

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE : TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

N° :

DOMAINE : SCIENCE ET TECHNOLOGIE

FILIERE : ELECTRONIQUE

OPTION : TELECOMMUNICATION.



**Mémoire présenté pour l'obtention  
Du diplôme de Master Académique**

**Par:**

Nouh KHEIDRI

Noureddine SELAM

**Intitulé**

**Restauration des images échographique  
en utilisant  
Les méthodes de dérivées non entière.**

**Soutenu devant le jury composé de :**

Encadré par Dr Meriem HACINI

MCB

Université Mohamed Boudiaf M'sila

**Année universitaire : 2017 /2018**

# SOMMAIRE

**Remerciement**

**Dédicace**

**Introduction Générale** **1**

**Chapitre 1 : Les opérateurs de la dérivation non entière (Fractionnaire) 3**

1. Introduction	3
2. Définitions	4
2.1.Fonction Gamma,	4
2.2.Approches de Grünwald-Letnikov,	6
2.3.Approche de Riemann-Liouville et Caputo,	7
2.4.Transformée de Laplace de la dérivée d'ordre non entière.	8
3. Application de la dérivation non entière.	8
3.1.Rehaussement du contraste	9
3.2.Image de-noising	10
3.3.Détections de contours	10
3.4.Segmentation d'images	11
3.5.Reconnaissance de forme	11
3.6.Restauration d'images	12
4. Conclusion	12

**Chapitre 2 : Les images échographiques.** **13**

1. Introduction	13
2. L'ultrason dans les tissus du corps humain	13
3. Matériels utilisés	14
3.1.Sonde échographique	14
3.2.Matériel d'amortissement	15
3.3.Assemblage des cristaux	15
3.4.Types de sondes	15
4. Adaptation du signal échographique à la visualisation	15
4.1.Formation de l'image échographique	16
4.2.De la réception de l'écho au signal numérique unidimensionnel	16
4.3.Du signal numérique 1D à l'image échographique 2D	17
4.4.Les principaux modes de visualisation	18
5. Bruit d'une image échographique	19
5.1.Le bruit de speckle	19
5.2.Origine et formation de speckle	20
5.3.Interdépendance de speckle	20
6. Conclusion	21

<b>Chapitre 3 : Filtrage et restauration des images échographiques</b>	<b>22</b>
1. Introduction	22
2. Différents algorithmes de filtrage traditionnels	22
2.1.Filtres adaptatifs	23
2.2.Méthodes non-locales	23
2.3.Filtres basés sur le phénomène de diffusion	23
3. Restauration par minimisation de la Variation Totale (TV)	24
3.1.Modèle de Rudin	24
3.2.Modèle de Khalifa Djemal	25
3.3.Démonstration	25
4. Conclusion	27
<b>Chapitre 4 : Résultats expérimentaux</b>	<b>28</b>
1. Introduction	28
2. Résultats et Analyses	28
2.1.Images tests	28
2.2.Etude comparatif entre dérivées d'ordre entier et dérivées d'ordre fractionnaire	29
3. Filtrage des images	32
3.1.Algorithme de restauration par dérivation non entière	32
3.2.Bruit de speckle	33
3.3.Application du filtrage sur des images échographiques	33
4. Conclusion	35
<b>Conclusion Générale</b>	<b>36</b>
<b>Références bibliographique</b>	<b>36</b>

# REMERCIEMENT

*C'est avec un grand plaisir que nous réservons ces lignes en signe de reconnaissance à tous ceux qui ont de près ou de loin Contribué à rendre ce travail possible. Même si des fois nos expressions nous trahissent et n'expriment pas réellement nos sentiments les plus sincères.*

*Notre profonde gratitude va en premier, à Allah le tout puissant, le miséricordieux de nous avoir donné la force et la patience d'arriver à mettre ce travail à terme.*

*Puis, nous voudrions remercier notre encadreur Dr. HACINI, MERIEM ; maître de conférences à l'université de MOHAMED BOUDIAF DE M'SILA pour son aide et pour la confiance qu'elle a mise en nous, qu'elle trouve ici toute notre gratitude et surtout notre Parfaite considération de l'intérêt qu'elle portait à ce travail depuis sa proposition de ce sujet.*

*Je remercie très sincèrement, les membres du jury d'avoir bien voulu accepter de faire partie de la commission d'examination.*

*A toute personne qui a participé de près ou de loin Pour l'accomplissement de ce modeste travail.*

*Merci....*

*NOUH / NOUREDDINE*

## *Dédicaces*

*“À mes parents, mes frères, mes sœurs,  
À toute ma famille ‘grands et petits’ et tous  
mes proches  
À tous ... je dédie ce modeste travail. ”*

*NOUH / NOUREDDINE*

# Introduction générale

Le calcul fractionnaire est une branche de la recherche mathématique. Il généralise la définition traditionnelle du calcul des dérivés d'ordres entiers [1-3]. Le calcul fractionnaire date de l'échange entre l'Hopital et Leibniz il y'a trois cent ans [4]. Depuis lors, la dérivée d'ordre fractionnaire a été élaborée par de nombreux chercheurs sous différents angles. Les définitions les plus utilisées sont celles de Riemann-Liouville (R-L), Grumwald-Letnikov (G-L) et Caputo [5-7]. L'étude du calcul fractionnaire a impressionné les chercheurs. Ils les ont expérimentés dans des domaines multidisciplinaires, comme la mécanique, la chimie, l'économie et surtout la théorie du contrôle et la robotique [8-13].

Toutes les formes fractionnaires développées ont influencé le domaine du calcul fractionnaires et les scientifiques qui étudient les systèmes fractionnaires. Il a été noté que le calcul fractionnaire a une capacité extraordinaire à renforcer les parties haute et basse fréquence d'une image [14]. Ainsi, les dérivées d'ordre fractionnaire ont été utilisé dans le traitement d'image.

Récemment, les dérivés fractionnaires ont montré beaucoup d'attention en particulier en ingénierie et ses applications en traitement d'image. Ce domaine a connu un développement rapide en raison du fait que les opérateurs de dérivation d'ordre fractionnaire ont une bonne capacité à traiter des informations d'échelle fine telles que les contours et la texture [14-16].

Pour maintenir les caractéristiques d'une image, la dérivée d'ordre fractionnaire a été implémentée dans une multitude d'applications en traitement d'image. Bai et Feng [17] ont suggéré une méthode de dé-bruitage d'image basée sur l'équation de Perona et Malik en utilisant l'équation de diffusion anisotropique d'ordre fractionnaire. Wang et al dans [18] ont proposé une méthode d'atténuation aléatoire du bruit pour des données sismiques en utilisant un opérateur de gradient fractionnaire. En 2014, un nouveau modèle variationnel d'ordre fractionnaires pour a été élaboré pour les problèmes de débruitage des images speckelées par Hacini et al. [19]. Mathieu et al., ont utilisé les Dérivées fractionnaire pour les problèmes de détection des bords [20].

Aussi, dans [14, 21] les algorithmes de détection de contour ont été développés pour des applications biomédical. Un masque d'interpolation de Newton basé sur la différenciation fractionnaire a été appliqué. L'effet de Staircasing peut être éliminé efficacement comme indiqué sur les résultats numériques en utilisant la dérivée fractionnaire. De plus, les travaux dans [22, 23] ont prouvé que la dérivée fractionnaire est appropriée pour traiter les textures. Dans [23], il a été illustré que les dérivés fractionnaires sont plus appropriés que les dérivés entières pour les systèmes visuels biologiques. Dans [23] Pu et al, ont proposé une nouvelle approche pour le rehaussement des détails de la texture complexe. Les auteurs dans [24-27] ont utilisé la dérivé fractionnaire pour le réhaussement du contraste de l'image et de la texture. Les dérivées fractionnaires ont également été considérées pour la segmentation d'images [28, 29] et l'enregistrement d'image [30, 31].

Ce manuscrit est organisé de la manière suivante : Dans le premier chapitre, nous évoquons brièvement les différentes définitions de la dérivation non entière et ces principes de base ainsi que ses applications dans plusieurs domaines.

Le deuxième chapitre introduit les principales modalités de formation des images échographiques. Dans un premier temps le processus de formation allant de l'acquisition jusqu'aux principaux modes de visualisation. Dans un second temps, il introduit le speckle, principal bruit connu pour ce mode d'imagerie.

Le troisième chapitre présente un bref état de l'art sur les méthodes de restauration et filtrage des images échographiques. En effet, après une présentation exhaustive des différentes approches comme les filtres adaptatifs, les méthodes fondées sur le principe de la diffusion etc., le chapitre se termine par une section conséquente sur les méthodes de restauration utilisant sur la minimisation de la variation totale.

A travers le chapitre 4 nous présentons les résultats obtenus après une série de tests ainsi que l'interprétation de ces résultats. Une conclusion générale fera le point de ce travail.

# Chapitre 1

## Les opérateurs de la dérivation non entière (Fractionnaire)

### 1.1. Introduction

La dérivation d'ordre non entier constitue le calcul fractionnaire qui est un vieux concept datant de l'époque de Cauchy. C'est une généralisation de la notion de dérivée d'ordre entier  $\alpha$  d'une fonction  $f(x)$  par rapport à la variable  $x$  à des valeurs non entières de  $\alpha$ . L'idée pour la généralisation de la dérivée vers un ordre arbitraire est découverte dans le courrier échangé entre L'Hôpital et Leibniz.

Le 30 septembre 1695, L'Hôpital a écrit à Leibniz afin de l'interroger au sujet d'une notation particulière qu'il avait employée dans ses publications pour la  $n^{\text{ième}}$ -dérivée d'une fonction  $f(x)$ . L'Hôpital pose alors la question à Leibniz, sur le résultat de cette dérivée pour l'ordre  $d^{1/2}x$  [32], qualifiée de « paradoxe apparent ». Dès le 18<sup>ème</sup> siècle, les prémices du concept de dérivation fractionnaire, c'est-à-dire d'un opérateur de dérivation de degré non entier, apparaissent dans des écrits de L. Euler de J.L. Lagrange et au début du 19<sup>ème</sup> siècle, avec P.S. Laplace et N.H. Abel.

Les avancées les plus marquantes sont celle de J-Liouville dans ses multiples mémoires à l'école polytechnique entre 1832 et 1835. Puis la contribution de B. Reimann en 1847 faisant que les noms de ces deux mathématiciens restent attachés à la fameuse définition que nous rappellerons plus loin.

Les développements ont été nombreux depuis lors. La très intéressante compilation réalisée par le Pr. Ross, outre sa valeur historique, montre la diversité et l'importance des applications récentes [33] [34].

Durant les études de la théorie générale et l'application de la dérivation d'ordre fractionnaire, il a été découvert que, bien que ce sujet soit ancien remontant au moins à Leibnitz

dans sa théorie et à Heaviside dans son application, il a été relativement peu étudié dans les premiers articles.

Les applications de ce concept incluent des domaines non connexes tels que le traitement de signal, le traitement d'image, l'automatique et les domaines de la biologie, l'économie, l'électrochimie et le domaine de la thermique [35].

Différentes définitions de la dérivation non entière ont été établies. Ces définitions, même ne menant pas toujours à des résultats identiques sont équivalentes pour un large panel de fonctions. Toutefois, la définition de la dérivation non entière peut s'établir selon les trois approches. La première est l'approche par limites qui est l'approche classique de *Grünwald-Letnikov* et qui consiste à généraliser la notion de la dérivation entière. La deuxième est l'approche de *Riemann-Liouville* et *Caputo* qui, à partir des primitives, associe la dérivation non entière à l'intégration fractionnaire. La troisième approche est spectrale utilisant la transformée de Laplace.

Dans ce chapitre, il s'agit pour nous de présenter les fondements de la dérivation non entière. Nous noterons  $\alpha$  l'ordre de dérivation,  $D^{(\alpha)}$ , l'opérateur de dérivation non entière d'ordre  $\alpha$ .

## 1.2. Définitions

Les systèmes fractionnaires ou plus système d'ordre non entier peut être considéré comme une généralisation des systèmes d'ordre entier.

Le calcul fractionnaire est la généralisation de la dérivée et l'intégrale à une opération fondamentale d'ordre non entier  ${}_a D_t^\alpha$  ou  $a$  et  $t$  sont les limites de l'opérateur et  $\alpha \in R$

L'opérateur intégro-différentiel continu est défini comme suit

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Les trois définitions les plus fréquemment utilisées pour la généralisation de la dérivée et l'intégrale fractionnaire sont la définition de Grünwald Letnikov, Riemann-Liouville, et la définition de Caputo.

### 1.2.1. Fonction Gamma

Pour la variable  $z$  réelle et strictement positive, la fonction Gamma continue en  $z$  est définie comme une l'intégrale sommable quivante:

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} e^{-x} x^{z-1} dx, \quad (1.2)$$

L'allure de la fonction Gamma est donnée par la figure 2.1:

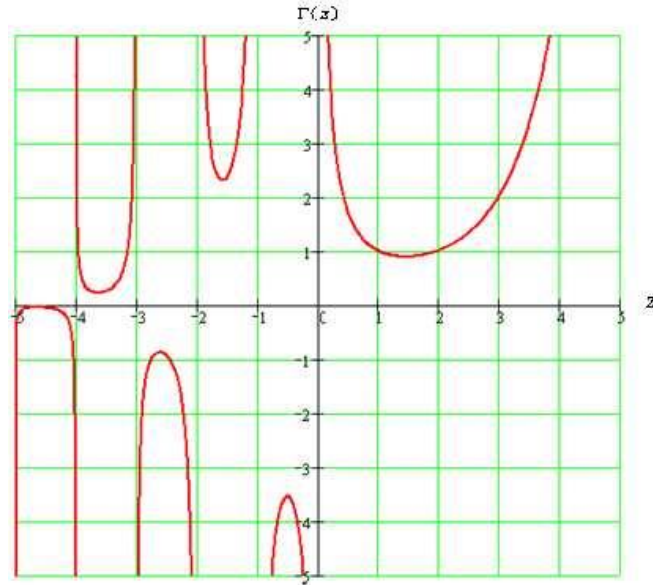


Figure 2.1. Allure de la fonction Gamma

Ainsi, nous avons:

La dérivée d'ordre 1 de  $\Gamma(z)$  est:

$$\Gamma'(z) = \int_0^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} (x^{z-1}) e^{-x} dx = \int_0^{+\infty} x^{z-1} \ln(x) e^{-x} dx \quad (1.3)$$

Sa deuxième dérivée est:

$$\Gamma''(z) = \int_0^{+\infty} x^{z-1} (\ln(x))^2 e^{-x} dx \quad (1.4)$$

La dérivée d'ordre n est donnée par:

$$\Gamma^{(n)}(z) = \int_0^{+\infty} x^{z-1} (\ln(x))^n e^{-x} dx \quad (1.5)$$

La relation de récurrence de la fonction  $\Gamma(x)$  est obtenue par l'intégration par parties de la formule d'Euler. En effet, si on pose  $u = e^{-x}$ ,  $dv = x^{z-1} dx$  on aura :

$$\Gamma(z) = \left[ e^{-x} \frac{x^z}{z} \right]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} \frac{x^z}{z} e^{-x} dx \quad (1.6)$$

$$\text{Avec } \int_0^{+\infty} \frac{x^z}{z} e^{-x} dx = \frac{\Gamma(z+1)}{z} \quad (1.7)$$

Ainsi, nous avons  $\Gamma(z+1) = z \cdot \Gamma(z)$

Cette relation de récurrence va permettre de définir  $\Gamma(z)$  pour les valeurs négatives de  $z$ .

Si nous supposons  $-1 < z < 0$  soit  $0 < z+1 < 1$ .  $\Gamma(z+1)$  est bien, définie par la formule d'Euler, mais pas  $\Gamma(z)$ . Il est convenu de définir  $\Gamma(z)$  par la relation  $\Gamma(z) = \frac{\Gamma(z+1)}{z}$ .

Ainsi pour  $-(n+1) < z < -n$  avec  $n$  entier positif ou nul, on aura:

$$\Gamma(z) = \frac{\Gamma(z+n+1)}{z(z+1)\dots(z+n)} \quad (1.8)$$

Les valeurs particulières de  $\Gamma(z)$  sont:

- $\Gamma(1) = \int_0^{+\infty} e^{-x} x^{1-1} dx = \int_0^{+\infty} e^{-x} dx = 1$

- La fonction Gamma s'appelle aussi fonction factorielle généralisée:  $\Gamma(n) = (n - 1)!$
- Pour  $z = \frac{1}{2}$ ,  $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ .
- Pour  $z = n + \frac{1}{2}$ ,  $n$  entier positif:  $\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n)!}{2^{2n} \cdot n!} \sqrt{\pi}$

### 1.2.2. Approches de Grünwald-Letnikov

L'idée de cette approche est de généraliser la définition classique de la dérivation entière d'une fonction à des ordres de dérivée arbitraires. La dérivée d'ordre 1 d'une fonction  $f$  au point  $x$  est définie par :

$$D^{(1)}f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (1.9)$$

Le calcul des dérivées successives de la fonction  $f$  donne la généralisation de cette formule à l'ordre  $n$  où  $n$  est un nombre entier positif ou nul

$$D^{(n)}f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} f(x - jh) \quad (1.10)$$

Avec :

$$\binom{n}{j} = \frac{n!}{(n-j)!j!}$$

Cette formule représente la dérivée d'ordre entier  $n$  si  $n$  est *positif* et l'intégrale répétée  $-n$  fois si  $n$  est *négatif*.

En utilisant la fonction gamma telle que  $\Gamma(n + 1) = n\Gamma(n)$  donnant  $\Gamma(n + 1) = n!$  pour tout  $n$  entier positif ou nul, on peut écrire l'expression suivante généralisée aux cas entiers négatifs ou nul :

$$(-1)^j \binom{n}{j} = \frac{-n(1-n)(2-n) \dots \dots \dots (j-n-1)}{j!}$$

En remplaçant  $n$  par un réel  $\alpha$  non entier on aura :

$$\frac{-a(1-a)(2-a) \dots \dots \dots (j-a-1)}{j!} = \frac{\Gamma(j-\alpha)}{\Gamma(j+1)\Gamma(-\alpha)}$$

On définit donc la dérivée d'ordre non entier  $\alpha$  telle que:

$$D^{(\alpha)}f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(j-\alpha)}{\Gamma(j+1)\Gamma(-\alpha)} f(x - jh) \quad (1.11)$$

et

$$D^{(-\alpha)}f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^{-\alpha}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(j+\alpha)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha)} f(x - jh) \quad (1.12)$$

Cette relation correspond à la définition de Grünwald – Letnikov,

### 1.2.3. Approches de Riemann-Liouville et Caputo

Ces approche dites encore à partir des primitives est sont basé sur l'intégration afin de définir la dérivation non entière.

- **Approche Riemann-Liouville**

Dans l'approche Riemann-Liouville, une autre expression de la dérivation d'ordre non entier d'une fonction  $f(x)$  est donnée. Deux définitions ont été données.

Dans la première, on pose  $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0, \alpha \in \mathbb{R}$  et  $f$ , une fonction localement intégrable définie sur  $[a, +\infty)$ . L'intégrale d'ordre  $\alpha$  de  $f$  de borne inférieure  $a$  est définie par l'expression suivante :

$$I_a^{(\alpha)} f(a) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x (x - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad \text{avec } x > a$$

Dans la deuxième, on pose  $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0, \alpha \in \mathbb{R}$  et  $f$ , une fonction localement intégrable définie sur  $[a, +\infty)$ .

Ainsi, la dérivée d'ordre  $\alpha$  de  $f$  de borne inférieure  $a$  au sens de Riemann-Liouville est définie par :

$$D_a^{(\alpha)} f(a) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dx^n} \int_a^x (x - \tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (1.13)$$

Où le nombre entier  $n$  est tel que  $(n - 1) < \alpha < n$ .

- **Approche de Caputo**

Dans l'approche de Caputo, celui-ci a introduit une autre formulation de la dérivée d'ordre fractionnaire définie par :

$$D_a^{(\alpha)} f(x) = I^{(n-\alpha)} D^{(n)} f(x) = \frac{1}{\Gamma(x-\alpha)} \int_a^x \frac{f^n(\tau)}{(x-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (1.14)$$

Avec  $n$  est un entier positif vérifiant l'inégalité  $(n - 1) < \alpha < n$ .

La relation avec la dérivée de Riemann Liouville est effectuée de la façon suivante : si  $f(x)$  est une fonction  $f(x)$  dont les dérivées d'ordres  $\alpha$  de Riemann Liouville et de Caputo existent et si  $\alpha$  un nombre non entier positif ou nul tel que  $n - 1 \leq \alpha < n$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ . La relation reliant la dérivée au sens de Caputo à celle de Riemann Liouville est donnée par :

$$D^{(\alpha)} f(x)|_{caputo} = D^{(\alpha)} f(x)|_{Riemann-Liouville} - \sum_{j=0}^{n-1} \frac{f^j(\alpha)(x-\alpha)^{j-\alpha}}{\Gamma(j-\alpha+1)} \quad (1.15)$$

La dérivée d'ordre  $\alpha$  de  $f(x)$  au sens de Caputo est égale à celle de Riemann Liouville si  $f^{(j)}(\alpha) = 0$  pour  $j = 0, 1, \dots, n - 1$ .

#### 1.2.4. Transformée de Laplace de la dérivée d'ordre non entière

Comme dans le cas entier, la transformée de Laplace est utilisée pour la résolution des équations différentielle d'ordre non entier. Nous citons dans ce qui suit la transformée de Laplace des différentes définitions de la dérivée non entière.

Ainsi, la transformée de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville est donnée par:

$$\mathcal{L}\{D^{(\alpha)}f(x)\} = s^\alpha \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k [D^{(\alpha-k-1)}f(x)]_{x=0} \quad (1.16)$$

avec  $n - 1 < \alpha < n$ .

L'absence d'une interprétation physique des valeurs limites des dérivées d'ordre fractionnaire pour  $x = 0$ , limite l'application en pratique de la transformée de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville.

Quant à la transformée de Laplace de la dérivée de Caputo, elle est telle que :

$$\mathcal{L}\{D^{(\alpha)}f(x)\} = s^\alpha \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\alpha-k-1} f^k(0) \text{ avec } n - 1 < \alpha < n. \quad (1.17)$$

L'approche de Caputo présente plusieurs avantages par rapport à celle de Riemann-Liouville. Elle permet de considérer des conditions initiales faciles à interpréter. De plus, la dérivée de Caputo d'une constante est bornée (égale à 0), alors que la dérivée de Riemann-Liouville d'une constante n'est pas bornée à  $x = 0$ , à l'exception si on prend  $x = -\infty$  comme point de départ (limite inférieure) dans la définition de Riemann-Liouville.

Cependant, plusieurs processus ne permettent pas de placer le point de départ à  $-\infty$ ; dans ce cas la définition de Caputo semble être la plus appropriée quand on la compare aux autres.

La transformée de Laplace de la dérivée de Gründwald-Leitnikov est donnée par:

$$TL\{D^{(\alpha)}f(x)\} = s^\alpha \cdot F(s) \quad (1.18)$$

### 1.3. Applications de la dérivation non entière [35]

Au départ, la théorie de la dérivation non entière a été considérée comme une branche relevant des mathématiques. Mais parallèlement aux progrès théoriques qu'elle a connus, l'aspect pratique a été freiné par le problème de l'interprétation physique, en effet s'il n'y a aucun doute sur le sens géométrique des dérivées et intégrales d'ordre entier, tel n'est pas le cas pour les opérateurs d'ordre non entier. Ce n'est qu'au début des années 1950 que Van Der Ziel dans ses recherches sur les spectres de bruit des semi-conducteurs, puis Davidson et Cole dans leurs travaux sur la relaxation diélectrique dans certains liquides, ont pu modéliser des

phénomènes naturels en faisant appel à la dérivée d'ordre fractionnaire. Depuis ces découvertes, beaucoup de contributions autant théoriques que pratiques ont montré l'importance des systèmes d'ordre non entier et leur intérêt dans différentes disciplines tels que l'électricité, la chimie, la biologie, l'économie, l'automatique et le traitement du signal et de l'image et dans différentes applications telles que la modélisation, l'identification et la commande. En effet, Il a été montré qu'un nombre important de systèmes physiques a un comportement qui peut être mieux décrit en utilisant des modèles mathématiques d'ordre non entier.

Nous citons principalement dans les sections suivantes une analyse des méthodes de traitement d'images basées sur les dérivées d'ordres fractionnaires.

### 1.3.1. Réhaussement du contraste

Comme pour le réhaussement du contraste, la plupart des opérateurs différentiels d'ordre entier fonctionnent bien lorsqu'il sont utilisés pour les caractéristiques de haute fréquence des images (Sobel, Prewitt, et Laplacien des opérateurs gaussiens). Néanmoins, leur performances se détériore significativement lorsqu'ils sont appliqués aux régions lisses. Alors que les opérateurs différentiels d'ordre fractionnaire ont la capacité non seulement de préserver les hautes fréquences caractérisé par les contours, mais aussi de détecter les basses fréquences (texture). Par conséquent, de plus en plus de méthodes basées sur la différenciation fractionnaire ont été appliquées dans le domaine du réhaussement du contraste.

Un certain nombre de techniques de pointe ont été proposées dans deux catégories: la première est basée sur une transformation [36, 37], la seconde est basée sur le domaine spatiale [38,39]. Dans les méthodes basées sur la transformée, les images sont converties au domaine fréquentiel fractionnaire, et les coefficients de la fonction filtre sont régulés. A la fin, toutes les images de sortie sont obtenues par transformation inverse. Ces méthodes améliorent le contraste de l'image tout en conservant la texture. Quant aux méthodes spatiales, les dérivées fractionnaires peuvent complètement éviter l'introduction de bruit tout en réhaussant le contraste de l'image.

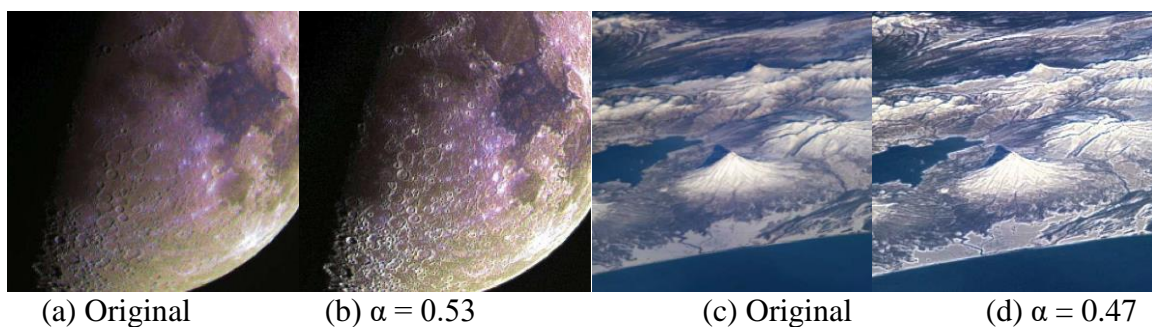


Figure I. 2. Exemple d'amélioration d'images [8]

### **1.3.2. Image de-noising**

Il est très facile d'introduire du bruit dans le processus de capture et de transmission images, il devient donc nécessaire de réduire le niveau de bruit préserver la texture et les contours de l'image. Actuellement, calcul fractionnaire fournit un outil important pour le dé-bruitage d'image, qui peut être divisé en trois catégories: Basé sur un masque [40] basé sur un modèle [41] ou sur l'équation de diffusion anisotropique [42]. Les méthodes basées sur un masque utilisent des différenciations ou d' intégrations d'ordre fractionnaire pour construire à l'avance un opérateur fractionnaire, sur la base duquel des fenêtres de taille  $n \times n$  sur des directions symétriques sont construits. La taille de la fenêtre est généralement défini comme  $3 \times 3$  ou  $5 \times 5$  pixels dans huit directions. Ces méthodes peuvent supprimer le bruit tout en préservant la texture et les détails de l'image comme les contours et la texture.

### **1.3.3. Détections de contours**

En traitement d'image, les opérateurs de différenciation d'ordre entier sont souvent utilisés dans la détection de contours, en particulier le gradient du premier ordre (par exemple Roberts, Prewitt et Sobel) et deuxième ordre (Laplacien de Gaussian). Cependant, les méthodes de dérivées du premier ordre génèrent généralement des contours plus épais, entraînant la perte des détails de l'image. Le dérivé de second ordre a une réponse plus forte aux détails fins, mais ils sont plus sensibles au bruit. Pour résoudre ce problème, le dérivé d'ordre fractionnaire a été introduit dans les méthodes de détection de contours, avec la capacité de préserver plus de caractéristiques ; les contours à basse fréquence dans les zones lisses, maintenir les caractéristiques des hautes fréquences et améliorent également la fréquence moyenne tel que la texture. De nombreux opérateurs d'ordre fractionnaire sont utilisés pour la détection des contours, tel que l'opérateur Sobel d'ordre fractionnaire [43], l'opérateur de CRONE fractionnaire [44], La transformée de Laplace fractionnaire [45]. En [46] Chen étend la définition de l'intégrale fractionnaire de Riemann-Liouville de l'unidimensionnel à la deuxième dimension pour l'analyse et l'amélioration des performances du lissage.

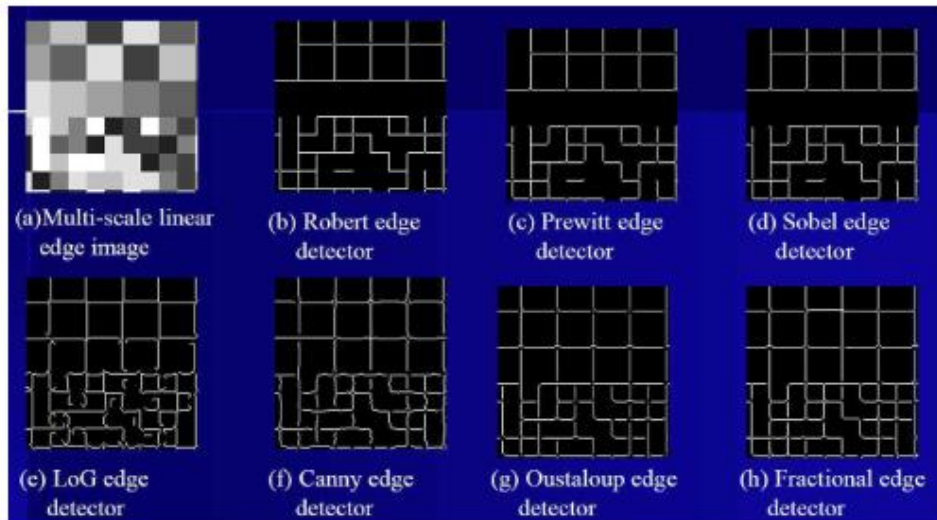


Figure 2.3. Comparaison des méthode d'ordre fractionnaire et d'ordre entier

### 1.3.4. Segmentation d'images

Le but de la segmentation d'images est de diviser une image en composantes plus significative et plus facile à analyser. Jusqu'à maintenant, une grande variété de modèles a été proposée pour résoudre le problème de la segmentation d'images, dans lequel on trouve les modèles de contour actif géométrique (AC), cette méthode est très efficace. Ils segmentent les images d'objets en utilisant des courbes dynamiques basé sur un modèle minimisant l'énergie. Cependant, il est sensible à la condition initiale et difficile à traiter avec les changements topologiques, comme la combinaison et la séparation de la courbe évolutive. Afin de résoudre ce problème, la régularisation est nécessaire pour diminuer l'influence du bruit et lisser les courbes. Donc, un nouveau modèle de contour actif adaptatif basé sur la différenciation d'ordre fractionnaire est proposé dans [47]. Cette méthode généralise le terme de régulation du modèle avec la dérivée fractionnaire de la fonction d'ensemble de niveaux au lieu du gradient d'ordre entier. Le terme de gradient d'ordre fractionnaire montre une meilleure capacité à préserver la texture et à extraire plus de détails sur une image. L'autre méthode combine le terme d'ajustement de l'ordre fractionnaire avec le terme d'ajustement global pour former un nouveau terme approprié pour décrire le l'image originale plus précisément, et est robuste au bruit [48]. En outre, le modèle de mouvement brownien fractionnaire a montré un grand succès en simulant et en paramétrant une grande variété de phénomènes naturels. En particulier, le modèle fournit une méthode mathématique pour l'analyse et représentation de textures aléatoires invariantes d'échelle [49].

### 1.3.5. Reconnaissance de forme

La reconnaissance d'image est un sujet de recherche important dans la reconnaissance de formes. La méthode basée basée sur l'ordre fractionnaire est utilisée pour réduire les dimensions

des caractéristiques de l'image pour la reconnaissance d'image. Il décompose l'image en un ensemble d'images par une décomposition de valeurs singulières, ces dernières sont sensibles aux grandes variations de l'image, par exemple, l'éclairage et l'occlusion [50].

### **1.3.6. Restauration d'images**

Le flux de données codées peuvent être endommagées ou perdues lors d'une transmission à travers un protocole de réseau de transmission non sécurisé, en particulier avec le protocole d'utilisateur de transmission datagramme (UDP). Aussi l'objectif peut être perdu pendant la capture d'une image surtout lors de la capture d'une image d'un objet en mouvement. La restauration d'image est largement utilisée quand une partie d'une image est manquante, incomplète, dégradée ou déformée. Un des problèmes de la restauration des images bidimensionnelles est l'estimation et la récupération de blocs perdus. Un autre problème est la récupération des images dégradées et floues. Plusieurs travaux ont été réalisés nous pouvons citer, [51-52]

## **1.4. Conclusion**

Ce chapitre introduit les définitions des dérivées d'ordre fractionnaire. Ainsi que leur différentes applications au fil du temps. Les applications de la dérivée d'ordre fractionnaire dans le domaine du traitement d'images ont été détaillées.

# Chapitre 2

## Les images échographiques

### 2.1. Introduction

L'échographie est une technique d'imagerie utilisant des ultrasons, Elle est utilisée de manière courante en médecine, l'image obtenue est celle d'une tranche de tissu dont la position et l'épaisseur sont déterminées par les caractéristiques de l'échographie. La position de la tranche est déterminée par le plan de balayage du faisceau ultrasonore utilisé (mono ou multisonde).

Au début on ne s'intéresse qu'à la formation physique du signal échographique qui servira ensuite à former l'image, donc c'est le résultat de l'interaction entre le faisceau ultrasonore incident et les tissus étudiés. L'objectif de ce chapitre est de présenter le processus de formation d'une image échographique allant de l'ultrason dans les tissus humains à la construction de l'image finale.

### 2.2. L'ultrason dans les tissus du corps humain

L'imagerie échographique fonctionne de la manière suivante. On émet une onde ultrason dans le corps du patient à l'aide d'un transducteur. L'onde ultrason pénètre dans les tissus internes, qui reflètent ou dispersent une partie de l'énergie transmise. Ce signal réfléchi sera détecté par le transducteur. Si on connaît la vitesse de transmission de l'ultrason dans le tissu, il sera possible de déterminer la distance entre le transducteur et le lieu où s'est produite l'interaction. Les caractéristiques de l'onde reçue (amplitude, phase, etc....) donnent des informations sur la nature de l'interaction, c'est-à-dire, le type de tissu dans lequel s'est produite cette interaction.

Les ondes ultrasons se propagent dans le tissu à une vitesse caractéristique. La vitesse du son dans les tissus varie en fonction du type de tissu, de la température et de la pression. On considère normalement la température et la pression normales du corps, donc la différence de vitesse va seulement dépendre du type de tissu. Tab 1.1 présente quelques exemples de

propriétés acoustiques des tissus. En général la vitesse moyenne dans un tissu humain est de 1450 m/s [53].

<i>Type de tissu</i>	<i>Densité [g/cm<sup>3</sup>]</i>	<i>Vitesse [m/s]</i>	<i>Atténuation 1 MHz [dB/cm]</i>
<b>Sang</b>	1.055	1580	0.295
<b>Os</b>	1.738	2770	13.029
<b>Cerveau</b>	1.03	1460	0.521
<b>Sein</b>	-	1510	1.911
<b>Matière Grasse</b>	0.937	1479	0.608
<b>Cœur</b>	1.048	1546	1.607
<b>Rein</b>	1.040	1572	0.782
<b>Foie</b>	1.064	1569	1.294
<b>Poumon</b>	0.4	658	37.35
<b>Muscle</b>	1.07	1566	1.303
<b>Eau</b>	1.0	1500	-

**Tab I.1.** Propriétés acoustiques des tissus.

## 2.3. Matériels utilisés [54]

Comme dans tout système d'émission et de réception, il nous faut un transmetteur et un capteur capable d'analyser les ondes transmises. Une sonde est utilisée pour cela :

### 2.3.1. Sonde échographique

La sonde échographique est un élément piézo-électrique capable d'émettre et recevoir les signaux ultrasonores composée d'un ou plusieurs cristaux piézo-électriques, d'un matériel d'amortissement, qui joue un rôle primordial dans la genèse de l'impulsion ultrasonore, d'un liquide dans le cas des sondes à balayage mécanique, et d'une enveloppe protectrice. Comme tout transducteur, l'élément piézo-électrique va convertir un type d'énergie en une autre. En l'occurrence, à l'émission (réception) il transforme l'énergie électrique (resp. Électrique) qui

est sous forme d'impulsions en énergie acoustique (resp. Acoustique). Les différences d'utilisations dans le monde médical sont comprises entre 2 et 12 MHz. Des trains d'impulsions sont ainsi émis avec une fréquence de 2 KHz.

### **2.3.2. Matériel d'amortissement**

Le matériel d'amortissement placé derrière le cristal peut être comparé à une main placée sur la cloche : Elle amortit le bruit et raccourcit la durée de l'impulsion ultrasonore produite. Ce matériel d'amortissement a aussi pour mission d'éliminer les sons produits dans la direction opposée (vers la sonde). Il a pour conséquence de modifier la fréquence des ultrasons émis autour de la fréquence de résonance en élargissant la bande passante, c'est-à-dire en émettant une quantité significative de sons de plus haute et de plus basse fréquence. L'élargissement de la bande passante permet de faire émettre le même cristal à des fréquences différentes en fonction de l'impulsion électrique. Cette technologie est à l'origine de la plupart des sondes multifréquences actuelles.

### **2.3.3. Assemblage des cristaux**

Les sondes d'échographie contiennent souvent plusieurs cristaux assemblés en ligne, en ligne courbe ou en anneau. Ces cristaux peuvent émettre successivement et indépendamment les uns des autres ou peuvent se grouper pour émettre une onde ultrasonore unique à partir de plusieurs cristaux adjacents.

### **2.3.4. Types de sondes**

On distingue 2 grands types de sonde d'échographie :

- Les sondes pour lesquelles chaque cristal ou groupe de cristaux émet des ultrasons toujours dans la même direction. L'image est formée par la juxtaposition des lignes formées par l'excitation successive de chaque cristal ou groupe de cristaux.
- Les sondes pour lesquelles les ultrasons sont envoyés dans une direction différente à chaque impulsion au moyen d'un balayage mécanique ou électronique.

## **2.4. Adaptation du signal échographique à la visualisation**

Une fois le signal échographique obtenu, trois opérations sont nécessaires pour le présenter et le visualiser :

- Compenser l'atténuation des ultrasons en fonction de la profondeur traversée,
- Faire ressortir les faibles échos par rapport aux forts.

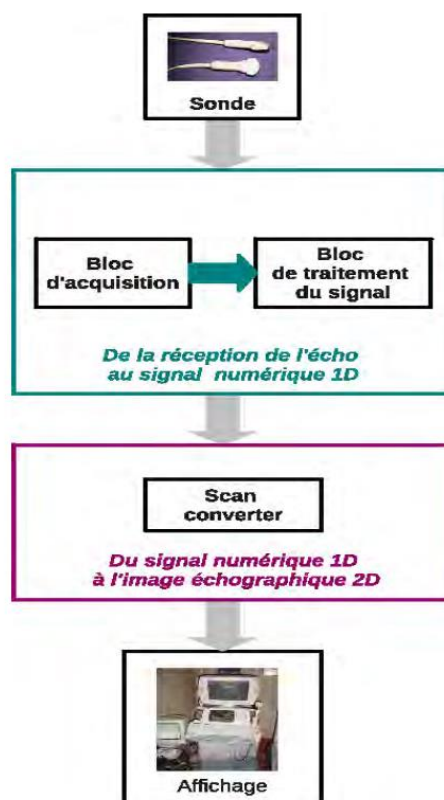
- Adapter la dynamique du signal échographique à la dynamique maximum de la lumière perçue par l'œil, dans les conditions habituelles de visualisation.

### 2.4.1. Formation de l'image échographique

Malgré la grande diversité de constructeurs existant sur le marché de l'imagerie échographique, les échographes modernes fonctionnent tous sensiblement selon le même schéma [55] : la sonde émet des ultrasons puis les réceptionne, les transforme en signal électrique et les transmet au bloc d'acquisition. Ce bloc détecte, échantillonne et adapte les échos acheminés depuis la sonde. Il a également comme rôle de transmettre à la sonde l'impulsion électrique originelle qu'elle transformera en ultrasons. Le signal électrique est ensuite transmis au bloc de traitement du signal puis à celui de traitement d'image avant d'être affiché. Le processus est détaillé dans la figure 2.1.

### 2.4.2. De la réception de l'écho au signal numérique unidimensionnel

A la réception des échos, le bloc d'acquisition les amplifie via un amplificateur linéaire, afin de compenser l'atténuation en profondeur puis les numérise. Il est particulièrement riche car il contient des informations sur les tissus rencontrés via son amplitude et sa fréquence. Ce n'est toutefois pas ce signal qui est directement affiché : il subit au préalable une chaîne de traitements afin de passer de signaux 1D à un signal 2D.



**Figure 2. 1.** Schéma du fonctionnement standard d'un échographe

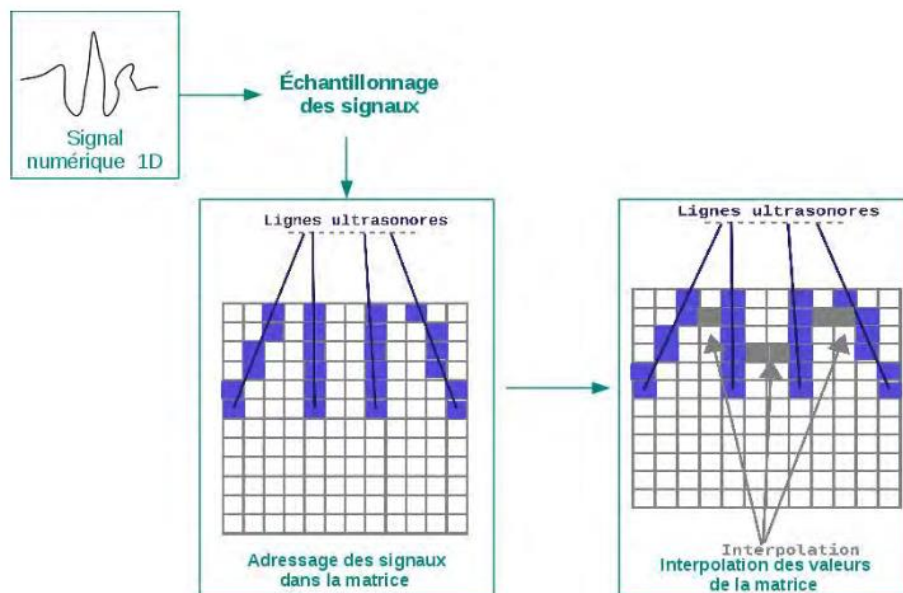
Une fois le signal transmis au bloc de traitement du signal, il est filtré, démodulé et compressé. Le filtrage est réalisé afin de tenter de s'affranchir des bruits additionnels tels que les bruits électroniques. Une double compression est également réalisée : une compression logarithmique ainsi qu'une compression linéaire [54].

En effet, l'amplitude des signaux échographiques varie dynamiquement entre 50 et 100 dB, ce qui est beaucoup trop important pour les capacités perceptives humaines qui atteignent, pour les médecins experts du domaine, une résolution de 40 dB. Il est donc nécessaire d'effectuer une modification du signal afin de rendre les informations perceptibles par un humain. Pour ce faire, les systèmes d'imagerie échographique recourent en général à une compression logarithmique, qui n'est inversible que dans le cas où la dynamique d'entrée du signal est connue, ce qui n'est pas toujours le cas [54], et qui induit un appauvrissement de l'information contenue dans le signal final par rapport au signal original.

### 2.4.3. Du signal numérique 1D à l'image échographique 2D

Une des caractéristiques de l'image échographique est qu'elle se forme en temps réel à partir des échos provenant des différentes lignes de balayage d'un plan de coupe. Sur chacune des lignes de balayage ou ligne de tir, l'écho est caractérisé par son amplitude et son temps de réponse.

La transformation du signal numérique en image échographique est réalisée par un module spécifique de l'échographe : le scan convertir. La figure 2.2 récapitule les différentes étapes.



**Figure 2.2.** Passage du signal numérique 1D à l'image échographique 2D.

**Échantillonnage des signaux :** Le signal reçu par le convertisseur-échantillonneur est échantillonné afin d'être adressé dans une matrice 512\*512 et généralement quantifié sur 256, 64 ou 16 niveaux de gris afin de pouvoir être visualisé.

**Adressage dans la matrice :** L'adressage dans la matrice dépend de la ligne échographique étudiée et du temps de retour de l'écho. Afin de tenir compte des temps de retour différents et donc des valeurs potentiellement différentes d'un même pixel en fonction de l'écho considéré, il sera nécessaire d'effectuer un lissage temporel des données.

**Interpolation :** Le nombre de lignes échographiques étant de l'ordre de 100 pour une image 512x512, il est nécessaire d'effectuer une interpolation à partir des valeurs des échos les plus proches.

**Lissage Spatial :** Un lissage spatial est effectué une fois l'interpolation réalisée, afin de compenser les variations d'amplitude des échos voisins et l'effet brutal de l'interpolation [55]. Un lissage temporel est également effectué.

#### **2.4.4. Les principaux modes de visualisation**

Le traitement et la visualisation des signaux ultrasonores reposent sur un certain nombre d'hypothèses, parfois simplificatrices, qui génèrent dans certains cas un bruit additionnel au signal originel. En effet, afin d'obtenir les visualisations présentées ci-après, il a été considéré que la direction du faisceau ultrasonore était unique, qu'une seule réflexion avait eu lieu et que la vitesse de propagation utilisée était la vitesse de propagation moyenne des ultrasons dans les tissus mous, c'est à dire 1540 m/s. Ces hypothèses simplificatrices peuvent générer un certain nombre d'artefacts.

On peut visualiser les signaux ainsi traités sous trois formes différentes : le mode A ou amplitude, le mode B ou brillance, qui est le mode de représentation le plus utilisé et le mode TM ou dynamique. Nous détaillerons chacun d'eux ci-après.

**Le mode A (Amplitude) :** C'est le mode le plus ancien. Il consiste en l'affichage de l'amplitude du signal recueilli par la sonde en fonction de la profondeur.

Un seul faisceau, de direction constante, est utilisé. Dans ce mode de représentation, le signal est représenté en une dimension avec, en abscisse, le temps, et en ordonnée, l'amplitude de la réflexion.

**Le mode B (Brillance) :** C'est le mode de représentation le plus utilisé. L'amplitude est traduite par la brillance d'un point (son niveau de gris). Les traitements décrits sont effectués sur le

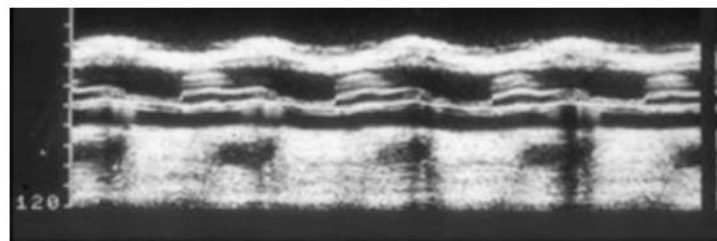
signal échographique afin d'obtenir l'image 2D qui est visualisée et qui peut être considérée comme une représentation des organes [55].

La profondeur du tissu est représentée sur l'axe des ordonnées et la position le long du transducteur sur l'axe des abscisses.

**Le mode TM (Temps/Mouvement) :** Ce mode représente la distance entre la sonde et les structures échogènes en fonction du temps et est souvent utilisé en imagerie cardiaque.



**Figure 2.3.** Image de fantôme abdominal en mode B



**Figure 2.4.** Représentation du signal échographique en utilisant le mode TM

## 2.5. Bruit d'une image échographique

### 2.5.1. Le bruit de speckle [56]

Le speckle est un phénomène optique qui apparaît dans toutes les images médicales conventionnelles ultrasonores provoqué par des phénomènes d'interférences des ondes diffusées à travers les tissus traversés.

### **2.5.2. Origine et formation de speckle**

Un transducteur ultrasonore émet un signal bref. L'onde se propage et rencontre des inhomogénéités de structure que sont les diffuseurs. Dans le cas des milieux biologiques, ces diffuseurs sont aléatoires aussi bien en position qu'en forme, taille ou impédance.

Dans les gels d'agar gélatine, le rôle des diffuseurs est joué par les grains solides d'agar. Ces nombreux diffuseurs vont chacun réfléchir une petite partie du signal initial. Le transducteur reçoit alors un signal temporel appelé, en référence au phénomène analogue observé en optique cohérente, bruit de speckle acoustique. Ce speckle acoustique, aussi appelé "Chatolement" en français, résulte donc de l'interférence des signaux rétrodiffusés par les nombreuses inhomogénéités contenues dans le milieu.

Dans le cadre de l'approximation de diffusion simple (dite première approximation de Born) les ondelettes réfléchies par les diffuseurs sont trop faibles pour être diffusées une deuxième fois, mais sont néanmoins susceptibles d'atteindre le capteur. Cette approximation est valable dans les milieux biologiques tels que les produits laitiers, les muscles et les tissus mous pour lesquels les variations de compressibilité sont faibles, ces milieux sont dits « à diffusion simple ».

L'analyse plus fine du speckle acoustique montre que la répartition spatiale des diffuseurs qui participent à un instant donné au signal ultrasonore correspond à un volume appelé « volume isochrone ».

### **2.5.3. Interdépendance de speckle**

Le phénomène optique du speckle est connu depuis très longtemps puisqu'il a déjà été observé par Newton. Mais l'invention du laser dans les années 60, grâce à la lumière cohérente qu'il produit, a permis de développer fortement les applications du speckle ainsi que des études plus théoriques permettant de décrire le phénomène.

Dans plusieurs études il a été constaté qu'il existe un nombre d'artefacts qui risquent d'affecter la compréhension et le mode de traitement des images échographiques. On peut citer le problème d'atténuation des échos ; qui rend difficile toute observation des structures en profondeur.

L'échogénéicité de certaines structures orientées, telles que les ligaments et les tendons, est dépendante de l'orientation du faisceau : la qualité de l'image résultante sera donc dépendante de l'orientation du faisceau de départ [57].

Les approximations, effectuées afin de reconstruire l'image, sont source d'erreurs quand les conditions réelles diffèrent trop des conditions théoriques. En effet, même si la vitesse du

son est relativement constante, elle est légèrement plus lente dans les tissus graisseux que dans le muscle ou le rein sain, par exemple : cette différence de vitesse aura un impact sur la précision de représentation du point dans l'image finale et par conséquent sur la précision des mesures effectuées [54].

Le speckle est un bruit particulier que l'on retrouve dans toutes les images sonar. Il a pour origine une sommation d'un certain nombre d'échos ponctuels qui sont situés à des distances légèrement différentes les uns des autres par rapport au sonar. La dispersion de ces distances est du même ordre que la longueur d'onde du signal. D'un point de vue statistique on obtient une sommation dont le résultat en terme d'amplitude répond à une loi de Rayleigh qui se traduit sur l'image par cet aspect "sableux" que l'on appelle "Speckle".

## **2.6. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons vu les différents principes physiques qui caractérisent les images ultrasonores. L'échographie joue un grand rôle dans le domaine du diagnostic médical et plus particulièrement en radiologie et cardiologie. La propagation des ondes ultrasonores dans un milieu hétérogène comme le corps humain est soumise à de nombreux aléas entraînant un aspect granuleux sur l'image.

# Chapitre 3

## Filtrages et restauration des images échographiques

### 3.1. Introduction

Massivement étudié en imagerie radar ces dernières années, le filtrage du speckle a généré une abondante littérature et le développement de nombreuses méthodes spécifiques. Avant d'entamer l'étude de cette littérature, il nous semble important de rappeler la définition du speckle, déjà présenté dans le second chapitre de ce manuscrit. Le speckle apparaît lors de l'éclairage d'une scène par une lumière cohérente ; il a suscité un regain d'intérêt lors de la commercialisation des premiers lasers dans les années 1960. Lié aux interférences multiples entre les ondes réfléchies par le matériau imagé (vu comme non lisse à l'échelle des longueurs d'ondes utilisées), il n'est pas spécifique au seul domaine de l'optique mais apparaît également dans des domaines tels que l'imagerie radar à synthèse d'ouverture ou l'échographie.

Bruit ou information de texture, le débat sur la dualité du speckle en échographie demeure. Considéré comme une information dans le monde médical où il permet une caractérisation fine des tissus, ses caractéristiques en font un obstacle majeur. Nous avons décidé de considérer le speckle comme un bruit devant être filtré.

Ce bruit est souvent considéré comme multiplicatif et il a soulevé la curiosité d'un grand nombre de chercheurs. Dans ce travail, nous proposons un aperçu de la méthode de la variation totale appliquée sur des images échographiques.

### 3.2. Différents algorithmes de filtrage traditionnels

Dans cette première section nous présentons les principaux algorithmes utilisés en filtrage du speckle. Une grande majorité de ces méthodes ont été initialement développées pour les images radars, puis réutilisée pour le dé-bruitage des images échographiques.

### 3.2.1. Filtres adaptatifs

Les filtres adaptatifs utilisent des statistiques locales de l'image afin de modifier leur comportement. Il existe trois grandes familles de méthodes : la première famille, historiquement la plus ancienne, repose sur une minimisation de l'erreur quadratique moyenne. La seconde famille est une variante du filtre moyenne adaptative. La dernière famille, plus récente, utilise une évaluation locale des statistiques de l'image. [59-65]

### 3.2.2. Méthodes non-locales

Les méthodes présentées dans la section précédente reposent sur une comparaison locale des valeurs des pixels. Une nouvelle approche basée sur une comparaison globale de patches est proposée par Buades et al. [66] en 2005 pour les images naturelles, puis ré-exploitée par Coupé et al. [34] en 2009 pour les images échographiques et IRM.

### 3.2.3. Filtres basés sur le phénomène de diffusion

Partant de l'équation de diffusion de chaleur telle que définie en physique, Perona et Malik [67] proposent en 1990 une équation aux dérivées partielles de diffusion anisotrope, afin de construire un filtre itératif sur les pixels d'une image.

Soit  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  désigne un sous ensemble du plan et  $I(., t) : \Omega \subset \mathbb{R}$  une image en niveaux de gris, la diffusion anisotropique est défini comme

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}(c(x, y, t)\nabla I) = \nabla c \cdot \nabla I + c(x, y, t)\Delta I \quad (3.1)$$

Où  $\Delta$  dénote l'opérateur du Laplacien,  $\nabla$  dénote le gradient,  $\text{div}(\cdot)$  Est l'opérateur de divergence et  $c(x, y, t)$  commande la vitesse de diffusion et est généralement choisi en fonction du gradient de l'image de manière à conserver les contours de l'image. Perona et Malik, les premiers à avoir eu l'idée de la diffusion anisotropique en 1990 pour cela ils proposent deux fonctions pour le coefficient de diffusion :

$$\begin{aligned} c(\|\nabla I\|) &= e^{-(\|\nabla I\|/K)^2} \\ c(\|\nabla I\|) &= \frac{1}{1+(\|\nabla I\|/K)^2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

La constante  $K$  contrôle la sensibilité des contours et est habituellement choisi expérimentalement, ou en fonction du bruit de l'image.

Leur méthode tente d'adapter le procédé de diffusion aux caractéristiques locales de l'image en utilisant un coefficient de diffusion dépendant à la fois de l'espace et de l'itération considérée. Afin de favoriser un lissage intra-région et non inter-régions, un gradient d'intensité est calculé à toutes les échelles et la diffusion est arrêtée à la rencontre des frontières dans l'image.

### 3.3. Restauration par minimisation de la Variation Totale (TV)

La variation totale (VT) d'une image : la variation totale mesure l'amplitude totale des oscillations d'une fonction. Etant donnée une image  $u(x_1, x_2)$  définie sur une région bornée,  $\Omega \in \mathbb{R}^2$ , ou  $\nabla u$  (gradient) est considéré au sens des distributions:

$$VT(u) = \int_{\Omega} |\nabla u| dx = \int_{\Omega} \sqrt{u_{x_1}^2 + u_{x_2}^2} dx_1 dx_2 \quad (3.3)$$

On dit que  $u$  est à variation bornée (VB) si  $u \in L^1$ , et  $VT(u) < \infty$ , auquel cas on note  $u \in VB$ . C'est un espace en considérant comme norme  $\|u\|_{VB} = \|u\|_{L^1} + VT(u)$ .

Pour une image à variation bornée, dénotons pour  $\lambda \in \mathbb{R}$ .  $\Omega_{\lambda} = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 | u(x_1, x_2) = \lambda\}$ , alors la longueur de ces courbes est reliée à la variation totale par :

$$VT(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega} ds d\lambda$$

Cette formule montre que la semi-norme de la VT de l'image peut être obtenue par intégration le long de tous les contours  $\Omega_{\lambda}$  pour toutes les valeurs  $\lambda$ , Cela donne une interprétation géométrique importante de la VT. Ainsi, la variation totale contrôle le saut dans l'image ainsi que la géométrie des ensembles de niveaux de manière générale, les images à variation bornée ont des discontinuités le long des ensembles de niveau de longueur finie.

#### 3.3.1. Modèle de Rudin

L'idée première est de rendre la diffusion dépendante du contenu de l'image et en particulier des contours (la diffusion se réduit dans les zones fort gradient). Rudin et al [68] proposent une méthode de restauration basée sur la résolution d'équations aux dérivées partielles non linéaires. Elle consiste à minimiser la variation totale sous contraintes impliquant la statistique du bruit. Le modèle de l'image s'écrit :

$$u_0 = u + n \quad (3.4)$$

Où  $u$  est l'image recherchée,  $u_0$  l'image observée,  $n$  un bruit gaussien d'écart type  $\sigma$  et  $\Omega$  le domaine de l'image, Le problème à résoudre est la minimisation du terme suivant:

$$\int_{\Omega} \sqrt{(u_x^2 + u_y^2)} \text{ avec}$$

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{et} \quad u_y = \frac{\partial u}{\partial y}$$

Sous les contraintes suivantes :

$$\int_{\Omega} \frac{1}{2(u(x,y) - u_0(x,y))^2} dx dy = \sigma^2 \text{ avec } \sigma > 0 \int_{\Omega} u(x,y) dx dy = \int_{\Omega} u_0(x,y) dx dy$$

### 3.3.2. Modèle de Khalifa Djemal

Le modèle de bruit défini par l'équation (3.4) ne permet pas de modéliser correctement le speckle. Alors une nouvelle formulation propose une adaptation de cette méthode au modèle du bruit proposé par Loupas [69,70]. Le modèle de l'image s'écrit :

$$u_0 = u + n\sqrt{u} \quad (3.5)$$

Le terme  $n\sqrt{u}$  modélise le bruit des images échographique (speckle), où le bruit  $n$  considéré gaussien centré d'écart type  $\sigma$ , et les deux contraintes impliquant l'image observée sont définis de la manière suivante:

$$\int_{\Omega} (u(x,y) - u_0(x,y)) dx dy = 0$$

$$\int_{\Omega} \left( \frac{u(x,y) - u_0(x,y)}{\sqrt{u(x,y)}} \right)^2 dx dy = \sigma^2 \quad (3.6)$$

### 3.3.3. Démonstration [40]

On est en présence d'un problème d'optimisation non linéaire sous contraintes non linéaires, pour cela : utilise l'équation d'Euler-Lagrange.

- *Rappel sur le théorème d'Euler-Lagrange*

On considère  $u$  la fonction objective à minimiser et  $h_i$  les contraintes imposées, la formule générale de l'équation d'Euler Lagrange s'écrit:

$$\nabla u + \sum_{i=1}^n \lambda_i \nabla h_i = 0$$

$\nabla$ : Le gradient

$u$ : Le terme à minimiser

$\lambda_i$ : Les multiplicateurs de Lagrange

$h_i$ : La ou les contraintes

Donc l'équation obtenue est :

$$\nabla \int_{\Omega} \sqrt{(u_x^2 + u_y^2)} + \lambda_1 \nabla \int_{\Omega} (u(x, y) - u_0(x, y)) dx dy + \lambda_2 \nabla \int_{\Omega} \left( \frac{u(x, y) - u_0(x, y)}{\sqrt{u(x, y)}} \right)^2 dx dy = 0$$

Ce qui donne

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) - \lambda_1 - \lambda_2 \left( 1 - \frac{u_0^2}{u^2} \right) = 0 \quad (3.7)$$

On définit trois conditions :

- L'évolution du processus est contrôlée par le temps  $t$ .
- La résolution numérique est basée sur la méthode du gradient.
- On choisit  $u^0$  telle que  $\int_{\Omega} u^0(x, y) = \int_{\Omega} u_0(x, y) dx dy$ .

Dans ces conditions l'équation (3.7) devient :

$$\frac{\partial u^{(t)}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_x^{(t)}}{\sqrt{u_x^{(t)2} + u_y^{(t)2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u_y^{(t)}}{\sqrt{u_x^{(t)2} + u_y^{(t)2}} \right) - \lambda^{(t)} \left( 1 - \frac{u_0^2}{u^{(t)2}} \right) = 0, \quad (3.8)$$

pour  $t > 0$

A chaque itération, il est nécessaire de recalculer la valeur du multiplicateur de Lagrange  $\lambda$ . Pour cela, on multiplie par  $(u^{(t)} - u_0)$ , Les deux membres de l'équation (3.8), puis on intègre sur le support de l'image  $\Omega$ :

Si on pose :

$$K^{(t)} = \int_{\Omega} (u^{(t)} - u_0) \left( 1 - \frac{u_0^2}{u^{(t)2}} \right) dx dy$$

$$K^{(t)} = \sigma^2 + \int_{\Omega} \frac{(u^{(t)} - u_0)^2}{u^{(t)2}} u_0 \cdot dx dy \quad (3.9)$$

L'équation (3.8) s'écrit

$$\lambda^{(t)} K^{(t)} = \int_{\Omega} [(u^{(t)} - u_0) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_x^{(t)}}{\sqrt{u_x^{(t)2} + u_y^{(t)2}} \right) + \int_{\Omega} (u^{(t)} - u_0) \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u_y^{(t)}}{\sqrt{u_x^{(t)2} + u_y^{(t)2}} \right)] dx dy \quad (3.10)$$

Le but est de calculer  $\lambda^{(t)}$  pour résoudre le système (3.10)

On pose :

$$P(x, y) = \varphi(x, y)A(x, y)$$

et

$$Q(x, y) = \varphi(x, y)B(x, y)$$

Avec

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= u^{(t)}(x, y) - u_0(x, y) \\ A(x, y) &= \frac{u_x^{(t)}}{\sqrt{u_x^{(t)2} + u_y^{(t)2}}}; B(x, y) = \frac{u_y^{(t)}}{\sqrt{u_x^{(t)2} + u_y^{(t)2}}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

### 3.4. Conclusion

Afin de préserver les contours un certain nombre d'approches ont été proposées visant à réduire le bruit dans les images dégradées. La variation totale est une des meilleurs techniques fournissent des résultats satisfaisants.

# Chapitre 4

## Résultats expérimentaux

### 4.1. Introduction

La restauration d'image est l'opération de prendre une image corrompue et d'estimer une image propre se rapprochant de l'original. La corruption peut prendre de nombreuses formes, telles que le flou directionnel, le bruit et la mauvaise mise au point de la caméra.

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats d'une méthode de restauration d'images basée sur le calcul de dérivées fractionnaires. L'utilisation de dérivées fractionnaires permet de mettre en évidence les zones de fortes variations de niveaux de gris, qui sont probablement le siège des contours des objets de l'image. Ces opérateurs présentent l'intérêt d'agir plutôt bien avec la texture, ce qui permet leur application aussi à la restauration d'images.

Dans la première section, la dérivation non entière a été comparés à d'autres opérateurs comme celui de Prewitt [71] et Sobel [72]. La deuxième section est dédiée à la restauration d'images par dérivation non entière. Le chapitre se termine par une conclusion. Notons que toutes les méthodes présentées dans notre travail ont été implémentées sous Matlab 2017 sur un micro-ordinateur ayant une fréquence de 2.4GHz, mémoire vive de 4 Go et disque sur de 1To. Toutes les expériences ont été mises en œuvre sur un ordinateur personnel i3, 2,4 GHz, 4 Go de RAM.

### 4.2. Résultats et Analyses

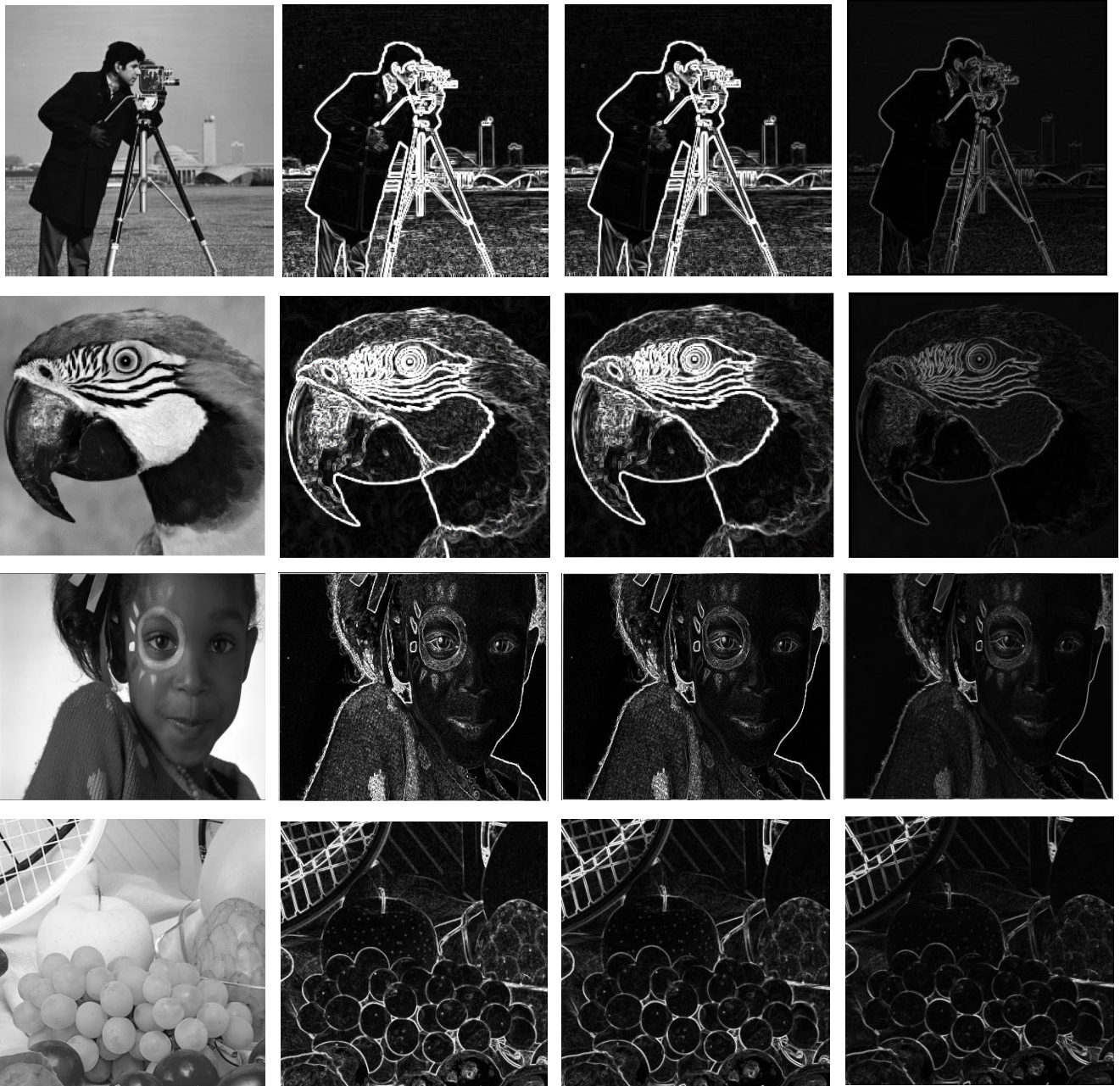
#### 4.2.1. Images tests

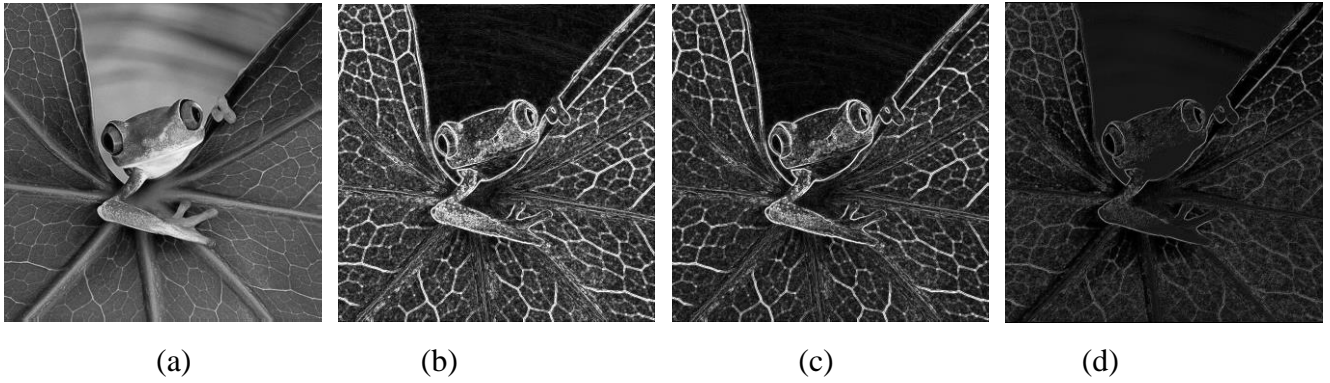
Les algorithmes proposés sont testés sur un ensemble de données, constitué de huit images ; différents milieux ; naturels, rue ou portraits, des images médicales représentant des images échographiques de différentes maladies. Toutes ces images sont représentées sur **256** niveaux de gris, sous différentes tailles. Elles représentent

différents types de textures : aléatoire pour les images naturels, structuré ou périodique pour les images de milieux ruraux et fine ou grossière pour les images médicales, etc.

#### 4.2.2. Etude comparatif entre dérivées d'ordre entier et dérivées d'ordre fractionnaire

##### 1. Application sur des images Naturelle

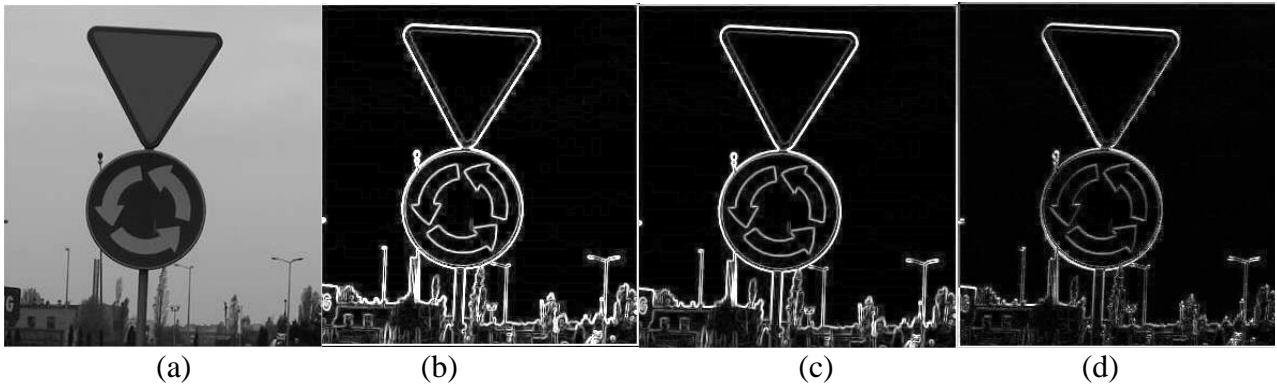




**Figure IV. 1.** Comparaison entre les opérateurs différentiels intégraux et fractionnaires : (a) Image Original, (b) Sobel, (c) Laplace et (d) Grünwald-Letnikov.

## 2. Application sur des images avec différentes écritures



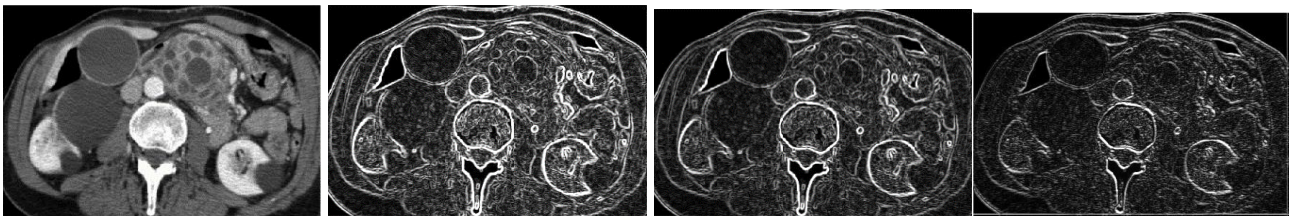


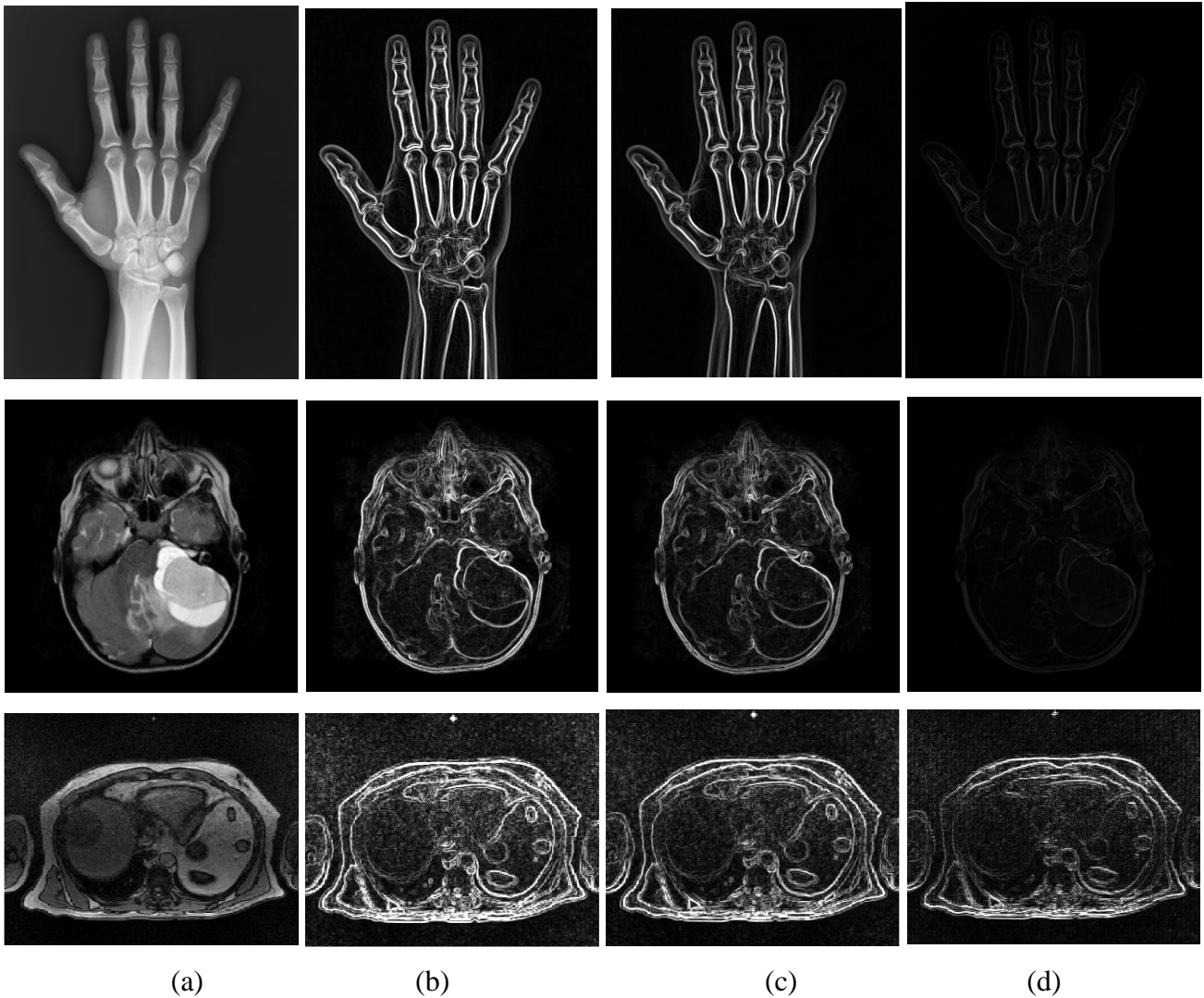
**Figure IV. 2.** Comparaison entre les opérateurs différentiels intégraux et fractionnaires : (a) Image Original, (b) Sobel, (c) Laplace et (d) Grünwald-Letnikov.

Les opérateurs différentiels les plus utilisés tels que les opérateurs de Sobel [72] et Prewit [71], sont des opérateurs différentiels d'ordre entiers. Ils sont très performant sur les régions à haute fréquence représentées par les contours, mais leur performance diminue lorsqu'il sont appliqués dans des images de texture complexes.

La figure IV. 1 et 2 montre une comparaison des résultats obtenus par approche fractionnaire et les opérateurs différentiels classiques d'ordre entiers. Les résultats de Sobel et Laplace sont respectivement présentés dans les figures. 1,2 (b) et 1,2 (c). Les caractéristiques de basse fréquence contour dans les zones lisses sont atténuées alors qu'une amélioration excessive des caractéristiques haute fréquence est remarqué par les bords blancs. Différent des autres opérateurs différentiels entiers, l'opérateur fractionnaire prend en considération les composantes basses et hautes fréquences. Cela évite de mettre trop l'accent sur les hautes fréquence. On peut dire ainsi que, l'opérateur fractionnaire est bien meilleur que les opérateurs différentiels d'ordre entier.

### 3. Application sur des images médicales





**Figure IV. 3.** Comparaison entre les opérateurs différentiels intégraux et fractionnaires : (a) Image Original, (b) Sobel, (c) Laplace et (d) Grünwald-Letnikov.

## 4.3. Filtrage des images

### 4.3.1. Algorithme de restauration par dérivation non entière

**Entrée :** l'image originale  $f$ .

$t$  : Le nombre des itérations.

Delta : paramètre de régularisation.

epsilon : Eviter la division par zéro.

**Initialisations:**  $k=0, u^0=0, b^0=0$ .

**Etape 1 :** calculé l'image filtrée ( $u$ ) par un filtrer moyenner.

**Etape 2 :** Initialisation de la Boucle .

- Calculer sigma ( $\sigma$ )

**Pour** (  $i \leq n, j \leq m$  )

$$Z_{ij} = (u_{ij} - f_{ij}) / (u_{ij}^{0.5} + \epsilon^2)$$

$$\sigma = \left( \sum(\sum(Z)) \right)^2$$

**Etape 3 :**

**Pour**  $t = 1 \rightarrow T_{max}$  Calcule

- Des dérivés à  $x$  et  $y$  de l'image originale ( $f_x^v, f_y^v$ )
- De  $K^{(t)}$  on utilisé l'équation (3.9)
- Des dérivés fractionnaire sur les deux directions  $x$  et  $y$  de l'image  $u$  ( $u_x^v, u_y^v$ ).

$$R = (u_x^v^2 + u_y^v^2)^{0.5}$$

$$ff = (f_x^v * u_x^v + f_y^v * u_y^v) / (R + \epsilon^2)$$

- De  $Lambda$  par l'équation (III.2.16)

$$O = R_{ij} - ff_{ij}; \quad i \leq n, j \leq m$$

$$Lambda = \left( -\frac{1}{Kt} \right) * \sum(\sum(O))$$

$$A = u_x^v / ((u_x^v^2 + u_y^v^2)^{0.5} + \epsilon^2)$$

$$B = u_y^v / ((u_x^v^2 + u_y^v^2)^{0.5} + \epsilon^2)$$

$$C = 1 - ((f^2) / (u^2 + \epsilon^2))$$

- Des dérivés fractionnaires sur les directions  $x$  et  $y$  de l'image  $A$  ( $A_x^v, A_y^v$ ).
- Des dérivés sur les directions  $x$  et  $y$  de l'image  $B$  ( $B_x^v, B_y^v$ )

$$D = A_x^v + B_y^v - (Lambda * C)$$

$$im\_filt = u + \delta * D$$

**Sortie :** Image restaurée  $im\_filt$ .

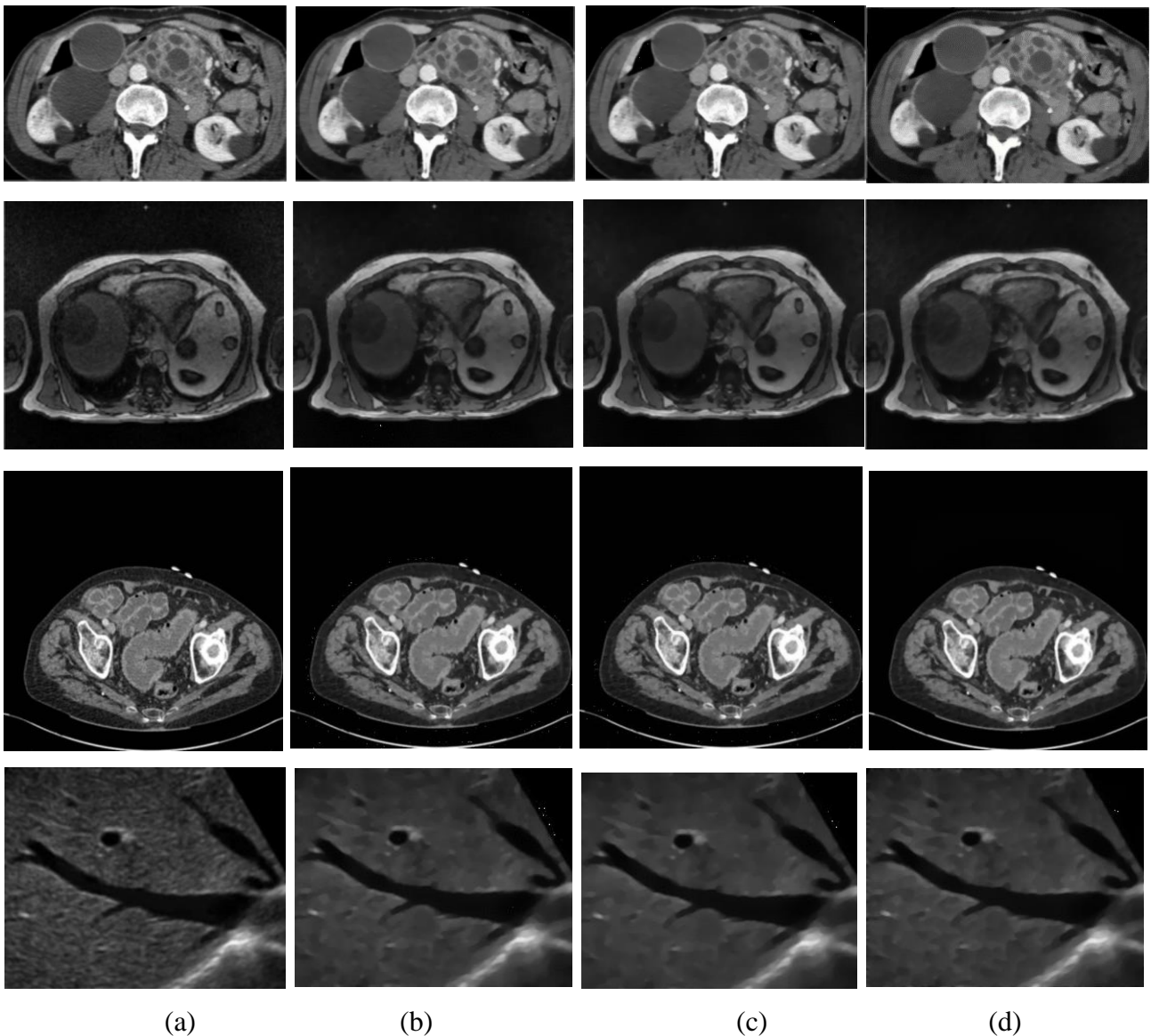
### 4.3.2. Bruit de speckle

Le bruit de speckle a été défini comme un modèle de forme multiplicatif. Cela dépend des structures des tissus de l'image et des paramètres de l'imagerie. Le bruit Speckle a un impact négatif sur l'échographie médicale. Il a tendance à réduire le contraste, ce qui rend les détails de l'image obscurs et flous, affectant ainsi la capacité humaine à identifier les tissus normaux et anormaux [73].

### 4.3.3. Application du filtrage sur des images échographiques

Plusieurs techniques de restaurations ont été développées dans la littérature, rare sont les techniques qui sont spécifique à la réduction du bruit de speckle. Récemment,

il a été démontré que les méthodes basées sur le calcul de la variation totale (TV) sont des modèles pertinents pour le dé-bruitage des images dans différents cas [52, 68 , 70]. C'est pourquoi nous avons décidé d'utiliser le modèle variationnel pour le traitement du bruit de speckle sur les images échographiques réelles. Dans cette section, les opérateurs de Sobel, Prewitt ainsi que l'opérateur fractionnaire de Grünwald-Letnikov ont été introduits dans un algorithme de dé-bruitage [39]. Une étude comparative a été réalisée. Les considérés opérateurs classiques sont Grünwald-Letnikov [6] et Sobel [72].



**Figure IV. 4.** Comparaison entre les opérateurs différentiels intégraux et fractionnaires : (a) Image Original, (b) Sobel, (c) Laplace et (d) Grünwald-Letnikov.

La méthode suggérée a été testée sur des images ultrasonores. Le processus de débruitage est réalisée en utilisant l'algorithme de Khalifa et al [70]. Afin d'évaluer la performance de la dérivée fractionnaire en termes de réduction du bruit d'image. Sobel, Prewitt et Grumwald-Letnikov ont été introduits l'algorithme dans [70].

Figure. IV.4 montre les résultats de ces opérateurs. On observe que le fractionnaire

L'opérateur combiné à l'algorithme de débruitage améliore significativement la qualité de l'image.

## **4. Conclusion**

Les images médicales échographiques contaminées par le bruit de speckle nécessitent une restauration efficace sans perte d'informations significatives tout en préservant les discontinuités entre les objets présents dans l'image.

# Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés au débruitage dans les images échographiques. Nous avons tout d'abord rassemblé les outils nécessaires pour cette étude qui consisté a présenté les différentes définitions liées a la dérivation non entière et a citer ces différentes applications dans le domaine du traitement d'image. Par la suite, nous avons étudié le principe physique des ultrasons afin de comprendre la formation des images d'un système ultrasonore. Les propriétés physiques des images résultant de ce type de système ont été détaillées. Ainsi, nous déduisons les caractéristiques importantes des images à prendre en considération.

L'utilisation de l'échographie reste limitée par les artefacts inhérents à l'imagerie échographiques. En effet, l'interprétation automatique des données échographiques est difficile en raison de la présence du speckle qui, s'il est considéré par nombre de spécialistes comme une information de texture, modifie fortement la statistique de l'image et lui donne un aspect granuleux. Le phénomène d'atténuation et le manque de contraste rendent difficile toute tentative de traitement de l'image.

En se basant sur cette étude, nous avons décidé de nous placer dans le contexte du filtrage. Ceci permet d'assurer une meilleure qualité, ainsi une meilleure évaluation visuelle. Dans ce travail, les méthodes variationnelles ont été choisies pour leur efficacité assez prouvée.

Ceci nous a insité a combiner les dérivées d'ordre non entier ou fractionnaire avec un algorithme de filtrage des images échographiques.

Pour évaluer la combinaison méthode variationnelle et dérivées fractionnaire nous avons réaliser en premier temps une comparaison entre dérivées d'ordre entier et dérivées d'ordre non entier. Dans un second temps, une comparaison de filtres basées sur le calcul de dérivées d'ordre entier et filtre basée sur le calcul de dérivées fractionnaire a été élaborer.

Nos résultats ne sont pas toujours excellents pour toutes les images néanmoins les résultats avec la dérivée d'ordre fractionnaire sont compétitive comparés aux dérivées d'ordre entier.

# Références bibliographique

- [1] M. Kleinz and T. J. Osler, A Childs, Garden of Fractional Derivatives, The College of Mathematics Journal, 31(2), 2000, pp. 82-88.
- [2] P.L. Butzer and U. Westphal, An introduction to factional calculus, Fractional Calculus in Physics (Ed. R. Hilfer). Singapore: World Scientific, pp. 1-85, 2000.
- [3] A.A. Kilbas, H.M. Srivastava and J.J. Trujiilo, Theory and applications of fractional differential equations, Amsterdam, Elsevier, 2006.
- [4] I. Petras, Fractional derivatives, fractional integrals, and fractional differential equations in matlab, Engineering Education and Research Using MATLAB, InTech, kap, vol. 10, pp. 239-264, 2011.
- [5] B. Riemann, Versuch einer Allgemeinen Auffassung der Integration und Differentiation, Gesammelte Mathematische Werke. pp. 331-344. 1876.
- [6] K. S. Miller, Derivative of Noninteger Order, Math. Mag. 68(3), pp. 183-192. 1995.
- [7] M. Caputo, Linear Models of Dissipation Whose Q is Almost Frequency Independent-II, Geophys. J. R. Astron. Soc. 13(5), pp. 529-539. 1967.
- [8] Machado, J.A.T, Analysis and design of fractional-order digital control systems, Syst. Anal. Model. Simul. 27(2  $\hat{A}$ , S 3), pp.107-122 (1997);
- [9] Mandelbrot, B.B, The Fractal Geometry of Nature, 1st edn. Freeman, New York (1982).

- [10] Mandelbrot, B.B., Van Ness, J.W, Fractional Brownian motion, fractional noises and applications, *Geophys. J. R. Astron. SIAM Rev.* 10(4), 422-437 (1968)
- [11] Manderlbrot, B.B., Wallis, J.R, Computer experiments with fractional Gaussian noises. *Water Resour, Res.* 5(1), 228-267 (1969)
- [12] Mansfeld. F, Little, B. A technical review of electrochemical techniques applied to micro biologically influenced corrosion, *Corros. Sci.* 32(3), pp.247-272,(1991).
- [13] Namias, V, The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics., *IMA J. Appl. Math.* 25(3), 241-265,(1980).
- [14] Wessam S. El Araby et al, Fractional Canny Edge Detection for Biomedical Applications., Dec 2016 IEEE 28th International Conference on Microelectronics, "ICM 2016".
- [15] Qi Yang et al, Fractional Calculus In Image Processing: A Review., *Computer Vision and Pattern Recognition*, (2016), arXiv:1608.03240 [cs.CV].
- [16] Y. Pu, Application of Fractional Differential Approach to Digital Image Processing, *J. Sichuan Univ. Eng. Sci. Ed.* vol. 39, pp. 124-132, Jun. 2007.
- [17] J. Bai, X.C. Feng, Fractional-order anisotropic diffusion for image de-noising, *IEEE Trans. Image Process.* 16 (10), pp, 249-252, 2007.
- [18] D. Wang and J. Gao, A new method for random noise attenuation in seismic data based on anisotropic fractional-gradient operators, *J. Appl. Geophys.*, vol. 110, pp. 135-143, Nov. 2014.
- [19] M. Hacini, F. Hachouf and Khalifa Djemal, A new speckle filtering method for ultrasound images based on a weighted multiplicative total variation, Available at Science Direct, *Signal Processing* 103 (2014) 214-229.
- [20] B. Mathieu, P. Melchior, A. Oustaloup and Ch. Ceyral, Fractional differentiation for edge detection, , *Signal Process.* 83, (2003).

[21] C. Gao, J. Zhou, and W. Zhang, Edge Detection Based on the Newton Interpolation's Fractional Differentiation, *The International Arab Journal of Information Technology*, vol.11, no.3, pp.223-228, 2014.

[23] Y. F. Pu. Fractional calculus approach to texture of digital image, in: *Proceedings of 8th International Conference on Signal Processing*, IEEE, Beijing, 2006, pp.10021006.

[22] PU YiFei et al, Fractional differential approach to detecting textural features of digital image and its fractional differential filter implementation, *Sci China Ser F-Inf Sci*, Sep. 2008, vol. 51, no. 9, pp. 1319-1339.

[24] Gao. Chaobang, Jiliu. Zhou, Ziuqing. Zheng, Fangnian. Lang, Image Enhancement based on Improved Fractional Differentiation, , IEEE Conference Publications. 2013 Ninth International Conference on Natural Computation (ICNC), pp. 1283-1288. 2013.

[25] Srikanth Khanna; V. Chandrasekaran, Fractional derivative filter for image contrast enhancement with order prediction, *IET Conference on Image Processing (IPR 2012)*, pp. 1-6. 2012.

[26] Fuyuan Hu, Shaohui Si, Hau San Wong, Baochuan Fu, MaoXin Si, Heng Luo, An adaptive approach for texture enhancement based on a fractional differential operator with non-integer step and order, *Neuro computing*, Volume 158, 22 June 2015, Pages 295-306

[27] Gao. Chaobang, Jiliu. Zhou, Ziuqing. Zheng, Fangnian. Lang, Image Enhancement based on Improved Fractional Differentiation, , IEEE Conference Publications. CISP 2013, Volume: 01, Pages: 309-314, 2013.

[28] P. Ghamisi, M. S. Couceiro, J. A. Benediktsson and N. M. F. Ferreira, An Efficient Method for Segmentation of Images Based on Fractional Calculus and Natural Selection , *Expert Systems With Applications*. 39, pp. 12407-12417. 2012.

[29] Pedram Ghamisi; Micael S. Couceiro; Fernando M. L. Martins; Jon Atli Benediktsson, Multilevel Image Segmentation Based on Fractional-Order Darwinian Particle Swarm Optimization, IEEE Transactions on Geo-science and Remote Sensing. Year: 2014, Volume: 52, Issue: 5 Pages: 2382-2394,

[30] Jianping Zhang, Ke Chen, Variational image registration by a total fractional order variation model , Journal of Computational Physics, Volume 293, 15 July 2015, Pages 442-461.

[31] Zhenhong LI et al, Multilayer-Pseudo polar Fractional Fourier Transform Approach for Image Registration, in Proceeding of 2012 Eighth International Conference on Computational Intelligence and Security,

[32] Stéphane Dugowson, les différentielles métaphysiques : histoire et philosophie de la généralisation de l'ordre de dérivation, thèse de doctorat 1994, université, Paris Nord, France

[33] Adam Loverro; Fractional Calculus: History, Definitions and Applications for the Engineer, Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame, IN 46556, U.S.A. May 8, 2004

[34] Maurice Godefroy, La fonction gamma : théorie, histoire, bibliographie, Gauthier-Villars. Paris, 1901.

[35] J. A. Tenreiro Machado, Manuel F. Silva, Ramiro S. Barbosa, Isabel S. Jesus, Cecilia M. Reis, Maria G. Marcos, and Alexandra F. Galhano, Some Applications of Fractional Calculus in Engineering, article,2009, Portugal.

[36] X. M. Li, "Image enhancement in the fractional Fourier domain," in *Proceedings Of,6th International Congress on Image and Signal Processing (CISP)*, vol. 1. IEEE,

[37] S. Roy, P. Shivakumara, H. A. Jalab, R.W. Ibrahim, U. Pal, and T. Lu, "Fractional poisson enhancement model for text detection and recognition in video frames," *Pattern Recognition*, 2015.

[38] H. Li, Z. Yu, and C. Mao, “Fractional differential and variational method for image fusion and super-resolution,” *Neurocomputing*, vol. 171, pp. 138–148, 2016.

[39] Y. Pu, J. Zhou, and X. Yuan, “Fractional differential mask: a fractional Differentialbased approach for multiscale texture enhancement,” *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 2, pp. 491–511, 2010.

[40] B. Li and W. Xie, “Image denoising and enhancement based on adaptive fractional calculus of small probability strategy,” *Neurocomputing*, vol. 175, pp. 704–714, 2016

[41] Z. Jun and W. Zhihui, “A class of fractional-order multi-scale variational models and alternating projection algorithm for image denoising,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 35, no. 5, pp. 2516–2528, 2011.

[42] W. Zhang, J. Li, and Y. Yang, “A fractional diffusion-wave equation with non-local regularization for image denoising,” *Signal Processing*, vol. 103, pp. 6–15, 2014.

[43] D. Tian, J. Wu, and Y. Yang, “A fractional-order edge detection operator for medical image structure feature extraction,” in *Proceedings of 26th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. IEEE, 2014, pp. 5173–5176.

[44] H. Yang, Y. Ye, D. Wang, and B. Jiang, “A novel fractional-order signal Processing, based edge detection method,” in *Proceedings of 11th International Conference on Control Automation Robotics and Vision*, 2010, pp. 1122–1127.

[45] . Pan, Y. Ye, J. Wang, and X. Gao, “Novel fractional-order calculus masks and compound derivatives with applications to edge detection,” in *Proceedings of 6th International Congress on Image and Signal Processing (CISP)*, vol. 1. IEEE, 2013, pp. 309–314

[46] Y. C. Dali Chen, DingyuXue, “Fractional differentiation-based approach for Robust, image edge detection,” in *Proceedings of Conference on Fractional Derivative and Applications*. FDA, 2012, pp. 322–327

[47] D. Tian, D. Xue, D. Chen, and S. Sun, “A fractional-order regulatory CV model, for brain MR image segmentation,” in *Proceedings of 25th Chinese Control and Decision, Conference (CCDC)*. IEEE, 2013, pp. 37–40.

[48] Z. Ren, “Adaptive active contour model driven by fractional order fitting energy,” *Signal Processing*, vol. 117, pp. 138–150, 2015.

[49] Z. Tiedong, W. Lei, Q. Zaibai, and L. Yu, “A method of underwater image Segmentation based on discrete fractional brownian random field,” in *Proceedings of 3<sup>rd</sup> Conference on Industrial Electronics and Applications*. IEEE, 2008, pp. 2507–2511.

[50] Y. Yuan, Q. Sun, and H. Ge, “Fractional-order embedding canonical correlation analysis and its applications to multi-view dimensionality reduction and recognition,” *Pattern Recognition*, vol. 47, no. 3, pp. 1411–1424, 2014.

[51] K. Chen, E. L. Piccolomini, and F. Zama, “An automatic regularization Parameter selection algorithm in the total variation model for image deblurring,” *Numerical Algorithms*, vol. 67, no. 1, pp. 73–92, 2014.

[52] G. Chen, J. Zhang, and D. Li, “Fractional-order total variation combined with Sparsifying, transforms for compressive sensing sparse image reconstruction,” *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 38, pp. 407–422, 2016.

[53] A. Marion. 2009, « Filtrage spatiotemporel orienté de séquences d’images : application à l’estimation du mouvement des flux sanguins en imagerie ultrasonore ». Thèse INSA de Lyon

[54] G. Karlsson, 2009, “ The Physics of Ultrasound and Some Recent Techniques Used”.

[55] N. Bouhlel. 2006, « Caractérisation de texture d’échographie RF par champ markovien ». Thèse de Doctorat, Université René Descartes - Paris 5

[56] C. Tauber. 2005, « Filtrage anisotrope robuste et segmentation par B-spline snake : Application aux images échographiques ». Thèse Enseiht

[57] Page Web. Beamforming - ultrasound technology - ultrasound and MR - department of circulation and medical imaging - faculty of medicine - NTNU, Norway. <http://www.ntnu.no/us/beamforming>.

[58] Page Web. « L’onde ultrasonore, propriétés physiques, sémiologie et artefacts » [http://files.chuv.ch/internet-docs/rad/techniciens/rad\\_trm\\_us\\_proprieteondeus.pdf](http://files.chuv.ch/internet-docs/rad/techniciens/rad_trm_us_proprieteondeus.pdf).

[59] C. Tauber, 2005. Filtrage anisotrope robuste et segmentation par B-spline Snake : application aux images échographiques. Thèse Enseeiht.

[60] L. Gagnon and A. Jouan. 1997, “Speckle filtering of SAR images - a comparative study between Complex-Wavelet-Based and standard filters”. SPIE PROC. 3169, 80-91.

[61] D Kuan, A Sawchuk, T Strand, and P Chavel. 1987, “Adaptive restoration of images with speckle”. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal processing, 35(3), 383-373.

[62] J.S. Lee. 1980, ‘Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics.’ PAMI 2(2), 165–168.

[63] V.S. Frost, J.A. Stiles, K.S. Shanmugan, and J.C. Holtzman. 1982, ‘A model for radar images and its application to adaptive digital filtering for multiplicative noise’. PAMI 4(2), 157–166.

[64] N. Wiener. 1949, “Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series”. New York: Wiley.

[65] A. Lopes, R. Touzi, and E. Nezry. 1990, “Adaptive speckle filters and scene heterogeneity”. IEEE Transaction on Geosc. and Remote Sens. 28(6), 992–1000.

[66] A. Buades, B. Coll, and J. M. Morel. 2005, “A review of image denoising algorithms, with a new one. Multiscale Modeling & Simulation” 4(2), 490–530.

[67] P. Perona and J. Malik 1990. “Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion.” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 12, 629–639.

[68] L. I. Rudin, Nonlinear total variation noise removal algorithm, Physica D, 60, pp. 259-268, 1992.

[69] T. Loupas, W. McDicken, and P. Allan. 1989, “An adaptive weighted median filter for speckle suppression in medical ultrasound image”. IEEE Trans. Circuits Syst. 36, 129–135.

[70] Khalifa DJEMAL<sup>1</sup>, William PUECH<sup>2</sup>, Bruno ROSSETTO<sup>1</sup> ,"Restauration par minimisation de la variation totale adaptée à un modèle de bruit ultrasonore",Centre Universitaire de Formation et de Recherche de Nîmes Pl. Gabriel Péri, 30021 Nîmes Cedx 1, France

[71] J. M. S. Prewitt, Object Enhancement and Extraction, in: B.S. Lipkin, A. Rosenfeld (Eds), *Picture Processing and Psychopictorics*, Academic Press, New York, pp.75-149. Cambridge, 1970.

[72] T. E. Sobel, *Camera Models and Machine Perception*, PhD Dissertation, Stanford University, pp. 159-197. Palo Alto, Californie, 1970.

[73] R.F. Wagner, M.F. Insana, and D.G. Brown. 1987 "Statistical properties of radiofrequency and envelope-detected signals with applications to medical ultrasound". *Journal of Optical Society of America* 4, 910–922.

## **Résumé**

La théorie de la dérivation non entière a été longuement considérée comme une branche relevant des mathématiques. Beaucoup de contributions autant théoriques que pratiques ont montré l'importance des systèmes d'ordre fractionnaire et leur intérêt dans différentes disciplines.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à la dérivation non entière appliquée à la restauration des images échographiques. Les images échographiques sont corrompues par un bruit multiplicatif - le speckle -, ce qui rend difficile l'analyse d'images de haut niveau. Afin de résoudre la difficulté de concevoir un filtre efficace pour la réduction du bruit de speckle, nous proposons dans ce mémoire de combiner une approche établie pour le dé-bruitage des images échographiques et la dérivation non entière (fractionnaire), dans le but d'une meilleure préservation des caractéristiques de l'images.

Une étude comparative entre dérivée non entière et dérivées entière a été réaliser dans le cadre d'un calcul des gradients et d'un filtrage. Les résultats qualitatifs sur des images synthétiques et réelles ont démontré l'efficacité et la compétitivité de la dérivée non entière par rapport à la dérivées d'ordre entier établies dans la littérature. Le speckle est réduit tandis que les contours et les détails et des structures de l'image sont plus au moins bien conservés.

## **Mots clés**

Dérivation non entière, Restauration d'images, images échographiques,