

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE : DES SCIENCES

DEPARTEMENT : PHYSIQUE

N°: Ph/ENR/2020

ET ENERGIE RENOUVELABLE



DOMAINE : Sciences des matériaux

FILIERE : PHYSIQUE

OPTION : PHYSIQUE ENERGETIQUE

Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique

Par: Bouchakour Boubekour

Bouchareb Kouider

Intitulé

**Simulation numérique de la convection naturelle double
diffusion entre deux cylindres elliptiques : influence de
l'inclinaison**

Soutenu le .. / 09 /2020 Devant le jury composé de:

TALOUB Djedid

Université Med BOUDIAF M'sila

Président

BOURAS Abdelkarim

Université Med BOUDIAF M'sila

Rapporteur

BENDERRADJI Razik

Université Med BOUDIAF M'sila

Examineur

Année universitaire : 2019/2020

Table des Matières

Remerciement	
Dédicace	
Résumé	
Table des Matières	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Nomenclature	

Introduction Générale

Chapitre 1 : Généralité et synthèse bibliographique

1.1. Introduction.....	1
1.2. Modes de transfert de chaleur.....	1
1.2.1. Transfert de chaleur par conduction dans les solides.....	1
1.2.2. Transfert de chaleur par rayonnement.....	2
1.2.3. Transfert de chaleur par convection.....	3
1.3. Types de convection.....	3
1.3.1. Convection forcée	3
1.3.2. Convection naturelle.....	4
1.3.3. Convection mixte.....	4
1.3.4. Convection laminaire	4
1.5. Domaines d'application de la convection naturelle.....	5
1.6. Convection naturelle dans des enceintes fermées.....	5
1.7. Convection naturelle entre deux cylindres.....	6
1.8. Problématique.....	7

Chapitre 2 : Formulation Mathématique

2.1. Introduction.....	8
2.2. Modèles physique.....	8
2.3. Equations générales.....	8
2.4. HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES.....	9
2.4.1. Equation de continuité.....	9
2.4.2. Equation de quantité de mouvement (ou équation de Navier-Stokes).....	9
2.4.3. Equation de l'énergie.....	10

2.4.4. Equation de masse	10
2.5. Formulation indicielle.....	10
2.6. Formulation des équations en coordonnées cartésiennes	11
2.7. Elimination du terme de pression de l'équation du mouvement	12
2.8. Introduction des coordonnées elliptiques	12
2.9. Adimensionnement des équations de conservation.....	14
2.10. Les conditions aux limites correspondantes sont.....	16
2.11. Coefficients d'échange de la chaleur.....	16
2.11.1. Valeur locale du nombre de Nusselt et Sherwood.....	16
 Chapitre 3 Méthodes numérique	
3.1. Introduction.....	18
3.2. Procédure numérique.....	18
3.3. Maillage	19
3.4. Processus de calcul.....	20
 Chapitre 4 Résultats et discussions	
4.1. RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	22
4.2. Etude du maillage.....	22
4.3. Comparaison des résultats issus de ce code de calcul avec ceux de la littérature.....	23
4.4. Effet de l'inclinaison sur le Nusselt et Sherwood locaux Nombres dans la paroi interne.....	32
4.5. Effet de l'inclinaison sur le Nusselt et Sherwood locaux Nombres dans la paroi externe	33
 Conclusion générale	 35

Remerciement

Nous tenons en premier lieu a remercier « ALLAH le tout puissant » de nous avoir donné la force, la santé et la patience pour mener à bien ce travail et le terminer.

Aussi à présenter nos remerciements à nos encadrateurs Dr: TALOUB Djedid et BOURAS Abdel Karim . Pour sa précieuse collaboration à la réalisation de ce modeste mémoire de fin d'étude.

Nos remerciements également les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail.

A tous nos collègues de cette particulier ceux qui ont nous aidé vers le succès et à tous qui ont contribué de réaliser ce travail ou de loin.

DEDICACE

Je dédie ce présent mémoire

*A nos chers parents pour leurs patience, leurs amour,
leurs soutien, et leurs encouragements.*

A la famille Bouchakour, et la famille Bouchareb.

*A ma fiancée Ahlam(Boubekeur), qui a dessiné mon
sourire dans cette vie.*

A tous les amis.

*Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour
L'achèvement de ce modeste travail.*

Résumé :

Cette thèse porte sur l'étude numérique des transferts de chaleur et de masse par convection naturelle dans un espace annulaire, délimité par deux tubes elliptiques horizontaux et confocaux rempli d'un fluide newtonien, en régime laminaire et permanent. Le phénomène de la convection thermosolutale est régi par: les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration qui sont exprimées dans un système de coordonnées dites "elliptiques", pour faciliter l'écriture des conditions aux limites et transformer le domaine curviligne en un domaine rectangulaire. Les deux parois elliptiques sont soumises à un gradient thermique ($\Delta T = T_1 - T_2$) et un gradient solutal ($\Delta C = C_1 - C_2$).

En utilisant l'approximation de Boussinesq et la formulation vorticité-fonction de courant, la résolution de ces équations est basée sur un schéma de discrétisation aux volumes finis. L'influence du nombre de Rayleigh (Ra) et l'inclinaison du système par rapport à l'horizontale sur la structure de l'écoulement ainsi que, sur les taux de transfert de chaleur et de masse a été examinée

Mots clés : convection naturelle thermosolutale, angle d'inclinaison, coordonnées elliptiques.

Abstract:

This thesis focuses on the numerical study of heat and mass transfers by natural convection in an annular space delimited by two horizontal and confocal elliptical cylinders filled with a Newtonian fluid in laminar and steady state regime. The phenomenon of thermosolutal convection is governed by the equations of mass conservation, equations of momentum, energy and concentration expressed in a coordinate system called "elliptical" to facilitate writing boundary conditions and transform the area into a curved rectangular field. The two elliptical walls of the isothermal enclosure, with a constant concentration, T_1 and C_1 to the inner wall, T_2 and C_2 to the outer wall, with $T_1 > T_2$ and $C_1 > C_2$.

Using Boussinesq's approximation and the vorticity-current function formulation, the resolution of these equations is based on a finite volume discretization scheme. The influence of the Rayleigh number (Ra) and the inclination of the system relative to the horizontal on the flow structure as well as on the heat and mass transfer rates were examined.

Key-words: Thermosolutal natural convection, angle of inclination, elliptic coordinates.

ملخص:

تتعلق هذه الأطروحة بالدراسة العددية لظاهرة انتقال الحرارة والكتلة عن طريق الحمل الحراري الطبيعي، الموجود في تجويف حلقي محصور بين أسطوانتين إهليلجيتين أفقيتين متمركزتين. ظاهرة الانتشار الحراري ترتبط بمعادلات الاستمرارية، كميات الحركة، الحرارة ومعادلة الكتلة وحلها يكون وفق نظام احداثيات يسمى " الاحداثيات الإهليلجية"، لتسهيل كتابة الشروط الحدية وتغيير المجال المنحني إلى مجال عل شكل مستطيل. بالنسبة لشروط هذالتسخين افترضنا الجدار الداخلي والخارجي لهذا التجويف ثابت درجة الحرارة والتركيز، C_1 ، T_1 بالنسبة للجدار الداخلي و C_2 ، T_2 بالنسبة للجدار الخارجي مع $T_1 > T_2$ و $C_1 > C_2$ استخدمنا تقريب بوسيناسك وصيغة التدويم دالة تيار، وأخذ بعين الإعتبار تأثير: عدد لرايلي (Ra) وميل النظام بالنسبة إلى الأفقي على بنية التدفق وكذلك على معدلات انتقال الحرارة والكتلة.

المفاتيح: الحمل الحراري الكتلي الطبيعي, زاوية الميل, الإحداثيات الإهليلجية

Liste des figures :

Figure I.1 : Combinaison des trois modes de transfert de chaleur.....	1
Figure I.2 : principe de la conduction thermique	2
Figure I.3 : principe de rayonnement.....	3
Figure I.4 : Phénomène de convection dans un liquide.....	3
Figure I.5 : Convection naturelle dans l'atmosphère, Cellules de Hadley.....	4
Figure II.1 : Section droite du système étudié.....	8
Figure II.2 : Représentation schématique des coordonnées elliptiques.....	13
Figure III.1 : Volume de control bidimensionne.....	19
Figure III.2 : Schéma du volume de contrôle (a), maillage décalé pour u_e (b), maillage décalé pour V_n (c).....	20
Figure III.4: L'algorithme SIMPLE.....	21
Figure IV.1: Isotherms, for $Ra = 10^3$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	26
Figure IV.2: Isotherms, for $Ra = 10^4$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	26
Figure IV.3 : Isotherms, for $Ra = 10^5$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	27
Figure IV.4 : Isotherms, for $Ra = 10^3$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	27
Figure IV.5 : Isotherms, for $Ra = 10^4$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0$	28
Figure IV.6 : Isotherms, for $Ra = 10^5$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	28
Figure IV.7: Isotherms, for $Ra = 10^3$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	29
Figure IV.8 : Isotherms, for $Ra = 10^4$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	29
Figure IV.9 : Isotherms, for $Ra = 10^5$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	30
Figure IV.10 : Isotherms, for $Ra = 10^3$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	30
Figure IV. 11: for $Ra = 10^4$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	31
Figure IV.12 : Isotherms, for $Ra = 10^5$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$	31

Liste des tableaux :

Tableau 4.1: Variation des nombres de Nusselt moyens extérieur et intérieur en fonction du nombre de nœuds.....	23
Tableau 4.2 : Variation des nombres de Sherwood moyens extérieur et intérieur en fonction du nombre de nœuds pour $Le=2$	23
Tableau 4.3 : Validation du code de calcul avec les nombre de Nusselt moyens interne et externe pour $Pr=0.70$, $Le = 1.0$, $N=0$,et $e_2 = 0.4$	24
Tableau 4.4 : Validation du code de calcul avec les nombres de Nusselt moyens internes pour $Pr = 0.70$, $Le = 1.0$ et $N = 0$	24

Nomenclature

C_p	Chaleur spécifique à pression constante [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]
g	Accélération de la pesanteur [$m.s^{-2}$]
H	Hauteur dimensionnelle de l'enceinte [m]
L	Longueur dimensionnelle de l'enceinte [m]
T	Température dimensionnelle [K]
T_0	Température de référence [K]
$T_{interne}$	Température de la paroi chaude [K]
$T_{externe}$	Température de la paroi froide [K]
K	Conductivité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$]
u, v	Composantes des vitesses [$m.s^{-1}$]
U, V	Composantes adimensionnelles des vitesses
x, y	Coordonnées cartésiennes du système [m]
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles du système
ΔT	Différence de température [K]
β_T	Coefficient d'expansion thermique, [K^{-1}]
Γ	Coefficient de diffusion
μ	Viscosité dynamique [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
ν	Viscosité cinématique [$m^2.s^{-1}$]
ρ	Masse volumique [$kg.m^{-3}$]
θ	Température adimensionnelle = $T - T_0 / \Delta T$
α	Diffusivité thermique = $k / \rho C_p$
Gr	Nombre de Grashof
Ra	Nombre de Rayleigh
Nu	Nombre de Nusselt local
Pr	Nombre de Prandtl
\bar{Nu}	Nombre de Nusselt moyen
i, j	ième et jème composantes
ϕ	La fonction de dissipation.
λ	Conductivité thermique, [$W.m^{-1}.K^{-1}$]
t	Temps, [s]

\vec{F}	Représente les forces volumiques.
ρ_0	La masse volumique à T_0 .
β	Le coefficient de dilatation à pression constante.
q_s	La source de chaleur interne.
δ_{ij}	Fonction delta de Kronecker.
τ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments dépendent du taux de déformation du fluide soumis au champ de vitesse.
P	Pression, [N/m ²]
α	Angle d'inclinaison des parois.

INTRODUCTION

L'étude de la convection naturelle dans des enceintes fermées a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales. Beaucoup de travaux publiés ont été élaborés concernant la convection naturelle dans des espaces annulaires cylindriques centrées et excentrées, nous nous limiterons ici aux travaux qui nous ont permis la validation de quelques-uns de nos résultats ainsi qu'à ceux entrepris par notre équipe de recherche dans ce domaine. **Kuehn et al. [1]** en 1931. Il a effectué des mesures expérimentales pour trois gaz différents, de l'air, H_2 et CO_2 , pour une large gamme du rapport de forme et du nombre de Grashof. Une contribution supplémentaire de cet auteur est son analyse fondamentale de ce problème, qui a conduit à la définition du rapport de conductivité effective adimensionnelle utilisé dans de nombreuses œuvres ultérieures. Il a également proposé une corrélation simple pour ses résultats. Plusieurs publications ultérieures ont soulevé des questions concernant l'exactitude des mesures de **W. Beckmann**, en particulier dans le cas de l'air. Par exemple, après trente années **C.Y. Liu et al. [2]** ont fait une investigation dont l'objectif principal était d'entreprendre l'étude théorique du modèle mathématique le plus couramment utilisé pour la convection naturelle entre deux cylindres horizontaux coaxiaux, Tout d'abord, ils ont montré l'existence de solutions pour le problème instable, ceci d'une part, d'autre part, ils ont montré que pour tout nombre de Prandtl et pour l'inverse de l'entrefer relatif de l'espace annulaire, l'existence et la stabilité d'une solution stationnaire est prouvée, à condition que le nombre de Rayleigh soit suffisamment faible. **P. Teertstra et al. [3]** ont élaboré une étude expérimentale et numérique sur la convection naturelle dans l'espace annulaire compris entre deux cylindres concentriques et horizontaux dont le rapport des rayons a été pris égal à 2.6, ils ont calculé une conductivité thermique équivalente locale. Ils ont obtenu des résultats en accord avec ceux de l'analyse numérique qu'ils ont réalisée et qui est basée sur la méthode des différences finies et la technique de relaxations successives. **Guj et al. [4]** ont fait une recherche sur la convection naturelle en mode coopérant par les forces de flottabilité thermique et solutale dans un cylindre horizontal poreux contenant un cylindre intérieur concentrique. Ils ont utilisé le modèle de Darcy-Brinkman pour résoudre l'ensemble des équations couplées en utilisant la méthode des volumes finis avec l'algorithme SIMPLER. **A.J.J. Belabid et A. Cheddadi. [5]** Ces derniers ont observé que le renversement du sens de l'écoulement se produit approximativement à $N=-1$, quand les forces de volume sont égales et opposées. **Ghorayeb et al. [6]** ont présenté un modèle aux différences finies avec la méthode de lattice-BGK, ils ont appliqué ce modèle pour simuler un transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace annulaire cylindrique horizontal soumis à un gradient de température. **E.L.M. Padilla et al. [7]** ont étudié la convection naturelle à double diffusion tridimensionnelle dans une enceinte

cubique pour des gradients thermiques et solutaux horizontaux opposés. Dans leurs résultats, ils indiquent que l'écoulement doublement diffusif dans les cavités avec les forces de volume opposées est strictement tridimensionnel pour une certaine rangée de paramètres. **Abidi et al. [8]** ont étudié la convection mixte stable dans une cavité de couvercle axé carré sous les effets combinés de flottabilité de diffusion thermique et de masse. Ils ont observé que le transfert de chaleur et de masse sont améliorés pour les faibles nombres de Richardson. **Yan et al. [9]** a étudié numériquement la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée avec des parois horizontales diffusives en chaleur et en masse. Les objectifs principaux de son étude sont la réalisation d'un modèle mathématique complet pour ce genre de problème et l'analyse des résultats montrant ainsi l'influence des murs horizontaux sur le transfert de chaleur et de masse. **Sévéléder et al. [10]** Ils ont étudié l'influence des forces de volume sur les transferts de chaleur et de masse, et du nombre de Lewis sur le mouvement. **Mamou et al. [11]** ont examiné les écoulements dans une cavité carrée soumise à des flux horizontaux de chaleur et de masse. Dans le cas où les forces de volume sont opposées et de même ordre de grandeur, l'existence de solutions multiples a été démontrée. Celles-ci dépendent fortement des nombres de Rayleigh thermique et de Lewis. **Sezai et al. [12]** ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire verticale simulant un thermosiphon. Les équations qui régissent ce phénomène ont été résolues par une approche numérique, basée sur la méthode des volumes finis en utilisant le code Fluent et le mailleur Gambit, **H. Beji et al [13]** ont réalisé une étude numérique sur la convection naturelle à double diffusion dans une couche poreuse annulaire verticale dont les parois sont maintenues à des températures et des concentrations constantes. Ils ont examiné plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh thermique, du nombre de Lewis, du rapport de flottabilités et du rapport des rayons de l'enceinte, **M. Benzeghiba et al [14]** ont présenté des solutions numériques pour la convection naturelle thermosolutale dans une cavité concentrique verticale partiellement remplie d'un milieu poreux. La cavité est soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration. Ils ont adopté le modèle général étendu de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour formuler l'écoulement à travers la matrice poreuse dans la cavité. Les effets des paramètres de contrôle sur l'écoulement et le comportement des transferts de chaleur et de masse ont été examinés ainsi que les différentes structures d'écoulement en fonction des paramètres géométriques, de la nature du fluide, des paramètres dynamiques du fluide caloporteur et des caractéristiques de la matrice poreuses, **J.C. Kalita et A.K. Dass [15]** ont mis au point un calcul numérique en utilisant l'algorithme HOC pour le problème du transfert chaleur et de masse. Un schéma compact d'ordre élevé (HOC) est utilisé pour la simulation de la convection naturelle avec double diffusion dans un espace annulaire poreux vertical compris entre deux cylindres concentriques.

Dans la présente étude, nous nous sommes intéressés à la convection naturelle double diffusive dans un espace annulaire délimité par deux cylindres elliptiques d'axes inclinée, cet espace est rempli par un fluide.

Dans ce travail, nous avons développé un code de calcul aux volumes finis afin de déterminer l'effet des différents paramètres sur la structure de l'écoulement, les distributions de la température, et de la concentration ainsi que sur les taux de transfert de chaleur et de masse représentés respectivement par les nombres locaux et moyens de Nusselt et de Sherwood.

Le manuscrit de cette thèse est composé de quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous avons présenté des généralités sur la convection naturelle ainsi qu'une revue détaillée des travaux antérieurs qui ont traité la convection naturelle double diffusion.

Le deuxième chapitre est dédié au modèle physique, on y présente les hypothèses simplificatrices, les équations en coordonnées cartésiennes, leurs conditions aux limites, Leurs écritures en coordonnées elliptiques.

Dans le troisième chapitre, nous avons exposé la méthode des volumes finis utilisée pour la discrétisation des équations de la chaleur et d'espèces. Les équations ainsi obtenues sont résolues par une méthode itérative avec une sous-relaxation successive.

Le quatrième chapitre qui est consacré aux résultats et leurs discussions, sur la convection naturelle double diffusive.ils terminent ce travail par une conclusion générale qui synthétise les principaux résultats.

Chapitre 1 :

Généralité et synthèse bibliographique

1. 1 Introduction

Les transferts thermiques sont omniprésents tant dans la vie même de notre planète (la fusion des glaciers, le réchauffement des eaux des océans, les cycles climatiques), que dans l'existence humaine sur terre, exprimés par des gestes quotidiens de l'individu (réglage de la température du corps humain, préparation de la nourriture, réalisation d'un microclimat dans un habitat) ou par des techniques très diversifiées conduisant au progrès de la civilisation (utilisation de l'énergie thermique de diverses origines, moteurs thermiques, échangeurs de chaleur, isolation thermique).[16]

1.2 Modes de transfert de chaleur :

Deux corps à températures différentes échangent de l'énergie sous forme de chaleur jusqu'à disparition complète de leur différence de température. Cet échange peut se faire suivant trois modes de transmission fondamentaux :

- La conduction,
- Le rayonnement,
- La convection,

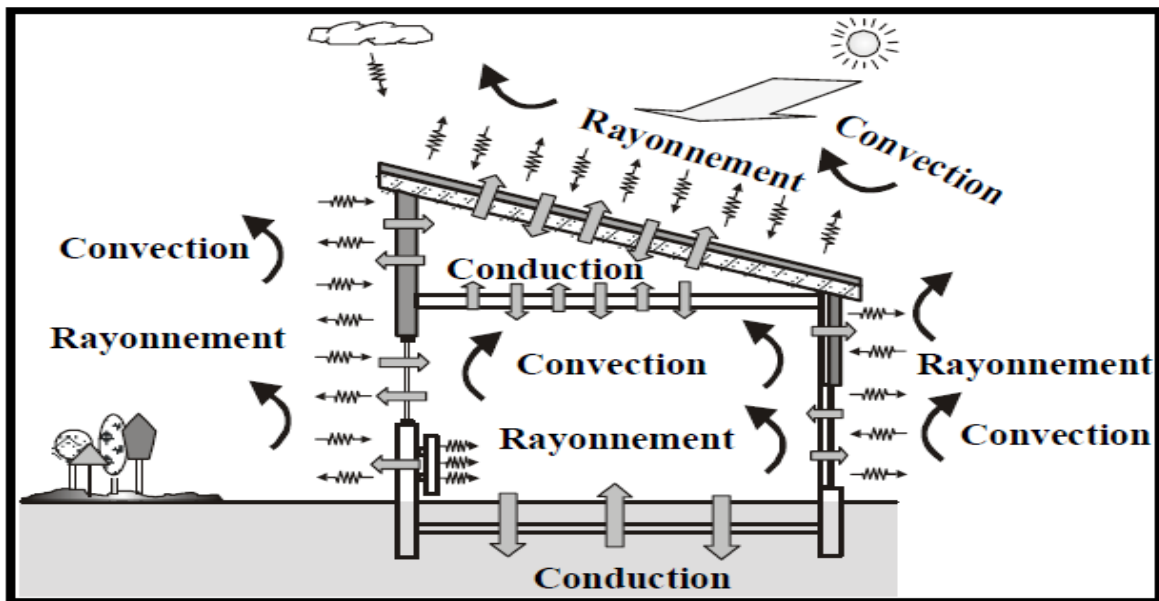


Figure I .1. Combinaison des trois modes de transfert De chaleur.

1.2.1 Transfert de chaleur par conduction dans les solides

On sait que la température est une fonction croissante de l'agitation moléculaire dans un corps, qu'il soit solide, liquide ou gazeux. Considérons pour l'instant un corps solide au sein duquel la température varie. L'agitation moléculaire élevée de la zone chaude communiquera de l'énergie cinétique aux zones plus froides par un phénomène appelé conduction de la chaleur. La

conduction est un phénomène de diffusion qui permet donc à la chaleur de se propager à l'intérieur d'un corps solide. Il en est de même pour un liquide ou un gaz mais on verra par la suite que pour eux, la convection est un autre mode de transfert de chaleur possible. Notons enfin que la conduction de la chaleur n'est pas possible dans le vide puisqu'il n'y a pas de support moléculaire pour cela. [17]

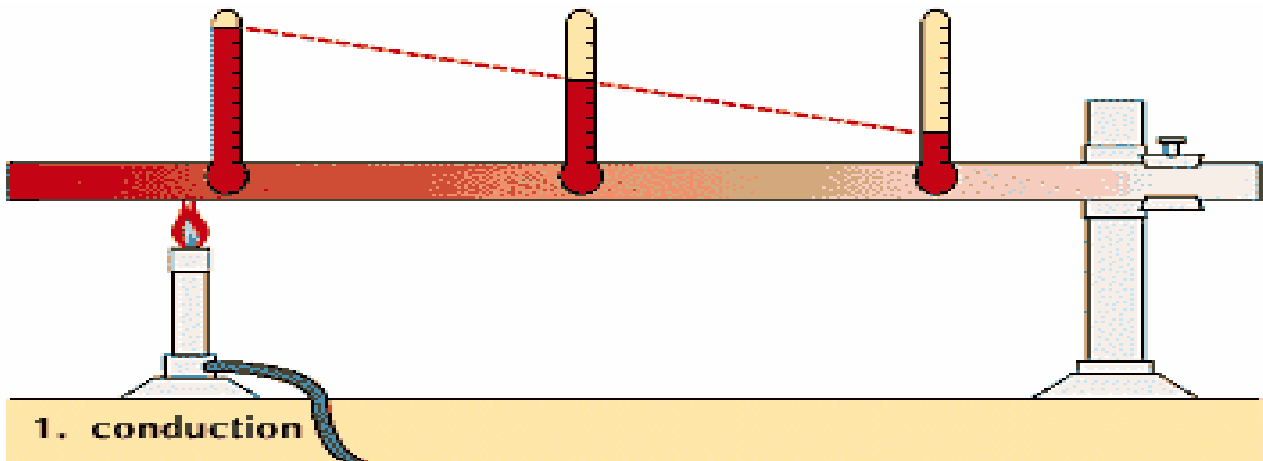


Figure I .2. Principe de la conduction thermique.

1.2.2 Transfert de chaleur par rayonnement

Le rayonnement est un transfert thermique ne nécessite pas de milieu matériel par opposition aux deux autres. En effet, ce type de transfert thermique résulte de l'émission des rayons électromagnétiques transporte l'énergie. Ils sont émis par corps chaud, tel que le soleil, et échauffent le corps qui les reçoit, dans ce cas nous avons la relation suivante [18]

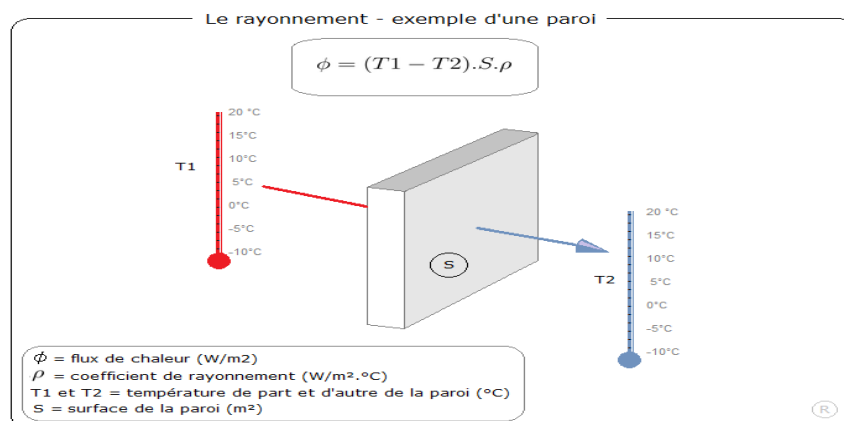


Figure I .3. Principe de rayonnement.

1.2.3 Transfert de chaleur par convection :

La convection est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide gazeux ou liquide (écoulement) et échange avec une surface qui est à une température différente. exemple : C'est ce qui se passe le long d'un radiateur. L'air froid s'échauffe au contact avec le radiateur, se dilate et monte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Il est alors remplacé par de l'air froid et ainsi de suite ; il ya existence de courants de fluide dans l'air ambiant. On distinguera la convection forcée (due à l'action d'une pompe, ventilateur...) de la convection naturelle dans laquelle le mouvement du fluide est créé par des différences de densité, elles mêmes provoquées par des différences de température. [19]

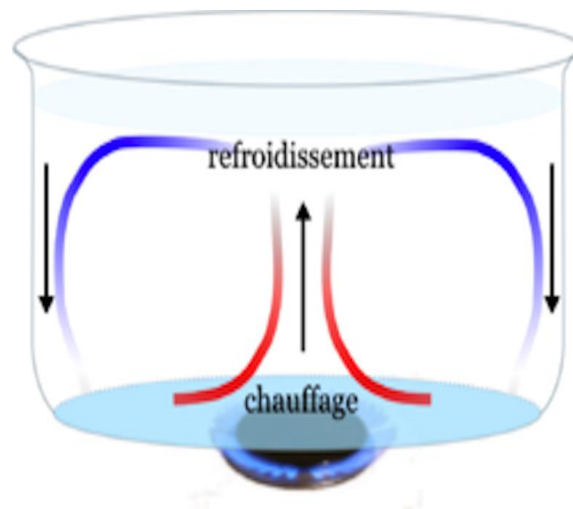


Figure I .4. Phénomène de convection dans un liquide

1.3. Types de convection

1.3.1. Convection forcée :

Ce type de convection se produit quand le mouvement du fluide est imposé par une intervention extérieure indépendante de la différence de température. Par exemple : une pompe ou un ventilateur ou un agitateur ou même le vent. en convection forcée, la poussée d'Archimède est négligeable devant les forces servant à mettre le fluide en mouvement. C'est le cas par exemple du refroidissement des moteurs à combustion interne : la pompe à eau pousse le liquide de refroidissement à travers le moteur puis dans l'échangeur. [20]

1.3.2 La convection naturelle :

La convection libre ou naturelle si le mouvement du fluide n'est dû qu'à des variations de masse volumique. Ces gradients de masse volumique sont le moteur de l'écoulement du fluide. Est basé sur le fait qu'il y'a déplacement de matière : il ne concerne donc que les fluides (liquides et gaz). Contrairement à la conduction où le transfert de chaleur se fait « par contact » Ainsi, la compréhension des mécanismes de convection naturelle est importante pour accéder à des modélisations, et donc des prédictions, des effets sur l'environnement (et par là même dans les équipements) [21].

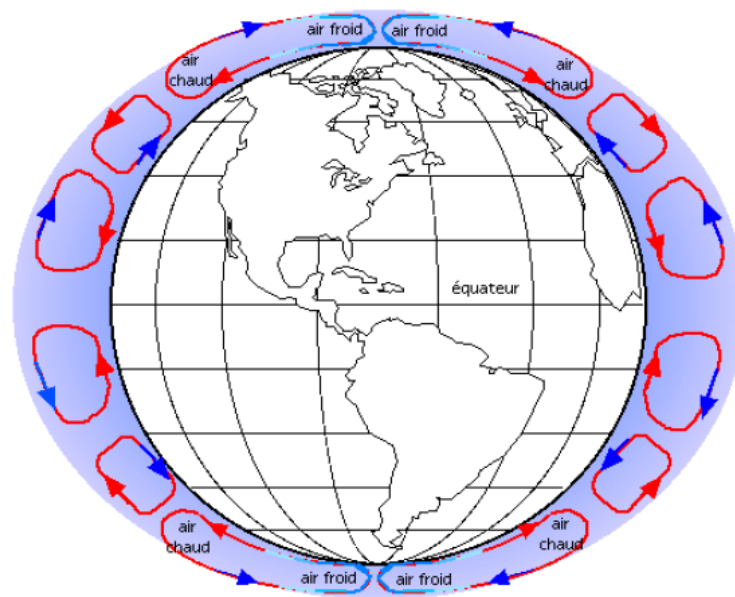


Figure I .5. Convection naturelle dans l'atmosphère, Cellules de Hadley.

1.3.3 Convection mixte :

Même en convection forcée, les différences de densité créent un écoulement parasite, en général insignifiant par rapport à l'écoulement principal. On parle de convection mixte quand les 2 phénomènes coexistent.[22]

1.3.4 Convection laminaire :

L'étude de la convection de la chaleur nécessite l'étude préalable des lois d'écoulement du fluide. Deux types d'écoulement sont à envisager dans chaque cas concret, un écoulement laminaire dans lequel les filets gazeux s'écoulent parallèlement sans se mélanger et un écoulement turbulent dans lequel, en chaque point, à la vitesse d'ensemble se superposent des fluctuations aléatoires de vitesse

à l'échelle macroscopique. Il est toujours possible d'écrire l'équation de transmission de la chaleur au sein du fluide, jusqu'à la paroi, chaque fois que la loi d'écoulement est connue. Mais, en fait, la résolution de cette équation n'est possible que dans des cas simples physiquement définis : convection le long d'un plan ou d'un obstacle profilé, convection dans un conduit circulaire en régime dynamique établi. L'auteur donne les formules simples relatives à ces cas concrets. En revanche, chaque fois que le régime d'écoulement n'est pas établi, les lois de vitesse très compliquées interdisent toute résolution mathématique rigoureuse de l'équation de la chaleur. On en est alors réduit à des simplifications assez grossières fixant les ordres de grandeur des échanges thermiques.

Le problème des obstacles non profilés est également abordé; ici encore le calcul est inopérant, faute de connaître les lois du sillage en aval de l'obstacle; l'expérience permet toutefois d'obtenir le graphique universel fixant les échanges thermiques. [23]

1.4 Domaines d'application de la convection naturelle :

Les applications de transfert thermique sont variées, dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène le plus dominant. La meilleure compréhension de ce phénomène augmente le nombre d'applications et mène à un certain nombre de conceptions industrielles et environnementales sophistiquées. Toutefois, les coûts de fonctionnement sont importants, les petites améliorations d'efficacité sont essentielles et peuvent jouer un grand rôle dans la consommation d'énergie. En outre, les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serre, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques, à savoir les équipements électriques et les réactions nucléaires, les appareils ménagers, les réfrigérateurs et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes, qui ont donné un intérêt particulier à cette science. [24]

1.5 Convection naturelle dans des enceintes fermées :

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans les enceintes fermées est un sujet d'intérêt considérable dans le domaine d'ingénierie et a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs, et le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire....

La convection naturelle dans les cavités ayant diverses formes et à différents types de conditions aux limites a été largement étudiée. Vahl Davis [25] a présenté une solution numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Les parois horizontales sont

maintenues adiabatiques tandis que les parois verticales sont maintenues à deux températures différentes. Ce problème est généralement utilisé comme une situation de référence pour la validation des codes informatiques. Jones [26] a publié une comparaison très détaillée des résultats expérimentaux et numériques. Il a constaté que dans tous les cas, l'accord entre les deux résultats est très satisfaisant. Cela valide l'étude de ce type de problèmes par les méthodes numériques. Dans une enceinte carrée chauffée latéralement, Pessa et Piva. [27] ont étudié, théoriquement et numériquement en régime permanent, la convection naturelle à faible nombre de Prandtl causée par des différences importantes de densité. Un paramètre caractérisant les différences de densité du fluide étudié est identifié par le nombre de Gay-Lussac $G \left(\frac{1}{\beta \Delta T} \right)$; ΔT est la différence de température et β le coefficient d'augmentation de pression isochore. L'hypothèse de Boussinesq est atteinte lorsque ce nombre tend vers zéro. Les auteurs ont étudié les effets des nombres de Rayleigh, de Prandtl et de Gay-Lussac sur le nombre Nusselt

1.6 Convection naturelle entre deux cylindres :

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace annulaire horizontale a fait l'objet de nombreux travaux numériques et expérimentaux. Caltagirone [28] est le premier à étudier la convection 2D et 3D dans une couche annulaire poreuse. Charrier-Mojtabi et al. [29] ont montré l'existence d'un écoulement 2D stable mono ou bicellulaire pour une même valeur du nombre de Rayleigh modifié. Barbosa Mota et Saadjan. [30,31] ont mis en évidence ce comportement hystérésis pour un rapport de rayon $R > 1.7$. De plus, des régimes d'écoulement multicellulaire sont progressivement obtenus en augmentant le nombre de Rayleigh modifié pour $R < 1.7$. Powe et al. [32] ont élaboré une carte de classification des régimes d'écoulement dans un espace annulaire purement fluide. Pour les espaces annulaires partiellement poreux, il n'existe dans la littérature que quelques rares études comme celle d'Aldos et al. [33] et celle de Leong et Lai [34]. Les résultats numériques d'Aldos et al ont montré que l'insertion d'une couche poreuse autour du cylindre extérieur permet une plus grande réduction du transfert de chaleur comparativement au cas d'une couche poreuse placée autour du cylindre intérieur. Dans ce travail, on s'intéresse au contrôle du transfert de chaleur par convection naturelle 2D, laminaire et stationnaire entre deux cylindres horizontaux et coaxiaux par l'utilisation simultanée de l'air et d'un matériau poreux. Le cylindre intérieur est de rayon r_i et à température uniforme T_{ch} , tandis que le cylindre extérieur est de rayon r_e et à température uniforme T_{fr} ($R = r_e/r_i = 2$ et $T_{ch} > T_{fr}$). Le domaine d'étude est constitué d'arrangements air-poreux sous forme de couches annulaires d'épaisseur uniforme. Les différentes dispositions de ces couches sont notées (1), (2), (3) et (4). La couche d'air est d'épaisseur e_a , tandis

que la couche poreuse saturée est d'épaisseur e_p , de porosité ε , de perméabilité K et de conductivité thermique effective k_{eff} . L'interface entre le milieu poreux et le milieu fluide est perméable. Le fluide, air, est de densité ρ , de coefficient de dilatation thermique β de diffusivité thermique α et de viscosité cinématique ν . L'objectif de cette étude est de déterminer en fonction de la position du gap d'air, la combinaison air-poreux appropriée pour une meilleure performance de l'isolation thermique par rapport au cas de référence d'un espace annulaire totalement pore

1.8 Problématique :

Considérons le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle dans un espace annulaire entre deux cylindres elliptiques horizontaux et confocaux, cet espace annulaire est incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal et contient par un fluide.

Chapitre 2 :
Formulation mathématique

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous décrivons et nous formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices, les équations mathématiques de ce problème, équation de conservation de masse, de quantité de mouvement (Navier-Stokes), d'énergie et concentration sous les formes dimensionnelles et adimensionnelles ainsi que les conditions aux limites appropriées.

2.2 Modèle physique

Considérons un espace annulaire, rempli d'un fluide newtonien en l'occurrence de fluide, situé entre deux cylindres elliptiques confocaux d'axes horizontaux. Le modèle physique étudié est représenté sur la figure II.1, les deux parois elliptiques interne et externe sont isothermes maintenues respectivement aux températures T_1 et T_2 , et aux concentrations C_1 et C_2 , avec $T_1 > T_2$ et $C_1 > C_2$. Comme représenté, les deux cylindres peuvent être inclinés d'un angle α par rapport au plan horizontal. Le système considéré est bidimensionnel.

Il se produit donc dans l'enceinte une convection naturelle thermique et massique que nous nous proposons d'étudier numériquement.

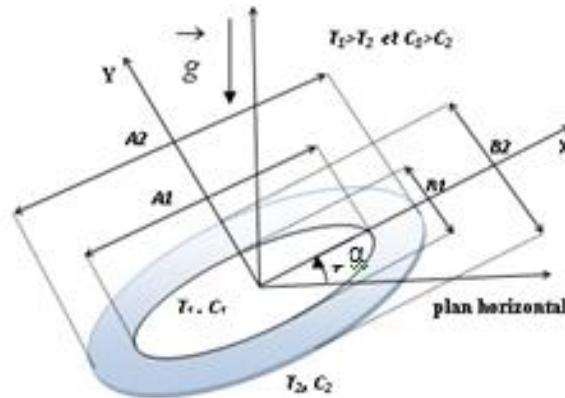


Figure II.1 Section droite du système étudié

2.3 Equations générales:

Le traitement du problème physique envisagé nécessite l'utilisation d'équations gouvernantes qui sont des équations aux dérivées partielles déduites des principes classiques de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

- Loi de Lavoisier (principe de conservation de la masse) pour établir l'équation de continuité; (fluide incompressible).

- Deuxième loi de Newton (principe de conservation de la quantité de mouvement) pour établir les équations de quantité de mouvement;
- Loi de conservation d'énergie (Premier principe de la thermodynamique) pour établir l'équation de l'énergie.
- Le principe de conservation de la masse mène à l'équation de concentration

2.4 Hypothèses simplificatrices

Posons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- La convection est laminaire et permanente.
- Le fluide est newtonien
- Le fluide est incompressible
- Le travail induit par les forces visqueuses et de pression est négligeable
- Le transfert d'énergie par rayonnement est négligé
- Le fluide est compressible à propriétés physiques constantes et par ailleurs nous supposons être dans le cadre de l'approximation de Boussinesq.

2.4.1 Equation de continuité :

Elle est déduite du principe de conservation de masse et s'exprime sous la forme:

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (2.1)$$

2.4.2 Equation de quantité de mouvement (ou équation de Navier-Stokes) :

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide et son mouvement et les causes qui le produisent. Donc, on peut indiquer que le taux de variation de la quantité de mouvement, contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures, qui lui sont appliquées. L'équation s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \operatorname{grad}) \vec{V} = \frac{\rho}{\rho_0} \vec{g} + \frac{\nabla P}{\rho_0} \quad (2.2)$$

2.4.3 Equation de l'énergie :

Le premier principe de la thermodynamique indique que le taux de variation de l'énergie est égal au bilan de la quantité de chaleur dégagée par conduction, du travail de compression et de la dissipation visqueuse, ce qui est interprété par l'équation suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \text{grad})T = \alpha_T \nabla^2 T \quad (2.3)$$

2.4.4 Equation de la masse :

Le principe de conservation de la masse mène à l'équation de concentration suivante

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \text{grad})C = \alpha_s \nabla^2 C \quad (2.4)$$

Avec :

ρ :masse volumique

α_T :diffusivité thermique

α_c :diffusivité massique

\vec{V}, \vec{g} :vitesse du fluide et accélération de la pesanteur.

P,T,C :sont respectivement les grandeurs moyennées de lapression, de la température et de la concentration

2.5 Formulation indicielle:

- Equation de continuité:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (V_j) = 0 \quad (2.5)$$

- Equation du mouvement:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 V_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 V_i V_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_S (C - C_0)] g \quad (2.6)$$

- Equation de la température :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (T V_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_T \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (2.7)$$

Equation de la masse:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (C V_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_s \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \quad (2.8)$$

Avec :

τ_{ij} : tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments dépendent du taux de déformation du fluide soumis au champ de vitesse.

$$\tau_{ij} = -\mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (2.9)$$

Où μ : Viscosité dynamique du fluide

δ_{ij} : Fonction delta de Kronecker

2.6 Formulation des équations en coordonnées cartésiennes :

Le problème étant bidimensionnel et permanent donc les équations de continuité, du mouvement et de la température s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + g \cdot \sin(\alpha) [\beta_T \Delta T - \beta_S \Delta C] + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (2.11.a)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + g \cdot \cos(\alpha) [\beta_T \Delta T - \beta_S \Delta C] + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (2.11.b)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_T \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.12)$$

$$U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \alpha_s \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (2.13)$$

2.7 Elimination du terme de pression de l'équation du mouvement :

En dérivant les projections sur les axes ox et oy de l'équation du mouvement, respectivement par rapport à y et à x .

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(U \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(V \frac{\partial U}{\partial y} \right) = - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(g \cdot \sin(\alpha) [\beta_T \Delta T - \beta_S \Delta C] \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (2.14.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(U \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(V \frac{\partial V}{\partial y} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(g \cdot \cos(\alpha) [\beta_T \Delta T - \beta_S \Delta C] \right) + v \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (2.14.b)$$

Puis en soustrayant l'équation (2.14.a) de (2.14.b) et en utilisant l'équation de continuité ainsi que la définition de la fonction de vorticité ω , nous obtenons:

$$U \frac{\partial \omega}{\partial x} + V \frac{\partial \omega}{\partial y} = g \beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cos(\alpha) - \frac{\partial T}{\partial y} \sin(\alpha) \right) + g \beta_S \left(\frac{\partial C}{\partial y} \sin(\alpha) - \frac{\partial C}{\partial x} \cos(\alpha) \right) + v \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.15)$$

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.16)$$

2.8 Introduction des coordonnées elliptiques :

Il est commode donc de définir un référentiel tel que les limites du système se traduisent par des valeurs constantes des coordonnées. Les coordonnées dites "elliptiques" (η, θ) [35.36] permettent, précisément dans notre cas d'obtenir ce résultat.

Dans le système de coordonnées (η, θ, z) , les surfaces $\eta = \text{constantes}$ sont des cylindres elliptiques, les surfaces $\theta = \text{constantes}$ sont des cylindres hyperboliques et les surfaces $z = \text{constantes}$ sont des plans parallèles. Comme l'illustre la figure II.2.

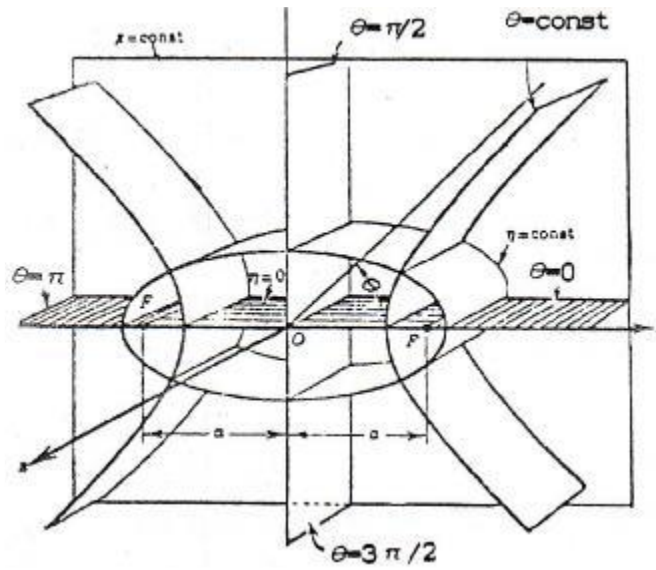


Figure II.2 Représentation schématique des coordonnées elliptiques

La paroi du cylindre elliptique extérieur est représentée par $\eta = \eta_e = \text{constante}$, celle du cylindre elliptique intérieur par $\eta = \eta_i = \text{constante}$, l'axe des x correspond à $\eta = 0$.

Le passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées elliptiques s'effectue à l'aide des relations suivantes (voir l'annexe) :

$$\begin{aligned} x &= ach\eta \cos \theta \\ y &= ash\eta \sin \theta \end{aligned} \tag{2.17}$$

Les équations de continuité, température, concentration et du mouvement s'écrivent respectivement :

$$V_\eta \frac{\partial(HV_\eta)}{\partial \eta} + V_\theta \frac{\partial(HV_\theta)}{\partial \theta} = 0 \tag{2.18}$$

$$V_\eta \frac{\partial T}{\partial \eta} + V_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} = \alpha_T \frac{1}{h} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \tag{2.19}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_\eta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{V_\theta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} &= \frac{g\beta_T}{h} \left\{ [F(\eta, \theta)\cos(\alpha) + G(\eta, \theta)\sin(\alpha)] \frac{\partial T}{\partial \eta} + [F(\eta, \theta)\sin(\alpha) - G(\eta, \theta)\cos(\alpha)] \frac{\partial T}{\partial \theta} \right\} \\ &+ \frac{g\beta_S}{h} \left\{ [-F(\eta, \theta)\cos(\alpha) - G(\eta, \theta)\sin(\alpha)] \frac{\partial C}{\partial \eta} + [-F(\eta, \theta)\sin(\alpha) + G(\eta, \theta)\cos(\alpha)] \frac{\partial C}{\partial \theta} \right\} \end{aligned} \tag{2.20}$$

$$+ \frac{v}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) \tag{2.21}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 F(\eta, \theta) &= \frac{sh(\eta) \cos(\theta)}{\sqrt{sh^2(\eta) + \sin^2(\theta)}} \\
 G(\eta, \theta) &= \frac{ch(\eta) \sin(\theta)}{\sqrt{sh^2(\eta) + \sin^2(\theta)}}
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

En introduisant la fonction de courant ψ , de façon à vérifier identiquement l'équation de continuité, il vient :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_\eta &= \frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\
 \mathbf{V}_\theta &= - \frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

$$\omega = - \frac{1}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right)
 \tag{2.24}$$

2.9 Adimensionnement des équations de conservation:

L'emploi des variables réduites dans les équations permet d'approcher de plus près la réalité des phénomènes physiques, car leurs existences et leurs évolutions sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. On peut dire aussi que ces variables permettent d'obtenir des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. En effet, pour ramener les équations phénoménologiques sous une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir, moyennant des grandeurs caractéristiques, des changements de variables.

Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence suivantes

D_h = Longueur caractéristique, choisie arbitrairement.

$$H = \frac{h}{D_h}, \quad V_\eta^+ = V_\eta \frac{D_h}{\alpha}, \quad V_\theta^+ = V_\theta \frac{D_h}{\alpha}, \quad \omega^+ = \omega \frac{D_h^2}{\alpha}, \quad \psi^+ = \frac{\psi}{\alpha}, \quad T^+ = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2}$$

$$\text{et } C^+ = \frac{C - C_2}{C_1 - C_2} \text{ avec: } h = a \cdot [sh^2(\eta) + \sin^2(\theta)]$$

les équations (2.18), (2.19), (2.20) et (2.21), deviennent:

$$V_{\eta} \frac{\partial(HV_{\eta}^+)}{\partial\eta} + V_{\theta} \frac{\partial(HV_{\theta}^+)}{\partial\theta} = 0 \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} H V_{\eta}^+ \frac{\partial}{\partial\eta} (\omega^+) + H V_{\theta}^+ \frac{\partial}{\partial\theta} (\omega^+) = H.Ra.Pr \left(\begin{array}{l} \left[F(\eta, \theta) \cos(\alpha) - G(\eta, \theta) \sin(\alpha) \right] \frac{\partial T^+}{\partial\eta} \\ - \left[F(\eta, \theta) \sin(\alpha) + G(\eta, \theta) \cos(\alpha) \right] \frac{\partial T^+}{\partial\theta} \end{array} \right) \\ + NF \left(\begin{array}{l} \left[F(\eta, \theta) \cos(\alpha) - G(\eta, \theta) \sin(\alpha) \right] \frac{\partial C^+}{\partial\eta} \\ \left[F(\eta, \theta) \sin(\alpha) + G(\eta, \theta) \cos(\alpha) \right] \frac{\partial C^+}{\partial\theta} \end{array} \right) + \frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \omega^+}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2 \omega^+}{\partial\theta^2} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$HV_{\eta}^+ \frac{\partial T^+}{\partial\eta} + HV_{\theta}^+ \frac{\partial T^+}{\partial\theta} = \left(\frac{\partial^2 T^+}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial\theta^2} \right) \quad (2.27)$$

$$HV_{\eta}^+ \frac{\partial C^+}{\partial\eta} + HV_{\theta}^+ \frac{\partial C^+}{\partial\theta} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 C^+}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2 C^+}{\partial\theta^2} \right) \quad (2.28)$$

$$\omega^+ = -\frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \psi^+}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial\theta^2} \right) \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \text{avec: } F(\eta, \theta) &= \frac{sh(\eta) \cos(\theta)}{\sqrt{sh^2(\eta) + \sin^2(\theta)}} \\ G(\eta, \theta) &= \frac{ch(\eta) \sin(\theta)}{\sqrt{sh^2(\eta) + \sin^2(\theta)}} \end{aligned} \quad (2.31)$$

La mise sous forme adimensionnée des équations de conservation fait apparaître des nombres sans dimensions caractéristiques du problème.

Ces paramètres, sont quatre nombres:

Le nombre de Prandtl : $Pr = \nu / \alpha$

Le nombre de Rayleigh : $Ra = g\beta_T \Delta TH^3 / \alpha\nu$

Le nombre de Lewis : $Le = \alpha D$

Le rapport de poussée : $N = \beta_c \Delta C / \beta_T \Delta T$

Où les composantes V_{η}^+ , V_{θ}^+ de la vitesse adimensionnelles sont définies par :

$$V_{\eta}^+ = \frac{1}{H} \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta}$$

$$V_{\theta}^{+} = -\frac{1}{H} \frac{\partial \psi^{+}}{\partial \eta} \quad (2.32)$$

2.10 Les conditions aux limites correspondantes sont:

- Pour la paroi intérieure chaude ($\eta=\eta_i=\text{cst}$):

$$V_{\eta}^{+} = V_{\theta}^{+} = \frac{\partial \psi^{+}}{\partial \eta} = \frac{\partial \psi^{+}}{\partial \theta} = 0 \quad (2.33.a)$$

$$\omega^{+} = -\frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \psi^{+}}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^{+}}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.33.b)$$

$$T_1^{+}=1 \quad \text{and} \quad C_1^{+}=1 \quad (2.33.b)$$

- Pour la paroi extérieure froide ($\eta=\eta_e=\text{cst}$):

$$V_{\eta}^{+} = V_{\theta}^{+} = \frac{\partial \psi^{+}}{\partial \eta} = \frac{\partial \psi^{+}}{\partial \theta} = 0 \quad (2.34.a)$$

$$\omega^{+} = -\frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \psi^{+}}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^{+}}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.34.b)$$

$$T_2^{+}=0 \quad \text{and} \quad C_2^{+}=0 \quad (2.34.c)$$

2.11 Coefficients d'échange de la chaleur :

2.11.1 Valeur locale du nombre de Nusselt et Sherwood:

Il est utile de rappeler que, selon la façon dont les conditions aux limites sur les températures et les concentrations sont associées, soit le cas coopérant ou le cas opposé sont produits.

Les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux sont donnés respectivement par:

$$Nu = -\frac{1}{H} \frac{\partial T^{+}}{\partial \eta} \Bigg|_{\eta=\text{cste}} \quad (2.35)$$

$$Sh = - \frac{1}{H} \frac{\partial C^+}{\partial \eta} \Big|_{\eta=cste} \quad (2.36)$$

Les transferts de chaleur et de masse sur les parois sont exprimés par les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood, respectivement, définis par:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{\theta_{NN} - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_{NN}} Nu.d\theta \quad (2.37)$$

$$\overline{Sh} = \frac{1}{\theta_{NN} - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_{NN}} Sh.d\theta \quad (2.38)$$

Après avoir posé les équations dynamiques, thermique et massique, ainsi que les conditions aux limites associées, nous allons résoudre le problème. Pour cela la méthode des volumes finis a été sélectionnée pour la discrétisation des équations. Les questions relatives à la technique de résolution, au traitement des interfaces ainsi que la validation du code de calcul sont abordées dans le chapitre suivant.

Chapitre : 3
Méthodes numérique

3.1 Introduction :

La résolution des équations de conservation d'un phénomène physique se fait par l'utilisation d'une méthode numérique bien déterminée. Cette dernière consiste à développer la résolution de ces équations. A cette étape, intervient le concept de la discrétisation des équations différentielles, qui a pour résultat, un système d'équations algébriques non linéaires, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide dans chaque nœud du domaine étudié.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, les plus utilisées sont:

- La méthode des éléments finis ;
- La méthode des différences finies ;
- La méthode des volumes finis.

Dans la présente étude, on a utilisé la méthode des volumes finis est calculé selon l'algorithme SIMPLE, développé par Spalding et Patankar [29], sa simplicité de mise en oeuvre l'a rendue très populaire chez les scientifiques depuis les années 1970-1980.

3.2 Procédure numérique :

Afin de résoudre numériquement les équations différentielles aux dérivées partielles, nous allons procéder à leur discrétisation pour obtenir un système d'équations algébriques, dont sa résolution permet de déterminer les champs de toutes les variables du problème considéré. La méthode des volumes finis a été utilisée pour accomplir cette discrétisation

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [29]; le principe de cette méthode repose sur une technique de discrétisation, qui convertit les équations différentielles aux dérivées partielles en équations algébriques non linéaires, qui peuvent par la suite être résolues numériquement.

La technique des volumes finis comporte essentiellement les étapes suivantes :

- La division du domaine considéré en volumes de contrôle;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles;
- Ecriture des équations algébriques aux noeuds du maillage ;
- Résolution du système algébrique non linéaire obtenu.

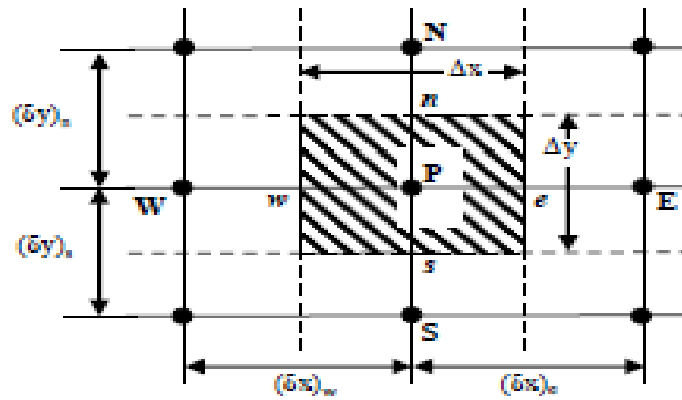


Figure III.1 : Volume de control bidimensionnel.

Pour un nœud principal P, les points E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par des lignes discontinues, alors que les faces sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

3.3 Maillage :

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinale et transversale, dont l'intersection représente un noeud, où on trouve le point central P et les composantes u et v du vecteur de vitesse, qui se trouvent au milieu des segments, reliant deux noeuds adjacents. Donc, la discrétisation du domaine est obtenue par un maillage, constitué d'un réseau de points (noeuds).

Les grandeurs scalaires : température, concentration et fonction de courant sont stockées dans le noeud P du maillage, représenté par la Figure III.1.

L'équation générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle, associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle, associé aux composantes de vitesse.

Le volume de contrôle de la composante transversale u est décalé suivant la direction x par rapport au volume de contrôle principale, celui de la composante longitudinale v est décalé suivant la direction y (voir la Figure III.2). Ce type de maillage, dit « maillage décalé », permet d'avoir une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression, ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution.

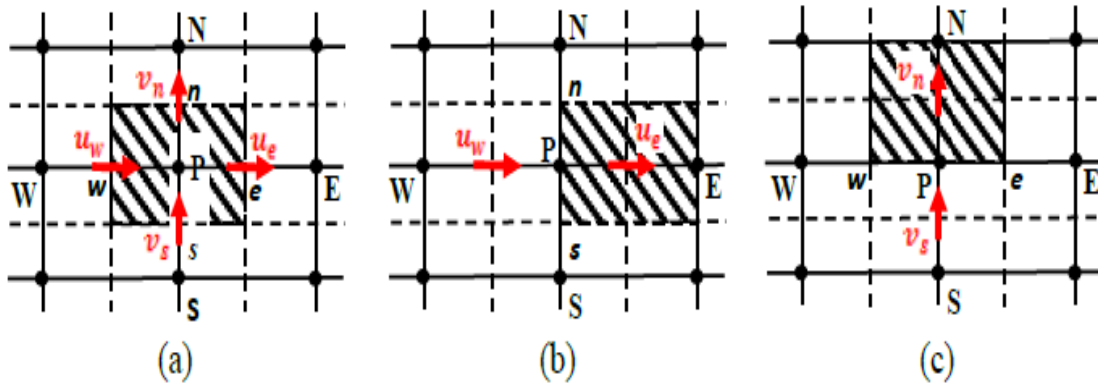


Figure III.2 : Schéma du volume de contrôle (a), maillage décalé pour u_e (b), maillage décalé pour V_n (c).

3.4 Processus de calcul :

Nous résolvons le système d'équations de la façon suivante :

1/ Initialisation des valeurs de la température, la concentration, l'angle d'inclinaison α , la vorticité et de la fonction de courant au sein du maillage.

2/ Calcul de la distribution de la température.

3/ Calcul de la distribution de la concentration.

4/ Calcul de la vorticité.

5/ Calcul de la distribution de la fonction de courant.

6/ Calcul des composantes des vitesses.

7/ Le processus itératif est répété jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement significatif de la valeur de ψ par rapport au critère de convergence suivant :

$$\left| \frac{\max \psi^{n+1} - \max \psi^n}{\max \psi^{n+1}} \right| \leq 10^{-8}$$

7/ Le même critère est utilisé pour la température.

8/ Le même critère est utilisé pour la concentration.

8/ Stockage des valeurs de T , C , ω , ψ .

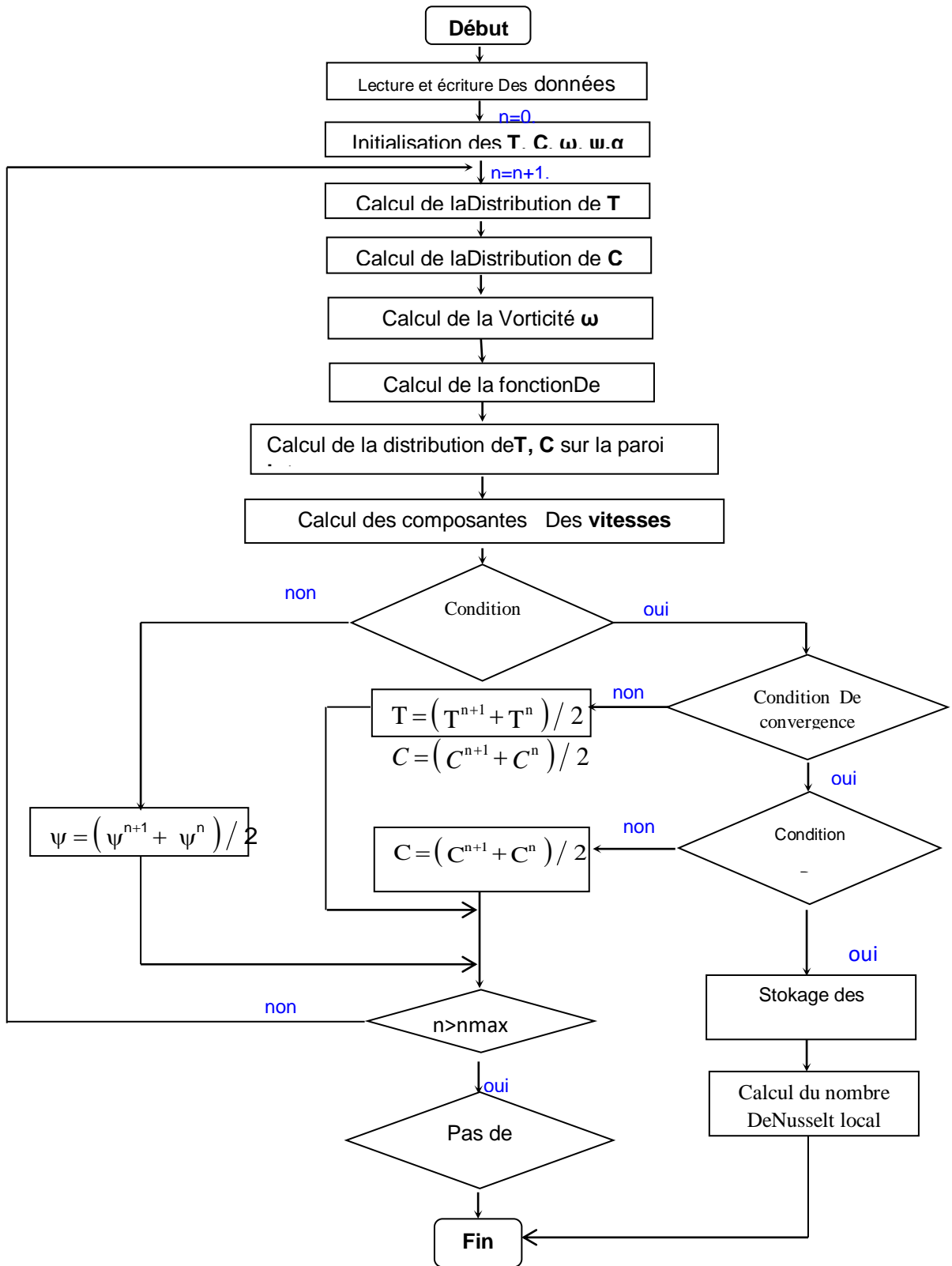


Figure III.3 : L'algorithme SIMPLE.

Chapitre : 4

RESULTATS ET DISCUSSIONS

RESULTATS ET DISCUSSIONS

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier les transferts de chaleur et de masse par convection naturelle thermosolutale dans un espace annulaire elliptique.

Caractérisés respectivement par les configurations suivante : le nombre de Lewis ($Le=2$) qui caractérise le rapport des diffusions thermique et solutale, le nombre de Rayleigh thermique ($10^2 \leq Ra_T \leq 5.10^4$) qui caractérise le gradient de température, le rapport des forces de poussées solutale et thermique ($N=1$) qui caractérise le rapport des gradients de concentration et de température, et enfin le nombre de Prandtl ($Pr=0.71$) caractérisant la nature du fluide.

Nous présentons la distribution de la température par des isothermes, la concentration par des isoconcentrations et la structure de l'écoulement par des lignes de courant. Les taux d'échange de la chaleur et de la masse au niveau des parois de l'espace annulaire sont présentés respectivement par les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux et moyens.

Dans notre étude, nous avons utilisé les conditions pariétales thermiques suivantes :

- La paroi cylindrique externe est maintenue isotherme à la température T_2 et à la concentration C_1 .
- La paroi cylindrique interne est maintenue isotherme à la température ($T_1 > T_2$) et à la concentration C_2 ($C_1 > C_2$).

4.2 Etude du maillage

Dans cette étude plusieurs maillages ont été utilisés arbitrairement pour la configuration suivante : ($Le=2$, $N=1$, $Pr=0.70$, $Ra=10^2$, 10^3 et 5.10^3 , $\alpha=0^\circ$, $e_1=0,6$ et $e_2=0,4$), pour voir leurs effets sur les résultats. Le tableau 4.1 nous montre donc, la variation des nombres de Nusselt moyens intérieur et extérieur, en fonction du nombre de nœuds, et nous a permis de choisir le maillage (96x91) qui réalise un bon compromis entre précision et temps de calcul.

Tableau 4.1 Variation des nombres de Nusselt moyens extérieur et intérieur en fonction du nombre de nœuds.

	$\theta_{Nl} \times \eta_{NN}$	16x11	26x21	36x31	46x41	56x51	66x61	76x71	86x81	96x91	101x101
Ra=10 ²	Nu_i	1.30	1.36	1.39	1.40	1.40	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42
	Nu_o	0.81	0.85	0.86	0.87	0.87	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88
Ra=10 ³	Nu_i	1.59	1.72	1.77	1.80	1.81	1.82	1.83	1.83	1.83	1.83
	Nu_o	0.99	1.07	1.10	1.11	1.12	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13
Ra=5.10 ³	Nu_i	2.42	2.66	2.75	2.80	2.83	2.85	2.87	2.88	2.89	2.89
	Nu_o	1.49	1.64	1.70	1.73	1.74	1.76	1.77	1.77	1.78	1.78

Tableau 4.2. Variation des nombres de Sherwood moyens extérieur et intérieur en fonction du nombre de nœuds pour Le=2.

	$\theta_{Nl} \times \eta_{NN}$	16x11	26x21	36x31	46x41	56x51	66x61	76x71	86x81	96x91	101x101
Ra=10 ²	Sh_i	1.32	1.46	1.46	1.46	1.46	1.46	1.46	1.46	1.46	1.46
	Sh_o	0.82	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91
Ra=10 ³	Sh_i	2.23	2.38	2.42	2.44	2.45	2.46	2.46	2.46	2.45	2.45
	Sh_o	1.39	1.48	1.51	1.52	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53
Ra=5.10 ³	Sh_i	3.44	3.67	3.73	3.77	3.80	3.81	3.82	3.83	3.84	3.84
	Sh_o	2.15	2.29	2.33	2.35	2.37	2.38	2.39	2.39	2.40	2.40

4.3. Comparaison des résultats issus de ce code de calcul avec ceux de la littérature :

Parce que jusqu'à présent, les recherches sur la convection naturelle à double diffusion dans un espace annulaire compris entre deux cylindres elliptiques, sont rares ou inexistantes, nous avons considéré le problème de la convection naturelle pure qui a été étudié par Elshamy[37] et Zhu[38] pour valider le présent code de calcul.

Le tableau 4.3 comporte les valeurs du nombre de Nusselt moyen (Nu) interne et externe pour la présente étude et celle de ElShamy [37]. Le tableau 4.3 comporte les valeurs du nombre de Nusselt moyen (Nu) interne pour la présente étude et celle de Zhu[38]. On constate que nos résultats sont similaires avec ceux présentés par ElShamy et Zhu, avec un pourcentage d'erreur acceptable.

Tableau 4.3. Validation du code de calcul avec les nombre de Nusselt moyens interne et externe pour $Pr=0.70$, $Le = 1.0$, $N=0$, $e_2 = 0.4$.

e_1	φ	Ra	Nu _o Nos calculs	Nu _o ([37])	(%) Er	Nu _i Nos calculs	Nu _i ([37])	(%) Er
0.86	90	10^4	1.37	1.35	0.01	3.72	3.68	0.01
0.86	90	4.10^4	1.80	1.93	0.06	4.86	5.34	0.08
0.90	0	10^4	1.09	1.19	0.08	3.45	3.53	0.02

Tableau 4.4. Validation du code de calcul avec les nombres de Nusselt moyens internes pour $Pr = 0.70$, $Le = 1.0$ et $N = 0$.

e_1	e_2	φ	Ra	Nu _i Nos calculs	Nu _i ([38])	(%) Er
0.95	0.75	0	10^4	3.29	3.33	0.01
0.90	0.5	0	10^4	3.42	3.60	0.05

Dans cette étude, nous présentons l'effet de l'inclinaison du système par rapport à la verticale, l'angle α est calculé à partir de l'horizontale dans le sens trigonométrique. Sur la structure du fluide, le transfert de chaleur et le transfert de masse pour un écoulement de convection naturelle à double diffusion. Les inclinaisons considérées sont : $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ et 90° .

Comme on peut le voir sur la figure IV (1-12), le fluide est caractérisé par deux cellules de recirculation situées asymétriquement par rapport à la médiane verticale de la cavité cylindrique. Cela peut s'expliquer par le fait que l'air chauffé près de la paroi chaude est poussé verticalement au sommet de l'ellipse interne et accéléré le long du toit où il est refroidi. Par conséquent, une partie descend le long du toit à gauche et l'autre le long du toit à droite. En d'autres termes, la structure symétrique de la cavité cylindrique est responsable de la structure des lignes de courant à deux cellules.

Les figures illustrent les profils des fonctions de courant et des isothermes obtenus pour des différentes valeurs de Rayleigh. Pour $Ra = 10^3$ (fig : IV1, IV4, IV7 et IV10) la circulation à

l'intérieur de la serre est faible que les forces visqueuses dominent les forces de flottabilité. Comme on peut le voir sur les figures, les isothermes s'écartent légèrement

d'une structure diagonalement symétrique, qui est la solution de conduction. Ceci conduit la conduction à être un mécanisme de transfert de chaleur dominant à l'intérieur de l'enceinte. Au-delà de $Ra = 10^4$, la déformation des isothermes augmente de plus en plus et la convection prend place, en devenant le mode dominant de transfert de chaleur. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente et les noyaux des cellules se déplacent vers le haut. À $Ra = 10^5$, fig (IV3, IV6, IV9 et IV12) la formation des couches limites thermiques peut être observée en raison de l'intensité de recirculation accrue. On peut également observer que plus le nombre de Rayleigh est élevées les couches limites thermiques deviennent minces, ce qui augmente le transfert d'énergie. De plus, les isothermes deviennent stratifiées.

A) $\alpha=0$

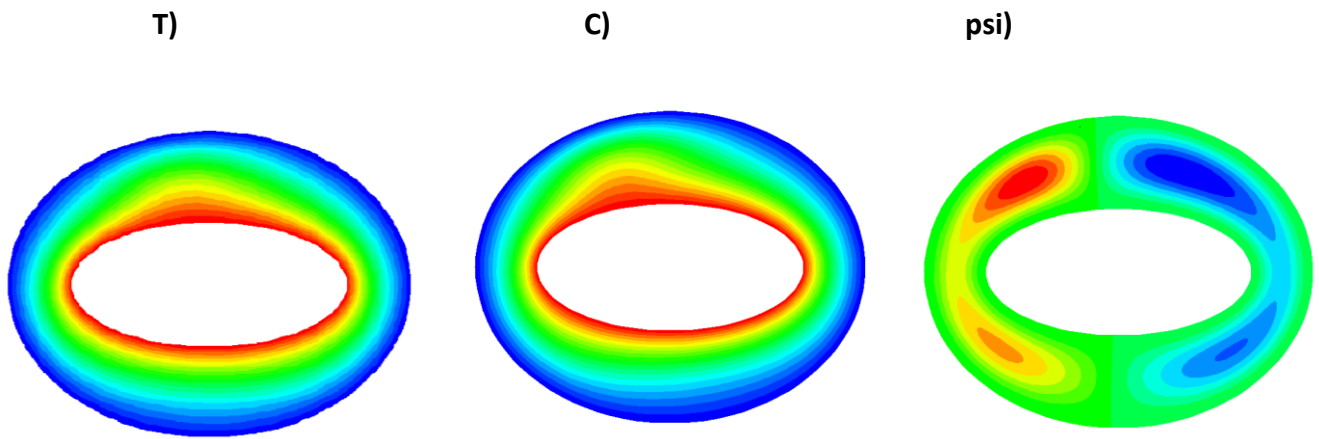


Figure IV.1. Isotherms, for $Ra = 10^3$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

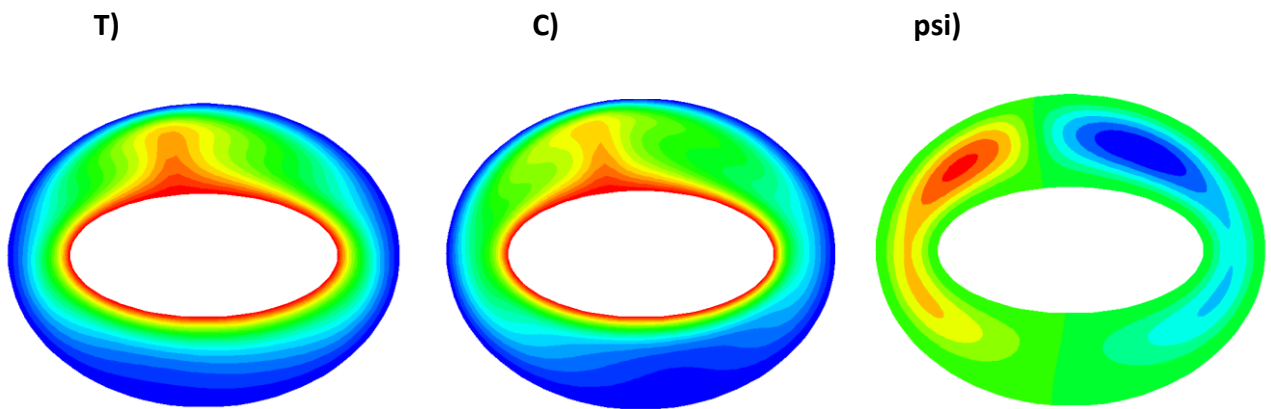


Figure IV.2. Isotherms, for $Ra = 10^4$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

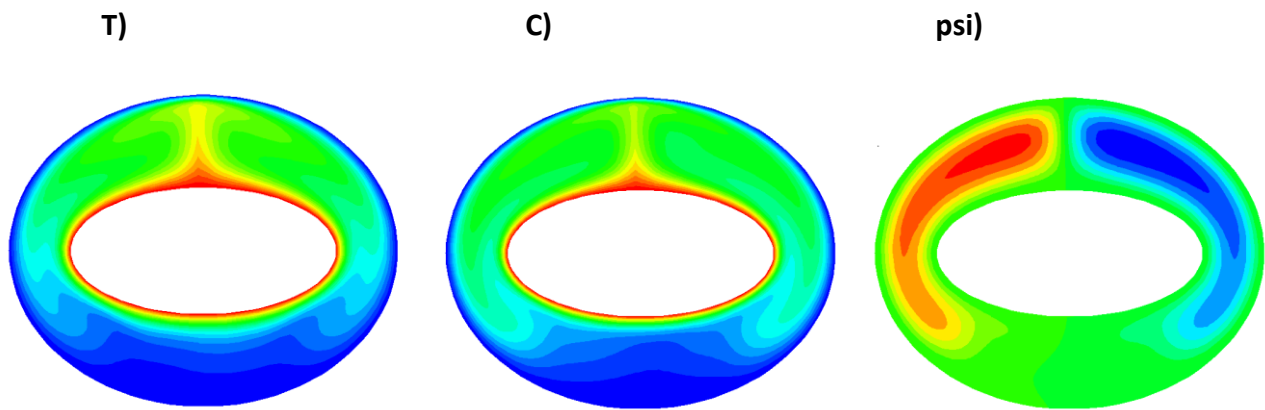


Figure IV .3. Isotherms, for $Ra = 10^5$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

B) $\alpha=30$

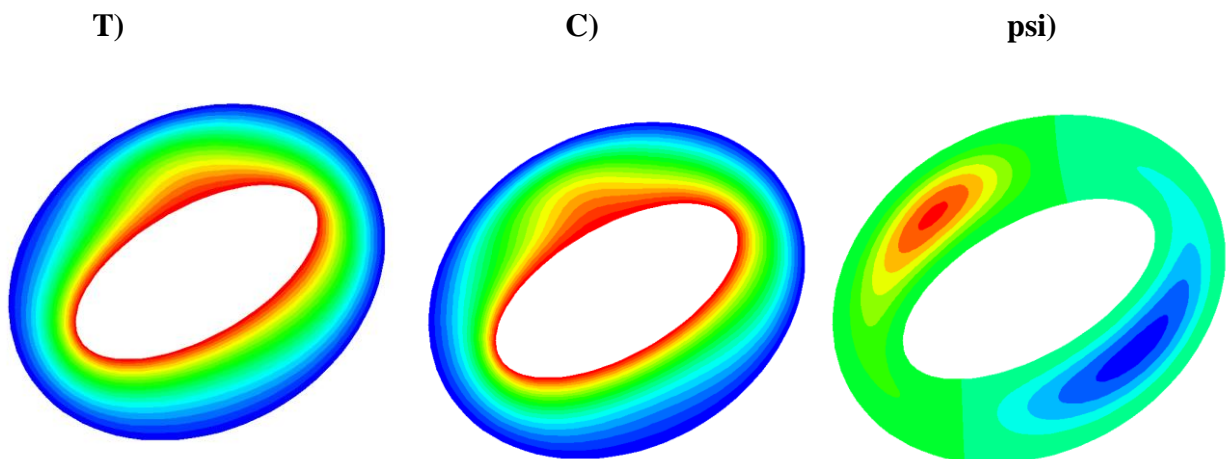


Figure IV .4. Isotherms, for $Ra = 10^3$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

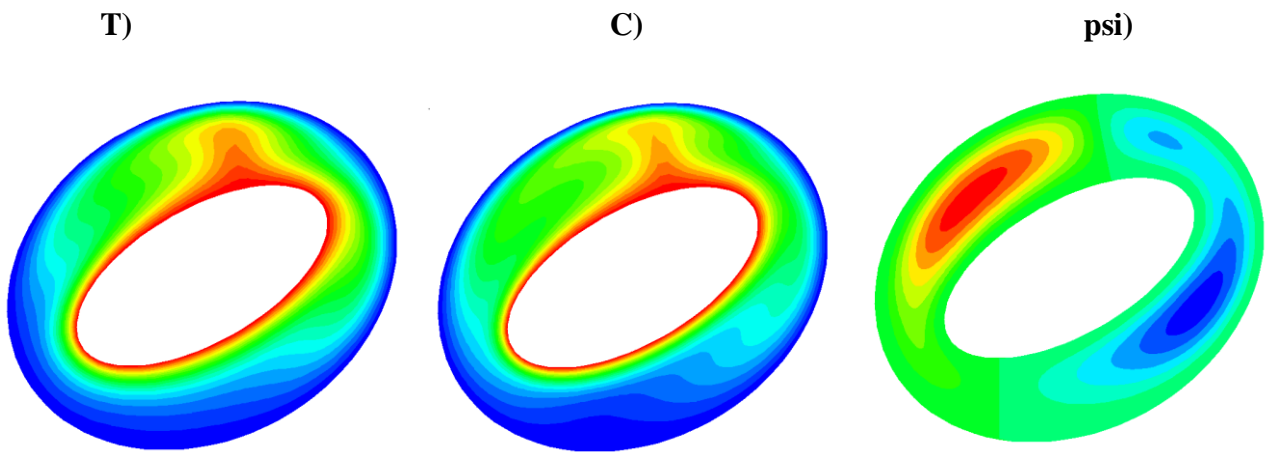


Figure IV .5. Isotherms, for $Ra = 10^4$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

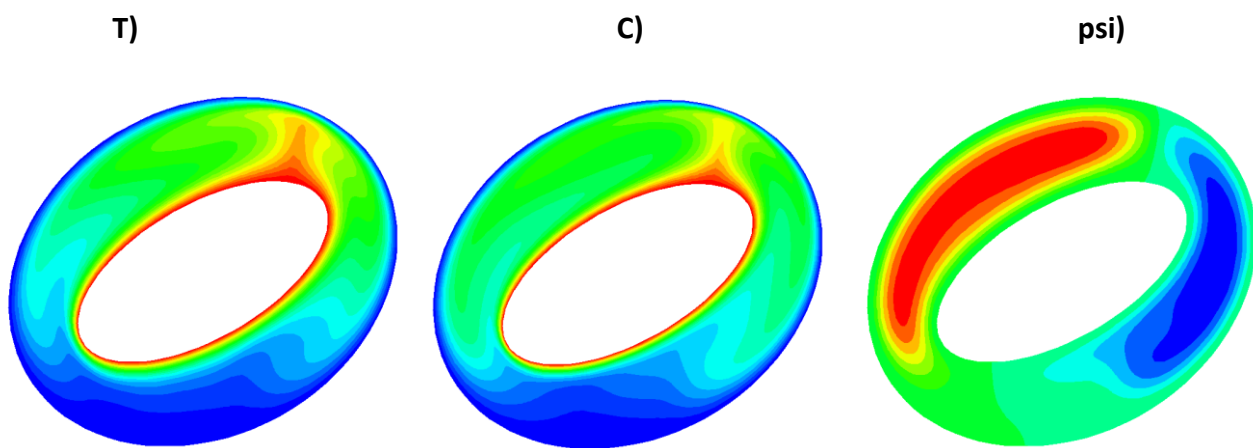


Figure IV .6. Isotherms, for $Ra = 10^5$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

C) $\alpha=60$

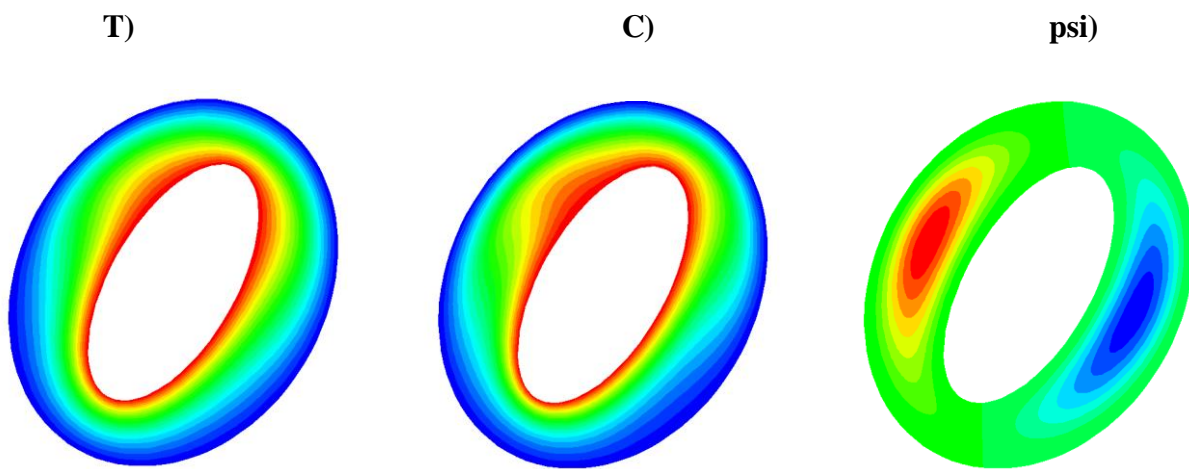


Figure IV.7. Isotherms, for $Ra = 10^3$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

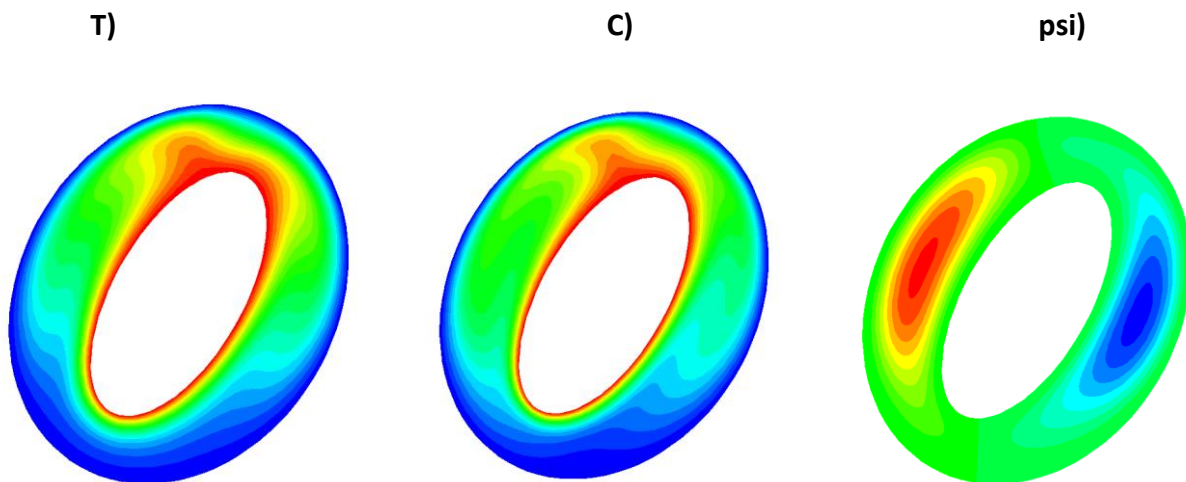


Figure IV.8. Isotherms, for $Ra = 10^4$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

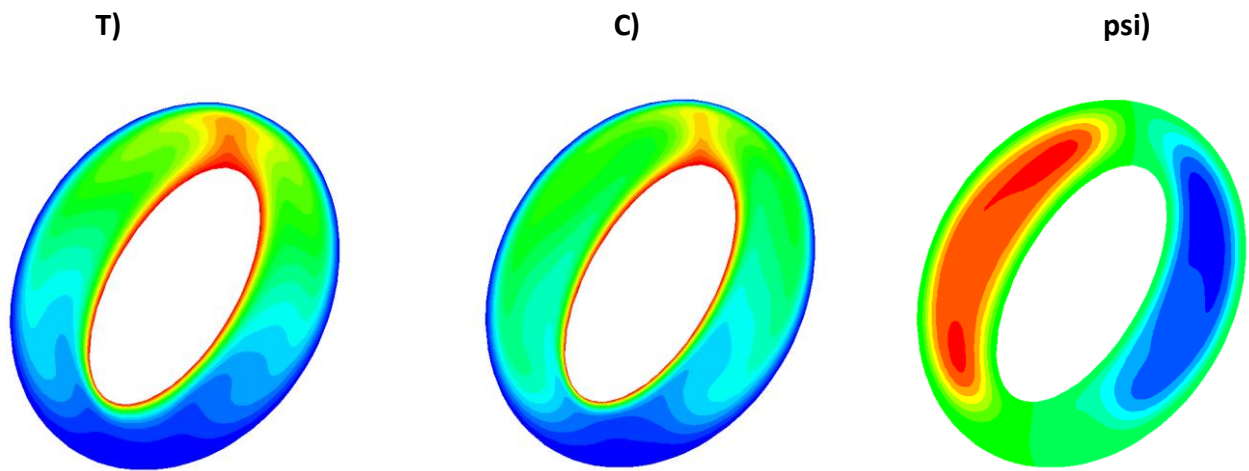


Figure IV .9. Isotherms, for $Ra = 10^5$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

D) $\alpha=90$

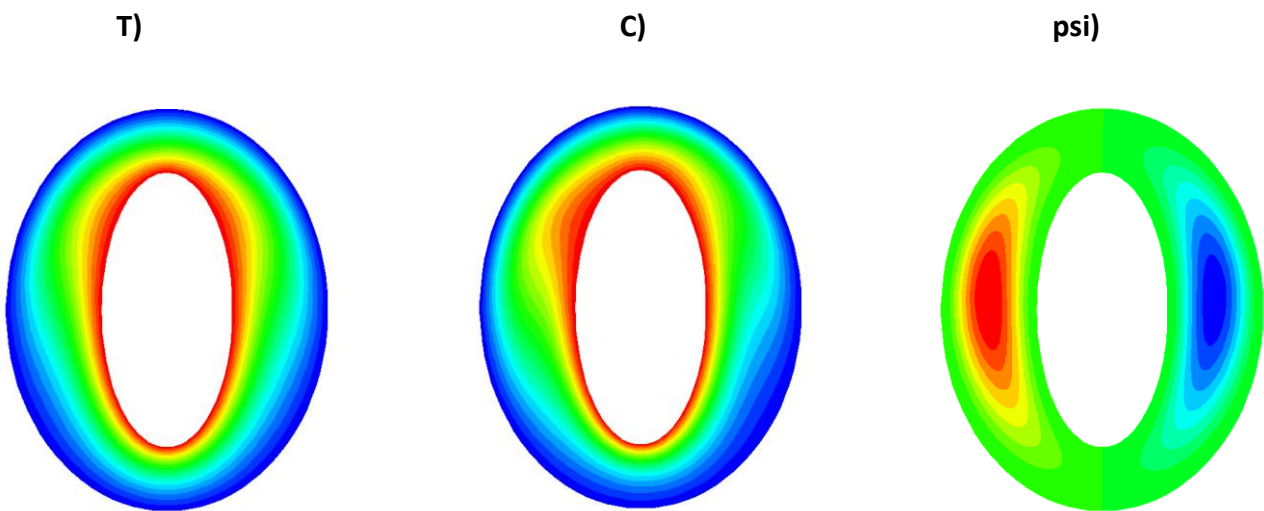


Figure IV .10. Isotherms, for $Ra = 10^3$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

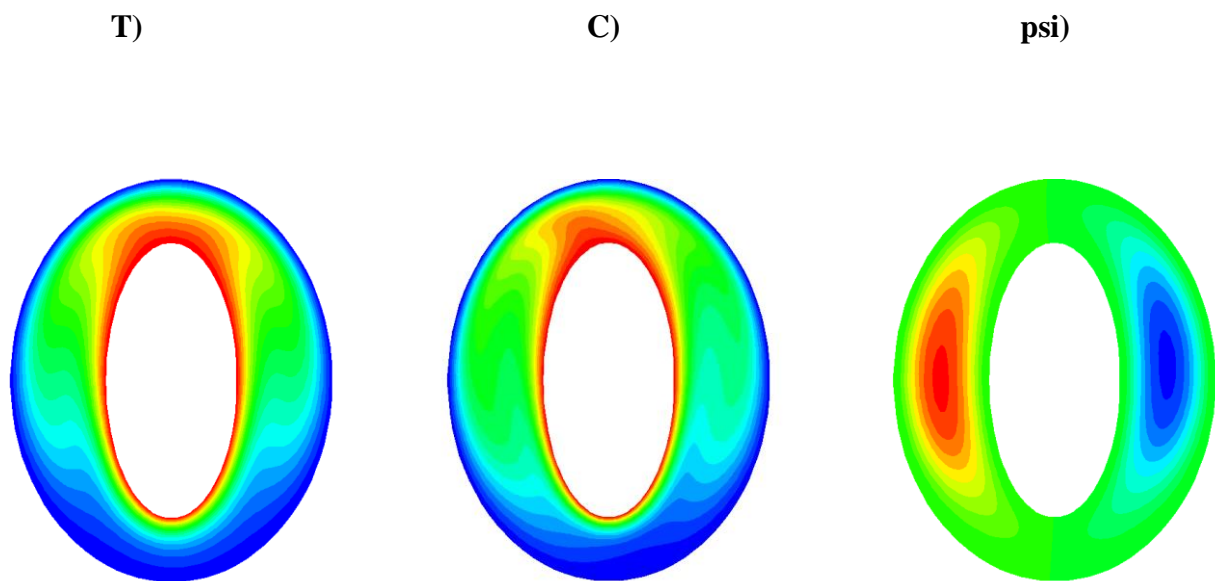


Figure IV .11. Isotherms, for $Ra = 10^4$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

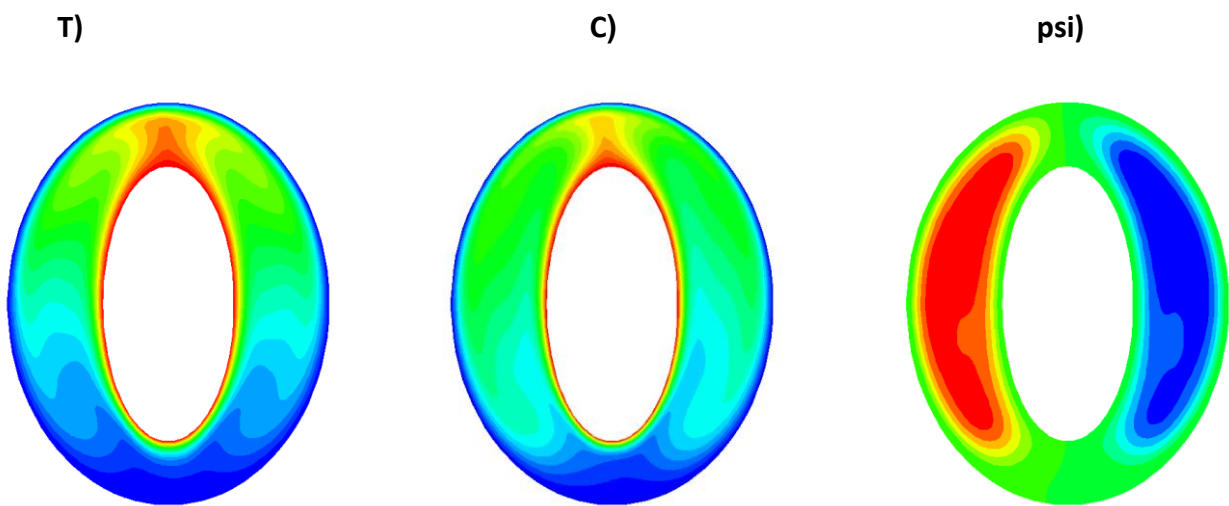


Figure IV .12. Isotherms, for $Ra = 10^5$, $Le=2$, $N=1$, $e_1 = 0.86$ and $e_2 = 0.6$.

4.4 Effet de l'inclinaison sur le Nusselt et Sherwood locaux Nombres dans la paroi interne :

Les variations des nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur les parois intérieure de l'enceinte est représentée sur les figures IV.13 et IV.14, tandis que les paramètres suivants sont maintenus constants ($Pr = 0,8$, $Le=2$, $n=1$, $\alpha=0^\circ$, $\epsilon_1=0,8$ et $\epsilon_2=0,6$). Nous remarquons, pour $\alpha=30^\circ$, 60° et 90° , les nombres de Nusselt et Sherwood locaux à des valeurs maximales lorsque l'angle θ est égal à 180° , et elle est des valeurs minimum quand l'angle θ est compris entre θ égale zéro et θ égale 60° degrés.

Pour la paroi horizontale lorsque l'angle α est égal à 0° les nombres Nusselt et Sherwood locaux a des valeurs minimales au fond de la cavité θ égale 90° degrés et sa valeur augmente à mesure que nous progressons.

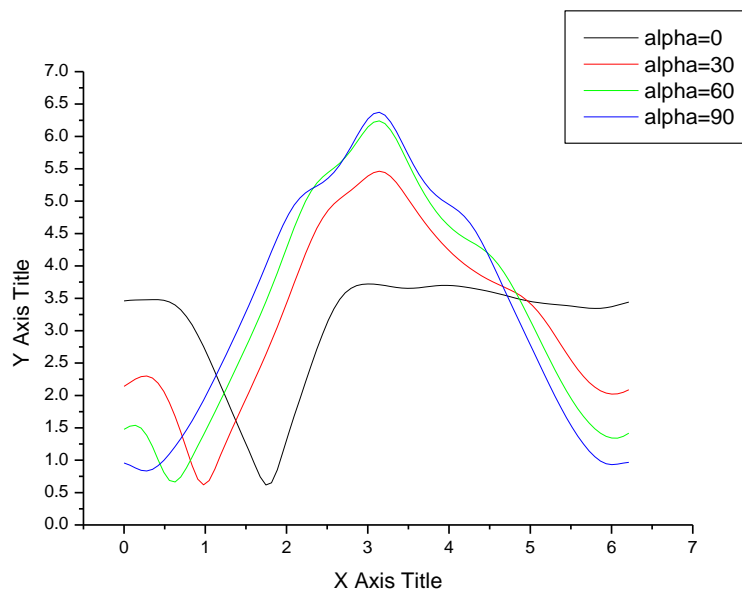


Figure IV.13 Variation de nombre de Nusselt local sur les parois intérieure

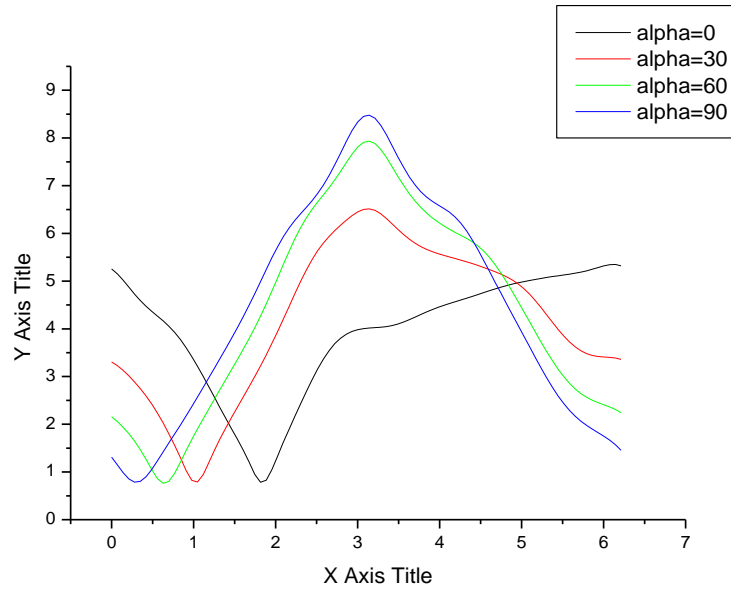


Figure IV.14 Variation de nombre de Sherwood local sur les parois intérieure

4.5. Effet de l'inclinaison sur le Nusselt et Sherwood locaux Nombres dans la paroi externe :

Les variations des nombres de Nusselt et sherwood locaux sur la paroi extérieure de l'enceinte (ellipse externe) est représentée sur les figures IV.37 et IV.38. Nous remarquons que les valeurs minimales des nombres de Nusselt et sherwood locaux au bas de l'ellipse externe. Et elle commence à augmenter au fur et à mesure que nous montons pour atteindre la valeur maximale au sommet de l'ellipse externe. La variation du nombre de Nusselt local et de sherwood au long de parois intérieure et extérieure est les mêmes, mais avec des valeurs plus élevées pour le nombre de sherwood.

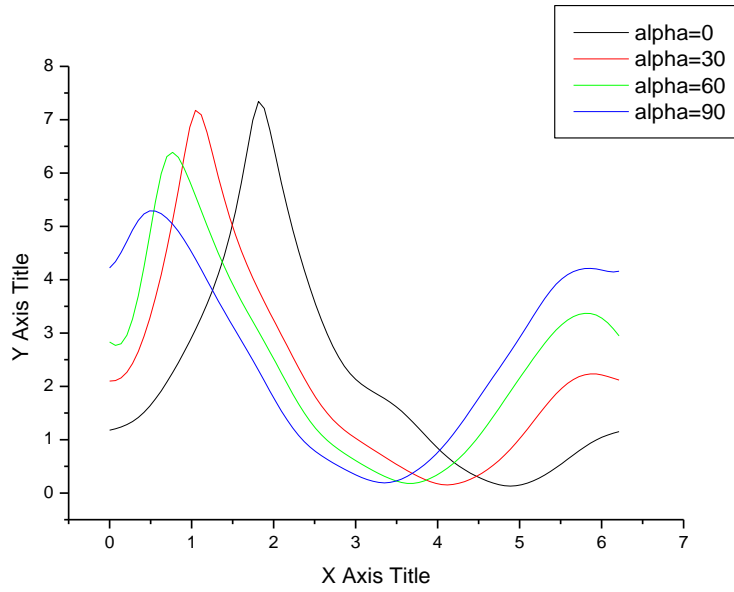


Figure IV.15 Variation de nombre de Nusselt local sur les parois extérieure

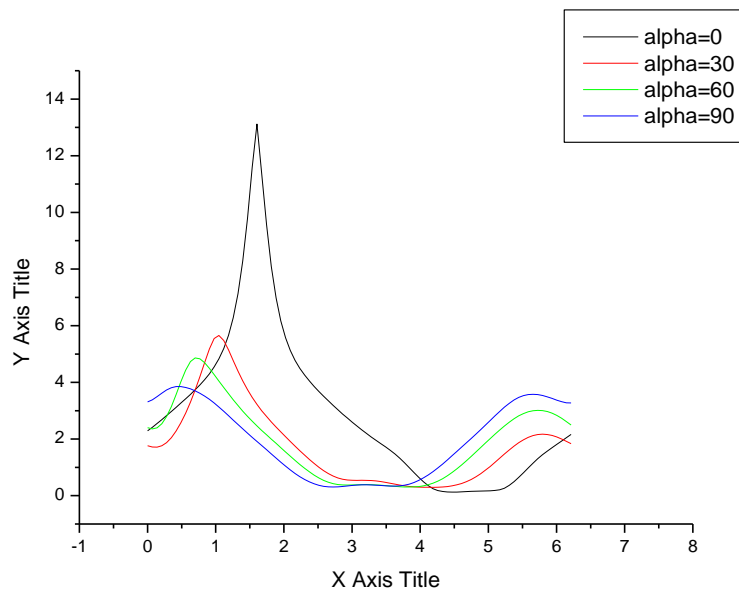


Figure IV.16 Variation de nombre de Sherwood local sur les parois extérieure

Conclusion générale

La convection naturelle double diffusive dans un espace annulaire délimité par deux cylindres elliptiques maintenus à des températures et des concentrations constantes et rempli par un fluide newtonienne a été étudiée numériquement pour le cas bidimensionnel d'un écoulement laminaire et permanent, par la méthode des volumes finis et sous la formulation vorticité-fonction de courant, avec l'approximation de Boussinesq.

Le modèle mathématique est représenté par les équations de continuité, de quantité de mouvement, de la chaleur et d'espèces. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation des équations (chaleur et espèces). Le système d'équations discrétisées est résolu par la méthode itérative de Gauss-Seidel avec une sous-relaxation. Les nombres adimensionnels de Nusselt et de Sherwood locaux déterminant les taux de transfert de chaleur et de masse sont également présentés.

L'influence du nombre de Rayleigh (Ra) et l'inclinaison du système par rapport à l'horizontale sur la structure de l'écoulement ainsi que, sur les taux de transfert de chaleur et de masse a été examinée.

Les résultats des simulations numériques ont montré que pour un faible nombre de Rayleigh $Ra=10^3$, le transport de masse dans l'espace annulaire est essentiellement par le processus de diffusion. Lorsque le nombre de Rayleigh devient important, $Ra=10^5$ les gradients de température et de concentration sont très importants. Le mouvement d'origine solutale prédomine toujours dans ce cas. On peut également observer que plus le nombre de Rayleigh est élevées les couches limites thermiques deviennent minces, ce qui augmente le transfert d'énergie. De plus, les isothermes deviennent stratifiées.

Pour l'effet de l'inclinaison sur les Nusselt et Sherwood locaux Nombres :

-Dans la paroi interne, nous remarquons que pour $\alpha=30^\circ$, 60° et 90° , les nombres de Nusselt et sherwood locaux à des valeurs maximales lorsque l'angle θ est égal à 180° , et elle est des valeurs minimum quand l'angle θ est compris entre θ égale zéro et θ égale 60° degrés, lorsque l'angle α est égal à 0° les nombres Nusselt et sherwood locaux a des valeurs minimales au fond de la cavité θ égale 90° degrés et sa valeur augmente à mesure que nous progressons..

- dans la paroi externe, nous remarquons que les valeurs minimales des nombres de Nusselt et sherwood locaux au bas de l'ellipse externe. Et elle commence à augmenter au fur et à mesure que nous montons pour atteindre la valeur maximale au sommet de l'ellipse externe.

Pour ce qui est des perspectives qu'on peut envisager comme suite logique à ce travail, on peut citer:

- L'étude d'un écoulement en 3D.
- L'étude d'un écoulement en régime turbulent.
- Applications d'autres conditions pariétales thermiques et massiques

Bibliographiques

- [1]: **T.H. Kuehn and R.J. Goldstein**, An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal cylinders, *J. Fluid Mech*, vol. 74, pp. 695-719, 1976.
- [2]: **C.Y. Liu et al.**, Natural convection heat transfer in long horizontal cylindrical annuli, *International Developments in Heat Transfer*, part.5, pp. 976-984, (1961).
- [3]: **P. Teertstra et al.**, Analytical Modeling of Natural Convection in Horizontal Annuli, 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA-2005-0959, (2005).
- [4]: **G. Guj and F. Stella**, Natural convection in horizontal eccentric annuli: Numerical study, *Numer Heat Transfer*, vol. 27, pp. 89-105, 1995.
- [5]: **A.J.J. Belabid et A. Cheddadi**, Heat and Mass Transfer in a Saturated Porous Medium Confined in Cylindrical Annular Geometry, *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering* Vol.9, No.4, pp. 586-590, (2015).
- [6]: **K. Ghorayeb, H. Khallouf and A. Mojtabi**, Influence du nombre de Lewis sur la structure de l'écoulement de double diffusion convection, *Entropie*, vol. 198, pp. 97-101, 1996.
- [7]: **E. L. M. Padilla et al.**, Numerical Analysis of The Natural Convection in Horizontal Annuli At Low and Moderate Ra., *Engenharia Térmica (Thermal Engineering)*, Vol. 5, No 02, pp. 58-65, (2006).
- [8]: **A. Abidi, L. Kolsi, M.N. Borjini and H. Ben Aissia**, Etude numérique de la convection naturelle doublement diffusive dans une cavité cubique : Effets des conditions sur les parois horizontales, 13èmes Journées Internationales de Thermique, Albi, France, du 28 au 30 Août 2007.
- [9]: **W.M. Yan, T.F. Lin and Y.L. Tsay**, Evaporative cooling of liquid film through interfacial heat and mass transfer in a vertical channel, I. Experimental study, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 34, pp. 1105-1111, 1991.
- [10]: **V. Sévélédér and J.P. Petit**, Flow structures induced by opposing forces in double diffusion natural convection in a cavity, *Numerical Heat and mass Transfer Part A*, vol. 15, pp. 431-444, 1989.

- [11] : **M. Mamou, P. Vasseur and E. Bigen**, Analytical and numerical study of double diffusive convection in a vertical enclosure, *Heat and Mass Transfer*, vol. 32, pp. 115-125, 1996.
- [12] : **I. Sezai and A.A. Mohamad**, Double diffusive convection in a cubic enclosure with opposing temperature and concentration gradient, *Phys. Fluids*, vol. 12, pp. 2210-2223, 2000.
- [13] : **H. Beji et al**, Double-Diffusive Natural Convection in a Vertical Porous Annulus, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 36, pp.153-170, (1999).
- [14]: **M. Benzeghiba et al.**, Thermosolutal Convection in a Partly Porous Vertical Annular Cavity, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 703-715, (2003).
- [15]: **J. C. Kalita et A. K. Dass**, Higher Order Compact Simulation of Double-Diffusive Natural Convection in a Vertical Porous Annulus, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* Vol. 5, No.3, pp. 357–371, (2011).
- [16]: **Ana-Maria Bianchi, Yves Fautrelle & Jacqueline Etay**, *Transferts thermiques*, pp. 1-12, p. 191-233, pp. 351-405, Agence Universitaire de la Francophonie (2004).
- [17]: Département de Génie Mécanique Cours Transfert Thermique Dr Tayeb OUKSEL P5
- [28]: **diane DUVAL**, Ailettes thermique, Institut National Des Sciences Appliquées de Rouen, Département Sciences et Techniques Pour l'Ingénieur.2013.
- [29]: **N.Errien**, livre, Transfert thermique, Faculté des Sciences. Département de Physique. Université du Maine.
- [20] : **R. J. Kee,C.S. Landram, and J. C. Miles**, Natural convection of a Heat generating fluid within closed vertical cylinders and spheres, *J. Heat Transfer*, Vol.98,pp.55-61 (1976).
- [21]: **Lahcen B. Yves L. Brahim B.** (2012) : Instabilité thermoconvective d'un écoulement Poiseuille-Rayleigh-Bénard-Marangoni dans un canal ouvert à surface libre, thèse de doctorat Université Ibn Zohr-A
- [22]: **S. Bories, M . Prat**, *Transferts de chaleur dans les milieux poreux*. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse
- [23]: **Mr. BenacerBousaria** .Etude de la convection forcée en régime laminaire sur une plaque plane chaude pour différents angles d'attaque. Université de Biskra. Année universitaire :2018 – 2019

- [24]: **S.Bories, A.Mojtabi, M .Prat et M .Quintard**, Transferts de chaleur dans les milieux poreux Conduction, convection, rayonnement ». Techniques de l'Ingénieur, 8250(2008).
- [25]: **G. D. VahlDavis**, Natural convection of air in a square cavity; a bench mark numerical solution, *Int. J. Numer. Mesh. Fluids* 3, pp. 249-264, (1983).
- [26]: **I. P Jones**,. A numerical study of natural convection in an air-filled cavity: comparison with experiment, *Numer. Heat Transfer* 2, pp.193-213, (1979).
- [27]: **T. Pessa, S. Piva**, Laminar natural convection in a square cavity: Low Prandtl numbers and large density differences, *Int. J. Heat and Mass Transfer* 52, pp.1036-1043,(2009).
- [28]: **J.P. Caltagirone**, Thermoconvective instabilities in a porous medium bounded by two concentric horizontal cylinders, *J. Fluid Mech* 76, 337-362.(1976).
- [29]: **M.C. Charrier-Mojtabi, A. Mojtabi, M. Azalez and G. Larosse**, Numerical and experimental study of multicellular free convection flows in an annular porous layer, *International journal of heat Mass Transfer*, 34, pp. 3061-74.(1991).
- [30]: **J.P.Barbosa Mota and E. Saadjan**, Natural convection in a porous horizontal cylindrical annulus, *ASME Journal of Heat Transfer*, 116, pp. 621-626.(1994).
- [31]: **J.P. Barbosa Mota and E. Saadjan**, Natural convection in a porous cylindrical annuli, *International journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 5, pp. 3-12. (1995).
- [32]: **R.E. Powe Carely, and E.H., C.T Boshop** . Free convective flow patterns in cylindrical annuli, *J. Heat Transfer*, 91, pp. 310-314.(1969).
- [33]: **M. Krafczyk, S.Chen and J. Tölke**, Numerical investigation of double-diffusive convection in vertical annuli with opposing temperature and concentration gradients. *Int.J Heat Fluid Flow* Vol. 31, pp. 217–226, (2010).
- [34]: **H.J. Sung, W.K. Cho and J.M. Hyun**, Double-diffusive convection in a rotating annulus with horizontal temperature and vertical solutal gradients, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 36, pp . 3773–3782 , (1993).
- [35]: **T.K. Aldoss, M. Alkam and M. Shatarah**, Natural convection from a horizontal annulus partially filled with porous medium, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 31, pp. 441-452.(2004).
- [36]: **J.C. Leong and F.C. Lai**, Natural convection in a concentric annulus with a porous sleeve, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 49, pp. 3016-3027.(2006).
- [37]: **M. M. Elshamy, M. N. Ozisik, and J. P. Coulter**, Correlation for laminar natural convection between concentric horizontal elliptical cylinders, *Numer. Heat Transfer, Part A*. Vol.18, pp.95-112, (1990).

[38]: **Zhu, Y. D., Shu, C., Qiu, J., and Tani, J**, Numerical Simulation of natural convection between two elliptical cylinders using DQ method, *Int. J. Heat. Mass. Trans*, 47, pp. 797-808, (2004).