



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHÉMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MÉMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques Appliquées et discrètes

Par

SEGHIOUR ASMA

Sujet

COMPLEXITÉ DES ALGORITHMES-ÉTUDE DE CAS

Soutenu le : 17 / 06 / 2014

devant le jury compose de.

President	:	AMROUNE Abdelaziz	Prof.	Univ M'sila
Rapporteur	:	MIHOUBI Douadi	Prof.	Univ M'sila
Examineur	:	LADJELAT Lahcene	M.A.A	Univ M'sila

Promotion : 2013/2014

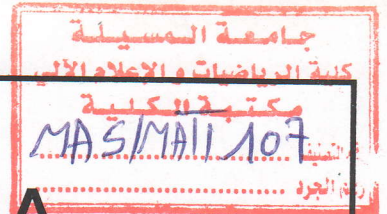


Table des matières

Introduction	4
1 Notions sur la calculabilité	5
1.1 Notions sur théorie de la calculabilité	5
1.1.1 La calculabilité	5
1.2 Problème algorithmique	6
1.2.1 Décidabilité algorithmique	7
1.3 Problèmes traitables, intraitables	8
2 Complexité des algorithmes	9
2.1 Introduction	9
2.2 La complexité	9
2.3 L'algorithme	10
2.4 Complexité en temps et en espace	11
2.5 Ordres de grandeurs asymptotiques	12
2.5.1 Borne supérieur asymptotique	12
2.5.2 Ordre de grandeur asymptotique	17
2.5.3 Borne inférieur asymptotique	18
2.6 Grand O d'un polynôme	18
2.7 Opérations sur les ordres de grandeur	19

2.8	Classes de complexité	21
2.9	Comparaison des ordres de grandeur	22
2.10	Équation de récurrence	23
2.11	Schéma de control dans un algorithme	23
3	Étude de cas	26
3.1	Complexité de l'algorithme d'Euclide pour calcul le pgcd (a, b)	26
3.1.1	La complexité de l'algorithme d'Euclide	29
3.2	Complexité algorithmique de graphe régulier	32
3.3	Complexité du tri à bulles	33
3.3.1	Algorithmes de tri	33
	Conclusion générale	37
	Bibliographie	39

Introduction

La théorie de la complexité s'intéresse à l'analyse des algorithmes, en termes de temps d'exécution et de taille de données nécessaire pour le déroulement d'un algorithme. La connaissance de la complexité d'un algorithme est une caractéristique intéressante, en vue de l'exécution de cet algorithme. La complexité temporelle d'un algorithme est donnée par le nombre d'opérations "élémentaires" requises pour l'exécution de l'algorithme. Connaissant le temps unitaire d'exécution d'une opération "élémentaire", ce nombre constitue une mesure approximative du temps d'exécution. La complexité spatiale est définie par le nombre de données "élémentaires" nécessaires pour l'exécution de l'algorithme. Connaissant la taille d'une donnée élémentaire, ce nombre est une bonne indication de la taille de données requise. La complexité d'un algorithme est le plus souvent exprimée en fonction du cardinal n de l'ensemble des données élémentaires manipulées. A partir du terme dominant de la complexité, deux grandes classes d'algorithmes sont définies :

(1) **Les algorithmes polynômiaux** : ils ont une complexité proportionnelle à n^c , où c est une constante donnée. Dans cette classe, il convient de mentionner les algorithmes linéaires de complexité proportionnelle à n ,

(2) **Les algorithmes exponentiels** : ils ont une complexité proportionnelle à c^n , où c est une constante donnée. Une analyse complète de la complexité d'un algorithme nécessite le calcul de trois grandeurs : La complexité moyenne, la complexité maximale ("au pire"), la complexité minimale ("au meilleur").

Ce travail est une étude sur complexité des algorithmes-étude de cas. Il est composé de trois chapitres. Le premier chapitre intitulé "Notions sur la calculabilité" contient

Conclusion générale

Dans ce travail on a présenté quelque notions sur la calculabilité ainsi que l'étude de la complexité des algorithmes notre attention sur l'étude de la complexité est faite sur l'étude de trois cas

- Complexité de l'algorithme d'Euclide pour le calcul du plus grand commun diviseur de deux entiers a et b
- Complexité de graphe régulier
- Complexité d'un algorithme de tri

Bibliographie

- [1] JOHANNES BUCHMANN : *INTRODUCTION À LA CRYPTOGRAPHIE*, Cours et exercices corrigés, Dunod, Paris(avril 2006)
- [2] ANDRÉ ARNOLD, IRÈNE GUESSARIAN : *Mathématiques pour l'informatique*, avec exercices corrigés, Paris(1997)
- [3] Hartley Rogers, Jr. *Theory of Recursive Functions and Effective Computability*. McGraw-Hill, 1967.
- [4] Christos H. Papadimitriou. *Computational Complexité*. Addison-Wesley.1994
- [5] ROD HAGGARTY, *Mathématiques discrètes appliquées à l'informatique* , synthèse de cours et exercices corrigés, France(juin2005)
- [6] S.L.Khelifati. *Introduction à la Logique Mathématique*, (2003-2004)
- [7] Harry R. Lewis and Christos H. Papadimitriou. *Elements of the Theory of Computation*. Prentice-Hall,1981.
- [8] Arnaud Durand, Paul Rozière, *Calculabilité et incomplétude - Notes de cours*, Paris
- [9] Marc DANIEL, *Complexité des algorithmes*, Ecole Supérieure d'ingénieurs de Luminy, (Novembre 2011).
- [10] Edgar G. Goodaire, Michael M. Parmenter, *Discrete Mathematics*, With Graph theory, Third Edition
- [11] Marc DANIEL, *Complexité des algorithmes*, Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Luminy, Novembre 2011

- [12] **P. Véron**, *Analyse de la complexité des algorithmes*, Preuves et Analyses d'algorithmes
- [13] **Sebastiaan A. Terwijn**, *Éléments de Théorie de la Calculabilité*, Version préliminaire du 16 octobre 2008.
- [14] **Madeleine Bonnet**, *FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE THÉORIE DES LANGAGES*, Cours de troisième année, Université Paris Descartes Année 2006-2007