

# CHAPITRE I

**MODÉLISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE**

**À AIMANTS PERMANENTS**

## I.1 Introduction

Grâce au développement de la technologie des composants de l'électronique de puissance, et l'apparition des processeurs numériques, le moteur synchrone à aimants permanents, est de plus en plus utilisé dans le domaine de vitesse variable. Son choix dans les entraînements à vitesse variable devient attractif et concurrent de celui des moteurs asynchrone et à courant continu grâce à l'évolution de la technologie des aimants permanents qu'ils soient à base d'alliage ou à terre rares [AME 03] [AMA 01].

Le moteur synchrone est fortement pénalisé par l'absence du couple hors du synchronisme. Alimenté par des réseaux à fréquence fixe, il doit être lancé à la vitesse du synchronisme pour fournir un couple électromagnétique. Pour palier ces difficultés, il doit être muni d'une alimentation à fréquence variable, qui est généralement un onduleur à *MLI*. Cela constitue un variateur de vitesse électromécanique constitué d'une machine synchrone associée à un convertisseur statique de l'électronique de puissance [AME 03] [BEN 98].

Dans ce chapitre, on présentera la modélisation d'une machine synchrone à aimants permanents associée à un convertisseur statique (un onduleur à *MLI*).

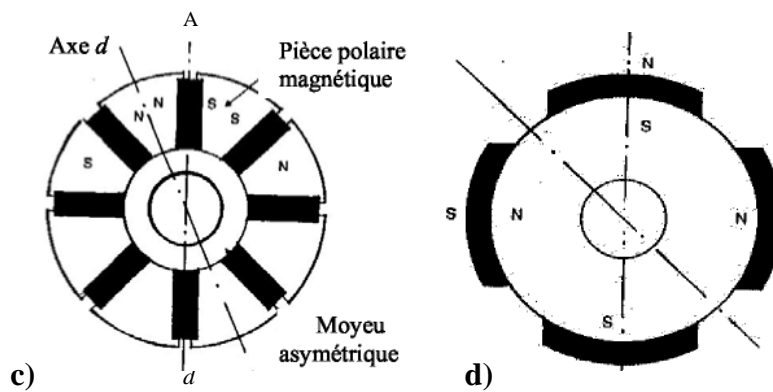
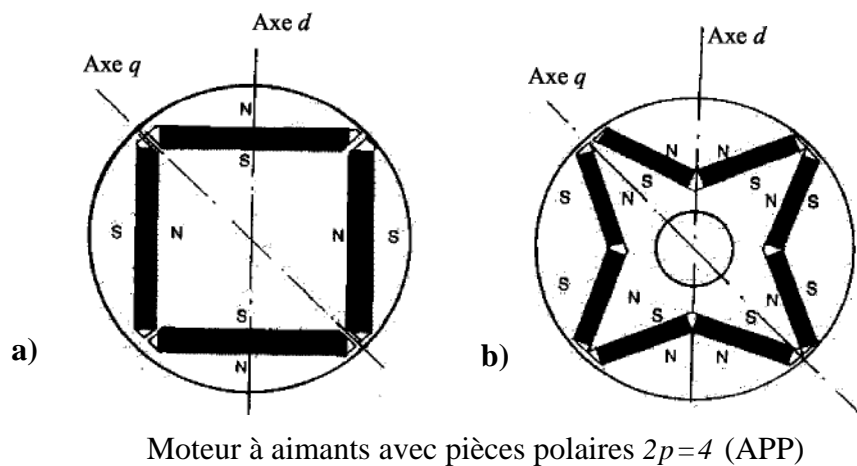
## I.2 Présentation de la machine synchrone à aimants permanents

Le moteur synchrone à aimants permanents comporte, tout comme la machine asynchrone, un stator bobiné dont l'alimentation donne naissance à une force magnétomotrice de composante fondamentale  $F_a$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega_s$ . Le rotor ou la roue polaire dont le nombre de pôles est égal à celui du stator, est excité par un bobinage parcouru par un courant continu ou par des aimants pour produire une force magnétomotrice dite d'excitation  $F_0$ . Dans le cas du moteur synchrone à aimants permanents, l'inducteur est remplacé par des aimants, ceci présente l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotoriques, ainsi que la nécessité d'une source pour fournir le courant d'excitation [AME 03]. Cependant, on ne peut pas contrôler le flux rotorique.

D'autre part, la surface interne du stator est cylindrique, et les enroulements sont placés dans des encoches taillées suivant les génératrices de ce cylindre. Chaque enroulement est réalisé de manière à créer une force magnétomotrice sinusoïdale dans l'entrefer. Les forces magnétomotrices créées par chacun des trois enroulements sont déphasées spécialement d'un angle électrique. En alimentant cet enroulement triphasé par des courants triphasés, on crée un champ tournant circulaire.

Suivant la disposition des aimants, on distingue [AME 03] [AMA 01] :

- La machine à inducteurs lisses, où les aimants utilisés sans pièces polaires (machines de structure dite SPP) sont disposés au niveau de l'entrefer sur un moyeu ferromagnétique (voir figure I-1d). Aux fuites magnétiques près (le coefficient de fuites  $\sigma$  est de l'ordre de 1.03 à 1.05), l'induction  $B_e$  dans l'entrefer est celle de l'aimant  $B_a$ . Les aimants composés des terres rares peuvent créer ainsi une induction dans l'entrefer de 0.60 (T) à 0.85 (T), suivant la nature de l'aimant et le rapport de son épaisseur à celle de l'entrefer (en général il est de 5 à 6 fois).



Moteur APP à concentration de flux  $2p=8$  Moteur à aimants périphériques (SPP)

**Fig I-1 :** Différentes structures de la roue polaire d'un moteur synchrone à aimants permanents

Les aimants sont immobilisés sur le moyeu soit par une frette de fibres de verre ou de carbone liées par une résine époxy, soit par un tube mince en métal amagnétique et à résistivité élevée emmanché à chaud.

- La machine à pôles saillants, où les aimants sont montés entre des pièces polaires (machines dites de structure APP). Un exemple de réalisation est montré dans la figure ((I-1 a), b) avec des aimants insérés dans un paquet de tôles magnétiques spécialement découpées. Un pont saturé d'une épaisseur de l'ordre de millimètres sépare les pôles. La machine à pôles saillants dite "à concentration de flux" est montrée sur la figure (I-1 c) où les aimants sont alors logés entre les pièces polaires et leur aimantation est transversale.

### **I.3 Avantages des machines synchrones à aimants permanents**

Les avantages associés à l'utilisation des machines à courant alternatif asynchrone et synchrone à aimants permanents ne sont pas à démontrer en terme de robustesse et de fiabilité. Aujourd'hui, avec le progrès actuel des aimants permanents, le moteur synchrone est de plus en plus utilisé dans les systèmes d'entraînement à vitesse variable à hautes performances. Son choix dans ce domaine est devenu attractif et concurrent de celui des moteurs à courant continu et des moteurs asynchrones. Cela est dû principalement à ses avantages multiples, relativement à ces deux types d'actionneurs [MEN 01][AIT 00]. On cite principalement :

- Facteur de puissance et rendement élevé par rapport à ceux des moteurs asynchrones;
- Robustesse incontestée par rapport au moteur à courant continu;
- Puissance massique élevée et précision de sa commande;
- Développement de la technologie des composants de l'électronique de puissance, et l'apparition des processeurs numériques à fréquence élevée et à forte puissance du calcul, surmontant ainsi le problème de l'implantation d'algorithmes de commande de l'onduleur assurant l'auto pilotage du MASP;
- Augmentation de la constante thermique et de la fiabilité, à cause de l'absence de contacts bague-balais dans ces machines.

### **I.4 Domaine d'application**

Le moteur synchrone à aimants permanents est utilisé dans une large gamme de puissance, allant de centaines de Watts (servomoteurs) à plusieurs méga Watts (systèmes de propulsion des navires), dans des applications aussi diverses que le positionnement, la synchronisation l'entraînement à vitesse variable, et la traction [AME 03].

- Il fonctionne comme compensateur synchrone.
- Il est utilisé pour les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, les compresseurs et les pompes centrifuges.

### **I.5 Alimentation par un onduleur de tension**

La commande d'un moteur synchrone peut se faire à partir d'un convertisseur statique alimenté par une source de tension continue constante. Les onduleurs de tension permettent d'imposer aux enroulements statoriques de la machine des tensions d'amplitude et de fréquence réglables en agissant sur la commande des interrupteurs du convertisseur statique. Les techniques dites (Modulation de Largeur d'Impulsions, *MLI*) ou (Pulse Width Modulation, *PWM*, dans le jargon anglo-saxon) sont utilisées. Ces stratégies de commande des onduleurs s'appuient sur les performances en fréquence de découpage permises par les composants électroniques utilisés.

### **I.6 Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents**

L'étude de tout système physique nécessite une modélisation. Celle-ci nous permet de simuler le comportement de ce système face à différentes sollicitations et d'appréhender ainsi les mécanismes régissant son fonctionnement.

Les lois modernes de commande de plus en plus performantes permettent un meilleur contrôle des régimes transitoires tout en assurant, dans une grande plage de fonctionnement, un asservissement précis de la vitesse. Tous ces perfectionnements demandent une bonne connaissance de la machine et de son convertisseur.

#### **I. 6.1 Hypothèses simplificatrices**

Les phénomènes physiques inhérents au fonctionnement du système peuvent être partiellement ou totalement pris en compte dans un modèle. Ils découlent plusieurs niveaux de modélisation liés aux hypothèses simplificatrices associées.

Plus le nombre d'hypothèses est grand, plus simple sera le modèle. Cela permet une étude et une exploitation plus aisées. [AME 03][BEN 98].

Dans ce but, on adopte les suppositions suivantes :

- Le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé.
- Les f.m.m. sont réparties sinusoïdalement dans l'entrefer de la machine.
- L'effet de la température sur les résistances est négligeable.

- On ne tient pas compte de l'hystérésis et des courants de Foucault dans les parties magnétiques.
- L'effet de Peau qui augmente les résistances et réduit les inductances est négligeable.
- L'enterfer est d'épaisseur uniforme.

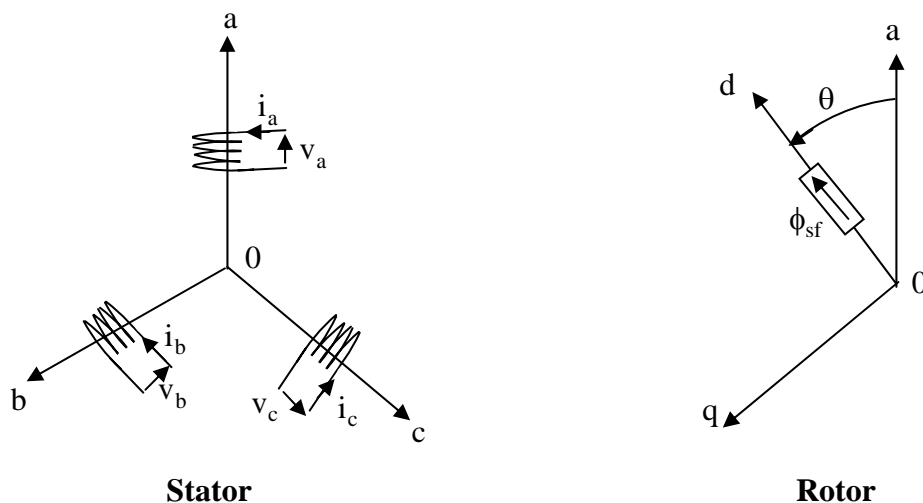
### I.6.2 Mise en équation et modèle de *Park*

La mise en équation des moteurs synchrones triphasés aboutit à des équations différentielles à coefficients variables. L'étude analytique du comportement du système est alors laborieuse, vu le grand nombre de variables. On utilise des transformations mathématiques qui permettent de décrire le comportement du moteur à l'aide d'équations différentielles à coefficients constants. La transformation de *Park* permet de passer d'une représentation dans le repère triphasé (a, b, c) à une représentation dans un repère dit de *Park* à axes orthogonaux (d, q, o).

Le repère de *Park* (d, q, o) est à priori quelconque, on peut ainsi considérer qu'il tourne à une vitesse arbitraire. Des choix plus ou moins pertinents peuvent être faits en fonction du repère auquel on lie la représentation de *Park* [AME 03] [GUY00].

#### I.6.2.1 Mise en équation

La figure suivante donne la représentation des enroulements pour une machine synchrone triphasé à aimant permanent



**Fig I-2 :** Représentation d'une MSAP

a partir de la figure (I-2) nous écrivons les équations de la machine synchrone dans le repère fixe au stator, en notation matricielle.

- **Expression des tensions statoriques**

$$[V_s] = [R_s][i_s] + \frac{d[\phi_s]}{dt} \quad (1.1)$$

- **Expression des flux statoriques**

$$[\phi_s] = [L_{ss}][i_s] + [\phi_{sf}] \quad (1.2)$$

Où

$$[V_s] = [V_a \quad V_b \quad V_c]^t \quad : \text{Vecteur tensions statoriques.}$$

$$[i_s] = [i_a \quad i_b \quad i_c]^t \quad : \text{Vecteur courants statoriques.}$$

$$[\phi_s] = [\phi_a \quad \phi_b \quad \phi_c]^t \quad : \text{Vecteur flux statoriques.}$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad : \text{Matrice résistance du stator.}$$

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} \quad : \text{Matrice inductance du stator.}$$

$$[\phi_{sf}] = [\phi_{af} \quad \phi_{bf} \quad \phi_{cf}]^t \quad : \text{Vecteur flux crée par l'aimant a travers l'enroulement statoriques.}$$

L'étude analytique du comportement des équations (1.1) et (1.2) est relativement laborieuse, vu le grand nombre de coefficients variables. On utilise alors les transformations mathématiques qui permettent de décrire le comportement du moteur à l'aide d'équations différentielles à coefficients constants. L'une ces transformations est la transformation de *Park*.

### I.6.2.2 Transformation de *Park*

La transformation directe de *Park* est définie par la matrice  $[P]$ , aux vecteurs originaux  $[V_{abc}], [i_{abc}], [\phi_{abc}]$ , la transformation de *Park* fait correspondre les vecteurs  $[V_{dco}], [i_{dco}]$  et  $[\phi_{dco}]$ . La transformation de *Park* est appliquée de manière identique au vecteur de tensions, de courants, et de flux. La transformation qui traduit ce passage du système triphasé (a, b, c) au système biphasé (d, q) est donnée par :

$$\begin{aligned} [V_{dco}] &= [P][V_{abc}] \\ [i_{dco}] &= [P][i_{abc}] \\ [\phi_{dco}] &= [P][\phi_{abc}] \end{aligned} \quad (1.3)$$

Tel que :

$[P]$  : la matrice de *Park*, définie par :

$$[P] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

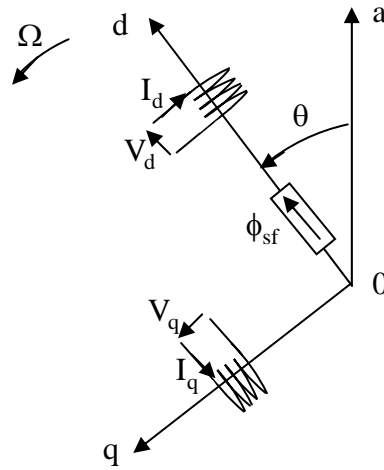
Les directions a, b, c sont obtenues à partir des axes (d,q) à travers la transformation inverse de *Park*. La matrice inverse est donnée par :

$$[P]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta - 4\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

### I.6.2.3 Modèle de la MSAP dans le repère lié aux rotors

La figure (I-3) illustre la schématisation d'une machine synchrone à aimant permanent, biphasée, équivalente, issue de transformation de *Park*.





**Fig I-3** : schéma équivalent de la MSAP dans le repère (d, q).

En reportant les transformations dans les expressions des flux et tensions on obtient :

- **Expression des tensions**

$$\begin{cases} V_d = R_s i_d + \frac{d\phi_d}{dt} - \omega \phi_q \\ V_q = R_s i_q + \frac{d\phi_q}{dt} + \omega \phi_d \end{cases} \quad (1.6)$$

- **Expression des flux**

$$\begin{cases} \phi_d = L_d i_d + \phi_{sf} \\ \phi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (1.7)$$

$\phi_{sf}$  : flux totale du aux aimants et qui se ferme sur le stator .

#### I.6.2.4 Expression du couple

La transformation de *Park* permet de conserver la puissance dans les deux repères .

Dans le repère (a, b, c), la puissance est donnée par :

$$P(t) = V_a i_a + V_b i_b + V_c i_c \quad (1.8)$$

Et dans le système (d, q) s'écrit comme suit :

$$P(t) = \frac{3}{2} (V_d i_d + V_q i_q) \quad (1.9)$$

En remplaçant  $V_d$  et  $V_q$  par leur expression, la puissance devient :

$$P(t) = \frac{3}{2} \left[ R_s (i_d^2 + i_q^2) + \left( i_d \frac{d\phi_d}{dt} + i_q \frac{d\phi_q}{dt} \right) + (\phi_d i_q - \phi_q i_d) \omega \right] \quad (1.10)$$

Où :

$R_s (i_d^2 + i_q^2)$  : représente les chutes Ohmique (pertes par effet Joule).

$i_d \frac{d\phi_d}{dt} + i_q \frac{d\phi_q}{dt}$  : représente la variation de l'énergie magnétique emmagasinée.

$(\phi_d i_q - \phi_q i_d) \omega$  : représente la puissance transférée du stator au rotor à l'enterfer.

Sachant que :

$$P_e = C_e \Omega \quad (1.11)$$

Donc :

$$C_e = \frac{3}{2} p [\phi_d i_q - \phi_q i_d] \quad (1.12)$$

On peut écrire aussi :

$$C_e = \frac{3}{2} p [(L_d - L_q) i_d i_q + \phi_{sf} i_q] \quad (1.13)$$

- **Equation mécanique**

L'équation du mouvement de la machine est :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = C_e - C_r \quad (1.14)$$

### 1.6.2.5 Mise sous forme d'équation d'état

A partir des équations (1.5), (1.6), (1.7), (1.8).on peut écrire le système sous la forme d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = [\mathbf{A}][\mathbf{X}] + [\mathbf{B}][\mathbf{U}] \\ \mathbf{Y} = [\mathbf{C}][\mathbf{X}] + [\mathbf{D}][\mathbf{U}] \end{cases} \quad (1.15)$$

Avec :

[A] : la matrice fondamentale qui caractérise le système.

[B] : la matrice d'entrée.

[C] : la matrice de sortie (matrice d'observation).

[D] : le vecteur de commande.

[X] : le vecteur d'état.

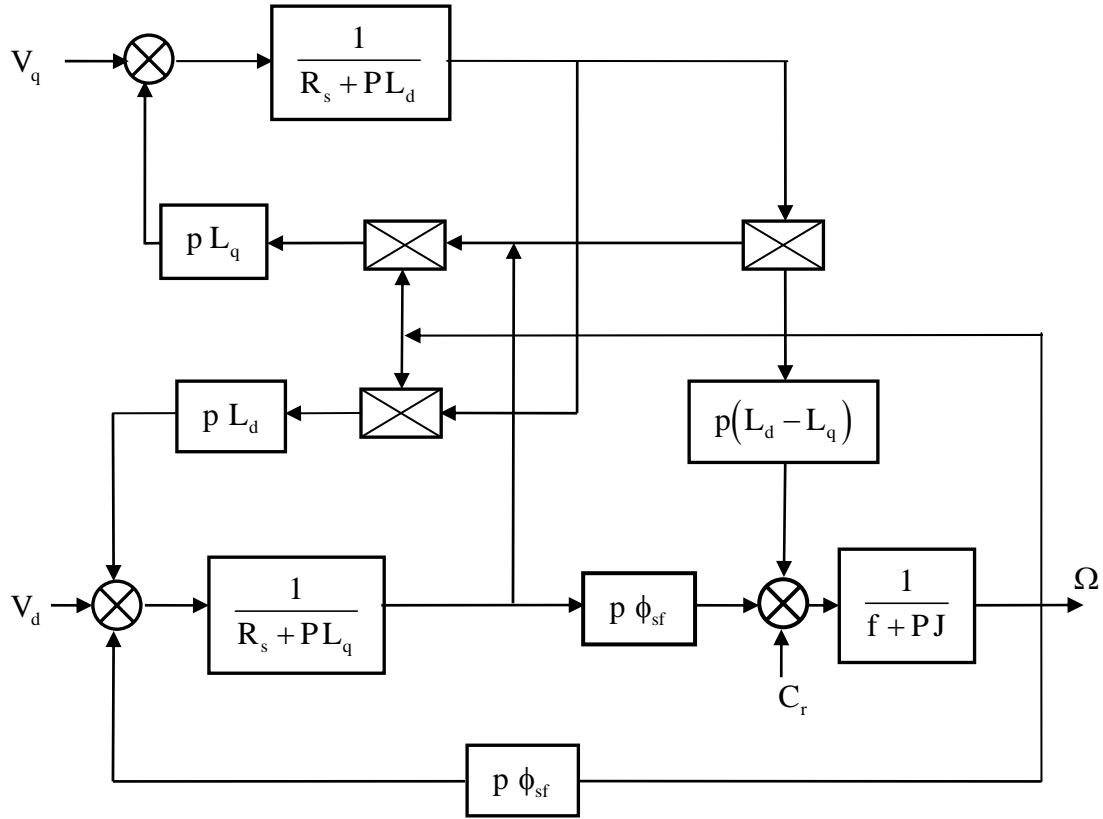
Sous forme matricielle on peut écrire le système d'équation (1.8), (1.9) comme suit :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{\omega L_q}{L_d} \\ -\frac{\omega L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_d}{L_d} \\ \frac{V_q - \omega \phi_{sf}}{L_q} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

$$[\mathbf{C}] = [1 \ 1]$$

$$[\mathbf{D}] = [0] .$$

Donc on peut présenter le modèle de la MSAP comme suit :



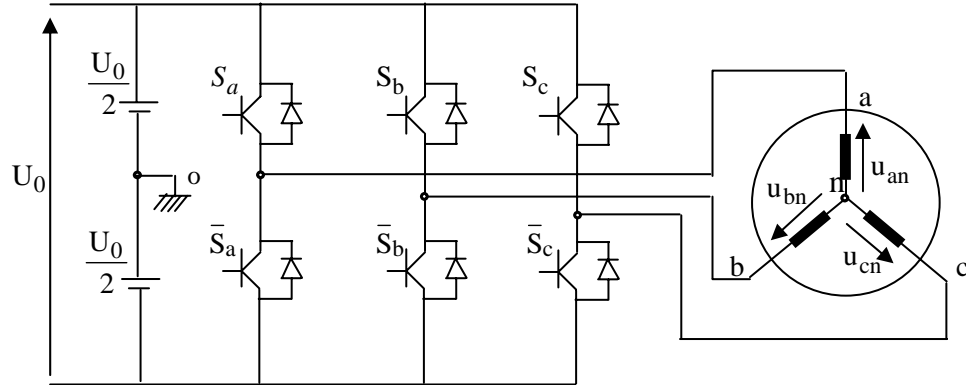
**Fig I-4 : Modèle de la MSAP**

## I.7 Modélisation de l'onduleur de tension

Pour un onduleur triphasé, les commandes des interrupteurs d'un bras sont complémentaires, pour chaque bras, il y a donc deux états indépendants, ces deux états :

- $S_{a,b,c} = 1$  : Interrupteur du demi-bras haut (a, b ou c) fermé.
- $S_{a,b,c} = 0$  : Interrupteur du demi-bras bas (a, b ou c) fermé.

La figure(I-5) montre le schéma d'un onduleur triphasé avec sa charge



**Fig I-5** : Schéma d'un onduleur de tension triphasé avec sa charge

Pour simplifier l'étude, on supposera que :

- la commutation des interrupteurs est instantanée ;
- la chute de tension aux bornes des interrupteurs est négligeable ;
- la charge triphasée est équilibrée, couplée en étoile avec neutre isolé.

Pour les tensions composées  $u_{ab}$ ,  $u_{bc}$  et  $u_{ca}$ , on a :

$$\begin{cases} u_{ab} = u_{ao} + u_{ob} = u_{ao} - u_{bo} \\ u_{bc} = u_{bo} + u_{oc} = u_{bo} - u_{co} \\ u_{ca} = u_{co} + u_{oa} = u_{co} - u_{ao} \end{cases} \quad (1.17)$$

$u_{ao}$ ,  $u_{bo}$  et  $u_{co}$  peuvent être considérées comme des tensions d'entrée à l'onduleur (tensions continues).

Soit "n" l'indice du point neutre du coté alternatif.

On a:

$$\begin{cases} u_{ao} = u_{an} + u_{no} \\ u_{bo} = u_{bn} + u_{no} \\ u_{co} = u_{cn} + u_{no} \end{cases} \quad (1.18)$$

$u_{an}$ ,  $u_{bn}$  et  $u_{cn}$  sont les tensions simples de la machine et  $u_{no}$  est la tension fictive entre le neutre de la MSAP et le point fictif d'indice "o".

Sachant que la charge est équilibrée et le neutre isolé alors:

$$u_{an} + u_{bn} + u_{cn} = 0 \quad (1.19)$$

La substitution de (1.19) dans (1.18) aboutit à:

$$u_{no} = \frac{1}{3} \cdot (u_{ao} + u_{bo} + u_{co}) \quad (1.20)$$

En remplaçant (1.20) dans (1.18), on obtient:

$$\begin{cases} u_{an} = \frac{2}{3}u_{ao} - \frac{1}{3}u_{bo} - \frac{1}{3}u_{co} \\ u_{bn} = -\frac{1}{3}u_{ao} + \frac{2}{3}u_{bo} - \frac{1}{3}u_{co} \\ u_{cn} = -\frac{1}{3}u_{ao} - \frac{1}{3}u_{bo} + \frac{2}{3}u_{co} \end{cases} \quad (1.21)$$

alors:

$$\begin{cases} u_{an} = \frac{U_o}{3}(2S_a - S_b - S_c) \\ u_{bn} = \frac{U_o}{3}(-S_a + 2S_b - S_c) \\ u_{cn} = \frac{U_o}{3}(-S_a - S_b + 2S_c) \end{cases} \quad (1.22)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} u_{an} \\ u_{bn} \\ u_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} U_o \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

## I.8 Commande de l'onduleur de tension à *MLI* naturelle (sinus-triangle)

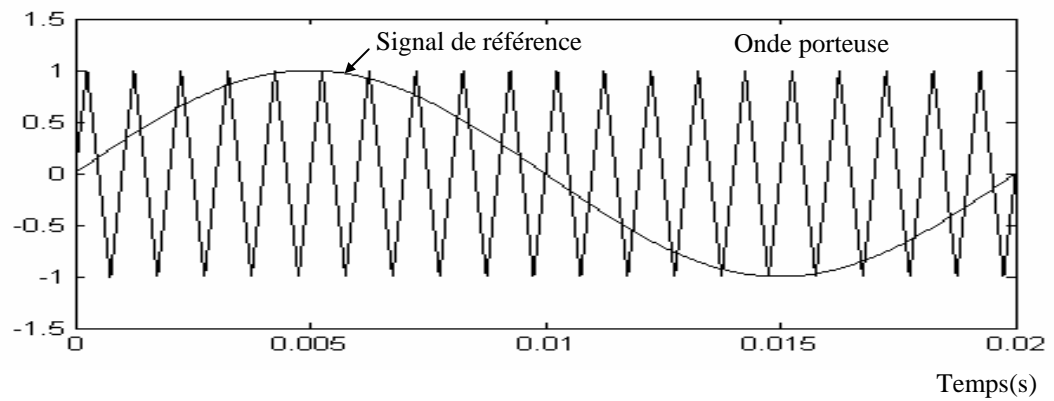
La technique de la *MLI* naturelle repose sur la comparaison entre deux signaux :

- le premier, qui est appelé signal de référence (Modulatrice) représente l'image de la sinusoïde qu'on désire à la sortie de l'onduleur. Ce signal est modulable en amplitude et en fréquence;
- le second, qui est appelé signal de la porteuse (Triangulaire), définit la cadence de la commutation des interrupteurs statiques de l'onduleur. C'est un signal de hautes fréquences (HF) par rapport au signal de référence.

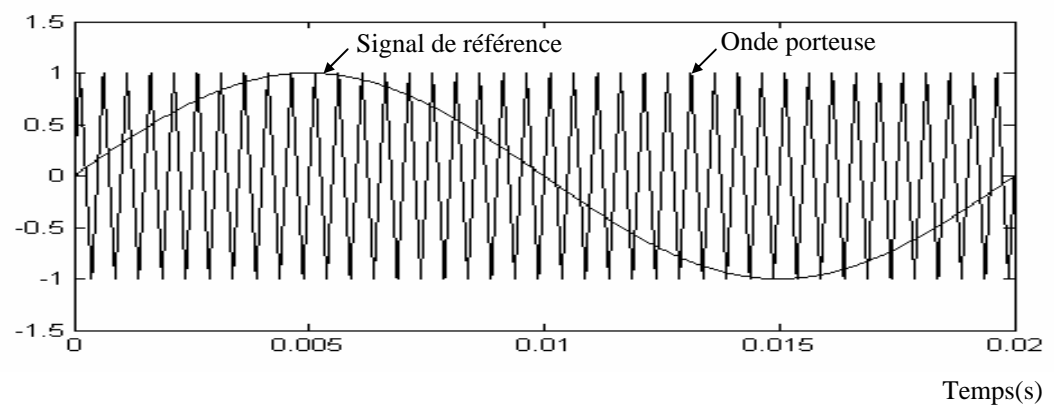
L'onde en impulsion est meilleure que l'onde rectangulaire si :

$$f_{\text{porteuse}} > 20. f_{\text{référence}} \quad (1.24)$$

Les figures de (I-6) représentent deux signaux à *MLI* générés par la comparaison de deux signaux de la porteuse en triangle ayant deux fréquences différentes 1kHz (figure I-6.a) et 2kHz (figure I-6.b), avec le même signal de référence sinusoïdal.



(a)



(b)

**Fig I-6 :** Génération d'une *MLI* naturelle pour un signal de la porteuse de 1 kHz (a) et de 2kHz (b).

La modulation sinus-triangle présente l'inconvénient de générer des impulsions dissymétriques



par rapport à une période de la porteuse. Ainsi, les instants de commutation ne peuvent être exprimés sous forme analytique simple; ce qui rend délicate sa mise en œuvre dans les applications numériques. L'avantage majeur de la technique de modulation sinus-triangle naturelle est de réduire la pollution (élimination d'harmoniques non désirés) ou de minimiser les oscillations sur la vitesse, le couple et les courants; ce qui permettra de réduire la pollution en harmoniques dans le réseau électrique avec minimisation des pertes dans le système et donc amélioration du rendement.

### **I.9 Conclusion**

Dans ce chapitre on a présenté la machine synchrone à aimants permanents, ses avantages et ses domaines d'application, ainsi que sa modélisation, nous avons basé sur un ensemble d'hypothèses simplificatrices, le modèle de MSAP dans le repère de *Park* a été établi dans le but de linéariser le système et faciliter l'étude, et on a abordé la modélisation de l'onduleur de tension et sa commande à *MLI* sinus triangle.

La formulation du modèle électrique dans un référentiel lié au champs tournant permettra de réaliser une commande par orientation du flux rotorique de la machine synchrone qui sera l'objet du second chapitre.