وزارة التعـــليـــم العـــالـــي و البحـــث العـــلمـــي

جـــامعـــة محـــمد بوضياف– المسيلة–

كـــليـــة العـــلـــوم الاقتصادية و عـــلـــوم التـــسيـــيـــر

والعلوم التجارية

مطبوعة دروس موجهة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك

فرع علوم التسيير

الإحصاء 04

- مدعم بتمارين ومسائل محلولة -

– حسب المقرر الرسمي لوزارة التعليم العالي والبحث العلمي –

من إعداد الاستاذ:

– د. بن الطاهر محـــمد لمين

السنة الجامعية 2025–2026

الفهرس العام

المحور الثالث: نظرية التقدير

المحور الرابع :اختبارات الفروض الإحصائية .

مقدمة عامة

مقدمة :

تندرج هذه المطبوعة في إطار مقياس الإحصاء الاستدلالي الموجّه لطلبة السنة الثانية في تخصصات علوم التسيير، العلوم التجارية، والعلوم الاقتصادية، وتهدف إلى تمكين الطالب من الإحاطة بالمبادئ النظرية والمنهجية التي يقوم عليها الاستدلال الإحصائي، باعتباره أداة علمية أساسية لتحليل الظواهر الاقتصادية والتجارية والتسيير واتخاذ القرارات في ظل عدم اليقين.

ويُعنى الإحصاء الاستدلالي بدراسة خصائص مجتمع إحصائي معيّن انطلاقًا من بيانات عيّنية، وذلك باستخدام أساليب علمية دقيقة تعتمد على نظرية الاحتمالات والتوزيعات الإحصائية. ومن هذا المنطلق، جاءت هذه المطبوعة لتكون مرجعًا بيداغوجيًا منظّمًا، يربط بين الجانب النظري والتطبيق العملي، ويُراعي متطلبات التكوين القاعدي للطالب في هذا المستوى الجامعي.

وقد تم تنظيم محتوى هذه المطبوعة في أربعة محاور مترابطة، تمثّل البنية الأساسية لمقياس الإحصاء الاستدلالي، على النحو الآتي:

المحور الأول: المفاهيم الإحصائية الأساسية

يُخصَّص هذا المحور لتقديم المفاهيم الأساسية التي يقوم عليها الاستدلال الإحصائي، مثل المجتمع الإحصائي، العيّنة، المتغيرات الإحصائية، المعلمات والإحصاءات، إضافة إلى مفاهيم الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية المتقطعة والمستمرة. ويهدف هذا المحور إلى إرساء قاعدة مفاهيمية صلبة تمكّن الطالب من فهم المراحل اللاحقة للمقياس والتعامل السليم مع الرموز والمصطلحات الإحصائية.

المحور الثاني: المعاينة وتوزيعات المعاينة

يتناول هذا المحور مفهوم المعاينة وأهميتها في الإحصاء الاستدلالي، مع التطرّق إلى طرق سحب العينات وشروط تمثيليتها. كما يتم فيه دراسة توزيعات المعاينة لمختلف الإحصاءات، وعلى وجه الخصوص توزيع المعاينة للوسط الحسابي، النسبة، والتباين، مع إبراز دور نظرية النهاية المركزية في تقريب التوزيعات، خاصة في حالة العينات الكبيرة. ويهدف هذا المحور إلى توضيح الأساس النظري الذي يسمح بالانتقال من العيّنة إلى المجتمع.

المحور الثالث: التقدير الإحصائي

يُعالج هذا المحور أساليب تقدير معلمات المجتمع اعتمادًا على بيانات العيّنة، حيث يتم التمييز بين التقدير النقطي والتقدير بالمجال (فترات الثقة). كما يتم عرض خصائص المقدِّرات الجيدة، مثل عدم التحيّز، الكفاءة، والاتساق. ويُبرز هذا المحور الدور المحوري للتقدير الإحصائي في إعطاء قيم تقريبية لمعلمات المجتمع مع تحديد درجة الثقة المصاحبة لها.

المحور الرابع: اختبار الفرضيات الإحصائية

يُخصَّص هذا المحور لدراسة منهجية اختبار الفرضيات الإحصائية كأداة لاتخاذ القرار، حيث يتم تعريف الفرضية العدمية والفرضية البديلة، ومستوى الدلالة، ومنطقة الرفض والقبول، إضافة إلى الأخطاء من النوع الأول والنوع الثاني. كما يتناول هذا المحور اختبارات الفرضيات المتعلقة بالوسط الحسابي، النسبة، والتباين، في حالات مجتمع واحد أو مجتمعين، مع مراعاة اختلاف الشروط كمعرفة أو جهل معلمات المجتمع وحجم العيّنة.

وفي الختام، تسعى هذه المطبوعة إلى تزويد الطالب بالمعارف الإحصائية الضرورية التي تمكّنه من فهم وتحليل البيانات الاقتصادية والتسييرية بشكل علمي ومنهجي، كما تُعدّ أساسًا ضروريًا لمواصلة الدراسة في المقاييس المتقدمة مثل الإحصاء التطبيقي والاقتصاد القياسي، وتساهم في بناء كفاءة الطالب في مجال التحليل الكمي ودعم القرار.

المحور الأول

مبادئ نظرية العينات

تمهيد:

يُعدّ المحور الأول مدخلًا أساسيًا لدراسة الإحصاء الاستدلالي، إذ يهدف إلى إرساء القاعدة المفاهيمية والمنهجية التي يقوم عليها هذا الفرع من علم الإحصاء. فلا يمكن للطالب الإحاطة بمبادئ المعاينة، التقدير، واختبار الفرضيات دون الفهم الدقيق للمفاهيم الإحصائية الأساسية التي تشكّل الإطار النظري العام للاستدلال الإحصائي.

يتناول هذا المحور تعريف المجتمع الإحصائي والعيّنة، وأنواع المتغيرات الإحصائية، والتمييز بين المعلمات والإحصاءات، إضافة إلى مفاهيم الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية. كما يُعالج طبيعة البيانات الإحصائية وأهميتها في دراسة الظواهر الاقتصادية والتسييرية، مع التركيز على الرموز والمصطلحات المستعملة في الإحصاء الاستدلالي، قصد توحيد الفهم وتفادي اللبس المفاهيمي.

ويهدف هذا المحور إلى تمكين الطالب من اكتساب لغة إحصائية سليمة، وفهم الأسس النظرية التي تسمح بالانتقال المنهجي من البيانات العيّنية إلى تعميم النتائج على المجتمع الإحصائي. كما يُمهّد هذا المحور لبقية محاور المقياس، باعتباره الأساس الذي تُبنى عليه دراسة توزيعات المعاينة، أساليب التقدير الإحصائي، واختبارات الفرضيات، بما يضمن للطالب تكوينًا متدرّجًا ومتكاملًا في الإحصاء الاستدلالي.

1- المفاهيم الإحصائية الأساسية :

تُعتبر المفاهيم الإحصائية الأساسية **الركيزة النظرية والمنهجية** التي يقوم عليها كل بحث علمي كمي، فهي التي تُعرّف الباحث بالحدود التي يعمل ضمنها، وتحدّد طبيعة الظاهرة المدروسة، ووحدة القياس، ومجتمع الدراسة. من دون هذه المفاهيم، تصبح البيانات مجرد أرقام مبعثرة لا معنى لها.

لأنه يمكّن الطالب من التمييز بين المفاهيم الأساسية التي سيستخدمها في التحليل الكمي والاستدلالي.

سنناقش هنا بالتفصيل المفاهيم التالية:

- المجتمع الإحصائي(Population)
- العينة(Échantillon / Sample)
- الوحدة الإحصائية(Unité Statistique)
- الصفة أو الخاصية(Caractéristique / Variable)
- أنواع المتغيرات(Types de Variables)

1-1 .المجتمع الإحصائي:

1-1-1.التعريف:المجتمع الإحصائي هو **مجموعة العناصر أو الوحدات التي تمثل الظاهرة المدروسة**،والتي يرغب الباحث في دراستها أو معرفة خصائصها، ويُرمز إليه غالبًا بالحرف اللاتيني Pأو Nللدلالة على العدد الكلي للوحدات.

فيعرف بانه كل مجموعة من الأفراد أو الأحداث أو الأشياء التي يمكن ملاحظتها وقياسها والمتعلقة بصفة محددة يراد تحليلها".

لذلك نقول ان المجتمع الإحصائي هو مجموعة **من الوحدات الاحصائية** التي تشترك في خاصية معينة وتشكل موضوع الدراسة الإحصائية".

1-1-2. أنواع المجتمعات الإحصائية:

ا- مجتمع محدود: يمكن حصر جميع عناصره وعدّها بسهولة.

مثال: جميع الطلبة المسجلين في السنة الأولى اقتصاد في جامعة المسيلة (عدد معروف ومحدود).

ب-مجتمع غير محدود :يصعب أو يستحيل حصر جميع عناصره.

مثال: عدد الحشرات في غابة، أو عدد الزوار لموقع إلكتروني بمرور الوقت.

1-1-3. خصائص المجتمع الإحصائي:

- يتكوّن من عناصر أو وحدات متجانسة في الصفة المدروسة.
- يختلف من دراسة لأخرى حسب الهدف.
- يمكن أن يكون ماديًا (أشخاص، سلع) أو مجردًا (أفكار، قرارات.(

أمثلة توضيحية:

مجال الدراسة	المجتمع الإحصائي	الصفة محل الدراسة
التعليم	طلاب الجامعة	المعدل السنوي
الاقتصاد	مؤسسات الإنتاج	الإنتاج الشهري
الصحة	مرضى المستشفى	ضغط الدم
الزراعة	مزارع القمح	المردود بالهكتار

1-2. **العينة:** العينة هي **جزء من المجتمع الإحصائي** يُختار وفق منهج علمي بحيث تمثل خصائص المجتمع تمثيلًا صادقًا.ويُرمز لحجمها عادةً بالحرف n.

1-2-1أهمية العينة:

- توفر الوقت والتكاليف مقارنة بدراسة كل المجتمع.
- تسمح بالتحليل العميق والتجريبي.
- تُعد الأساس في الدراسات الإحصائية الحديثة.

1-3. الوحدة الإحصائية : الوحدة الإحصائية هي **أصغر عنصر يمكن أن تُقاس عليه الصفة محل الدراسة** بمعنى آخر، هي الكيان الذي يُجمع حوله البيان الإحصائي.

مثال:

- عند دراسة رواتب الموظفين: الوحدة هي "الموظف."
- عند دراسة إنتاج المصانع: الوحدة هي "المصنع."
- عند دراسة الطلبة: الوحدة هي "الطالب."

1-3-1. خصائص الوحدة الإحصائية:

- تمثل أصغر جزء في المجتمع الإحصائي.
- يجب أن تكون قابلة للقياس والملاحظة.
- جميع الوحدات يجب أن تكون متجانسة بالنسبة للصفة المدروسة.

1-3-2. أنواع الوحدات الإحصائية:

- **وحدة مادية :** مثل شخص، سلعة، آلة.
- **وحدة معنوية :** مثل فكرة، قرار، مشروع.
- **وحدة زمنية :**مثل اليوم، الأسبوع، الشهر، السنة.

1-4. الصفة أو الخاصية :الصفة هي **الميزة أو الخاصية التي تُقاس أو تُلاحظ على وحدات المجتمع**.

وتُعدّ محور الدراسة الإحصائية لأنها تمثل الظاهرة المطلوب فهمها كمّيًا.

مثال: الدخل، العمر، المستوى التعليمي، الحالة المدنية، المهنة.

1-4-1. أنواع الصفات:

صفات كمية : يمكن قياسها بالأرقام (مثل الوزن، الدخل، السن)

صفات نوعية :لا تُقاس بالأرقام بل تُعبّر عن فئات (مثل الجنس، المهنة، الحالة الاجتماعية).

ملاحظة علمية:

أحيانًا يمكن تحويل الصفة النوعية إلى كمية بإعطائها رموزًا رقمية لتسهيل التحليل.

مثال: ذكر= 1، أنثى = 2.

المتغير: المتغير هو **الرمز أو الاسم الذي يُستخدم للدلالة على الصفة محل الدراسة**، ويُسمّى "متغيرًا" لأنه **يأخذ قيمًا مختلفة من وحدة إلى أخرى**.

مثال:

- المتغير "العمر" يمكن أن يأخذ القيم 18، 25، 40...
- المتغير "عدد الأطفال" يمكن أن يأخذ 0، 1، 2، 3...

أنواع المتغيرات حسب طبيعتها:

النوع	**الوصف**	**أمثلة**
نوعية	تصف فئات أو خصائص لا يمكن قياسها عددياً	الجنس، الحالة الاجتماعية
كمية متقطعة	تأخذ قيماً صحيحة منفصلة	عدد السيارات، عدد الطلبة
كمية مستمرة	تأخذ قيماً حقيقية تشمل الأجزاء العشرية	الطول، الوزن، الدخل الشهري

التمييز بين المتغير الكمي والنوعي:

الصفة	النوع	التمثيل
الجنس	نوعي اسمي	ذكر / أنثى
المستوى التعليمي	نوعي رتبي	ابتدائي / متوسط / ثانوي / جامعي
العمر	كمي مستمر	18.5سنة
عدد الأبناء	كمي متقطع	0، 1، 2، 3

ملاحظة مهمة:

وقد يكون المجتمع **محدوداً** إذا أمكن حصر عدد أفراده بدقة، مثل سكان مدينة معينة أو طلاب جامعة أو مؤسسة تعليمية، وقد يكون **غير محدود (لانهائي)** إذا تعذر حصر عدد أفراده، مثل عدد النجوم في الكون أو الكائنات الحية في البحار والمحيطات .وعند دراسة صفة أو مجموعة من الصفات لمجتمع معين، فإن البيانات الإحصائية المتعلقة بهذه الصفات يمكن جمعها بإحدى الطريقتين الآتيتين:

2- أسلوب الحصر الشامل :

وفيه يتم جمع البيانات من جميع مفردات المجتمع دون استثناء .ويتطلب هذا الأسلوب توافر إمكانيات كبيرة من حيث الوقت، والمال، والجهد الفني والتنظيمي، وتزداد هذه المتطلبات كلما ازداد حجم المجتمع .ولذلك لا يُستخدم هذا الأسلوب عادة إلا في الدراسات الوطنية الكبرى التي تقوم بها الدول، مثل تعدادات السكان، والتعدادات الزراعية، والتعدادات الصناعية، والتي تدعمها الحكومات بإمكانيات ضخمة.

3- أسلوب المعاينة :

وفيه يتم جمع البيانات من جزء فقط من مفردات المجتمع، يختار وفق أسلوب معين، ويطلق عليه اسم **العينة** . ثم تُعمم نتائج الدراسة المستخلصة من العينة على المجتمع ككل .ويقوم هذا الأسلوب على مبدأ دراسة خصائص المجتمع من خلال عينة ممثلة عنه، ويعتمد نجاحه بدرجة كبيرة على مدى تمثيل العينة للمجتمع الأصلي تمثيلاً صادقاً ودقيقاً.

ورغم أن الحصر الشامل قد يكون أكثر دقة من الناحية النظرية، إلا أن أسلوب المعاينة يتميز بالعديد من المزايا العملية والعلمية، مما يجعله الخيار الأكثر شيوعاً في معظم البحوث الإحصائية.

3-1. مزايا أسلوب المعاينة:يتميز أسلوب المعاينة مقارنة بأسلوب الحصر الشامل بعدد من المزايا المهمة، من أبرزها ما يلي:

ا- يؤدي استخدام العينات، خاصة العينات العشوائية، إلى **خفض كبير في تكاليف الدراسات الميدانية**، نظراً لصغر حجم العينة مقارنة بحجم المجتمع، مما يخفف من الأعباء المالية والإدارية والفنية المرتبطة بجمع البيانات ومعالجتها.

ب -يحقق أسلوب المعاينة **وفراً ملحوظاً في الوقت** اللازم لإجراء الدراسة .وتبرز أهمية عامل الزمن عند دراسة الظواهر التي تتغير بمرور الوقت، حيث إن الاعتماد على الحصر الشامل قد يؤدي إلى تأخر ظهور النتائج، مما يجعلها غير معبرة عن الواقع الفعلي للظاهرة عند نشرها .ويظهر ذلك بوضوح في التعدادات السكانية التي قد تستغرق سنوات عدة حتى تُعلن نتائجها النهائية، رغم استخدام أحدث التقنيات الحاسوبية .ولهذا السبب تلجأ العديد من الدول إلى إجراء مسوح دورية بالعينة بين تعدادين شاملين متتاليين.

ج -في حالة **المجتمعات غير المحدودة (اللانهائية)**، مثل الكائنات الحية في البحار والمحيطات، يستحيل عملياً تطبيق الحصر الشامل، مما يجعل أسلوب المعاينة هو الخيار الوحيد الممكن لدراسة هذه المجتمعات.

د -توجد بعض الاختبارات التي لا يمكن إجراؤها إلا باستخدام المعاينة، لأن تطبيقها على جميع مفردات المجتمع يؤدي إلى تلف أو هلاك المادة محل الاختبار، مثل اختبارات جودة المنتجات الصناعية، أو فحص صلاحية شحنات المفرقعات، أو إجراء التحاليل الطبية، حيث يتم أخذ عينات فقط دون المساس بالمجتمع ككل.

4- انواع العينات:

تنقسم العينات بوجه عام إلى قسمين رئيسين، هما **العينات العشوائية** و**العينات غير العشوائية**، وفيما يلي عرض تفصيلي لكل قسم.

4-1. العينات العشوائية: هي العينات التي يتم اختيار مفرداتها وفق خطة إحصائية محددة، دون تدخل الباحث في اختيار أي مفردة بعينها، بحيث يكون للصدفة الدور الأساسي في عملية الاختيار، مع تحقق شرط أساسي هو أن يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع احتمال ثابت ومعلوم للدخول في العينة .وتُعد العينات العشوائية الأساس العلمي للبحوث الإحصائية الدقيقة، لأنها تضمن درجة عالية من تمثيل المجتمع، وتسمح بتقدير أخطاء المعاينة وقياس دقة النتائج.

ومن أهم أنواع العينات العشوائية ما يلي:

4-1-1. العينة العشوائية البسيطة: يلجأ الباحث إلى هذا النوع عندما يكون مجتمع الدراسة صغيراً نسبياً ويتسم بدرجة معقولة من التجانس بين مفرداته .وفي هذه العينة تتساوى فرص جميع مفردات المجتمع في الدخول إلى العينة، ويتم الاختيار بطريقة تعتمد على الصدفة البحتة، دون أي

تحيز .ويتم ذلك باستخدام وسائل مثل السحب اليدوي عبر بطاقات متماثلة، أو جداول الأعداد العشوائية، أو البرامج الحاسوبية.

تتميز هذه الطريقة بأن لكل مجموعة فرعية حجمها مساوٍ للحجم المطلوب من المجتمع الإحصائي فرصة متساوية للاختيار كعينة .ويتم تنفيذ ذلك كالتالي:

ا- طريقة الأرقام العشوائية :(Random Numbers) نُسند لكل عنصر من المجتمع رقماً متسلسلاً يبدأ من صفر وينتهي بـ (حجم المجتمعN) .يكون عدد المنازل في الأرقام مساويًا لعدد المنازل في Nبأكمله. فعلى سبيل المثال، إذا كان حجم المجتمع 900 فرداً، فإن الأرقام المخصصة لهم ستكون 001 و 002وحتى .900باستخدام جدول الأرقام العشوائية المتوفر في ملحق رقم (00) ، يتم قراءة الأعمدة بشكل رأسي بحيث يكون عدد المنازل موازياً لعدد المنازل المحدد أعلاه .إذا كان الرقم الذي تقرأه موجود ضمن الأرقام المسلسلة، يتم قبوله كعنصر في العينة، وإذا كان غير ذلك يُرفض ويستمر البحث حتى الحصول على العدد المطلوب من أفراد العينة .يمكن اعتماد طريقتين في عملية السحب :

*- السحب بدون إرجاع :يُرفض أي عدد أُختير مسبقاً .

*- السحب مع الإرجاع: يُسمح باختيار عنصر أكثر من مرة .

مثال تطبيقي :لنفترض أننا نحتاج إلى عينة عشوائية بسيطة حجمها 5 طلاب من أصل 676 طالباً مسجلين في مساق الإحصاء 03. بما أن حجم المجتمع ثلاث خانات، فإننا نُسند للطلبة أرقاماً متسلسلة تبدأ بـ 001 وتنتهي بـ 676. عند قراءة الجدول، ولنقل أننا اخترنا الصفحة الأولىوالعمود الخامس والسطر الثالث، تكون الأرقام المستخرجة447 :، 848، 216، 984، 233، 796، 108، .536ومن هنا، تصبح العينة النهائية هي الطلبة ذوو الأرقام: 447، 216، 233، 108، و536، حيث تم استبعاد الأرقام غير المنتمية للمجتمع مثل: 848، 984، و796.

ب- **طريقة القصاصات الورقية:** حيث يتم كتابة اسم أو رقم كل المفردات على قصاصات ورقية وخلطها في صندوق، ثم سحب الحجم الم ارد سحبه من المفردات، مثال إذا أردنا سحب عينة من مجتمع الموظفين نكتب أسماءهم في قصاصات ورقية وخلطها جيدا ثم سحب حجم العينة المراد سحبه .

2-1-4 العينة المنتظمة: يتطلب اختيار هذه العينة أيضاً وجود إطار كامل للمجتمع، بحيث تُرقم مفرداته ترقيماً متسلسلاً .ثم يتم اختيار مفردات العينة بفاصل منتظم ثابت .فإذا كان حجم المجتمع 2000 مفردة، وحجم العينة المطلوب 100 مفردة، فإن طول الفترة يكون .20 يتم اختيار مفردة واحدة عشوائياً من الفترة الأولى(20—1) ، ثم تُختار بقية المفردات بإضافة الفاصل الثابت. وتتميز العينة المنتظمة بسهولة التطبيق، وقلة التكلفة، وانخفاض احتمالات الخطأ أثناء التنفيذ، مما يجعلها شائعة الاستخدام في الدراسات التطبيقية .إلا أن من عيوبها عدم ملاءمتها في حالة وجود نمط دوري في ترتيب مفردات المجتمع يتوافق مع طول الفترة.

3-1-4 العينة العشوائية الطبقية : تُستخدم عندما يتكون المجتمع من طبقات أو فئات متمايزة، ويكون التجانس داخل كل طبقة أكبر من التجانس داخل المجتمع ككل .في هذه الحالة يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات متجانسة، ثم تُسحب عينة عشوائية من كل طبقة بنسبة تمثيلها في المجتمع، أو وفق اعتبارات أخرى مثل التباين أو التكلفة .ويؤدي هذا الأسلوب إلى زيادة دقة التقديرات وتقليل خطأ المعاينة.

مثال:

اذا كان مجتمع اللاعبين كرة القدم بالكلية يتكون من 50 لاعب منهم 10 لاعبين بالدوري الممتاز و15 لاعب بالدرجة الاولى و 25 لاعب بالدرجة الثالثة ، فهذا المجتمع مكون من ثالث طبقات وهي : الطبقة الاولى لاعبي الدوري الممتاز 10 لاعبين الطبقة الثانية لاعبي الدرجة الاولى 15 لاعب

الطبقة الثالثة الع بي الدرجة الثالثة 25 لاعب المطلوب اختيار عينة مكونة من 20 لاعب تمثل مجتمع لاعبي كرة القدم بالكلية ؟

عند اختيار العينة ال بد اوال من تحديد نسبة كل طبقة بالمجتمع ثم اختيار نفس النسبة بالعينة كما يلي :

- تحديد نسبة كل طبقة بالمجتمع:

نسبة الطبقة الاولى = (عدد افراد الفئة/ عدد افراد المجتمع) × 100 =50/10× 100 =20 %

نسبة الطبقة الثانية= (عدد افراد الفئة/ عدد افراد المجتمع) × 100 =15 /50 × 100 =30 %

نسبة الطبقة الثالثة = (عدد افراد الفئة/ عدد افراد المجتمع) × 100 =25 /50×100 =50 %

بعد تحديد نسبة كل طبقة في المجتمع نقوم بتحديد عدد افراد العينة التي سيتم سحبها عشوائيا من كل طبقة كما يلي :

- تحديد عدد افراد العينة التي سيتم اختيارها من كل طبقة:

عينة الطبقة الاولى = نسبة الطبقة /100 × عدد العينة = 20 /100 × 20 =4 لاعبين

عينة الطبقة الثانية = نسبة الطبقة /100 × عدد العينة = 30 /100 × 20 =6 لاعبين

عينة الطبقة الثالثة = نسبة الطبقة /100 × عدد العينة = 50 /100 × 20 =10 لاعبين

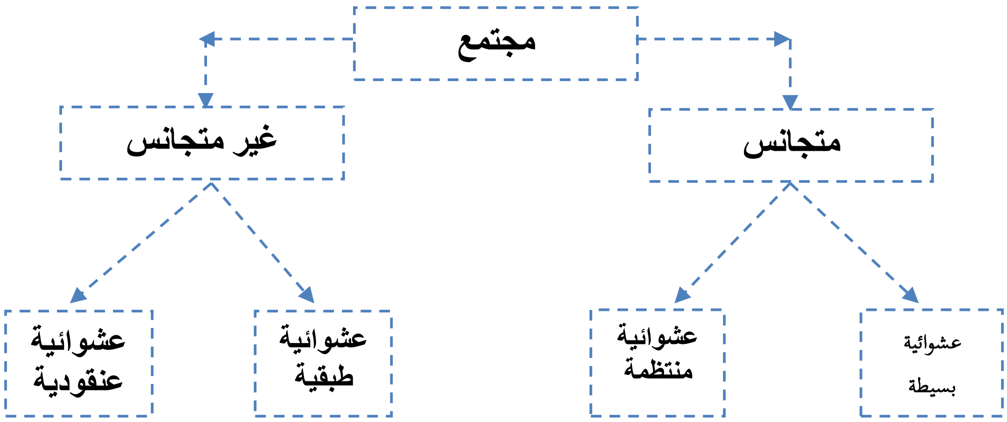
اذن يتم اختيار العينة من كل طبقة تبعا لعددها ونسبتها عشوائيا:

يتم اختيار 4 لاعبين عشوائيا من طبقة الدوري الممتاز المكونة من 10 لاعبين ،واختيار عدد 6 لاعبين عشوائيا من طبقة الدرجة الاولى المكونة من 15 لاعب .واختيار 10 لاعبين عشوائيا من طبقة الدرجة الثالثة المكونة من 25 لاعب .ليصبح مجموع افراد العينة = 4 + 6 + 10 = 20 وفي هذه الحالة تكون جميع فئات المجتمع موجودة بالعينة بنفس نسبة تواجدها بالمجتمع الذي تمثله ، مما يجعل العينة ممثلة للمجتمع بدقة.

4-1-4. العينة متعددة المراحل أو العنقودية : يُستخدم هذا الأسلوب عندما يكون المجتمع كبيراً وموزعاً جغرافياً على مساحات واسعة، أو عندما لا يتوافر إطار شامل لجميع مفردات المجتمع . ويتم اختيار العينة على مراحل متتالية، تبدأ بوحدات كبيرة ثم أصغر فأصغر، حتى الوصول إلى الوحدات النهائية التي تجمع عنها البيانات .ويعتمد عدد المراحل على طبيعة المجتمع وإمكانيات الباحث.

على سبيل المثال، إذا أردنا إجراء دراسة حول حجم العائلة في الجزائر، قد لا تتوفر لدينا قائمة بأسماء العائلات المقيمة في البلاد. في هذه الحالة، نقوم بتقسيم الجزائر إلى مناطق سكنية بناءً على معايير معينة مثل الشرق والغرب والوسط والجنوب، ثم نختار واحدة منها بشكل عشوائي. بعد ذلك، نقوم بتقسيم المنطقة المختارة إلى ولايات، ونختار ولاية واحدة منها عشوائيًا، وهكذا نستمر في تقسيم كل مجموعة إلى مجموعات جزئية. تُعتبر هذه المجموعات عناصر المجتمع الإحصائي، وكل وحدة من هذه المجموعات تُسمى "عنقودًا".

والمخطط التالي يمثل طرائق اختيار العينات العشوائية:



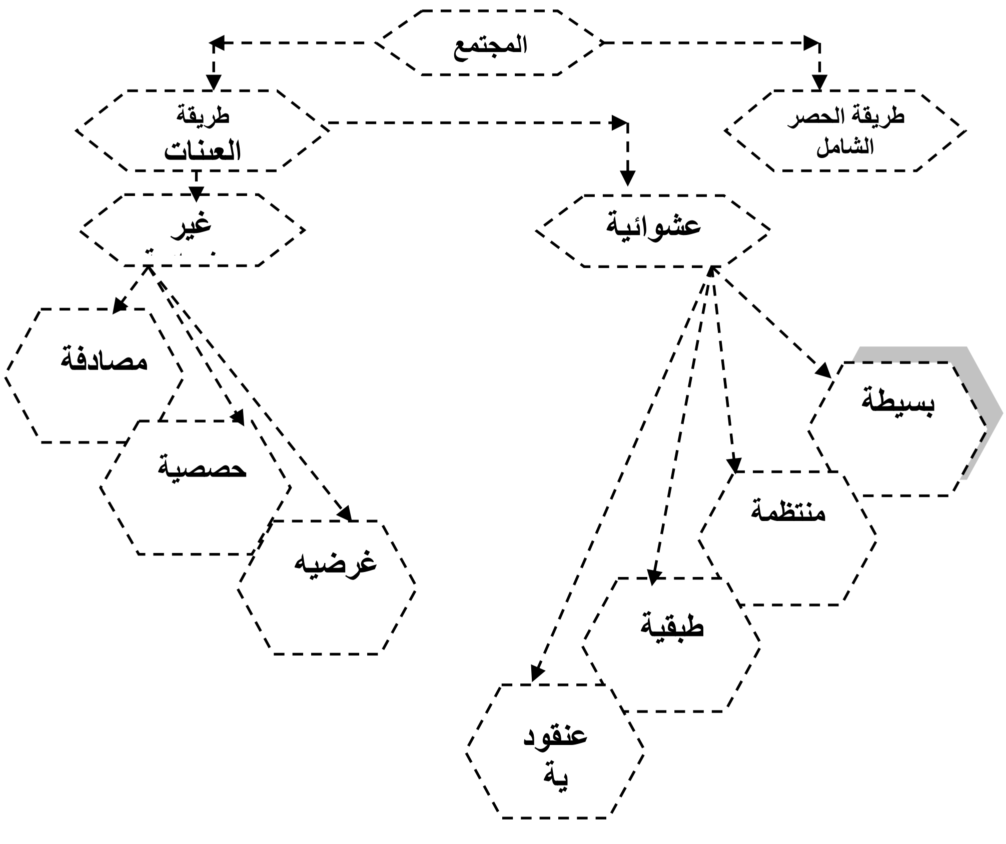
2-4. العينات غير العشوائية:

هي العينات التي لا تتوافر فيها فرص متكافئة لجميع مفردات المجتمع للدخول في العينة، وغالباً ما يتدخل الباحث في اختيار مفرداتها .ومن أهم أنواعها:

1-2-4. العينة العمدية أو المقصودة: يلجأ إليها الباحث عندما تكون إمكانياته محدودة ولا تسمح إلا بعينة صغيرة جداً، فيقوم باختيار مفردات يعتقد – استناداً إلى خبرته – أنها تمثل المجتمع تمثيلاً مقبولاً .وتُعد هذه الطريقة غير علمية من الناحية الإحصائية، وتستخدم غالباً في الدراسات الاستطلاعية أو التمهيدية.

2-2-4. العينة الحصصية: تُستخدم بكثرة في دراسات الرأي العام .وفيها يُقسم المجتمع إلى طبقات وفق خصائص معينة، ويُحدد لكل طبقة عدد مفردات يتناسب مع حجمها في المجتمع، مع ترك الحرية لجامعي البيانات في اختيار الأفراد داخل كل طبقة .ورغم تشابهها الظاهري مع العينة الطبقية العشوائية، إلا أنها تختلف عنها في غياب العشوائية، مما قد يؤدي إلى تحيز في النتائج.

في ما يلي مخطط شامل للمعاينة وطرق جمع البيانات:



5- أخطاء البيانات الإحصائية:

تتعرض البيانات الإحصائية لنوعين رئيسين من الأخطاء:

1-5. خطأ التميز: ينشأ هذا الخطأ نتيجة أخطاء في تصميم البحث، أو في جمع البيانات، أو في تسجيلها ومعالجتها حسابياً .وقد يظهر هذا النوع من الأخطاء سواء في الحصر الشامل أو في المعاينة، إلا أنه غالباً ما يكون أكبر في الحصر الشامل بسبب ضخامة حجم العمل وصعوبة ضبط جميع مراحله.

2-5. خطأ المعاينة العشوائية أو خطأ الصدفة: ينتج هذا الخطأ عن الفروق العشوائية بين مفردات العينة ومفردات المجتمع التي لم تدخل في العينة .ويمكن تقليل هذا الخطأ باختيار طريقة معاينة مناسبة، وزيادة حجم العينة، وتحقيق تمثيل جيد للمجتمع.

مثال: تريد مؤسسة معرفة رأي المستهلكين حول منتج جديد، فتقوم بأخذ عينة من 500 شخص من سكان مدينة معينة. بعد تحليل البيانات، وجدت الشركة أن 70% من العينة يحبون المنتج. لكن عندما تم طرح المنتج في السوق بالكامل، تبين أن النسبة الفعلية للأشخاص الذين يحبون المنتج كانت 60%.

مثال: باحث اقتصادي يريد معرفة متوسط الدخل الشهري للمواطنين، فيأخذ عينة من 1,000 شخص من سكان العاصمة فقط، ويجد أن متوسط الدخل هو 8,000 دولار شهريًا. لكن عند دراسة الدخل الفعلي على مستوى الدولة، تبين أن المتوسط الحقيقي هو 5,000 دولار.

التفسير: السبب في هذا الخطأ هو أن العينة تم اختيارها من العاصمة، حيث يميل الدخل إلى أن يكون أعلى من باقي المناطق، مما أدى إلى انحياز في النتائج.

لحل المشكلة، يجب أخذ عينة تشمل مختلف المدن والقرى لضمان تمثيل متساوٍ لجميع الفئات.

6. كيف نقلل من خطأ المعاينة؟

- زيادة حجم العينة: كلما زاد عدد الأفراد في العينة، قل احتمال وقوع خطأ المعاينة.
- استخدام تقنيات المعاينة العشوائية: مثل المعاينة العشوائية البسيطة أو الطبقية لضمان تمثيل العينة بشكل جيد.
- ضمان شمولية العينة: التأكد من أن العينة تحتوي على تنوع في الفئات المختلفة بالمجتمع.
- استخدام الفواصل الثقة : تساعد في تقدير المدى الذي يمكن أن يكون فيه الخطأ.
- إجراء تحليل متكرر: أخذ عينات متعددة ومقارنتها للحصول على نتائج أكثر دقة.
- تتعرض البيانات الإحصائية التي يتم جمعها إلى نوعين من الأخطاء.

7- مصادر جمع البيانات الإحصائية:

تُعدّ عملية **جمع البيانات الإحصائية** المرحلة الأكثر حساسية في العمل الإحصائي، لأنّها تمثّل الأساس الذي تُبنى عليه المراحل اللاحقة من تنظيم وتحليل وتفسير فأي خطأ في هذه المرحلة سينعكس سلبًا على النتائج والاستنتاجات النهائية مهما بلغت دقة التحليل الرياضي.

لذلك، فإن الباحث الإحصائي مطالب باتباع **منهجية علمية دقيقة ومنظّمة** عند جمع بياناته، تبدأ من تحديد **هدف الدراسة** و**المجتمع الإحصائي**، ثم اختيار **مصدر البيانات المناسب**، وأخيرًا التأكد من **جودة المعلومات** ودقتها واتساقها.

7-1. مفهوم جمع البيانات الإحصائية: يقصد بعملية جمع البيانات الإحصائية تلك المرحلة التي يقوم فيها الباحث بـ **تجميع المعلومات المتعلقة بظاهرة معينة**، سواء كانت اقتصادية، اجتماعية، أو طبيعية، من مصادر مختلفة، بهدف دراستها وتحليلها لاستخلاص خصائصها.

"عملية منهجية تهدف إلى الحصول على معطيات كمية أو نوعية تعبّر عن الظاهرة المدروسة، باستخدام أدوات محددة وأساليب علمية تضمن صدقها ودقتها".

7-2. تصنيف البيانات حسب مصدرها: يمكن تقسيم البيانات الإحصائية حسب مصدرها إلى **نوعين أساسيين:**

7-2-1.البيانات الأولية : هي تلك البيانات التي **يتم جمعها مباشرة من الميدان** من طرف الباحث أو الجهة المكلفة بالدراسة، بمعنى أنها **حديثة النشأة** ولم يسبق أن جُمعت من قبل لغرض آخر.

ا-خصائصها:

- حديثة ودقيقة لأنها تُجمع خصيصًا لغرض البحث.
- تسمح بالتحكم في طريقة القياس والتصميم.
- تعطي معلومات معمقة وتفصيلية حسب الحاجة.

ب- عيوبها:

- مكلفة من حيث المال والوقت.
- تتطلب تخطيطًا دقيقًا وفريقًا ميدانيًا مدرّبًا.
- عرضة لأخطاء الجمع والتسجيل إذا لم تكن هناك رقابة جيدة.

ج- أساليب جمع البيانات الأولية:

اولا: الاســــــــــــتبيان:(Questionnaire)

أداة مكتوبة تحتوي على مجموعة من الأسئلة المنظمة، يجيب عنها الأفراد المدروسون.

- يُستخدم بكثرة في البحوث الاجتماعية والإدارية.
- يمكن أن يكون ورقيًا أو إلكترونيًا.
- من مزاياه أنه يجمع معلومات من عدد كبير من الأشخاص في وقت قصير.

مثال :استبيان حول رضا الطلبة عن المنصات التعليمية الإلكترونية في جامعة ورقلة.

ثانيا: المقابلة :هي حوار مباشر بين الباحث والمبحوث، يتم فيه طرح الأسئلة شفهيًا وتسجيل الإجابات.

- مناسبة عندما تكون عينة الدراسة صغيرة أو تحتاج إلى عمق في الإجابات.
- تُستخدم كثيرًا في الدراسات الميدانية للموارد البشرية والتربية.
- من مزاياها الدقة، ومن عيوبها التكلفة الزمنية.

مثال :مقابلة مع أصحاب المؤسسات الصغيرة حول الصعوبات الإدارية التي تواجههم.

ثالثا: الملاحظة: تتمثل في تسجيل الظواهر كما تحدث في الواقع دون تدخل الباحث.

- تستخدم في الدراسات السلوكية أو التجريبية.
- قد تكون ملاحظة مباشرة أو غير مباشرة) باستخدام الكاميرات أو الأجهزة.(

مثال :ملاحظة تصرفات الزبائن داخل متجر لتحديد عوامل الجذب التسويقي.

رابعا: التجربة هي أسلوب يعتمد على **ضبط الظروف** التي تحدث فيها الظاهرة ودراسة تأثير المتغيرات.

- يُستخدم أكثر في العلوم التطبيقية والاقتصاد التجريبي.

مثال :تجربة تحديد أثر تغيير سعر منتوج معين على حجم المبيعات.

7-2-2. البيانات الثانوية: هي البيانات التي **تم جمعها سابقًا** من قبل أفراد أو مؤسسات لأغراض أخرى، ويعاد استخدامها في دراسة جديدة لأهداف مختلفة.

ا- خصائصها:

- سهلة الحصول، قليلة التكلفة.
- مفيدة في الدراسات المقارنة أو التاريخية.
- غالبًا ما تكون متاحة في المكاتب والمكتبات والإحصاءات الرسمية.

ب- عيوبها:

- قد تكون قديمة أو غير محدّثة.
- طريقة جمعها قد لا تتوافق مع أهداف الدراسة الجديدة.
- تحتاج إلى تحقق من المصداقية والدقة.

خلاصة:

يمثل محور المعاينة أحد المحاور الأساسية في الإحصاء الاستدلالي، إذ يشكل الإطار العلمي والمنهجي الذي يربط بين المجتمع الإحصائي وخصائصه الحقيقية من جهة، وبين البيانات المتاحة للباحث من جهة أخرى. فمن خلال المعاينة يتمكن الباحث من دراسة الظواهر المختلفة بكفاءة وموضوعية، اعتماداً على جزء ممثل من المجتمع، مع تحقيق توازن عقلاني بين الدقة الإحصائية والتكلفة والوقت والجهد.

وقد أظهر هذا المحور أن نجاح عملية المعاينة لا يتوقف على حجم العينة فقط، بل يرتبط أساساً بطريقة اختيارها ومدى تمثيلها للمجتمع الأصلي. فالعينات العشوائية، بمختلف أنواعها، تُعد الأداة العلمية الأهم لضمان الحياد وتقليل التحيز، بينما تُستخدم العينات غير العشوائية في حالات خاصة، مع إدراك محدودية نتائجها من حيث الدقة وقابلية التعميم.

كما بيّن محور المعاينة أهمية التمييز بين أخطاء التميز وأخطاء المعاينة العشوائية، وضرورة التحكم فيها قدر الإمكان من خلال التصميم الجيد للبحث، والاختيار المناسب لطريقة المعاينة، وتحديد حجم عينة ملائم لطبيعة المجتمع المدروس. ويُبرز هذا المحور كذلك الدور المحوري للإحصاءات باعتبارها تقديرات لمعالم المجتمع، مما يؤكد أن المعاينة ليست غاية في حد ذاتها، بل وسيلة علمية للاستدلال واتخاذ القرار.

وعليه، فإن الإلمام بمبادئ المعاينة وأساليها المختلفة يُعد شرطاً أساسياً لفهم الإحصاء الاستدلالي وتطبيقاته العملية في المجالات الاقتصادية والاجتماعية والطبية والإدارية، ويشكل قاعدة معرفية لا غنى عنها لأي بحث علمي يسعى إلى نتائج دقيقة وموثوقة وقابلة للتعميم.

المحور الثاني

نظرية المعاينة

تمهيد:

تناولنا في المحور الأول من هذا المطبوعة أساليب جمع البيانات، حيث استعرضنا أسلوبين رئيسيين هما المسح الشامل والمعاينة. كما ناقشنا طرق جمع البيانات وأنواع العينات العشوائية وغير العشوائية وكيفية سحبها من المجتمع الإحصائي. في هذا المحور سنركز على توزيعات خاصة تُعرف بتوزيعات المعاينة المختلفة، والتي تعتبر ضرورية للطالب في مقرر هذا المقياس.

تعتبر توزيعات المعاينة من الركائز الأساسية في الإحصاء الاستدلالي ، حيث تمثل جسرًا بين المعلومات المحدودة المتوفرة في العينة وبين الخصائص العامة للمجتمع الإحصائي .فالإحصاء الاستدلالي يهدف إلى **استخلاص استنتاجات حول المجتمع استنادًا إلى بيانات عينة محددة،** وبالتالي فإن فهم سلوك العينة وكيفية توزيعها يمكن الباحث من تقدير معالم المجتمع بثقة ودقة.

1- توزيع المعاينة للوسط الحسابي($\bar{X}$) :

يُعرّف **توزيع المعاينة للوسط الحسابي** بأنه **التوزيع الاحتمالي لجميع قيم المتوسطات المحسوبة من جميع العينات ذات حجم n المسحوبة من المجتمع.**

يمكن تعريف **توزيع المعاينة** بأنه **توزيع احتمالي لإحصاء معيّن محسوب من جميع العينات الممكنة ذات الحجم n المأخوذة من المجتمع نفسه** .هذا التوزيع يعكس جميع النتائج الممكنة للوسط الحسابي، أو النسبة، أو أي إحصاء آخر، ويزود الباحث بمعلومات حول **التوقع**، **التباين**، **واحتمالية حدوث قيم معينة.**

توزيع المعاينة للوسط الحسابي يميز **بالخاصيتين التاليتين** التوقع والتباين:

- **التوقع :** $E(\bar{X}) = \mu$

أي أن المتوسط الحسابي لجميع العينات يساوي متوسط المجتمع الأصلي .هذا يعني أن المتوسط الحسابي لعينة واحدة هو **مقدّر غير متحيز** للمتوسط الحقيقي.

- **التباين :** $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

حيث σ^2 هو تباين المجتمع و n هو حجم العينة

هذا يوضح أن **زيادة حجم العينة يقلل من التباين المعاينة**، أي أن المتوسطات تصبح أكثر قربًا من متوسط المجتمع.

$Var(\bar{X})$ يتغير حسب الحالات التي سنتطرق لها فيما بعد حسب المعطيات المتوفرة لدينا.

1-1.توزيع المعاينة للوسط الحسابي من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي وتباينه σ^2 معلوم:

إذا كان $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينة **عشوائية** من مجتمع طبيعي **متوسطه μ وتباينه** σ^2 فإن توزيع $(\bar{X})$ يكون التوزيع الطبيعي ذو لمتوسط $\mu_{\bar{X}}$ والتباين ${\sigma_{\bar{X}}}^2$ حيث أن المتغير **العشوائي** يخضع للتوزيع الطبيعي المعياري

$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$.

الخصائص الإحصائية:

- **القيمة المتوقعة:** $E(\bar{X}) = \mu_{\bar{X}} = \mu$
- **التباين:** $Var(\bar{X}) = {\sigma_{\bar{X}}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$
- **الانحراف المعياري:** $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

في هذه الحالة، σ^2 معروفًا يكون شكل توزيع المعاينة كمايلي: $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

يمكن استخدام **توزيع** Z لاختبار الفرضيات حول المتوسط أو لإنشاء فواصل الثقة:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

وهنا نميز بين حالتين حسب طريقة سحب العينة ،وهاتين الحالتين يمكن تعميمهما على باقي الحالات الاخرى لتوزيعات المعاينة.

1-1-1. توزيع المعاينة للوسط الحسابي في حالة السحب بالإرجاع:

عند سحب عيّنة حجمها n من مجتمع إحصائي حجمه N **بالإرجاع**، فإن كل عملية سحب تكون مستقلة عن الأخرى، ولا يؤثر سحب مفردة معيّنة على احتمالات السحب اللاحقة.

الخصائص الإحصائية:

- **القيمة المتوقعة:** $E(\bar{X}) = \mu_{\bar{X}} = \mu$
- **التباين:** $Var(\bar{X}) = \sigma_{\bar{X}}{}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$
- **الانحراف المعياري:** $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

يكون شكل توزيع المعاينة في هذه الحالة كما يلي: $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

مثال : سُحبت عينة عشوائية حجمها $n = 25$ من مجتمع لا نهائي (السحب بالإرجاع).

إذا كان: $\sigma^2 = 225$ $\quad \mu = 120$

أوجد:

1. المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة للوسط الحسابي$\bar{X}$ ؟
2. تباين توزيع المعاينة؟
3. الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة؟
4. إذا كان المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي، اكتب التوزيع الاحتمالي لـ$\bar{X}$ ؟
5. احسب : $P(118 < \bar{X} < 123)$؟

الحل : بما أن المجتمع لا نهائي والسحب بالإرجاع و حجم العينة$n = 25$

إذن نطبق خصائص **توزيع المعاينة للوسط الحسابي:**

1- المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة: $E(\bar{X}) = \mu_{\bar{X}} = \mu = 120$

2- تباين توزيع المعاينة: $Var(\bar{X}) = 9 \qquad Var(\bar{X}) = \frac{225}{25}$

3- الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة :

أولاً نحسب الانحراف المعياري للمجتمع:

$$\sigma = \sqrt{225} = 15$$

ثم:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{15}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$$

4- التوزيع المعاينة لـ $\bar{X}$:

بما ان المجتمع طبيعيًا: $X \sim N(120,225)$

فإن: تويع المعاينة $\bar{X} \sim N(120,9)$

5- حساب : $P(118 < \bar{X} < 123)$:

$$P(118 < \bar{X} < 123) = P(-0.67 < Z < 1)$$

$$Z_1 = \frac{118 - 120}{3} = \frac{-2}{3} = -0.67$$

$$Z_2 = \frac{123 - 120}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$P(-0.67 < Z < 1) = \Phi(1) - \Phi(-0.67)$$

من الجدول: $\Phi(1) = 0.8413$ و $\Phi(0.67) \approx 0.7486$

إذن: $\Phi(-0.6667) \approx 1 - 0.7486 = 0.2514$

$$P(118 < \bar{X} < 123) \approx 0.8413 - 0.2514 = 0.5899$$

$$P(118 < \bar{X} < 123) \approx 0.59$$

2-1-1. توزيع المعاينة للوسط الحسابي في حالة السحب بدون إرجاع:

عند سحب عيّنة حجمها n من مجتمع محدود حجمه N **بدون إرجاع**، فإن السحبات تكون غير مستقلة، لأن سحب مفردة يؤثر على السحبات اللاحقة.

الخصائص الإحصائية:

- **القيمة المتوقعة:** $E(\bar{X}) = \mu_{\bar{X}} = \mu$

- **التباين:** $$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}\cdot\frac{N-n}{N-1}$$

حيث: $\frac{N-n}{N-1}$ هو **معامل تصحيح المجتمع المحدود.**

- **الانحراف المعياري:** $$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

يكون شكل توزيع المعاينة في هذه الحالة كما يلي: $$\bar{X} \sim N\left(\mu,\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right)$$

ويُلاحظ أن تباين الوسط الحسابي في حالة السحب بدون إرجاع يكون أصغر من نظيره في حالة السحب بالإرجاع، بسبب نقص التشتت الناتج عن عدم تكرار نفس المفردات.

مثال: لدينا مجتمع محدود مكوّن من $\mathbf{N = 100}$ مفردة. متوسط المجتمع $\mathbf{\mu = 70}$ وتباين المجتمع $\boldsymbol{\sigma^2 = 40}$. سحبنا عينة عشوائية حجمها $\mathbf{n = 10}$ بدون إرجاع.

المطلوب:

1. المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$ ؟
2. تباين توزيع المعاينة؟
3. الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة؟
4. إذا كان المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي، اكتب التوزيع الاحتمالي لـ $\bar{X}$ ؟
5. ا حسب : $P(69 < \bar{X} < 72)$؟

الحل:

1- المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$: $\boldsymbol{E(\bar{X}) = \mu = 70}$

2- تباين توزيع المعاينة (بدون إرجاع):

عند السحب بدون إرجاع من مجتمع محدود:

$$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}\cdot\frac{N-n}{N-1}$$

بالتعويض:

$$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{40}{10}\cdot\frac{100-10}{100-1} = 4\cdot\frac{90}{99} = 4\cdot 0.9091 = 3.6364$$

إذن: $$\mathrm{Var}(\bar{X}) \approx 3.6364$$

3- الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة:

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{Var(\bar{X})} = \sqrt{3.6364} \approx 1.907$$

4- ايجاد التوزيع المعاينة لـ$\bar{X}$:

إذا كان: $X \sim N(\mu, \sigma^2) = N(70,40)$

ومع السحب بدون إرجاع من مجتمع محدود، يكون توزيع $\bar{X}$ طبيعيًا أيضًا (بالضبط في الحالة الطبيعية) :

$$\bar{X} \sim N\left(\mu,\ \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}\right)$$

بالتعويض: $\bar{X} \sim N(70,\ 3.6364)$

5- حساب : $\mathbf{P(69 < \bar{X} < 72)}$

$$P(69 < \bar{X} < 72) = P(-0.524 < Z < 1.05)$$

$$Z_1 = \frac{69-70}{1.907} = \frac{-1}{1.907} \approx -0.524$$

$$Z_2 = \frac{72-70}{1.907} = \frac{2}{1.907} \approx 1.05$$

$$P(-0.524 < Z < 1.05) = \Phi(1.05) - \Phi(-0.524)$$

حيث: $\Phi(1.05) \approx 0.8531$

$$\Phi(0.524) \approx 0.6985$$

وبالتالي: $\Phi(-0.524) \approx 1 - \Phi(0.524) \approx 1 - 0.699 \approx 0.301$

إذن: $P(69 < \bar{X} < 72) \approx 0.8531 - 0.301 = 0.5521$

3-1-1. توزيع المعاينة للوسط الحسابي من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي وتباينه σ^2 مجهول:

إذا كان المجتمع الأصلي يتبع **توزيعًا طبيعيًا بمتوسط μ وتباينσ^2 مجهول** ، فإن توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$ يكون **طبيعيًا تمامًا** أيضًا ونقوم بتعويض تباين المجتمع**σ^2** اذا كان مجهولا بتبان التقريبي للعينة . باستعمال الصيغة التالية:

$$S^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

الخصائص الإحصائية:

- **القيمة المتوقعة:** $E(\bar{X}) = \mu$

- التباين: $Var(\overline{X}) = \sigma_{\overline{X}}{}^2 = \frac{S^2}{n}$
- الانحراف المعياري: $\sigma_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

في هذه الحالة، يكون توزيع المعاينة من الشكل: $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{S^2}{n}\right)$

يمكن **تقريب توزيع العينة للوسط الحسابي إلى التوزيع الطبيعي** $Z \approx \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$ باستخدام **تقدير التباين من العينة** (S^2) :

مثال:

إذا كانت العينة مكونة من 50 طالبًا ووزن العينة المتوسط $\bar{X} = 72$ كغ، وانحراف معياري للعينة $S = 9$كغ، فإن الخطأ المعياري: $\sigma_{\overline{X}} = \frac{9}{\sqrt{50}} \approx 1.27$

وبالتالي، يمكن تقدير الفواصل باستخدام.Z

1-2. توزيع المعاينة للوسط الحسابي من مجتمع لا يتبع التوزيع الطبيعي:

في الحالات التي يكون فيها **المجتمع أصلي غير طبيعي**، يمكن الاعتماد على **نظرية النهاية المركزي** :

إذا كانت ($x_1, \ x_2 \ ......n_x$)هي مشاهدات عينة عشوائية حجمها nأُخذت من مجتمع إحصائي متوسطه μ وتباينه $\sigma 2$ ،فإن توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي $\bar{X}$ يقترب من التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu_{\overline{X}}$وتباين $\sigma^2{}_{\overline{X}}$ كلما زاد حجم العينة تدريجياً، ويكفي لذلك أن يصل حجم العينة إلى 30مشاهدة، بعبارة أخرى فإن المتغير Zحيث $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$يقترب من التوزيع الطبيعي المعياري كلما كان حجم العينة أكبر أو يساوي 30.

أي أن: $n \rightarrow +\infty$ عندما $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

1-2-1. عندما يكون التباين σ^2مجهولًا و $\mathbf{n \geq 30}$:

عندما يكون التباين مجهولًا، وإذا كان حجم العينة كبيرًا($n \geq 30$) .

الخصائص الإحصائية:

- القيمة المتوقعة: $E(\overline{X}) = \mu$
- التباين: $Var(\overline{X}) = \sigma_{\overline{X}}{}^2 = \frac{S^2}{n}$
- الانحراف المعياري: $\sigma_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

في هذه الحالة، يكون توزيع المعاينة من الشكل: $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{S^2}{n}\right)$

- يمكن **تقريب توزيع العينة للوسط الحسابي إلى التوزيع الطبيعي** باستخدام $Z \approx \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$

تقدير التباين من العينة (S^2) :بحيث نحسب التباين العيني:

$$S^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

مثال: إذا كانت العينة مكونة من 50 طالبًا ووزن العينة المتوسط $\bar{X} = 72$ كغ، وانحراف معياري للعينة $S = 9$ كغ، فإن الخطأ المعياري:

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{9}{\sqrt{50}} \approx 1.27$$

وبالتالي، يمكن تقدير الفواصل باستخدام Z.

2-2-1. عندما يكون التباين σ^2 مجهولًا و$n < 30$:

إذا كان التباين مجهولًا وحجم العينة صغيرًا.($n < 30$)

الخصائص الإحصائية:

- **القيمة المتوقعة:** $E(\overline{X}) = \mu$
- **التباين:** $Var(\overline{X}) = \sigma_{\overline{X}}^2 = \frac{S^2}{n}$
- **الانحراف المعياري:** $\sigma_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

يفترض أن المجتمع أصليًا طبيعي، ويستخدم **توزيع Student t** بدلاً من:Z

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \quad \text{بحُرية } df = n - 1$$

حيث df درجات الحرية.

مثال: إذا كانت أطوال الطلاب بمتوسط 175سم، فلو سحبت عينة من 6 طلاب، ما احتمال أن يزيد متوسطها عن 179سم إذا كان الانحراف المعياري للعينة 9سم؟

الحل:

بما ان تباين المجتمع مجهول و حجم اصغير فان:

- توقع المتغير العشوائي $\overline{X}$ والذي يرمز له بالرمز μ هو: $E(\overline{X}) = \mu_{\overline{X}} = 170$

- تباين $\overline{X}$هو: $\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{S^2}{\sqrt{n}} = \frac{9^2}{\sqrt{6}} = 36.22$

في هذه الحالة، يكون توزيع المعاينة من الشكل: $\bar{X} \sim T(170,36.22)$

ولحساب الاحتمال فان: $T = \frac{X-175}{9/\sqrt{6}} \sim t_{n-1}$

$$P(\bar{X} > 179) = P\left(\frac{X-\mu}{s\sqrt{n}} > \frac{179-175}{9/\sqrt{5}}\right)$$
$$= P(t > 0.99) = 0.01$$

مثال: مصنع ينتج قطعًا معدنية يتبع وزنها توزيعًا طبيعيًا.سُحبت عينة عشوائية حجمها$n = 16$:

فكان: $\bar{X} = 52$ والانحراف المعياري للعينة: $S = 4$

المطلوب:

1. اكتب توزيع المعاينة المناسب؟
2. احسب احتمال:$P(50 < \bar{X} < 54)$؟

الحل:

تحديد التوزيع المناسب بمان: المجتمع طبيعي و التباين مجهول والعينة اقل من 30

إذن:

$$T = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(15)$$ (درجات الحرية$15 = 16 - 1$)

- توقع المتغير العشوائي $\bar{X}$ والذي يرمز له بالرمزμ هو: $E(\bar{X}) = \mu_{\bar{X}} = 52$

الخطأ المعياري: $\sigma_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{4}{4} = 1$

في هذه الحالة، يكون توزيع المعاينة من الشكل: $\bar{X} \sim T(52,1)$

2 - حساب الاحتمال:$P(50 < \bar{X} < 54)$

نحوّل إلى:t $\quad t_2 = \frac{54-52}{1} = 2 \qquad t_1 = \frac{50-52}{1} = -2$

إذن: $P(50 < \bar{X} < 54) = P(-2 < t < 2)$

من جدول t بدرجات حرية:15

$$P(-2 < t < 2) \approx 0.932$$

2- توزيع المعاينة للفرق بين وسطين حسابيين$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$

من الدراسات العلمية والتطبيقية، لا يهتم الباحث بتقدير متوسط مجتمع واحد فحسب، بل ينصب اهتمامه على **المقارنة** بين مجتمعين مختلفين.

مثال :هل متوسط الأجور في القطاع الخاص أعلى منه في القطاع العام؟

مثال :هل متوسط فعالية الدواء (A) تختلف عن متوسط فعالية الدواء(B) ؟

للإجابة على هذه التساؤلات، نقوم بسحب عينتين عشوائيتين مستقلتين:

- العينة الأولى من المجتمع الأول بحجم(n_1) ، و متوسطها($\bar{X}_1$) .
- العينة الثانية من المجتمع الثاني بحجم(n_2) ، و متوسطها($\bar{X}_2$) .

إن الفرق بين هذين المتوسطين ($\bar{X}_1 - \bar{X}_2$) هو متغير عشوائي جديد، وله توزيع احتمالي يسمى **"توزيع المعاينة للفرق بين وسطين."**

2-1. الخصائص الرياضية لتوزيع الفرق($\bar{X}_1 - \bar{X}_2$) :

إذا كان المجتمعان مستقلين، فإن خصائص هذا التوزيع هي كالتالي:

2-1-1. التوقع الرياضي:

متوسط توزيع الفرق يساوي الفرق بين متوسطي المجتمعين الأصليين:

$$E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

هذا يعني أن الفرق بين متوسطي العينتين هو مقدر" غير متحيز "للفرق الحقيقي بين متوسطي المجتمعين.

2-1-2. التباين والخطأ المعياري:

بما أن العينتين مستقلتان، فإن تباين الفرق هو **مجموع** تبايني التوزيعين) وليس الفرق بينهما، لأن التباين يقيس التشتت، ودمج متغيرين يزيد من التشتت الكلي.(

$$V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \sigma^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

وعليه، يكون الخطأ المعياري (Standard Error) للفرق:

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

2-2-أشكال التوزيع وحالاته المختلفة

يُستخدم **توزيع المعاينة للفرق بين وسطين حسابيين** عند الرغبة في مقارنة متوسطين لمجتمعين مستقلين أو مرتبطين، لمعرفة ما إذا كان الفرق بينهما ذو دلالة إحصائية أم لا.

يمكن تقسيم الحالات إلى:

2-2-1. التباينات (σ_1^2, σ_2^2) معلومة والمجتمعات طبيعية(أو العينات كبيرة).

إذا كان لدينا مجتمعان مستقلان، كل منهما يتبع توزيعًا طبيعيًا، مع تباين معلوم لكل مجتمع σ_1^2 و σ_2^2، فإن الفرق بين الوسطين الحسابيين $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ يكون موزعًا طبيعيًا أيضًا:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \quad \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

بحيث :

- **التوقع الرياضي:** $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$

-**التباين والخطأ المعياري:** $V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \sigma^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$

هذا التوزيع يتيح للباحث تحديد مدى تباين الفرق بين متوسطات العينات حول الفرق الحقيقي بين متوسطات المجتمعين.

مثال :درس الباحث متوسط استهلاك الكهرباء في مدينتين مستقلتين فخلص الى النتائج التالية:

- متوسط المدينة الأولى: $\sigma_1 = 30, n_1 = 25، \bar{X}_1 = 420$
- متوسط المدينة الثانية: $\bar{X}_2 = 400, \sigma_2 = 25, n_2 = 36$

المطلوب:

-احسب احتمال أن يكون الفرق بين متوسطات العينتين أكبر من 25 كيلو وات/ساعة؟

الحل:

المعطيات:

$$\mu_1 - \mu_2 = ?, \quad \sigma_1 = 30, \quad n_1 = 25, \quad \sigma_2 = 25, \quad n_2 = 36$$

التوقع الرياضي:

$$E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2 = 420 - 400 = 20$$

تباين الفرق المعاينة:

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{900}{25} + \frac{625}{36}} = \sqrt{36 + 17.36} = \sqrt{53.36} \approx 7.31$$

حساب:Z

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{20 - 0}{7.31} \approx 2.736$$

الاحتمال: $P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 > 20) = P(Z > 2.736) \approx 0.0031$

احتمال أن يكون الفرق أكبر من 20 كيلووات/ساعة هو.0.31%

2-2-2. التباينات مجهولة وأحجام العينات كبيرة($n_1, n_2 \geq 30$)

عندما يكون التباين مجهولًا،و **حجم عينات كبير كل منها اكبر من 30**يمكن تقريب التوزيع إلى الطبيعي مع استخدام التباين المقدر من العينات: $Z \approx \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$

بحيث :

- **التوقع الرياضي:** $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$

-**التباين والخطأ المعياري:** $V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \sigma^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$

مثال :قارن الباحث متوسط درجات اختبارين مختلفين في مادة العلوم، لكل منهما عينة 30 طالبًا.

- الاختبار الأول$\bar{X}_1 = 78, S_1 = 8$:
- الاختبار الثاني$\bar{X}_2 = 74, S_2 = 6$:

- احسب احتمال أن يكون فرق متوسط العينة أكبر من 5 درجات؟

الحل:

الاحتمال: $P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 > 4) = P(Z > 1.88) \approx 0.0301$

لان: $Z = \frac{(78-74)-0}{2.13} = \frac{4}{2.13} \approx 1.88$

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{64}{30} + \frac{36}{30}} = \sqrt{3.33 + 1.2} = \sqrt{4.53} \approx 2.13$$

احتمال أن يكون الفرق أكبر من 4 درجات هو.**3.01%**

3-2-2. التباينات مجهولة وأحجام العينات صغيرة ($n < 30$) (توزيعt)

عندما يكون التباين مجهولًا ،و **حجم عينات صغير** :(30>) إذا كان المجتمعان أصليًا طبيعيين،

نستخدم **توزيع**:t $t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$

بحيث :

- **التوقع الرياضي:** $E(\bar{X}_1-\bar{X}_2)=\mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}=\mu_1-\mu_2$

اذا كان التباينين متساوين نستخدم **تقدير موحّد للتباين**

$$S_p^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

ويحسب الاحتمال بالصيغة المعيارية التالية: $t=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{S_p^2(1/n_1+1/n_2)}}$

التباينين غير متساوين :نستخدم صيغة Welch لتوزيع t مع درجات حرية تقريبية، لتجنب الافتراض الخاطئ عن تساوي التباين.

3- توزيع المعاينة لنسبة العينة$\hat{P}$:

تُعد النسبة الإحصائية من أكثر المقاييس استعمالًا في الدراسات الاقتصادية والاجتماعية والديموغرافية، حيث تعبّر عن **حصة أو نسبة الأفراد الذين يملكون خاصية معينة داخل لمجتمع،** مثل نسبة البطالة، نسبة النجاح، أو نسبة المستهلكين لمنتج معين.وعند الاعتماد على العينات بدل الحصر الشامل، فإن النسبة المحسوبة من العينة تكون متغيرًا عشوائيًا، يخضع بدوره إلى **توزيع معاينة خاص**.

3-1. تعريف توزيع المعاينة لنسبة العينة:

لتكن X:عدد الوحدات التي تمتلك الخاصية المدروسة داخل العينة، nحجم العينة، $\hat{P}=\frac{X}{n}$ نسبة العينة.

فإن **توزيع المعاينة لنسبة العينة** هو توزيع جميع القيم الممكنة لـ $\hat{P}$ الناتجة عن جميع العينات الممكنة من نفس الحجم.n

3-2. خصائص توزيع المعاينة لنسبة العينة:

إذا كان حجم العينة كبيرًا نسبيًا، وتحققت الشروط:

$$np\geq 5 \quad \text{و} \quad n(1-p)\geq 5$$

فإن توزيع المعاينة لنسبة العينة يقترب من **التوزيع الطبيعي**، وتكون خصائصه كما يلي:

- **التوقع الرياضي:** $E(\hat{P})=p$
- **التباين:** $Var(\hat{P})=\frac{p(1-p)}{n}$
- **الانحراف المعياري (الخطأ المعياري):** $\sigma_{\hat{P}}=\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

التقريب إلى التوزيع الطبيعي:رغم أن التوزيع الأصلي هو" ذو الحدين "(متقطع)، إلا أنه يمكن تقريبه إلى التوزيع الطبيعي (مستمر) إذا كان حجم العينة كبيراً بما يكفي.

الشرط :يعتبر التقريب جيداً إذا كان $n \cdot P \geq 5$ و$n \cdot Q \geq 5$.

تصبح الصيغة المعيارية:

$$Z = \frac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{P \cdot Q}{n}}}$$

مثال: إذا كانت نسبة البطالة في مجتمع معين$p = 0.12$ ، وتم سحب عينة حجمها $n = 400$، احسب احتمال أن تكون نسبة البطالة في العينة أكبر من.0.15

الحل:

$$\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{0.12(0.88)}{400}} = \sqrt{0.000264} \approx 0.0162$$

$$Z = \frac{0.15 - 0.12}{0.0162} \approx 1.85$$

وباستخدام جدول التوزيع الطبيعي:

$$P(Z > 1.85) \approx 0.032$$

مثال :في دراسة على طلاب جامعة معينة، وُجد أن نسبة الطلاب الذين نجحوا في اختبار الإحصاء هي .0.65 أخذ الباحث **عينة عشوائية من 100 طالب**.

- احسب توزيع المعاينة للنسبة$\hat{P}$ ؟
- احسب احتمال أن تكون نسبة النجاح في العينة بين 0.60 و0.70؟

الحل:

1-المعطيات: $P = 0.65, \quad n = 100$

2-توزيع النسبة المعاينة: $\hat{P} \sim N\left(P, \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\right)$

$$\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{0.65 \cdot 0.35}{100}} = \sqrt{0.2275/100} = \sqrt{0.002275} \approx 0.0477$$

فيصبح توزيع النسبة المعاينة: $\hat{P} \sim N(0.65,0.0477)$

3-احتمال أن تكون نسبة النجاح في العينة بين 0.60 و0.70:

$$P\left(0.60 < \hat{P} < 0.70\right) = P\left(\frac{0.60-0.65}{0.0477} < Z < \frac{0.70-0.65}{0.0477}\right)$$

$$Z_1 = \frac{-0.05}{0.0477} \approx -1.048, \quad Z_2 = \frac{0.05}{0.0477} \approx 1.048$$

استخدام جدول:Z

$$P(-1.048 < Z < 1.048) \approx 0.852$$

احتمال أن تكون نسبة النجاح في العينة بين 0.60 و 0.70هو.85.2%

4- توزيع المعاينة للفروق بين نسبتين $\hat{P}_2 - \hat{P}_1$:

عند مقارنة نسبتين مأخوذتين من عينتين مستقلتين، مثل نسبة النجاح في مدرستين مختلفتين، فإن

الفرق بين النسبتين: $\hat{P}_2 - \hat{P}_1$

يُعد متغيرًا عشوائيًا له **توزيع معاينة خاص**.

4-1. خصائص توزيع المعاينة للفروق بين نسبتين $\hat{P}_2 - \hat{P}_1$:

إذا كان حجم العينتين كبيرًا، فإن توزيع الفرق بين النسبتين يقترب من التوزيع الطبيعي، وله الخصائص التالية:

- **التوقع الرياضي**: $E\left(\hat{P}_2 - \hat{P}_1\right) = p_2 - p_1$
- **التباين**: $Var\left(\hat{P}_2 - \hat{P}_1\right) = \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}$
- **الخطأ المعياري**: $\sigma_{\hat{P}_2-\hat{P}_1} = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$

ويحسب الاحتمال بالصيغة المعيارية التالية:

$$Z = \frac{\left(\hat{P}_2 - \hat{P}_1\right) - (p_2 - p_1)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

مثال : في عينة من 300 فرد كانت نسبة المستهلكين40% ، وفي عينة ثانية من 400 فرد كانت النسبة 46%.اختبر وجود فرق معنوي.

$$\sigma_{\hat{P}_2-\hat{P}_1} = \sqrt{\frac{0.4(0.6)}{300} + \frac{0.46(0.54)}{400}} \approx 0.037$$

$$Z = \frac{0.46 - 0.40}{0.037} \approx 1.62$$

مثال :في دراسة مقارنة بين قسمين في الجامعة:

- القسم :A أخذت عينة من 120 طالبًا، ووجدت نسبة النجاح$\hat{P}_1 = 0.72$
- القسم :B أخذت عينة من 100 طالب، ووجدت نسبة النجاح$\hat{P}_2 = 0.60$

احسب احتمال أن يكون **فرق النسب** $\hat{P}_1 - \hat{P}_2$ **أكبر من0.10** ؟

الحل:

المعطيات:

$$\hat{P}_1 = 0.72, \quad n_1 = 120, \quad \hat{P}_2 = 0.60, \quad n_2 = 100$$

1-حساب احتمال أن يكون فرق النسب $\hat{P}_1 - \hat{P}_2$ أكبر من0.10 تباين الفرق المعاينة:

$$\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2} = \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}} = \sqrt{\frac{0.72 \cdot 0.28}{120} + \frac{0.60 \cdot 0.40}{100}}$$

$$= \sqrt{0.00168 + 0.0024} = \sqrt{0.00408} \approx 0.0639$$

$$Z = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - 0.10}{\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}} = \frac{0.12 - 0.10}{0.0639} \approx 0.313$$

الاحتمال:

$$\mathrm{P}(\hat{\mathrm{P}}_1 - \hat{\mathrm{P}}_2 > 0.10) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} > 0.313) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{Z} < 0.313)$$
$$\approx 1 - 0.622 = 0.378$$

احتمال أن يكون الفرق أكبر من 0.10 هو.**37.8%**

5- توزيع المعاينة للتباين والانحراف المعياري:

يهدف هذا القسم إلى دراسة **سلوك التباين والانحراف المعياري للعينة** عند سحب عينات من مجتمع، وكذلك **مقارنة تباين مجتمعين مستقلين**.

إذا كان لدينا مجتمع طبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2 ، فإن **التباين المعاينة** S^2 المحسوب من عينة بحجم n هو: $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$

1-5. خصائص التوزيع المعاينة لتباين (S^2) لعينة الواحدة:

- **التوزيع:** $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$

أي أن حاصل ضرب عدد درجات الحرية في التباين المعاينة على التباين الحقيقي يتبع **توزيع كاي-تربيع** بـ $n-1$ درجة حرية.

- **التوقع:** $E(S^2) = \sigma^2$

وبالتالي، S^2 هو **مقدّر غير متحيز** للتباين.

- **التباين:** $Var(S^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$
- **الانحراف المعياري:** $S = \sqrt{\frac{2\sigma^4}{n-1}}$

توزيع S ليس كاي-تربيع ولكنه يُستنتج منه تقريبًا باستخدام توزيعات مشتقة أو مقاربات مثل تقريب نورتون أو توزيع شابيرو للعينات الكبيرة.

مثال : في مجتمع طبيعي، التباين الحقيقي لمستوى ضغط الدم هو $\sigma^2 = 25$. أخذ الباحث **عينة من 16 شخصًا** وحسب التباين المعاينة S^2.

- احسب توزيع المعاينة للتباين
- احسب احتمال أن يكون التباين المعاينة أكبر من40

الحل:

1. **المعطيات:** $\sigma^2 = 25, \quad n = 16$
2. **توزيع كاي-تربيع:** $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{15S^2}{25} = 0.6\,S^2 \sim \chi^2_{15}$
3. **تحويل الاحتمال:**

$$P(S^2 > 40) = P(0.6 \cdot 40 > \chi^2_{15}) = P(24 > \chi^2_{15})$$

من جدول χ^2 بـ 15 درجة حرية، القيمة 24 تقع تقريبًا عند **0.90** في التوزيع العكسي، إذن:

$$P(S^2 > 40) = 1 - 0.90 = 0.10$$

احتمال أن يكون التباين المعاينة أكبر من 40 هو **10%**.

6- توزيع المعاينة لنسبة بين تباينين مستقلين:

لنفترض أن لدينا **مجتمعين مستقلين** مع تباينين مجهولين σ_1^2 و σ_2^2 ، وسحبنا عينتين بأحجام n_1 و n_2 وأحسبنا التباينات المعاينةة S_1^2 و S_2^2.

النسبة المعاينة للتباينين: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$

التوزيع:

- إذا كان كلا المجتمعين **يتبعان التوزيع الطبيعي**، فإن النسبة $\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$ تتبع **توزيع F لفيشر**:

$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{(n_1-1,n_2-1)}$$

حيث $n_1 - 1$ و $n_2 - 1$ هما درجات الحرية للعينتين.

مثال: لنفترض لدينا عينتان مستقلتان:

- العينة الأولى: $n_1 = 15$، $S_1^2 = 20$
- العينة الثانية: $n_2 = 12$، $S_2^2 = 10$

نحسب النسبة: $F = \frac{20}{10} = 2$

- درجات الحرية: $df_1 = 14, df_2 = 11$
- نقارن بالقيم الحرجة لجدول F عند $\alpha = 0.05$ لتحديد ما إذا كان التباينان متساويين أم لا.

مثال :درس الباحث تباين الإنتاج في مصنعين مستقلين:

- المصنع A: n1 = 12، S1² = 20
- المصنع B: n2 = 10، S2² = 10

احسب احتمال أن يكون **نسبة التباين** $F = S_1^2/S_2^2$ **أكبر من 2** باستخدام توزيع F لفيشر.

الحل:

المعطيات:

$$S_1^2 = 20, \quad n_1 = 12 \Rightarrow df_1 = 11 S_2^2 = 10, \quad n_2 = 10 \Rightarrow df_2 = 9$$

حساب F: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{20}{10} = 2$

توزيع F: $F \sim F_{11,9}$

الاحتمال: نجد من جدول F قيمة F الجدولية عند مستوى دلالة $\alpha = 0.05$ حوالي 3.29. بما أن 2 > 3.29، إذاً:

$$P(F > 2) \approx 0.20 \quad (\text{تقريبًا})$$

احتمال أن تكون نسبة التباين أكبر من 2 هو **20% تقريبًا**.

تمارين وحلول:

تمرين (01): مدرسة تجريبية ترغب في معرفة الفرق بين توزيع المجتمع للدرجات وتوزيع المعاينة للوسط الحسابي .المجتمع يحتوي على درجات الطلاب$\mu = 75$ ، $\sigma = 10$. العينة المختارة $n = 25$.

المطلوب: فسر الفرق بين توزيع المجتمع وتوزيع المعاينة للوسط الحسابي؟

الحل:

توزيع المجتمع :يصف احتمالية كل درجة فردية (مثل60 ،70 ،...80).

توزيع المعاينة للوسط الحسابي :يصف احتمالية المتوسط الحسابي لكل عينة من حجم.n

- أهم النقاط:
  - توزيع المعاينة أكثر تركيزًا حول.μ
  - الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة أقل: .$\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n} = 10/5 = 2$
  - النتيجة العملية :يعطي صورة أكثر استقرارًا للمتوسط ويقلل الضوضاء العشوائية.

تمرين (02): تعويض السكن في إحدى الشركات: $\mu = 170$، $\sigma^2 = 6$

1- احسب احتمال أن لا يزيد تعويض موظف واحد عن165 ؟

2- لتكن لدينا عينة مكونة من 64 موظف:

- احسب توزيع الوسط الحسابي للعينات؟
- احسب .احتمال أن لا يقل المتوسط عن 172 ؟
- احسب .احتمال أن يكون المتوسط بين 165 و172؟

الحل

1- احتما ان يزيد تعويض موظف واحد عن 165:

$$\sigma = \sqrt{6} \approx 2.449$$

Z = (165-170)/2.449 ≈ -2.041

$$P(X \leq 165) = P(Z \leq -2.041) \approx 0.0206$$

2- عينة 64 موظف:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.449}{8} \approx 0.306$$

- توزيع الوسط الحسابي: $\bar{X} \sim N(170, 0.306^2)$
- احتمال $\bar{X} \geq 172$:

Z = (172-170)/0.306 ≈ 6.536

P(Z ≥ 6.536) ≈ 0

احتمال ≈ 0 تقريبًا.

- احتمال: $165 \leq \bar{X} \leq 172$

Z1 = (165-170)/0.306 ≈ -16.34

Z2 = (172-170)/0.306 ≈ 6.536

$P(165 \leq \bar{X} \leq 172) = P(-16.34 \leq Z \leq 6.536) \approx 1$

تمرين (03): تخضع اوزان علب سائل غسل الصحون من نوع معين لتوزيع معدله 1000 غم وانحرافه المعياري 80 غم. اذا اخذت عينة عشوائية حجمها 48 علبة.

1 - احسب المعدل والتباين والانحراف المعياري للوسط الحسابي $\bar{X}$ لأوزان العلب في العينة؟

2 – ما احتمال ان يزيد الوسط الحسابي لأوزان العلب في العينة عن 1072 غم؟

3- ما احتمال ان يقل الوسط الحسابي عن 980 غم؟

الحل:

n=48 تعتبر كبيرة، والمعدل والتباين للمجتمع معلومة، ولذلك فشروط نظرية متحققة ويكون :

1- الوسط الحسابي : $\mu_{\bar{x}} = 1000$

وتباين الوسط الحسابي: $\sigma^2{}_{\bar{x}} = \frac{80^2}{48}$

والانحراف المعياري للوسط الحسابي : $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma^2{}_{\bar{x}}} = \sqrt{\frac{80^2}{48}} = 11.58$

إذن: $\overline{X} \sim \mathcal{N}(1000,\ 11.58^2)$

2-حساب احتمال ان يزيد الوسط الحسابي لأوزان العلب في العينة عن 1072 غم.

$$P(\bar{X} > 1072) = P\left(\frac{\mathrm{X} - \mu}{\sigma\sqrt{n}} > \frac{1072 - 1000}{11.58}\right)$$

$$= P(z > 6.22) = 0.5 - 0.5 = 0$$

3- حساب احتمال ان يقل الوسط الحسابي عن 980 غم؟

$$P(\bar{X} < 980) = P\left(\frac{\mathrm{X} - \mu}{\sigma\sqrt{n}} < \frac{980 - 1000}{11.85}\right)$$

$$= P(z < -1.73) = P(z > 1.73)$$

$$= 0.5 - P(z < 1.73) = 0.5 - 0.4582 = 0.418$$

تمرين (04): في مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية، متوسط عمر المصباح في المجتمع هو: $\mu = 1200$ "ساعة" والانحراف المعياري $\sigma = 100$ "ساعة" سُحبت عينة عشوائية حجمها $n = 25$.

المطلوب:

1- احسب $E(\bar{X})$ و $Var(\bar{X})$ ؟

2-احسب احتمال أن يكون متوسط عمر العينة أقل من 1180 ساعة؟

الحل:

1- التوقع والتباين: $E(\bar{X}) = \mu = 1200$

$$Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{10000}{25} = 400$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{400} = 20$$

إذن: $\bar{X} \sim N\left(1200,\ \frac{100^2}{25}\right) = N(1200,\ 400)$

2- حساب الاحتمال: $P(\bar{X} < 1180)$

نحوّل إلى المتغير المعياري: $Z = \frac{1180-1200}{20} = -1$

من جدول التوزيع الطبيعي: $P(\bar{X} < 1180) = 0.1587$

$$P(Z < -1) = 0.1587$$

تمرين (05): في إحدى المدن، يبلغ عدد سائقي سيارات الأجرة 2000 سائق، وتبين أن أعمارهم تتبع توزيعًا طبيعيًا بمتوسط حسابي 50 سنة وتباين 49 سنة .تم سحب عينة عشوائية بدون إرجاع من هذا المجتمع، حجمها 25 سائقًا.

المطلوب:

1- إيجاد توزيع المعاينة لمتوسط أعمار سائقي سيارات الأجرة في العينة؟

2- حساب احتمال أن يكون متوسط العمر محصورًا بين 48 و 54سنة؟

3- إذا تغير حجم العينة إلى 144 سائقًا، يتم تحديد توزيع المعاينة للمتوسط وحساب الاحتمال السابق؟

الحل:

1- توزيع المعاينة للمتوسط:

قاعدة توزيع المعاينة للمتوسط: $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

حساب الانحراف المعياري لمتوسط العينة: $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{7}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5} = 1.4$

إذن: $\bar{X} \sim N(50, 1.4^2)$

2- حساب الاحتمال 48 ≤ X¯ ≤ 54 :

تحويل القيم إلى: $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}}$

للحافة السفلى: $Z_1 = \frac{48-50}{1.4} = \frac{-2}{1.4} \approx -1.4286$

للحافة العليا: $Z_2 = \frac{54-50}{1.4} = \frac{4}{1.4} \approx 2.8571$

احتمال وقوع المتوسط بين 48 و54:

$$P(48 \leq \bar{X} \leq 54) = P(-1.4286 \leq Z \leq 2.8571)$$

باستخدام جدولZ :

$$P(Z \leq 2.8571) \approx 0.9979, \quad P(Z \leq -1.4286) \approx 0.0765$$

إذن الاحتمال: $P = 0.9979 - 0.0765 = 0.9214 \approx 92.14\%$

3- إذا كان حجم العينة: n = 144

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{7}{\sqrt{144}} = \frac{7}{12} \approx 0.5833$$

$$Z_1 = \frac{48-50}{0.5833} \approx -3.429 \; Z_2 = \frac{54-50}{0.5833} \approx 6.857$$

الاحتمال :تقريبًا 1 (أو100%) لأن القيم ضمن نطاق ±7σ تقريبًا.

تمرين (06): في مدينة الجزائر، أجرت مديرية الإحصاء دراسة على دخل الأسر خلال سنة2025 ، مع انحراف معياري مقداره 5,000 دج .تم بسحب عينة عشوائية مكونة من 25 أسرة لدراسة متوسط دخلهم وجدوا أن متوسط دخل الأسرة في هذه المدينة هو 30,000 دج.

المطلوب:

1- تحديد توزيع المعاينة للوسط الحسابي ؟

2 - حساب احتمال أن يكون متوسط دخل العينة أكبر من 32000دج؟

الحل:

1- تحديد التوزيع:

الوسط الحسابي للعينة: $\bar{X}$ حجم العينة: $n = 25$ متوسط المجتمع: $\mu = 30000$

الانحراف المعياري للمجتمع: $\sigma = 5000$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5000}{\sqrt{25}} = \frac{5000}{5} = 1000$$

إذن: $$\bar{X} \sim N(30000, 1000^2)$$

2- حساب الاحتمال: نريد: $P(\bar{X} > 32000)$

- تحويل المتوسط إلى قيمةZ : $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{32000-30000}{1000} = 2$
- من جدول التوزيع الطبيعي القياسي: $P(Z > 2) = 0.0228$

هذا يعني أن من النادر أن تتجاوز عينة مكونة من 25 أسرة متوسط دخل 32,000 دج، إذا استمر دخل المجتمع كما هو.

من الناحية الاقتصادية، يعطي هذا الاحتمال مؤشرا على أن متوسط دخل الأسر عادةً قريب من 30,000دج، وأن أي انحراف كبير يحتاج لتفسير (زيادات استثنائية أو تغيرات اقتصادية).

تمرين (07): تخضع أوزان علب سائل الغسيل لتوزيع طبيعي بمتوسط حسابي 1000 غرام وانحراف معياري 77 غرام .تم سحب عينة عشوائية حجمها 35 علبة.

المطلوب:

1- إيجاد توزيع المعاينة لأوزان العلب في العينة؟

2- حساب احتمال أن يزيد المتوسط الحسابي لأوزان العلب في العينة عن 980 غرامًا؟

الحل:

1- توزيع المعاينة للمتوسط: $\sigma_{\bar{X}} = \frac{77}{\sqrt{35}} \approx 13.01$

$$\bar{X} \sim N(1000, 13.01^2)$$

2- احتمال980 < $\bar{X}$ **:** $Z = \frac{980-1000}{13.01} = \frac{-20}{13.01} \approx -1.537$

$$P(\bar{X} > 980) = P(Z > -1.537) = 1 - P(Z \leq -1.537)$$

من جدول Z: $P(Z \leq -1.537) \approx 0.0623$

$$P(\bar{X} > 980) = 1 - 0.0623 = 0.9377 \approx 93.77\%$$

تمرين (08): مجتمع حجمه 1100 بمتوسط $\mu = 25$ و$\sigma = 10$.

المطلوب: اوجد توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي للعينة في حالتين التاليين؟

الحالة الاولى: لما حجم العينة $n_1 = 49$.

الحالة الثانية: لما $n_2 = 64$.

الحل:

الحالة الاولى: حجم العينة $n_1 = 49$: $\mu_X = \mu = 25$

بما ان: $\frac{n}{N} = 49/1100 = 0.04 < 0.05$ فان نهمل معامل الارجاع

فيصبح: $\Rightarrow \sigma_x = \sigma/\sqrt{n} = 10/\sqrt{49} = 1.43$

$\Rightarrow \sigma^2_x = 2.04$

فيكون توزيع المعاينة للمتوسط 150 $\bar{X} \sim N(25\ ;\ 2.04)$.

الحالة الثانية: الحجم العينة $n_1 = 64$: $\mu_X = \mu = 25$

بما ان: $\frac{n}{N} = 64/1100 = 0.58 > 0.05$ فان نحسب معامل الارجاع

فيصبح:
$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sigma}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{10}{64}}\sqrt{\frac{1100-64}{1100-1}} = 0.38$$

$$=> \sigma^2_x = 0.14$$

فيكون توزيع المعاينة للمتوسط 150 $\bar{X} \sim N(25\ ;\ 0.14)$.

تمرين (09): متوسط الوقت المستغرق لإنهاء اختبار في مدرسة، $n = 49$ طالبًا، $\bar{X} = 55$ دقيقة، $S = 10$.

المطلوب: احسب احتمال أن يكون متوسط العينة بين 53 و 57دقيقة؟

الحل:

$$\sigma_{\bar{X}} \approx \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{10}{7} \approx 1.429$$

$$Z_1 = \frac{53-55}{1.429} \approx -1.4 \quad Z_2 = \frac{57-55}{1.429} \approx 1.4$$

$$P(53 < \bar{X} < 57) = P(-1.4 < Z < 1.4) = 0.838$$

$$(-1.33 \leq Z \leq 1.33) \approx 0.816$$

تمرين (10): في مصنع شوكولا، أخذت عينة **n = 25** عبوات لقياس وزن العبوة.

متوسط الوزن $\bar{X} = 200$ غرام، الانحراف المعياري للعينة $S = 8$ غرام.

المطلوب :

1- حساب **توقع** $E(\bar{X})$ **وتباين** $Var(\bar{X})$ ؟

2- تحديد **توزيع المعاينة للوسط الحسابي** $\bar{X}$ ؟

3- احتمال أن يكون متوسط الوزن بين 195 و 205غرام.

الحل:

1- **توقع وتباين**:

$$E(\bar{X}) = 200,$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{8}{\sqrt{25}} = 1.6$$

$$Var(\bar{X}) = 1.6^2 = 2.56$$

1توزيع الوسط الحسابي: $n < 30$ → t-Student

- درجات الحرية$df = 24$

- **توزيع المعاينة:** $\bar{X} \sim t\,(200, 1.6^2)$

3- **حساب الاحتمال:**

$$t_1 = \frac{195 - 200}{1.6} = -3.125 \quad t_2 = \frac{205 - 200}{1.6} = 3.125$$

$P(195 < \bar{X} < 205) \approx 0.995$ (جدول من t_24)

تمرين (11): في دراسة متوسط المبيعات اليومية لمحلات صغيرة، أخذت عينة **n = 20** محلًا.متوسط المبيعات $\bar{X} = 50000$ دينار، الانحراف المعياري للعينة.$S = 8000$

المطلوب :

1- حساب **توقع** $E(\bar{X})$ **وتباين**$Var(\bar{X})$ ؟

2- تحديد **توزيع المعاينة للوسط الحسابي**$\bar{X}$ ؟

3-احتمال أن يكون متوسط المبيعات أقل من 45000 دينار؟

الحل

1- **توقع وتباين:** $E(\bar{X}) = 50000,$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{8000}{\sqrt{20}} \approx 1788.85$$

$$Var(\bar{X}) = 1788.85^2 \approx 3{,}200{,}000$$

2 **توزيع المعاينة:** $\bar{X} \sim t(50000, 1788.85^2)$

درجات الحرية$df = 19$

3- **حساب الاحتمال:**

$$t = \frac{45000 - 50000}{1788.85} \approx -2.795$$ذ

$P(\bar{X} < 45000) \approx 0.006$ (من جدول t_19)

تمرين (12): متوسط أوزان عبوات حليب من مصنعين مستقلين:

- مصنع A: $n_1 = 25$ ، $\bar{X}_1 = 1000$ غ، $S_1 = 20$ غ
- مصنع B: $n_2 = 30$ ، $\bar{X}_2 = 1010$ غ، $S_2 = 25$ غ

المطلوب:

1- حدد توزيع المعاينة للفرق $\bar{X}_2 - \bar{X}_1$؟

2- احتمال أن يكون الفرق $\bar{X}_2 - \bar{X}_1 < 5$ غرام؟

الحل:

1-توزيع المعاينة للفرق $\bar{X}_2 - \bar{X}_1$:

$$E(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) = 1010 - 1000 = 10$$

$$Var(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) = \frac{20^2}{25} + \frac{25^2}{30} = 16 + 20.833 \approx 36.833$$

$$\sigma_{\bar{X}_2 - \bar{X}_1} = \sqrt{36.833} \approx 6.07$$

ومنه: $$\bar{X}_2 - \bar{X}_1 \sim N(10, 6.07^2)$$

2- احتمال أن يكون الفرق $\bar{X}_2 - \bar{X}_1 < 5$ غرام:

$$Z = \frac{5-10}{6.07} \approx -0.824$$

$$P(\bar{X}_2 - \bar{X}_1 < 5) = P(Z < -0.824) \approx 0.205$$

تمرين (12): في دراسة سوق المحلات الصغيرة، نسبة المحلات التي حققت أرباحًا أسبوعية أعلى من 50000دينار:

- مجموعة A: $n_1 = 80$ ، $\hat{P}_1 = 0.6$

- مجموعة $B: n_2 = 70$، $\hat{P}_2 = 0.75$

المطلوب:

1- حدد توزيع الفرق بين النسبتين $\hat{P}_2 - \hat{P}_1$؟

2-احتمال أن يكون الفرق $\hat{P}_2 - \hat{P}_1 > 0.2$ ؟

الحل:

1- توزيع الفرق بين النسبتين $\hat{P}_2 - \hat{P}_1$:

$$\hat{P}_2 - \hat{P}_1 \sim N\left(E(\hat{P}_2 - \hat{P}_1), Var(\hat{P}_2 - \hat{P}_1)\right)$$

$$E(\hat{P}_2 - \hat{P}_1) = 0.75 - 0.6 = 0.15$$

$$Var(\hat{P}_2 - \hat{P}_1) = \frac{0.6(1-0.6)}{80} + \frac{0.75(1-0.75)}{70}$$

$$= 0.003 + 0.00268 \approx 0.00568$$

$$\sigma_{\hat{P}_2 - \hat{P}_1} = \sqrt{0.00568} \approx 0.07536$$

ومنه : $\hat{P}_2 - \hat{P}_1 \sim N(0.15, \quad 0.00568)$

2- حساب الاحتمال:

$$Z = \frac{0.2 - 0.15}{0.07536} \approx 0.664$$

$$P(\hat{P}_2 - \hat{P}_1 > 0.2) = 1 - P(Z < 0.664) \approx 1 - 0.746 = 0.254$$

تمرين (13): في مصنعين لبيع عبوات الشوكولا، نسبة العبوات المعيبة:

- مصنع $A: n_1 = 40$، $\hat{P}_1 = 0.05$
- مصنع $B: n_2 = 50$، $\hat{P}_2 = 0.08$

المطلوب:

1- حدد توزيع الفرق بين النسبتين $\hat{P}_2 - \hat{P}_1$؟

2- احتمال أن يكون الفرق $\hat{P}_2 - \hat{P}_1 < 0$ (أي أن المصنع B أقل من A)

الحل:

1- توزيع الفرق بين النسبتين $\hat{P}_2 - \hat{P}_1$:

$$E\left(\hat{P}_2 - \hat{P}_1\right) = 0.08 - 0.05 = 0.03$$

$$Var\left(\hat{P}_2 - \hat{P}_1\right) = \frac{0.05(1-0.05)}{40} + \frac{0.08(1-0.08)}{50} = 0.0011875 + 0.001472 \approx 0.0026595$$

$$\sigma_{\hat{P}_2 - \hat{P}_1} = \sqrt{0.0026595} \approx 0.05157$$

ومنه : $\hat{P}_2 - \hat{P}_1 \sim N(0.03, \quad 0.0026595)$

2- حساب الاحتمال:

$$Z = \frac{0-0.03}{0.05157} \approx -0.581$$

$$P\left(\hat{P}_2 - \hat{P}_1 < 0\right) = P(Z < -0.581) \approx 0.281$$

خلاصة:

من خلال هذا المحور درسنا توزيعات المعاينة وكيفية ارتباطها بالإحصاءات العينية مثل المتوسط، التباين، الانحراف المعياري، ونسبة بين تباينين لعينة عينتين. وقد أظهرنا أن هذه التوزيعات توفر الإطار النظري لفهم تقلب الإحصاءات العينية، ومدى اعتمادها على حجم العينة وخصائص المجتمع الأصلي.

من خلال فهم توزيعات المعاينة، أصبح بإمكانكم:

1- تقدير معالم المجتمع مثل المتوسط (μ) والتباين (σ^2) بدقة، مع معرفة مدى انحياز ودقة هذه التقديرات.

2- بناء فواصل الثقة، مما يتيح لكم تحديد نطاق المعلمات المحتمل في المجتمع اعتمادًا على العينة.

3- تطبيق الاختبارات الإحصائية بشكل علمي، مع فهم توزيع الإحصاءات العينية والاعتماد على خصائصها.

وهنا يكتسب محور التقدير الإحصائي أهميته، حيث سنستخدم هذه التوزيعات كأساس لبناء تقديرات نقطية وفواصل ثقة لمعالم المجتمع، مما يتيح لكم الانتقال من تحليل العينة إلى استنتاج النتائج الاستدلالي ة بطريقة منهجية.

باختصار، فهم توزيعات المعاينة هو الخطوة الأساسية قبل التقدير، لأنه يمنحكم القدرة على التعامل مع البيانات العينية بثقة علمية، وتطبيق طرق التقدير بشكل دقيق وموثوق، بما يدعم قراراتكم البحثية والتحليلية في الدراسات الإحصائية.

المحور الثالث

نظرية التقدير

تمهيد:

بعد أن درسنا في المحور السابق كيفية سلوك الإحصاءات في العينات(توزيعات المعاينة)، ننتقل الآن إلى الهدف الأساسي للإحصاء الاستدلالي :استخدام بيانات العينة لتقدير معالم المجتمع المجهولة.

في الواقع العملي، المعالم الحقيقية للمجتمع (مثل متوسط الدخل القوميμ ، أو نسبة البطالة الحقيقيةP) هي قيم ثابتة لكنها مجهولة .دورنا كإحصائيين هو تقديم" أفضل تخمين "لهذه القيم بناءً على المعلومات المتاحة في العينة.

تنقسم نظرية التقدير إلى قسمين رئيسيين:

- **التقدير النقطي :(Point Estimation)** إعطاء قيمة واحدة محددة للمعلمة.
- **التقدير بفترة :(Interval Estimation)** إعطاء مجال (من ... إلى...) نتوقع أن تقع المعلمة داخله باحتمال معين.

1- التقدير النقطي(Point Estimation) :

1-1.مفهوم التقدير النقطي:

التقدير النقطي هو عملية استخدام بيانات العينة لحساب قيمة واحدة تسمى" المُقَدّر "لتكون بديلاً عن" المعلمة "المجهولة.

- نرمز للمعلمة المجهولة بالرمز θ :(ثيتا).
- نرمز للمقدر المحسوب من العينة بالرمز $\hat{\theta}$:(ثيتا هات).

مثلاً :نستخدم وسط العينة ($\bar{X}$) لتقدير وسط المجتمع(μ) ، ونستخدم نسبة العينة ($\hat{P}$) لتقدير نسبة المجتمع.(P)

2-1.خصائص المقدر الجيد :

ليس كل إحصائية تصلح أن تكون مقدراً جيداً .لكي نعتمد على المقدر، يجب أن تتوفر فيه أربعة شروط علمية دقيقة، سنشرحها بالتفصيل:

أولاً :عدم التحيز.

يقال إن المقدر $\hat{\theta}$ غير متحيز للمعلمة θ إذا كان التوقع الرياضي (المتوسط) لتوزيع المعاينة للمقدر يساوي تماماً قيمة المعلمة الحقيقية: $E(\hat{\theta}) = \theta$

- **مثال :**لقد أثبتنا في المحور السابق أن$E(\bar{X}) = \mu$ ، إذن الوسط الحسابي للعينة هو مقدر **غير متحيز**.

تباين العينة S^2 المحسوب بالقسمة على n يعتبر متحيزاً، لذلك نقسم على $(n - 1)$ لجعله غير متحيز.

ثانياً :الاتساق.

يقال إن المقدر متسق إذا كانت قيمته تقترب احتماليًا من قيمة المعلمة كلما زاد حجم العينة $(n \to \infty)$.

أي أن زيادة حجم العينة تزيد من دقة التقدير وتقلل الخطأ .الوسط الحسابي $\bar{X}$ هو مقدر متسق لأن تباينه σ^2/n يؤول للصفر عندما تكبر n.

ثالثاً :الكفاءة.

تستخدم للمفاضلة بين مقدرين غير متحيزين .إذا كان لدينا مقدران($\hat{\theta}_1$و$\hat{\theta}_2$) وكلاهما غير متحيز، فإننا نختار المقدر الذي له **أقل تباين**(أقل تشتت).

- المقدر الأكثر كفاءة هو الذي يعطي نتائج متقاربة في كل مرة نعيد فيها التجربة.

مثلاً :لتقدير وسط المجتمع، يعتبر الوسط الحسابي ($\bar{X}$) أكثر كفاءة من الوسيط (Median) في العينات المسحوبة من توزيع طبيعي.

رابعاً :الكفاية.

يقال إن المقدر كافٍ إذا كان يستخدم جميع المعلومات الموجودة في العينة حول المعلمة.

- الوسط الحسابي ($\bar{X}$) يستخدم كل القيم في حسابه، لذا فهو مقدر كافٍ.
- المنوال أو الوسيط قد يتجاهلان بعض القيم المتطرفة، لذا قد لا يحققان شرط الكفاية دائماً.

2- التقدير بفترة ثقة لمتوسط المجتمع(μ) :

بما أن التقدير النقطي نادراً ما يصيب المعلمة الحقيقية بدقة100% ، فإننا نلجأ لتحديد "فترة "أو "مجال "يحيط بالمقدر النقطي.

تعريف :فترة الثقة هي مجال عددي له حد أدنى (L) وحد أعلى(U) ، بحيث نكون واثقين بنسبة معينة (مثلاً95%) أن المعلمة الحقيقية تقع داخله.

- **مستوى الثقة :($1-\alpha$)** هو الاحتمال الذي نثق به (مثلاً 0.95 أو0.99).
- **مستوى المعنوية :(α)** هو احتمال الخطأ، أي احتمال أن تقع المعلمة خارج الفترة المحددة.

الصيغة العامة لفترة الثقة:

المقدر النقطي±(القيمة الحرجة × الخطأ المعياري)

1-2. تقدير المتوسط (μ) عندما يكون التباين (σ^2) معلوماً.

تستخدم هذه الحالة عندما يكون لدينا دراسات سابقة دقيقة تعطينا الانحراف المعياري للمجتمع، أو إذا كان حجم العينة كبيراً جداً.

بما أن توزيع $\bar{X}$ طبيعي (أو يؤول للطبيعي)، نستخدم القيمة المعيارية.Z

قانون فترة الثقة:

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

مجال الثقة: الجدول الآتي يبين قيم معاملات الثقة Zc بحسب مستوى الثقة في حالة استخدام التوزيع الطبيعي في التقدير:

مستوى الثقة $1-\sigma$	0.99	0.98	0.95	0.90	0.8	0.5
مستوى المعنوية σ	0.01	0.02	0.05	0.10	0.2	**0.5**
$\sigma/2$	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	**0.25**
$Zc = Z_{\sigma}/2$	**2.58**	**2.326**	**1.96**	**1.645**	**1.282**	**0.674**

مثال: مصنع للإسمنت يريد تقدير متوسط وزن الأكياس المنتجة .أخذت عينة عشوائية من $n = 64$كيساً، فكان متوسط وزنها $\bar{X} = 49.8$ كغ .إذا علمت أن الانحراف المعياري لعملية التعبئة ثابت ومعلوم وهو $\sigma = 0.8$ كغ.

المطلوب:

1- قدر متوسط وزن أكياس المصنع بفترة ثقة95 % ؟

2- قدر المتوسط بفترة ثقة99 % ؟

3- ناقش أثر زيادة مستوى الثقة على طول الفترة (دقة التقدير)؟

الحل:

1- فترة ثقة95% : $\alpha = 0.05 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1.96.$

الخطأ المعياري (هامش الخطأ) : $E = 1.96 \times \frac{0.8}{\sqrt{64}} = 1.96 \times 0.1 = 0.196.$

الحد الأدنى: $49.8 - 0.196 = 49.604.$

الحد الأعلى: $49.8 + 0.196 = 49.996.$

الفترة: $(49.8 \pm 0.196) \rightarrow [49.604 \quad ,49.996].$

القرار :نحن واثقون بنسبة 95% أن المتوسط الحقيقي لأكياس المصنع يقع بين 49.60 كغ و 50.00 كغ.

2- فترة ثقة99 % : $\alpha = 0.01 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2.58.$

هامش الخطأ: $E = 2.58 \times \frac{0.8}{8} = 2.58 \times 0.1 = 0.258$.

الفترة: $(49.8 \pm 0.258) \rightarrow [49.542 \ , \ 50.058].$

3- المناقشة:

نلاحظ أنه عند زيادة الثقة من 95% إلى99% ، زاد طول الفترة) من 0.392 إلى.(0.516

<u>قاعدة :هناك علاقة طردية بين مستوى الثقة وطول الفترة .لكي تكون أكثر ثقة يجب أن توسع المجال، وهذا يقلل من" الدقة."</u>

2-2. تقدير المتوسط (μ) والتباين (σ^2) مجهول:

هنا نميز بين حالتين فرعيتين بناءً على حجم العينة:

أ- حجم العينة كبير:($n \geq 30$) :

نستبدل σ المجهولة بـ S (انحراف العينة) ونستخدم توزيع Z تقريباً (حسب نظرية النهاية المركزية).

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

ب- حجم العينة صغير:($n < 30$) :

هنا يكمن التحدي .بما أن التباين مجهول والعينة صغيرة، فإن عدم اليقين يزداد .التوزيع الطبيعي لا يعود صالحاً، ونستخدم بدلاً منه توزيع ستيودنت.(t-distribution)

توزيع t يشبه التوزيع الطبيعي لكنه أكثر تفلطحاً ، مما يعطي فترات أوسع لتعكس قلة المعلومات.

قانون فترة الثقة (توزيعt):

$$\bar{X} - t_{(\alpha/2,n-1)}\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{(\alpha/2,n-1)}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

حيث $t_{(\alpha/2,n-1)}$ هي القيمة الجدولية بدرجات حرية.$df = n - 1$

مثال:

أجرى باحث طبي دراسة على عينة من 10 مرضى ($n = 10$) لقياس نسبة السكر في الدم بعد تناول دواء جديد .كانت النتائج كالتالي (ملغ/ديسيلتر):

$$120\,,115\ \ ,118\,,125\,,110\,,122\,,119\,,117\,,121\,,113.$$

قدر متوسط نسبة السكر للمرضى الذين يتناولون هذا الدواء بدرجة ثقة.95%

الحل:

1-. حساب الإحصائيات الأولية من البيانات الخام:

المتوسط.$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1180}{10} = 118$

لحساب الانحراف المعياريS ، نستخدم القانون: $S = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}}.$

بعد الحساب نجد: $S \approx 4.546.$

2-. تحديد التوزيع المناسب:

- التباين مجهول.
- حجم العينة صغير.($10 < 30$)
- إذن نستخدم **توزيع t**. درجات الحرية $df = 10 - 1 = 9$

:عند ثقة95 %($\alpha = 0.05$) ودرجات حرية9 ،نجد القيمة $t = 2.262$

حساب الفترة: $118 \pm 2.262 \times \frac{4.546}{\sqrt{10}}$

$$118 \pm 2.262 \times 1.437$$

$$\mu = 118 \pm 3.25$$

النتيجة :الفترة هي.$[114.75,121.25]$

نحن واثقون بنسبة95 %أن متوسط السكر الحقيقي يقع ضمن هذا المجال.

3- تحديد حجم العينة اللازم لتقدير المتوسط:

قبل البدء في أي دراسة، السؤال الأهم هو : كم مفردة يجب أن أسحب؟

تعتمد الإجابة على ثلاثة عوامل يحددها الباحث مسبقاً:

*- مستوى الثقة المطلوب.($Z_{\alpha/2}$)

*- هامش الخطأ المسموح به (E) مثلاً :أريد التقدير بدقة ± 2 وحدة.

*- تشتت المجتمع (σ) يُقدر من دراسة استطلاعية سابقة.

*- قانون حجم العينة الأمثل:

من صيغة فترة الثقة، نعلم أن الخطأ المسموح به هو: $E = Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

بتربيع الطرفين وإعادة الترتيب نحصل على:

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E}\right)^2$$

ملاحظة :دائماً نقرب الناتج للأعلى (Round Up) لضمان الدقة.

مثال:

يريد مدير بنك تقدير متوسط وقت الانتظار للعملاء بحيث لا يتجاوز الخطأ في التقدير دقيقة واحدة .($E = 1$) تشير دراسات سابقة إلى أن الانحراف المعياري هو 4 دقائق.($\sigma = 4$)

ما هو حجم العينة المطلوب لتحقيق ذلك بمستوى ثقة%95 ؟ وماذا لو أردنا ثقة%99 ؟

الحل:

1. عند ثقة95 % ($Z = 1.96$) :

$$n = \left(\frac{1.96 \times 4}{1}\right)^2 = (7.84)^2 = 61.46$$

إذن يجب سحب 62 عميلاً (نقرب للأعلى)

2. عند ثقة99 % ($Z = 2.58$) :

$$n = \left(\frac{2.58 \times 4}{1}\right)^2 = (10.32)^2 = 106.5$$

إذن يجب سحب 107 عملاء.

نستنتج أن زيادة الثقة تتطلب زيادة كبيرة في حجم العينة (التكلفة).

4- تقدير فترة الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين($\mu_1 - \mu_2$) :

في الدراسات المقارنة نادراً ما نهتم بتقدير معلمة واحدة بمعزل عن غيرها .غالباً ما يكون هدف الباحث هو معرفة مقدار" الفجوة "أو الفرق بين مجتمعين.

اذن : ليكن لدينا مجتمعان مستقلان، سحبنا منهما عينتين عشوائيتين n_1 و n_2.

- المجتمع الأول يتبع توزيعاً بمتوسط μ_1 وتباين.σ_1^2
- المجتمع الثاني يتبع توزيعاً بمتوسط μ_2 وتباين.σ_2^2

هدفنا هو بناء" مجال ثقة "للمعلمة المركبة.$(\theta = \mu_1 - \mu_2)$

تعتمد صياغة المجال الرياضي على ثلاثة عوامل محددة بدقة:

- ❖ معلومية تباين المجتمعين(σ^2) .
- ❖ أحجام العينات.
- ❖ طبيعة العلاقة بين العينتين.

1-4. حالة العينات المستقلة:

1-1-4. التباينات (σ_1^2, σ_2^2) معلومة أو العينات كبيرة$(n \geq 30)$:

هذه هي الحالة القياسية .بما أن التباينات معلومة، أو العينات كبيرة بما يكفي لتطبيق" نظرية النهاية المركزية(CLT) "، فإن توزيع الفرق بين المتوسطين يتبع التوزيع الطبيعي.(Z)

فان المقدر النقطي للفرق هو: .$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$

الانحراف المعياري لتوزيع الفرق (Standard Error) هو: $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

الصياغة الرياضية لفترة الثقة:

عند مستوى ثقة$(1-\alpha)$ ، تكون حدود المجال كالتالي:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

ملاحظة :إذا كانت التباينات مجهولة ولكن$n \geq 30$ ، نستبدل σ^2 بتباين العينة S^2 وتبقى الصيغة كما هي تقريباً.

2-1-4. التباينات مجهولة والعينات صغيرة($n < 30$) :

هذه الحالة هي الأكثر تعقيداً وشيوعاً، حيث يتطلب الأمر استخدام **توزيع ستيودنت** .(t) هنا يجب التمييز بصرامة بين حالتين فرعيتين بناءً على" تجانس التباين."

الحالة الأولى :افتراض تساوي التباينين($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$)

عندما نثبت (عن طريق اختبار F) أن التباينين متجانسان، فإننا نقوم بتقدير" التباين المشترك " (S_p^2)لزيادة دقة التقدير.

- ✓ قانون التباين المشترك:(S_p^2) يعتبر هذا القانون متوسطاً مرجحاً لتبايني العينتين:

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

- ✓ فتصبح فترة الثقة كمايلي:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{(\alpha/2,df)} \cdot S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\left(\frac{\alpha}{2},df\right)} \cdot S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{(\alpha/2,df)} \cdot S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

حيث درجات الحرية.$df = n_1 + n_2 - 2$:

الحالة الثانية :عدم تساوي التباينين($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

إذا كانت التباينات مختلفة بشكل جوهري، لا يمكننا دمجها .نستخدم تقريب" سميث-ساترثويت " (Smith-Satterthwaite)لتحديد درجات الحرية المعدلة.(df')

- درجات الحرية المعدلة (معادلة ويلش):

$$df' = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1-1}+\frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$$

(يتم تقريب الناتج لأقرب عدد صحيح).

- و تصبح فترة الثقة كما يلي:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{(\alpha/2, df')}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

مثال:

أجريت دراسة لمقارنة الإنفاق الشهري (بالألف دج() لطلبة كليتي" العلوم الاقتصادية "و" الآداب ."

سحبت عينتان عشوائيتان وكانت النتائج كالتالي:

- **عينة الاقتصاد**$n_1 = 10$:، $\bar{X}_1 = 15$ ،، $S_1^2 = 18$
- **عينة الآداب**$n_2 = 12$:، $\bar{X}_2 = 11$ ،، $S_2^2 = 14$

المطلوب:

بفرض أن مجتمعي الإنفاق يتبعان التوزيع الطبيعي وأن تباينهما متساويان، أوجد فترة ثقة 95%

للفرق بين متوسطي إنفاق الطلبة في الكليتين.

الحل:

أولاً :التحقق من المعطيات والشروط:

- ❖ العينات صغيرة ← ($10,12 < 30$) استخدام توزيع .t
- ❖ التباينات مجهولة ولكن مفترض تساويها ← استخدام. S_p^2
- ❖ مستوى الثقة($\alpha = 0.05$) 95% .

ثانياً :الحسابات الوسيطة:

- ❖ حساب التباين المشترك:(S_p^2)

$$S_p^2 = \frac{(10-1)(18)+(12-1)(14)}{10+12-2}$$

$$S_p^2 = \frac{9(18)+11(14)}{20} = \frac{162+154}{20} = \frac{316}{20} = 15.8$$

ومن الانحراف المعياري المشترك: $S_p = \sqrt{15.8} \approx 3.975.$

❖ تحديد القيمة الجدولية:(t)

درجات الحرية: $df = 10 + 12 - 2 = 20.$

عند $\alpha/2 = 0.025$ و $df = 20$ من الجدول: $t_{0.025,20} = 2.086.$

ثالثاً :بناء الفترة:

الفرق بين المتوسطين: $15 - 11 = 4.$

هامش الخطأ:

$$E = 2.086 \times 3.975 \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{12}}$$

$$E = 8.29 \times \sqrt{0.1 + 0.0833} = 8.29 \times \sqrt{0.1833}$$

$$E = 8.29 \times 0.428 \approx 3.55$$

الحدود: $4 \pm 3.55 \Rightarrow [0.45,7.55]$

بما أن الفترة [0.45,7.55] موجبة تماماً ولا تحتوي على الصفر، فإننا واثقون بنسبة 95% أن متوسط إنفاق طلبة الاقتصاد أعلى من طلبة الآداب بمقدار يتراوح بين 450 دج و 7550 دج.

2-4. حالة العينات المرتبطة :

هذه الحالة شائعة جداً في التجارب الطبية والقبلية/البعدية ،هنا لا تكون العينات مستقلة، بل كل مشاهدة في العينة الأولى مرتبطة بمشاهدة في العينة الثانية (نفس الشخص قبل وبعد التدريب، أو توأمان، أو نفس الشركة في عامين متتاليين).

بدلاً من التعامل مع $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ بشكل منفصل، نقوم بتحويل البيانات إلى متغير جديد هو" الفرق " (D_i).

$$D_i = X_{1i} - X_{2i}$$

ثم نحسب متوسط الفروق $(\bar{D})$ وانحرافها المعياري.(S_d)

قانون فترة الثقة للعينات المرتبطة:

$$\bar{D} - t_{(\alpha/2,n-1)}\frac{S_d}{\sqrt{n}} < \mu_d < \bar{D} + t_{(\alpha/2,n-1)}\frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

حيث n هو عدد الأزواج.

5- تقدير فترة الثقة للنسبة والفرق بين نسبتين:

1-5. تقدير نسبة المجتمع(P) :

عندما تكون البيانات نوعية ، نستخدم التقريب الطبيعي للتوزيع ذي الحدين.

شرط التطبيق :يجب أن يكون $nP \geq 5$ و.$n(1-P) \geq 5$

صيغة المجال:

$$\hat{P} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} < P < \hat{P} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

تحديد حجم العينة لتقدير النسبة:

هذا القانون مهم جداً في دراسات السوق واستطلاعات الرأي.

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \cdot \hat{P}(1-\hat{P})}{E^2}$$

ملاحظة هامة :إذا لم تكن لدينا أي معلومة سابقة عن النسبة$\widehat{P}$ ، نفترض أسوأ الاحتمالات (أقصى تباين) وهو$\widehat{P} = 0.50$ ، مما يعطي أكبر حجم عينة ممكن لضمان الدقة.

2-5. تقدير الفرق بين نسبتي مجتمعين$(P_1 - P_2)$:

تستخدم للمقارنة بين قطاعين (مثلاً نسبة البطالة في الشمال vs الجنوب).

صيغة المجال:

$$(\widehat{P}_1 - \widehat{P}_2) \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{P}_1(1 - \widehat{P}_1)}{n_1} + \frac{\widehat{P}_2(1 - \widehat{P}_2)}{n_2}}$$

تمارين وحلول:

تمرين (09): باحث يسحب عينتين مختلفتين من نفس المجتمع .يريد معرفة تأثير زيادة حجم العينة على تباين الوسط الحسابي.

المطلوب: اشرح العلاقة بين حجم العينة وتباين الوسط الحسابي؟

الحل:

- قانون التباين لتوزيع المعاينة: $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$
- إذا ضاعفنا حجم العينة$n \to 2n$: $Var(\bar{X}) \to \frac{\sigma^2}{2n} = \frac{1}{2} Var(\bar{X})$

التفسير :تباين الوسط الحسابي يقل ← المتوسط يصبح أكثر استقرارًا ودقة.

تمرين (08): باحث يريد إثبات أن الوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ هو مقدّر غير متحيز لمتوسط المجتمع μ.

الحل:

- حسب التعريف: $E(\bar{X}) = \mu$
- إذا كان المتغير العشوائي $\bar{X}$ يساوي المتوسط الحسابي لأي عينة:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$

- التوقع:

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E\,(X_i) = \frac{1}{n} \cdot n\mu = \mu$$

الاستنتاج $\bar{X}$:مقدّر غير متحيز لمتوسط المجتمع.

المسألة رقم :(11) .

صمم مصنع محركاً يتطلب قطعاً بمتوسط طول $\mu = 12.5$ ملم .سحب مهندس الرقابة عينة عشوائية صغيرة حجمها $n = 9$ قطع، ووجد أن أطوالها كانت كما يلي (بالملم):

(12.4, 12.2, 12.8, 12.5, 12.1, 12.6, 12.3, 12.7, 12.4).

1-احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة.

2-قدر متوسط طول القطع في المجتمع بفترة ثقة.95%

الحل:

1-حساب الإحصائيات الوصفية للعينة:

- الوسط الحسابي($\bar{x}$) :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{12.4+12.2+12.8+12.5+12.1+12.6+12.3+12.7+12.4}{9} = \frac{112}{9} \approx 12.44.$$

- الانحراف المعياري :(S) أولاً نحسب مجموع مربعات الانحرافات

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 \approx 0.422. S^2 = \frac{0.422}{9-1} = 0.0528 \Longrightarrow S = \sqrt{0.0528} \approx 0.23.$$

2-نظرية التقدير (فترة الثقة):

المعطيات, $n = 9, df = 8$:مستوى الثقة. $95\% \Longrightarrow \alpha/2 = 0.025$.

القيمة الجدولية من توزيع: t $t_{0.025,8} = 2.306.$

قانون فترة الثقة : $\bar{x} \pm t_{\alpha/2,n-1} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$

التعويض:

$$12.44 \pm 2.306 \times \frac{0.23}{\sqrt{9}} = 12.44 \pm 2.306(0.0767) = 12.44 \pm 0.177.$$

النتيجة: $[12.263,12.617]$.

المسألة رقم :(22)

في دراسة لمتوسط استهلاك الوقود لنوع مطور من المحركات، سحبت عينة عشوائية من $n = 36$ محركاً، ووجد أن متوسط الاستهلاك هو $\bar{x} = 8.2$ لتر100/كم، بانحراف معياري قدره $S = 0.6$ لتر100/كم.

المطلوب: -قدر متوسط استهلاك المجتمع الحقيقي (μ) بفترة ثقة.95% ؟

الحل:1- تقدير المتوسط بفترة ثقة:95%

المعطيات : $\bar{x} = 8.2, S = 0.6, n = 36, Z_{0.025} = 1.96.$

الخطأ المعياري التقديري: $S_{\bar{x}} = \frac{0.6}{\sqrt{36}} = 0.1.$

هامش الخطأ: $E = 1.96 \times 0.1 = 0.196.$

فترة الثقة: $8.2 \pm 0.196 \Longrightarrow [8.004,8.396].$

لدينا مجتمع مكون من $N = 1000$ وحدة سكنية في منطقة حضرية، ونريد دراسة متوسط الاستهلاك الشهري للكهرباء .قام الباحث بسحب عينة عشوائية بسيطة حجمها $n = 100$ مسكن، فوجد أن متوسط الاستهلاك في العينة هو $\bar{x} = 350$ كيلوواط، بانحراف معياري قدره $S = 50$كيلوواط.

1- احسب الخطأ المعياري للمتوسط مع مراعاة معامل التصحيح للمجتمع المحدود.؟

2- قدر إجمالي استهلاك الحي السكني ككل ($N \times \mu$) بفترة ثقة.95% ؟

الحل:

1- حساب الخطأ المعياري المصحح:($\sigma_{\bar{x}}$)

بما أن حجم المجتمع معلوم ($N = 1000$) ونسبة المعاينة$= n/N = 100/1000$

0.10(أكبر من5%) ، نستخدم معامل التصحيح.(FPC)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{50}{\sqrt{100}} \times \sqrt{\frac{1000-100}{1000-1}}$$

$\sigma_{\bar{x}} = 5 \times \sqrt{0.9009} = 5 \times 0.949 = 4.745$ كيلوواط.

2- تقدير إجمالي استهلاك المجتمع:

أولاً :فترة ثقة المتوسط μ عند:$Z = 1.96$

$350 \pm 1.96(4.745) \Longrightarrow 350 \pm 9.3 \Longrightarrow [340.7,359.3]$.

ثانياً :فترة ثقة الإجمالي T: نضرب طرفي الفترة في .$N = 1000$

النتيجة :نحن واثقون بنسبة 95% أن إجمالي استهلاك الحي يقع بين $340{,}700$ و $359{,}300$ كيلوواط.

خلاصة :

لقد تعرّفنا في هذا المحور على التقدير النقطي بوصفه أبسط أشكال التقدير، حيث يتم تمثيل المعلمة بقيمة واحدة، ثم انتقلنا إلى التقدير المجالي (فترات الثقة) الذي يعد أكثر واقعية وملاءمة للتطبيقات العملية، كونه يوفّر مجالًا تُحصر فيه القيمة الحقيقية للمعلمة بدرجة ثقة محددة. كما تبيّن أن جودة أي تقدير ترتبط ارتباطًا وثيقًا بخصائص المقدر الجيد وفق معيار فيشر، مثل عدم التحيز، الكفاءة، والاتساق.

ومن خلال دراسة فترات الثقة لمتوسط المجتمع، ولنسبة المجتمع، وللفروق بين المتوسطات والنسب، سواء في حالة العينات المستقلة أو غير المستقلة، أدرك الطالب أن اختيار الصيغة الإحصائية المناسبة يعتمد أساسًا على طبيعة البيانات، وحجم العينة، ومعرفة أو جهل التباين، إضافة إلى الفرضيات المتعلقة بتوزيع المجتمع الأصلي. إن الإلمام الجيد بنظرية التقدير يمكّن الطالب من قراءة النتائج الإحصائية قراءة نقدية واعية، وتفسيرها تفسيرًا علميًا دقيقًا بعيدًا عن الأحكام القطعية، وهو ما يشكّل قاعدة منهجية صلبة للانتقال إلى المحور الموالي المتعلق بـ الاختبارات الإحصائية للفرضيات، حيث سيتم استثمار مفاهيم التقدير وفترات الثقة لاتخاذ قرارات إحصائية مبنية على أسس علمية دقيقة.

المحور الرابع

اختبارات الفروض الاحصائية

تمهيد:

يعتبر موضوع اختبارات الفروض (أو الاختبارات المعنوية) الأداة التنفيذية الرئيسية في البحث العلمي واتخاذ القرارات .فبينما ساعدتنا" نظرية التقدير "في المحور السابق على إيجاد قيم تقريبية لمعالم المجتمع، تأتي" اختبارات الفروض "لتمكننا من الحكم على صحة ادعاءات معينة حول هذا المجتمع. فباختبار الفرضيات التي من خلالها نجيب على اسئلة مثل :هل الدواء الجديد فعال حقاً أم أن النتائج وليدة الصدفة؟ هل زادت مبيعات الشركة بعد الحملة الإعلانية بشكل جوهري؟ حيث ان الإجابة على هذه الأسئلة لا تكون بـ" نعم "أو" لا "المطلقة، بل بقرارات إحصائية مبنية على احتمالات الخطأ والصواب.

1- الإطار النظري والمفاهيم الأساسية:

قبل إجراء أي عملية حسابية، يجب على الطالب استيعاب" لغة "اختبارات الفروض.

1-1. الفرضية الإحصائية :

هي عبارة أو ادعاء يتعلق بمعلمة أو أكثر من معالم المجتمع (مثل μ, σ^2, P) .وتنقسم الدراسة دائماً إلى فرضيتين متكاملتين:

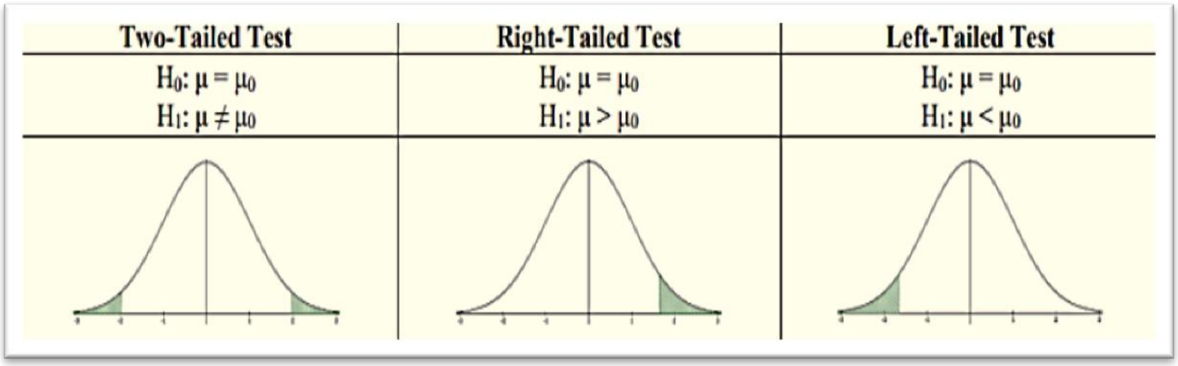
أ- الفرضية الصفرية:(H_0) : هي فرضية" الوضع الراهن "أو" العدم ."تفترض عدم وجود فرق، أو عدم وجود تأثير، أو أن المعلمة تساوي قيمة معينة .نتمسك بصحتها حتى يثبت العكس.

مثال. $H_0: \mu = 100$:

ب- الفرضية البديلة:(H_1) : هي الفرضية التي يرغب الباحث في إثباتها) فرضية البحث .(هي نقيض الفرضية الصفرية.

- قد تكون **ذات طرفين:** $H_1: \mu \neq 100$ (لا تساوي).

- قد تكون ذات طرف أيمن: $H_1: \mu > 100$:(أكبر من).
- قد تكون ذات طرف أيسر : $H_1: \mu < 100$(أقل من).



2-1. أنواع الأخطاء في اتخاذ القرار (الأخطاء من النوع الأول والثاني):

بما أننا نعتمد على عينة جزئية، فإن احتمال الخطأ وارد دائماً .الي نلحصها في الجدول التالي:

قرار المتخذ	الواقع H_0: صحيحة	الواقع H_0: خاطئة
قبول H_0	قرار صائب $(1-\alpha)$ مستوى الثقة	**خطأ من النوع الثاني (β)**
رفض H_0	**الخطأ من النوع الأول (α)** مستوى المعنوية	قرار صائب $(1-\beta)$ قوة الاختبار

- **الخطأ من النوع الأول** :(α) يحدث عندما يتم رفض الفرضية الصفرية H_0 عندما تكون صحيحة في الواقع، يسمى α بمستوى المعنوية .

- **الخطأ من النوع الثاني** (β): حدث عندما لا نرفض الفرضية الصفرية H_0 بينما هي خاطئة في الواقع .يُشار إليه بβ ، وهو احتمالية ارتكاب هذا الخطأ.

***- أهمية فهم الأخطاء:**

ا- تقوية القرارات الإحصائية :فهم هذه الأخطاء يساعد في اتخاذ قرارات سليمة بناءً على النتائج الإحصائية.

ب- توازن المخاطر :من الضروري توازن المخاطر بين الخطأ من النوع الأول والثاني وفقًا للسياق .في بعض الحالات، قد تكون العواقب الناتجة عن الخطأ من النوع الأول أكثر خطورة، بينما في حالات أخرى، قد تكون النتائج المرتبطة بالخطأ من النوع الثاني أكثر خطورة.

***- احتمالات ارتكاب الأخطاء:**

ا- تحديد مستوى الدلالة :(α) عادةً ما يتم تحديد α قبل إجراء الاختبار، وبناءً عليه، يتم تحديد احتمالية ارتكاب الخطأ من النوع الأول.

ب- تحليل القوة الإحصائية : هو احتمال رفض الفرضية الصفرية عندما تكون خاطئة، ويتعلق بالتوازن بين α و.β

1-3. قياس القوة الإحصائية.($1-\beta$):

1-3-1. تعريف القوة الإحصائية.($1-\beta$): قوة الاختبار هي احتمال رفض الفرضية الصفرية (المخاطرة في نتيجة صحيحة) عندما تكون الفرضية البديلة صحيحة.($1-\beta$) .

$$\text{Statistical Power} = 1-\beta$$

1-3-2. كيفية زيادة القوة الإحصائية.

ا- زيادة حجم العينة :كلما ذادت تتضاعف قوة الاختبار.

ب- اختيار مستوى الدلالة :(α) زيادة قد يؤدي إلى تقليل.β

ج- **تحسين التصميم التجريبي** :اختيار تصميم تجريبي أكثر كفاءة يقلل من التباين، مما يزيد من القدرة على اكتشاف تأثيرات صغيرة.

مثال: تم إجراء اختبار على عينة من 100 شخص .كانت قوة الاختبار .(80%) اي 0.8 إذا كانت H_1 صحيحة، فما هو احتمال عدم رفض H_0 ؟

الحل: **احتمال الخطأ من النوع الثاني (β)** يمكن حسابه:

$$\beta = 1 - \text{Statistical Power} = 1 - 0.8 = 0.2$$

لذا، هناك احتمال (20%) لعدم رفض الفرضية الصفرية.

4-1. منطقة اتخاذ القرار" المنطقة الحرجة":

تنقسم قيم إحصاء الاختبار إلى منطقتين أساسيتين عند اختبار الفرضيات الإحصائية، وذلك وفق مستوى الدلالة المعتمد:

1-4-1. منطقة الرفض (المنطقة الحرجة):هي مجموعة من القيم التي تدعم الفرضية البديلة، وتُسمّى أيضًا المنطقة الحرجة.

وهي تمثل القيم التي إذا وقع فيها إحصاء الاختبار فإننا نرفض الفرضية الصفرية.

تُحدَّد حدود هذه المنطقة بما يُعرف بـ القيم الحرجة، وهي قيم تعتمد على:

- ✓ مستوى الدلالة (α).
- ✓ نوع الاختبار (أحادي الطرف أو ثنائي الطرف).
- ✓ توزيع إحصاء الاختبار.

وتُعبّر منطقة الرفض عن أقصى احتمال مسموح به لرفض الفرضية الصفرية وهي صحيحة، أي احتمال الخطأ من النوع الأول.

1-4-2. منطقة القبول: هي مجموعة القيم التي تدعم الفرضية الصفرية، وتُسمّى منطقة القبول. فإذا وقع إحصاء الاختبار داخل هذه المنطقة فإننا لا نرفض الفرضية الصفرية (أو نقبلها إحصائيًا).

وبالتالي، فإن وقوع قيمة إحصاء الاختبار في منطقة الرفض يؤدي إلى رفض الفرضية الصفرية وقبول الفرضية البديلة.

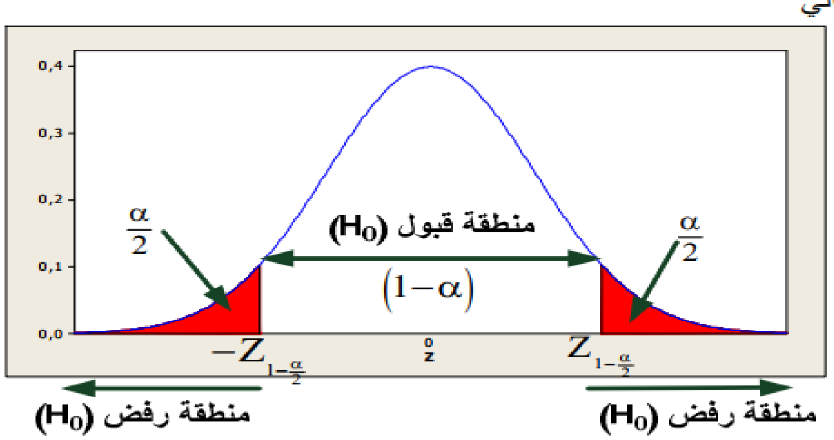
1-4-3. اتجاه الاختبار: تختلف منطقة الرفض حسب صيغة الفرضية البديلة، حيث يمكن ان نميز ثلاثة حالات:

الحالة الاولى :اختبار ثنائي الطرف" من الاتجاهين" تكون منطقة الرفض موزعة على جانبي التوزيع، وكل جانب يحتوي على (α).

الحالة الأولى:

$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_1 : \mu \neq \mu_0$

أخذ الشكل التالي

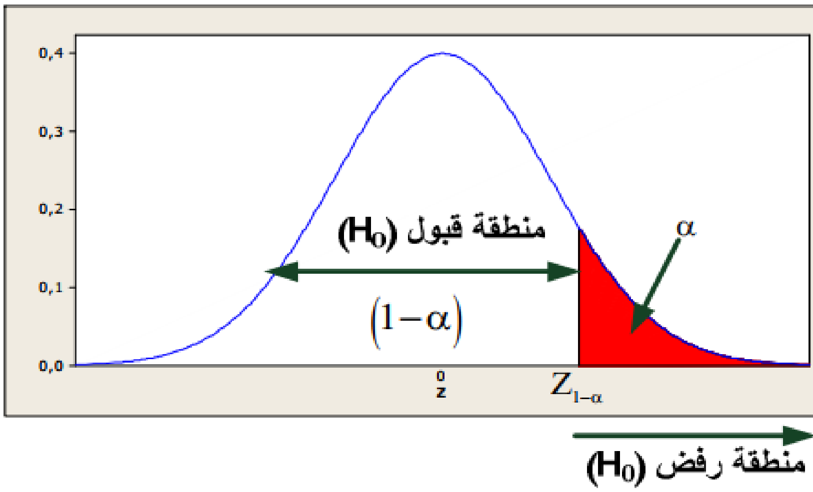


الحالة الثانية: اختبار أحادي الطرف من اليمين تكون منطقة الرفض في الجهة اليمنى من التوزيع.

الحالة الثانية:

$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_1 : \mu > \mu_0$

تأخذ الشكل التالي

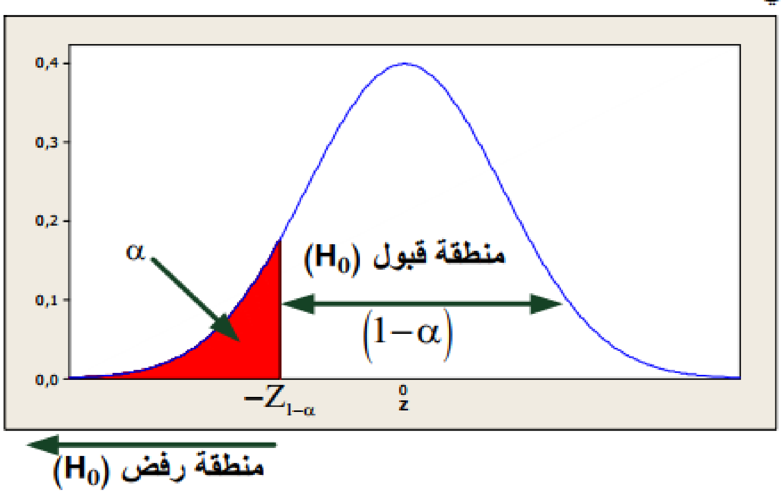


الحالة الثالثة: اختبار أحادي الطرف الأيسر تكون منطقة الرفض في الجهة اليسرى من التوزيع.

الحالة الثالثة:

$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_1 : \mu < \mu_0$

تأخذ الشكل التالي



2- الخطوات المنهجية المتبعة في اختبار الفرضيات:

لحل أي تمرين مهما كانت طبيعته ، يجب اتباع الخطوات الخمس التالية بالترتيب:

1-2- صياغة الفرضيات :تحديد H_0 و H_1 بدقة.

2-2-تحديد مستوى المعنوية :(α) عادة 0.05 أو0.01.

3-2 - حساب إحصائية الاختبار :(Test Statistic) تحويل بيانات العينة إلى قيمة معيارية ($Z_{cal}, t_{cal}, \chi^2_{cal}$).

4-2- تحديد منطقة الرفض :(Critical Region) استخراج القيم الجدولية ورسم المنحنى.

5-2- اتخاذ القرار :مقارنة القيمة المحسوبة بالجدولية ومنه قبول او رفض الفرضية الصفرية.

3- اختبارات الفروض حول المتوسط الحسابي (μ) :

يُعد اختبار الفرضيات حول متوسط مجتمع واحد من أكثر اختبارات الإحصاء الاستدلالي استعمالًا، ويهدف إلى التحقق إحصائيًا مما إذا كان متوسط المجتمع μيساوي قيمة مفترضةμ_0 أو يختلف عنها، وذلك اعتمادًا على معلومات مستخلصة من عينة عشوائية ممثِّلة للمجتمع لذلك هناك الحلات التالية:

1-3. التباين معلوم (σ^2) أو العينة كبيرة($n \geq 30$) :

نستخدم التوزيع الطبيعي.(Z)

إحصائية الاختبار المحسوبة:

$$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

قاعدة القرار: الجدول التالي يوضح مناطق الرفض للحالات الثلاث .

نوع الفرضية البديلة H_1	منطقة الرفض
$H_1: \mu \neq \mu_0$ (اختبار ذو اتجاهين)	نرفض H0 إذا كان $-Z_\alpha > Z_{cal} > Z_\alpha$
$H_1: \mu > \mu_0$ (اختبار ذو اتجاه من اليمين)	نرفض H_0 إذا كان $Z_{cal} > Z_\alpha$:
$H_1: \mu < \mu_0$ (اختبار ذو اتجاه من اليسار)	نرفض H_0 إذا كان $Z_{cal} < -Z_\alpha$:

مثال: آلة تعبئة مضبوطة لملء أكياس بوزن 50 كغ .نشك أن الآلة تعطلت وتملأ بوزن أقل .سحبنا عينة $n = 36$ كيساً، فكان متوسطها $\bar{X} = 49.5$ كغ .الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 1.2$.

اختبر الفرضية عند $\alpha = 0.05$.

الحل:

أ- **الفرضيات:**

- الآلة سليمة. $H_0: \mu = 50$
- تملأ بوزن أقل - اختبار طرف أيسر. $H_1: \mu < 50$

ب- **مستوى المعنوية** $\alpha = 0.05$:

ج- **الإحصائية المحسوبة:**

$$Z_{cal} = \frac{49.5-50}{1.2/\sqrt{36}} = \frac{-0.5}{0.2} = -2.5$$

د- **القيمة الحرجة:**

من جدول Z عند 0.05 (طرف واحد) $Z_{tab} = -1.645$.

منطقة الرفض هي أي قيمة أقل من -1.645.

القرار: بما أن $-2.5 < -1.645$ (وقعت في منطقة الرفض).

النتيجة :نرفض H_0 ونقبل H_1. هناك أدلة كافية تؤكد أن الآلة تملأ أكياساً بوزن أقل من المطلوب.

2-3. التباين مجهول والعينة صغيرة$(n < 30)$:

نستخدم توزيع ستيودنت (t) بدرجات حرية.$df = n - 1$

الإحصائية المحسوبة:

$$t_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

(يتم تكرار نفس هيكل قواعد القرار ولكن باستخدام قيم t الجدولية)

مثال: مدير فرع يريد التحقق مما إذا كان متوسط المبيعات اليومية للفرع يساوي 20 مليون دج .

أخذ عينة 15 يومًا، المتوسط 21 مليون دج، والانحراف المعياري S=2 مليون دج.

الحل :

أ- **الفرضيات :** $H_0: \mu = 20$

$H_1: \mu \neq 20$

ب- **مستوى الدلالة :** α=0.05

ج- **اختيار الاختبار :** σ **مجهول** والعينة صغيرة اقل من 30 نستعمل اختبار

$$t_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$t_{cal} = \frac{21 - 20}{2/\sqrt{15}} = \frac{1}{0.516} \approx 1.936$$

د- **تحديد المنطقة الحرجة:** df=14 $\longrightarrow t_{(14,0.025)}$=**2.145**

هـ- **القرار: بما ان:** $t_{cal} = 1.936 \quad < \quad t_{tab} = 2.145$

فإننا نقبل H_0 :لا دليل على اختلاف المتوسط.

4- اختبار الفرق بين المتوسطين الحسابيين لمجتمعين$(\mu_1 - \mu_2)$:

يهدف اختبار الفرق بين متوسطي مجتمعين إلى التحقق مما إذا كان الفرق الملاحظ بين متوسطين عينيين ناتجًا عن **اختلاف حقيقي بين متوسطَي المجتمعين**، أو أنه مجرد فرق عشوائي سببه التباين الطبيعي في العينات .ويُستخدم هذا الاختبار على نطاق واسع في البحوث التطبيقية لاتخاذ قرارات مبنية على المقارنة بين مجموعتين مستقلتين أو مرتبطتين.

ومنه نفترض وجود مجتمعين إحصائيين مستقلين:

- المجتمع الأول له متوسط μ_1 وتباين.$\sigma_1{}^2$
- المجتمع الثاني له متوسط μ_2 وتباين.$\sigma_2{}^2$

نقوم بسحب عينة عشوائية حجمها n_1 من المجتمع الأول، وعينة عشوائية حجمها n_2 من المجتمع الثاني، ونحسب متوسطَي العيّنتين ($\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$).

ويكون الهدف هو الاستدلال حول الفرق بين متوسطي المجتمعين:

$$\mu_1 - \mu_2$$

1-4. صياغة الفرضيات الإحصائية:

تعتمد صياغة الفرضيات على طبيعة السؤال البحثي، ويمكن التمييز بين ثلاث حالات أساسية:

1-1-4. اختبار ثنائي الطرف (اختبار ذو اتجاهين):

يُستخدم عندما لا يكون اتجاه مسبق للفرق:

- الفرضية الصفرية وهي ثابتة في كل الحالات: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

- الفرضية البديلة: $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

2-1-4. اختبار أحادي الطرف من اليمين :

- الفرضية البديلة: $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$

3-1-4. اختبار أحادي الطرف من يسار:

- الفرضية البديلة: $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$

2-4. طبيعة العينتين(مستقلتان أو مرتبطتان):

قبل اختيار إحصاء الاختبار، يجب تحديد ما إذا كانت العينتان **مستقلتين** أو **مرتبطتين**:

- تكون العينتان مستقلتين إذا كان كل عنصر في العينة الأولى لا علاقة له بعناصر العينة الثانية.

- تكون العينتان مرتبطتين إذا كان لكل مشاهدة في العينة الأولى مشاهدة مقابلة في العينة الثانية (قبل/بعد، أزواج متشابهة).

هذا التمييز أساسي لأنه يحدد شكل الاختبار المستخدم.

1-2-4. اختبار الفرق بين متوسطين لعينتين مستقلتين .

اولا: . تباينا المجتمعين معلومين وحجم العينتين كبيرين:

عند معرفة تبايني المجتمعين، يكون توزيع الفرق بين المتوسطين العينيين توزيعًا طبيعيًا، مما يسمح باستخدام اختبار Z لمقارنة الفرق المحسوب بالفرق المفترض.

قانون إحصاء الاختبار:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu^1 - \mu^2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

قاعدة القرار:

وبالتالي يمكن استخدام الإحصاءة (Z) كأساس لاختبار الفرضيات التالية:

الفرضية الإحصائية	إحصاءة الاختبار	القرار
أ-إختبار من طرفين: $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$Z_{cal} = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \geq Z_{tab}$ أو $Z_{cal} \leq -Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$
ب-إختبار من طرف واحد: $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	$Z_{cal} = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \geq Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$
ج- إختبار من طرف واحد: $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$Z_{cal} = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \leq -Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$

ملاحظة: في بعض الحالات يكون تباين المجمعين مجهولين نقوم بتعويضهما بتبايني العينتين ونختبر بنفس الخطوات ونفس قواعد القرار السابقة .

ثانيا : . تباينا المجتمعين معلومين وحجم العينتين صغير:

في أغلب التطبيقات العملية، لا يكون تباينا المجتمعين معلومين، لذلك يتم تعويضهما بتبايني العيّنتين .وإذا أمكن افتراض تساوي التباينين، يتم استخدام تباين مشترك يسمح بتطبيق اختبار ستودنت.t

التباين المشترك: $$s_P^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

إحصاء الاختبار: $$t=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu^1-\mu^2)}{s_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

درجات الحرية: $$df=n_1+n_2-2$$

وتكون قاعدة القرار موضحة في الجدول التالي:

الفرضية الإحصائية	إحصاءة الاختبار	القرار
أ-إختبار من طرفين: $H_0:\mu=\mu_0$ $H_1:\mu\neq\mu_0$	$T_{cal}=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $T_{cal}\geq T_{tab}$ أو $T_{cal}\leq -T_{tab}$ بحيث $T_{tab}=T_{1-\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-02}$ أو إذا كانت $Pvalue<\alpha$
ب-إختبار من طرف واحد: $H_0:\mu=\mu_0$ $H_1:\mu>\mu_0$	$T_{cal}=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $T_{cal}\geq T_{tab}$ بحيث $T_{tab}=T_{1-\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-02}$ أو إذا كانت $Pvalue<\alpha$
ج- إختبار من طرف واحد: $H_0:\mu=\mu_0$ $H_1:\mu<\mu_0$	$T_{cal}=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $T_{cal}\leq -T_{tab}$ بحيث $T_{tab}=T_{1-\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-02}$ أو إذا كانت $Pvalue<\alpha$

ثالثا: تباينا المجتمعين مجهولان وغير متساويين.

عندما لا يمكن افتراض تساوي التباينين، فإن استخدام التباين المشترك يؤدي إلى نتائج مضللة .في هذه الحالة يُستخدم اختبار t المعدّل (اختبار ويلش) الذي لا يفترض تجانس التباين.

قانون إحصاء الاختبار:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu^1 - \mu^2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

وتُحسب درجات الحرية بصيغة تقريبية.

3-4. اختبار الفرق بين متوسطين لعينتين مرتبطتين

يُستخدم هذا الاختبار عندما تكون المشاهدات مرتبطة زوجيًا، مثل قياس نفس الأفراد قبل وبعد برنامج معين .هنا لا نهتم بالمتوسطين مباشرة، بل **بمتوسط الفروق بين الأزواج**.

تعريف الفروق: $\mathbf{d_i = X_{1i} - X_{2i}}$

الفرضيات: $\mathbf{H_0: \mu_d = 0}$

إحصاء الاختبار: $\mathbf{t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}}$

حيث يتبع الإحصاء توزيع t بدرجات حرية. $n - 1$

التفسير الإحصائي للنتائج:

بعد اتخاذ القرار الإحصائي (رفض أو عدم رفض الفرض العدمي)، يجب تفسير النتيجة في سياق المشكلة المدروسة .فالدلالة الإحصائية لا تعني بالضرورة وجود أثر عملي مهم، لذلك يجب ربط النتائج بالإطار التطبيقي للدراسة.

5- اختيار نسبة المجتمع:

يُعد **اختيار نسبة المجتمع** من الاختبارات الإحصائية الأساسية المستخدمة لدراسة خصائص متغير نوعي، أي المتغير الذي يأخذ قيمتين أو أكثر محددة مسبقًا، مثل نجاح/فشل، قبول/رفض، مرض/سليم، أو أي حدث يمكن ترميزه بصفر وواحد.

الهدف من هذا الاختبار هو تحديد ما إذا كانت النسبة الملاحظة في العينة $\widehat{P}$ تدعم فرضية معينة حول النسبة الحقيقية للمجتمع P أو تختلف عنها بشكل كبير.

5-1. خطوات اختيار نسبة المجتمع:

5-1-1. صياغة الفرضيات الإحصائية:

قبل البدء بأي اختبار، يجب دائمًا صياغة الفرضيات بشكل واضح:

- **الفرض العدمي:**(H_0) : $H_0: P = P_0$

يمثل الفرض العدمي الحالة الافتراضية، أي النسبة المفترضة في المجتمع.

- **الفرض البديل:**(H_1)
- ثنائي الطرفين: $H_1: P \neq P_0$
- أحادي الطرف (يمين): $H_1: P > P_0$
- أحادي الطرف (يسار): $H_1: P < P_0$

اختيار نوع الفرض البديل يعتمد على **سؤال البحث** والاتجاه المتوقع للفرق.

5-1-2. اختيار إحصاء الاختبار:

عند حجم عينة كبير$(n \geq 30)$ ، يمكن تقريب توزيع النسبة المئوية العينية $\widehat{P}$ بتوزيع طبيعي وفقًا لنظرية النهاية المركزية.

5-1-3. إحصاء الاختبار (Z-test للنسبة):

$$Z = \frac{\widehat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}}$$

حيث:

- $\widehat{P}$ النسبة العينية.
- P_0 النسبة المفترضة في المجتمع.
- n حجم العينة.

يُستخدم هذا الإحصاء لمقارنة الفرق بين النسبة الملاحظة والنسبة المفترضة بالخطأ المعياري للنسبة.

شروط تطبيق الاختبار: لكي يكون اختبار Z للنسبة صالحًا، يجب تحقق الشروط التالية:

أ- أن تكون العينة **عشوائية ومستقلة**.

ب- أن يكون حجم العينة **كبيرًا بما يكفي** لتقريب التوزيع الطبيعي، عادة:

$$nP_0 \geq 5 \quad \text{و} \quad n(1 - P_0) \geq 5$$

5-1-5. اتخاذ القرار الإحصائي:

بعد حساب قيمةZ ، يتم مقارنتها بالقيم الحرجة من جدول التوزيع الطبيعي عند مستوى الدلالة:α

- **ثنائي الطرفين :**نرفض H_0 إذا $|Z| > Z_{\alpha/2}$

- **أحادي الطرف (يمين)** :نرفض H_0 إذا $Z > Z_\alpha$
- **أحادي الطرف (يسار)** :نرفض H_0 إذا $Z < -Z_\alpha$

الفرضية الإحصائية	إحصاءة الاختبار	القرار
أ-إختبار من طرفين: $H_0 : P = P_0$ $H_1 : P \neq P_0$	$Z_{cal} = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{P_0(1-P_0)/n}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \geq Z_{tab}$ أو $Z_{cal} \leq -Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$
ب-إختبار من طرف واحد: $H_0 : P = P_0$ $H_1 : P > P_0$	$Z_{cal} = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{P_0(1-P_0)/n}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \geq Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$
ج- إختبار من طرف واحد: $H_0 : P = P_0$ $H_1 : P < P_0$	$Z_{cal} = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{P_0(1-P_0)/n}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \leq -Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$

مثال:

لنفترض أن الباحث يريد اختبار نسبة الطلاب الناجحين في مادة معينة، حيث يُفترض أن نسبة النجاح في المجتمع هي. $P_0 = 0.75$.

أخذ الباحث عينة عشوائية $n = 100$ ووجد أن 82 طالبًا نجحوا .إذن النسبة العينية هي:

$$\widehat{P} = \frac{82}{100} = 0.82$$

حساب إحصاء:Z

$$Z = \frac{0.82 - 0.75}{\sqrt{\frac{0.75 \times 0.25}{100}}} = \frac{0.07}{0.0433} \approx 1.62$$

باختيار مستوى دلالة $\alpha = 0.05$ للفرض ثنائي الطرف، القيمة الجدولية.$Z_{0.025} = 1.96$

وبما أن$1.96 < 1.62$ ، **لا نرفض الفرض العدمي** .أي لا يوجد دليل كافٍ على أن نسبة النجاح تختلف عن.75%

يجب عند تفسير نتائج اختبار النسبة النظر في:

- حجم العينة :العينة الصغيرة قد تقلل من القوة الإحصائية.
- أهمية الفرق :الفرق بين 75% و 82%قد يكون **مهمًا عمليًا** رغم عدم الدلالة الإحصائية.
- ظروف جمع البيانات ومدى تمثيل العينة للمجتمع.

6- اختبار الفرق بين نسبتي مجتمعين:

يُستخدم هذا الاختبار للمقارنة بين **نسبتين في مجتمعين مستقلين** لمعرفة ما إذا كان هناك فرق حقيقي بينهما.

هذا الاختبار شائع في الدراسات الاجتماعية والطبية والاقتصادية، مثل:

- مقارنة نسبة النجاح بين فصلين دراسيين،
- مقارنة نسبة المصابين بمرض معين في منطقتين مختلفتين،
- تقييم فاعلية تدخلين طبيين مختلفين على مجموعتين.

6-1. خطوات اختبار الفرق بين نسبتي مجتمعين:

6-1-1. صياغة الفرضيات الإحصائية:

كما هو معتاد، تبدأ عملية الاختبار بصياغة الفرضيات:

- **الفرض العدمي:**(H_0) : $H_0: P_1 - P_2 = 0$ أو $H_0: P_1 = P_2$

يمثل الفرض العدمي عدم وجود فرق بين نسبتي المجتمعين.

- **الفرض البديل:**(H_1)
- ثنائي الطرفين: $H_1: P_1 \neq P_2$
- أحادي الطرف (يمين): $H_1: P_1 > P_2$
- أحادي الطرف (يسار): $H_1: P_1 < P_2$

اختيار نوع الفرض يعتمد على **سؤال البحث والاتجاه المتوقع للفرق**.

6-1-2. اختيار إحصاء الاختبار:

عند حجم عينتين كبيرين، يمكن تقريب توزيع الفرق بين النسبتين العينيّتين بالتوزيع الطبيعي.

ولذلك يُستخدم **اختبار Z** للفرق بين النسبتين.

6-1-3. قانون إحصاء الاختبار:

$$Z = \frac{\widehat{P}_1 - \widehat{P}_2}{\sqrt{\widehat{P}(1-\widehat{P})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

حيث:

- $\widehat{P}_1, \widehat{P}_2$ النسب العينية للمجتمعين

- n_1, n_2 حجم العينتين
- $\widehat{P}$ النسبة المجمعة: $\widehat{P} = \frac{x_1+x_2}{n_1+n_2}$
- x_1, x_2 عدد الحالات التي حدثت في كل عينة

شروط تطبيق الاختبار

لكي يكون الاختبار صالحًا، يجب تحقق الشروط التالية:

أ- أن تكون العينتان **مستقلتين**.

ب- أن يكون حجم كل عينة كبير بما يكفي لتقريب التوزيع الطبيعي:

$$n_1\widehat{P}_1 \geq 5, \quad n_1\left(1-\widehat{P}_1\right) \geq 5 \, n_2\widehat{P}_2 \geq 5, \quad n_2\left(1-\widehat{P}_2\right) \geq 5$$

4-1-6. اتخاذ القرار الإحصائي:

بعد حساب قيمةZ ، تتم مقارنة القيمة المحسوبة بالقيم الحرجة لـZحسب مستوى الدلالة:α

الفرضية الإحصائية	إحصاءة الاختبار	القرار
أ-إختبار من طرفين: $H_0 : P_1 = P_2$ $H_1 : P_1 \neq P_2$	$Z_{cal} = \dfrac{\left(\hat{P}_1 - \hat{P}_2\right) - \left(P_1 - P_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{n_1} + \dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \geq Z_{tab}$ أو $Z_{cal} \leq -Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$
ب-إختبار من طرف واحد: $H_0 : P_1 = P_2$ $H_1 : P_1 > P_2$	$Z_{cal} = \dfrac{\left(\hat{P}_1 - \hat{P}_2\right) - \left(P_1 - P_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{n_1} + \dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \geq Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$
ج- إختبار من طرف واحد: $H_0 : P_1 = P_2$ $H_1 : P_1 < P_2$	$Z_{cal} = \dfrac{\left(\hat{P}_1 - \hat{P}_2\right) - \left(P_1 - P_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{n_1} + \dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{n_2}}}$	نرفض (H_0) إذا كانت $Z_{cal} \leq -Z_{tab}$ بحيث $Z_{tab} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$

مثال: لنفترض أن الباحث يريد مقارنة نسبة الطلاب الناجحين في فصلين:

- الفصل الأول $n_1 = 120$ ،: ونجح 90 طالبًا ($\widehat{P}_1 = 0.75$))
- الفصل الثاني $n_2 = 100$ ،: ونجح 70 طالبًا ($\widehat{P}_2 = 0.70$))

حساب النسبة المجمعة:

$$\widehat{P} = \frac{90 + 70}{120 + 100} = \frac{160}{220} \approx 0.727$$

حساب : Z

$$Z = \frac{0.75 - 0.70}{\sqrt{0.727(1 - 0.727)\left(\frac{1}{120} + \frac{1}{100}\right)}} \approx \frac{0.05}{0.062} \approx 0.81$$

باختيار $\alpha = 0.05$ للفرض ثنائي الطرف، القيمة الجدولية.$Z_{0.025} = 1.96$

بما أن$1.96 < 0.81$ ، **لا نرفضH_0** ، أي لا يوجد دليل كافٍ على وجود فرق بين النسبتين.

على الرغم من وجود فرق نسبي بين النسبتين0.70 vs 0.75))، إلا أن هذا الفرق **ليس دالاً إحصائيًا** عند مستوى الدلالة.0.05

- يجب مراعاة حجم العينة، لأن العينات الصغيرة قد تقلل من قوة الاختبار.
- أيضًا، قد يكون الفرق مهمًا عمليًا أو سياسياً حتى لو لم يكن إحصائيًا.

7- اختبار التباين σ^2 :

يُعد اختبار التباين أحد الاختبارات الأساسية في الإحصاء الاستدلالي، ويستخدم للتحقق مما إذا كان **تباين مجتمع معين يساوي قيمة محددة** أو لا.

التباين هو مقياس لتشتت البيانات حول المتوسط، وفهمه مهم لتقييم المخاطر، الجودة، التغيرات الطبيعية، والاستقرار في مجالات متعددة مثل الإنتاج الصناعي، الأداء الأكاديمي، أو المؤشرات المالية.

1-7. خطوات اختبار التباين σ^2 :

1-1-7. صياغة الفرضيات الإحصائية:

مثل جميع اختبارات الفروض، تبدأ العملية بصياغة فرضتين:

الفرض العدمي:(H_0) : $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

يمثل هذا الفرض الحالة الافتراضية، أي أن التباين الفعلي للمجتمع يساوي القيمة المفترضة.

الفرض البديل(H_1):

- ثنائي الطرفين: $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$
- أحادي الطرف (يمين): $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$
- أحادي الطرف (يسار): $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$

اختيار نوع الفرض يعتمد على **السؤال البحثي** والتوقع النظري حول التباين.

7-1-2. اختيار إحصاء الاختبار:

عندما يكون المجتمع طبيعي التوزيع، فإن العلاقة بين **تباين العينة** s^2 وتباين المجتمع σ^2 تُعطى بواسطة **توزيع كاي-تربيع**. χ^2.

7-1-3.قانون إحصاء الاختبار:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

حيث:

- s^2 تباين العينة
- n حجم العينة
- σ_0^2 التباين المفترض في المجتمع

يتبع هذا الإحصاء توزيع χ^2 بدرجات حرية: $df = n - 1$

شروط تطبيق الاختبار: لكي يكون الاختبار صالحًا، يجب تحقق الشروط التالية:

- **العينة عشوائية ومستقلة.**
- **المجتمع طبيعي التوزيع**؛ إذ إن توزيع كاي-تربيع يعتمد على طبيعة التوزيع الطبيعي للبيانات.

- حجم العينة n لا يجب أن يكون صغيرًا جدًا، حيث يقل دقة تقريب التوزيع عند العينات الصغيرة.

4-1-7. اتخاذ القرار الإحصائي:

الفرضية الإحصائية	إحصاءة الاختبار	القرار
أ-إختبار من طرفين: $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2$ $H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$	$\chi^2_{cal}=\frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2}$ أو بشكل مكافئ $\chi^2_{cal}=\frac{(n)S^2}{\sigma_0^2}$	نرفض (H_0) إذا كانت $\chi^2_{cal}>\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ و $\chi^2_{cal}<\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ بحيث $\chi^2_{tab}=\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ و $\chi^2_{tab}=\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ أو إذا كانت $Pvalue<\alpha$
ب-إختبار من طرف واحد: $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2$ $H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$	$\chi^2_{cal}=\frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2}$ أو بشكل مكافئ $\chi^2_{cal}=\frac{(n)S^2}{\sigma_0^2}$	نرفض (H_0) إذا كانت $\chi^2_{cal}>\chi^2_{1-\alpha,n-1}$ بحيث $\chi^2_{tab}=\chi^2_{1-\alpha,n-1}$ أو إذا كانت $Pvalue<\alpha$
ج- إختبار من طرف واحد: $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2$ $H_1:\sigma^2<\sigma_0^2$	$\chi^2_{cal}=\frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2}$ أو بشكل مكافئ $\chi^2_{cal}=\frac{(n)S^2}{\sigma_0^2}$	نرفض (H_0) إذا كانت $\chi^2_{cal}<\chi^2_{\alpha,n-1}$ بحيث $\chi^2_{tab}=\chi^2_{\alpha,n-1}$ أو إذا كانت $Pvalue<\alpha$

بعد حساب قيمة χ^2 ، يتم تحديد منطقة الرفض اعتمادًا على نوع الاختبار ومستوى الدلالة: α

مثال: لنفترض أن مصنعًا يدعي أن تباين أوزان المنتج هو $\sigma_0^2 = 4$ كجم.²تم سحب عينة عشوائية

$n = 10$ووجد تباين العينة $s^2 = 6$ كجم.²

- اختبار ما إذا كان التباين الفعلي مختلفًا عن القيمة المفترضة عند مستوى دلالة. $\alpha = 0.05$ ؟

الحل:

أ- **صياغة الفرضيات:**

$$H_0: \sigma^2 = 4 \quad , \quad H_1: \sigma^2 \neq 4$$

2. **إحصاء الاختبار:**

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(10-1)\cdot 6}{4} = \frac{54}{4} = 13.5$$

3. **تحديد منطقة الرفض:**

- درجات الحرية: $df = n - 1 = 9$
- من جدول كاي-تربيع للثنائي الطرفين عند: $\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$$\chi^2_{0.025,9} \approx 2.7, \chi^2_{0.975,9} \approx 19.0$$

4. **اتخاذ القرار:**

$2.7 < 13.5 < 19.0 \quad \Rightarrow$ لا نرفض H_0

اذن: لا يوجد دليل إحصائي كافٍ على أن تباين أوزان المنتج يختلف عن 4 كجم²، رغم أن تباين العينة أكبر من المفترض.

8- اختبار حاصل قسمة تباينين σ_1^2/σ_2^2 :

يُستخدم اختبار **حاصل قسمة التباينين** لمقارنة مدى تشتت بيانات مجتمعين مستقلين، أي للتحقق مما إذا كان **التباين في مجتمع معين أكبر أو أصغر من التباين في مجتمع آخر.**

هذا الاختبار شائع في الدراسات الصناعية والجودة، حيث يمكن استخدامه لمعرفة ما إذا كانت عمليتان إنتاجيتان متجانستان في التباين، أو في المجالات الطبية لمقارنة استجابة مجموعتين للعلاج.

8-1.خطوات اختبار حاصل قسمة تباينين σ_1^2/σ_2^2 :

8-1-1. صياغة الفرضيات الإحصائية:

كما هو الحال في جميع اختبارات الفروض، يبدأ الباحث بصياغة الفرضيات:

- **الفرض العدمي:**(H_0) : $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ أو $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

يمثل الفرض العدمي حالة **تجانس التباين** بين المجتمعين.

- **الفرض البديل:**(H_1) :
- ثنائي الطرفين: $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
- أحادي الطرف (يمين): $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$
- أحادي الطرف (يسار): $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

اختيار نوع الفرض يعتمد على **توقع الباحث حول العلاقة بين التباينين**.

8-1-2.اختيار إحصاء الاختبار:

عند أن تكون العينتان مستقلتين وأن يكون كل مجتمع طبيعي التوزيع، يمكن استخدام **توزيع F (فيشر)** لمقارنة التباينين.

8-1-3.قانون إحصاء الاختبار:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

حيث:

- s_1^2, s_2^2 تباين العينتين

- n_1, n_2 حجم كل عينة

ويتبع هذا الإحصاء توزيع F بدرجات حرية:

$$df_1 = n_1 - 1, \quad df_2 = n_2 - 1$$

شروط تطبيق الاختبار: لكي يكون اختبار F صالحًا، يجب تحقق الشروط التالية:

أ- العينتان **مستقلتان**.

ب- كل مجتمع يتبع **التوزيع الطبيعي**.

ج- البيانات لا تحتوي على قيم شاذة(Outliers))، لأن توزيع F حساس جدًا للقيم المتطرفة.

4-1-8. اتخاذ القرار الإحصائي

تحدد منطقة الرفض اعتمادًا على نوع الاختبار ومستوى الدلالة:α

القرار	إحصاءة الاختبار	الفرضية الإحصائية
نرفض (H_0) إذا كانت $F_{cal} < F_{\frac{\alpha}{2},V_1,V_2}$ و $F_{cal} > F_{1-\frac{\alpha}{2},V_1,V_2}$ بحيث $F_{tab} = F_{\frac{\alpha}{2},V_1,V_2}$ و $F_{tab} = F_{1-\frac{\alpha}{2},V_1,V_2}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$	$F_{cal} = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2} \times \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ أو بشكل مكافئ $F_{cal} = \frac{S_1^2\left(\frac{n_1}{n_1-1}\right)\frac{1}{\sigma_1^2}}{S_2^2\left(\frac{n_2}{n_2-1}\right)\frac{1}{\sigma_2^2}}$	أ-إختبار من طرفين: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$
نرفض (H_0) إذا كانت $F_{cal} > F_{tab}$ بحيث $F_{cal} > F_{1-\alpha,V_1,V_2}$ بحيث $F_{tab} = F_{1-\alpha,V_1,V_2}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$	$F_{cal} = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2} \times \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ أو بشكل مكافئ $F_{cal} = \frac{S_1^2\left(\frac{n_1}{n_1-1}\right)\frac{1}{\sigma_1^2}}{S_2^2\left(\frac{n_2}{n_2-1}\right)\frac{1}{\sigma_2^2}}$	ب-إختبار من طرف واحد: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$
نرفض (H_0) إذا كانت $F_{cal} < F_{tab}$ بحيث $F_{cal} < F_{\alpha,V_1,V_2}$ بحيث $F_{tab} = F_{\alpha,V_1,V_2}$ أو إذا كانت $Pvalue < \alpha$	$F_{cal} = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2} \times \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ أو بشكل مكافئ $F_{cal} = \frac{S_1^2\left(\frac{n_1}{n_1-1}\right)\frac{1}{\sigma_1^2}}{S_2^2\left(\frac{n_2}{n_2-1}\right)\frac{1}{\sigma_2^2}}$	ج- إختبار من طرف واحد: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$

مثال: لنفترض أن مهندسًا يريد مقارنة تباين أوزان منتجين من مصنعين مختلفين:

- العينة الأولى $n_1 = 12$ ،: $s_1^2 = 16$
- العينة الثانية $n_2 = 10$ ،: $s_2^2 = 9$

الحل:

أ- **صياغة الفرضيات:**

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \quad H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

2. **حساب إحصاء:F**

$$F = \frac{16}{9} \approx 1.78$$

3. **تحديد منطقة الرفض:**

- درجات الحرية $df_1 = 11, df_2 = 9$:
- من جدول F للثنائي الطرفين عند: $\alpha = 0.05$

$$F_{0.025,11,9} \approx 0.29, \quad F_{0.975,11,9} \approx 3.29$$

4. **اتخاذ القرار:**

$$0.29 < 1.78 < 3.29 \quad \Rightarrow \text{لا نرفض } H_0$$

التفسير:

لا يوجد دليل إحصائي كافٍ على أن تباين أوزان المنتجين مختلف بين المصنعين.

تمارين وحلول:

التمرين (01): في دراسة حول متوسط استهلاك البنزين لعينة من السيارات، أراد الباحث التحقق مما إذا كان متوسط الاستهلاك يختلف عن 7.8 لتر/100كم .أخذت عينة مكونة من 12 سيارة، وبلغ متوسط الاستهلاك 8.3 لتر، والانحراف المعياري للعينة s = 0.5 لتر، بمستوى ثقة95 % .

المطلوب :التحقق مما إذا كان متوسط الاستهلاك يختلف عن 7.8 لتر/100كم؟

الحل:

-الفرضيات: $H_0: \mu = 7.8$

$H_1: \mu \neq 7.8$

إحصائية الاختبار: $t = \frac{8.3-7.8}{0.5/\sqrt{12}} = \frac{0.5}{0.1443} \approx 3.46 \qquad t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

القيمة الحرجة: df = 11 $\quad t_{0.025,11} \approx 2.201$

القرار: بما ان 3.46 > 2.201 فانا نرفض H_0

متوسط استهلاك البنزين يختلف عن 7.8 لتر/100كم عند مستوى ثقة95 % .

التمرين (02): في دراسة حول متوسط وزن الأطفال في روضة، أردنا معرفة ما إذا كان متوسط وزن الأطفال يختلف عن 32 كغ .تم أخذ عينة عشوائية من 40 طفلًا، وبلغ متوسط وزن العينة 30 كغ، مع معرفة أن الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 4$ كغ .

المطلوب :قم باختبار الفرضية$\mu = 32$ بمستوى ثقة95 % ؟

الحل :

1- الفرضيات: $H_0: \mu = 32$

$H_1: \mu \neq 32$

2- إحصائية الاختبار:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{30 - 32}{4/\sqrt{40}} = \frac{-2}{4/6.325} = \frac{-2}{0.632} \approx -3.164$$

3- القيمة الحرجة: $Z_{0.025} = \pm 1.96$

المقارنة والقرار: **بما ان** $|Z| = 3.164 > 1.96$ نرفض H_0

متوسط وزن الأطفال يختلف إحصائياً عن 32 كغ عند مستوى ثقة.95%

التمرين (03): أراد الباحث مقارنة متوسط طول الأشجار بين غابتين .أخذت عينة 80 شجرة من الغابة الأولى و 70شجرة من الغابة الثانية .متوسط الطول 5.5 م و 5.2م على التوالي، والانحراف المعياري معلوم: $\sigma_1=0.6$ م، $\sigma_2=0.5$ م.، $\alpha=0.05$.

المطلوب :هل يوجد اختلاف بين المجموعتين عند مستوى ثقة95 % ؟

الحل:

- **صياغة الفرضيات:**

$$\begin{cases} H_0: \ \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \ \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

- **إحصائية الاختبار:**

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad Z = \frac{5.5 - 5.2}{\sqrt{\frac{0.6^2}{80} + \frac{0.5^2}{70}}}$$

$$Z = \frac{0.3}{\sqrt{0.0045 + 0.00357}} = \frac{0.3}{0.0899} \approx 3.34$$

القرار الإحصائي: H_0 نرفض $\Rightarrow$ $|Z| = 3.34 > 1.96$

يوجد **فرق معنوي** بين متوسط طول الأشجار في الغابتين، ومتوسط الطول في **الغابة الأولى أكبر إحصائياً**.

التمرين (04): أراد الباحث تقييم نسبة المصابين بمرض معين في عينة 120 شخصًا 54 .شخصًا

كانوا مصابين .نختبر $H_0: p = 0.4$ عند$\alpha = 0.05$.

المطلوب :هل النسبة في العينة تختلف عن 40% عند مستوى ثقة95% ؟

الحل:

الفرضيات: $H_0: p = 0.4$ نسبة النجاح الحقيقية40%

$H_1: p \neq 0.4$ النسبة مختلفة عن40%

نسبة العينة: $\hat{p} = 54/120 = 0.45$

حساب SE : $SE = \sqrt{\frac{0.4 \cdot 0.6}{120}} = \sqrt{0.24/120} = \sqrt{0.002} \approx 0.0447$

حسابZ : $Z = \frac{0.45 - 0.4}{0.0447} = \frac{0.05}{0.0447} \approx 1.12$

القيمة الحرجة: 1.96

المقارنة والقرار: $1.12 < 1.96$ وعليه لا نرفضH_0

النسبة في العينة 45% لا تختلف بشكل مهم عن 40% المفترضة عند مستوى ثقة.95%

التمرين (05): قام الباحث بمقارنة نسبة النجاح في مادة الإحصاء بين قسمين مختلفين.

العينة من القسم الأول 100 :طالب، 72 نجحوا.العينة من القسم الثاني 120 :طالب، 78 نجحوا.

نختبر $p_1 - p_2 = 0$ عند مستوى ثقة.95%

المطلوب :هل يوجد فرق بين نسبة النجاح في القسمين عند مستوى ثقة95% ؟

الحل :

الفرضيات:

$H_0: p_1 - p_2 = 0$ لا يوجد فرق بين نسب النجاح.

$H_1: p_1 - p_2 \neq 0$ يوجد فرق بين نسب النجاح.

حساب نسب العينتين: $\hat{p}_1 = 72/100 = 0.72, \quad \hat{p}_2 = 78/120 = 0.65$

حساب النسبة المجمعة: $\hat{p} = \frac{x_1+x_2}{n_1+n_2} = \frac{72+78}{100+120} = \frac{150}{220} \approx 0.6818$

حساب الانحراف المعياري للفرق(SE) :

$$SE = \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)} = \sqrt{0.6818 \cdot 0.3182\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{120}\right)}$$

$$SE = \sqrt{0.2168 \cdot 0.01833} = \sqrt{0.003975} \approx 0.0630$$

حسابZ : $Z = \frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2}{SE} = \frac{0.72-0.65}{0.0630} = \frac{0.07}{0.0630} \approx 1.11$

القيمة الحرجة: $\alpha = 0.05$ ثنائي الطرف $Z_{0.025} = 1.96$

المقارنة والقرار: $|Z| = 1.11 < 1.96$ اذن لا نرفض H_0

لا يوجد فرق إحصائي مهم بين نسبة النجاح في القسمين عند مستوى ثقة.95%

خلاصة:

تُعد اختبارات الفروض الإحصائية من الأدوات الجوهرية في الإحصاء الاستدلالي، فهي تمنح الباحث القدرة على **اتخاذ قرارات مستندة إلى البيانات بدلًا من التخمين أو الانطباع الشخصي** .وقد تم في هذه الوحدة تناول أهم أنواع اختبارات الفروض، بدءًا من **اختبار الفرق بين متوسطي مجتمعين**، مرورًا بـ **اختيار نسبة المجتمع واختبار الفرق بين نسبتين**، وصولًا إلى **اختبار التباين وحاصل قسمة التباينين**، مع التركيز على الجوانب النظرية والعملية لكل اختبار.

من خلال المحاضرة، تبين أن كل اختبار يعتمد على **صياغة فرضيات واضحة**، **تحديد إحصاء الاختبار المناسب**، **والتحقق من الشروط الضرورية لتطبيقه**، إضافةً إلى **تفسير النتائج بطريقة دقيقة** تربط بين الدلالة الإحصائية والأهمية العملية للنتيجة .كما أبرزنا أهمية الانتباه إلى **حجم العينة**، **طبيعة التوزيع**، **واحتمالية وجود قيم شاذة** التي قد تؤثر على صحة الاختبار.

كما أظهرت الأمثلة التطبيقية أن **القرار الإحصائي لا يكتفي بالرقم فقط**، بل يجب ربطه بالسياق التطبيقي للمشكلة البحثية، مع إدراك الاختلاف بين **الدلالة الإحصائية والأثر العملي**، وهو أمر أساسي للباحثين والممارسين في جميع المجالات، سواء كانت صناعية أو تعليمية أو طبية أو اجتماعية.

في الختام، توفر هذه المحاضرة للطلاب إطارًا شاملًا يمكنهم من **فهم المنهجية الصحيحة لاختبارات الفروض**، وتمكنهم من **تطبيقها بدقة على البيانات الواقعية**، مع تقدير المخاطر المرتبطة بالخطأ من النوع الأول والثاني، وفهم كيفية استخدام هذه الاختبارات لدعم القرارات العلمية والإدارية.

الخاتمة

الخاتمة العامة:

في ختام هذه المطبوعة، يتبيّن أن مقياس الإحصاء الاستدلالي يمثّل إحدى الركائز الأساسية في التكوين الجامعي لطلبة علوم التسيير والعلوم التجارية والعلوم الاقتصادية، لما يوفّره من أدوات علمية ومنهجية تسمح بفهم الظواهر الاقتصادية وتحليلها واتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد. فقد مكّن هذا المقياس الطالب من الانتقال من الوصف الإحصائي البسيط إلى الاستدلال العلمي القائم على أسس احتمالية دقيقة.

وقد سعت هذه المطبوعة، من خلال محاورها الأربعة، إلى بناء معرفة إحصائية متكاملة تبدأ بضبط المفاهيم الإحصائية الأساسية، ثم الانتقال إلى دراسة المعاينة وتوزيعاتها، باعتبارها الأساس الذي يُمكّن من تعميم نتائج العيّنة على المجتمع الإحصائي. كما تم التطرّق إلى أساليب التقدير الإحصائي، التي تسمح بتحديد قيم تقريبية لمعلمات المجتمع وتقييم درجة الثقة المصاحبة لها، وصولًا إلى اختبار الفرضيات الإحصائية الذي يُعدّ أداة مركزية لاتخاذ القرار العلمي والتحقق من صحة الادعاءات الإحصائية.

وتكمن أهمية هذا المقياس في كونه لا يقتصر على الجانب النظري فحسب، بل يُعدّ مدخلًا أساسيًا لتطبيق الأساليب الكمية في مجالات الاقتصاد، الإدارة، التسويق، والمالية، كما يهيّئ الطالب للتعامل مع البيانات الواقعية وتحليلها بطريقة منهجية وعقلانية. ويُنتظر من الطالب، بعد استيعاب محتوى هذه المطبوعة، أن يكون قادرًا على توظيف أدوات الإحصاء الاستدلالي في التحليل والدراسة والبحث العلمي.

وعليه، فإن هذه المطبوعة تشكّل قاعدة معرفية ضرورية لمتابعة المقاييس المتقدمة، خاصة الإحصاء التطبيقي والاقتصاد القياسي، كما تساهم في تنمية مهارات التفكير التحليلي واتخاذ القرار المبني على الأدلة، بما يخدم التكوين الأكاديمي والمهني للطالب على حدّ سواء.

خلاصة القول، تمنح هذه المطبوعة الطالب **إطارًا نظريًا وتطبيقياً متكاملاً** يمكنه من:

- التعامل مع العينات بوعي،
- إجراء تقديرات دقيقة للمعالم السكانية،
- تطبيق اختبارات الفروض بثقة،
- وربط النتائج الإحصائية بالواقع العملي، مع فهم المخاطر والإشكالات المحتملة.

بهذا الشكل، تعتبر المطبوعة **دليلًا عمليًا متكاملًا للإحصاء الاستدلالي**، يجمع بين **المفاهيم النظرية، أدوات التحليل، والإجراءات التطبيقية**، ويؤهل الطالب للانتقال بسلاسة من **الفهم الأكاديمي إلى التطبيق الواقعي في البحوث والدراسات العملية**.

المراجع والمصادر

أولاً :المراجع باللغة العربية:

1. أحمد عودة بن عبد المجيد عودة، منصور بن عبد الرحمن القاضي، **الإحصاء الوصفي والاستدلالي :(2) الإحصاء الاستدلالي**، الطبعة الثالثة، مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع،.2014
2. إياد محمد الهوبي، **الإحصاء التطبيقي**، الطبعة الأولى، الكلية الجامعية للعلوم والتكنولوجيا، خان يونس، فلسطين،.2014
3. حسن ياسين طعمة، إيمان حسين حنوش، **الإحصاء الاستدلالي**، الطبعة الثانية، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمّان، الأردن،.2015
4. سلطان محمد الصلخدي، **الإحصاء الرياضي**، جامعة دمشق، كلية العلوم،–2013 .2014
5. عازم صبري، **الإحصاء الرياضي**، الطبعة الثانية، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمّان، الأردن،.2014
6. عبد اللطيف حسن شومان، **مقدمة في الإحصاء التطبيقي**، الطبعة الأولى، دار الجنان للنشر والتوزيع، عمّان، الأردن،.2015
7. عدنان عباس حميدان، مطانيوس مخول، فريد جاعوني، عمار ناصر آغا، **الإحصاء التطبيقي**، منشورات جامعة دمشق،.2016–2015
8. فتحي أحمد عاروري، **المعاينة الإحصائية :طرقها واستخدامها**، الطبعة الأولى، الأكاديميون للنشر والتوزيع، عمّان، الأردن،.2013
9. ليونارد ج .كازمير، **الإحصاء التجاري (ملخصات إيزي شوم)**، ترجمة مصطفى جلال مصطفى، الطبعة الأولى، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة، مصر، .2004
10. مديحة السيد محمد موسى، **أساسيات الإحصاء الرياضي وتطبيقاتها**، دار الكتاب الحديث، القاهرة، مصر،.2016

ثانيا: المطبوعات الجامعية الجزائرية :

1. **بلبار موسى : كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد بوضياف، المسيلة.**

2. بلعيدي، أمال .**محاضرات في الإحصاء 3: الإحصاء الاستدلالي** .مطبوعة بيداغوجية، جامعة الجزائر 3، 2019

3. بليل، حسيبة .**مطبوعة دروس وتطبيقات محلولة في مقياس الإحصاء 3** .مطبوعة بيداغوجية، جامعة الجزائر 3، 2020 .

4. بن سبع، حمزة .**دروس ومحاضرات في الإحصاء الاستدلالي (الإحصاء 3** .(مطبوعة جامعية، جامعة الجزائر 3، 2020 .

5. بودغدغ، أحمد. **مطبوعة في دروس الإحصاء 3.** كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد الصديق بن يحيى، جيجل، 2016-2017.

6. بوزنورة، أسماء .**مطبوعة مقدمة لطلبة السنة الثانية ليسانس: الإحصاء 3** .مطبوعة بيداغوجية، جامعة الجزائر 3، 2022 .

7. توات، عثمان .**محاضرات في مقياس الإحصاء 3: الإحصاء الاستدلالي** .مطبوعة جامعية، جامعة الجزائر 3، 2018 .

8. تيلولت، سامية .**محاضرات وتطبيقات في الإحصاء 3** .مطبوعة بيداغوجية، جامعة الجزائر 3، 2023

9. جنيدي، مراد .**محاضرات في الإحصاء 3** .مطبوعة جامعية، جامعة الجزائر 3، 2021

10. حنيش، أحمد .**محاضرات في مقياس الإحصاء 3** .مطبوعة جامعية، جامعة الجزائر 3، 2019 .

11. دبوش، عبد القادر. **مطبوعة بيداغوجية في مقياس الإحصاء 3.** كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة 8 ماي 1945، قالمة، 2017-2018.

12. **زروخي، صباح. محاضرات في مادة الإحصاء الاستدلالي. كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، 2018-2019.**

13. الطاهر، جليط. **محاضرات في الإحصاء التطبيقي (الإحصاء 3):** مطبوعة مقدمة لطلبة السنة الثانية في ميدان العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير. كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة جيجل، 2017-2018.

14. **عابد، علي. مطبوعة الإحصاء 3. كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، قسم علوم التسيير، جامعة ابن خلدون، تيارت، 2017-2018.**

15. علي، عبد الزهرة حسن. الإحصاء الحيوي. كلية الإدارة والاقتصاد، قسم الإحصاء، 2019-2020.

16. همال، فريدة **.الإحصاء 3** .مطبوعة بيداغوجية، جامعة الجزائر 3، 2022 .

ثانياً :المراجع باللغة الأجنبية

1. Bismans, F., **Probabilités et statistique inférentielle: Prélude à l'économétrie**, Ellipses, 2016.
2. Cantoni, E., Huber, P., Ronchetti, E., **Maîtriser l'aléatoire: Exercices résolus de probabilités et statistique**, Springer-Verlag France, Paris, 2006.
3. Mathé, A., **L'essentiel des statistiques inférentielles: Méthodes expliquées avec cas d'application corrigés**, Gualino, 2016.
4. Pupion, P.-C., **Statistique pour la gestion: Applications avec Excel, SPSS, Amos et SmartPLS**, 3e édition, Dunod, Paris, 2012.
5. Veysseyre, R., **Aide-mémoire statistique et probabilités**, 2e édition, Dunod, Paris, 2006.
6. Wackerly, D.D., Mendenhall, W., Scheaffer, R.L., **Mathematical Statistics with Applications**, 7th Edition, Thomson Learning, 2008.

الملاحق

جدول (1): توزيع (Z)

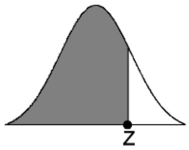


Table of the standard normal distribution values (z ≤ 0)

− z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414
-0.1	0.46017	0.45621	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42466
-0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
-0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
-0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
-0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10384	0.10204	0.10027	0.09853
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08692	0.08534	0.08379	0.08226
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
-1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03363	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00509	0.00494	0.00480
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00403	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00170	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00140
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00085	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.4	0.00034	0.00033	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017

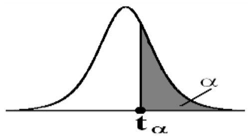
جدول (1) : توزيع (Z) " تابع"

Table of the standard normal distribution values ($z \geq 0$)

z	**0**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**0.04**	**0.05**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.09**
0.0	0.5	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.5279	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.5438	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.6293	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.6591	0.66276	0.6664	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.7054	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.7224
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.7549
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.7673	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.7823	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.8665	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.879	0.881	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.9032	0.9049	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.9222	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.9452	0.9463	0.94738	0.94845	0.9495	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.9608	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.9732	0.97381	0.97441	0.975	0.97558	0.97615	0.9767
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.9803	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.983	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.985	0.98537	0.98574
2.2	0.9861	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.9884	0.9887	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.9901	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.9918	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.9943	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.9952
2.6	0.99534	0.99547	0.9956	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.9972	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.9976	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.999
3.1	0.99903	0.99906	0.9991	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.9994	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.9995
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.9996	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.9997	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.9998	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983

جدول (2): توزيع (t)

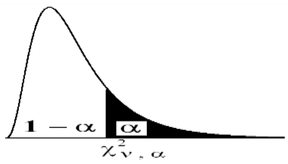
Percentage Points of the t Distribution; $t_{\nu,\alpha}$



$$P(T > t_{\nu,\alpha}) = \alpha$$

df=ν	α%													
	0.40	**0.30**	**0.20**	**0.15**	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.02**	**0.015**	**0.01**	**0.0075**	**0.005**	**0.0025**	**0.0005**
1	0.325	0.727	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	15.895	21.205	31.821	42.434	63.657	127.322	636.590
2	0.289	0.617	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	5.643	6.965	8.073	9.925	14.089	31.598
3	0.277	0.584	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	3.896	4.541	5.047	5.841	7.453	12.924
4	0.271	0.569	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.298	3.747	4.088	4.604	5.598	8.610
5	0.267	0.559	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.003	3.365	3.634	4.032	4.773	6.869
6	0.265	0.553	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	2.829	3.143	3.372	3.707	4.317	5.959
7	0.263	0.549	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.715	2.998	3.203	3.499	4.029	5.408
8	0.262	0.546	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.634	2.896	3.085	3.355	3.833	5.041
9	0.261	0.543	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.574	2.821	2.998	3.250	3.690	4.781
10	0.260	0.542	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.527	2.764	2.932	3.169	3.581	4.587
11	0.260	0.540	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.491	2.718	2.879	3.106	3.497	4.437
12	0.259	0.539	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.461	2.681	2.836	3.055	3.428	4.318
13	0.259	0.538	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.436	2.650	2.801	3.012	3.372	4.221
14	0.258	0.537	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.415	2.624	2.771	2.977	3.326	4.140
15	0.258	0.536	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.397	2.602	2.746	2.947	3.286	4.073
16	0.258	0.535	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.382	2.583	2.724	2.921	3.252	4.015
17	0.257	0.534	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.368	2.567	2.706	2.898	3.222	3.965
18	0.257	0.534	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.356	2.552	2.689	2.878	3.197	3.922
19	0.257	0.533	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.346	2.539	2.674	2.861	3.174	3.883
20	0.257	0.533	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.336	2.528	2.661	2.845	3.153	3.850
21	0.257	0.532	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.328	2.518	2.649	2.831	3.135	3.819
22	0.256	0.532	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.320	2.508	2.639	2.819	3.119	3.792
23	0.256	0.532	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.313	2.500	2.629	2.807	3.104	3.768
24	0.256	0.531	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.307	2.492	2.620	2.797	3.091	3.745
25	0.256	0.531	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.301	2.485	2.612	2.787	3.078	3.725
26	0.256	0.531	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.296	2.479	2.605	2.779	3.067	3.707
27	0.256	0.531	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.291	2.473	2.598	2.771	3.057	3.690
28	0.256	0.530	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.286	2.467	2.592	2.763	3.047	3.674
29	0.256	0.530	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.282	2.462	2.586	2.756	3.038	3.659
30	0.256	0.530	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.278	2.457	2.581	2.750	3.030	3.646
40	0.255	0.529	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.250	2.423	2.542	2.704	2.971	3.551
60	0.254	0.527	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.223	2.390	2.504	2.660	2.915	3.460
120	0.254	0.526	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.076	2.196	2.358	2.468	2.617	2.860	3.373
∞	0.253	0.524	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.170	2.326	2.432	2.576	2.807	3.291

جدول (3): توزيع كاي مربع (χ^2)



Percentage Points of the χ^2 Distribution $\chi^2_{\nu,\alpha}$

$$P(\chi^2 > \chi^2_{\nu,\alpha}) = \alpha$$

ν	α														
	0.001	**0.005**	**0.010**	**0.025**	**0.050**	**0.100**	**0.250**	**0.500**	**0.750**	**0.900**	**0.950**	**0.975**	**0.990**	**0.995**	**0.999**
1	10.83	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	0.45	0.10	0.02					
2	13.82	10.60	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	0.58	0.21	0.10	0.05	0.02	0.01	
3	16.27	12.84	11.34	9.35	7.81	6.25	4.11	2.37	1.21	0.58	0.35	0.22	0.11	0.07	0.02
4	18.47	14.86	13.28	11.14	9.49	7.78	5.39	3.36	1.92	1.06	0.71	0.48	0.30	0.21	0.09
5	20.52	16.75	15.09	12.83	11.07	9.24	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	0.83	0.55	0.41	0.21
6	22.46	18.55	16.81	14.45	12.59	10.64	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.24	0.87	0.68	0.38
7	24.32	20.28	18.48	16.01	14.07	12.02	9.04	6.35	4.25	2.83	2.17	1.69	1.24	0.99	0.60
8	26.12	21.95	20.09	17.53	15.51	13.36	10.22	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34	0.86
9	27.88	23.59	21.67	19.02	16.92	14.68	11.39	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.73	1.15
10	29.59	25.19	23.21	20.48	18.31	15.99	12.55	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16	1.48
11	31.26	26.76	24.72	21.92	19.68	17.28	13.70	10.34	7.58	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60	1.83
12	32.91	28.30	26.22	23.34	21.03	18.55	14.85	11.34	8.44	6.30	5.23	4.40	3.57	3.07	2.21
13	34.53	29.82	27.69	24.74	22.36	19.81	15.98	12.34	9.30	7.04	5.89	5.01	4.11	3.57	2.62
14	36.12	31.32	29.14	26.12	23.68	21.06	17.12	13.34	10.17	7.79	6.57	5.63	4.66	4.07	3.04
15	37.70	32.80	30.58	27.49	25.00	22.31	18.25	14.34	11.04	8.55	7.26	6.26	5.23	4.60	3.48
16	39.25	34.27	32.00	28.85	26.30	23.54	19.37	15.34	11.91	9.31	7.96	6.91	5.81	5.14	3.94
17	40.79	35.72	33.41	30.19	27.59	24.77	20.49	16.34	12.79	10.09	8.67	7.56	6.41	5.70	4.42
18	42.31	37.16	34.81	31.53	28.87	25.99	21.60	17.34	13.68	10.86	9.39	8.23	7.01	6.26	4.90
19	43.82	38.58	36.19	32.85	30.14	27.20	22.72	18.34	14.56	11.65	10.12	8.91	7.63	6.84	5.41
20	45.31	40.00	37.57	34.17	31.41	28.41	23.83	19.34	15.45	12.44	10.85	9.59	8.26	7.43	5.92
21	46.80	41.40	38.93	35.48	32.67	29.62	24.93	20.34	16.34	13.24	11.59	10.28	8.90	8.03	6.45
22	48.27	42.80	40.29	36.78	33.92	30.81	26.04	21.34	17.24	14.04	12.34	10.98	9.54	8.64	6.98
23	49.73	44.18	41.64	38.08	35.17	32.01	27.14	22.34	18.14	14.85	13.09	11.69	10.20	9.26	7.53
24	51.18	45.56	42.98	39.36	36.42	33.20	28.24	23.34	19.04	15.66	13.85	12.40	10.86	9.89	8.08
25	52.62	46.93	44.31	40.65	37.65	34.38	29.34	24.34	19.94	16.47	14.61	13.12	11.52	10.52	8.65
30	59.70	53.67	50.89	46.98	43.77	40.26	34.80	29.34	24.48	20.60	18.49	16.79	14.95	13.79	11.59
40	73.40	66.77	63.69	59.34	55.76	51.81	45.62	39.34	33.66	29.05	26.51	24.43	22.16	20.71	17.92
50	86.66	79.49	76.15	71.42	67.50	63.17	56.33	49.33	42.94	37.69	34.76	32.36	29.71	27.99	24.67
60	99.61	91.95	88.38	83.30	79.08	74.40	66.98	59.33	52.29	46.46	43.19	40.48	37.48	35.53	31.74
70	112.32	104.21	100.43	95.02	90.53	85.53	77.58	69.33	61.70	55.33	51.74	48.76	45.44	43.28	39.04
80	124.84	116.32	112.33	106.63	101.88	96.58	88.13	79.33	71.14	64.28	60.39	57.15	53.54	51.17	46.52
90	137.21	128.30	124.12	118.14	113.15	107.57	98.65	89.33	80.62	73.29	69.13	65.65	61.75	59.20	54.16
100	149.45	140.17	135.81	129.56	124.34	118.50	109.14	99.33	90.13	82.36	77.93	74.22	70.06	67.33	61.92

حدول فيشر ٩٥%

_F_ Distribution: Critical Values of _F_ (5% significance level)

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.36	246.46	247.32	248.01
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.42	19.43	19.44	19.45
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.71	8.69	8.67	8.66
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.87	5.84	5.82	5.80
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.64	4.60	4.58	4.56
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.96	3.92	3.90	3.87
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.53	3.49	3.47	3.44
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.24	3.20	3.17	3.15
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.03	2.99	2.96	2.94
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.86	2.83	2.80	2.77
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.74	2.70	2.67	2.65
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.64	2.60	2.57	2.54
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.55	2.51	2.48	2.46
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.48	2.44	2.41	2.39
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.42	2.38	2.35	2.33
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.37	2.33	2.30	2.28
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.33	2.29	2.26	2.23
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.29	2.25	2.22	2.19
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.26	2.21	2.18	2.16
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.22	2.18	2.15	2.12
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.20	2.16	2.12	2.10
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.17	2.13	2.10	2.07
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.15	2.11	2.08	2.05
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.13	2.09	2.05	2.03
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.11	2.07	2.04	2.01
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.09	2.05	2.02	1.99
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.06	2.02	1.99	1.96
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.05	2.01	1.97	1.94
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.04	1.99	1.96	1.93
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11	2.04	1.99	1.94	1.91	1.88
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.95	1.90	1.87	1.84
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.89	1.85	1.81	1.78
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.86	1.82	1.78	1.75
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.89	1.84	1.79	1.75	1.72
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.88	1.82	1.77	1.73	1.70
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.86	1.80	1.76	1.72	1.69
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.85	1.79	1.75	1.71	1.68
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	1.66
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.82	1.76	1.71	1.67	1.64
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.80	1.74	1.69	1.66	1.62
250	3.88	3.03	2.64	2.41	2.25	2.13	2.05	1.98	1.92	1.87	1.79	1.73	1.68	1.65	1.61
300	3.87	3.03	2.63	2.40	2.24	2.13	2.04	1.97	1.91	1.86	1.78	1.72	1.68	1.64	1.61
400	3.86	3.02	2.63	2.39	2.24	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.78	1.72	1.67	1.63	1.60
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.77	1.71	1.66	1.62	1.59
600	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.11	2.02	1.95	1.90	1.85	1.77	1.71	1.66	1.62	1.59
750	3.85	3.01	2.62	2.38	2.23	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.77	1.70	1.66	1.62	1.58
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.76	1.70	1.65	1.61	1.58

جدول فيشر ٩٥% (تابع)

F Distribution: Critical Values of F (5% significance level)

v_2 \ v_1	25	30	35	40	50	60	75	100	150	200
1	249.26	250.10	250.69	251.14	251.77	252.20	252.62	253.04	253.46	253.68
2	19.46	19.46	19.47	19.47	19.48	19.48	19.48	19.49	19.49	19.49
3	8.63	8.62	8.60	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.54	8.54
4	5.77	5.75	5.73	5.72	5.70	5.69	5.68	5.66	5.65	5.65
5	4.52	4.50	4.48	4.46	4.44	4.43	4.42	4.41	4.39	4.39
6	3.83	3.81	3.79	3.77	3.75	3.74	3.73	3.71	3.70	3.69
7	3.40	3.38	3.36	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.26	3.25
8	3.11	3.08	3.06	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95
9	2.89	2.86	2.84	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.74	2.73
10	2.73	2.70	2.68	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.57	2.56
11	2.60	2.57	2.55	2.53	2.51	2.49	2.47	2.46	2.44	2.43
12	2.50	2.47	2.44	2.43	2.40	2.38	2.37	2.35	2.33	2.32
13	2.41	2.38	2.36	2.34	2.31	2.30	2.28	2.26	2.24	2.23
14	2.34	2.31	2.28	2.27	2.24	2.22	2.21	2.19	2.17	2.16
15	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.10	2.10
16	2.23	2.19	2.17	2.15	2.12	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04
17	2.18	2.15	2.12	2.10	2.08	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99
18	2.14	2.11	2.08	2.06	2.04	2.02	2.00	1.98	1.96	1.95
19	2.11	2.07	2.05	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.92	1.91
20	2.07	2.04	2.01	1.99	1.97	1.95	1.93	1.91	1.89	1.88
21	2.05	2.01	1.98	1.96	1.94	1.92	1.90	1.88	1.86	1.84
22	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82
23	2.00	1.96	1.93	1.91	1.88	1.86	1.84	1.82	1.80	1.79
24	1.97	1.94	1.91	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.77
25	1.96	1.92	1.89	1.87	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75
26	1.94	1.90	1.87	1.85	1.82	1.80	1.78	1.76	1.74	1.73
27	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81	1.79	1.76	1.74	1.72	1.71
28	1.91	1.87	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.70	1.69
29	1.89	1.85	1.83	1.81	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.67
30	1.88	1.84	1.81	1.79	1.76	1.74	1.72	1.70	1.67	1.66
35	1.82	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.63	1.61	1.60
40	1.78	1.74	1.72	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.56	1.55
50	1.73	1.69	1.66	1.63	1.60	1.58	1.55	1.52	1.50	1.48
60	1.69	1.65	1.62	1.59	1.56	1.53	1.51	1.48	1.45	1.44
70	1.66	1.62	1.59	1.57	1.53	1.50	1.48	1.45	1.42	1.40
80	1.64	1.60	1.57	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.39	1.38
90	1.63	1.59	1.55	1.53	1.49	1.46	1.44	1.41	1.38	1.36
100	1.62	1.57	1.54	1.52	1.48	1.45	1.42	1.39	1.36	1.34
120	1.60	1.55	1.52	1.50	1.46	1.43	1.40	1.37	1.33	1.32
150	1.58	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29
200	1.56	1.52	1.48	1.46	1.41	1.39	1.35	1.32	1.28	1.26
250	1.55	1.50	1.47	1.44	1.40	1.37	1.34	1.31	1.27	1.25
300	1.54	1.50	1.46	1.43	1.39	1.36	1.33	1.30	1.26	1.23
400	1.53	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.32	1.28	1.24	1.22
500	1.53	1.48	1.45	1.42	1.38	1.35	1.31	1.28	1.23	1.21
600	1.52	1.48	1.44	1.41	1.37	1.34	1.31	1.27	1.23	1.20
750	1.52	1.47	1.44	1.41	1.37	1.34	1.30	1.26	1.22	1.20
1000	1.52	1.47	1.43	1.41	1.36	1.33	1.30	1.26	1.22	1.19