



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option : Mathématiques Fondamentales et Appliquées

Par

BEN DAKFAL LAKHDAR

Sujet

**Méthode d'Adomian pour la résolution
d'équations fonctionnelles**

Devant de jury :

Mr. Mostefa NADIR

Mr. Abed El-Kader GASMI

Mr. Bachir GAGUI

Prof

M.C

M.A.A

Président

Encadreur

Examineur

Univ de M'sila

Univ de M'sila

Univ de M'sila

Promotion: 2013/2014

3.2 Résolution d'équations aux dérivées partielles	35
3.2.1 Théorème sur un exemple simple	35
3.2.2 Présentation de la méthode d'Adomian pour résoudre différents types d'EDPs	38
Conclusion	42

Table des matières

Notations	1
Introduction	2
1 Notions fondamentales et définitions (rappels)	4
1.1 Équations algébriques	4
1.2 Équations différentielles ordinaire	9
1.3 les series	12
1.3.1 Série à termes positifs	12
1.4 Equations aux dérivées partielles	14
1.4.1 Définition sur les EDPs	14
1.4.2 Classification des EDP quasi-linéaires du deuxième ordre	15
1.5 Quelques applications sur les EDPs	16
1.5.1 Equation de la chaleur dans $\mathbb{R}^2$	16
2 Présentation de la méthode décompositionnelle d'Adomian	20
2.1 Aperçu général de la méthode d'Adomian	20
2.2 Description générale de la méthode	21
2.3 la Convergence de la méthode décompositionnelle d'Adomian	25
3 Quelques applications de la méthode d'Adomian	30
3.1 Résolution d'équations algébriques	30
3.2 Résolution d'équations différentielles	32

3.3	Résolution d'équations aux dérivées partielles	35
3.3.1	illustration sur un exemple simple	36
3.3.2	comment utiliser la méthode d'Adomian pour résoudre différents types d'EDP	38
conclusion		42

EDPs: Equations aux dérivées partielles

EDO: Equation Différentielle Ordinaire

MDA: Méthode de décomposition d'Adomian

N : Opérateur non linéaire

R : Opérateur linéaire

L : Opérateur linéaire inversible

A_n : Polynôme d'Adomian

$L_x(\cdot)$, la dérivé par rapport à x , $L_x(\cdot) = \frac{\partial}{\partial x}(\cdot)$

$L_t(\cdot)$, la dérivé par rapport à t , $L_t(\cdot) = \frac{\partial}{\partial t}(\cdot)$

$L_t^{-1}(\cdot)$, Est l'inverse de $L_t(\cdot)$

H : Espace de Hilbert

Introduction générale

De nombreux modèles en biomathématiques se présentent sous la forme d'équations différentielles, différentielles avec retard, integro différentielles et aux dérivées partielles. De plus ces équations sont la plupart du temps fortement non linéaires avec des conditions initiales et aux limites.

La résolution de telles équations par les méthodes dites classiques, entre autres les méthodes des éléments finis, des différences finies, des volumes finis et la méthode spectrale, donnent des approximations de la solution en des points discrets. En outre, ces méthodes font appel à des techniques de discrétisation de l'espace et du temps et elles linéarisent souvent les équations.

Dans le milieu des années 80, le professeur **Gorge Adomian (21 mars 1922-1996)** a proposée une nouvelle méthode, notée méthode de décomposition d.Adomian (MDA), pour résoudre des équations fonctionnelles de types, (équations intégrales, équations Algébriques, équations aux dérivées partielles(EDPs), équations différentielles ordinaires (EDO),...etc).

La technique de cette méthode utilise la décomposition de l'opérateur non linéaire par une série, généralisée par un polynôme est appelé polynôme d.Adomian A_n .

Dans ce mémoire on traite des problèmes modèles des équations algébriques des équations différentielles et des équations aux dérivées partielles (EDPs) linéaire et non linéaire, (homogènes et non homogènes).

Il y a plusieurs méthode pour résoudre ces équations, notamment la transformée de Fourier, séparation des variables...etc.

Notre travail consiste à trouver les solutions de ces équations par la méthode de décomposition d.Adomian, ou la solution du problème modèle donnée sous la forme d'une série.

$$u(x, t) = \sum_{n=0} u_n(x, t)$$

Pour trouver $u_n(x, t)$, on applique la méthode d'Adomian, dans ce cas en utilisant le polynôme d'Adomian A_n et on remarque que la convergence de la série est contrôlée par des théorèmes donnés.

Le travail est partagé en trois chapitres :

Dans le premier chapitre, on donne des rappels sur les équations algébriques et les équations différentielles ordinaires et les séries (définie quelques types de la série, série à terme positive, série absolument convergente,...) et quelques types des équations aux dérivées partielles (EDPs), leurs classifications, et le théorème d'approximation (de Weierstrass) qui permet d'écrire une fonction par un polynôme.

Dans le deuxième chapitre, on donne le principe de la méthode d'Adomian avec la façon de calculer le polynôme d'Adomian et des théorèmes pour la convergence de la solution.

Enfin, Dans le dernier chapitre, on donne certaines applications pour résoudre différents types d'équations précédentes (équations algébriques, équations aux dérivées partielles (EDPs), équations différentielles ordinaires (EDO)).

1.1 Équations algébriques

Une équation n'est en fait rien d'autre qu'une égalité entre deux membres. Souvent, dans les problèmes, l'on veut déterminer une certaine quantité et l'énoncé se traduit simplement par une égalité qui fait intervenir la quantité inconnue. Comme le fait de nommer les choses permet souvent de mieux les traiter, ce que l'on fait, c'est que l'on donne au certain nom à notre inconnu, le plus souvent on l'appelle x . On obtient ainsi une égalité que doit vérifier x , une équation comme on dit. Bien sûr, il y a des équations de toutes sortes. Il y a les affines, c'est-à-dire celles qui sont de la forme $ax + b = 0$. Il y a les équations de degré 2, celles de degré 3, etc... Mais il y en a encore tout un tas d'autres, notamment celles de la forme $a^x = b$, ou encore $\sin(3x + 1) = 3x^2 - 2x$. Résoudre une équation, c'est trouver tous les nombres x qui vérifient l'égalité de départ. Ce que l'on appelle équation algébrique, c'est une équation pouvant se mettre sous la forme $a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 = 0$, où les a_i sont des

conclusion générale

Dans ce travail, on utilise la méthode de décomposition d'Adomian pour résoudre des exemples des problèmes de ce type des équations fonctionnelles est en démontrant que la MDA est efficace pour déterminer la solution exacte des problèmes donnés (linéaire, non linéaire).

- [4] M.Nadir, Cours équations différentielles ordinaires, Université de M'Elia Algérie 2004.
- [5] G.DUPONT, *Series et intégrales*, Office des Publications Universitaires 29,N° 1412, Hydra Alger 1993.
- [6] Nelly POINT et Jacques-Hervé SAIAC, *Equations Aux Dérivées Partielles Mathématiques et Méthodes Numériques*, E.S.C.P1 O.M.2 Second Cycle, 13 Mai 2008.
- [7] K.Abboud, *Cours de Magister*, Université de Sfax, 1999.
- [8] B.O.KONFE, *Nouvelles méthodes mathématiques Adomian et Adomian pour la Bio-médecine*, Thèse de doctorat Université de Ouagadougou, 10/12/2005.
- [9] G. ADOMIAN H. Rach, "Polynomial nonlinearities in differential equations " J of Math. anal. and Ap. Vol 100 n° 1, 1983.
- [10] G. ADOMIAN G. E. Adomian, "A global method for solution of complex systems " Math. Modelling Vol. 5 P. 261 - 268, 1984.
- [11] G. ADOMIAN, "Convergence series solution of nonlinear equations " Journal of comp. and Ap. Math. Vol 11, P.225 - 230, 1984.

[12] G. ADOMIAN, " A review of the decomposition method and some recent results for integral equations " *Math. Comput. Modelling*: 13(7) , 17-43 ,1990 .

[13] Y.Chavezani, " Convergence of Adomian's method " *Kybernetika* 18(2), 31- 38 (1988).

[14] Y. Chavezani, " New results for convergence of Adomian's method applied to integral equations " *Math. Comput. Modelling Vol* 18 , n° 2 , 77-85-95 , 1992 .

Bibliographie

- [1] G. Godefroy, *L'aventure des nombres*, Odile Jacob, 1997.
- [2] E. Cousquer, *La fabuleuse histoire des nombres*, Diderot Editeur, 1998.
- [3] I. Stewart, *Galois Theory*, Chapman and Hall, 1973.
- [4] M.Nadir, *Cours équation différentielle ordinaire*, University de M'sila Algerie 2004.
- [5] G.DUPONT, *Séries et intégrales*, Office des Publications Universitaires 29, N° 1412 , Hydra.Alger,1983.
- [6] Nelly POINT et Jacques-Hervé SAIAC, *Equations Aux Dérivées Partielles Mathématiques et Méthodes Numériques*, E.S.C.P.I ,G.M.2-Socond Cycle,13 Mai 2008
- [7] K.Abboui, *Cours de Magister*, Université de Sétif, 1999
- [8] B.O.KONFE, *Nouvelles méthodes mathématiques Alinor et Adomian pour la Bio-médecine*, Thèse de docteur Université de ouagadougou, 10/12/2005
- [9] G . ADOMIAN R. Rach, " Polynomial nonlinearities in differential equations " *J of Math . anal . and Ap . Vol 109 n° 1* ,1985 .
- [10] G . ADOMIAN G. E. Adomian, " A global method for solution of complex systems " *Math. Modelling* 1 Vol. 5 P . 251 - 263 , 1984.
- [11] G .ADOMIAN , " Convergent series solution of nonlinear equations " *Journal of comp . and Ap . Math . , Vol 11 , P.225 - 230 , 1984 .*

- [12] G . ADOIVIAN, " A review of the decomposition method and some recent results for nonlinear equations" ,Math. Comput . Modelling: 13(7) , 17-43 ,1990 .
- [13] Y.Cherruault, " Convergence of Adomian's method . ",Kybernetes 18(2), 31- 38 (1989).
- [14] Y . Cherruault , G . Saccornandi and B . Some, " News results for convergence of Adomian's method applied to integral equations , " Math. Comput. Modelling Vol. 16 . n° 2 , PP .85 - 93 , 1992 .

d'Adomian pour. Dans ce travail on présente la méthode de décomposition la résolution des équations algébriques, équations différentielles ordinaires et EDPs, du premier ordre linéaire et non linéaire, et on remarque la différence entre la solution par cette méthode et la solution par des méthodes analytiques, pour évaluer l'efficacité de cette méthode.

Mots clés: Méthode de décomposition d'Adomian, les séries, Equation aux dérivées partielles.

Abstract:

In this work we present the principle of this method called Adomian decomposition method (ADM), for solving algebraic equations, ordinary differential equations and PDEs of first order linear and nonlinear, where the solution given by this method.

Finally we compare between the solution by Adomian and the exact solution, and show the efficiency of this method, and the results obtained are compared between the ADM and the exact solution.

Keywords: Adomian decomposition method, the partial differential equation, the series.

المخلص:

تركزت هذه الدراسة في هذا البحث على حل بعض نماذج من المعادلات الجبرية والمعادلات التفاضلية العادية والمعادلات التفاضلية الجزئية، الخطية و اللاخطية باستخدام طريقة أدومين التحليلية، تم الحصول على الحل لهذه النماذج على شكل سلاسل عددية، و نتائج عددية تثبت مدى تقارب الحل بطريقة أدومين نحو الحل الصحيح.

الكلمات المفتاحية: طريقة أدومين التحليلية، السلاسل العددية، المعادلات التفاضلية الجزئية

Résumé:

Dans ce travail on présente la méthode de décompositions d'Adomian pour la résolution des équations algébriques, équations différentielles ordinaire et EDPs, du première ordre linéaire et non linéaire, et on remarque la différence entre la solution par cette méthode et la solution par des méthodes analytiques, pour résulte l'efficacité de cette méthode

Mots clés: Méthode de décomposition d'Adomian, les séries, Equation aux dérivées partielles

Abstract:

In this work we present the principal of this method called Adomian decomposition method (ADM), for solving algebraic equations, ordinary differential equations and PDEs of first order linear and nonlinear, where the solution given by the series.

Finely we compared between the solution by Adomian and the exact solution, and show the efficacies in this methods, and the results obtained are compared between the solution and the exact solution.

Keywords: the Adomian decomposition method, the partial differential equation, the series.