

II.1-INTRODUCTION

*L*es modèles linéaires donnent une représentation suffisante pour un grand nombre de systèmes physiques, permettant l'analyse des lois de commande en utilisant les outils de l'automatique linéaire; cependant, ces modèles simplistes sont souvent valables dans les domaines limités et sous certaines contraintes. Donc les modèles non linéaires sont en général nécessaires pour prendre en compte le maximum de phénomènes régissant l'évolution dynamique du système [6]. Donc, qu'est un système non -linéaire commandé ?

Un système non-Linéaire commandé, décrit l'évolution temporelle de l'état du système, et dépend d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commande ou, simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs.

Les entrées peuvent être choisies comme des fonctions du temps (en boucle ouverte) ou en boucle fermée, comme des fonctions de variables mesurées, appelées mesures ou observations, qui rendent compte de l'état du système à chaque instant.

L'automatique non linéaire est un domaine de recherche intensif et beaucoup d'outils mathématiques ont vu leur émergence ces dernières décennies notamment la géométrie différentielle; celle-ci constitue un outil moderne et puissant d'analyse et de synthèse.

La linéarisation par retour d'état (linéarisation par bouclage) est une approche de conception de la commande non-linéaire, qui a attiré les chercheurs ces dernières années.

L'idée de base de cette approche est la manipulation algébrique de la dynamique du système non linéaire complètement ou partiellement (fully or partly) et sa transformation dans un système linéaire.

La linéarisation par retour d'état peut être utilisée dans le développement des contrôleurs robustes, aussi elle est utilisée avec succès pour adresser des problèmes de commande dans la pratique y comprendre le control des hélicoptères, des avions à hautes performances, robots industriels et des appareils médicaux [7].

II.2-La linéarisation entrée-sortie :

Dans les deux dernières décennies, la théorie de la commande par le retour d'état a connu des développements significatifs. Cette méthode est basée sur la théorie de la géométrie différentielle pour la commande des systèmes non linéaires [2]. Parmi les techniques développées, on peut citer tout particulièrement la méthode de linéarisation par retour d'état avec découplage entrée – sortie (input output linearization control).

II.2.1-Principe de linéarisation entrée – sortie :

Le but de cette technique est de transformer le système multi entrée non linéaire en un système linéaire en utilisant un retour d'état linéarisant avec découplage entrée-sortie. De là, on pourra appliquer la théorie des systèmes linéaire [8].

Soit un système d'ordre n , multi entrée et multi sortie, décrit par la représentation d'état non linéaire suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{II.1}$$

Avec :

u et y : vecteur de commande (d'entrée) , vecteur de sortie , respectivement .

$f(x)$, $g(x)$: champs de vecteurs .

$h(x)$: vecteur de sortie .

Les éléments des champs vectoriels f , g et h sont des fonctions lisses.

Si l'on considère le cas des systèmes avec m entrée et m sortie, on cherche un bouclage statique de la forme $u = \alpha(x) + \beta(x)v$, tel que le comportement entrée – sortie du système (II.1) après bouclage soit linéaire et découplé . Ainsi on obtient un ensemble de m sous systèmes mono sortie indépendants où les entrées du sous système i n'affectent pas la sortie y_j et réciproquement [8].

Avec :

v : nouvelle variable de commande du système linéaire, $v \in R^m$.

β : Matrice non singulière de dimension $m \times m$.

α : Vecteur de dimension $m \times 1$.

On utilise souvent des notions de la géométrie différentielle et de topologie, telles que la dérivée de Lie, le crochet de Lie, le difféomorphisme, la distribution, et l'involutivité. Toutes ces notions sont présentées dans l'annexe [C].

La nouvelle commande v permet de ramener le comportement entrée–sortie du système, défini par l'équation (II.1) à celui d'un système linéaire, par différentiation des sorties y_i du système jusqu'à l'apparition des anciennes commandes u_i en utilisant la dérivée de Lie.

II.2.2-Dérivée de LIE :

Etant donnée la fonction scalaire $h_i(x)$ définie de $R^n \rightarrow R$ et un champ de vecteur $f(x)$ continu défini de $R^n \rightarrow R^n$, la dérivée de LIE de $h_i(x)$ selon la direction du champ vectoriel $f(x)$ est défini comme suite [9] :

$$L_f h_i(x) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial x_j} f_j(x) \quad (\text{II.2})$$

La dérivée de LIE d'ordre k est :

$$L_f^k h_i(x) = \frac{\partial (L_f^{k-1} h_i)}{\partial x} f(x) \quad (\text{II.3})$$

De la même manière, si g est un autre champ vectoriel, la fonction scalaire $L_g L_f h_i(x)$ est donnée par :

$$L_g L_f h_i(x) = \frac{\partial (L_f h_i)}{\partial x} g(x) \quad (\text{II.4})$$

II.2.3-Elaboration de la commande non linéaire:

L'application de la dérivée de LIE à la sortie y_j du système (II.1), donne la première dérivée comme :

$$\dot{y}_j = L_f h_j + \sum_{i=1}^m u_i L_{g_i} h_j \quad (\text{II.5})$$

Lorsque la première dérivée de y_j ne dépend d'aucune entrée, alors $L_{g_i} h_j = 0$, $\forall i \in \{1, \dots, m\}$ et la commande n'apparaît pas.

On continue la dérivation de y_j jusqu'à ce qu'un des coefficients de commande ne soit pas nul.

On peut écrire, dans ce cas :

$$y_j^{r_j} = L_f^{r_j} h_j + \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{(r_j-1)} h_j u_i \quad (\text{II.6})$$

Avec, $L_{g_i} L_f^{(r_j-1)} h_j \neq 0, \forall x \in \Omega$ Ω : ensemble des états.

On appelle r_j le degré relatif de la sortie y_j , r_j est défini comme étant le plus entier pour lequel la commande u apparaît explicitement dans la dérivée d'ordre r_j de la sortie y_j .

En effectuant la même opération pour chaque sortie du système, on obtient:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} L_{g1} L^{r_1-1} h_1 & \dots & L_{gm} L^{r_1-1} h_1 \\ \vdots \\ L_{g1} L^{r_m-1} h_m & \dots & L_{gm} L^{r_m-1} h_m \end{pmatrix}}_{E(x)} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

La matrice $E(x)$ est dite matrice de découplage du système multi variable (II.1).

Le système (II.1) est découplable statiquement sur un ensemble de définition Ω de R^n si et seulement si [9] :

$$\text{rang } E(x) = m \quad \forall x \in \Omega \quad (m = \text{nombre de sortie})$$

Si cette condition est satisfaite, le retour d'état statique qui linéarise le système est donnée par:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = -E(x)^{-1} \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m \end{bmatrix} + E(x)^{-1} \begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Le système bouclé par ce retour d'état conduit à un système différentiel linéaire entre la sortie y et la nouvelle entrée v :

$$y_j^{(r_j)} = v_j \quad 1 \leq j \leq m \quad (\text{II.9})$$

On note $u = [u_1 \dots u_m]^T$ et $v = [v_1 \dots v_m]^T$, le vecteur v représente les nouvelles commandes qui sont conçues afin d'imposer une nouvelle dynamique. On peut écrire :

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (\text{II.10})$$

avec :

$$\alpha(x) = -E(x)^{-1} \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m \end{bmatrix}, \quad \beta(x) = E(x)^{-1} \quad (\text{II.11})$$

Le schéma de principe de la linéarisation entrées - sorties est montré dans la figure (II.1)

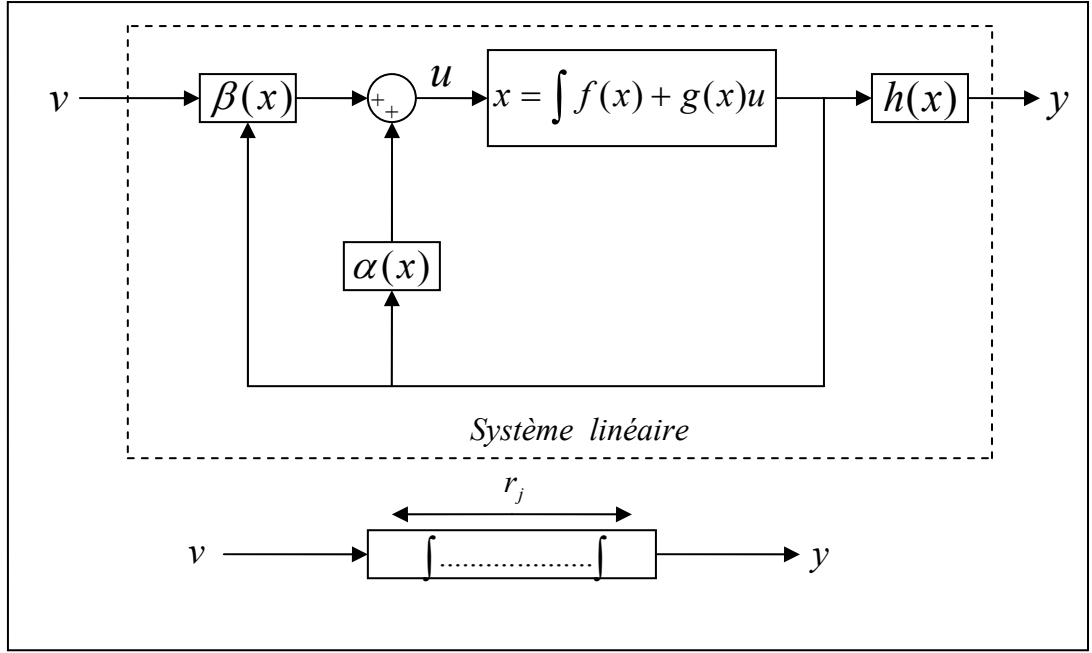


Figure (II.1): Schéma du principe de linéarisation entrées – sorties

Lorsque la condition nécessaire et suffisante d'inversibilité $E(x)$ citée précédemment est remplie, on peut choisir le changement de variable d'état d'écrit en (II.12) afin d'obtenir la forme canonique de Brunovsky.

Soit le vecteur d'état $X = [x_{11} \dots x_{1r_1} \dots x_{21} \dots x_{2r_2} \dots x_{mr_m}]$, le changement d'état proposé est:

$$\begin{cases} x_{11} = y_1 \\ x_{12} = \dot{y}_1 \\ \vdots \\ x_{mr_m} = y_m^{(r_m-1)} \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

La forme canonique s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{1r_1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{m1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{mr_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & \\ \vdots & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ & & & & 0 & 1 \\ & & & & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ \vdots \\ x_{1r_1} \\ \vdots \\ x_{m1} \\ \vdots \\ x_{mr_m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_1 + \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} v_m \quad (\text{II.13})$$

On appelle $r = \sum_{i=1}^m r_i$ le degré relatif total du système. Deux cas sont possibles suivant la valeur de r .

- $\sum_{i=1}^m r_i = r < n$

Il reste $(n - r)$ variables d'état qui ne sont pas représentées dans (II.12). On les appelle les zéros du système linéarisé. Ils sont devenus non observable pour le système (II.13).

Il faut prouver la stabilité de leur dynamique afin d'appliquer la linéarisation entrée-sortie.

- $\sum_{i=1}^m r_i = r = n$

Toutes les variables d'état sont linéarisables. Le système bouclé obtenu tel le système (II.13) est linéaire commandable et observable.

II.3-Application au modèle de la machine asynchrone :

L'application de la technique de linéarisation avec découplage entrée-sortie au modèle de la MAS, permet de pouvoir commander séparément le flux et la vitesse. Avec cette technique de commande, le modèle du moteur est décomposé en deux systèmes linéaires mono variables indépendants.

Chaque sous système représente une boucle indépendante de commande d'une variable donnée (vitesse, couple, flux, etc...). La dynamique du système linéarisé est choisie par un placement de pôles.

II.3.1-Modélisation de la machine asynchrone commandée en tension :

Pour une commande en tension de la MAS, le modèle complet correspondant dans le repère lié au stator est obtenu en considérant le vecteurs d'état $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ \phi_{r\alpha} \ \phi_{r\beta} \ \Omega]^T$ et le vecteur de commande $u = [u_{s\alpha} \ u_{s\beta}]^T$.

Ce modèle est régi par :

$$\dot{x} = f(x) + g_\alpha u_{s\alpha} + g_\beta u_{s\beta} \quad (\text{II.14})$$

où les champs vectoriels f, g_α, g_β sont :

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_s L_r^2 + M^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}\right) i_{s\alpha} + \frac{MR_r}{\sigma L_s L_r^2} \phi_{r\alpha} + \frac{pM}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{r\beta} \\ -\left(\frac{R_s L_r^2 + M^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}\right) i_{s\beta} - \frac{pM}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{r\alpha} + \frac{MR_r}{\sigma L_s L_r^2} \phi_{r\beta} \\ \frac{MR_r}{L_r} i_{s\alpha} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{r\alpha} - p\Omega \phi_{r\beta} \\ \frac{MR_r}{L_r} i_{s\beta} + p\Omega \phi_{r\alpha} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{r\beta} \\ \frac{pM}{JL_r} (\phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \phi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{C_r}{J} \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

$$g_\alpha = [\alpha_0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, g_\beta = [0 \ \alpha_0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (\text{II.16})$$

Posons : $T_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad \beta_0 = \frac{M}{\sigma L_s L_r}, \quad \gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{M^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}, \quad \alpha_0 = \frac{1}{\sigma L_s} \text{ et } \mu = \frac{pM}{JL_r}$

On réécrit $f(x)$ comme suit :

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\gamma x_1 + \frac{\beta_0}{T_r} x_3 + p\beta_0 x_4 x_5 \\ -\gamma x_2 - p\beta_0 x_3 x_5 + \frac{\beta_0}{T_r} x_4 \\ \frac{M}{T_r} x_1 - \frac{1}{T_r} x_3 - p x_4 x_5 \\ \frac{M}{T_r} x_2 + p x_3 x_5 - \frac{1}{T_r} x_4 \\ \mu(x_2 x_3 - x_1 x_4) - \frac{C_r}{J} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

II.3.2-Choix des grandeurs de sortie :

Afin d'atteindre les objectifs de contrôle qui consistent en la commande des deux grandeurs flux et vitesse, on choisit les variables de sorties suivantes :

$$Y = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 = x_3^2 + x_4^2 = \varphi_r \\ x_5 = \Omega \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

II.3.3-Calcul du degré relatif :

La condition de linéarisation permettant de vérifier si un système non linéaire admet une linéarisation entrée-sortie est l'ordre du degré relatif du système [10].

On calcul le degré relatif r_i associé à chaque grandeur de sortie y_i choisie, lequel correspond au nombre de fois qu'il faut dériver cette sortie pour faire apparaître explicitement une des grandeurs de commande. Dans notre cas, les commandes apparaissent pour la première fois dans les dérivées secondes [10].

$$\text{Sortie } y_1 : \begin{cases} \dot{h}_1(x) = L_f h_1(x) \\ \ddot{h}_1(x) = L_f^2 h_1(x) + L_{g\alpha} L_f h_1(x) u_{s\alpha} + L_{g\beta} L_f h_1(x) u_{s\beta} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

$$\text{Sortie } y_2 : \begin{cases} \dot{h}_2(x) = L_f h_2(x) \\ \ddot{h}_2(x) = L_f^2 h_2(x) + L_{g\alpha} L_f h_2(x) u_{s\alpha} + L_{g\beta} L_f h_2(x) u_{s\beta} \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$$\begin{cases} L_f h_1(x) = \frac{2M}{T_r} f_1 - \frac{2}{T_r} \phi_r \\ L_f^2 h_1(x) = 2 \frac{M^2}{T_r^2} f_3 - \left(\frac{2M\gamma}{T_r} + \frac{6M}{T_r^2} \right) f_1 + 2p \frac{M}{T_r} x_5 f_2 + \left(\frac{4}{T_r^2} + \frac{2}{T_r^2} M\beta_0 \right) \phi_r \\ L_{g\alpha} L_f h_1(x) = 2\beta_0 R_r x_3 \\ L_{g\beta} L_f h_1(x) = 2\beta_0 R_r x_4 \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

$$\begin{cases} L_f h_2(x) = \mu f_2 - \frac{C_r}{J} \\ L_f^2 h_2(x) = -p\mu x_5 f_1 - \mu \left(\frac{1}{T_R} + \gamma \right) f_2 - p\mu\beta_0 x_5 \phi_r \\ L_{g\alpha} L_f h_2(x) = -\mu\alpha_0 x_4 \\ L_{g\beta} L_f h_2(x) = \mu\alpha_0 x_3 \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

Où :

$$f_1 = x_1 x_3 + x_2 x_4, \quad f_2 = x_2 x_3 - x_1 x_4, \text{ et } f_3 = x_1^2 + x_2^2$$

Le degré relatif associé aux grandeurs de sortie y_1 et y_2 sont respectivement $r_1=2$ et $r_2=2$.

L'ordre de la dynamique interne associé à cette linéarisation est égale à :

$$n - (r_1 + r_2) = 1$$

n: étant l'ordre du système à contrôler ($n=5$).

Cette dynamique interne est inobservable à partir des sorties choisies par la loi de commande. Ainsi il devient impératif de vérifier sa stabilité [10]. Dans [8], le choix de la position du flux rotorique par rapport au stator a été effectué comme coordonnée. La position est une grandeur bornée entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$ et ce qui garantit la stabilité de la dynamique inobservable.

II.3.4-Linéarisation du système :

Pour linéariser la dynamique entrée-sortie du moteur, on considère seulement les dérivées des sorties. On obtient :

$$\begin{bmatrix} \ddot{h}_1 \\ \ddot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^2 h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} + E(x) \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

Avec

$$E(x) = \begin{pmatrix} L_{g\alpha} L_f h_1(x) & L_{g\beta} L_f h_1(x) \\ L_{g\alpha} L_f h_2(x) & L_{g\beta} L_f h_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\beta_0 R_r x_3 & 2\beta_0 R_r x_4 \\ -\mu\alpha_0 x_4 & \mu\alpha_0 x_3 \end{pmatrix} \quad (\text{II.25})$$

Donc :

$$\text{Det}[E(x)] = 2\mu\beta_0\alpha_0 R_r \varphi_r \quad (\text{II.26})$$

Le déterminant de la matrice $E(x)$ est toujours différent de zéro, donc $E(x)$ est une matrice inversible. Ainsi, la loi de commande pour la linéarisation et le découplage entrée-sortie par retour d'état du moteur est donnée par :

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} = E^{-1}(x) \left[\begin{pmatrix} -L_f^2 h_1(x) \\ -L_f^2 h_2(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \right] \quad (\text{II.27})$$

Où $v = [v_1 \ v_2]^T$ représente le nouvel vecteur des variables d'entrée. Ce régulateur linéarise et découple le système tel que:

$$\begin{cases} \ddot{h}_1(x) = v_1 \\ \ddot{h}_2(x) = v_2 \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

Le système découplé peut être représenté par deux intégrateurs d'ordre '2'.

II.3.5-Synthèse des régulateurs :

Pour assurer une parfaite régulation de flux et de la vitesse vers leurs références respective ϕ_{ref} et Ω_{ref} les variables v_1 et v_2 sont calculées de la manière suivante [10].

$$\frac{d^2 \varphi_r}{dt^2} = v_1 = k_{\phi 1} (\varphi_{rref} - \varphi_r) + k_{\phi 2} \left(\frac{d\varphi_{rref}}{dt} - \frac{d\varphi_r}{dt} \right) + \frac{d^2 \varphi_{rref}}{dt^2} \quad (II.29)$$

$$\frac{d^2 \Omega}{dt^2} = v_2 = k_{\Omega 1} (\Omega_{ref} - \Omega) + k_{\Omega 2} \left(\frac{d\Omega_{ref}}{dt} - \frac{d\Omega}{dt} \right) + \frac{d^2 \Omega_{ref}}{dt^2} \quad (II.30)$$

Les coefficients $k_{\phi 1}, k_{\phi 2}, k_{\Omega 1}, k_{\Omega 2}$ sont choisis tels que $s^2 + k_{\phi 2}s + k_{\phi 1}$ et $s^2 + k_{\Omega 2}s + k_{\Omega 1}$ soient des polynômes d'Hurwitz. Ces coefficients sont calculés pour un placement de pôles tels que : $\zeta=1$, $\omega_{n\phi}=150$, $\omega_{n\Omega}=25$.

III.4-BLOC DE SIMULATION

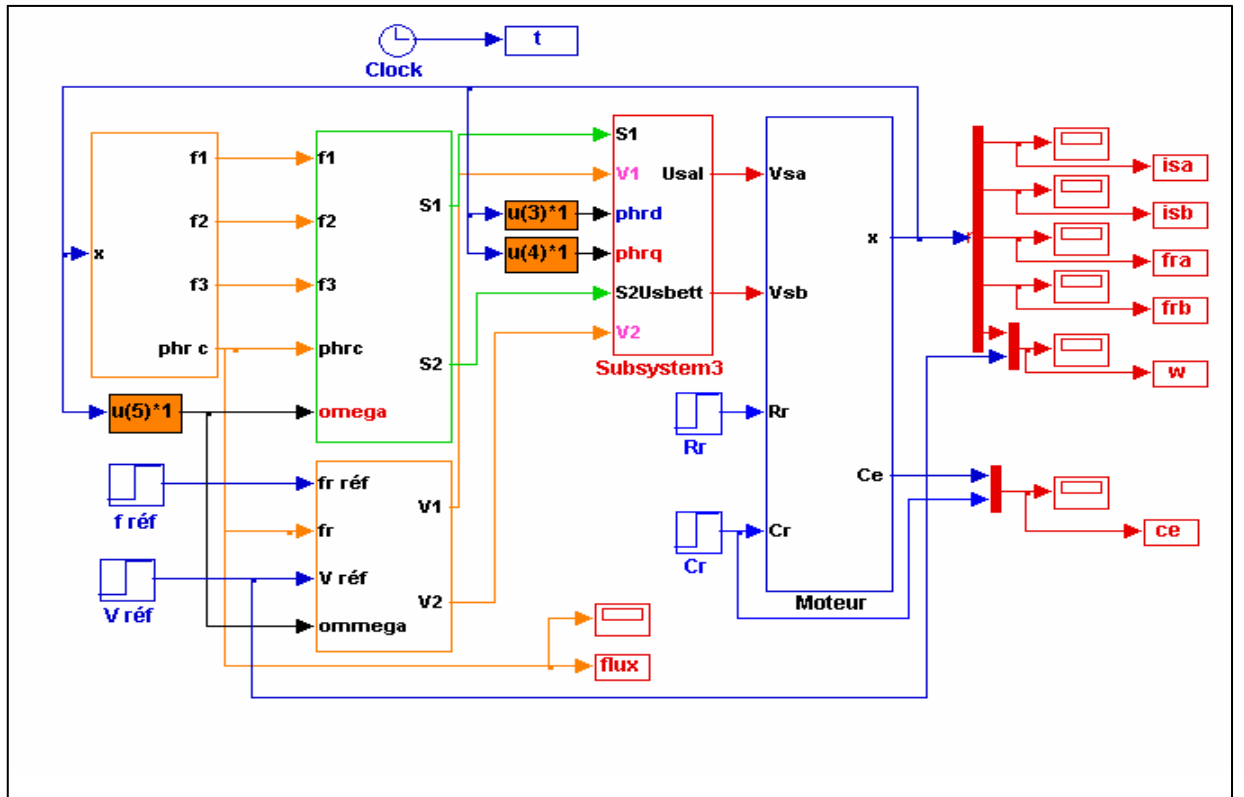


Figure (II.2): Schéma bloc de la Commande non linéaire de la M. AS.

II.5-RSULTAT DE SIMULATION

Les performances statiques et dynamiques de la linéarisation entrée-sortie de la machine asynchrone sont illustrées par la figure (II.3). Avec une consigne du flux rotorique constante, on a obtenu un découplage idéal vis-à-vis du couple, la vitesse est obtenue sans dépassement et sa poursuite est faite naturellement selon la dynamique exigée par la partie mécanique. Le rejet de la perturbation est aussi bien réalisé avec un retour à la consigne de vitesse. (la double intégration avec un contrôle de 2^{ème} ordre des erreurs effacent le traînage).

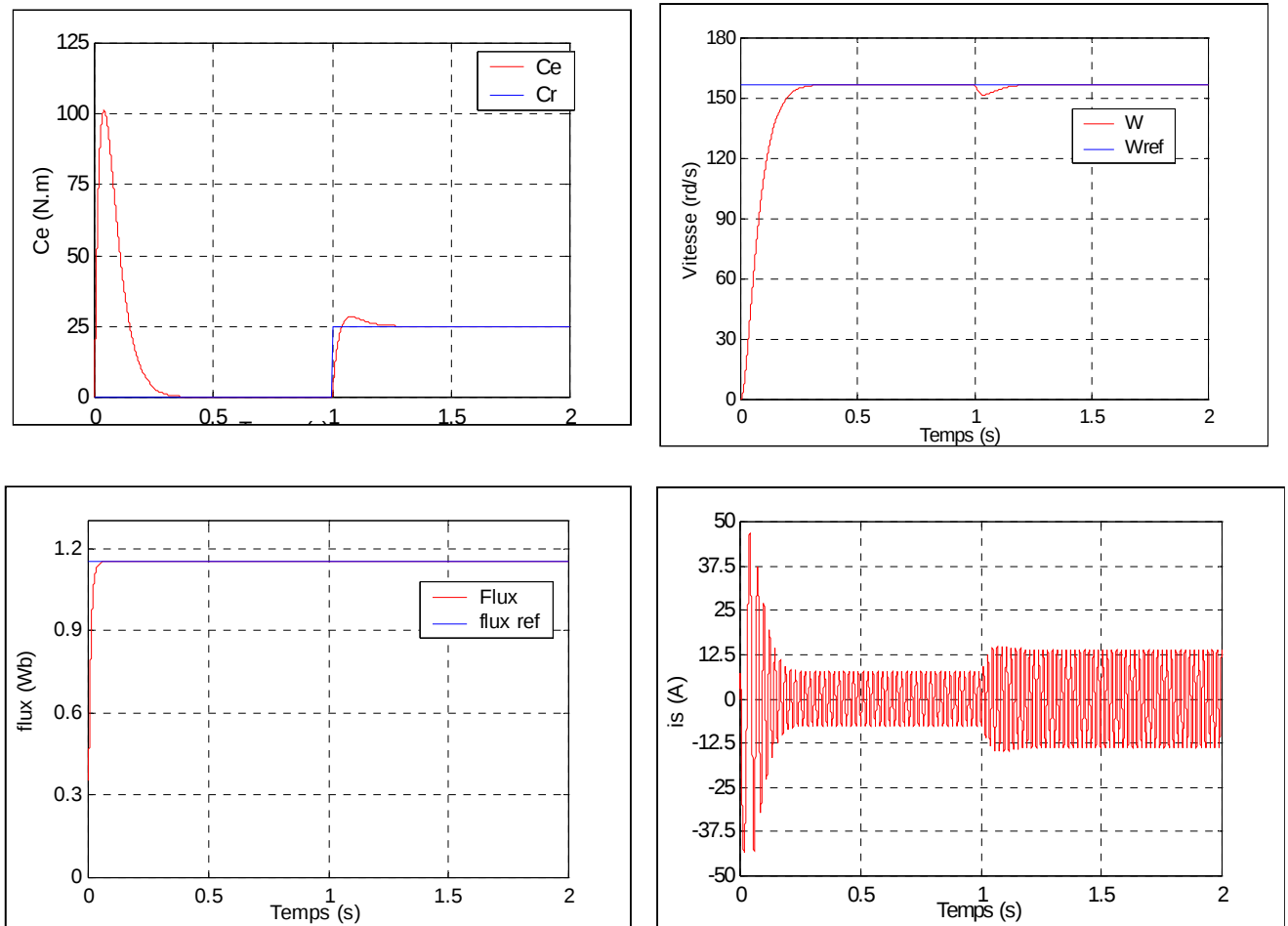


Figure (II-4): Résultats de simulation de la commande non linéaire de la MAS en charge nominale après un démarrage à vide.

II.6-CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude théorique sur les notions appropriées à la commande non linéaire par le biais de la linéarisation entrée-sortie et son application sur le modèle de la machine. Nous avons vu que le modèle réduit de la machine asynchrone, dans le référentiel lié au stator avec la vitesse et le flux comme grandeurs de sorties, admet une linéarisation partielle avec une dynamique interne. Les résultats de simulation obtenus montrent que la commande non linéaire permet de découpler le réglage de la vitesse et du flux. De même, le modèle ainsi linéaire est rempli au moyen de la technique de régulation appropriée aux systèmes linéaires telle que placement de pôles. Par la suite, ce type de commande sera appliqué en utilisant les régulateurs en mode glissant.