21000	21000
قيمة إجمالية	1200 P-21000				
الضريبة	360P-6300				
قيمة صافية	840 P-14700				
CF	840 P-5300				

معادلة صافي القيمة الحالية VAN بدلالة P=

–لدينا التدفقات النقدية المنتظمة ومنه

$$VAN = \ CF\left[\frac{1-(1-K)^{-t}}{K}\right] - I_0$$

VAN= 5840P + 5300)

$$\left(\frac{1-(1-(1.08)^{-5}}{0.08}\right) - 100000$$

بافتراض P=20

نقوم بالتعويض

$$VAN = 2\ 210 = \left(\frac{1-(1.08)^{-5}}{0.08}\right) - 100000$$

VAN= 88.238.89 – 100000= -11761.10818

تحديد مجال (P):

$$840P + 530 = \frac{1-(1.08)^{3}}{0.08} - 100000 = 0$$

$$840P\left(\frac{1-(1.08)^{3}}{0.08}\right) = 100000 - 5300x\ \frac{1-(1.08)^{-5}}{0.08}$$

P=23.5

مسألة 01:

أرادت شركة صناعية أن تستبدل آلة قديمة بأخرى جديدة بغرض التقليل من مصاريف تشغيل وصيانة حيث أن تكلفة الآلة الجديدة 40000 ألف، يقدر عمرها الإنتاجي 10 سنوات دون أي عطل، الآلة الحالية (القديمة) يمكن أن تباع بـ 5000 ون، تكاليف تشغيل وصيانة سنوية تقدر بـ 25000 ون بالنسبة للآلة القديمة، غير أنها ستنخفض 18000 ون كل سنة بالنسبة للآلة الجديدة.

شركة تشرط عائد قدره 15% حق ثقيل مثل هذه المشاريع.

المطلوب:

هل من مصلحة الشركة استبدال الآلة الجديدة بالقديمة؟

باستخدام صافي في الحالية.

الحل:

1-تحديد I_0:

تكلفة الشراء للآلة الجديدة 40000-5000=35000.

2-تحديد التدفقات الجارية، تدفق سنوي:

25000-18000= 7000

$$VAN = C_1^F \frac{1-(1+K)^{-6}}{K} - I_0$$

$$VAN = 7000 \frac{1-(1.15)^{-10}}{0.15} - 35000$$

$= 131.38$ ون

مسألة 02:

يفاضل مدير مؤسسة صناعية بين آلتين A وB لهما نفس مدة الحياة ومقدر بـ 5 سنوات بالإضافة إلى المعلومات الآتية:

- سعر شراء A خارج رسم 1000000 ألف وحدة ن.

- سعر B 1500000 حجم منتجات التقديرية محتمل بيعها على النحو الآتي:

- السنة 1: 2000.
- السنة 2: 3000.
- السنة 3: 4000.
- السنة 4: 4500.
- السنة 5: 4000.

سعر البيع للوحدة 25 ون تمثل تكاليف متغيرة 40% من رقم الأعمال و 32% بالنسبة لـ B.

تهتلك A نسبة لهتلاك خطي.

أما B اهتلاك متناقص في نهاية مدة الخامسة، يتم تنازل عن الآلة بـ 30000 ؟؟؟؟؟؟؟ A و 4000 بالنسبة لـ B تقدر احتياجات رأس المال العام BFR 18 يوم من رقم أعمال معدل الضريبة على أرباح 19% معدل استحداث 10%.

المطلوب:

- إعداد جدول التدفقات النقدية لكل آلة؟
- حساب الفترة المستحدثة والقيمة المالية؟
- ما هو اختيار أفضل بالنسبة للآلتين؟

الحل:

1-حساب تدفق نقدي بالنسبة A:

حساب اهتلاك بالنسبة A:

$$I_0 = \frac{1200000}{5} = 240000$$

التدفق النقدي الصافي:

النتيجة الصافية + اهتلاك – BFR + فائض التنازل عن الآلة.

2-حساب اهتلاك لـ B:

الاهتلاك المتناقص = I_0.

حساب صافي القيمة المالية لـ A وB:

$VAN_B = 328300(1.1)^{-1} + 120400(1.1)^{-2} + 536990(1.1)^{-3} + 608080(1.1)^{-4} + 622980(1.1)^{-5} - 1500000 = 351489.46$

$VAN_A = 211300(1.1)^{-1} + 332800(1.1)^{-2} + 460550(1.1)^{-3} + 553800(1.1)^{-4} + 546800(1.1)^{-5} - 1200000 = 317262.6$.

نختار الآلة B.

معدل العائد الداخلي:

هو ذلك المعدل الذي يسمح بتساوي القيم الحالية للتدفقات النقدية داخلة مع التدفقات النقدية الخارجة أي بمعنى آخر VAM=0.

يتم حسابه وفق الآتي:

$$I_0 = CF_1(1+TRI)^{-1} + CF_2(1+TRI)^{-2} + CF_n(1+TRI)^{-n}$$

$$I_0 = CF\frac{1-(1+TRI)^{-t}}{TRI}$$

إذا كان TRI سالب المشروع ليس له مردودية عكس إذا كان موجب.

مثال: ليكن لديك معلومات مشروع A

$I_0= 1000$

$CF_4=700$

$CF_8=900$

أحسب ما يلي: إذا علمت تكلفة رأس المال صافي قيمة حالية معدل عائد داخلي 9% بافتراض صافي قيمة حالية للمشروع A عند معدل التحديث % 70000 ون وأن معدل عائد داخلي يساوي 12%. أحسب رأس المال علما أن مدة حياة المشروع وتدفقات نقدية سنوية منتظمة.

الحل:

-حساب VAM

$VAM= CF_4(1+K)^{-4} + CF_8(1+K)^{-8} – I_0 = 700(1+0.09)^{-4} + 900(140.09)^{-8}= 10000$

$VAM= 52.42.$

-معدل عائد داخلي:

$I_0= CF_4(1+TRI)^{-4} + CF_8(1+TRI)^{-8}$

$1000 = 700(1+TRI)^{-4} + 900(1+TRI)^{-8}= 10000$

$7\ (1+TRI)^{-4} + 9\ (1+TRI)^{-8} - 10 = 0$

نضع $X = (1+TRI)^4$

$9X^2+7X-10=0$

$X_1 = 0.7344$

$(1+TRI)^{-4} = 0.73444$

$(1+TRI) + 0.7344$

TRI= 0.08

1–تحديد المعدل الداخلي لـ B:

$TRI \longrightarrow VAM$

$$K_1 \begin{cases} 10V_1 \rightarrow 423.216 \\ 20V_1 \rightarrow -18.86 \end{cases}$$

$$TRI = K_1 + (K_2 - K_1)\frac{V_{N1}}{VN_1 + VN_2}$$

$$TRI = 10+(20-10) - \frac{423.216}{423.216+18.861}$$

TRI= 1914%

2	1	0	+
-10	10	-16	CF

–أحسب TRI.

ماذا تلاحظ؟

الحل:

$$VAN = -1.6 + \frac{10}{(1+TRI)}$$

$$-\frac{10}{(1+TRI)^2}$$

التمرين الخامس:

بطريقة حصر:

إيجاد العائد الداخلي للمشاريع.