

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERSCIENTIFIQUE**  
**UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA**

FACULTE DE SCIENCES ET TECHNOLOGIES

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

N° : ..... (exp : AUT-06)



DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIE

FILIERE : GENIE ELECTRIQUE

OPTION : ELECTROMECHANIQUE

**Mémoire présenté pour l'obtention**  
**Du diplôme de Master Académique**

**Par :**

- Al-Shami omar ahmed
- Al-Ammari Emad Yahia

**Intitulé**

***Robustification de la commande adaptative  
pour une classe de systèmes non linéaires***

**Soutenu devant le jury composé de :**

<b>Dr. Abdelhakim IDIR</b>	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Président
<b>Dr. Khatir KHETTAB</b>	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Rapporteur
<b>Dr. Abdelouaheb BOUKHALFA</b>	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Co-Rapporteur
<b>Dr. Toufik ROUBACHE</b>	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Examineur

**Année universitaire : 2019/ 2020**

## **Résumé :**

**Nous avons présenté, dans ce mémoire, une étude détaillée sur les systèmes de commande adaptative floue. Cette étude illustre tout d'abord la structure générale d'un contrôleur flou avec les différents modèles utilisés dans sa conception ainsi que le théorème de l'approximation floue. Puis, cette étude propose un schéma de contrôle flou adaptatif direct pour une classe de systèmes non linéaires SISO incertains avec une direction de contrôle inconnue dont le but est de construire d'une manière adaptative un contrôleur idéal inconnu. Pour la robustification de ce système (SISO), un schéma de commande adaptative floue par mode glissant a été conçu. Finalement, l'étude éclaire avec des exemples de simulation, le problème de la commande et la synchronisation des systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire par la commande adaptative floue robuste via l'approche  $H^\infty$ .**

## **Abstract :**

**This thesis presents a detailed study of adaptive fuzzy control systems. First of all, this study illustrates the general structure of a fuzzy controller with the different models used in its design as well as the fuzzy approximation theorem. Then, this study proposes a direct adaptive fuzzy control scheme for a class of uncertain nonlinear systems SISO with unknown direction of control, with the goal of constructing adaptively an unknown ideal controller. For the robustification of this system (SISO), a sliding mode fuzzy adaptive control scheme was designed. Finally, the study clarifies with simulation examples the problem of the control and synchronization of fractional order chaotic systems by robust fuzzy adaptive control via the  $H^\infty$  approach.**

## ملخص :

تقدم هذه الرسالة دراسة تفصيلية لأنظمة التحكم التكيفية الضبابية. أولاً ، توضح هذه الدراسة الهيكل العام لوحدة التحكم الغامضة مع النماذج المختلفة المستخدمة في تصميمها وكذلك نظرية التقريب الضبابي. بعد ذلك، تقترح هذه الدراسة مخطط تحكم ضبابي تكيفي مباشر لفئة من الأنظمة غير الخطية غير المؤكدة مع اتجاه غير معروف للتحكم، بهدف بناء وحدة تحكم مثالية غير معروفة بشكل تكيفي. لتقوية هذا النظام، تم تصميم مخطط التحكم التكيفي الغامض المنزلق. أخيراً، أوضحت الدراسة بأمثلة المحاكاة مشكلة التحكم والمزامنة للأنظمة الفوضوية ذات الترتيب الكسري عن طريق التحكم التكيفي الغامض القوي عبر نهج  $H_{\infty}$ .

## *Remerciement*

*Nous remercions tout d'abord le Bon Dieu qui nous a aidé à finir ce travail. Puis, notre encadreur, le Mr. K. KHETTAB qui a fait tous ces efforts pour nous donner des conseils lors de la rédaction. Aussi, nous remercions les membres du jury qui vont consulter le mémoire.*

*Dédicace :*

*Je dédie ce travail a toute ma famille,*

*Mon père 'Ahmed' qui a fait l'impossible pour me  
soutenir dans mes études et ma vie.*

*Ma mère 'Imane' qui me donne toujours de l'amour  
et pour son Duaa qui m'éclaircit toujours le chemin.*

*A mes frères Waddah, Zaki et Dhia.*

*A mes sœurs Arwa et Lamia.*

*A tous mes amies.*

*Omar Al-Shami*

*Dédicace:*

*Je dédie ce travail a toute ma famille*

*Mon père 'Yahia' et ma mère et mon cœur 'Tohfah'  
qui se tenait derrière moi comme une montagne et  
m'ont donnée du support financière et morale  
durant mon étude.*

*A tous mes frères Foud, Rasheed, Fahd, Wessam et  
Ahmed.*

*A mes sœurs Radja, Ebtehaj, Mayssa, Amani.*

*A ma fiancée et ma future épouse*

*A tous mes amies au Yémen*

*A tous mes amies en Algérie Abdulrahman Al-  
Maleky, Tariq Al-Balatah, Ahmed Abulmodhny,  
Mohammed Alhaj, Mahmoud, Al-Doushan,  
Ibrahim, Ala Al-Dwah, Al-moushaia, Abdulrahman  
Nadjy et Abdulwahab*

*Emad Al-Deen Al-Ammari*

## Table des figures

<b>Figure I.1</b>	Principe de système de commande adaptative.....	4
<b>Figure I.2</b>	Structure de base de la commande adaptative avec le modèle de référence.....	5
<b>Figure I.3</b>	Structure de la commande adaptative directe.....	6
<b>Figure I.4</b>	Structure de la commande adaptative indirecte.....	6
<b>Figure I.5</b>	Ensemble flou trapézoïdale.....	9
<b>Figure I.6</b>	Fonction triangulaire.....	9
<b>Figure I.7</b>	Fonctions d'appartenance trapézoïdale.....	10
<b>Figure I.8</b>	Fonction d'appartenance Gaussienne.....	10
<b>Figure I.9</b>	Fonction d'appartenance sinusoïdale.....	11
<b>Figure I.10</b>	Fonction d'appartenance qui caractérise la variable température. ....	12
<b>Figure I.11</b>	Système flou.....	14
<b>Figure II.1</b>	Schéma général de commande adaptative floue. ....	33
<b>Figure II.2</b>	Système du pendule inversé. ....	35
<b>Figure II.3</b>	Sorties et références du système.....	36
<b>Figure II.4</b>	Erreurs de suivi $e_1 / e_2$ .....	36
<b>Figure II.5</b>	Signal de commande.....	37
<b>Figure II.6</b>	Sorties et références du système.....	37
<b>Figure II.7</b>	Erreur de suivi $e_1 / e_2$ .....	38
<b>Figure II.8</b>	Signal de commande.....	38
<b>Figure III.1</b>	Principe de réglage par mode glissant. ....	43
<b>Figure III.2</b>	<i>Schéma de la commande adaptative floue par mode glissant proposé.....</i>	47
<b>Figure III.3</b>	Sorties du système.....	48

<b>Figure III.4</b> Erreurs de suivi $e_1$ et $e_2$ .....	48
<b>Figure III.5</b> Signal de commande.....	49
<b>Figure III.6</b> Sorties et références du système.....	49
<b>Figure III.7</b> Erreurs de suivi $e_1$ et $e_2$ .....	50
<b>Figure III.8</b> Signal de commande.....	50
<b>Figure IV.1</b> Trajectoires des états $x_1$ et $y_1$ .....	60
<b>Figure IV.2</b> Trajectoires des états $x_2$ et $y_2$ .....	60
<b>Figure IV.3</b> Signal de commande $u$ .....	60
<b>Figure IV.4</b> Trajectoire de l'erreur $e_1$ .....	61
<b>Figure IV.5</b> Trajectoire de l'erreur $e_2$ .....	61
<b>Figure IV.6</b> Trajectoires des états $x_1$ et $y_1$ .....	61
<b>Figure IV.7</b> Trajectoires des états $x_2$ et $y_2$ .....	61
<b>Figure IV.8</b> Signal de commande $u$ .....	62
<b>Figure IV.9</b> Trajectoire de l'erreur $e_1$ .....	62
<b>Figure IV.10</b> Trajectoire de l'erreur $e_2$ .....	62

## Table des matières

Résumé	I
Abstract	II
Molakhas	III
Remerciement	IV
Dédicace	V
Dédicace	VI
Table des Figures	VII
Introduction Générale	1

### Chapitre 1 : Sur les systèmes de commande adaptative floue

I.1. Introduction.....	3
1.2. Commande Adaptative.....	3
1.2.1 Principe .....	4
1.2.2 Commande Adaptive a modèle de référence.....	4
1.2.3 Commande adaptative directe .....	5
1.2.4 commande adaptative indirecte.....	6
1.3. Systèmes Flous.....	7
1.3.1 Introduction.....	7
1.3.2 Commande Floue.....	7
1.3.2.1 But de la commande floue.....	8
1.3.3 Bases de la commande floue.....	8
1.3.3.1 Ensemble flou.....	8

1.3.3.2	Fonction d'appartenance.....	9
1.3.3.3	Les variables linguistiques .....	11
1.3.3.4	Les opérateurs flous .....	12
1.3.4	Logique Floue.....	13
1.3.4.1	Définition.....	13
1.3.4.2	Structure d'un système flou.....	13
1.3.5	Différents types de modèle .....	15
1.3.6	Avantages de la logique floue .....	17
1.4	Rappel sur la stabilité .....	18
1.4.1	Stabilité de Lyapunov .....	18
1.4.2	Théorème de Kalman – Yakubovitch.....	19
1.4.3	Lemme de Barbalat .....	20
1.5.	Systèmes et calculs d'ordre fractionnaire.....	20
1.6.	Théorème de la valeur moyenne.....	23
1.7	Conclusion .....	24
<b>Chapitre II : Commande adaptative floue des systèmes non linéaires perturbés</b>		<b>25</b>
2.1	Introduction.....	25
2.2	Commande adaptative floue avec une direction de commande connue.....	25
2.2.1.	Problématique .....	25
2.2.2	Conception de commande adaptative floue indirecte .....	27
2.2.3	Résultats de simulation.....	34
2.2.3.1	Exemple 1 (pendule inversé) .....	34
2.3	Conclusion.....	39

## **Chapitre III : Robustification de la commande adaptative floue**

<b>Par mode de glissement</b> .....	40
3.1 Introduction.....	40
3.2 Position du problème.....	40
3.3 Commande adaptative floue par mode glissant.....	43
3.4 Analyse de la stabilité.....	44
3.5 Résultats de simulation .....	47
3.5.1 Exemple .....	47
<b>3.6 Conclusion</b> .....	51

## **Chapitre IV : Commande adaptative floue robuste des systèmes**

### **Chaotiques d'ordre fractionnaire**

50

4.1 Introduction .....	52
4.2 Définitions .....	52
4.2.1 Contrôleurs flous .....	52
4.2.2 Rappel sur les systèmes flous de type Takagi-Sugeno.....	53
4.3 Problématique et conception de la commande adaptative floue $H^\infty$ .....	55
4.4 Analyse de la stabilité.....	57
4.5 Exemple de simulation.....	59
4.6 Conclusion .....	63
<b>Conclusion générale</b> .....	64

## Introduction générale :

Dans le domaine de régulation industrielle, des nombreux problèmes ont été résolu par les méthodes classiques de l'automatique. Pourtant, la majorité des systèmes physiques présentent des non-linéarités et leurs paramètres sont souvent mal connus et/ou variables dans le temps. Pour commander ces classes de systèmes, les méthodes conventionnelles de l'automatique ont montré leurs limites en termes de stabilisation et performances. Les automaticiens s'intéressent aujourd'hui à des nouvelles approches de commande telles que la commande adaptative indirecte, la commande décentralisée, ainsi que les techniques basées sur l'intelligence artificielle (la logique floue). Cela, présente une suite de développements dans les calculateurs numériques.

L'introduction du formalise de la géométrie différentielle et en particulier la technique de linéarisation entrée-sortie a connu un grand succes pour le développement de contrôle pour une classe des systèmes non linéaire, dits systèmes linéarisablés par bouclage. Cette classe de système n'a pas uniquement un intérêt mathématique mais également une grande importance pratique, car, beaucoup de système physique appartiennent cette classe, tels que les outils de la commande linéaire puissant être employés pour assures les performances désirées. Cependant, cette technique ne peut être utilisée que pour les systèmes non linéaires dont le modèle dynamique est parfaitement connu. Pour pallier ce problème, plusieurs approches de commande adaptative ont été introduites. Dans ces approches, on suppose que le modèle du système non linéaire peut être exprime sous la forme d'un produit de fonction non linaires connues a l'aide de paramètres (constants et/ou lentement variables) inconnu. Malheureusement, il est souvent difficile, voire impossible de décrire tous les phénomènes mis en jeu dans un système a partir de fonction non linéaire connues, notamment pour un système physique complexe.

Le début de la commande par modes de glissement remonte dans les années 1970. Elle a un rôle important dans le traitement du problème des incertitudes. Le principe de fonctionnement de la commande par modes de glissement est d'amener le point représentatif de l'évolution du système sur une hypersurface de l'espace de phase par l'incorporation d'éléments de commutation dans la loi de commande et cela dans toutes les conditions initiales et dans un temps fini. On dit que ce système est glissant lorsque ce point atteint la surface de glissement ou l'hypersurface. Alors, le système sera insensible aux perturbations sur la sortie et

aux variations paramétriques. On dit que la commande souffre de problème de broutement (chattering). [2]

Notre recherche sera divisée en quatre chapitres. Nous allons définir le formalisme de la logique floue et le raisonnement associé dans le premier chapitre, nous allons aussi présenter la structure générale d'un contrôleur flou avec les différents modèles utilisés dans sa conception ainsi que le théorème de l'approximation floue.

Le deuxième chapitre, présente une étude pour un schéma de contrôle adaptatif en utilisant des systèmes flous pour une classe de systèmes non linéaires incertains SISO avec une orientation de contrôle inconnue. Pour cette génération de signal d'entrée de commande sans estimation de système dynamique, nous allons utiliser un système flou dans ce schéma.

Le troisième chapitre détaille la conception de schéma de commande adaptative floue par mode glissant pour une classe des systèmes SISO non linéaires inconnus, Ce schéma sera combiné avec une commande proportionnelle intégrale.

Nous allons aborder dans le quatrième chapitre le problème de la commande robuste par  $H_\infty$  adaptative floue d'une classe de systèmes non linéaires chaotiques d'ordre fractionnaire. La nécessité d'atténuer l'erreur de poursuite à un niveau prescrit par l'intermédiaire de la technique de conception  $H_\infty$  ainsi qu'assurer la stabilité du système de commande floue adaptative nous ont conduit vers l'utilisation d'un nouvel algorithme de commande indirecte intelligente (adaptative, floue, robuste  $H_\infty$ ).

Des exemples de simulation sont donnés pour montrer et mettre en évidence les performances de chaque technique proposée. Toutes les techniques de commande floues proposées utilisent les systèmes flous pour approximer les dynamiques inconnus des systèmes. D'autre part, l'approche de Lyapunov analyse la stabilité et la robustesse des structures de commande vis-à-vis des erreurs d'approximation floue et des perturbations externes.

## **Chapitre 1 :**

### **Sur les systèmes de commande adaptative floue**

## **Chapitre 1**

### **Sur les systèmes de commande adaptative floue**

#### **1. Commande floue adaptative.**

##### **1.1 Introduction.**

La commande adaptative a débuté dans les années 50 comme solution pour contrôler les processus fonctionnant sous des conditions et environnement variables dans le temps. Dans les années 60 plusieurs contributions de théorie de la commande ont été introduites dans le développement de la commande adaptative, comme par exemple l'approche d'état et les théories de stabilité.

Au début des années 70 les différentes méthodes d'estimation ont été introduites dans la commande adaptative.

L'utilisation de la commande adaptative a commencé au début des années 80 en parallèle avec une rapide évolution en micro-électronique qui permet d'implémenter des régulateurs adaptatifs sur des systèmes à microprocesseurs.

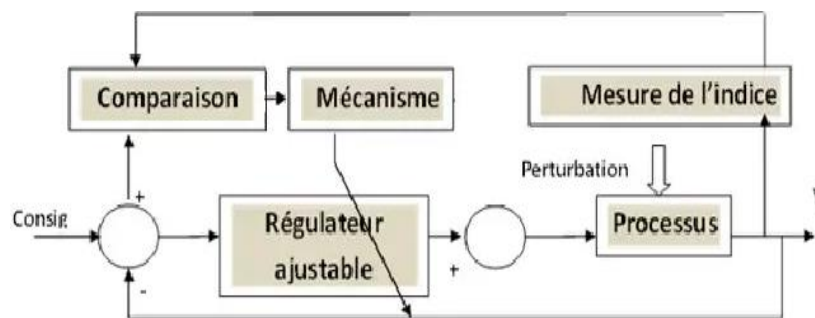
Dans le contexte de la commande adaptative floue, deux approches sont proposées : directe et indirecte. La boucle de commande est composée, dans les deux cas d'un type commande, notamment un système flou pour assurer le suivi d'un modèle de référence stable et pour éliminer les effets de l'erreur d'approximation et des perturbations externes. Les processus traités sont non linéaires. Les outils de la théorie de Lyapunov sont utilisés pour établir la stabilité des boucles de contrôle. En plus, il est démontré que sous des conditions usuelles l'erreur de suivi converge vers zéro et que tous les autres signaux restent bornés. Dans l'approche directe le système flou est utilisé comme un régulateur adaptatif. Dans l'approche indirecte, le système flou est utilisé comme un modèle flou pour estimer la dynamique du processus à contrôler.

##### **1.2. Commande Adaptative**

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander sont inconnus soit variantes dans le temps [1].

### 1.2.1 Principe

En principe, un système de commande adaptative mesure un certain indice de performance (IP) du système à commander à partir de l'écart entre l'indice de performance désiré et l'indice de performance mesuré. Le mécanisme d'adaptation commande certains paramètres du système ajustable ou introduit un signal supplémentaire de commande d'après une certaine stratégie afin de minimiser l'IP la figure (1) représente le principe général d'un système dans une plage donnée de commande adaptative [1].



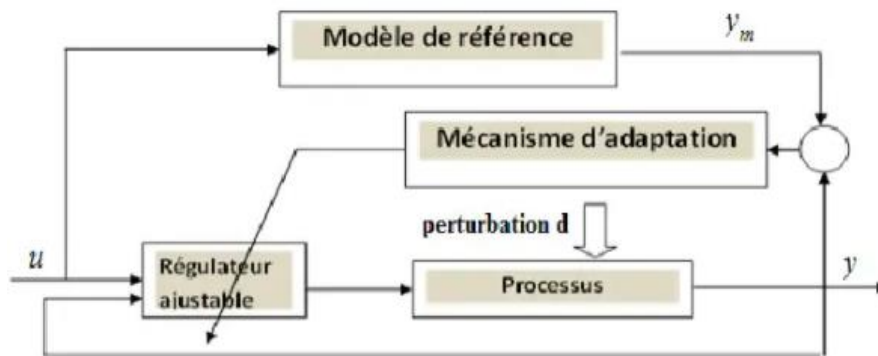
**Figure 1.1** Principe de système de commande adaptative.

Trois approches ont été essentiellement considérées pour le développement des stratégies de commande adaptative destinées aux procédés à paramètres inconnus et /ou variables dans le temps.

- Approximation des stratégies de commande optimale stochastique (Duale).
- système de commande auto-ajustable (self-running control).
- commande adaptative à modèle de référence (MRAC) [1].

### 1.2.2 Commande Adaptative à modèle de référence

La commande adaptative avec modèle de référence consiste à adopter l'organe de commande d'une façon à ce que le processus se comporte comme le modèle de référence. La détermination d'une loi de commande adaptative permet à la réponse du système de suivre celle du modèle même en présence des perturbations en agissant sur les performances dynamiques du système. Le principe de cette commande est illustré dans la figure (2).



**Figure 1.2** Structure de base de la commande adaptative avec le modèle de référence.

La synthèse d'adaptation et le principal problème qui se pose nord de la réalisation des systèmes adaptatifs en général. Plusieurs études théoriques ont été développées et dont le but de fournir des méthodes de synthèses pour ce mécanisme, chaque une faisant appel à la théorie de base de l'automatique. Les premiers algorithmes étaient construits à partir des méthodes de gradient (optimisation) [1].

Les stratégies résultantes conduisent aux deux grandes techniques adaptatives à mettre en œuvre et large utilise à ce jour en pratique [2].

Ces deux grandes techniques sont :

- commande adaptative direct.
- commande adaptative indirect.

### 1.2.3 Commande adaptative directe :

L'idée consiste à calculer les paramètres du régulateur, mais sans identifier explicitement les paramètres du système, donc en une seule étape, justifiant ainsi la terminologie de commande directe.

Cette technique induit souvent des algorithmes plus rapides et favorise une application temps réel. Le schéma de la figure (3) illustre ce type de commande, pour laquelle les performances de la boucle fermée sont spécifiées par l'intermédiaire  $y_m$  d'un modèle de référence choisi par l'utilisateur de façon cohérente avec les possibilités intrinsèques du système.

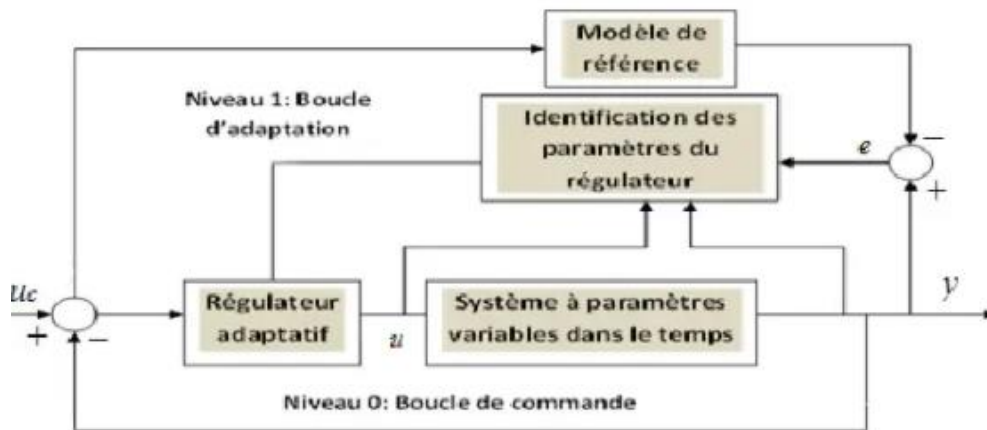


Figure 1.3 Structure de la commande adaptative directe.

#### 1.2.4 commande adaptative indirecte

Le principe de la commande Adaptative indirecte repose sur l'identification d'un modèle du système en ligne et en temps réel. Puis, avec ce nouveau modèle calculé, le régulateur permettant de satisfaire les spécifications nominales est de nouveau élaboré.

La grande technique adaptative indirecte à mettre en œuvre et large utilisée à ce jour en pratique [2], cette commande adaptative indirecte avec identification du modèle (MIAC). Le schéma de principe de ce type de commande est illustré figure (4) :

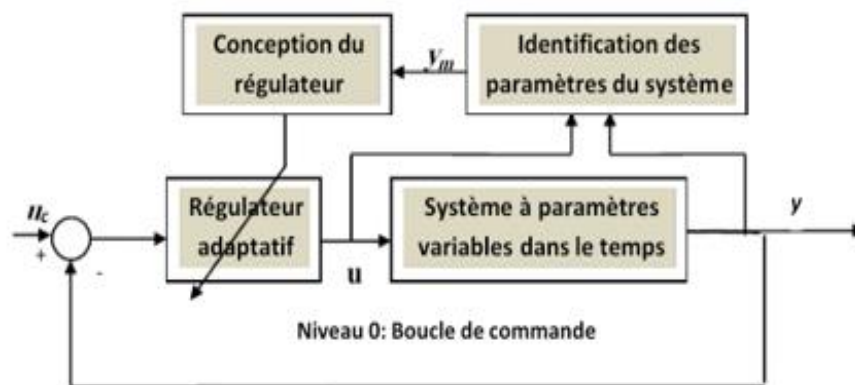


Figure 1.4 Structure de la commande adaptative indirecte.

### **1.3. Systèmes Flous**

#### **1.3.1 Introduction**

La logique booléenne, fondement de l'informatique classique, repose sur deux valeurs, le zéro et le un. Toute proposition ainsi traitée est alors considérée vraie ou fausse. Or, dans le monde réel, rares sont les catégories qui supporte une telle classification de tout ou rien Par exemple peut-on considérer une eau à 180°C comment étant chaude ou froide ? N'est-elle pas ni vraiment chaude, ni vraiment froide mais tout simplement tiède ? [1].

La logique floue a été introduite par le professeur Lotfi Zadeh en 1965 comme une généralisation de la logique binaire [1]. L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter l'imprécis, l'incertain et le vague. Elle est issue de la capacité de l'homme à décider et agir de façon pertinente malgré le flou des connaissances disponibles. En effet, la logique floue a été introduite pour approcher le raisonnement humain à l'aide d'une représentation adéquate des connaissances. [2].

La logique floue est une technique pour le traitement de connaissances imprécises basées, sur des termes linguistiques ; elle donne les moyens de convertir une commande linguistique basée sur le raisonnement humain, en une commande automatique, permettant ainsi la commande des systèmes complexes dont les informations sont exprimées d'une façon vague et mal définie.

Dans le domaine du génie électrique, la commande par logique floue a fait l'objet de plusieurs travaux : dans la commande des convertisseurs statiques et dans la commande des machines électriques, dans la navigation de robots mobiles. Toutes ces applications ont démontré qu'un régulateur par logique floue est plus robuste qu'un régulateur conventionnel.

Le but principal de ce chapitre est de donner un bref aperçu sur les notions de base de la logique floue, les opérations sur les ensembles flous

#### **1.3.2 Commande Floue**

Les contrôleurs flous sont des contrôleurs basés sur des règles linguistiques. La commande convention elle commence par un modèle mathématique du système, et les contrôleurs sont conçus pour ce modèle. La commande floue commence par l'heuristique et l'expertise humaine, et les contrôleurs sont conçus par la synthétisation de ces heuristiques et expertise humaine. Bien que les points de départ des deux approches soient différents, les produits finaux sont identiques des contrôleurs non linéaires pour les systèmes non linéaires, à cet égard, la théorie de commande floue peut être regardés comme sous ensemble de théorie de commande non linéaire dans lequel les contrôleurs non linéaires ont une structure basée sur des règles spéciales.

### 1.3.2.1 But de la commande floue

La commande floue a pour but de traiter des problèmes de commande classique de processus à partir uniquement de connaissance de comportement que les spécialistes du procédé doivent formuler sous forme linguistique (floue).

### 1.3.3 Bases de la commande floue.

#### 1.3.3.1 Ensemble flou

Dans un ensemble de référence  $E$ , depuis [3], un sous-ensemble flou de référence  $E$  est caractérisé par une fonction d'appartenance  $\mu$  de  $E$  dans l'intervalle des nombres réels  $[0,1]$  (degré d'appartenance qui est l'extension de la fonction caractéristique d'un sous-ensemble classique). En fait, un sous-ensemble (nous dirons plus brièvement un ensemble flou) est formellement défini par l'application  $\mu$ , mais pour recourir au langage des mathématiques classiques, nous parlerons d'un ensemble flou  $A$  et noterons  $\mu_A$  sa fonction d'appartenance. Pour un sous-ensemble flou  $A$  d'un référentiel  $E$  on donne les définitions suivantes :

Noyau  $N(A) = \{x / \mu_A(x) = 1\}$  Les éléments vraiment dans  $A$ .

Support  $S(A) = \{x / \mu_A(x) \neq 0\}$  Ceux qui y sont à des degrés divers

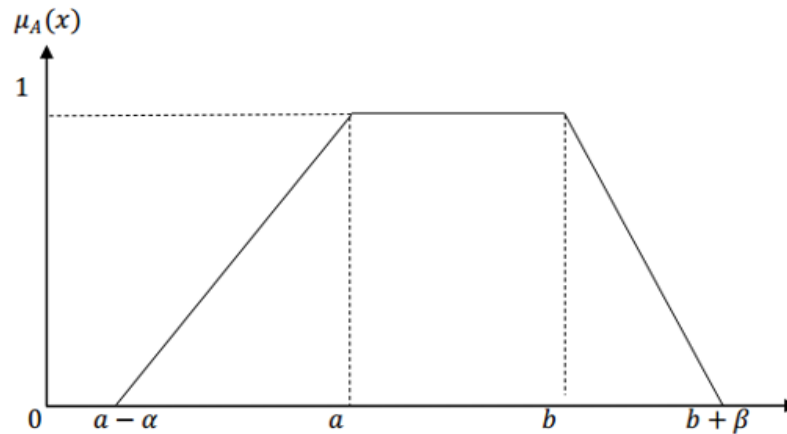
Pour un ensemble classique,  $A$  noyau et support sont confondus avec,  $A$  et sa fonction caractéristique  $\mu$  n'admet que 0 ou 1 pour valeurs.

Par exemple l'intervalle flou couramment utilisé dans  $R$  est décrit par sa fonction d'appartenance. Le plus simple type pour ce qu'il est convenu d'appeler un intervalle flou est une représentation trapézoïdale

$$\text{On pose } \mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a - \alpha \text{ ou } b + \beta < x, (x \text{ hors du support de } A) \\ 1 & \text{si } a < x < b, (x \text{ dans le noyau de } A) \\ 1 + \frac{x-a}{\alpha} & \text{si } a - \alpha < x < a \\ 1 - \frac{b-x}{\beta} & \text{si } b < x < b + \beta \end{cases}$$

La notation,  $(a, b, \alpha, \beta)$  souvent utilisée dans les applications informatiques, est alors très simple

Pour ces intervalles flous.



**Figure 1.5** Ensemble flou trapézoïdale

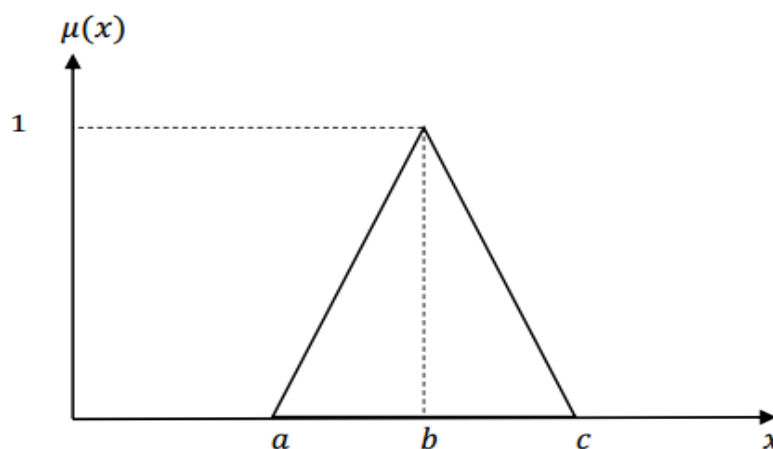
### 1.3.3.2 Fonction d'appartenance

Au lieu d'appartenir à l'ensemble « vrai » ou à l'ensemble « faux » de la logique binaire traditionnelle, la logique floue admet des degrés d'appartenance à un ensemble donné. Le degré d'appartenance à un ensemble flou est matérialisé par un nombre compris entre 0 et 1. Une valeur précise de la fonction d'appartenance liée à une valeur de la variable est notée  $\mu$  et appelée « facteur d'appartenance ». Pour des raisons de simplicité, nous introduisons les Fonctions d'appartenances ci-dessous [4], [5], [6], [7], [8].

. **Fonction triangulaire** En peut définir une fonction d'appartenance de type triangulaire

Avec trois paramètres  $\{a, b, c\}$  :

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (1.1)$$

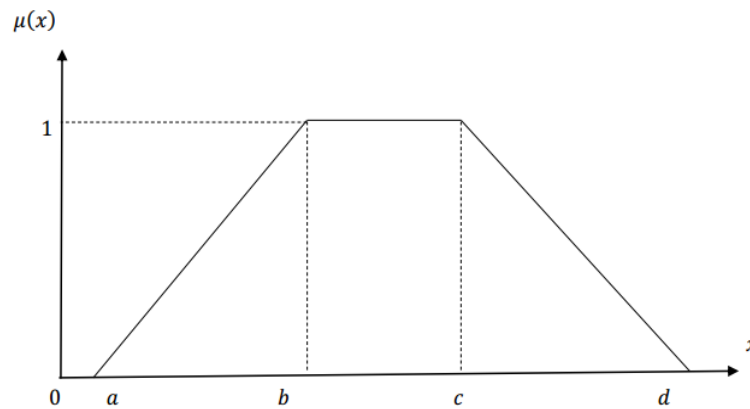


**Figure 1.6** Fonction triangulaire

**Fonction trapézoïdale** Elle est définie par une fonction d'appartenance avec quatre

Paramètres  $\{a, b, c, d\}$  :

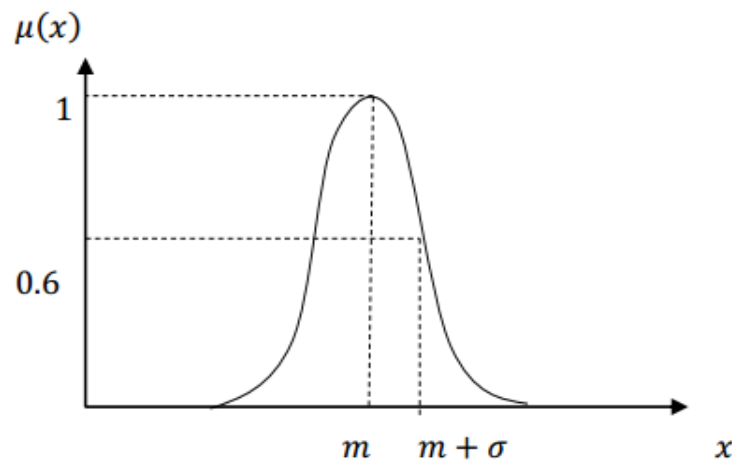
$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (1,2)$$



**Figure 1.7** Fonctions d'appartenance trapézoïdale

**Fonction Gaussienne** : Elle est définie par deux paramètres  $\{\sigma, m\}$

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.3)$$

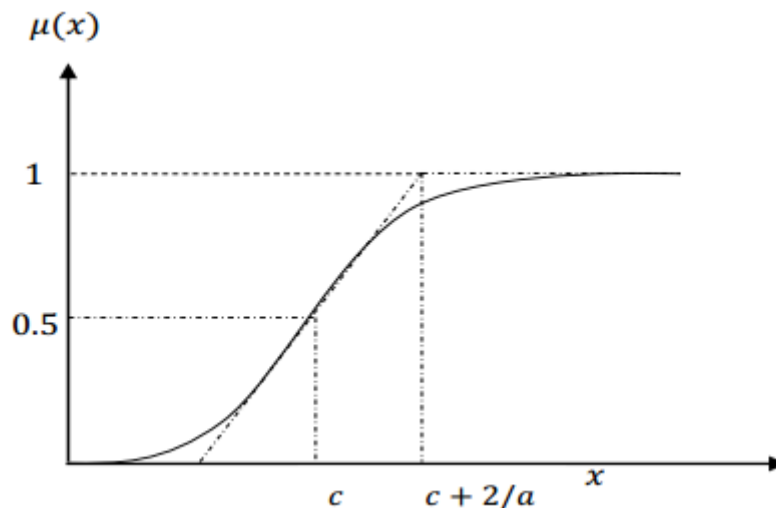


**Figure 1.8** Fonction d'appartenance Gaussienne.

Notons que  $m$  est le centre,  $\sigma$  est la variance.

. **Fonction sigmoïdale** : une fonction sigmoïdale est définie par deux paramètres  $\{a, c\}$

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))} \quad (1.4)$$



**Figure 1.9** Fonction d'appartenance sigmoïdale.

### 1.3.3.3 Les variables linguistiques :

Le concept de fonction d'appartenance cité précédemment nous permettra de définir des systèmes flous en langage naturel, la fonction d'appartenance faisant le lien entre logique floue et variable linguistique que nous allons définir à présent.

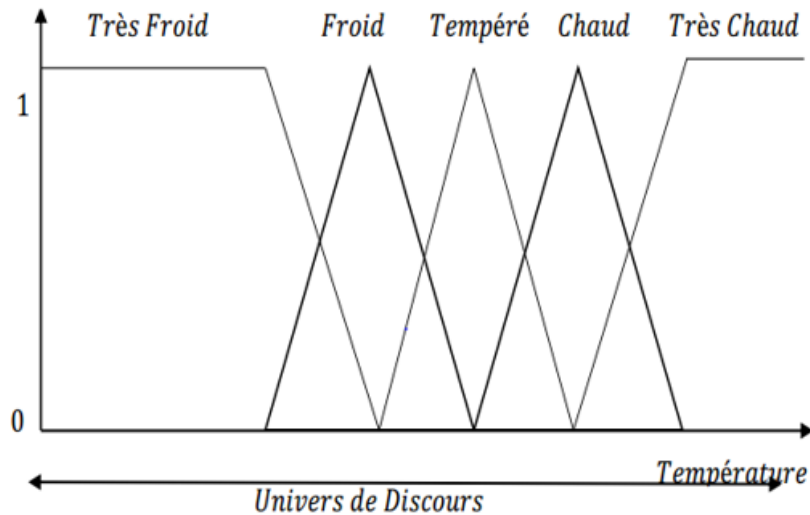
Soit  $V$  une variable (température),  $X$  la plage de la valeur de la variable et  $Tv$  un ensemble fini ou infini de sous-ensemble flou.

Une variable linguistique correspond au triplet  $(V, X, Tv)$ , tel qu'en définit les grandeurs suivantes qui caractérisent cette variable de la façon suivante :

Univers du discours :  $X$  (Gamme de température de  $0^{\circ}\text{C}$  à  $200^{\circ}\text{C}$ ).

Variable linguistique :  $V$  (La température).

Valeurs linguistiques :  $Tv$  (Très froid, Froid, Tempéré, Chaud, Très Chaud).



**Figure 1.10** Fonction d'appartenance qui caractérise la variable température.

**1.3.3.4 Les opérateurs flous**

Afin de pouvoir manipuler aisément les ensembles flous, nous essayerons de définir les opérateurs de la théorie des ensembles classiques afin de les adapter aux fonctions d'appartenance propres à la logique floue permettant des valeurs strictement entre 0 et 1. Contrairement aux définitions des propriétés des ensembles flous qui sont toujours les mêmes, la définition des opérateurs flous est choisie, à l'instar des fonctions d'appartenance.

Voici les deux ensembles d'opérateurs pour le complément (NON), l'intersection (ET) et l'union (OU) utilisés le plus couramment, comme présenté dans le tableau ci-dessous

Dénomination	Intersection ET : $\mu_{A \cap B}(x)$	Réunion OU : $\mu_{A \cup B}(x)$	Complément NON : $\mu_{\bar{A}}(x)$
<b>Opérateur de Zadeh MIN/MAX</b>	$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$1 - \mu_A(x)$
<b>Probabiliste PROD/PROBOR</b>	$\mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$1 - \mu_A(x)$

**Tableau 1.** Ensembles d'opérateurs les plus utilisés.

Avec les définitions usuelles des opérateurs flous, nous retrouvons toujours les propriétés de Commutativité, distributivité et associativité des opérateurs classiques. Cependant, relevons deux exceptions notables :

- En logique floue, le principe du tiers exclu est contredit :  $A \cup A \neq X$ , autrement dit

$$\mu_{A \cup \bar{A}}(X) \neq 1.$$

• En logique floue, un élément peut appartenir à  $A$  et non  $A$  en même temps :  $A \cap \bar{A} \neq \emptyset$ , autrement dit  $\mu_{A \cap \bar{A}}(X) \neq 0$ . Notons que ces éléments correspondent à l'ensemble  $\text{sup}(A) - \text{noy}(A)$ .

### 1.3.4 Logique Floue

#### 1.3.4.1 Définition

Logique floue : « logique qui substitue à la logique binaire une logique fondée sur des variables pouvant prendre, outre les valeurs « vrai » ou « faux », les valeurs intermédiaires « vrai » ou « faux » avec une certaine probabilité ». [9]

#### 1.3.4.2 Structure d'un système flou

Un système flou est un système à base de connaissance particulière composé de quatre Modules principaux, à savoir :

**Base de règles** : Contient les règles floues décrivant le comportement du système, elle est le cœur du système entier dans le sens où tous les autres composants sont utilisés Pour interpréter et combiner ces règles pour former le système final. Ces règles peuvent être fournies par un expert ou peuvent être extraites de données numériques. Dans les deux cas, les règles prennent la forme « Si prémisse alors conclusion ». Chapitre 1 Systèmes flous et les outils mathématiques utilisés 10

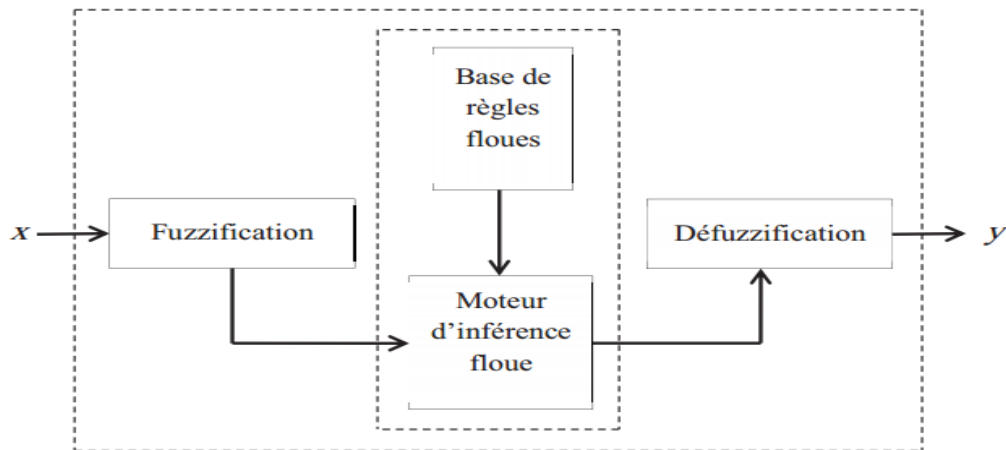
**Fuzzification** : La fuzzification transforme la grandeur physique d'entrée en une grandeur floue. Elle est utilisée pour pouvoir activer les règles qui sont exprimées à l'aide de variables linguistiques associées à des ensembles flous. Dans la littérature de la commande floue, deux approches de fuzzification sont généralement utilisées, à savoir : La fuzzification singleton et la fuzzification non-singleton.

**Moteur d'inférence** : Le moteur d'inférence combine les règles floues, en utilisant les principes de la logique floue, pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie.

**Défuzzification** : La défuzzification transforme la grandeur floue issue de l'inférence en une grandeur physique. Plusieurs stratégies de défuzzification existent, les plus répandues sont :

- la méthode du centre de gravité,

- la méthode du maximum,
- la méthode de la hauteur, et
- la méthode de l'aire, ...etc.



**Figure 1.11** Système flou.

### 1.3.5 Différents types de modèle

Un modèle flou est une représentation du comportement du système par les ensembles flous. D'un point de vue structurel, les modèles flous peuvent être classés en deux classes :

- les modèles linguistiques (les modèles de Madani),
- les modèles à conséquences fonctionnelles (les modèles de Takagi-Sugeno (TS)).

#### . Système flou de Takagi-Sugeno

Les modèles linguistiques ne permettent pas d'intégrer directement des connaissances objectives sur le système qui ne sont pas exprimées par des ensembles flous. Ainsi, des connaissances exprimées sous forme analytique décrivant la structure physique du système, ne peuvent pas être prises en compte directement. Sugeno et ses collaborateurs, ont proposé une classe de modèles permettant de représenter ce type d'information. Les modèles de cette classe sont appelés les modèles de Takagi

Sugeno (TS).

Il est noté par  $x = [x_1, \dots, x_n]^T$  les entrées du système flou, et par  $y$  sa sortie. Pour chaque  $x_i$  est associé  $m_i$  ensembles flous  $F_i^j$  dans  $X_i$ , tel que pour  $x_i \in X_i$ , il existe au moins un degré d'appartenance  $\mu_{E, (x_i)} \neq 0$  ou  $i = 1, \dots, n$  et  $j = 1, \dots, m_i$ .

La base de règles du système flou comporte  $N = \prod_{i=1}^m m_i$  règles floues de la forme :  $R_k$  : Si  $x_1$  est  $F_1^k$  et ..... et  $x_n$  est  $F_n^k$ , Alors  $y = f_k(x)$   $k = 1, \dots, N$  (1,5)

Ou  $F_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{m_i}\}$  et  $f_k(x)$  est une fonction numérique dans l'espace de sortie. En général  $f_k(x)$  est une fonction polynomiale en fonction des variables d'entrées, mais elle peut-être aussi une fonction arbitraire tant qu'elle puisse décrire convenablement le comportement du système étudié. Si  $f_k(x)$  est une fonction linéaire, i.e.

$$f_k(x) = a_0^k + \sum_{i=1}^n a_i^k x_i \quad (1,6)$$

Alors, c'est un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre un (TS1). Si par contre,  $f_k(x)$  est un polynôme d'ordre zéro, i.e.

$$f_k(x) = a^k \quad (1,7)$$

C'est un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro (TS0).

La sortie totale du système flou est obtenue par le calcul d'une moyenne pondérée, et de cette manière, le temps consommé par la procédure de défuzzification est évité. En fait, la sortie du système flou est donnée par la relation suivante :

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) f_k(x)}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)}$$

$$\text{Avec } \mu_k(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^k}(x_i), \quad F_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{m_i}\}$$

Les avantages intrinsèques au système flou de TS sont les suivants :

\* Ils permettent de décrire des situations où la structure physique du système est bien connue.

\* Ils permettent d'approcher le comportement d'un système complexe par une collection des modèles locaux linéaires.

\* Les modèles TS ont une capacité de représentation importante. Le nombre de règles nécessaires pour approcher un système à certain degré de précision est généralement plus faible que dans le cas des modèles linguistique.

\* La relation (1.19) relie directement la variable de sortie aux variables d'entrée. Ceci permet une application facile des techniques d'optimisation et d'adaptation pour identifier les différents paramètres du modèle

. Toutefois, ces modèles ont aussi des inconvénients :

\* Les règles n'ont pas de signification sémantique claire comme dans le cas des modèles linguistiques.

\* L'intégration de la connaissance humaine formulée par des règles linguistiques n'est pas aisée. Tout au long de ce mémoire, le système flou de TS0 sera utilisé pour estimer les fonctions non linéaires inconnues.

En introduisant la notion des fonctions floues de base, la sortie du système flou de TS0 peut être écrite comme suit :

$$y(x) = \theta^T \xi(X)$$

Où  $\theta = [a^1, \dots, a^N]^T$  : vecteur constitué des paramètres de la partie conclusion des règles floues ;

$\xi_K(X) = [\xi_1(X), \dots, \xi_N(X)]^T$  : vecteur des fonctions floues de base, dont chacune des composantes est donnée par:

$$\xi_k(x) = \frac{\mu_k(x)}{\sum_{j=1}^N \mu_j(x)}, \quad k = 1, \dots, N \quad (1.8)$$

### . Modèles de Mamdani (linguistiques)

Soit un système flou de Mamdani d'une base de N règle et n variables linguistiques. Les règles correspondantes sont de cette forme :

$R_k$  : Si  $x_1$  est  $F_1^k$  et.....et  $x_n$  est  $F_n^k$ , alors  $y = B^k$ ,  $k=1, \dots, N$

Où  $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in X \subseteq R^n$  est l'ensemble d'entrée,  $y \in R$  est la sortie,  $F_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{m_i}\}$

Avec  $F_i^j$ ,  $j=1, \dots, m_i$ ,  $i=1, \dots, n$  sont des ensembles flous définis sur  $X_i$ ,  $B^k$  sont des ensembles flous définis dans  $R$ , et  $N = \prod_{i=1}^n m_i$  est le nombre total des règles du système flou, i.e. la base de connaissances comporte toutes les combinaisons possibles des ensembles flous des variables d'entrée.

Si la fuzzification singleton et le connecteur « et » comme le produit algébrique sont considérés, le degré de vérité ou d'activation de chaque règle est donné par :

$$\mu_k(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^k}(x) \quad , \quad \mu_{F_i^k} \in \left\{ \mu_{F_i^1}, \dots, \mu_{F_i^{m_i}} \right\}$$

Avec  $\mu_{F_i^j}$  est la fonction d'appartenance associée à l'ensemble flou  $F_i^j$ .

En utilisant la méthode de défuzzification du centre de gravité, la sortie finale du système flou est donnée par :

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) y^k}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)}$$

1. Cette implémentation est appelée min-max.
2. Il existe plusieurs variantes de la méthode de Mamdani, par exemple, des variantes de type : min-produit, produit-somme.

Ces modèles flous ont les avantages suivants :

- Les prémisses et les conclusions des règles sont de nature entièrement linguistique, ceci les rend facilement compréhensibles.
- Il est tout à fait possible de combiner les règles identifiées à partir des données numériques par une méthode d'apprentissage, avec des règles formulées par un expert.
- L'interpolation dépend de la forme des fonctions d'appartenance, des opérateurs d'inférence et de la méthode de défuzzification. Elle peut être améliorée par un choix adéquat de ces éléments. Donc, l'interpolation dans ces modèles peut être quantifiée et contrôlée.

Malgré ses avantages, ce type de modèle flou a les limitations suivantes :

- Leur nature non structurée se traduit par une capacité de représentation limitée. En d'autres termes un grand nombre de règles est souvent nécessaire pour approcher le comportement global d'un système. Par conséquent, le nombre de paramètres à identifier est élevé.
- Le grand nombre de paramètres exige une base d'information importante et complète (Dans le cas de l'apprentissage hors-ligne) pour déterminer tous les paramètres.

### 1.3.6 Avantages de la logique floue

- ✓ Nous n'avons pas besoin d'établir le modèle mathématique. Cela évite des années de travail sur des modèles.
- ✓ Ensuite la logique floue permet de prendre en compte les typologies linguistiques et donc toutes les nuances que l'on a créées dans le but d'imiter au mieux le réel
- ✓ Traitement des systèmes à comportement complexe (même si on a un exemple simplifié, cela reste un système complexe en mathématique pure).
- ✓ On peut augmenter facilement le nombre d'entrées sans réellement compliquer les calculs (alors qu'en logique simple la taille des calculs est exponentielle).

### Les Inconvénients

- ✓ Réglage empirique.
- ✓ Performances en boucle fermée dépendent de l'expertise.
- ✓ Il n'existe pas de théorie générale qui caractérise rigoureusement la stabilité, la robustesse (difficulté de certification dans le transport, espace).

## 1.4 Rappel sur la stabilité

### 1.4.1 Stabilité de Lyapunov

**Définition 1.1** : Un point d'équilibre  $x=0$  d'un système  $\dot{x} = f(x)$  est dit stable si :

La stabilité implique que la trajectoire peut être gardée proche de l'origine en initialisant suffisamment proche de lui.

**Définition 1.2 (Stabilité asymptotique)** : Un point d'équilibre  $x=0$  est asymptotiquement stable si · Il est stable

La stabilité asymptotique implique que le point d'équilibre est stable, et en plus, en initialisant le système suffisamment proche de l'origine, l'état du système converge vers zéros quand le temps  $t$  tend vers l'infini.

**Définition 1.3 (Fonction de Lyapunov) :** Une fonction  $V(x)$  associée au système  $\dot{x} = f(x)$  est dite de Lyapunov si elle vérifie les conditions suivantes :

- $V(x)$  est définie positive ( $V(x) > 0$ ).
- Les dérivées partielles de  $V(x)$  suivant les états  $x_i$  sont continués.
- Sa dérivée par rapport au temps est semi-défini négative ( $\dot{V}(x) \leq 0$ ).

**Définition 1.4 :** Un point d'équilibre  $x=0$  est stable s'il existe une fonction scalaire  $V(x)$  à dérivées partielles continues tel que :

- $V(x)$  est défini positive.
- $\dot{V}(x)$  est semi défini négatif.

c.à.d. Le point d'équilibre est stable si on peut trouver une fonction de Lyapounov associée au système.

#### 1.4.2 Théorème de Kalman – Yakubovitch [1]

Soit le système :

$$\dot{x} = Ax \quad x \in \mathbb{R}^n$$

Avec  $A$  Matrice d'Hurwitz, c.à.d. toutes les valeurs propres de  $A$  ayant une partie réelle négative. Il existe deux matrices symétriques définies positives  $P$  et  $Q$  vérifiant l'équation matricielle de Lyapunov :

$$A^T P + PA = -Q$$

### 1.4.3 Lemme de Barbalat [2]

Le lemme suivant sera utilisé dans ce mémoire, afin de démontrer la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro.

**Lemme 1.1** si  $f, \dot{f} \in L_\infty$ , et  $f \in L_p$ , pour  $p \in [1, \infty[$ , alors  $f \rightarrow 0$ , quand  $t \rightarrow \infty$

Le résultat du lemme 1.1 est un cas spécial d'un résultat plus général donné par le lemme de Barbalat indiqué ci-dessous.

**Lemme 1.2 :(Lemme de Barbalat) :** si  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau$  existe et finie, et  $f(t)$  est une fonction uniformément continue, alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ .

### 1.5. Systèmes et calculs d'ordre fractionnaire

Le calcul fractionnaire (intégration et différenciation d'ordre « fractionnaire » arbitraire) est un vieux concept qui remonte à Cauchy, Riemann Liouville et Leitnikov dans le 19ème siècle. Il est utilisé en mécanique depuis au moins les années 1930s et en électrochimie depuis les années 1960. Dans le domaine de contrôle, plusieurs physiciens théoriciens et les mathématiciens ont étudié les opérateurs et les systèmes différentiels fractionnaires [10,11]. L'opérateur d'ordre fractionnaire est une généralisation de l'intégration et de la différenciation à opérateurs fondamentaux d'ordre non entier, notés  ${}_a D_t^\alpha$ , où  $a$  et  $t$  sont les limites de l'opérateur. Cet opérateur est une notation pour prendre à la fois la fraction dérivée intégral et fonctionnel dans une seule expression définie par [12–13, 14] :

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0 \\ dt^\alpha & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases}$$

Il existe quelques définitions de base de l'intégration et de la différenciation fractionnaires générales. Les définitions couramment utilisées sont celles de Riemann – Liouville et Grünwald-Letnikov [15, 16, 17]. L'intégrale de Riemann-Liouville (R-L) d'ordre  $\lambda > 0$  est définie comme :

$$I_{RL}^\lambda f(t) = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \int_0^t (t-\tau)^{\lambda-1} f(\tau) d\tau \quad (1.9)$$

Et l'expression de la dérivée d'ordre fractionnaire R-L d'ordre  $\mu > 0$  est :

$$D_{RL}^{\mu} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\mu)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t (t-\tau)^{n-\mu-1} f(\tau) d\tau \quad (1.10)$$

Synchronisation floue à intervalle adaptatif robuste de type 2 ...

Avec  $\Gamma(\cdot)$  est la fonction gamma d'Euler et l'entier  $n$  est tel que  $(n-1) < \mu < n$  cette dérivée d'ordre fractionnaire de l'Eq. (3) peut également être défini à partir de l'Eq. (2) comme :

$$D_{RL}^{\mu} f(t) = \frac{d^n}{dt^n} \{ I_{RL}^{(n-\mu)} f(t) \} \quad (1.11)$$

La définition de Grünwald-Letnikov de la dérivée fractionnaire est exprimée comme suit :

$${}_{t_0}^{GL} D_t^q f(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-t_0}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{q}{j} f(t-jh) \quad (1.12)$$

Où  $\lfloor \frac{t-t_0}{h} \rfloor$  indique la partie entière et  $(-1)^j \binom{q}{j}$  sont des coefficients binomiaux  $c_j^{(q)} (j=0,1,\dots)$ .

Le calcul de ces coefficients se fait par formule de récurrence suivante :

$$c_0^{(q)} = 1, \quad c_j^{(q)} = \left(1 - \frac{1+q}{j}\right) c_{j-1}^{(q)}$$

La solution numérique générale de l'équation différentielle fractionnaire :

$${}_{a}^{GL} D_t^q y(t) = f(y(t), t),$$

Peut être exprimé comme suit :

$$y(t_k) = f(y(t_k), t_k) h^q - \sum c_j^{(q)} y(t_k - j) \quad (1.13)$$

### L'algorithme fondamental de prédictor-correcteur

La méthode fractionnaire Adams-Bashforth-Moulton utilisée pour approximer L'opérateur d'intégrale d'ordre fractionnaire a été introduit dans [10]. En fait c'est plus pratique utiliser une méthode d'intégration fractionnaire numérique pour calculer l'intégration ou la dérivation d'ordre fractionnaire car les fonctions de transfert approximatives sont relativement élevées ordres.

Considérez l'équation différentielle

$$D^a y(x) = f(x, y(x)) \quad (1.14)$$

Aux conditions initiales :

$$y^{(k)}(0) = y_0^{(k)}, \quad k = 0, 1, \dots, m-1,$$

Où  $m = [a]$  et les vrais nombres  $y^{(k)}(0) = y_0^{(k)}$ ,  $k = 0, 1, \dots, m-1$ , sont supposés être donnés.

Les bases de cette technique bénéficient d'une propriété analytique intéressante : le problème de valeur initiale (4), (5) est équivalent à l'équation intégrale de Volterra.

$$y(x) = \sum_{k=0}^{[a]-1} y^{(k)}(0) \frac{x^k}{k!} + \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x (x-t)^{a-1} f(t, y(t)) dt \quad (1.15)$$

Introduction des nœuds équidistants  $t_j = jh$  avec certains  $h > 0$  donnés et en appliquant la technique de l'intégrale trapézoïdale pour calculer (6), la formule du correcteur devient.

$$y_h(t_{n+1}) = \sum_{k=0}^{[a]-1} \frac{t_{n+1}^k}{k!} y^{(k)}(0) + \frac{h^a}{\Gamma(a+2)} f(t_{n+1}, y_h^p(t_{n+1})) + \frac{h^a}{\Gamma(a+2)} \sum a_{j,n+1} f(t_j, y_h(t_j)) \quad (1.16)$$

Où

$$\begin{aligned} a_{0,n+1} &= n^{a+1} - (n-a)(n+1)^a \\ a_{0,n+1} &= (n-j+2)^{a+1} + (n-j)^{a+1} - 2(n-j+1)^{a+1} \\ (1 \leq j \leq n) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Et  $y_h^p(t_{n+1})$  est donné par,

$$y_h^p(t_{n+1}) = \sum_{k=0}^{[a]-1} \frac{t_{n+1}^k}{k!} y^{(k)}(0) + \frac{1}{\Gamma(a)} \sum_{j=0}^n b_{j,n+1} f(t_n, y_h(t_j)) \quad (1.18)$$

Où maintenant.

$$b_{j,n+1} = \frac{h^a}{a} ((n+1-j)^a - (n-j)^a) \quad (1.19)$$

Cette approximation de la dérivée fractionnaire au sens de GrünwaldLetnikov est d'une part équivalente à la définition de Riemann-Liouville pour un large classe de fonctions [18], en revanche, il est bien adapté à la définition de Caputo (méthode Adams) car il ne nécessite que les conditions initiales et a une direction physique clairement. Dans ce travail, la méthode de Grünwald – Letnikov est utilisée pour évaluation numérique de la dérivée fractionnaire.

### 1.6. Théorème de la valeur moyenne [2]

Si  $x$  et  $y$  deux points distingués dans  $R^n$ , donc le segment  $(x, y)$  joignant  $x$  à  $y$

Est :

$$L(x, y) = \{z \mid z = x\lambda + (1-\lambda)y, 0 < \lambda < 1\}$$

**Théorème 1.2 :** Supposons que :  $f : R^n \rightarrow R$  soit une fonction continuellement différentiable à chaque point  $x$  de l'ensemble ouvert  $S \subset R^n$ . Soient  $x$  et  $y$  sont deux points de  $S$  tels que le segment  $L(x, y) \subset S$ . Alors, il existe un point  $z$  du segment  $L(x, y)$  tel que :

$$f(y) - f(x) = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=z} (y - x)$$

Le théorème de la valeur moyenne sera employé dans ce mémoire pour traiter les systèmes non affins en la commande.

## 1.7 Conclusion

La section 1.2, principalement consacré à l'étude des notions de base de la logique floue et aux différents mécanismes et outils mathématiques nécessaires à la compréhension de cette logique.

D'un point de vue mathématique, un système flou définit une relation non linéaire d'un espace d'entrée vers un espace de sortie. Et d'un point de vue logique, un système flou est une machine de décision composée essentiellement de quatre parties : la fuzzification, la base de règles, le moteur d'inférence et la défuzzification. Aussi, les systèmes flous en général ont la propriété d'approximation universelle. En fait, ils peuvent estimer n'importe quelle fonction non linéaire continue définie sur un ensemble compact.

Dans la section 1.3 et 1.4, un ensemble de définitions relatives à l'analyse de la stabilité, également des lemmes et des théorèmes très utiles pour la conception de la commande ont été rappelés.

## **Chapitre 2 :**

# **Commande adaptative floue des systèmes non linéaires perturbés**

## Chapitre 2

### Commande adaptative floue des systèmes non linéaires perturbés

#### 2.1 Introduction

Les systèmes flous en plus de leur efficacité dans les problèmes de commande, sont capables d'approximer n'importe quelle fonction continue non linéaire sur un ensemble compact. Basé sur cette propriété importante, plusieurs schémas de commande adaptative floue ont été proposés pour les systèmes SISO non linéaires inconnus ou mal connus.

Dans ce chapitre, deux commandes adaptatives floues sont proposées où les systèmes flous sont utilisés pour approximer en ligne la dynamique du système. La première commande proposée, est développée pour une classe des systèmes SISO non linéaires inconnus avec un signe de gain de commande connu. La seconde commande proposée, est développée pour une classe de systèmes SISO non linéaires inconnus avec un signe de gain de commande inconnu. La conception de telle commande devient un vrai défi, et généralement impossible via l'inversion si le système est non affiné.

#### 2.2 Commande adaptative floue avec une direction de commande connue

##### 2.2.1. Problématique

Considérons le système  $n^{\text{ème}}$  ordre de la forme suivante

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{2.1}$$

où de façon équivalente, de la forme

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{n-1}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{n-1})u, \\ y &= x. \end{aligned} \tag{2.2}$$

où,  $\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état de ce système,  $u \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  sont l'entrée et la sortie du système, respectivement,  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont des fonctions non linéaires continues incertaines.

Les systèmes sous la forme (2.2) sont à la forme normale, affine en la commande, qui est un cas particulier des systèmes non affine donné par la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\underline{x}, u), \\ y = x, \end{cases} \quad (2.3)$$

Où l'entrée du système  $u$  n'apparaît pas linéairement. En général, même si la fonction non affine  $f(\underline{x}, u)$  est complètement connue, la conception d'une commande par un bouclage linéarisant est loin d'être facile. Quand la structure de  $f(\underline{x}, u)$  est inconnue, la construction d'une telle commande devient encore plus difficile voire impossible.

Afin de surmonter ce problème, et d'après [19], le théorème de la valeur moyenne donné dans la section 1.4.1 est utilisé pour transformer le système non affine (1.3) en système affine de forme (2.2), avec  $f(\underline{x}, u) = f(\underline{x}) + g(\underline{x}, u^*)u$ . Ce que rend par la suite l'analyse et la conception de la commande possible.

Dans la littérature, il existe d'autres méthodes permettant de traiter le problème des systèmes non linéaires et non affines :

- ✓ L'utilisation du développement en série de Taylor afin d'obtenir une forme affine en la commande.
- ✓ L'utilisation du théorème des fonctions implicites.

L'objectif de la commande est de forcer  $y$  de suivre un signal de référence borné  $y_r(t)$ , sous la contrainte que tous les signaux impliqués doivent être bornés.

Comme dans [19], les règles suivantes sont considérées.

**Règle 2.1 :** Le gain de commande  $g(\underline{x})$  est différent de zéro pour tout  $x$  et de signe connu. Sans perte de généralité, il est supposé que  $g(\underline{x}) > 0$  et  $g(\underline{x}) = \frac{f(\underline{x}, u)}{u} > 0$  pour les systèmes non affins.

**Règle 2.2 :** Le vecteur d'état  $\underline{x}$  est mesurable.

**Règle 2.3 :** La trajectoire désirée  $y_r(t)$  et ses dérivées jusqu'à l'ordre  $n$  sont connues et bornées.

**Remarque 2.1:** L'hypothèse 2.1 peut être supposé dans le cas du système non affine, ou

$$g(\underline{x}) = \frac{\partial f(\underline{x}, u)}{\partial u}.$$

Soit  $\underline{e} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]$  et  $k = [k_n, \dots, k_1]^T \in R^n$  telles que toutes les racines du polynôme

$$h(S) = S^n + k_1 S^{n-1} + \dots + k_n$$
 sont dans le demi-plan gauche.

Si les fonctions  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont connues, alors la loi de commande est,

$$u = \frac{1}{g(\underline{x})} [-f(\underline{x}) + y_r^{(n)} + k^T \underline{e}] \quad (2.4)$$

La commande (2.4) appliqué à (2.2), résulte que

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0 \quad (2.5)$$

Ce qui donne,  $\lim_{t \rightarrow 0} e(t) = 0$ , qui est l'objectif principal de la commande.

La loi de commande idéale (2.4) du système (2.1) peut être facilement implantée si  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont parfaitement connues. Ces fonctions étant généralement incertaines, le but est alors de les approcher par des systèmes flous. Dans le reste de ce chapitre 2, un contrôleur adaptatif floua été proposé pour réaliser les objectifs de la commande.

### 2.2.2 Conception de commande adaptative floue indirecte

Puisque  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont inconnues, les systèmes flous sont utilisés pour les approcher. A partir des approximations floues, des lois de commande sont considérés avec leurs lois d'adaptation pour atteindre les objectifs de commande et garantir la bornitude de tous les signaux du système bouclé.

Les systèmes flous de la forme de (1.20) sont utilisés pour identifier en ligne les fonctions  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$ . Ces systèmes sont définis comme suit :

$$\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) = \theta_f^T \xi(\underline{x}) \quad (2.6)$$

$$\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) = \theta_g^T \xi(\underline{x}) \quad (2.7)$$

Avec  $\xi(\underline{x})$  Eston vecteur de fonctions floues de base supposé convenablement fixé en avance par l'utilisateur,  $\theta_f$  et  $\theta_g$  sont les vecteurs de paramètres ajustés.

La loi de commande résultante est

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(\underline{x}, \theta_g)} \left[ -\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) + y_r^{(n)} + k^T e \right] \quad (2.8)$$

en appliquant (2.8) à (2.2), l'équation de l'erreur suivante est obtenue,

$$\dot{e}^{(n)} = -k^T e + \left[ \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right] + \left[ \hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right] u_c \quad (2.9)$$

qui est équivalente à,

$$\dot{e} = A_c e + B_c \left[ \left( \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right) + \left( \hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right) u_c \right] \quad (2.10)$$

où

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots & \dots & \dots & -k_1 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

$A_c$  Est une matrice stable ( $|SI - A_c| = S^{(n)} + k_1 S^{(n-1)} + \dots + k_n$  est stable), alors, il existe une matrice unique symétrique définie positive  $P_{(n \times n)}$  qui satisfait l'équation de Lyapunov

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (2.12)$$

Où  $Q$  est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions  $(n \times n)$ .

Soit la fonction de Lyapunov suivante,

$$V_e = \frac{1}{2} e^T P e \quad (2.13)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov (2.13) est :

$$\dot{V}_e = \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} \quad (2.14)$$

En utilisant (2.10) et (2.12) dans (2.14)

$$\dot{V}_e = \frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B_c \left[ \left( \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right) + \left( \hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right) u_c \right] \quad (2.15)$$

Pour que  $x_i = y_r^{(i-1)} - e^{(i-1)}$  soit borné,  $V_e$  doit être limité, ce qui signifie que  $\dot{V}_e \leq 0$  lorsque  $V_e$  est supérieur à une constante  $\bar{V}$ . Cependant, de (2.15) il est très difficile de concevoir  $u_c$  tel que le dernier terme de (2.15) soit négatif. Pour résoudre ce problème, un autre terme de commande  $u_s$  a été rajouté  $u_c$  [20].

La commande finale sera,

$$u = u_c + u_s \quad (2.16)$$

Le terme de commande  $u_s$  est appelé la commande de superviseur déterminé de telle sorte que  $\dot{V}_e \leq 0$  quand  $V_e > \bar{V}$ .

En remplaçant (2.16) dans (2.2), la nouvelle équation de l'erreur est,

$$\dot{e} = A_c e + B_c \left[ \left( \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right) + \left( \hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right) u_c - g(\underline{x}) u_s \right] \quad (2.17)$$

Utilisant (2.17) et (2.12) dans (2.14), il est obtenu que

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B_c \left[ \left( \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right) + \left( \hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right) u_c - g(\underline{x}) u_s \right] \\ &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e + |e^T P b_c| \left[ \left( \left| \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) \right| + |f(\underline{x})| \right) + \left| \hat{g}(\underline{x}, \theta_g) u_c \right| + \left| g(\underline{x}) u_c \right| \right] - e^T P B_c g(\underline{x}) u_s \end{aligned} \quad (2.18)$$

Pour concevoir  $u_s$  tel que le dernier terme de (2.18) soit négatif, il faut connaître les limites des fonctions  $f$  et  $g$ , alors, l'hypothèse suivante est considérée :

**Hypothèse 2.4 :**  $f^U(\underline{x})$ ,  $g^U(\underline{x})$  et  $g_L(\underline{x})$  sont des fonctions déterminées de telle sorte que  $|f(\underline{x})| \leq f^U(\underline{x})$  et  $g_L(\underline{x}) \leq g(\underline{x}) \leq g^U(\underline{x})$  pour  $x \in U_c$ , où  $f^U(\underline{x}) < \infty$ ,  $g^U(\underline{x}) < \infty$  et  $g_L(\underline{x}) > 0$  pour  $x \in U_c$ .

De (2.18) et basé sur les bornes  $f^U(\underline{x})$ ,  $g^U(\underline{x})$  et  $g_L(\underline{x})$ , la commande de supervision  $u_s$  est choisie comme suit :

$$u_s = I_1^* \text{sign}(e^T P b_c) \frac{1}{g_L(\underline{x})} \left[ |\hat{f}(\underline{x}, \theta_f)| + f^U(\underline{x}) + |\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) u_c| + |g^U(\underline{x}) u_c| \right] \quad (2.19)$$

où

$$\begin{cases} I_1^* = 1 & \text{si } V_e > \bar{V} \\ I_1^* = 0 & \text{si } V_e \leq \bar{V} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \text{sign}(y) = 1 & \text{si } y > 0 \\ \text{sign}(y) = -1 & \text{si } y < 0 \end{cases}$$

Avec  $\bar{V}$  constant indiqué par le concepteur,

En remplaçant (2.19) dans (2.18), avec le cas où  $V_e > \bar{V}$ , l'inégalité suivante est obtenue

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &\leq \frac{1}{2} e^T Q e + |e^T P b_c| \left[ |\hat{f}| + |f| + |\hat{g} u_c| + |g u_c| - \frac{g}{g_L} (|\hat{f}| + |f^U| + |\hat{g} u_c| + |g^U u_c|) \right] \\ &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e \leq 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Alors, en utilisant la commande (2.16) avec  $u_c$  donnée en (2.8) et  $u_s$  donnée en (2.19),

$V_e \leq \bar{V} < \infty$  est garanti.

Puisque  $P$  est définie positive, la bornitude de  $V_e$  implique la bornitude de  $e$  qui à son tour implique que  $x$  est bornée.

La tâche suivante, consiste à développer une loi d'adaptation pour ajuster les paramètres  $\theta_f$  et  $\theta_g$  dans le but de forcer l'erreur de suivi de convergé vers zéro.

Soient les paramètres optimaux suivants,

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} \left[ \sup_{x \in U_c} \left| \hat{f}(x, \theta_f) - f(x) \right| \right] \quad (2.21)$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} \left[ \sup_{x \in U_c} \left| \hat{g}(x, \theta_g) - g(x) \right| \right] \quad (2.22)$$

Où  $\Omega_f$  et  $\Omega_g$  sont des ensembles de contraintes pour  $\theta_f$  et  $\theta_g$  respectivement, spécifiés par le concepteur.

Pour  $\Omega_f$ , il est exigé que  $\theta_f$  soit borné comme suivant :

$$\Omega_f = \left\{ \theta_f : |\theta_f| \leq M_f \right\} \quad (2.23)$$

Pour  $\Omega_g$ , en plus des contrainte semblable à (2.23), il est exigé aussi que  $\hat{g}(x, \theta_g)$  soit positive (car  $g(x)$  est positive) :

$$\Omega_g = \left\{ \theta_g : |\theta_g| \leq M_g \right\} \quad (2.24)$$

Où  $M_g$  et  $M_f$  sont des constantes positives spécifiées par le concepteur.

L'erreur d'approximation minimale est définie comme suit,

$$\omega = \left( \hat{f}(x, \theta_f^*) - f(x) \right) + \left( \hat{g}(x, \theta_g^*) - g(x) \right) u_c \quad (2.25)$$

L'équation de l'erreur (2.16) peut être r ecrite comme,

$$\dot{e} = A_c e - B_c g(x) u_s + B_c \left[ \left( \hat{f}(x, \theta_f) - \hat{f}(x, \theta_f^*) \right) + \left( \hat{g}(x, \theta_g) - \hat{g}(x, \theta_g^*) \right) u_c + \omega \right]$$

Si  $\hat{f}$  et  $\hat{g}$  sont remplacés par (2.6) et (2.7), respectivement, (2.26) peut être r ecrite de la façon suivante :

$$\dot{e} = A_c e - B_c g(x) u_s + B_c \omega + B_c \left[ \phi_f^T \xi(x) + \phi_g^T \xi(x) u_c \right] \quad (2.27)$$

Avec,  $\phi_f = \theta_f - \theta_f^*$ ,  $\phi_g = \theta_g - \theta_g^*$  et  $\xi(x)$  est la fonction floue de base.

Soit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}e^T P e + \frac{1}{2\gamma_1}\phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2\gamma_2}\phi_g^T \phi_g \quad (2.28)$$

Où,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des constantes positives.

En utilisant (2.27) et (2.12), la dérivée de  $V$  par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2}e^T Q e - g(\underline{x})e^T P B_c u_s + e^T P B_c \omega + \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T \left( \dot{\theta}_f + \gamma_1 e^T P B_c \xi(\underline{x}) \right) \\ & + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T \left( \dot{\theta}_g + \gamma_2 e^T P B_c \xi(\underline{x}) u_c \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Où  $\dot{\phi}_f = \dot{\theta}_f$ ,  $\dot{\phi}_g = \dot{\theta}_g$ .

De (2.19) et  $g(\underline{x}) > 0$ , implique que  $g(\underline{x})e^T P B_c u_s \geq 0$ , les lois d'adaptation sont choisies comme suite :

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_1 e^T P B_c \xi(\underline{x}) \quad (2.30)$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_2 e^T P B_c \xi(\underline{x}) u_c \quad (2.31)$$

De (2.29) il est obtenu que,

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P B_c \omega \quad (2.32)$$

Le terme  $e^T P B_c \omega$  est de l'ordre de l'erreur minimale de l'approximation. Puisque les systèmes flous sont des approximations universelles,  $\omega$  est petit, sinon égale à zéro. Ce qui permet de conclure que la loi de commande synthétisée garantit la stabilité du système au sens de Lyapunov ( $\dot{V} \leq 0$ ).

Le problème final est de savoir comment contraindre  $\theta_f$  et  $\theta_g$  dans les ensembles  $\Omega_f$  (2.23) et  $\Omega_g$  (2.24) respectivement. Si  $\theta_f \in \Omega_f$  et  $\theta_g \in \Omega_g$  sont gardés, alors  $u_c$  (2.8) et  $u_s$  (2.19) seront bornées parce que dans ce cas  $\hat{f}$  est bornée et  $\hat{g} > 0$ , et rappelant que  $e$  est bornée grâce à la commande de supervision  $u_s$ .

Il est clair que les lois d'adaptation (2.30) et (2.31) ne peuvent pas garantir que  $\theta_f \in \Omega_f$  et  $\theta_g \in \Omega_g$ , pour résoudre ce problème, l'algorithme de la projection de paramètres est utilisé [20], [21].

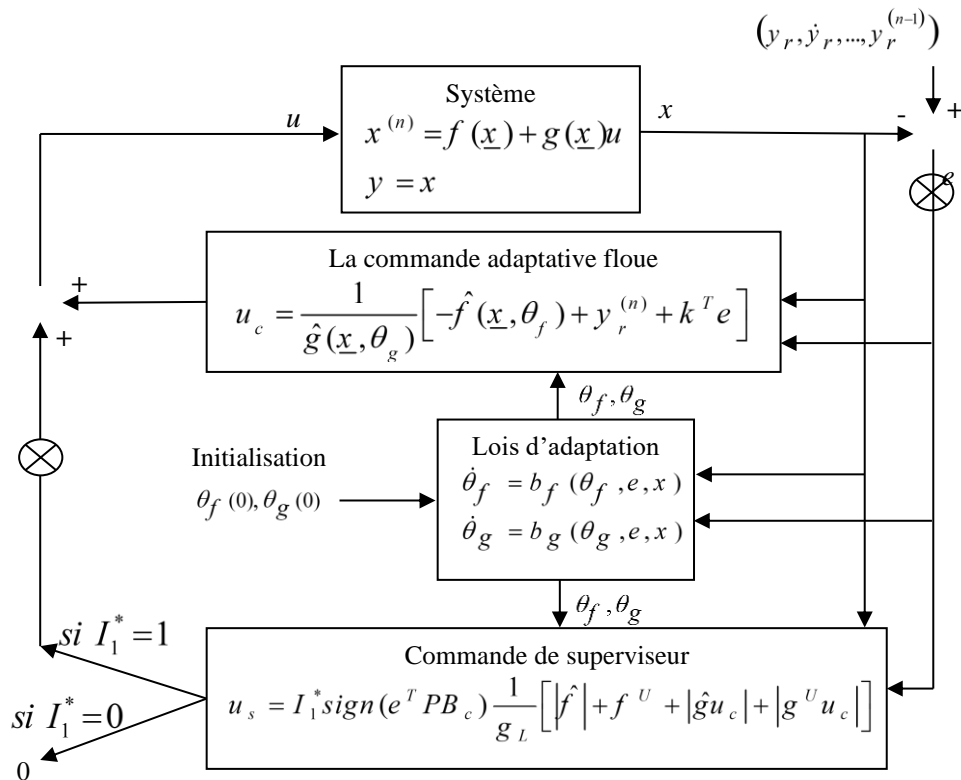


Figure 2.1. Schéma général de commande adaptative floue.

### 2.2.3 Résultats de simulation

Pour illustrer les performances de cette approche de commande proposée, nous considérons la commande en poursuite de deux systèmes non linéaires : un pendule inversé et un système académique non affine en la commande.

#### 2.2.3.1 Exemple 1 (pendule inversé)

Soit  $x_1 = \theta$  est la position angulaire du pendule inversé et  $x_2 = \dot{\theta}$  sa vitesse angulaire. La figure.2.2 représente le système de pendule inversé. Son modèle dynamique est donné par [22] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{mlx_2 \sin x_1 \cos x_1 - (M+m)g_a \sin x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)} + \frac{-\cos x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)} u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.33)$$

où  $g_a$  est l'accélération due à la pesanteur,  $M$  est la masse du chariot,  $m$  est la masse du pendule,  $l$  est la demi-longueur du pendule et  $u$  est la force appliquée.

Les valeurs numériques de pendule sont choisies comme suite :  $M = 1kg$ ,  $m = 0.1kg$ ,  $l = 0.5m$  et  $g_a = 9.8m/s^2$ .

L'équation (2.38) peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (f(x) + g(x)u + d(t)), \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.34)$$

où

$$\begin{aligned} f(\underline{x}) &= \frac{mlx_2 \sin x_1 \cos x_1 - (M+m)g_a \sin x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)}, \\ g(\underline{x}) &= \frac{-\cos x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)}. \end{aligned}$$

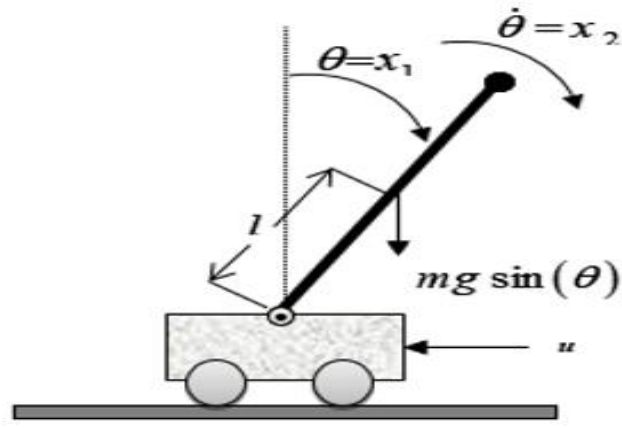


Figure 2.2. Système du pendule inversé.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système  $y$  à suivre la trajectoire  $y_r = \frac{\pi}{30} \sin(t)$  (autres choix sont possibles). Les fonctions  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont totalement inconnues par le contrôleur.

Le vecteur de gain par retour d'état est choisi comme suit :  $k = [2, 1]$  (de sorte que  $s^2 + k_1 s + k_2$  soit stable) et  $Q = \text{diag}(10, 10)$ , alors la solution de l'équation de Lyapunov est  $P = [15 \ 5; 5 \ 5]$ .

Les limites des fonctions  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont :  $f^U(\underline{x}) = 15.78 + 0.036x_2^2$ ,  $g^U(\underline{x}) = 1.46$ ,  $g_L(\underline{x}) = 1.12$ .

Les paramètres de conception sont choisis comme suit :  $M_f = 16$ ,  $M_g = 1.6$ ,  $\varepsilon = 0.7$ ,  $\gamma_1 = 50$ ,  $\gamma_2 = 1$  et  $\bar{V} = 0.267$ .

Chacune des fonctions  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  est représentée par un système flou, et chaque système flou a pour entrée  $x_1$  et  $x_2$ . Bien que  $g(\underline{x})$  est fonction seulement de  $x_1$ , le système flou utilisé avec les entrées  $x_1$  et  $x_2$  car la forme de la fonction est inconnue. Pour chaque variable d'entrée, on définit cinq fonctions d'appartenance de type gaussienne uniformément distribuée sur les intervalles  $[-\pi/6, \pi/6]$ ,

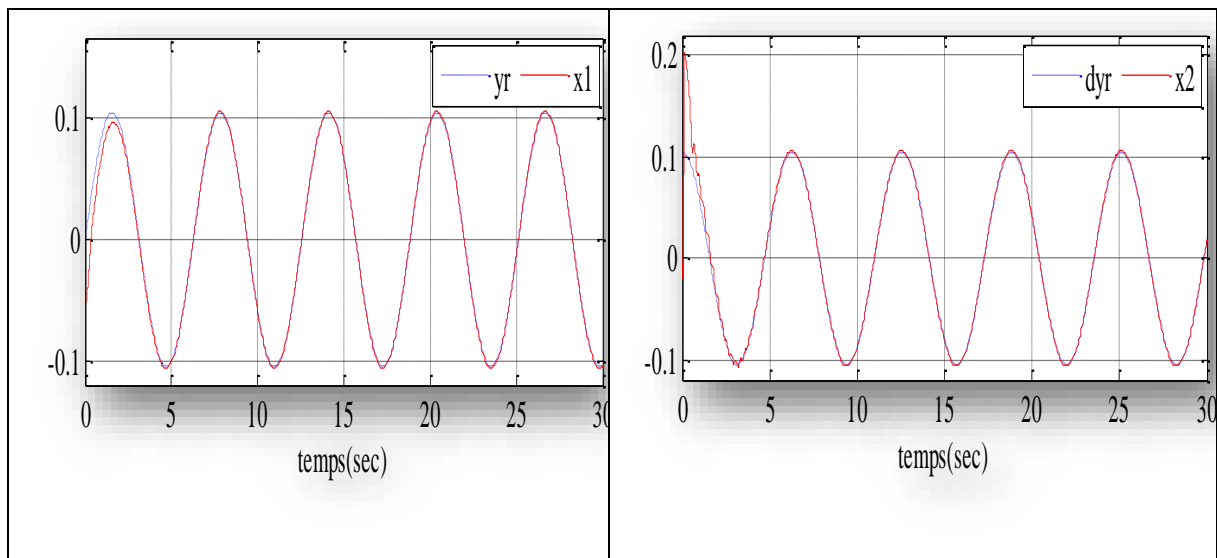
$$\mu_{F_i^l}(x_i) = \exp \left[ - \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\pi/24} \right)^2 \right], \quad i = 1, 2, l = 1, \dots, 5, \quad \bar{x} \text{ choisi de l'intervalle } [-\pi/6, \pi/6].$$

D'où, chaque système flou a une base de règle de 25 règles.

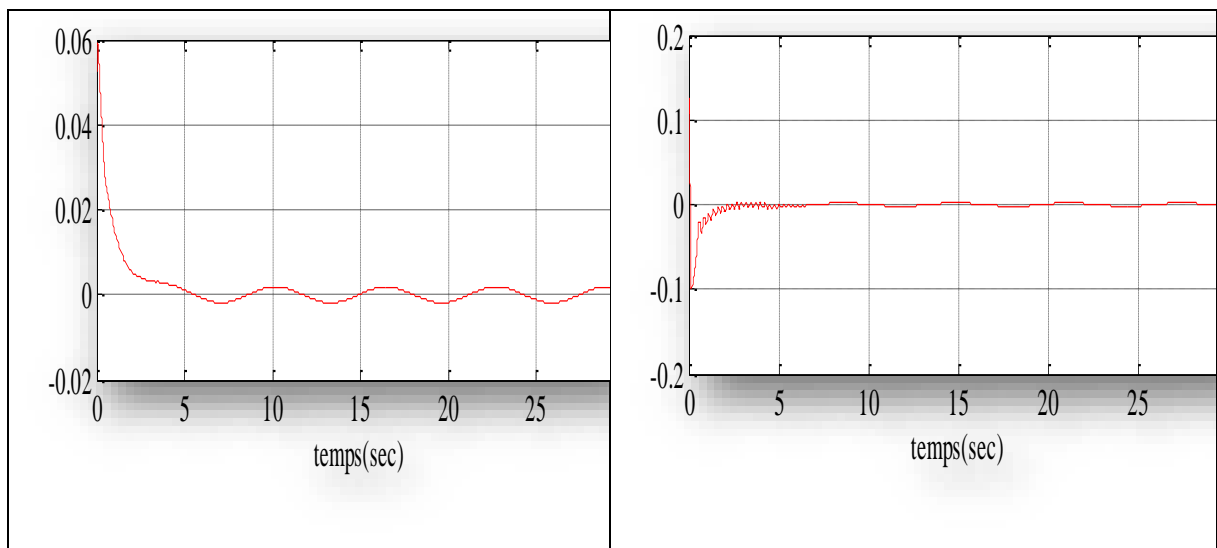
Les conditions initiales sont choisies comme suit :

$$\underline{x}(0) = [x_1(0), x_2(0)]^T = [-\pi / 60, 0]^T \text{ Et } \theta_i(0) = 0.$$

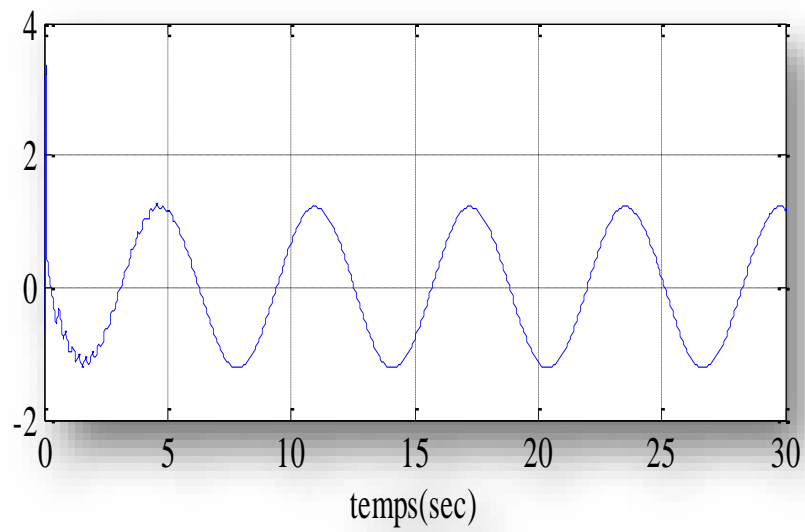
- Sans perturbation ( $d(t)=0$ ).



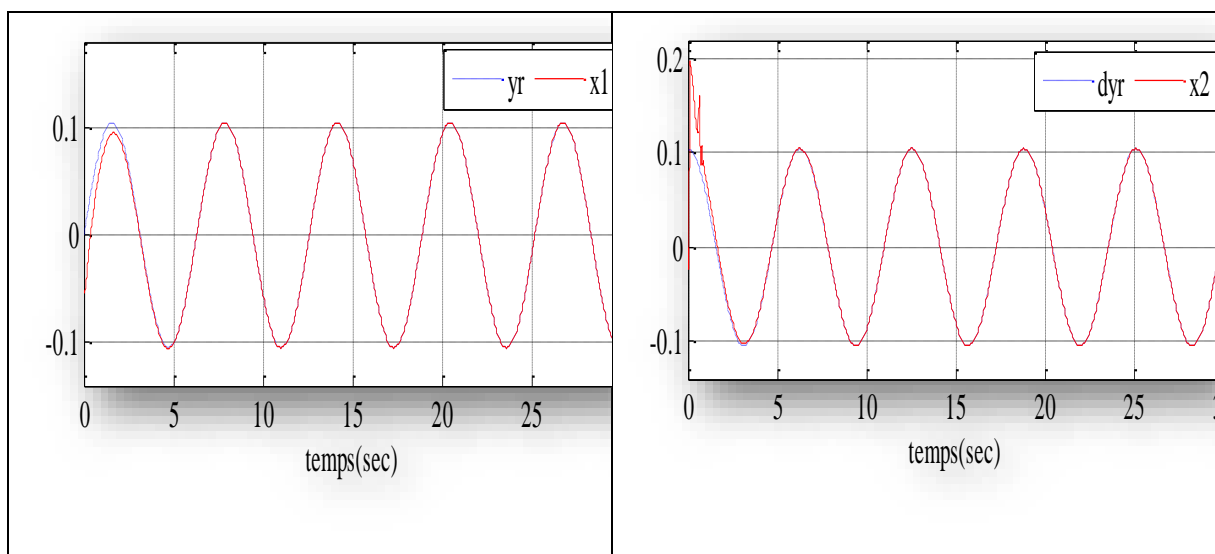
**Figure 2.3** Sorties et références du système

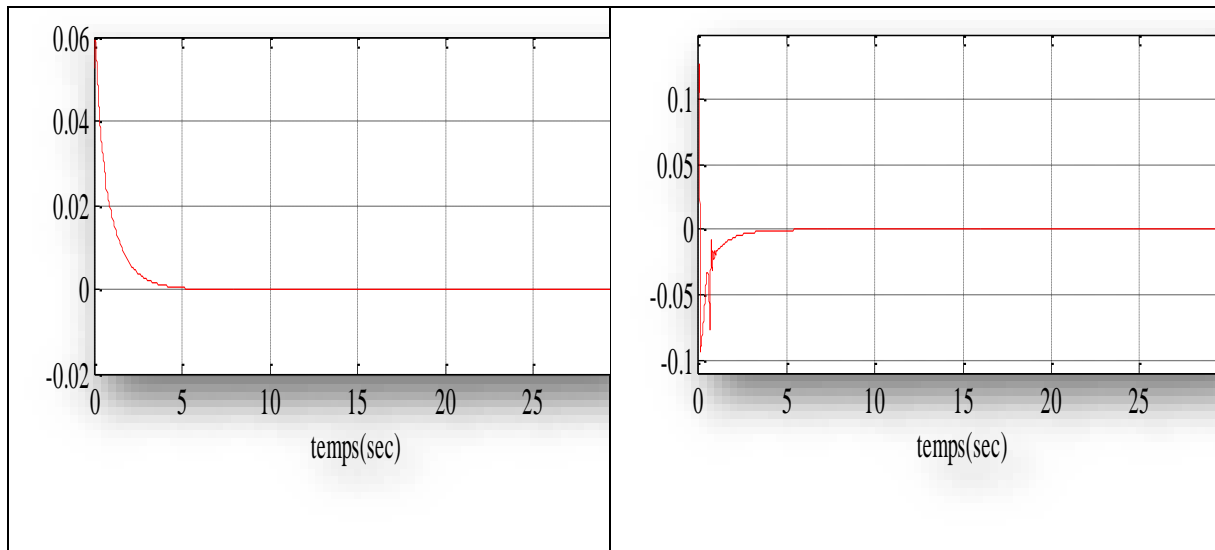


**Figure 2.4** Erreurs de suivi  $e_1 / e_2$

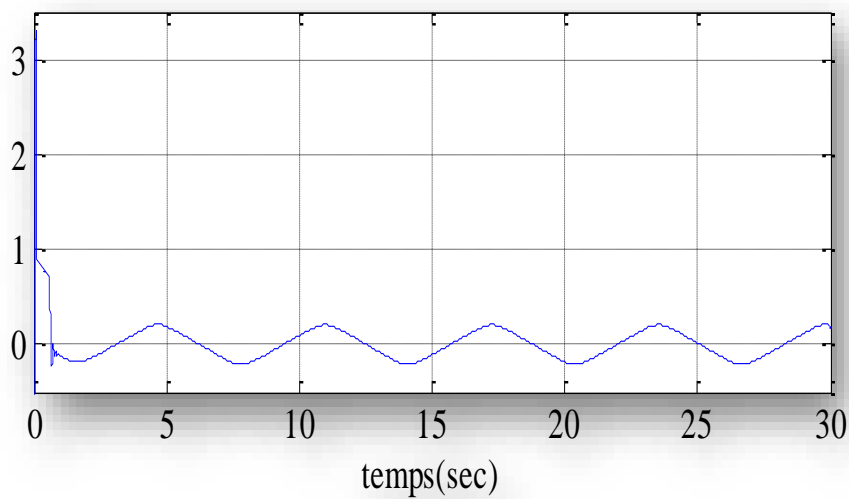
**Figure 2.5** Signal de commande

- Avec la perturbation  $d(t) = 1.5 \sin(2\pi t)$  :

**Figure 2.6** Sorties et références du système



**Figure 2.7** Erreur de suivi  $e_1/ e_2$



**Figure 2.8** Signal de commande

### 2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un schéma de contrôle flou adaptatif direct pour une classe de systèmes non linéaires SISO incertains avec une direction de contrôle inconnue dont le but est de construire d'une manière adaptative un contrôleur idéal inconnu qui peut atteindre les objectifs de contrôle en se basant sur un contrôleur flou adaptatif avec sa loi adaptative.

Dans d'autres schémas, où la direction de commande est supposée connue, les paramètres estimés restent dans une région prédéfinie par l'utilisateur, cette région n'est pas facile à déterminer, d'autre part, cette hypothèse n'est pas réaliste dans le cas général. Le schéma proposé est dédié pour résoudre ce problème et réduire le nombre de paramètre de conception. Pour l'estimation du signe de gain de commande et le traitement de la direction de contrôle inconnue, la technique de gain de Nussbaum est utilisée. Le schéma de contrôleur proposé assure la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite vers zéro ainsi que la délimitation de tous les signaux de la boucle fermée.

## **Chapitre 3 :**

# **Robustification de la commande adaptative floue Par mode de glissement**

## Chapitre 3

# Robustification de la commande adaptative floue Par mode de glissement

### 3.1 Introduction.

Durant ces dernières années, la commande par mode glissant est révolutionnaire dans tous les domaines électriques automatisés. Cela revient principalement à la convergence rapide et en temps fini des erreurs, ainsi que la grande robustesse par rapport aux erreurs de modélisation et certains types de perturbations extérieures.

Pourtant, des inconvénients relatifs à la commande par mode glissant existent. Premièrement, les commandes à modes glissants procèdent de manière discontinue, cela excite toutes les fréquences du système à contrôler et dans la modélisation, il y aura des modes pas forcément pris en compte. Deuxièmement, les discontinuités de l'algorithme de contrôle interviennent directement sur l'actionneur dans la plupart des cas, ça cause des risques, comme le vieillissement prématuré de l'orange, si cet organe n'est pas conçu pour ce type de sollicitations. Aussi, à chaque instant, le système sera soumis à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré.

Ce chapitre est divisé en deux parties. La première partie est consacrée pour les concepts de base de la commande par mode glissant d'ordre 1 que l'on peut résumer en deux étapes: tout d'abord, on détermine une sortie fictive  $S(x)$  appelée surface de glissement sur laquelle, les objectifs des contrôles sont réalisés, ensuite on calcule la loi de commande afin de ramener la trajectoire des états à cette sortie et de la maintenir sur cette surface tout le temps jusqu'à l'équilibre. La deuxième partie traite le problème majeur de la commande par modes glissants.

### 3.2 Position du problème

Considérons une classe des systèmes non linéaires SISO d'ordre  $(n)$  comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\underline{x}) + g(\underline{x}) + d(t) \\ y = x \end{cases} \quad (3.1)$$

$\underline{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état de système qui est supposé être disponible pour la mesure,  $u \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  sont respectivement l'entrée et la sortie du

système,  $f(\cdot)$  et  $g(\cdot)$  sont des fonctions non linéaires continues inconnues,  $d(t)$  est une perturbation externe inconnue. Comme dans [23], les hypothèses suivantes sont considérées :

**Hypothèse 3.1 :** La trajectoire désirée  $y_r(t)$  et ses dérivées jusqu'à l'ordre  $n$  sont connues, continues et bornées.

**Hypothèse 3.2:** le gain d'entrée  $g(\underline{x})$  est supposé être non nul. Ainsi, sans perte de généralité, il est supposé que  $g(\underline{x}) > 0$ .

**Hypothèse 3.3 :** la limite supérieure de la perturbation  $d(t)$  est  $D$ , c'est-à-dire  $|d(t)| \leq D$  avec  $D$  est une constante positive inconnue.

**Remarque 3.1 :** La condition  $g(\underline{x}) \neq 0$ , dans l'hypothèse 3.2, impose une sorte de condition de contrabilité pour le système (3.1).

Le problème de control est de concevoir une action de commande pour l'état  $\underline{x}$  pour suivre un état de référence désiré  $\underline{y}_r$  en présence d'incertitudes de modèle et des perturbations externes.

L'erreur de suivi est définie comme suit :

$$\underline{e} = \underline{x} - \underline{y}_r = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T \in \mathbb{R}^n \quad (3.2)$$

La surface de glissement dans l'espace d'état d'erreur est définie sous la forme :

$$s(\underline{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} = \underline{c}^T \underline{e} \quad (3.3)$$

Où  $\underline{c} = [c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 1]^T$  sont les coefficients de polynôme de Hurwitz  $h(S) = S^{n-1} + c_{n-1} S^{n-2} + \dots + c_1$ , i.e. toutes les racines sont dans le demi-plan gauche,  $S$  est l'opérateur de Laplace.

Pour les conditions initiales nulles  $\underline{e}(0) = 0$ , le problème de suivi  $\underline{x} = \underline{y}_r$  peut être considéré comme le maintien du vecteur d'état d'erreur sur la surface de glissement  $s(\underline{e}) = 0$  pour  $t \geq 0$ . Une condition suffisante pour atteindre cet état consiste à sélectionner la stratégie de contrôle de telle sorte que :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2(\underline{e})) \leq -\eta |s|, \quad \eta \geq 0 \quad (3.4)$$

Le système est commandé de façon que l'état se déplace toujours vers la surface de glissement. Le signe de la valeur de commande doit changer à l'intersection entre la trajectoire d'état et la surface de glissement.

Le problème de commande de système non linéaire (3.1) est considéré. Si  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont connues, la commande par mode glissant (CMG) qui peut garantir la condition de glissement de (3.4) est la suivante :

$$u^* = \frac{1}{g(\underline{x})} \left[ -\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - f(\underline{x}) + y_r^{(n)} - \eta \text{sign}(s) \right] \quad (3.5)$$

Ou

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s > 0 \\ 0 & \text{si } s = 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Soit la fonction candidate de Lyapunov définis comme suite

$$V_1 = \frac{1}{2} s^2 \quad (3.7)$$

En dérivant (3.7) par rapport au temps, on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s \dot{s} = s \cdot (c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-1)} + x^{(n)} - y_r^{(n)}) \\ &= s \cdot \left( \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t) - y_r^{(n)} \right) \leq -\eta |s| \end{aligned} \quad (3.8)$$

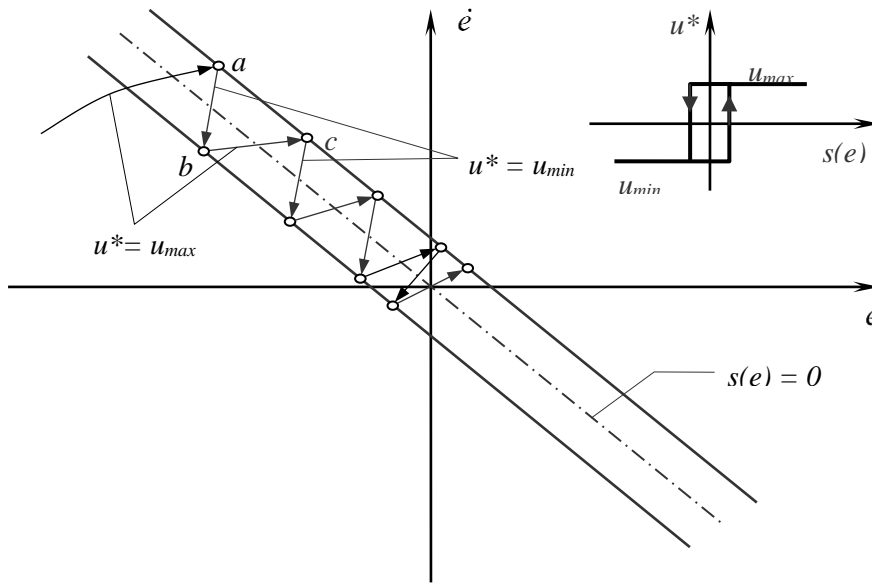
Donc l'entrée  $u^*$  de la CMG garantit la condition de glissement de (3.4). Il convient de noter que, le terme de commande  $u_{sw} = \frac{1}{g(\underline{x})} \eta \text{sign}(s)$  a été ajouté à l'action de contrôle global, pour satisfaire à la condition de glissement.

I.e.  $u^* = u_{eq} - u_{sw}$  où

$$u_{eq} = \frac{1}{g(\underline{x})} \left[ -\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - f(\underline{x}) + y_r^{(n)} \right] \quad (3.9)$$

$$u_{sw} = \frac{1}{g(\underline{x})} \eta \text{sign}(s) \quad (3.10)$$

La figure 3.1 suivante montre le principe de réglage par mode glissant.



**Figure3.1** Principe de réglage par mode glissant.

Cependant,  $f$  et  $g$  sont généralement inconnue dans la pratique. Par conséquent, il est difficile d'appliquer la loi de commande (3.5) pour un système non linéaire inconnue. De plus, le terme de commande de commutation  $u_{sw}$  cause le problème de chattering (broutement), qui est en général indésirable car il ajoute au spectre de la commande des composantes hautes fréquences. Pour résoudre ces problèmes, la commande adaptative floue par mode glissant a été proposée.

### 3.3 Commande adaptative floue par mode glissant.

Le résultat de (3.5) n'est réalisable que si  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont bien connus, Cependant, ils sont généralement inconnus, le contrôleur idéale (3.5) ne peut pas être implémenté. Ce problème a été contourné dans le chapitre 2, où  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont remplacés par les systèmes de logique floue de la forme de (1.20). Ces systèmes sont définis comme suit :

$$\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) = \theta_f^T \xi(\underline{x}) \quad (3.11)$$

$$\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) = \theta_g^T \xi(\underline{x}) \quad (3.12)$$

De plus, le terme de commande proportionnel-intégral ( $PI$ ) a été employé pour éviter tout problème de phénomène de chattering. L'entrée et la sortie du régulateur  $PI$  est sous la forme suivante :

$$u_p = \theta_{p_1} z_1 + \theta_{p_2} z_2 \quad (3.13)$$

Ou  $z_1 = s$ ,  $\dot{z}_2 = s$ ,  $\theta_{p_1}$  et  $\theta_{p_2}$  sont les gains de contrôle à conçue.

L'équation (3.13) peut être réécrite comme :

$$\hat{p}(\underline{z}, \theta_p) = \theta_p^T \psi(\underline{z}) \quad (3.14)$$

Ou  $\theta_p = [\theta_{p_1}, \theta_{p_2}]^T \in R^2$  est un vecteur de paramètre réglable et  $\psi^T(\underline{z}) = [z_1, z_2] \in R^2$  est un vecteur régressif.

La loi de commande résultante, qui incorpore un système de logique floue pour approximé les fonctions inconnues  $f(\underline{x})$ ,  $g(\underline{x})$  et un régulateur *PI* adaptatif qui permet d'atténuer le chattering et améliorer les performances, est la suivante :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(\underline{x}, \theta_g)} \left[ -\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i + y_r^{(n)} - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p) \right] \quad (3.15)$$

La commande de commutation  $u_{sw}$  est remplacer par l'action de contrôleur *PI* pour éviter le problème chattering ou l'état est à l'intérieur d'une couche limitée  $|s| < \phi$  ; l'action de commande est maintenue à la valeur saturée lorsque l'état est en dehors de la couche limite. Par conséquent,  $|\hat{p}(\underline{z}, \theta_p)| = D + \eta$  lorsque  $|s| \geq \phi$  Où  $\phi$  est l'épaisseur de la couche limite.

### 3.4 Analyse de la stabilité

**Théorème 3.1.** Considérons le problème de commande du système non linéaire (3.1). Si l'action de commande (3.15) est utilisée, les fonctions  $\hat{f}$ ,  $\hat{g}$  et  $\hat{p}$  sont approximées par (3.11),(3.12) et (3.14) respectivement et les vecteurs des paramètres  $\theta_f$ ,  $\theta_g$  et  $\theta_p$  sont ajustés par les lois d'adaptation (3.16),(3.17) et (3.18), les signaux du système en boucle fermée seront bornées et l'erreur de suivi convergera asymptotiquement vers zéro.

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 s \xi(\underline{x}) \quad (3.16)$$

$$\dot{\theta}_g = \gamma_2 s \xi(\underline{x}) u \quad (3.17)$$

$$\dot{\theta}_p = \gamma_3 s \psi(\underline{z}) \quad (3.18)$$

Ou  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  et  $\gamma_3$  sont les coefficients d'apprentissage.

#### Preuve du théorème 3.4 :

Les vecteurs des paramètres optimaux sont définis comme suite :

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} \left( \sup_{\underline{x} \in R^n} \left| \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right| \right) \quad (3.19)$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} \left( \sup_{\underline{x} \in R^n} |\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x})| \right) \quad (3.20)$$

$$\theta_p^* = \arg \min_{\theta_p \in \Omega_p} \left( \sup_{\underline{x} \in R^n} |\hat{p}(\underline{z}, \theta_p) - u_{sw}| \right) \quad (3.21)$$

Où  $\Omega_f$ ,  $\Omega_g$  et  $\Omega_p$  sont des ensembles de contraintes pour  $\theta_f$ ,  $\theta_g$  et  $\theta_p$  respectivement.

#### Hypothèse 3.4:

L'erreur d'approximation minimale peut être déterminée comme suit :

$$\omega = f(\underline{x}) - \hat{f}(\underline{x}, \theta_f^*) + (g(\underline{x}) - \hat{g}(\underline{x}, \theta_g^*))u \quad (3.22)$$

Les ensembles de contraintes pour  $\theta_f$ ,  $\theta_g$  et  $\theta_p$ , sont données, respectivement,

$$\Omega_f = \{ \theta_f \in R^n \mid |\theta_f| \leq M_f \} \quad (3.23)$$

$$\Omega_g = \{ \theta_g \in R^n \mid 0 < \varepsilon \leq |\theta_g| \leq M_g \} \quad (3.24)$$

$$\Omega_p = \{ \theta_p \in R^2 \mid |\theta_p| \leq M_p \} \quad (3.25)$$

Où  $M_f$ ,  $\varepsilon$ ,  $M_g$  et  $M_p$  sont des paramètres prédéfinis. En supposant que les vecteurs des paramètres  $\theta_f$ ,  $\theta_g$  et  $\theta_p$  ne dépassent pas les limites.

La dérivée de surface de glissement  $s$  est :

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x^{(n)} - y_r^{(n)}$$

Avec l'équation (3.1) utilisée pour obtenir

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t) - y_r^{(n)} \\ &= f(\underline{x}) - \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) + (g(\underline{x}) - \hat{g}(\underline{x}, \theta_g))u - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p)u + d(t) \\ &= \hat{f}(\underline{x}, \theta_f^*) - \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) + (\hat{g}(\underline{x}, \theta_g^*) - \hat{g}(\underline{x}, \theta_g))u - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p) + \hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + d(t) + \omega \\ &= \phi_f^T \xi(\underline{x}) + \phi_g^T \xi(\underline{x})u + \phi_p^T \psi(\underline{z}) - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + d(t) + \omega \end{aligned} \quad (3.26)$$

Où  $\phi_f = \theta_f^* - \theta_f$ ,  $\phi_g = \theta_g^* - \theta_g$ ,  $\phi_p = \theta_p^* - \theta_p$

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2}\phi_g^T \phi_g + \frac{1}{2}\phi_p^T \phi_p \quad (3.27)$$

La dérivée temporelle de (3.27) est :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s\dot{s} + \frac{1}{\gamma_1} \dot{\phi}_f^T \dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2} \dot{\phi}_g^T \dot{\phi}_g + \frac{1}{\gamma_3} \dot{\phi}_p^T \dot{\phi}_p \\
&= s \left( \dot{\phi}_f^T \xi(\underline{x}) + \dot{\phi}_g^T \xi(\underline{x})u + \dot{\phi}_p^T \psi(\underline{z}) - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + \omega + d(t) \right) + \frac{1}{\gamma_1} \dot{\phi}_f^T \dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2} \dot{\phi}_g^T \dot{\phi}_g + \frac{1}{\gamma_3} \dot{\phi}_p^T \dot{\phi}_p \\
&= s \dot{\phi}_f^T \xi(\underline{x}) + \frac{1}{\gamma_1} \dot{\phi}_f^T \dot{\phi}_f + s \dot{\phi}_g^T \xi(\underline{x})u + \frac{1}{\gamma_2} \dot{\phi}_g^T \dot{\phi}_g + s \dot{\phi}_p^T \psi(\underline{z}) + \frac{1}{\gamma_3} \dot{\phi}_p^T \dot{\phi}_p - s\hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + s\omega + sd(t) \\
&= \frac{1}{\gamma_1} \dot{\phi}_f^T \left( \gamma_1 s \xi(\underline{x}) + \dot{\phi}_f \right) + \frac{1}{\gamma_2} \dot{\phi}_g^T \left( \gamma_2 s \xi(\underline{x})u + \dot{\phi}_g \right) + \frac{1}{\gamma_3} \dot{\phi}_p^T \left( \gamma_3 s \psi(\underline{z}) + \dot{\phi}_p \right) - s\hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + s\omega + sd(t) \\
&\leq \frac{1}{\gamma_1} \dot{\phi}_f^T \left( \gamma_1 s \xi(\underline{x}) + \dot{\phi}_f \right) + \frac{1}{\gamma_2} \dot{\phi}_g^T \left( \gamma_2 s \xi(\underline{x})u + \dot{\phi}_g \right) + \frac{1}{\gamma_3} \dot{\phi}_p^T \left( s\psi(\underline{z}) + \dot{\phi}_p \right) - s(D + \eta) + s\omega + sd(t) \\
&\leq \frac{1}{\gamma_1} \dot{\phi}_f^T \left( \gamma_1 s \xi(\underline{x}) + \dot{\phi}_f \right) + \frac{1}{\gamma_2} \dot{\phi}_g^T \left( \gamma_2 s \xi(\underline{x})u + \dot{\phi}_g \right) + \frac{1}{\gamma_3} \dot{\phi}_p^T \left( s\psi(\underline{z}) + \dot{\phi}_p \right) - \eta|s| + s\omega \quad (3.28)
\end{aligned}$$

Ou  $\dot{\phi}_f = -\dot{\theta}_f$ ,  $\dot{\phi}_g = -\dot{\theta}_g$  et  $\dot{\phi}_p = -\dot{\theta}_p$ .

En remplaçant (3.16), (3.17) et (3.18) dans (3.28), (3.29) est obtenu :

$$\dot{V} \leq s\omega - s|\eta| \leq 0 \quad (3.29)$$

Par conséquent, tous les signaux dans le système sont bornés. Évidemment, si  $\underline{e}(0)$  et  $\underline{y}_r$  sont bornées,  $\underline{e}(t)$  et  $\underline{x}$  sont aussi bornées, respectivement, pour tout  $t$ . Pour compléter la preuve et établir la convergence asymptotique de l'erreur de suivi, il faut prouver que  $s \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

En Supposant que  $|s| \leq \eta_s$ , (3.29) peut-être réécrite comme suit :

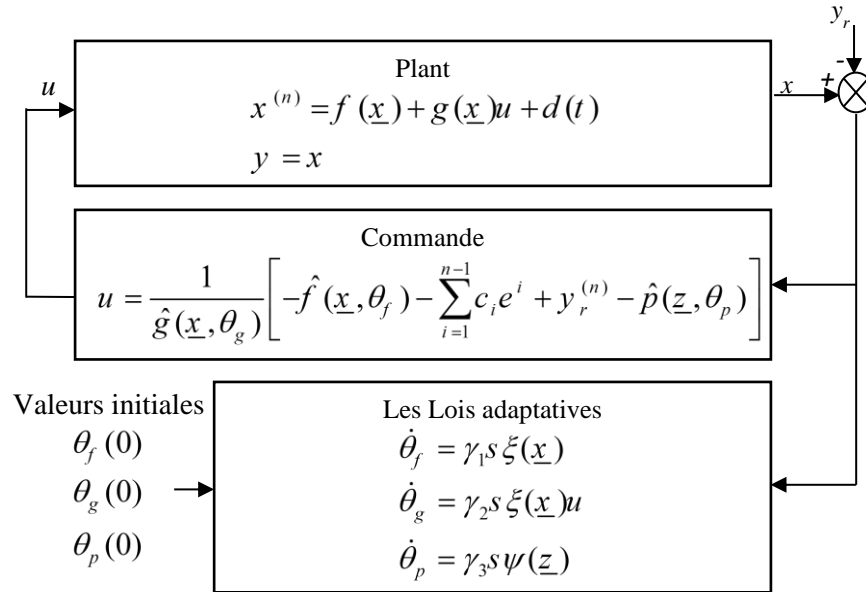
$$\dot{V} \leq |s| |\omega| - \eta |s| \leq \eta_s |\omega| - \eta |s| \quad (3.30)$$

L'intégration des deux côtés de (3.30), permet de trouver :

$$\int_0^\tau |s| d\tau \leq \frac{1}{\eta} (|V(0)| + |V(\tau)|) + \frac{\eta_s}{\eta} \int_0^\tau |\omega| d\tau \quad (3.31)$$

Alors  $s \in L_1$ . De (3.29),  $s$  est borné et chaque terme de (3.26) est borné. Ainsi,  $s, \dot{s} \in L_\infty$ , en utilisant le Lemme de 'Barbalat' section 1.3.2.  $s(t) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ , le système est stable et l'erreur asymptotiquement convergent vers zéro.

Pour résumer l'analyse ci-dessus, le schéma de la commande adaptative floue par mode de glissement est montré dans la figure 3.2.



**Figure 3.2** Schéma de la commande adaptative floue par mode glissant proposé.

### 3.5 Résultats de simulation

Dans cette partie, on va appliquer le contrôleur adaptatif flou proposé à deux exemples de systèmes non linéaires de chapitre 2, pour les permettre de poursuivre d'une trajectoire désirée. Le premier exemple est un pendule inversé. Le deuxième est un système académique non affine.

#### 3.5.1 Exemple

Système du pendule inversé présenté dans le chapitre précédent.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système  $y$  à suivre la trajectoire  $y_r = (\pi/30)\sin(t)$ . Les fonctions  $f(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  sont totalement inconnues par le contrôleur.

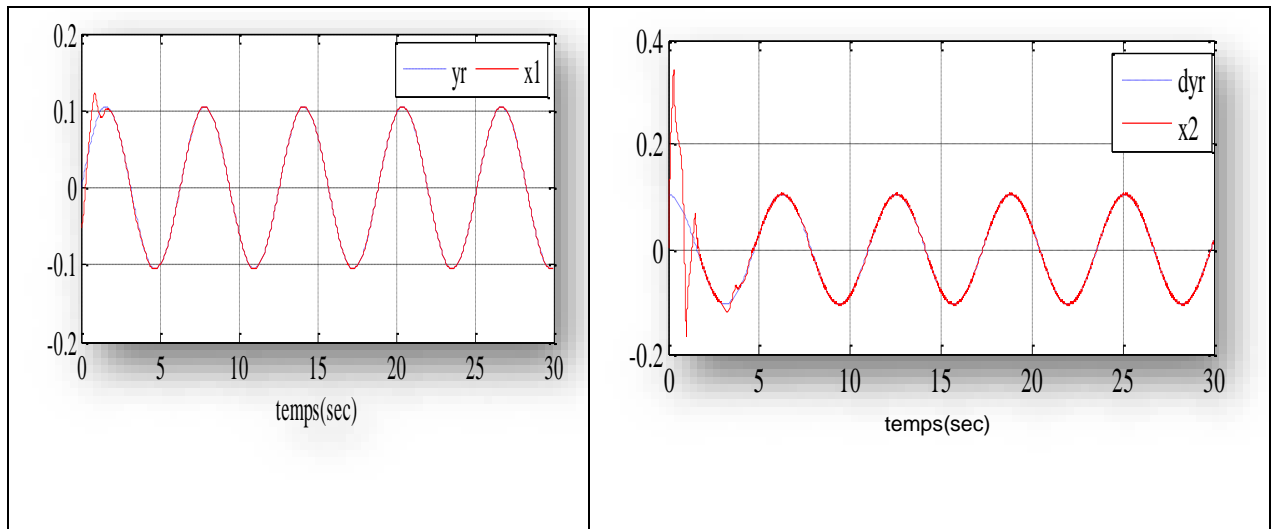
La surface de glissement choisie est :  $s = c_1 e + \dot{e}$ , avec  $c_1 = 10$ .

Les paramètres de conception sont fixés comme suit :  $M_f = 16$ ,  $M_g = 1.6$ ,  $M_p = 80$ ,  $\gamma_1 = 50$ ,  $\gamma_2 = 1$  et  $\gamma_3 = 200$ .

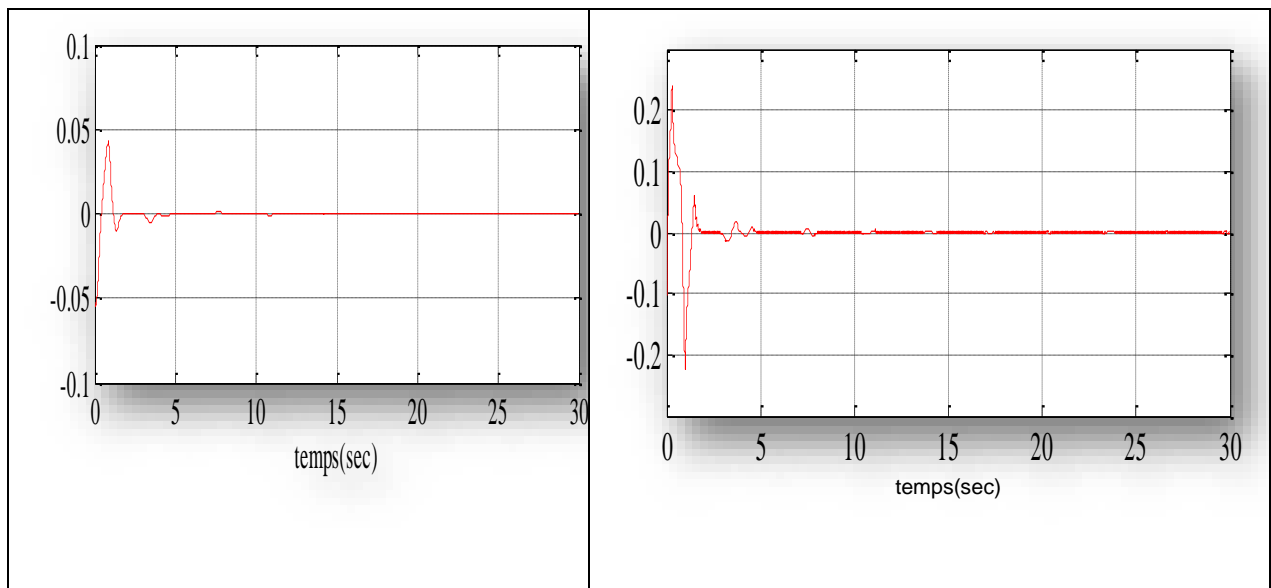
Les fonctions d'appartenance pour les états  $x_i$  de système,  $i = 1, 2$  sont choisies comme suite :

Les conditions initiales sont choisies comme suit :  $\theta_p(0) = [10, 5]^T$ ,  $\underline{x}(0) = [-\pi/60, 0]^T$ ,  $\theta_f(0)$  et  $\theta_g(0)$  sont choisis aléatoirement dans l'intervalle  $[0.5, 2]$ .

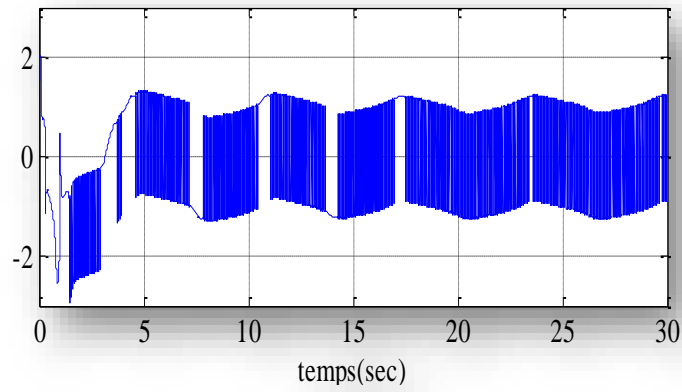
La Figures 3.3 illustre les résultats de simulation du schéma de CAFMG conventionnelle (sans la commande PI), avec  $\eta = 1.2$  et  $d(t)=0$ .



**Figure 3.3** Sorties du système

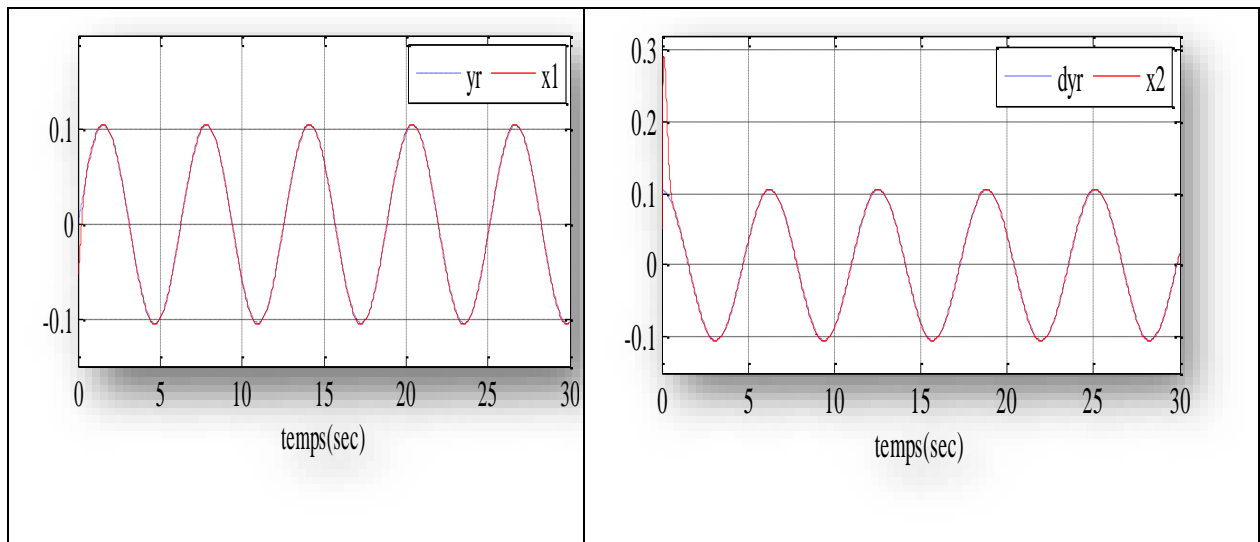


**Figure 3.4** Erreurs de suivi  $e_1$  et  $e_2$

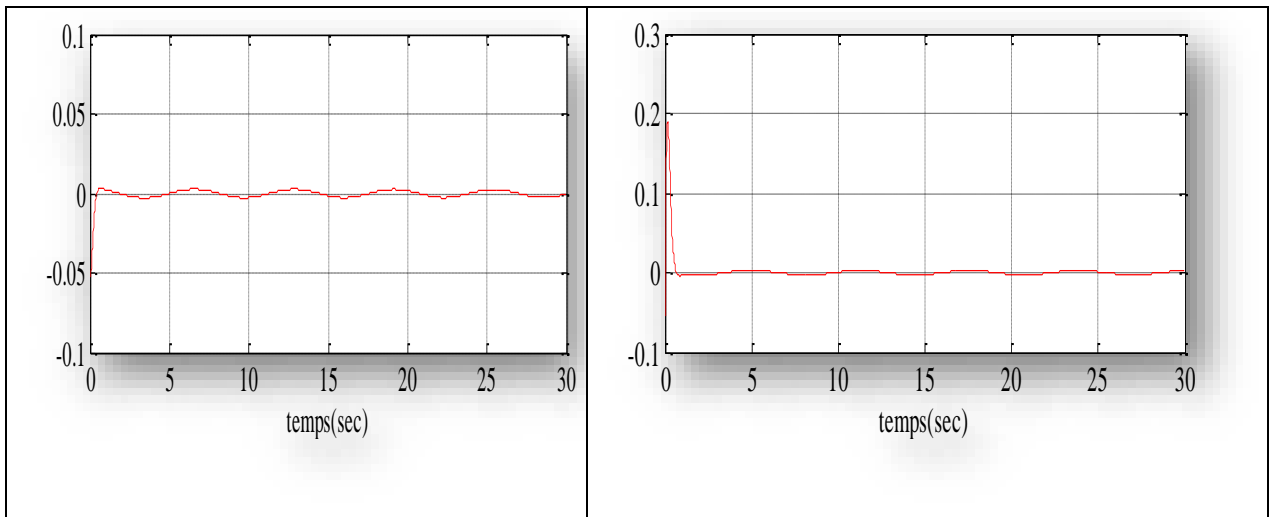


**Figure3.5** Signal de commande

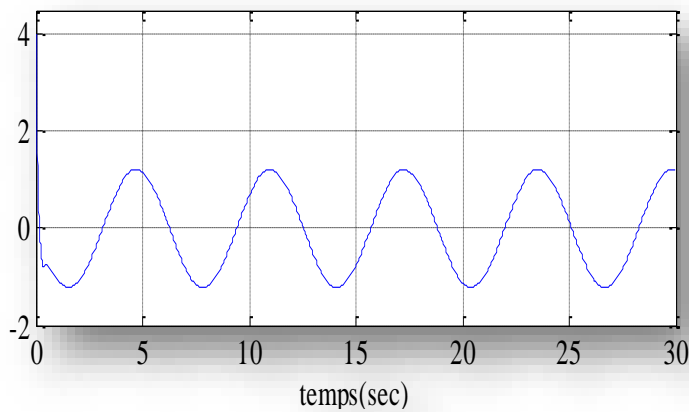
Les Figures3.4-3.6 illustre les résultats de simulation du schéma de CAFMG avec l'élimination de chattering.



**Figure3.6** Sorties et références du système



**Figure 3.7** Erreurs de suivi  $e_1$  et  $e_2$



**Figure 3.8** Signal de commande

### Commentaires

En ce qui concerne les figures (3-8), la poursuite de la trajectoire désirée est assurée, avec précision. · Le phénomène de chattering est éliminé. La commande reste efficace où les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées.

### 3.6 Conclusion

Nous avons proposé, dans ce chapitre une commande adaptative floue par mode glissant pour une classe des systèmes SISO non linéaires inconnus. Nous avons introduit au début, la commande glissante, et puis, nous l'avons proposé en utilisant la stratégie de commande adaptative floue. De l'autre côté, la loi d'adaptation va régler les paramètres de la commande PI. Nous avons éliminé le phénomène de chattering dans la commande glissante. Aussi, la convergence de l'erreur de poursuite vers le zéro est assurée. Le système en boucle fermée est stable dans le sens de Lyapunov. Nous avons appliqué la méthode proposée pour deux systèmes non linéaires affine et non affine de suivre une trajectoire de référence. En analysant les résultats de simulation, nous pouvons conclure que la commande proposée peut atteindre les performances souhaitées.

## **Chapitre 4 :**

# **Commande adaptative floue robuste des systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire**

## **Chapitre 4**

# **Commande adaptative floue robuste des systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire.**

### **4.1 Introduction**

Le chaos est défini comme étant un comportement étrange et non prédictible d'un système dynamique déterministe [Prigogine et al., 1984]. Un système chaotique exhibe au cours du temps des trajectoires de phase imprévisibles et bornées caractérisées par un exposant de Lyapunov positif.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème de la commande et la synchronisation des systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire par la commande adaptative floue robuste via l'approche  $H^\infty$  en incorporant le critère de la technique de  $H^\infty$  et la théorie de Lyapunov. On va supposer un nouvel algorithme, de commande adaptative qui garantit stabilité du système, mais également atténue l'influence de la perturbation et l'erreur d'approximation sur l'erreur de poursuite à un niveau prescrit par l'intermédiaire de la technique proposée de  $H^\infty$ .

Par cette méthode, On va combiner entre la méthode d'approximation floue, la technique d'atténuation et l'algorithme de la commande adaptative pour la conception d'une commande de poursuite robuste des systèmes non linéaires d'ordre fractionnaire avec une incertitude ou une variation inconnue des paramètres et des structures du système.

### **4.2 Définitions**

#### **4.2.1 Contrôleurs flous**

Les contrôleurs flous sont des grandeurs de sortie d'un processus à commander ou d'autres mesures déterminantes pour saisir l'évolution dynamique du processus ainsi que les consignes définissent les variables d'entrée du contrôleur flou. Les variables de sortie de ce contrôleur sont les commandes à appliquer au processus. [24]

Le contrôleur flou est constitué de quatre blocs principaux : la base de connaissance, le système d'inférence, l'interface de fuzzification et l'interface de défuzzification.

La base de connaissance est composée d'une base des données et d'une base de règles. La base des données contient des faits de la forme :  $x$  est  $A$  pour les variables linguistiques d'entrée et de sortie du contrôleur flou. La base des règles contient des propositions de la forme

si  $x_1$  est  $A_1$  et  $x_2$  est  $A_2$  alors  $y$  est  $B$ . Elle caractérise la stratégie de commande émise par l'expert sous forme de règles linguistiques. Le système d'inférence est capable de raisonner à partir des informations contenues dans la base de connaissance et de faire des déductions.

Si  $B$  (la conclusion) est une valeur linguistique, le contrôleur est dit de type *Mamdani*. Si  $B$  est une valeur numérique ou une équation mathématique, alors le contrôleur est dit de type *Takagi-Sugeno*.

Un contrôleur flou est composé de quatre blocks principaux :

- La base de connaissance : Elle est composée d'une base des données qui contient des faits de la forme :  $x$  est  $A$  pour les variables linguistiques d'entrée et de sortie du contrôleur flou et d'une base de règles qui contient des propositions de la forme si  $x_1$  est  $A_1$  et  $x_2$  est  $A_2$  alors  $y$  est  $B$ . Elle caractérise la stratégie de commande émise par l'expert sous forme de règles linguistiques.
- Le système d'inférence : Capable de raisonner à partir des informations contenues dans la base de connaissance et de faire des déductions.
- L'interface de fuzzification.
- L'interface de défuzzification.

#### 4.2.2 Rappel sur les systèmes flous de type Takagi-Sugeno.

Les systèmes flous de type Takagi-Sugeno sont les systèmes qui définissent l'imprécision des variables d'entrée et de sortie directement en les définissant avec des nombres flous (et des ensembles flous) qui peuvent être exprimés en termes linguistiques (par exemple, petit, moyen et grand). [25].

La base de règles floues d'un système de Takagi-Sugeno se compose d'une collection de règles floues IF-THEN sous la forme suivante :

$$R^{(l)}: IF x_1 \text{ is } F_1^l, \text{ and } \dots, \text{ and } x_n \text{ is } F_n^l THEN y_l = f_l(x)$$
$$y_l = q_0^l + q_1^l x_1 + \dots + q_n^l x_n = \underline{\theta}_l^T [1 \ x^T]^T$$

Où  $(F_1^l, \dots, F_i^l, \dots, F_n^l)$  sont les entrées des ensembles flous et  $\underline{\theta}_l^T = [q_0^l, q_1^l, \dots, q_n^l]$  est un vecteur des paramètres d'ajustement.  $y$  est une variable linguistique, et un moteur d'inférence flou pour combiner les règles *IF-THEN* dans la base de règles floues dans une cartographie d'un vecteur linguistique  $\underline{x}^T = [x_1 + x_2 \dots + x_n] \in \mathfrak{R}^n$  à une variable de sortie  $y \in R$ . [26].

En général,  $f_l(x)$  est une fonction polynomiale en fonction des variables d'entrées, mais peut être aussi une fonction arbitraire tant qu'elle puisse décrire convenablement le comportement du système étudié.

Si  $f_l(x)$  est une fonction linéaire :  $f_l(x) = q_0^l + q_1^l x_1 + \dots + q_n^l x_n$ , alors on a un système flou de *Takagi-Sugeno* d'ordre un, par contre, si la fonction  $f_l(x)$  est un polynôme d'ordre zéro :  $f_l(x) = q_0^l$ , on a donc un système flou de *Takagi-Sugeno* d'ordre zéro.

Soit  $M$  le nombre de règles floues IF-THEN. La sortie des systèmes flous avec le défuzzifier de centre moyenne, l'inférence de produit et le fuzzifier singleton peut être exprimée comme :

$$y(\underline{x}) = \frac{\sum_{l=1}^M v^l \cdot y_l}{\sum_{l=1}^M v^l} = \frac{\sum_{l=1}^M v^l \cdot \underline{\theta}_j^T [1 \underline{x}^T]^T}{\sum_{l=1}^M v^l} \quad (4.1)$$

Où  $v^l = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)$  est la valeur réelle de lème implication et  $\mu_{F_i^l}(x_i)$  est la fonction d'appartenance de la variable floue  $x_i$ . [27].

Alors, l'équation (14) peut être réécrite comme :

$$y(\underline{x}) = \underline{\theta}_j^T \xi(\underline{x}) \quad (4.2)$$

Où  $\underline{\theta}_j^T = [\underline{\theta}_1^T \underline{\theta}_2^T \dots \underline{\theta}_M^T]$  le vecteur de paramètres ajustables et  $\xi^T(\underline{x}) = [\xi^1(\underline{x}), \xi^2(\underline{x}), \dots, \xi^M(\underline{x})]$  est la fonction de base floue donnée comme :

$$\xi^l(\underline{x}) = \frac{v^l [1 \underline{x}^T]}{\sum_{l=1}^M v^l}$$

Quand les entrées sont introduites dans le T-S, la valeur réelle  $v^l$  de lème implication est calculée. Appliquant la stratégie commune de défuzzification, la sortie exprimée comme dans l'équation (4.1).

En se basant sur le théorème d'approximation universel [28], le système flou ci-dessus est capable de rapprocher uniformément n'importe quelle fonction non linéaire bien définie au-dessus d'un ensemble compact  $Uc$  à n'importe quel degré de précision.

En outre, il est clair de prouver qu'un système à multi-sorties peut toujours être approximé par un groupe de systèmes d'approximation à une sortie unique.

### 4.3 Problématique et conception de la commande adaptative floue $H^\infty$

Considérons le système SISO non linéaires d'ordre fractionnaire comme suit

$$\begin{cases} x_1^{(q_1)} = x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1}^{(q_{n-1})} = x_n \\ x_n^{(q_n)} = f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u + d(t) \\ y = x_1 \end{cases}$$

Si  $q_1 = q_2 = \dots = q_n = q$ , le système ci-dessus est appelé un système d'ordre *proportionnelle*.

La forme équivalente du système ci-dessus est décrite comme

$$\begin{cases} \dot{x}^{(nq)} = f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.3)$$

Où  $\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, x^{(q)}, x^{(2q)}, \dots, x^{((n-1)q)}]^T$  est le vecteur d'état de ce système,  $f(\underline{x}, t)$  et  $g(\underline{x}, t)$  sont non linéaires et inconnues,  $d(t)$  est la perturbation externe donnée bornée,  $u(t)$  est l'entrée de commande. L'objectif de la commande est de forcer la sortie  $y$  à suivre un signal de référence borné  $y_d$ , sous la contrainte que tous les signaux impliqués doivent être bornés [29].

Comme dans [30], [31], les hypothèses suivantes sont considérées.

**Règle 4.1 :** Le gain de commande de  $g(\underline{x}, t)$  est différent de zéro pour tout  $\underline{x}$  et de signe connu.

Sans perte de généralité, il est supposé que  $g(\underline{x}, t) > 0$ .

**Règle 4.2:** Le vecteur d'état  $\underline{x}$  est mesurable.

**Règle 4.3:** La trajectoire désirée et ses dérivées jusqu'à l'ordre  $n$  sont connues, continues et bornées.

**Règle 4.4:** la limite supérieure de la perturbation  $d(t)$  est  $D$ , c'est-à-dire  $|d(t)| \leq D$  avec  $D$  est une constante positive inconnue.

L'objectif consiste à déterminer une loi de commande assurant la bornitude de tous les signaux du système et la poursuite pour la sortie d'une trajectoire de référence en présence des perturbations externes.

Pour commencer, le signal de référence de vecteur  $\underline{y}_d$  et le vecteur d'erreur  $\underline{e}$  est définie comme

$$\underline{y}_d = [y_d, y_d^{(q)}, \dots, y_d^{((n-1)q)}]^T \in R^n,$$

$$\underline{e} = \underline{y}_d - \underline{y} = [e, e^{(q)}, \dots, e^{((n-1)q)}]^T \in R^n, e^{(iq)} = y_d^{(iq)} - y^{(iq)}.$$

Soit  $\underline{k} = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T \in R^n$  à être choisi de telle sorte que l'état stable  $| \arg(\text{eig}(A)) | > q\pi / 2$  est remplie, où  $0 < q < 1$  et  $\text{eig}(A)$  représente les valeurs propres de la matrice Adonnée par la suite en (2.7).

Si les fonctions  $f(\underline{x}, t)$  et  $g(\underline{x}, t)$  sont connues avec de perturbation externe  $d(t)$  nulle, alors la loi de commande a la forme suivante [36], [33] :

$$u_{eq} = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} [-f(\underline{x}, t) + y_d^{(nq)} + \underline{k}^T \underline{e}] \quad (4.4)$$

En appliquant (2.4) à (2.3) on trouve [32] :

$$e^{(nq)} + k_n e^{(n-1)q} + \dots + k_1 e = 0$$

Qui implique que  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$  qui est l'un des objectifs de la commande.

Cependant,  $f(\underline{x}, t)$  et  $g(\underline{x}, t)$  sont inconnues et la perturbation externe  $d(t) \neq 0$ , l'effort de commande idéal (2.4) ne peuvent pas être mis en œuvre (non réalisable). On remplace  $f(\underline{x}, t)$  et  $g(\underline{x}, t)$  par les systèmes flous  $f(\underline{x}|\underline{\theta}_f)$  et  $g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)$  spécifiés comme :

$$f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) = \xi^T(\underline{x})\underline{\theta}_f \quad \text{et} \quad g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) = \xi^T(\underline{x})\underline{\theta}_g \quad (4.5)$$

Avec  $\xi(\underline{x})$  est un vecteur de fonctions floues de base supposé convenablement fixé en avance par l'utilisateur,  $\underline{\theta}_f$  et  $\underline{\theta}_g$  sont les vecteurs de paramètres ajustés par des lois d'adaptation sur la base d'un critère de stabilité de Lyapunov.

Par conséquent, l'effort de contrôle qui en résulte peut-être obtenu comme [32], [29]

$$u = \frac{1}{g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)} [-f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) + y_d^{(nq)} + \underline{k}^T \underline{e} - u_a] \quad (4.6)$$

Où le compensateur robuste (terme  $H^\infty$ )  $u_a$  est utilisé pour atténuer la perturbation externe et les erreurs d'approximation floue. En appliquant (4.6) à (4.3) on trouve :

$$\begin{aligned} x^{(nq)} &= f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u + d(t) + g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)u - g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)u \\ &= [f(\underline{x}, t) - f(\underline{x}|\underline{\theta}_f)] + y_d^{(nq)} + \underline{k}^T \underline{e} - u_a \\ &\quad + [g(\underline{x}, t) - g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)]u + d(t). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Alors

$$e^{(nq)} + [f(\underline{x}, t) - f(\underline{x}|\underline{\theta}_f)] + \underline{k}^T \underline{e} - u_a + d(t) + [g(\underline{x}, t) - g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)]u = 0 \quad (4.8)$$

L'équation (4.8) peut être réécrite comme représentation d'état

$$\underline{e}^{(q)} = A\underline{e} + B \left[ f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) - f(\underline{x}, t) + u_a + \left( g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) - g(\underline{x}, t) \right) u - d(t) \right] \quad (4.9)$$

Où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 & \dots & -k_{(n-1)} & -k_n \end{bmatrix} \text{ et } B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tant que  $(|sI - A| = s^n + k_1s^{(n-1)} + \dots + k_n)$  est stable ( $A$  stable).

Le vecteur des paramètres optimaux  $\underline{\theta}_f^*$  et  $\underline{\theta}_g^*$  est défini par :

$$\underline{\theta}_f^* = \arg \min_{\underline{\theta}_f \in \Omega_f} [\sup_{x \in \Omega_x} |f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) - f(\underline{x}, t)|] \quad (4.10)$$

$$\underline{\theta}_g^* = \arg \min_{\underline{\theta}_g \in \Omega_g} [\sup_{x \in \Omega_x} |g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) - g(\underline{x}, t)|] \quad (4.11)$$

Où  $\Omega_f$ ,  $\Omega_g$  et  $\Omega_x$  sont des ensembles de contraintes pour  $\underline{\theta}_f$ ,  $\underline{\theta}_g$  et  $x$  respectivement et elles sont définies comme

$$\Omega_f = \{\underline{\theta}_f \mid |\underline{\theta}_f| \leq M_f\}, \Omega_g = \{\underline{\theta}_g \mid |\underline{\theta}_g| \leq M_g\} \text{ et } \Omega_x = \{x \mid |x| \leq M_x\}$$

Où  $M_f$ ,  $M_g$  et  $M_x$  sont des constantes positives.

En utilisant (4.10) - (4.11), l'équation de l'erreur dynamique (2.9) peut être exprimée comme

$$\underline{e}^{(q)} = A\underline{e} + B \left[ f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) - f(\underline{x}|\underline{\theta}_f^*) + u_a + \left( g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) - g(\underline{x}|\underline{\theta}_g^*) \right) u - d(t) + \omega_1 \right] \quad (4.12)$$

Où l'erreur d'approximation minimale est définie comme suit

$$\omega_1 = g(\underline{x}|\underline{\theta}_g^*) - g(\underline{x}, t) + f(\underline{x}|\underline{\theta}_f^*) - f(\underline{x}, t) - d(t). \quad (4.13)$$

Si  $\tilde{\theta}_f = \underline{\theta}_f - \underline{\theta}_f^*$  et  $\tilde{\theta}_g = \underline{\theta}_g - \underline{\theta}_g^*$ , (2.12) peut être réécrite comme

$$\underline{e}^{(q)} = A\underline{e} + B \left[ \xi(\underline{x})^T \tilde{\theta}_f + \xi(\underline{x})^T \tilde{\theta}_g u + u_a + w_1 \right] \quad (4.14)$$

Après la considération précédente, le théorème (4.1) peut être obtenu [29] [33].

#### 4.4 Analyse de la stabilité

**Théorème 2.1:** *Considérons le système SISO non linéaire d'ordre fractionnaire (4.3) et la loi de commande (4.6) si le compensateur robuste  $u_a$  et les basés flous sur les lois d'adaptation sont choisis comme suit :*

$$u_a = -\frac{1}{r} B^T P \underline{e} \quad (4.15)$$

$$\underline{\theta}_f^{(q)} = -r_1 \xi(\underline{x}) B^T P \underline{e} \quad (4.16)$$

$$\underline{\theta}_g^{(q)} = -r_2 \xi(\underline{x}) B^T P \underline{e} u \quad (4.17)$$

Où  $r > 0, r_i > 0, i = 1 \sim 2$ , et  $P = P^T > 0$  est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$PA + A^T P + Q - PB \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{\rho^2} \right) B^T P = 0 \quad (4.18)$$

Avec  $Q = Q^T > 0$  est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions  $(n \times n)$ ,  $\rho$  est le coefficient d'atténuation et  $r$  est un paramètre positif vérifiant  $2\rho^2 \geq r$  et toutes les variables du système en boucle fermée sont bornées [32].

Afin d'analyser la stabilité en boucle fermée, la fonction de Lyapunov est choisie comme

$$V = \frac{1}{2} \underline{e}^T(t) P \underline{e}(t) + \frac{1}{2r_1} (\tilde{\theta}_f^T) (\tilde{\theta}_f) + \frac{1}{2r_2} (\tilde{\theta}_g^T) (\tilde{\theta}_g). \quad (4.19)$$

La dérivée de (2.19) par rapport au temps, nous obtenons [36]

$$V^{(q)}(t) = \frac{1}{2} (\underline{e}^{(q)}(t))^T P \underline{e}(t) + \frac{1}{2} \underline{e}^T(t) P \underline{e}^{(q)}(t) + \frac{1}{r_1} (\tilde{\theta}_f^T) (\tilde{\theta}_f^{(q)}) + \frac{1}{r_2} (\tilde{\theta}_g^T) (\tilde{\theta}_g^{(q)}) \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left\{ A \underline{e} + B \left[ \xi(\underline{x})^T \tilde{\theta}_f + \xi(\underline{x})^T \tilde{\theta}_g u + u_a + \omega_1 \right] \right\}^T P \underline{e} \\ &+ \frac{1}{2} \underline{e}^T(t) P \left\{ A \underline{e} + B \left[ \xi(\underline{x})^T \tilde{\theta}_f + \xi(\underline{x})^T \tilde{\theta}_g u + u_a + \omega_1 \right] \right\} \\ &+ \frac{1}{r_1} (\tilde{\theta}_f^T) (\tilde{\theta}_f^{(q)}) + \frac{1}{r_2} (\tilde{\theta}_g^T) (\tilde{\theta}_g^{(q)}) \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \underline{e}^T (A^T P + PA) \underline{e} + \underline{e}^T P B u_a + \underline{e}^T P B \omega_1 + \left\{ \tilde{\theta}_f^T \left[ \xi(\underline{x}) B^T P \underline{e} + \frac{1}{r_1} (\tilde{\theta}_f^{(q)}) \right] \right. \\ &\left. + \left\{ \tilde{\theta}_g^T \left[ \xi(\underline{x}) B^T P \underline{e} u + \frac{1}{r_2} (\tilde{\theta}_g^{(q)}) \right] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Le terme de robustesse  $u_a$  et les lois d'adaptation (4.15) -(4.17),  $V^{(q)}(t)$  dans (4.22) peut être réécrite comme

$$\begin{aligned} V^{(q)}(t) &= -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} - \frac{1}{2\rho^2} \underline{e}^T P B B^T \underline{e} + \underline{e}^T P B w_1 \\ &= -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho} B^T P \underline{e} - \rho w_1 \right)^T \left( \frac{1}{\rho} B^T P \underline{e} - \rho w_1 \right) + \frac{1}{2} \rho^2 w_1^T w_1 \\ &\leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \frac{1}{2} \rho^2 w_1^T w_1. \end{aligned}$$

L'intégration (2.23) à partir de  $t = 0$  à  $t = T$ ,

$$V(T) - V(0) \leq -\frac{1}{2} \int_0^T \left( \underline{e}^T Q \underline{e} dt + \frac{1}{2} \rho^2 w_1^T w_1 \right) dt \quad (4.23)$$

Puisque  $V(T) \geq 0$ , (2.23) peut être réécrite comme suit

$$\int_0^T \underline{e}^T Q \underline{e} dt \leq e^T(0) P e(0) + \theta^T(0) \theta(0) + \rho^2 \int_0^T w_1^T w_1 dt. \quad (4.24)$$

Donc, l'approche  $H^\infty$  peut être obtenue. Et la preuve est terminée.

#### 4.5 Exemple de simulation

Dans cette partie, on applique la stratégie de commande adaptative floue  $H^\infty$  pour la synchronisation des deux différents systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire de *Duffing*.

On considère deux systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire de *Duffing* comme suit,

Le premier est un système de référence

$$D^q y_1 = y_2$$

$$D^q y_2 = y_1 - 0.25y_2 - y_1^3 + 0.3 \cos(t)$$

Le second est le système réponse (de commande)

$$D^q x_1 = x_2$$

$$D^q x_2 = x_1 - 0.3x_2 - x_1^3 + 0.35 \cos(t) + u(t) + d(t)$$

Où la perturbation externe donnée comme  $d(t) = 0.1 \sin(t)$ .

L'objectif principal est de commander notre système de réponse pour suivre le système de référence. Avec les fonctions  $f(\underline{x}, t)$  et  $g(\underline{x}, t)$  sont totalement inconnues.

Chacune des fonctions  $f(\underline{x}, t)$  et  $g(\underline{x}, t)$  est représentée par un système flou, et chaque système flou a comme entrée  $x_1$  et  $x_2$ . le système flou est utilisé avec les entrées  $x_1$  et  $x_2$  car la forme de la fonction est inconnue. Pour chaque variable d'entrée, on définit sept fonctions d'appartenance de type gaussienne comme suit :

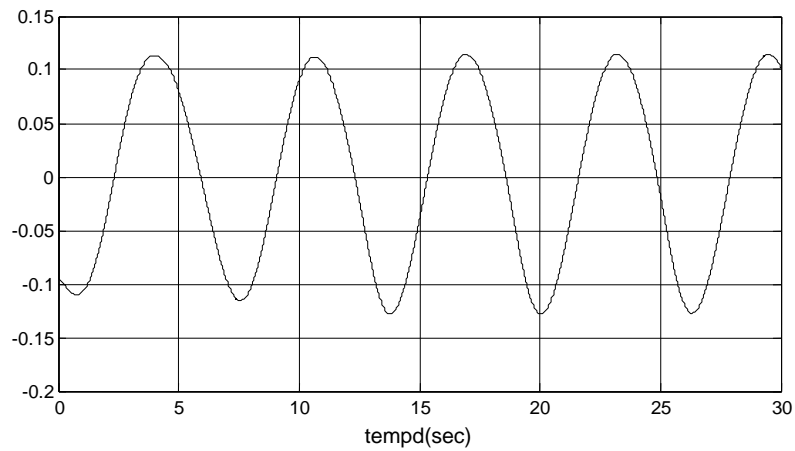
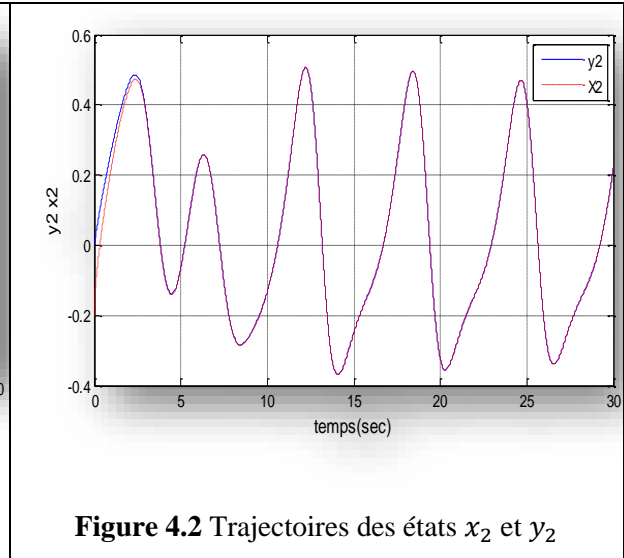
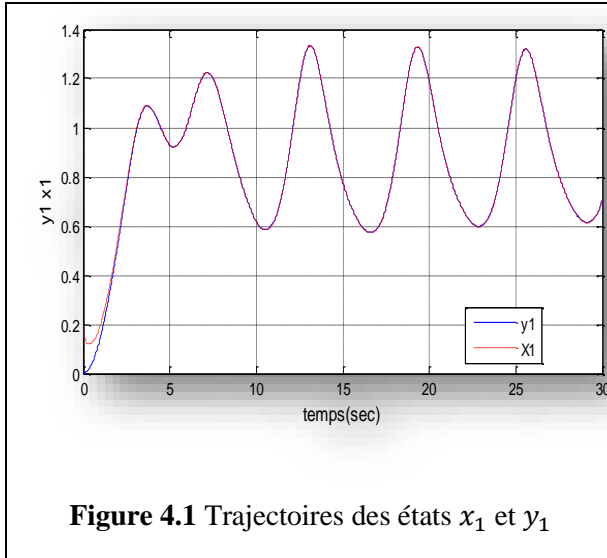
$$\mu_{F_i^l}(x_i) = \exp \left[ -0.5 \left( \frac{x_i - \bar{x}}{0.8} \right)^2 \right], \quad i = 1, 2 \text{ et } l = 1, \dots, 7 \text{ avec } \bar{x} \text{ choisi dans l'intervalle } [-1, 2].$$

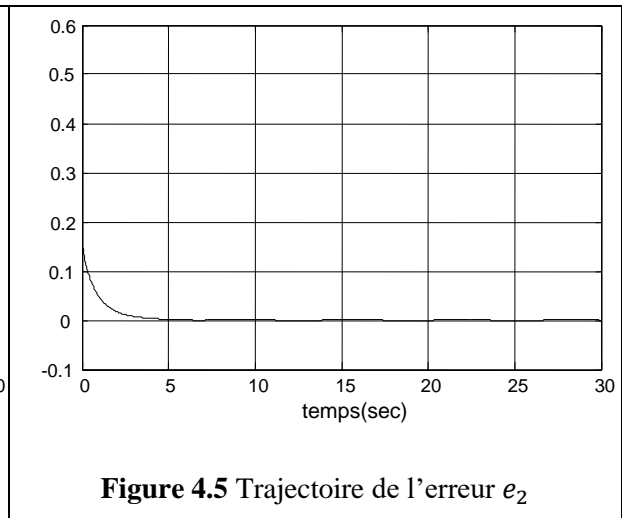
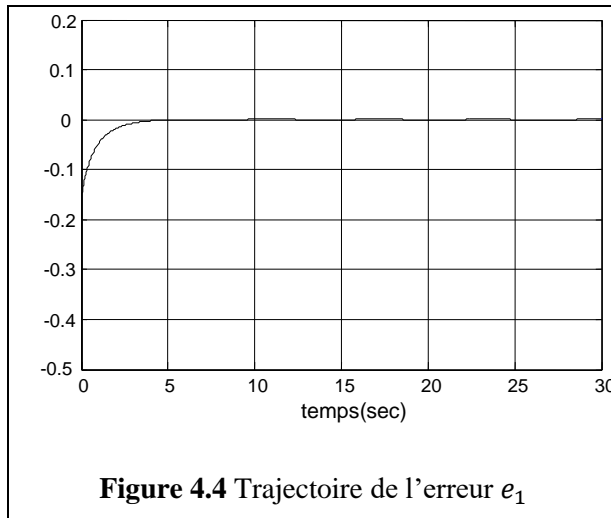
On applique la loi de commande globale (4.6) comme suit

$$u = \frac{1}{\xi^T(\underline{x}) \underline{\theta}_f} \left[ -\xi^T(\underline{x}) \underline{\theta}_g + y_d^{(nq)} + \underline{k}^T \underline{e} - u_a \right]$$

Les figures (4.2 et 4.4) illustrent respectivement les résultats de simulation avec la commande proposée.

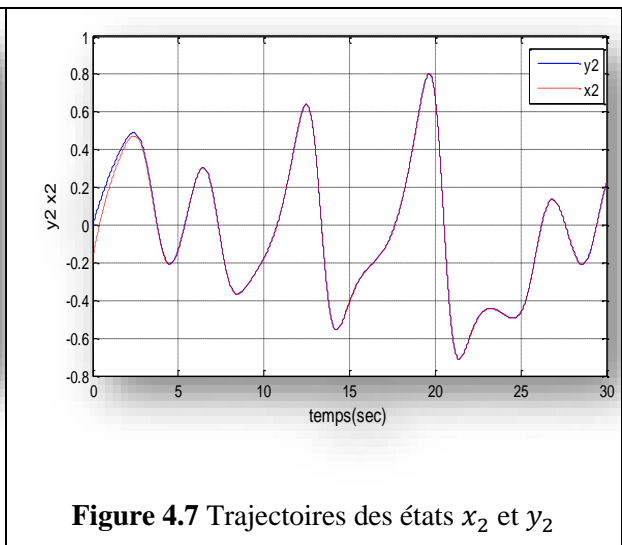
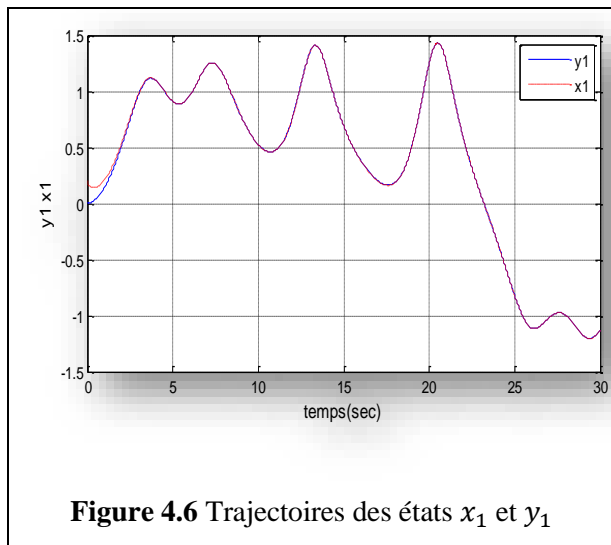
1. Pour  $q = 0.93$  nous avons les résultats suivants :

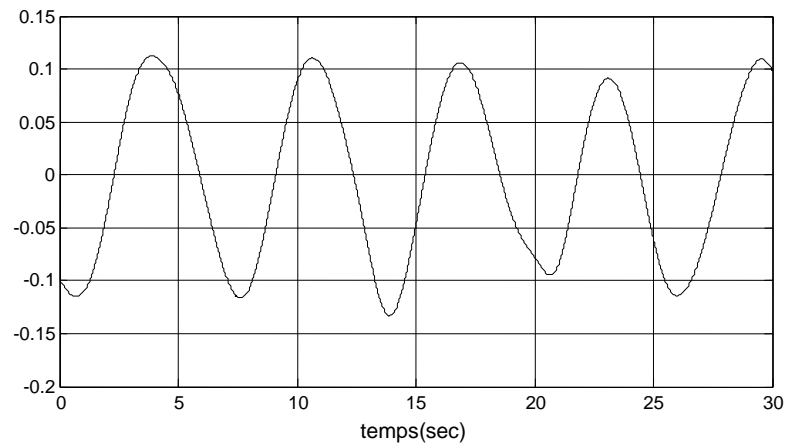




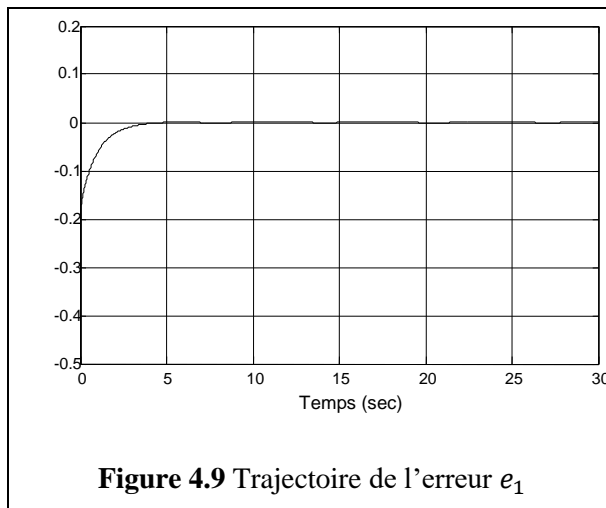
2. Pour  $q = 0.97$  nous avons les résultats suivants :

Après l'application de notre loi de commande, on a les résultats suivants :

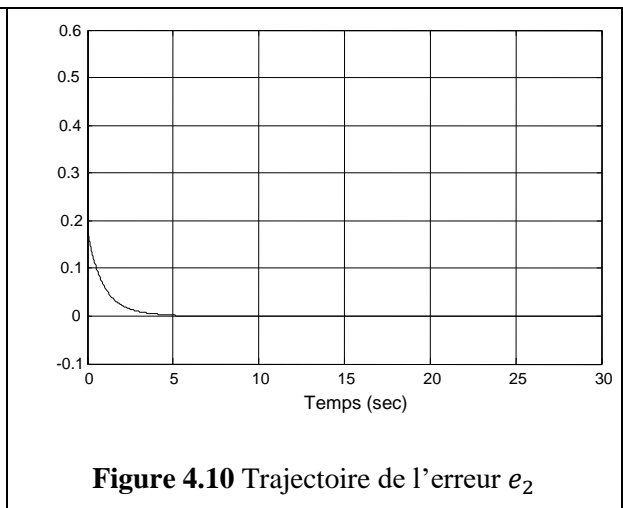




**Figure 4.8** Signal de commande  $u$



**Figure 4.9** Trajectoire de l'erreur  $e_1$



**Figure 4.10** Trajectoire de l'erreur  $e_2$

#### 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthodologie pour traiter la synchronisation du chaos entre deux systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire incertain par une commande adaptative floue robuste ( $H_\infty$ ). L'utilisation de l'intervalle de type 2 aide à minimiser la charge de calcul supplémentaire et rend donc le système global plus applicable dans la pratique.

Sur la base de l'approche de synthèse de Lyapunov, les paramètres libres du contrôleur flou adaptatif peuvent être réglés en ligne par loi de commande de feedback et les lois d'adaptations.

Pour démontrer l'efficacité de cette méthodologie nous avons donné un exemple de simulation de la synchronisation de chaos de deux systèmes d'ordre fractionnaire de Duffing.

La signifiante du schéma de contrôle proposé dans la simulation pour différentes valeurs de  $q$  est évidente, cela est prouvé par les résultats de simulations. Les résultats de la simulation montrent qu'une synchronisation rapide de l'entraînement et de la réponse peut être obtenue et lorsque  $q$  est réduit, le chaos est vu réduit, en conséquence l'erreur de synchronisation est réduite.

## Conclusion générale :

Le développement d'une stratégie de contrôle doit non seulement garantir la stabilité mais aussi la durabilité en présence de phénomènes perturbateurs. Ils peuvent être de nature externe ou de nature interne.

Dans ce mémoire. L'objectif de commande est la résolution d'un problème de la poursuite de trajectoire. Ce dernier est vu comme un problème de construction d'une commande capable de forcer la sortie d'un système non linéaire à suivre une trajectoire de référence admissible. Afin de résoudre ce problème, nous avons supposé qu'il existe une commande qui appliqué au système non linéaire, conduit à une convergence vers zéro d'erreur de suivi de trajectoire.

Dans le premier chapitre, une recherche bibliographique et théorique pour des différents points concernant les techniques de commande étudiées dans ce mémoire et des outils mathématiques de synthèse et d'analyse nécessaires pour la conception des structures de commande développées dans ce travail.

Ce mémoire concentre principalement à développer la robustesse de commande adaptative en utilisant les systèmes flous pour une classe de systèmes non linéaires SISO.

Nous avons proposé des techniques de commande qui se base sur l'utilisent des systèmes flous. L'approche de Lyapunov est utilisée pour étudier la stabilité des structures de commande.

Nous avons abordé dans le deuxième chapitre deux approches de commande adaptative floue. La première approche utilise un algorithme de projection et le but est de mettre les valeurs estimées de paramètres dans une région préalablement connue par l'utilisateur. En pratique, la supposition que le signe de gain de commande est connu n'est pas réaliste. C'est la raison pour laquelle, la deuxième approche a apparue, c'est pour résoudre ce problème en utilisant la technique de Nussbaum. Cette technique peut estimer le signe de gain de commande. L'efficacité de cette approche se manifeste en analysant les résultats de simulation d'un système non affine et un pendule inversé.

Le troisième chapitre détaille la conception de la robustification de la commande adaptative floue par mode de glissement. En analysant les résultats de simulation de la commande d'un pendule inversé de suivre une trajectoire désirée, nous pouvons dire, qu'ils sont satisfaisants. Nous avons utilisé le pendule inversé et un système non affiné pour tester cette approche.

Le dernier chapitre, montre les résultats de simulation concernant la commande robuste par  $H_{inf}$  d'un système chaotique d'ordre fractionnaire pour suivre une trajectoire désirée sortants mais avec l'apparition de chattering dans le signal de commande et le signal de surface, qui est un effet indésirable. Les résultats de simulation ont vérifié l'analyse théorique.

Enfin, et dans notre cas, on essayer de montrer que l'utilisation des systèmes d'ordre fractionnaire permet d'améliorer les performances des systèmes de commande et d'obtenir une meilleure robustesse contre les bruits et les perturbations.

Comme perspectives on propose :

- Commande basée sur la commande hybride (continue/discrète) d'ordre fractionnaire.
- La validation de ces résultats sur des systèmes *MIMO* d'ordre fractionnaire et sur des processus réels.

## Bibliographie

- [1] Zelmat M., “Automatisation des processus industriels Tome 2, commande modale et adaptative”, Office des publications universitaires, Algérie 2001.
- [2] R. Isermann, K -H. Lachmann, et D. Matko «Adaptive control systems». Prentice-Hall 1992.:
- [3] Zadeh, L. Fuzzy sets. Information and Control, vol. 8 no. 3, pp. 338-353, 1965.
- [4] J.R. Jang, “ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system,” IEEE Trans Syst Man, Cybern. vol. 23, no. 3, pp. 665-685, 1993.
- [5] H. Buhler, Le réglage par logique floue. Polytechniques Rommandes, 1994.
- [6] Wang L.X., “Adaptive Fuzzy Systems and Control”, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1994
- [7] J.S.R. Jang and C.T. Sun, “Neuro-Fuzzy modeling and control,” Proc. IEEE, vol. 83, no. 3, pp. 378-406, Mar. 1995.
- [8] S. Labiod, “Commande adaptative par systèmes flous : application aux robots manipulateurs, Thèse de Magister, ENP, 1998.
- [9] G. Huguenin, “logique floue”, CH-2610 Saint-Imier, 2004.
- [10] Diethlem, K. (2003). Efficient solution of multi-term fractional differential equations using  $\mathbf{P}$  (EC)mE methods. Computing, 71, 305–319
- [11] Podlubny, I. (1999). Fractional differential equations. San Diego: Academic Press
- [12] Khettab, K., Bensafia, Y., & Ladaci, S. (2014). Robust adaptive fuzzy control for a class of uncertain nonlinear fractional systems. In Proceedings of the Second International Conference on Electrical Engineering and Control Applications ICEECA'2014, Constantine, Algeria.
- [13] Khettab, K., Ladaci, S., & Bensafia, Y. (2016). Fuzzy adaptive control of fractional order chaotic systems with unknown control gain sign using a fractional order Nussbaum gain. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica.
- [14] Petráš, I. (2006). A note on the fractional-order cellular neural networks. In Proceedings of the IEEE International World Congress on Computational Intelligence, International Joint Conference on Neural Networks (pp. 16–21).
- [15] Ladaci, S., Loiseau, J. J., & Charef, A. (2008). Fractional order adaptive high-gain controllers for a class of linear systems. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 13(4), 707–714.
- [16] Ladaci, S., Charef, A., & Loiseau, J. J. (2009). Robust fractional adaptive control based on the strictly positive realness condition.

- [17] Srivastava, H. M., & Saxena, R. K. (2001). Operators of fractional integration and their applications. *Applied Mathematics and Computation*, 118, 1–52
- [18] N'Doye, I. (2011). Généralisation du lemme de Gronwall-Bellman pour la stabilisation des systèmes fractionnaires. Ph.D. Thesis, Ecole doctorale IAEM Lorraine, Morocco.
- [19] Yan-Jun Liu, Zhi-Feng Wang, « Adaptive fuzzy controller design of nonlinear systems with unknown gain sign », *Nonlinear Dyn*, vol. 58, pp. 687–695, 2009.
- [20] L.X. Wang, « Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted pendulum tracking », *IEEE Trans on systems, Man, Cybern-Part B*.vol. 36, no. 5, October 1996.
- [21] H.F. Ho, Y.K. Wong, A.B. Rad, «Adaptive fuzzy sliding mode control with chattering elimination for nonlinear SISO systems», *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 17, pp. 1199–1210, 2009.
- [22] H.F. Ho, Y.K. Wong, A.B. Rad « Adaptive fuzzy sliding mode control with chattering elimination for nonlinear SISO systems », *ELSEVIER Simulation Modeling Practice and Theory* 17 (2009) 1199–1210.
- [23] H.F. Ho, Y.K. Wong, A.B. Rad, « Adaptive fuzzy sliding mode control with chattering elimination for nonlinear SISO systems », *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 17, pp. 1199–1210, 2009.
- [24] A. El Ougli, « Intégration des techniques floues à la synthèse de contrôleurs adaptatifs » thèse de Doctorat, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah, Maroc, 2009.
- [25] Tsung-C. L, Tsu-T. L, Han-L. L, « Adaptive Hybrid Intelligent Control for Uncertain Nonlinear Dynamical Systems » *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS*, VOL. 32, NO. 5, OCTOBER 2002.
- [26] C.Wang-H, Tsung-C. L, L, Han-L. L, « Direct Adaptive Fuzzy-Neural Control With State Observer and Supervisory Controller for Unknown Nonlinear Dynamical Systems » *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS*, VOL. 10, NO. 1, FEBRUARY 2002.
- [27] Tsung-C L, Chi- W, Han-L L, « Observer-based indirect adaptive fuzzyneural tracking control for nonlinear SISO systems using VSS and approaches », *ELSEVIER*.
- [28] L.X. Wang, « Fuzzy systems are universal approximators », *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 1163–1170, San Diego, 1992.
- [29] Tsung-C L, Chia-H K, « synchronization of uncertain fractional order chaotic systems: Adaptive fuzzy approach », *ELSEVIER ISA Transactions* 50 (2011) 548–556.
- [30] L.X. Wang, « Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted pendulum tracking », *IEEE Trans on systems, Man, Cybern-Part B*. vol. 36, no. 5, October 1996.
- [31] W. Rdjem, « Commande adaptative floue à base d'observateur des systèmes non linéaires incertains avec une direction de commande connue ou inconnue » *Mémoire de Master*, Université de M'sila, Algérie, 2012.

[32] Tsung-C L, Chia-H K, Tun-Y L, Valentina E. B, «Adaptive fuzzy tracking design of SISO uncertain nonlinear fractional order time-delay systems », *Nonlinear Dyn* (2012) 69:1639–1650.

[33] Chen-H. Lee, Y-C. Chang, «  $H^\infty$  Tracking design of uncertain nonlinear SISO systems Adaptive fuzzy approach » *IEEE Trans on systems*, Vol. 4, NO. 1, February 1996.