



UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF DE M'SILA

Faculté des Mathématiques et de l'Informatique

Département de Mathématiques



MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du Diplôme de **MASTER**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière Mathématiques

Option :EDP et application

Par

Bisker Maroua

Sujet

***ETUDE MODÈLE NON LINÉAIRE DE PERONA
ET MALIK UNIDIMENSIONNEL EN
TRAITEMENT DE L'IMAGE***

Devant le jury :

Mr. Merzougui Abdelkarim MCA. Univ de M'sila Président
Mr. Benhamidouche Nourddin Prof. Univ de M'sila Rapporteur
Mr. Bounab Noura MCD. Univ de M'sila Examineur

Promotion : 2015 / 2016

2	Schéma Numérique	27
2.1	Dérivées	28
2.2	Propriétés du schéma de différence	37
2.3	Erreurs numériques	42
4	Régularisation d'Images	43
4.1	Filtre de Canny	43
4.1.1	Paramètres du Filtre	45
4.1.2	Schéma Numérique	48
Introduction		2
1	Différents modèles de diffusion	3
1.1	But du traitement de l'image	3
1.2	Image numérique	4
1.3	Filtrage en traitement de l'image	8
1.4	Filtres basés par diffusion isotrope est anistrophe	10
1.4.1	Modèle de diffusion linéaire isotrope	10
1.4.2	Modèle de diffusion non linéaire anistrophe	14
2	Modèle du Pérona et Malik unidimensionnel	18
2.1	Analyse du Modèle de Pérona -Malik	18
2.1.1	Formulation du problème	18
2.1.2	Paramètre du problème	21
2.1.3	Quelques mots sur le problème homogène	21
2.2	Propriétés du filtre	22
2.2.1	Propriété du conservation du bord	22
2.2.2	Propriété d'amélioration du bord	22
2.2.3	Construction des filtres	23
2.2.4	Caractéristiques particulières des diffusivites	23
2.3	Analyse d'amélioration du bord	32
2.4	Applatissement du bord	33

3	Schéma Numérique	36
3.1	Discrétisation	36
3.2	Propriétés du schéma de différence	37
3.3	Results numérique	42
4	Régularisation de modèle de diffusion non-linéaire	44
4.1	Filtre de Catté et al	44
4.1.1	Paramètre du Problème	45
4.1.2	Schéma Numérique	46
	Conclusion générale	47
	Bibliographie	51

Dans le deuxième chapitre, on a présenté une étude détaillée du modèle de Pérona-Malik dans le cas unidimensionnel, avec une analyse du modèle, la formulation et la résolution du problème, la reconstruction de l'image, et les propriétés de convergence des contours obtenus d'une part et leur application d'autre part.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude de la forme mathématique des contours dans le cas bidimensionnel.

Introduction

Dans le dernier chapitre, on a présenté la représentation du modèle de Pérona-Malik sous la forme d'une équation aux dérivées partielles.

Les équations aux dérivées partielles jouent un rôle important dans plusieurs domaines scientifiques, une des applications des équations aux dérivées partielles la plus intéressante est liée au traitement de l'image: application au lissage, la restauration, le filtrage ou la détection des bords.

Le premier modèle de filtrage a été utilisé en 1920, l'équation de la chaleur qui peut représenter un filtrage linéaire de l'image. Ensuite en 1987 **Perona-Malik**[14] propose, un autre modèle qui est non linéaire pour corriger les inconvénients du modèle de la chaleur qui s'écrit sous la forme d'une équation aux dérivées partielles, de diffusion non linéaire.

Dans notre mémoire nous présentons une étude détaillée du modèle de Pérona Malik dans le cas unidimensionnel en se basant sur plusieurs travaux notamment **Perona-Malik**[13], **F.Caté** [5], **J.Weikter**[7]

Nous avons établi une étude mathématique complète du modèle en démontrant en illustrant cette étude par des applications du modèle dans l'amélioration des contours d'image.

Notre travail, est constitué de quatre chapitres:

Dans le **premier chapitre**: nous rappelons les notations sur les types et les formes de l'image, le but de traitement image, la notion de filtrage basée sur la diffusion isotrope et anisotrope et la relation entre les deux..

Dans le **deuxième chapitre**: On a présenté une étude théorique du Modèle **Pérona-Malik** dans le cas unidimensionnel, avec une analyse du modèle, formulation et paramètre du problème, la construction du filtre, et ses propriétés, à savoir la conservation des contours d'image d'une part et leurs amélioration d'autres part.

Le **troisième chapitre**: est consacré à l'étude du schéma numérique liés aux différences finies et ses propriétés.

Dans le **dernier chapitre** : on a présenté la régularisation du modèle de diffusion non-linéaire par le modèle de Catté all

1.1 But du traitement de l'image

Le traitement de l'image, consiste à réaliser des transformations pour améliorer la qualité d'image ou extraire des informations et caractéristiques.

1. Eliminer ou réduire les bruits et les parasites introduits lors de son acquisition
2. Interpréter de façon meilleure l'image et son contenu et ceci en détectant la présence des autres formes
3. opérations mathématiques pixel (filtrage)
4. opérations locaux (gradient, dérivées...)
5. opérations globales : calculer la moyenne
6. opérations logarithmiques sur l'histogramme
7. opérations classifications de pixels
8. opérations ensemble d'informations larges

Les domaines d'application du traitement d'image sont divers, dans le domaine de la biologie, etc., on peut citer :

La médecine (radiologie, échographie, scanner) la télécommunications (téléphone portable, vidéo, tv à l'antenne) la robotique, sécurité, ...

Conclusion générale

Dans ce travail nous avons étudié le modèle non-linéaire de **Pérona** et **Malik** en traitement d'image dans le cas **1D**, ce modèle proposé en 1987 afin d'améliorer le processus de filtrage linéaire définie par l'équation de la chaleur dont le défaut majeur est les contours flous, le modèle permet en effet d'améliorer la conservation du contour et son amélioration également. Une étude mathématique et numérique a été donnée en détail dans ce travail en se basant sur les travaux de [11], néanmoins ce modèle souffre de quelques défauts. Ces défauts mathématiques et numériques du modèle ont été présentés également dans ce travail, en fin une méthode de régularisation a été détaillé afin de régler le problème de Pérona Malik.

Ce travail nous a permis de comprendre le processus de filtrage non linéaire de point de vue mathématique même en dimension un où l'image est représentée par son intensité.

- [1] Bakampur-Parsi, Rajeev, K. Srinivasan, A. Rosenfeld, "Optimally regularized by digital image processing", *Proceedings of the International Conference on Image Processing, ICIP'97, Santa Barbara, CA, USA, vol. 2, pp. 724-728, 1997.*
- [2] F. Oshita, P. Li, J. J. Morel, and T. F. Chan, "Edge selection, smoothing, and edge detection by non-linear diffusion", *SIAM journal on numerical analysis*, 1992-1993, 1992.
- [3] F. Beckmann-Aziz and K. P. Ingole, "On the solution of diffusion equation", vol. 6, pp. 573-578.
- [4] J. Weickert, "Convergence theory of nonlinear diffusion filtering and fast algorithms for image denoising", *In Proceedings International Conference on Image Processing, ICIP'96, Lugano, Switzerland, vol. 1, pp. 462-466, 1996.*
- [5] J. Weickert, "Analysis of nonlinear diffusion filtering", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1997.
- [6] J. Whitaker, "Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering", *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 7, no. 3, pp. 358-370, 1998.

Bibliographie

- [1] **A. BOUSSAID**, Signaux et Image en Médecine, Mémoire de Master, Université de Abdoue Baker Belkaide de Tlemcene, 24 Juin 2004
- [2] **B.kamgar-Parsi**, Behrooz Kamgar-parisi "Optimally isotropic laplacian operator", IEEE Transaction on Image Processing ,vol8, no.10, pp.1467-1472,1999.
- [3] **B.kamgar-Parsi**, Behrooz Kamgar-parisi, A.Rosenfeld, "Optimally laplacian for digital image processing", In:proceedings of the International Conference in ilage Processing ICIP'97, Santa-Barbra, California, vol.2, pp.728-732, 1997.
- [5] **F.Caté, P.L, J.M. Morel, and T.Coll.** Image selective smothinge and edge detection by non-lineare diffusion, SIAM journal on numerical Analyse 182-193,1992.
- [6] **F.Torkamani -Azar and K E** ,Image recovery using the anistropic diffusion equation ,vol 5, pp 573- 578.
- [7] **J.Weickere**-Conservative image transforms with restoration and scal-space properties, In:Proc.IEEE International Coneference on image Processing , ICIP'96, Laussane , Switzerland, vol.1, pp.465-468, 1996.
- [8] **J.Weikter**, Areview of nonlinear diffussion filtering Scal Spac in Capture vission ,Berlin ,pp328,1997.
- [9] **J.whitaker**- Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering,IEEE Ttransaction onimage Processing, Vol.7,no.3,pp.398-410, 1998.

- [10] **M.Borda et P.Baylo**, Diffusion Directionnelle, Applications à La Restauration et à l'amélioration D'images de documents anciens ,thèse de doctora ,Université Bordeaux I, 28 Mai2004.
- [11] **M.DIAF**, Filtrage par Diffusion Anisotrope Appliquée aux Image IRM. Mémoire de Magister .Université de Mouloud Mammer ,Tizi-ouzo,2005
- [12] **N.Nitzberg and T.Shiota**, Nonlinear image filtering with edge and corner enhancement IEEE Trans .Pattern Anal .Machin Intell,Vol 14,pp182-192, 1992
- [13] **P.Perona and J. Malik**, Scale-space and Edge detection using Anisotropic diffusion ,IEEE transactions on Pattern Analyse and Machine Intelligence ,12(7) :639_629,7 july 1990
- [14] **P.Perona and J.Malik** , Scale-space and Edge detection using Anisotropic diffusion , IEEE computer Society Press,Washington ,16_22,1987
- [15] **R.Deriche et O.Faugeras**,Les EDP en traitement d'image et vision par ordinateur ,Rapport de recherche TNRIA-2627, <http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR2697.html>, 1995,pp551-578,1996
- [16] **R.Deriche et O.Faugeras**, Image Processing and Computer vision , thèse de doctora , Aniria Sophia-Antipolis Cedex France, 2004.
- [17] **R .Fattal, D.lischinski, and R.Szerliski**. Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation . In ACM SIGGRAPH 2008 papers, pages _10.ACM, 2008.
- [18] **R.T whitaker and S.M .pezer.**, A multi -scale approach to nonuniform diffusion, Vol 57, pp.259-268, 1992
- [19] **R.whitaker**-Geometry limited diffusion, thés de doctorat, Departement of Computer Science, University of North Carolina,1993.
- [20] **S.Acton**, "Multigrid anisotropic diffusion ", pp 280-291,1998.

- [21] **T.Chan and L.vese**, Active contours without edges, IEEE Transactions on image Prossising , no 2 .pp266-277 ,2001
- [22] **Z. Farboman , R .Fattal, D.lischinski, and R.Szerliski**. Edge-proserving decompositions for multi-scale tone and detail maniupilation . In ACM SIGGRAPH 2008 papers, pages 1_10.ACM, 2008.
- [21] **R.Whitaker, S.L.Pizer**A multi-scale approach to nonuniform diffusion, Graphe Model and Image Processing : Image Understanding ,vol.57, pp.111-120, 1993.

RESUME

Ce travail concerne l'étude du modèle unidimensionnel de Perona-Malik, qui joue un rôle essentiel dans le traitement d'image.

Ce modèle améliore le processus de filtrage linéaire établi par l'équation de la chaleur, il améliore ainsi la conservation du contour et son amélioration également.

Une étude mathématique a été donnée concernant la diffusion isotrope et celle anisotrope (Modèle de Pérona et Malik 1D). Des schéma numériques ont été présentés également, enfin un principe de régularisation du modèle de diffusion non-linéaire a été présenté aussi.

Mots clés: Equation de chaleur, Contour, Filtre, Perona et Malik, Stair casing, detection de bord.

ABSTRACT

This work relates to the study of the model unidimensionel of Perona-Malik, which plays an essential role in the image processing.

This model improves the process of filtering linear established by the equation of heat, it thus improves the conservation of contour and its improvement also.

A mathematical study was given concerning the isotropic diffusion and that anisotropic (Model of Pérona and Malik 1D). Numerical schema were also presented, finally a principle of regularization of the non-linear model of diffusion was presented too.

Keywords: chaleur equation, Contour, Filter, Perona and Malik , Stair casing, edge detection.

في بحثنا هذا قمنا بدراسة الصورة حيث استخدمنا طريقة بيرونا و ماليك البعد الواحد، وهي طريقة مهمة في معالجة الصور . حيث جاءت لتحسين أخطاء شالور و ذلك بحماية وصيانة الحواف للصورة الأصلية وتحسينها.

عمليا قمنا بدراسة الرياضية لمعادلة انتشار الحرارة و معادلة بيرونا - ماليك الغير خطية في البعد الواحد، ثم التخطيط العددي و خصائصه و في الأخير مبدأ تقويم و تنظيم لمعادلة بيرونا - ماليك الغير خطية .