

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA
FACULTE DES MATHÉMATIQUES ET
DE L'INFORMATIQUE



DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUE

MEMOIRE de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de MASTER

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématique

Spécialité : Fondamentales et appliquées

Par: Zohir Merriche

SUJET

**Résolution des équations intégrales
par méthode de Newton-Kantorovich**

Devant le jury:

**M.Nadir
A.Khirani
B.Gagui**

**Université de M'sila
Université de M'sila
Université de M'sila**

**Président
Rapporteur
Examineur**

Promotion : 2015/2016

1.4	Résolution numérique des équations intégrales	22
1.4.1	méthode de trapèze	23
2	équations intégrales non linéaire	26
2.1	Existence et unicité de la solution de l'équation intégrale non linéaire	26
2.1.1	Existence	26
2.1.2	Existence et Unicité de la solution (B/NV)	27
2.2	Méthodes analytiques de résolution des équations intégrales non linéaire	28
2.2.1	Méthode de la transformée de Laplace	30
Introduction		1
1 Analyse fonctionnelle des équation intégrales		2
1.1	Opérateurs intégrales linéaires	2
1.2	Opérateurs compacts	3
1.2.1	Ensembles compacts	3
1.2.2	Ensembles relativement compacts	3
1.2.3	Opérateurs compacts(définition)	4
1.3	Opérateurs produits	4
1.4	Equations à noyau compact	5
1.5	Introduction à la théorie des équations intégrales	7
1.5.1	Classification des équation intégrales	9
1.5.2	La théorie des équations intégrales	10
2 Equations intégrales linéaire		13
2.1	Existence et unicité de la solution de l'équation intégrale	13
2.1.1	Introduction à la théorie du point fixe	13
2.2	Méthodes analytiques de résolution des équations intégrales	14
2.2.1	Solution des EI de 2 ^{ème} espèce par les noyaux itérés (Méthode de Picard)	14
2.2.2	Méthode des déterminants (de Fredholm)	18
2.3	Méthodes particulières	20
2.3.1	Méthodes pour les Noyaux dégénérés	20

2.4	Résolution numérique des équations intégrales	22
2.4.1	méthod de trapèze	23
Ces travail est reparti en trois chapitres		
3	équations intégrales non linéaire	26
3.1	Existence et unicité de la solution de l'équation intégrale non linéaire	26
3.1.1	Existence et Unicité de la solution(EINF)	26
3.1.2	Existence et Unicité de la solution(EINV)	27
3.2	Méthodes analytiques de résolution des équations intégrales non linéaire	30
3.2.1	Méthode La transformée de Laplace	30
3.2.2	Méthode des approximations successives	31
3.2.3	Méthode de Newton-Kantorovich	33
3.3	Résolution numérique par la méthode newton-kantorovich Quadra- ture	36
3.4	Programation sous matlab	39
3.5	Conclusion	44

solution approchée par la méthode de **newton-kantorovich** qu'on peut considérer parmi les meilleures méthodes d'approximation.

Notre travail est reparti en trois chapitres.

On a commencé dans le **premier chapitre** par une introduction sur les opérateurs (intégrales, compact, produit) et présente une classification entre les équations intégrales linéaires et non-linéaires, et on va traiter dans les espaces de dimension finie en parlant de la théorie de Riesz, l'alternative de Fredholm et le théorème de Picard.

Le **deuxième chapitre** consiste à la résolution analytique et numérique des équations intégrales linéaires tel que le noyau est continu, en appliquant quelques théorèmes classiques du point fixe.

Le **dernier chapitre** représente le but de ce mémoire, où on va faire une étude large sur les équations intégrales non linéaire, nous avons donc étudié à la méthode analytique (La transformée de Laplace, approximations successives, Newton-Kantorovich) et la numérique (Newton-Kantorovich Quadrature) à fin de démontrer l'existence et l'unicité de la solution de cette équation. Avec une résolution numérique à ces équations et leur comparaison avec les solutions exactes.

3.5 Conclusion

Dans ce mémoire on a étudié les équations intégrales non linéaires ,et où on va démontré l'existence et l'unicité de la solution de ces équations et on chercher une solution approchée par la méthode **newton-kantorovich** du qu'on peut considérer parmi les meilleures méthodes d'approximation.

On a commencé dans le premier chapitre par quelques préliminaires sur les espaces fonctionnels et les opérateurs et on a donné la classification des équations integrales et quelques propriétés.puis en parlant de la théorie de Riesz, l'alternative de Fredholm et le théorème de Picard.

Dans le deuxième chapitre , on a montré l'existence des solutions continues des équations intégrales linéaires de Volterra et de Fredholm par l'application des théorèmes du point fixe dans $C([a, b])$. puis à la résolution analytique et numérique des équations.

Dans le troisième chapitre nous avons traité les équations intégrales non-linéaires, où on a étudié l'existence et l'unicité des solutions continues de ces équations.Avec une résolution numérique à ces équations et leur comparaison avec les solutions exactes.

- [6] M. MOURBAË Sur les Solutions des Equations Intégrales et Différentielles, Mémoire de MAGISTER université de M'sila 2009.
- [7] A. Karoui On the Existence of Continuous Solutions of Nonlinear Integral Equations, University of Carthage,Department of Mathematics, Faculty of Sciences of Bizerte, Jarzouna 7021, Tunisia April 18(2005) 299-303.
- [8] B.GAGUI Résolution des Equations Intégrales par les Méthodes Adaptatives,Mémoire de MAGISTER université de M'sila 2006.
- [9] R. Precup, Methods in Nonlinear Integral Equations, Springer Science+Business Media, 2002.
- [10] Srishti D. Chatterji . Cours d'analyse 3 Equations Différentielles Ordinaires Et aux Dérivées partielles, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1989.

- [11] **B.GAGUI** Sur les équations intégrales dans les espaces d'Orlicz Mémoire de doctorat 2015
- [12] Alexander V. Mouskhelov and Andrei D. Polyanskii Handbook Of Integral Equations London, New York 1998
- [13] A.D. Polyanskii, A.V.M. **Bibliographie** RG press, 1998.

- [1] **M.RAHMAN** Integral equations and their application Great Britain 2007.
- [2] **M.NADIR** Cours d'analyse fonctionnelle, université de M'sila 2004.
- [3] **M.NADIR** Cours sur les équations intégrales, université de M'sila 2008.
- [4] **A.Khirani** Résolution des équations intégrales non linéaire type Volterra, Mémoire de magistère université de M'sila 2011.
- [5] **Abdul-Majid Wazwaz** Linear and Nonlinear Integral Equations Methods and Applications Chicago
- [6] **M MOUSSÄ** Sur les Solutions des Equations Intégrales et Différentielles, Mémoire de MAGISTER université de M'sila 2009.
- [7] **A. Karoui** On the Existence of Continuous Solutions of Nonlinear Integral Equations, University of Carthage, Department of Mathematics, Faculty of Sciences of Bizerte Jazouna 7021, Tunisia. Appl.18(2005) 299-305.
- [8] **B.GAGUI** Résolution des Equations Intégrales par les Méthodes Adaptatives, Mémoire de MAGISTER université de M'sila 2006.
- [9] **R. Precup**, Methods in Nonlinear Integral Equations, Springer-Science+Business Media, 2002
- [10] **Srishti D. Chatterji** . Cours d'analyse 3 Equations Différentielles Ordinaires Et aux Dérivées partielles, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes. 1989

- [11] **B.GAGUI** Sur les équations intégrales dans les espaces d'Orlicz Mémoire de doctorat 2015
- [12] **Alexander V. Manzhirov and Andrei D. Polyanin** Handbook Of Integral Equations london,new york 1998
- [13] **A.D. Polyanin, A.V.Manzhirov:** Integral equations, CRC press, 1998.

الملخص:

تلعب المعادلات التكاملية دوراً بارزاً في حل كثير من المشاكل الرياضية و الفيزيائية كما تساهم في المجال البحث العلمي حل المعادلات التكاملية غير ممكن تحليليا على العموم , في هذه الاطروحة قمنا باظهار طريقة عددية من اجل الحل التقريبي لمعادلات التكاملية في الطابع الدالي, وفي كل مرة كنا نهتم بدراسة الوجود و الوحدانية للمعادلة عندما تم تقديم النتائج العددية لمعادلة التكاملية المعطاة كما تم حساب الخطأ

الكلمات المفتاحية: معادلة فريدهولم , معادلة فولتيرا,نواة.

RESUMES:

Les équations intégrales sont issues d'une manière ou d'une autre à partir de plusieurs domaines de la recherche scientifique à la biologie, de la chimie et des sciences de la technologie. la résolution analytique de ces équations est pratiquement ardue, à savoir impossible dans la majeure partie des cas. cette mémoire présente des méthodes numériques efficaces pour la résolution approchée des équations intégrales dans un cadre fonctionnel, l'analyse de l'existence des solutions .

Mots clés: equation Fredholm, equation Volterra, noyau.

ABSTRACT:

Integral equations are the mathematical model of many problems with memory arising from reformulation in biology, chemistry, physics, engineering. However, the analytical solution of these equations is practically difficult with knowing impossible in more part of the cases. This work presents efficient methods for approximate numerical solution of the integral equations within a functional framework, in particular, analysis of existence of solutions.

Keywords: Fredholm equation, Volterra equation , noyau.