

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE : DES SCIENCES

DEPARTEMENT : PHYSIQUE

N° :...../2018.....



DOMAINE : Sciences des matériaux

FILIERE : PHYSIQUE

OPTION : PHYSIQUE ENERGETIQUE
ET ENERGIE RENOUVELABLE

Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique

Par: TAHMI Sadam

Intitulé

**Etude numérique de transfert de la chaleur au
sein d'un espace annulaire elliptique-trapèze**

Soutenu le .. / 06 /2018 devant le jury composé de:

TALOUB Djedid	Université M ^{ed} BOUDIAF M'sila	Président
BOURAS Abdelkarim	Université M ^{ed} BOUDIAF M'sila	Rapporteur
BENDERRADJI Razik	Université M ^{ed} BOUDIAF M'sila	Examineur

Année universitaire : 2017/2018



Remerciements

Nous tenons à remercier :

Au terme des années de préparation de mémoire de master ,je tiens remercier chaleureusement toutes les personnes qui ont contribué à l'aboutissement de ce travail:

Je remercie également le Docteur BOURAS Abdelkarim pour la qualité du sujet, son support et les orientations durant toute la réalisation de ce mémoire par ses conseils qui m'ont appris la patience.



Dédécace

Je dédie ce travail à toute ma famille, mon père et ma mère.


Tout mes amis, et pour tous ce quim'aiment,et youssef et islam.

Table des Matières	23
Remerciement	24
Dédicace	25
Table des Matières.....	25
Liste des figures.....	i 26
Liste des tableaux.....	iv
Nomenclature.....	vi
	x
Introduction Générale.....	1
Chapitre 1 Généralité et synthèse bibliographiques.....	5
1.1. Introduction.....	5
1.2. Modes de transfert de chaleur.....	5
1.2.1. Transfert de chaleur par conduction dans les solides.....	5
1.2.2. Transfert de chaleur par rayonnement.....	6
1.2.3. Transfert de chaleur par convection.....	6
1.3. Types de convection.....	6
1.3.1. Convection forcée.....	6
1.3.2. Convection mixte.....	6
1.3.3. Convection naturelle.....	6
1.4. Convection laminaire ou turbulente.....	7
1.5. Domaines d'application de la convection naturelle.....	7
1.6. Convection naturelle dans des enceintes fermées.....	7
1.7. Convection naturelle entre deux cylindres.....	8
1.8. Problématique.....	9
Chapitre 2 Formulation Mathématique.....	10
2.1. Mise en équation du problème.....	13
2.1.1. Modèles physique.....	13
2.1.2. Modèle mathématique.....	13
2.1.2.1. Equations générales.....	14
2.1.2.1.1. Equation de continuité.....	14
2.1.2.1.2. Equation de quantité de mouvement (ou équation de Navier-Stokes).....	15
2.1.2.1.3. Equation de l'énergie.....	15
2.1.3. Formulation indicielle.....	16
2.1.4. Equations de bilan.....	16
2.1.5. Equations adimensionnées.....	17
2.1.6. Condition aux limites.....	17
2.1.7. Calcul du nombre de Nusselt.....	17
	18
Chapitre 3 Méthodes numériques.....	19
3.1. Introduction.....	19
3.2. Maillage.....	19
3.3. Conditions initiales et conditions aux limites.....	21
3.4. Discrétisation et Résolution.....	21
3.4.1. Calcul de la vitesse sur les faces.....	22
3.4.2. Calcul de la pression sur les faces.....	22
3.4.3. Couplage pression –vitesse.....	23

3.4.4. Sous-relaxation.....	
3.4.5. Résolution.....	
3.4.6. Choix du maillage.....	
3.4.7. Validation des résultats.....	
1.5. Conclusion.....	
Chapitre 4 Résultats et discussions.....	28
4.1. Effet de Rayleigh	28
4.1.1. Isothermes et lignes de courants.....	28
4.1.2 Nombres de Nusselt locaux.....	29
4.1.2.1. Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude.....	36
4.1.2.2. Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi froide.....	36
4.2. Effet de l'angle d'inclinaison sur la vorticité.....	39
	43
Conclusion générale	44
Résumé	

Liste des figures

Fig. 2.1.	Le modèle physique.....	14
Fig. 3.1.	Etapas de résolution suivies par GAMBIT et FLUENT.....	20
Fig. 3.2.	Maillage avec Gambit 2.1.....	21
Fig. 3.3.	Système d'itération.....	23
Fig. 3.4	Ligne de courant (moitié gauche) et isothermes (moitié droite) à $Ra_t = 10^4$...	26
Fig. 3.5	Nombre Nusselt local de le long des ellipses internes et externes et comparaison avec la référence [4].....	26
Fig. 4.1a.	Isothermes et lignes de courants pour différentes angles à $Ra_t = 10^3$	31
Fig. 4.1b.	Isothermes et lignes de courants pour différentes angles à $Ra_t = 10^4$	33
Fig. 4.1c.	Isothermes et lignes de courants pour différentes angles à $Ra_t = 10^5$	35
Fig. 4.2.	Evolution du nombre de Nusselt local le long la paroi chaude pour différentes angles.....	39
Fig. 4.3.	Evolution du nombre de Nusselt local le long la paroi chaude pour différentes angles.....	42
Fig. 4.4.	Effet de l'angle d'inclinaison sur la vorticité.....	43



Liste des tableaux

Tableau 3.1 Propriétés de fluide air.....	21
Tableau 3.2 Critères de résolution et coefficients de sous-relaxation utilisés.....	24
Tableau 3.3 Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de nœuds pour $Ra_t = 10^5$	25

Nomenclature

C_p	Chaleur spécifique à pression constante [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]
g	Accélération de la pesanteur [$m.s^{-2}$]
H	Hauteur dimensionnelle de l'enceinte [m]
L	Longueur dimensionnelle de l'enceinte [m]
T	Température dimensionnelle [K]
T_0	Température de référence [K]
$T_{interne}$	Température de la paroi chaude [K]
$T_{externe}$	Température de la paroi froide [K]
K	Conductivité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$]
u, v	Composantes des vitesses [$m.s^{-1}$]
U, V	Composantes adimensionnelles des vitesses
x, y	Coordonnées cartésiennes du système [m]
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles du système
ΔT	Différence de température [K]
β_T	Coefficient d'expansion thermique, [K^{-1}]
Γ	Coefficient de diffusion
μ	Viscosité dynamique [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
ν	Viscosité cinématique [$m^2.s^{-1}$]
ρ	Masse volumique [$kg.m^{-3}$]
θ	Température adimensionnelle = $(T - T_0) / \Delta T$
α	Diffusivité thermique = $k / \rho C_p$
Gr	Nombre de Grashof
Ra	Nombre de Rayleigh
Nu	Nombre de Nusselt local
Pr	Nombre de Prandtl
\bar{Nu}	Nombre de Nusselt moyen
i, j	ième et jème composantes
ϕ	La fonction de dissipation.
λ	Conductivité thermique, [$W.m^{-1}.K^{-1}$]
t	Temps, [s]

*	Valeur estimée
'	Valeur corrigée
\vec{F}	Représente les forces volumiques.
ρ_0	La masse volumique à T_0 .
β	Le coefficient de dilatation à pression constante.
$\frac{dE}{dt}$	La variation de l'énergie interne.
q_s	La source de chaleur interne.
δ_{ij}	Fonction delta de Kronecker.
τ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments dépendent du taux de déformation du fluide soumis au champ de vitesse.
P	Pression, [N/m ²]
α	Angle d'inclinaison des parois.
a	rayon petite
b	rayon grande

Introduction générale

Le phénomène de la convection naturelle désigne le processus de transfert thermique conséquence du mouvement des particules d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce qui entraîne un mélange des particules fluides, qui par la suite échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles. La structure et l'intensité de la convection naturelle dépendent avec les sollicitations thermiques extérieures qui les déclenchent, la nature du fluide et de la géométrie de l'espace où le processus a lieu.

L'importance technologique de la convection naturelle est confirmée par l'exploitation de ce phénomène dans des domaines nombreux et différents tels que le chauffage industriel de l'eau, l'isolation thermique, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des systèmes électroniques, les machines électriques, de la géophysique, les réacteurs nucléaires, etc....

L'étude de la convection naturelle dans des enceintes fermées a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales. Beaucoup de travaux publiés ont été élaborés concernant la convection naturelle dans des enceintes où la géométrie, très variée, est parallélépipédique [1-3], cylindrique [4,5], sphérique [6], ellipsoïdale [7] ou bien encore se présente sous forme d'anneaux cylindriques [8,9], sphériques [10,11], et elliptiques [12,13]. On trouve aussi des enceintes en forme de calotte [14], de lunule [15] ou de secteurs annulaires cylindriques [16].

La convection naturelle dans les enceintes fermées aux grandes valeurs du nombre de Rayleigh et dans beaucoup de recherche, les auteurs s'intéressent à la structure de

l'écoulement : monocellulaire ou multicellulaire, même aux faibles valeurs du nombre de Rayleigh, il est souvent possible d'observer des écoulements multicellulaires. Dans ce cas, une augmentation de ce nombre, c'est-à-dire une intensification de la convection naturelle, doit pouvoir entraîner, selon la géométrie des parois et la viscosité du fluide, la création de tourbillons [17].

Dans la présente étude, nous nous sommes intéressés à la convection naturelle dans un espace annulaire délimité par deux cylindres d'axes horizontaux, cylindre interne trapézoïdal chauffé et cylindre externe elliptique froide. Cet espace annulaire est parcouru par un fluide newtonien et incompressible, en régime laminaire et permanent.

Dans ce travail, nous avons étudié l'effet de l'angle d'inclinaison des parois latérales du trapèze, et l'effet du nombre Rayleigh sur la structure de l'écoulement, les distributions de la température et la fonction de courant ainsi que les taux de transfert de chaleur représentés par les nombres locaux et moyens de Nusselt.

La présente mémoire se répartit en quatre chapitres. Le premier chapitre consiste à une synthèse bibliographique sur les principales thématiques abordées par les chercheurs sur la convection naturelle dans les enceintes fermées et entre deux systèmes annulaires. Le deuxième et le troisième chapitres sont consacrés à la formulation mathématique et la méthode numérique. En premier lieu on introduit les équations de conservation qui régissent l'écoulement ainsi que les conditions aux limites. Ensuite, une description de la méthode numérique utilisée est évoquée. Une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes, la discrétisation des équations, l'analyse et le choix du maillage, et la validation des résultats obtenus, ainsi que les conditions de convergence sont présentées également dans le troisième chapitre.

Une simulation numérique détaillée des champs dynamique et thermique des écoulements de convection naturelle dans la configuration proposée à un nombre de Rayleigh variable dans la gamme de 10^3 à 10^5 pour chaque angle d'inclinaison (60° , 70° , 80° , 90° , 100° , 110°) fait l'objet du quatrième chapitre résultats et discussions.

Nous terminerons cette thèse par une sur les résultats obtenus au cours de cette étude et par l'énoncé des perspectives à venir.

Références

- [1] J. N. Arnold, I. Catton, and D. K. Edwards, Experimental investigation of natural convection in inclined rectangular regions of differing aspect ratios, *ASME J. Heat Transfer*, Vol.98, pp.67-71. (1976).
- [2] S. J. M. Linthorst, W. M. M. Schinkel, and C. J. Hoogendoorn, Flow structure with natural convection in inclined air-filled enclosures, *ASME J. Heat Transfer*, Vol.103, pp.535-539. (1981).
- [3] Yewell (R.), Poulikakos (D.) and Bejan (A.), Transient natural convection experiments in shallow enclosures, *J. Heat Transfer*, Vol.104. pp.533-538. (1982).
- [4] R. J. Kee, C. S. Landram, and J. C. Miles, Natural convection of a heat-generating fluid within closed vertical cylinders and spheres, *J. Heat Transfer*, Vol.98, pp.55-61 (1976).
- [5] J. H. Lee, W. H. Park and M. Daguene, Theoretical study of the natural convection flows in a partially filled vertical cylinder subjected to a constant wall temperature, 2nd ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, Mars 22-27, Honolulu, Hawaii, pp. 1-6. (1984).
- [6] Yoshihiro Mochimaru, Transient natural convection heat transfer in a spherical cavity, *Heat Transfer. Japanese Research*, Vol. 18, N°4, pp.9-19. (1989).
- [7] S. Najoua, Etude numérique de la convection dans un ellipsoïde de révolution de grand axe vertical et dans un cylindre horizontal de section elliptique. Thèse de Doctorat, Université de Perpignan. (1996).
- [8] E. H. Bishop, and C. T. Carley, Photographic studies of natural convection between concentric cylinders, *Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute Proceedings of the 1966*. pp.63-78, Stanford University Press, Stanford. (1966).
- [9] L. R. Mack, and E. H. Bishop, Natural convection between horizontal concentric cylinders for low Rayleigh numbers, *Quart. Journ. Mech. and Applied Math.*, XXI, Pt. 2, pp. 223-241. (1968).
- [10] E. H. Bishop, R. S. Kolfiat, L. R. Mack, and J. A. Scanlan, Convective heat transfer between concentric spheres, *Heat Transfer and Fluid Mechanics*

- institute Proceedings of the 1964, pp.69-80, Stanford University Press, Stanford. (1964).
- [11] L. R. Mack, and H. Hardee, Natural convection between concentric spheres at low Rayleigh numbers, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.11, pp.387-396. (1968).
- [12] G. Guj, and F. Stella, Natural convection in horizontal eccentric annuli: numerical study, *Numer. Heat. Trans.*, a 27, pp. 89-105. (1995).
- [13] G. Guj, and F. Stella, Vorticity-Velocity formulation in the computation of flows in multiconnected domains, *Int. J. Numer. Meth. Fluids.*, 9, pp.1285-1298. (1989).
- [14] J. Sarr, Contribution à l'étude de la convection naturelle dans une enceinte fermée limitée par deux cylindres concentriques horizontaux et deux plans diamétraux, Thèse de Doctorat, Université de Perpignan. (1993).
- [15] A. Doumbia, Contribution à l'étude de la convection naturelle thermique dans un fluide newtonien situé dans l'espace d'intersection de deux cylindres horizontaux, Thèse de Doctorat, Université de Perpignan. (1992).
- [16] T. Kassem, Contribution à l'étude de la convection naturelle entre deux cylindres excentrés horizontaux, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne. (1989).
- [17] M. Djezzar, Contribution à l'étude de la convection naturelle, dans différentes espaces annulaires elliptiques confocaux, soumis à différentes conditions de chauffage, thèse de Doctorat, Université Mentouri Constantine. (2005).

Chapitre

1

Généralité et synthèse bibliographiques

1.1. Introduction

Dès qu'un de système présente deux espaces à température différentes, un transfert de chaleur prend naissance. Dans des installations industrielles, le problème est soit de réduire ce transfert (isolation), soit de le canaliser (échangeur), soit de le transformer (machine thermique). [1]

1.2. Modes de transfert de chaleur

Deux corps à températures différentes échangent de l'énergie sous forme de chaleur jusqu'à disparition complète de leur différence de température. Cet échange peut se faire suivant trois modes de transmission fondamentaux :

- La conduction,
- Le rayonnement,
- La convection,

1.2.1. Transfert de chaleur par conduction dans les solides

Le processus de transfert de chaleur par conduction s'appuie sur un milieu matériel sans mouvement de matière et est dû à des phénomènes physiques microscopiques (agitation des atomes ou des molécules, flux d'électrons libres...). Il peut être vu comme un transfert d'énergie des particules les plus énergétiques (les particules chaudes qui ont une énergie de vibration élevée) vers les particules les moins énergétiques (les particules froides d'énergie de vibration moins élevée), dû aux collisions entre particules. Dans les solides, le transfert d'énergie peut également se produire sous l'effet du déplacement d'électrons libres dans le

réseau cristallin (par exemple pour les métaux). Ainsi les bons conducteurs d'électricité sont en général également de bons conducteurs de la chaleur.[2]

1.2.2. Transfert de chaleur par rayonnement

Tout corps matériel émet et absorbe de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique. Le transfert de chaleur par rayonnement entre deux corps séparés par du vide ou un milieu semi transparent se produit par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques, donc sans support matériel. Le phénomène d'émission d'un corps correspond à la conversion d'énergie matérielle (agitation des électrons constituant la matière dont l'intensité dépend de la température) en énergie radiative. Le phénomène d'absorption est la conversion inverse.[2]

1.2.3. Transfert de chaleur par convection

La convection est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide gazeux ou liquide (écoulement) et échange avec une surface qui est à une température différente. *exemple* : C'est ce qui se passe le long d'un radiateur. L'air froid s'échauffe au contact avec le radiateur, se dilate et monte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Il est alors remplacé par de l'air froid et ainsi de suite ; il ya existence de courants de fluide dans l'air ambiant. On distinguera la convection forcée (due à l'action d'une pompe, ventilateur...) de la convection naturelle dans laquelle le mouvement du fluide est créé par des différences de densité, elles mêmes provoquées par des différences de température. [3]

1.3. Types de convection

1.3.1. Convection forcée

Ce 2eme type de convection se produit quand le mouvement du fluide est impose par une intervention extérieure indépendante de la différence de température. Par exemple : une pompe ou un ventilateur ou un agitateur ou même le vent. en convection forcée, la poussée d'Archimède est négligeable devant les forces servant à mettre le fluide en mouvement. C'est le cas par exemple du refroidissement des moteurs à combustion interne : la pompe à eau pousse le liquide de refroidissement a travers le moteur puis dans l'échangeur. [4]

1.3.2. Convection mixte

Même en convection forcée, les différences de densité créent un écoulement parasite, en général insignifiant par rapport à l'écoulement principal. On parle de convection mixte quand les 2 phénomènes coexistent.[5]

1.3.3. Convection naturelle

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions a température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produits pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud. Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale. Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.[6]

1.4. Convection laminaire ou turbulente

En régime permanent de convection laminaire la vitesse du fluide et la température ne dépendent pas du temps par opposition, en régime de convection turbulente l'écoulement est composé d'un ensemble de tourbillons de différentes tailles et intensités. La conséquence est que la vitesse et la température son fonction du temps.[7]

1.5. Domaines d'application de la convection naturelle

Les applications de transfert thermique sont variées, dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène le plus dominant. La meilleure compréhension de phénomène augment le nombre d'application et mène à un certain nombre de conception industrielles et environnement sophistiquées. Toutefois, les couts de fonctionnement sont importantes, les petites améliorations d'efficacité sont essentielles et peuvent jouer un grand rôle dans la consommation d'énergie. en outre, les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serre, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques, à savoirs les équipements électriques et les réactions nucléaires, les appareils ménagers, les réfrigérations et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes, qui ont donné un intérêt particulier à cette science. [8]

1.6. Convection naturelle dans des enceintes fermées

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans les enceintes fermées est un sujet d'intérêt considérable dans le domaine d'ingénierie et a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs, et le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire....

La convection naturelle dans les cavités ayant diverses formes et à différents types de conditions aux limites a été largement étudiée. Vahl Davis [9] a présenté une solution numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Les parois horizontales sont maintenues adiabatiques tandis que les parois verticales sont maintenues à deux températures différentes. Ce problème est généralement utilisé comme une situation de référence pour la validation des codes informatiques. Jones [10] a publié une comparaison très détaillée des résultats expérimentaux et numériques. Il a constaté que dans tous les cas, l'accord entre les deux résultats est très satisfaisant. Cela valide l'étude de ce type de problèmes par les méthodes numériques. Dans une enceinte carrée chauffée latéralement, Pessa et Piva [11] ont étudié, théoriquement et numériquement en régime permanent, la convection naturelle à faible nombre de Prandtl causée par des différences importantes de densité. Un paramètre caractérisant les différences de densité du fluide étudié est identifié par le nombre de Gay-Lussac $G \left(\frac{1}{\beta \Delta T} \right)$; ΔT est la différence de température et β le coefficient d'augmentation de pression isochore. L'hypothèse de Boussinesq est atteinte lorsque ce nombre tend vers zéro. Les auteurs ont étudié les effets des nombres de Rayleigh, de Prandtl et de Gay-Lussac sur le nombre de Nusselt moyen. Amaresh et Manab [12] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une cavité bidimensionnelle inclinée dont l'une des parois planes est soumise à une température variable dans l'espace. Une paroi ondulée avec les deux autres parois planes sont maintenues à une température froide. Les calculs sont effectués en fonction de différentes valeurs d'angle d'inclinaison de la cavité, d'amplitudes d'oscillation et du nombre de Rayleigh. Tandis que le nombre de Prandtl a été maintenu constant. Les résultats obtenus montrent que l'angle d'inclinaison affecte le débit et le taux de transfert de chaleur dans la cavité. Avec l'augmentation de l'amplitude, le nombre de Nusselt moyen sur la paroi ondulée est sensiblement élevé à faible nombre de Rayleigh. L'augmentation

du nombre d'ondulations au-delà de deux n'est pas bénéfique. La tendance du nombre de Nusselt local est ondulée. L'effet des conditions aux limites thermiques sur la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée a été étudié numériquement par Basak et al.[13], la paroi horizontale inférieure est soumise à une température uniforme ou non uniforme. Plusieurs nombre de Rayleigh et de Prandtl ont été étudié par rapport aux conditions aux limites de type Dirichlet continus et discontinus.

L'enceinte carrée continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type d'enceinte, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, enceinte avec gradient vertical de température et enceinte avec gradient horizontal de température. [14]Ganzarolliet Milanez. [15] ont étudié la convection naturelle dans des enceintes rectangulaires chauffées au-dessous et symétriquement refroidies par les côtés. Le nombre de Rayleigh a été varié de 10^3 à 10^7 et le rapport d'aspect varie de 1 à 9. Les influences du nombre de Rayleigh, du nombre de Prandtl et du rapport d'aspect sur le mouvement du fluide et sur le transport d'énergie ont été présentées dans leur étude.

Lakhal et Hasnaoui.[16]ont étudié numériquement la convection naturelle transitoire dans une cavité carrée soumise par le bas à une variation sinusoïdale de la température pour un nombre de Prandtl égal à 0,71 (l'air) et pour des nombres de Rayleigh variant de 10^5 à 10^6 . On y montre que si l'on s'intéresse au transfert thermique moyen, le chauffage périodique est avantageux si l'amplitude de l'excitation est grande et si l'intensité de la convection est importante.

1.7.Convection naturelle entre deux cylindres

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace annulaire horizontale a fait l'objet de nombreux travaux numériques et expérimentaux. Caltagirone[17]est le premier à étudier la convection 2D et 3D dans une couche annulaire poreuse. Charrier-Mojtabi et al. [18]ont montré l'existence d'un écoulement 2D stable mono ou bicellulaire pour une même valeur du nombre de Rayleigh modifié. Barbosa Mota et Saadjan.[19,20]ont mis en évidence ce comportement hystérésis pour un rapport de rayon $R > 1.7$. De plus, des régimes d'écoulement multicellulaire sont progressivement obtenus en augmentant le nombre de Rayleigh modifié pour $R < 1.7$. Powe et al.[21] ont élaboré une carte de classification des régimes d'écoulement dans un espace annulaire purement fluide. Pour les espaces annulaires partiellement poreux, il n'existe dans la littérature que quelques rares études comme celle d'Aldos et al. [22]et celle de Leong et Lai.[23]. Les résultats

numériques de Aldos et al ont montré que l'insertion d'une couche poreuse autour du cylindre extérieur permet une plus grande réduction du transfert de chaleur comparativement au cas d'une couche poreuse placée autour du cylindre intérieur. Dans ce travail, on s'intéresse au contrôle du transfert de chaleur par convection naturelle 2D, laminaire et stationnaire entre deux cylindres horizontaux et coaxiaux par l'utilisation simultanée de l'air et d'un matériau poreux. Le cylindre intérieur est de rayon r_i et à température uniforme T_{ch} , tandis que le cylindre extérieur est de rayon r_e et à température uniforme T_{fr} ($R=r_e/r_i=2$ et $T_{ch} > T_{fr}$). Le domaine d'étude, indiqué sur la figure 1, est constitué d'arrangements air-poreux sous forme de couches annulaires d'épaisseur uniforme. Les différentes dispositions de ces couches sont notées (1), (2), (3) et (4). La couche d'air est d'épaisseur e_a , tandis que la couche poreuse saturée est d'épaisseur e_p , de porosité ε , de perméabilité K et de conductivité thermique effective $keff$. L'interface entre le milieu poreux et le milieu fluide est perméable. Le fluide, air, est de densité ρ , de coefficient de dilatation thermique β de diffusivité thermique α et de viscosité cinématique ν . L'objectif de cette étude est de déterminer en fonction de la position du gap d'air, la combinaison air-poreux appropriée pour une meilleure performance de l'isolation thermique par rapport au cas de référence d'un espace annulaire totalement poreux.

1.8.Problématique

Ces revues nous ont permis d'identifier l'ensemble de thématiques qui a été approché par les chercheurs dans la convection naturelle dans une cavité et dans un espace annulaire.

Dans la présente étude, nous nous sommes intéressés à la convection naturelle dans un espace annulaire délimité par deux cylindres d'axes horizontaux, cylindre interne trapèze chauffé et cylindre externe elliptique froide. Cet espace annulaire est parcouru par un fluide newtonien et incompressible, en régime laminaire et permanent.

Dans ce travail, nous avons étudié l'effet des parois latérales de trapèze (cylindre interne) sur la structure de l'écoulement, les distributions de la température et de la fonction de courant ainsi que sur les taux de transfert de chaleur représentés respectivement par les nombres locaux et moyens de Nusselt.

.Références

- [1] J. Crabol, livre, transfert de chaleur tome 1 – les principes.
- [2] Sophie Mergui, livre, Transferts thermiques.
- [3] N.Errien, livre, Transfert thermique, Faculté des Sciences. Département de Physique. Université du Maine.
- [4] I.Kélibia . Convection thermique. Département génie des procédés. 2015/2016.
- [5] S. Bories, M. Prat, Transferts de chaleur dans les milieux poreux. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- [6] S. Hicham. Etude numérique de la convection naturelle dans les enceintes: Nanofluide. Thèse doctorat. (2015).
- [7] A. Giovannini et B.Bedat livre, Transfert de chaleur, Cépadués-Edition.
- [8] S.Bories, A.Mojtabi, M.Prat et M.Quintard, Transferts de chaleur dans les milieux poreux Conduction, convection, rayonnement ». Techniques de l'Ingénieur, 8250(2008).
- [9] G. D. Vahl Davis, Natural convection of air in a square cavity; a bench mark numerical solution, Int. J. Numer. Mesh. Fluids 3, pp. 249-264, (1983).
- [10] I. P. Jones, A numerical study of natural convection in an air-filled cavity: comparison with experiment, Numer. Heat Transfer 2, pp.193-213, (1979).
- [11] T. Pessa, S. Piva, Laminar natural convection in a square cavity: Low Prandtl numbers and large density differences, Int. J. Heat and Mass Transfer 52, pp.1036-1043,(2009).
- [12] D. Amaresh, K. D. Manab, Laminar natural convection in an inclined complicated cavity with spatially variable wall temperature, Int. J. Heat and Mass Transfer 48, pp. 2986-3007.(2005).
- [13] T. Basak, S. Roy, A. R. Balakrishnan, Effect of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity, Int. J. Heat and Mass Transfer 49, pp. 4525-4535.(2006).

-
- [14] M.Guestal, Modélisation de la Convection Naturelle Laminaire dans Une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement. Mémoire de Magister, option Énergétique Appliquée En Engineering, Université Mentouri Constantine.(2010).
- [15] M.M. Ganzarolli, L.F. Milanez, Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, pp.1063-1073. (1995).
- [16] E.K. Lakhal et M. Hasnaoui, Convection naturelle dans une cavité carrée chauffée périodiquement par le bas. *Revue générale de thermique* 27, pp.480-485.(1995).
- [17] J.P. Caltagirone, Thermoconvective instabilities in a porous medium bounded by two concentric horizontal cylinders, *J. Fluid Mech* 76, 337-362.(1976).
- [18] M.C. Charrier-Mojtabi, A. Mojtabi, M. Azalez and G. Larosse, Numerical and experimental study of multicellular free convection flows in an annular porous layer, *International journal of heat Mass Transfer*, 34, pp. 3061-74.(1991).
- [19] J.P. Barbosa Mota and E. Saadjan, Natural convection in a porous horizontal cylindrical annulus, *ASME Journal of Heat Transfer*, 116, pp. 621-626.(1994).
- [20] J.P. Barbosa Mota and E. Saadjan, Natural convection in a porous cylindrical annulus, *International journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 5, pp. 3-12. (1995).
- [21] R.E. Powe, C.T. Carely, and E.H. Boshop, Free convective flow patterns in cylindrical annuli, *J. Heat Transfer*, 91, pp. 310-314.(1969).
- [22] T.K. Aldoss, M. Alkam and M. Shatarah, Natural convection from a horizontal annulus partially filled with porous medium, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 31, pp. 441-452.(2004).
- [23] J.C. Leong and F.C. Lai, Natural convection in a concentric annulus with a porous sleeve, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 49, pp. 3016-3027.(2006).

Chapitre

2

Formulation mathématique

Ce chapitre présente la formulation mathématique des équations de conservation qui régissent les écoulements. Ensuite nous présentons la description de la méthodologie numérique à la base de la résolution des équations du mouvement et de l'énergie.

2.1. Mise en équation du problème

2.1.1. Modèles physique

La figure 2.1 présente le modèle physique no travail. Le problème traité est un cylindre trapézoïdale caractérisés par ($h=2\text{cm}$) et l'angle d'inclinaison des parois latérales (α), situé à l'intérieur d'une clôture cylindre elliptique avec une excentricité $e (=0.7)$. La paroi de la clôture extérieur elliptiquea été maintenue à une basse température constante T_F , et le cylindre intérieur trapèze est maintenu à température élevée constante T_C . Dans le présent travail le nombre de Prandtl, Pr , est 0.7. Le nombre de Rayleigh, Ra , varie dans la gamme de $10^3 - 10^5$. Les propriétés de fluide Newtonien sont également constantes, et l'approximation de Boussinesq est appliquée pour modeler l'effet de flottabilité. L'accélération due à la pesanteur agit dans la direction négative y . Les effets visqueux de dissipation sont négligeables.

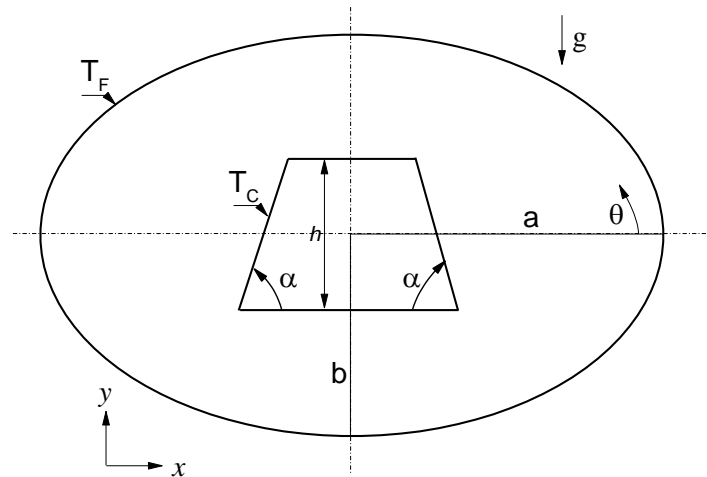


Fig 2.1. Le modèle physique

2.1.2. Modèle mathématique

Les équations présentées dans cette partie sont basées sur des hypothèses qu'il convient de rappeler :

- l'écoulement est stationnaire
- l'écoulement est bidimensionnel
- le fluide est supposé newtonien
- le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable
- le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable
- la variation de la masse volumique n'est considérée que dans le terme de la poussée thermique d'Archimède et elle est supposée constante (égale à ρ_0) pour les autres termes des équations
- le volume reste constant sous l'action d'une pression externe (fluide isovolume), alors que sa masse volumique varie linéairement telle que $\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]$ où β est le coefficient d'expansion thermique et ρ_0 la masse volumique à la température de référence T_0 définie par : $T_0 = \frac{T_C + T_F}{2}$

2.1.2.1. Equations générales

Le traitement du problème physique envisagé nécessite l'utilisation d'équations gouvernantes qui sont des équations aux dérivées partielles déduites des principes classiques de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

2.1.2.1.1 Equation de continuité

Elle est déduite du principe de conservation de la masse et s'exprime sous la forme :

$$\operatorname{div} \vec{V} = \vec{0} \quad (2.1)$$

2.1.2.1.2 Equation de quantité de mouvement (ou équation de Navier-Stokes)

Pour un écoulement incompressible ($\rho = Cte$) à viscosité constante ($\mu = Cte$). L'expression de la conservation de la quantité de mouvement d'un fluide Newtonien incompressible dans le champ de pesanteur \vec{g} est donnée par l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \overrightarrow{\operatorname{grad} p} + \mu \cdot \Delta \vec{v} \quad (2.2)$$

\vec{F} : représente les forces volumiques.

Où p est la pression et μ la viscosité du fluide

L'équation (2.2) se simplifie dans le cadre des hypothèses (d'Overbeck- Boussinesq) suivantes :

La densité s'exprime comme une fonction linéaire en température. On peut écrire :

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 - \beta(T - T_0)) \quad (2.3)$$

T_0 : La température de référence.

ρ : La masse volumique

ρ_0 : La masse volumique à T_0

Sachant que : $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$

β : Le coefficient de dilatation à pression constante.

L'équation (2.2) s'écrit alors :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \overrightarrow{\operatorname{grad} p} + \mu \cdot \Delta \vec{v} \quad (2.4)$$

$$\rho_0 \cdot (1 - \beta(T - T_0)) \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho_0 \cdot (1 - \beta(T - T_0)) \vec{g} - \overrightarrow{\operatorname{grad} p^*} + \mu \cdot \Delta \vec{v} \quad (2.5)$$

Dans la composition $\rho = \rho_0 - \rho_0 \cdot \beta \cdot (T - T_0)$; le premier terme ρ_0 ne contribue pas au mouvement il est simplement pris en compte dans le terme de pression motrice par :

$$p^* = p + \rho_0 \cdot g \cdot z.$$

La deuxième terme est le moteur de mouvement et doit être gardé dans les équations de Navier-Stokes.

Par contre, la décomposition ρ ne fait que modifier légèrement le terme d'inertie par rapport

à $\rho_0 \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$ et on peut faire l'approximation :

Si $\beta \cdot (T - T_0) \ll 1 \Rightarrow \rho \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cong \rho_0 \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$, le terme $\beta \cdot (T - T_0) \cdot \rho_0 \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$ étant d'un ordre de grandeur inférieur.

Et finalement :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \overrightarrow{\text{grad}p^*} - \beta \cdot (T - T_0) \cdot \vec{g} + \mu \cdot \Delta \vec{v} \quad (2.6)$$

2.1.2.1.3. Equation de l'énergie

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\rho \frac{dE}{dt} = \text{div}(k \cdot \overrightarrow{\text{grad}.T}) + T \cdot \beta \cdot \frac{dp}{dt} + \phi + q_s \quad (2.7)$$

Avec : $dE = C_p \cdot dT$

Où :

$\frac{dE}{dt}$: La variation de l'énergie interne.

C_p : La chaleur massique à pression constante.

k : La conductivité thermique.

β : Le coefficient de dilatation à pression constante.

ϕ : La fonction de dissipation.

q_s : La source de chaleur interne.

Si on suppose pour un écoulement à dissipation et l'effet de la pression sont négligeables à conductivité thermique constante, et pas de source de chaleur interne l'équation (2.7) se simplifie en :

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot \Delta T \quad (2.8)$$

$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot C_p}$: La diffusivité thermique.

2.1.3. Formulation indicielle

Equation de continuité:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (V_j) = 0 \quad (2.9)$$

Equation du mouvement:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 V_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 V_i V_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]g \quad (2.10)$$

Equation de la température :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (T V_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha \frac{\partial T}{\partial x_j}) \quad (2.11)$$

τ_{ij} : Tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments dépendent du taux de déformation du fluide soumis au champ de vitesse.

$$\tau_{ij} = -\mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (2.12)$$

Où :

μ : Viscosité dynamique du fluide.

δ_{ij} : Fonction delta de Kronecker.

2.1.4. Equations de bilan

D'une façon générale, les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, et de l'énergie dans le cas anisotherme, moyennant les hypothèses énoncées ci-dessus s'écrivent :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.13)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial U}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (2.14)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} - g \cdot \cos(\alpha) [\beta_T \Delta T] + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (2.15)$$

2.1.5. Equations adimensionnées

Les équations de gouvernement à l'intérieur de la clôture carrée avec un cylindre elliptique chauffé sont décrites par les équations de Navier-Stokes et d'énergie, respectivement. Les équations de gouvernement sont transformées en formes sans dimensions sous les variables non dimensionnelles suivantes:

$$\theta = \frac{T-T_F}{T_C-T_F}, X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{\alpha}, V = \frac{vL}{\alpha}, P = \frac{pL^2}{\rho\alpha^2}, Pr = \frac{\rho c_p \alpha}{k}, \text{ et } Ra_t = \frac{g\beta(T_C-T_F)L^3}{\alpha\theta}$$

Les formes sans dimensions des équations de gouvernement dans la condition équilibrée sont exprimées sous les formes suivantes:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.16)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.17)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + RaPr\theta \quad (2.18)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.19)$$

2.1.6. Condition aux limites

L'écoulement envisagé a lieu entre deux cylindres coaxiaux horizontaux, un cylindre externe elliptique est caractérisé par une excentricité $e (=0.7)$, et un cylindre interne

trapézoïdale est caractérisé par la hauteur $h=2cm$ et l'angle de l'inclinaison des parois latérales du trapèze α prend les valeurs : $60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ$, et 110° . La configuration utilisée est schématisée par la figure 2.1.

Les conditions initiales sont :

$$u = v = 0 \quad (2.20)$$

$$T = T_0 (= T_F) \quad (2.21)$$

En outre, les conditions aux limites sur le système sont :

Cylindre interne (trapèze)

$$u = v = 0 \quad (2.22)$$

$$T = T_C \quad (2.23)$$

Cylindre externe (ellipse)

$$u = v = 0 \quad (2.24)$$

$$T = T_F \quad (2.25)$$

2.1.7. Calcul du nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt local est défini sur la longueur caractéristique L comme.

$$Nu_L = L \left. \frac{\partial \theta}{\partial \vec{n}} \right|_{wall} \quad (2.26)$$

Où \vec{n} vecteur normal sur la paroi et θ la température sans dimensions.

La longueur du trapèze (P) et le périmètre de l'ellipse (Pe) ont été choisis en tant que longueur caractéristique L.

Le nombre moyen de Nusselt pour l'ellipse externe et le trapèze intérieur peut être évalué par :

$$\overline{Nu}_{ellipse} = \frac{1}{P_e} \int_0^{P_e} Nu_L dP_e \quad (2.27-a)$$

$$\overline{Nu}_{trapèze} = \frac{1}{P} \int_0^P Nu_L dP \quad (2.27-b)$$

Où P est le périmètre du trapèze.

Le nombre de Nusselt moyen pour les deux surfaces est :

$$Nu_{moy} = \frac{\overline{Nu}_{ellipse} + \overline{Nu}_{trapèze}}{2} \quad (2.28)$$

Chapitre

3

Méthodes Numériques

3.1. Introduction

Le but de cette partie, étude la structure est d'évaluer le comportement d'un écoulement laminaire, en régime stationnaire. Cette partie est consacrée principalement aux différentes étapes numériques pour la résolution de l'écoulement dans une cavité annulaire fermée: le maillage, la méthode de résolution, le choix des conditions aux limites, et le post-traitement des résultats. Le développement des techniques numériques a servi à mettre au point des codes traitant tous les problèmes de mécanique des fluides, notamment : le transfert de chaleur.

Dans la présente étude, le logiciel de CFD utilisé, pour la réalisation de la simulation numérique en mécanique des fluides (**ComputationalFluidDynamics CFD**) se nomme FLUENT 6.2 peut simuler le transfert de chaleur. Il utilise la méthode des volumes finis, nécessitant un maillage conçu par le logiciel « GAMBIT 2.1 ».

GAMBIT est le modeleur associé à FLUENT où l'on décrit la géométrie et le maillage du problème à traiter ainsi que le type des conditions aux limites. Il permet aussi de définir le type des différentes frontières du système ainsi que la nature du (des) domaine(s) décrit(s) globalement (solide ou fluide). Dans notre étude les deux frontières sont considérées comme des parois indépendantes, donc on les nomme et on leur donne un type (ici Wall «paroi »).

FLUENT est écrit en langage C et globalement la démarche numérique utilisée s'initie par la lecture de la géométrie et le maillage, on passe après au type de solveur, pour notre cas c'est un solveur « segregate » avec une formulation implicite pour un cas bidimensionnel

en régime stationnaire, puis la discrétisation des équations modélisantes dans le menu « Solve », la résolution des systèmes d'équations discrétisées et enfin le post-traitement.

On initialise l'ensemble des quatre variables à calculer sur tous les points du maillage, c'est à dire la pression, les deux composantes de la vitesse et la température. Ensuite on gère la progression du calcul itératif par le biais du suivi des résidus des équations se rapportant à chacune des variables.

Donc sous FLUENT, le travail va consister à assurer successivement

- Le choix des équations traitées
- La description des conditions aux limites
- La gestion de la résolution
- L'analyse des résultats

Les étapes pour le déroulement des simulations sur les deux logiciels Gambit (2.1) et FLUENT (6.2) sont résumées sur la Figure 3.1.

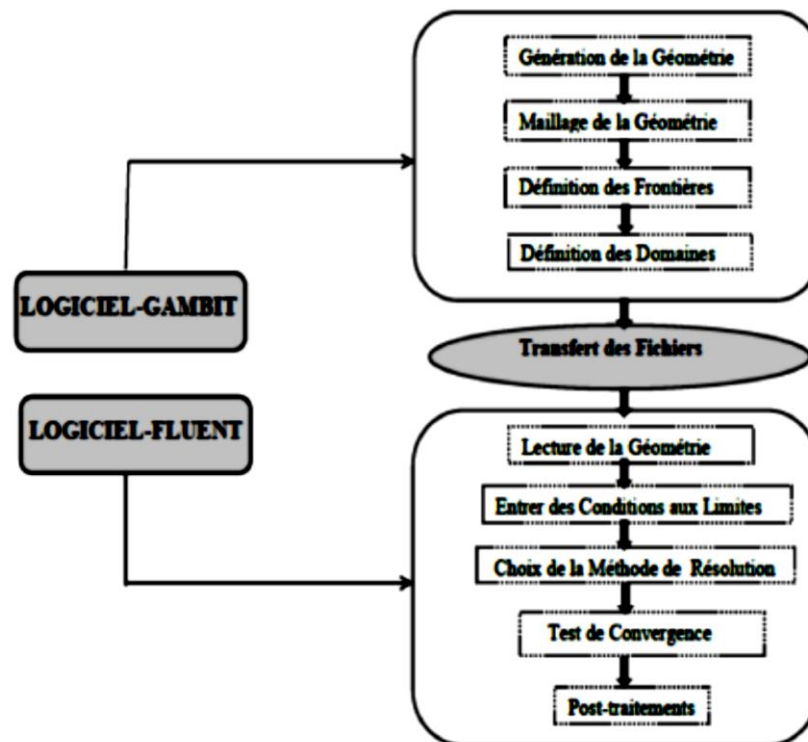


Fig. 3.1. Etapes de résolution suivies par GAMBIT et FLUENT.

3.2. Maillage

Dans notre étude, on a choisi un maillage bidimensionnel structuré. Ce maillage a été réalisé avec des cellules dont la taille variait progressivement, fin sur les parois pour assurer une bonne résolution dans les régions à fort gradient de température et vitesse.

La figure 3.2 montre une partie de la cavité en maillage structuré non uniforme serré près des frontières des parois.

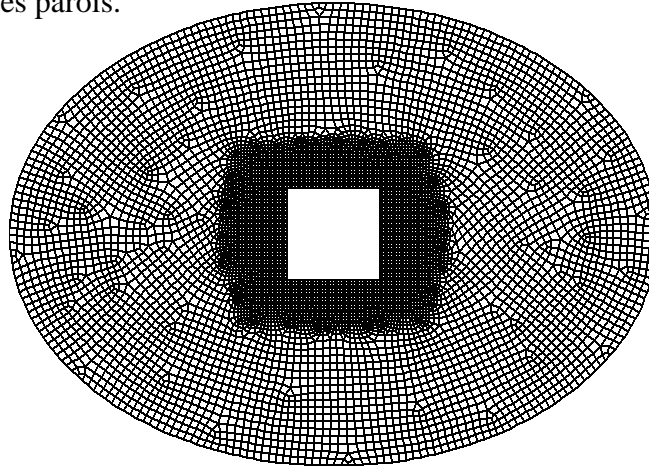


Fig. 3.2. Maillage de réalisé 2.1.

3.3. Conditions initiales et conditions aux limites : CL (CFD FLUENT)

Pour résoudre les équations, on a besoin de définir les conditions aux limites aux parois. Cinq types de conditions aux limites thermiques sont disponibles sur FLUENT:

- 1- Un flux de chaleur imposé
- 2- Une température imposée
- 3- Transfert thermique convectif
- 4- Transfert thermique radiatif externe
- 5- Combinaison du transfert thermique radiatif et convectif (condition mixte)

FLUENT prend par défaut la valeur de la pression atmosphérique. Pour le domaine fluide on utilise l'air, les propriétés du fluide sont tabulées dans le tableau suivant, ils ont été pris à la température initiale $T = 283\text{K}$.

Tableau 3.1 Propriétés de fluide air

ρ (Kg/m^3)	C_p ($\text{J}/\text{Kg} \cdot \text{K}$)	k ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$)	μ ($\text{Kg}/\text{m} \cdot \text{s}$)
1.244575	1005.816	0.0249085	$1.7774 \cdot 10^{-5}$

Dans notre étude les conditions aux limites qui peuvent être rencontrées :

1. Les deux parois intérieur et extérieur sont maintenus chaque fois à un gradient de température différentes de $\Delta T=0.1^{\circ}\text{C}$ à $\Delta T=9.5^{\circ}\text{C}$, et on impose une condition dynamique d'adhérence aux parois ($u = v = 0 \text{ m/s}$).

3.4. Discrétisation et Résolution

Les équations sont traitées séquentiellement (méthode segregated), la procédure numérique retenue par FLUENT pour la résolution des équations gouvernant la convection naturelle avec les conditions aux limites imposées, est basée sur la méthode des volumes finis. Cette méthode a l'avantage de satisfaire la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans tous les volumes finis ainsi dans tout le domaine de calcul. Elle consiste en :

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets.
- Intégration des équations qui régissent sur les volumes de contrôle élémentaires pour construire des équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes telles que vitesses, pression, température, et les scalaires conservées.
- Linéarisation des équations discrétisées et la solution du système d'équations linéaires résultant pour obtenir des valeurs actualisées des variables dépendantes.

Par défaut FLUENT stocke les valeurs discrètes de la pression, de la vitesse et de la température au centre des cellules, schéma collocatif décrite par Rhie et Chow [1]. Comme le calcul de la pression, de la vitesse et de la température sur les faces est nécessaire pour exprimer le terme de convection et de pression. Ces valeurs vont être interpolées à partir des valeurs au centre des cellules. Ceci est accompli en utilisant un schéma décentré. FLUENT dispose de plusieurs schémas décentrés : 1^{er} ordre, second ordre, loi de puissance, schéma type Quick. Nous développerons dans cette partie les schémas utilisés lors de notre étude.

3.4.1. Calcul de la vitesse sur les faces

Le schéma utilisé est le schéma « upwind », ce schéma prend en considération la direction de l'écoulement pour déterminer les grandeurs convective sur les faces des volumes de contrôles. Le schéma amont d'ordre un permet une certaine stabilité mais il est responsable de diffusion numérique, donc on a choisi le schéma du 2nd ordre (schéma décentré amont), ce dernier minimise la diffusion numérique mais peut faire diverger le calcul. Pour ce type de schéma, la grandeur sur la face est calculée en interpolant par rapport aux valeurs des cellules les plus proches par un schéma décentré amont du second ordre.

3.4.2. Calcul de la pression sur les faces

En utilisant le schéma force de volume pondéré « Body Force Weighted » ce type de schéma est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume.

3.4.3. Couplage pression-vitesse

L'algorithme le plus universel et le plus utilisé est l'algorithme SIMPLE de Patankar et Spalding [2]. Il est employé pour le couplage vitesse-pression dans le cas instationnaire l'algorithme le plus recommandé est l'algorithme PISO, il fait partie de la famille des algorithmes de SIMPLE. Le principe de cet algorithme est d'effectuer deux corrections sur la procédure requises par SIMPLE à l'intérieur et au niveau de l'équation de correction de pression [3]. La discrétisation des termes convectifs et l'interpolation de la pression respectivement. En plus des résidus de calcul, l'évolution de la pression statique a été suivie dans des endroits donnés pour assurer la convergence et la stabilité de la solution. Les résidus étaient dans la gamme de 10^{-4} à 10^{-5} . Une moyenne de 105 itérations était nécessaire pour obtenir la convergence.

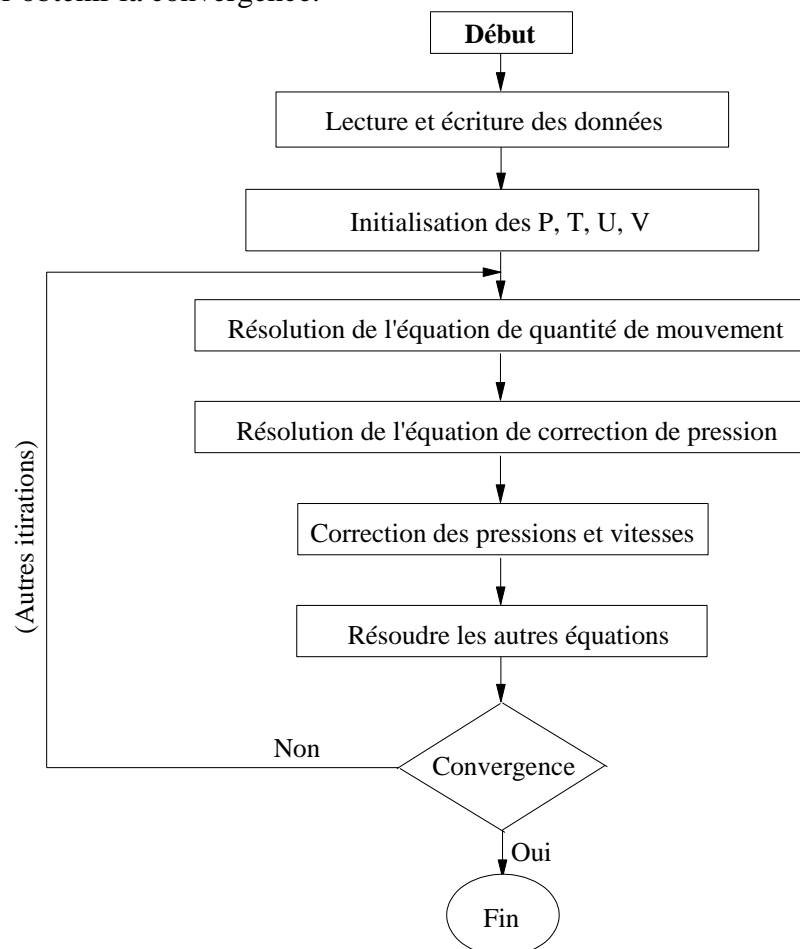


Fig. 3.3. Système d'itération

3.4.4. Sous-relaxation

La non-linéarité des équations impose la sous-relaxation des valeurs obtenues à chaque itération. Pour les différents cas simulés, les critères de résolution (préconisés par FLUENT dans le cas de la convection naturelle) et les coefficients de sous-relaxation utilisés sont présentés dans le tableau 3.2.

Tableau 3.2 Critères de résolution et coefficients de sous-relaxation utilisés

	Facteur de Relaxation	Type de Discrétisation
Pression	0.3	Body force weighted
Masse volumique	1	-
Force de gravité	1	-
Quantité de mouvement	0.7	2 nd orderupwind
Energie	1	2 nd orderupwind
Couplage Pression-Vitesse	-	SIMPLE

3.4.5. Résolution

La discrétisation des équations différentielles régissant les phénomènes d'écoulement permet de transformer les équations différentielles en un système d'équations linéaires avec une équation par cellule. Le système d'équations linéaires s'écrit sous forme matricielle $AX = B$ où les inconnues qui constituent la matrice colonne X sont les variables au centre des cellules. Ces équations algébriques peuvent être résolues par n'importe quelle méthode de résolution. Pratiquement les méthodes les plus utilisées pour la résolution des problèmes tridimensionnels sont :

- La méthode de Gauss-Seidel (résolution point par point).
- La méthode de résolution ligne par ligne d'élimination de Gauss (la méthode TDMA).

Pour résoudre ce système d'équation, FLUENT utilise un solveur d'équations linéaires implicites (Gauss-Seidel) en conjonction avec une méthode multi grille algébrique (AMG) pour accélérer la convergence. Cette méthode permet de réduire le nombre d'itérations, et le temps nécessaire à la convergence de CPU.

3.4.6. Choix du maillage

L'influence de la taille et du nombre des nœuds sur la solution exprimée par le transfert thermique à la partie active « chauffée » de la paroi est illustrée par le nombre de Nusselt moyen dans le tableau 3.3. Un maillage irrégulier resserré près des parois a été utilisé pour résoudre plus précisément les phénomènes physiques présents notamment dans la zone de couche limite caractérisée par l'existence de forts gradients dans les zones pariétales.

Dans cette étude plusieurs maillages ont été utilisés arbitrairement de la configuration figure 2.1. pour $Ra_t=10^5$ pour voir leur effet sur les résultats, le tableau 3.3, nous montre donc, la variation du nombre de Nusselt moyenne en fonction du nombre de nœuds, et nous a permis de choisir le maillage 230x130 dans toutes les simulations, où l'erreur relative aux valeurs des nombres de Nusselt moyens, entre les deux maillages est minimal.

Tableau .3.3 Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de nœuds pour $Ra_t = 10^5$

Nœuds	180*80	200*100	210*110	220*120	230*130	240*140
Nu (moy)	5.8826	5.6496	5.5818	5.4955	5.4319	5.4250
Erreur Relative (%)	4.1242	1.2147	1.5704	1.1709	0.1272	

3.4.7. Validation des résultats

De façon à vérifier l'exactitude des résultats numérique obtenus dans le présent travail, une validation du code numérique a été faite en prenant en compte certaines études numériques disponibles dans la littérature.

La convection naturelle entre les cylindres elliptiques horizontaux confocal par Elshamy [4] a été choisie pour la validation de la présente étude. Des validations ont été présentées sous forme des isothermes et de lignes de courants pour deux nombres de Rayleigh différents (figure3.4.). En outre, le nombre de Nusselt local a été comparé à la référence [4] pour différents nombres de Rayleigh s'étendant de 10^4 à 10^5 (figure. 3.5.).

Pour le cas de deux elliptiques horizontal confocal, l'excentricité de la paroi intérieure et externe ont été prises 0.9 et 0.4, respectivement, et le nombre de Rayleigh égal à 10^4 (figure. 3.4). Les nombres de Nusselt locaux de l'ellipse cylindrique intérieure et externe pour deux nombres de Rayleigh basés sur la description en papier original ont été tracés à figure. 3.5. Le résultat indique un accord acceptable avec les résultats qui ont présenté dans Refs [4].

Dans tous les cas, les résultats montrent que deux cellules symétriques de recirculations sont formées aux droite et gauche de la symétrie verticale de la cavité. Cela dû à la force de flottabilité produit par gradient de température.

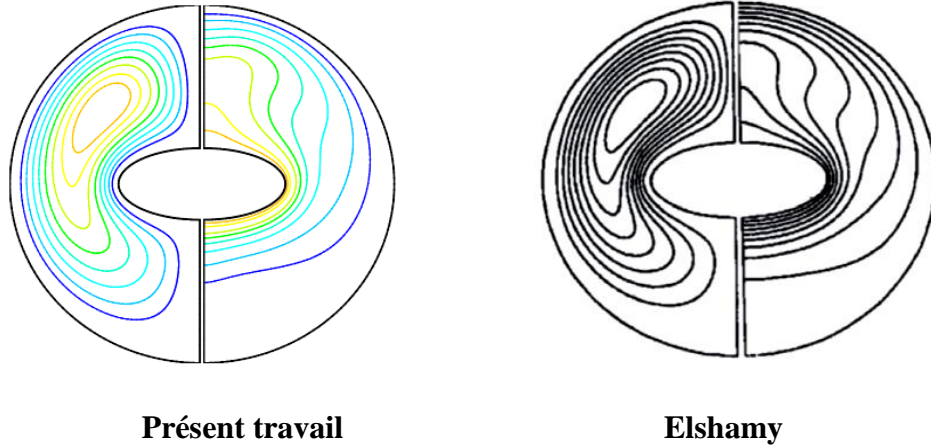


Fig. 3.4 Ligne de courant (moitié gauche) et isothermes (moitié droite) à $Ra_l=10^4$

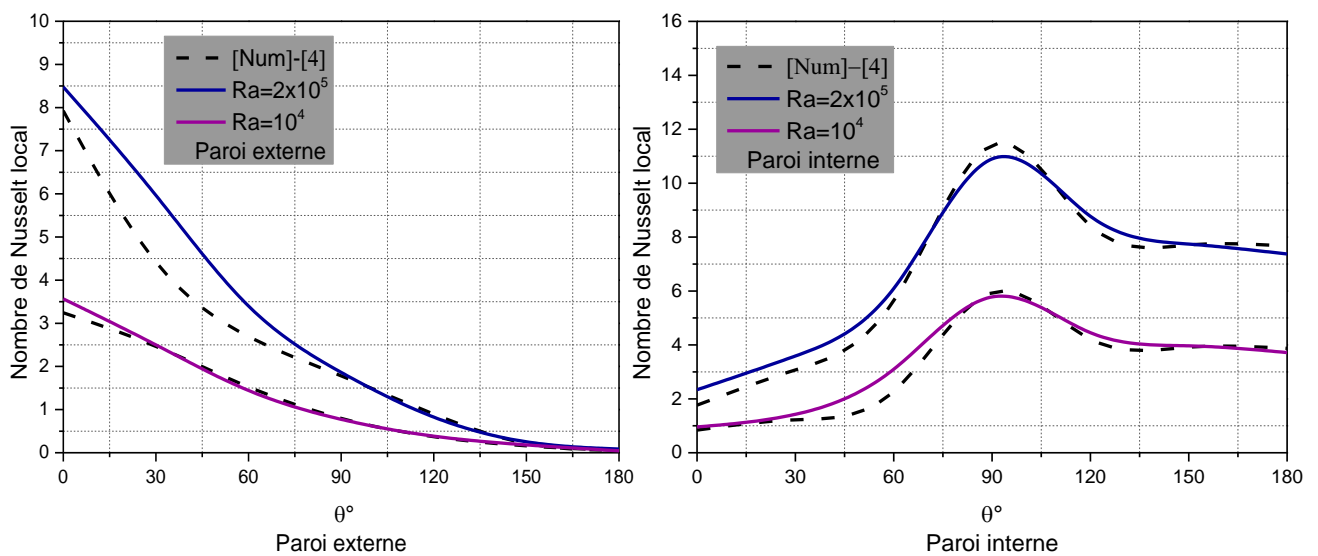


Fig. 3.5 Nombre Nusselt local de le long des ellipses internes et externes et comparaison avec la référence [4].

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à décrire l'approche numérique que nous avons utilisée. Nous avons décrit la résolution numérique adoptée qui permettra d'aboutir aux résultats qui seront présentés par la suite.

Références

- [1] Chow W.L, Rhie C.M. Numerical study of the turbulent past an airfoil with trailing edge separation. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA journal). Vol. 21, pp. 1525-1532. (1983).
- [2] Patankar S, Spalding D.A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. Int. J. heat and Mass transfer. Vol. 15, pp. 1787-1806. (1972).
- [3] Patankar S.Numerical heat transfer and fluid flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences.McGraw-Hill, New-York. (1980).
- [4] M.M. El Shamy, M.N. Ozisik, J.P. Coulter, Correlation for laminar natural convection between confocal horizontal elliptical cylinders, Numer. Heat Transfer, Part A 18, pp. 95–112, (1990).

Chapitre

4

Résultats et discussion

Dans ce chapitre nous avons effectué des simulations numériques de convection naturelle dans un système annulaire fermée, ce système comportant deux cylindres confocaux une ellipse externe et trapèze interne, pour différents angles d'inclinaison α des parois latérales du trapèze, qui sont maintenues à des températures imposées constantes. Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement à l'aide d'une méthode aux volumes finis se basant sur l'algorithme SIMPLE. Le modèle élaboré est d'abord validé à partir des résultats numériques dans le cas de deux ellipses confocaux. On présente le champ dynamique et thermique de l'écoulement. Les calculs sont menés pour des nombres de Rayleigh, de 10^3 , 10^4 , 10^5 .

Nous considérons l'espace annulaire elliptique caractérisé par l'excentricité du tube elliptique extérieur ($e=0.7$), et le cylindre intérieur est une cylindre trapèze caractérisés par ($h=2\text{cm}$). Cet espace annulaire est fermé qui contient un fluide incompressible de viscosité cinématique ν et de diffusivité thermique α . La paroi extérieure et la paroi intérieure engendrent un gradient de température. Dans notre étude, nous présentons six espaces annulaires suivant l'angle d'inclinaison des parois latérales (verticales) de cylindre intérieur (trapèze), ($\alpha=60^\circ$, $\alpha=70^\circ$, $\alpha=80^\circ$, $\alpha=90^\circ$, $\alpha=100^\circ$, $\alpha=110^\circ$).

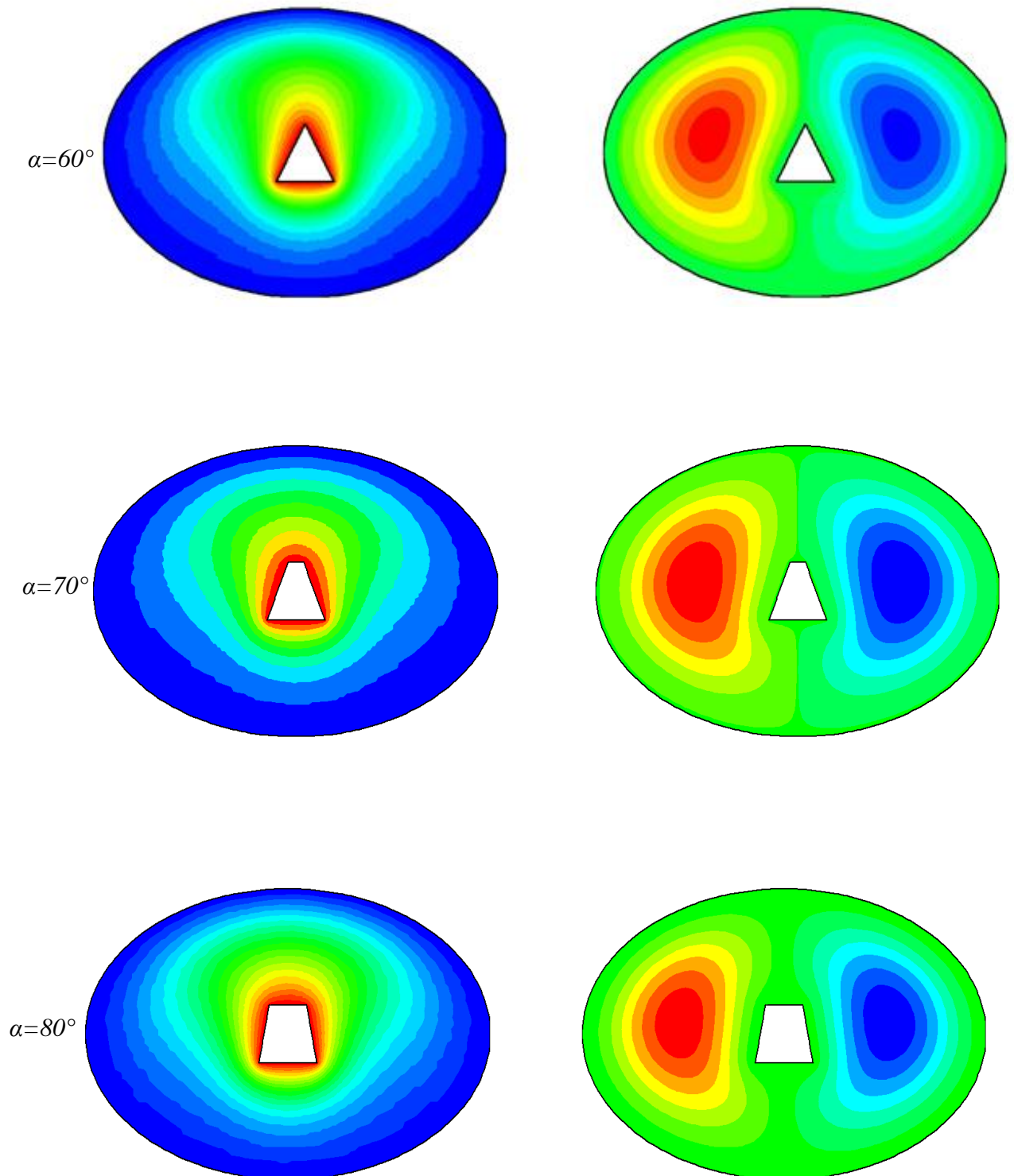
4.1. Effet de Rayleigh

L'effet de différents nombres de Rayleigh sur la convection naturelle des transferts de chaleur dans une enceinte délimitée par deux cylindres elliptique et trapézoïdale confocaux horizontaux, rempli d'air ($Pr = 0.71$) a été étudié pour trois nombres différents de Rayleigh.

Des résultats ont été présentés sous forme de lignes de courants ; isothermes, nombre de Nusselt locaux et moyens.

4.1.1. Isothermes et lignes de courants

La figure 4.1 montre les isothermes à différents nombres de rayleigh et d'angle d'inclinaison de la paroi latérale cylindre interne. On peut observer que À $Ra = 10^3$, les isothermes et lignes de courant sont symétriques est changeant très lentement. Le transfert de chaleur par conduction devient le transfert dominant dans toutes les formes des cylindres internes, le régime de l'écoulement est structure , du côté gauche du plan de symétrie, l'écoulement tourne dans le sens trigonométrique et du côté droit, il est de sens contraire (les particules du fluide se déplacent vers le haut sous l'action des forces de pesanteur le long de la paroi chaude interne puis descendent au voisinage de la paroi froide du cylindre elliptique extérieur). Pour $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$. les lignes isothermes se modifient et finissent par adopter la forme d'un champignon. La distribution de la température est décroissante de la paroi chaude vers la paroi froide. Le sens de la déformation des isothermes est conforme au sens de rotation des lignes de courant. En régime laminaire, on peut dire que, sous l'action du mouvement des particules qui décollent de la paroi chaude au niveau de l'axe de symétrie, les lignes isothermes se « voûtent » et s'éloignent de la paroi à cet endroit. Les valeurs des fonctions de courant augmentent ce qui signifie que le transfert de chaleur par convection commence à prendre place. Avec l'augmentation d'angle d'inclinaison des parois latérales du cylindre interne, les figures citées ci-dessus nous permettent de remarquer que quelque-soit l'espace annulaire utilisé (c'est-à-dire quelque-soit la valeur d'angle d'inclinaison de la paroi latérale du cylindre interne utilisée) quand on augmente la valeur du nombre de Rayleigh, le taux de transfert de chaleur ainsi que les valeurs de la fonction de courant maximales augmentent, ceci d'une part, d'autre part l'augmentation d'angle d'inclinaison de la paroi latéraleprovoque une augmentation de la surface du cylindre chaud, donc une augmentation du coefficient de transfert de chaleur. Par contre pour les ligne des courant la diminution d'angle d'inclinaison du paroi latérale (diminution de la côtes supérieures des paroi chaude interne), provoque un élargissement de l'espace annulaire entre les deux cylindre, et une augmentationdes valeurs de la fonction de courant.

a) $Ra_f=10^3$ Fig. 4.1a. a) Isothermes et b) lignes de courants pour différents angles à $Ra_f=10^3$

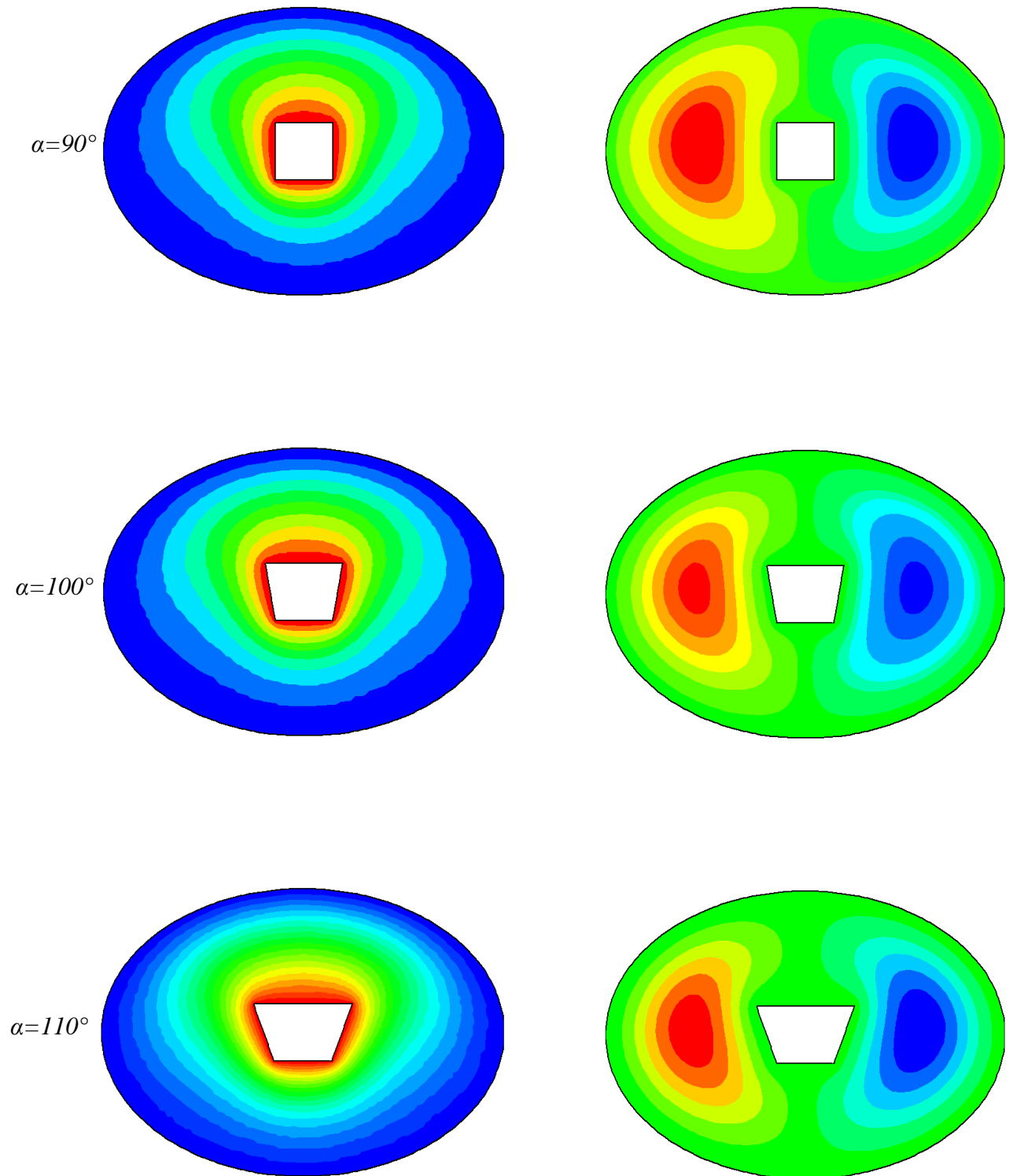
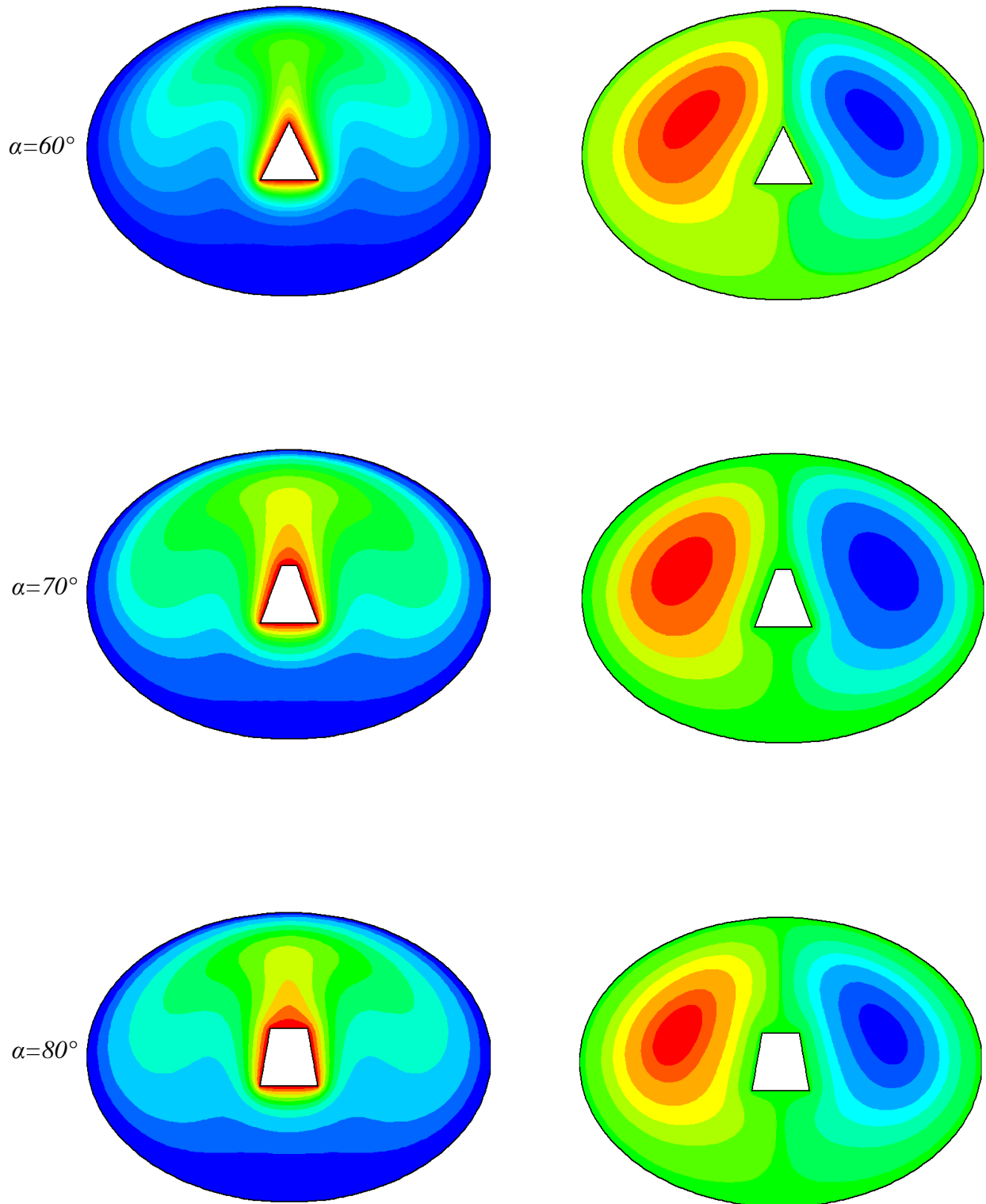


Fig. 4.1a. a) Isothermes et b) lignes de courants pour différents angles à $Ra_t=10^3$

b) $Ra=10^4$



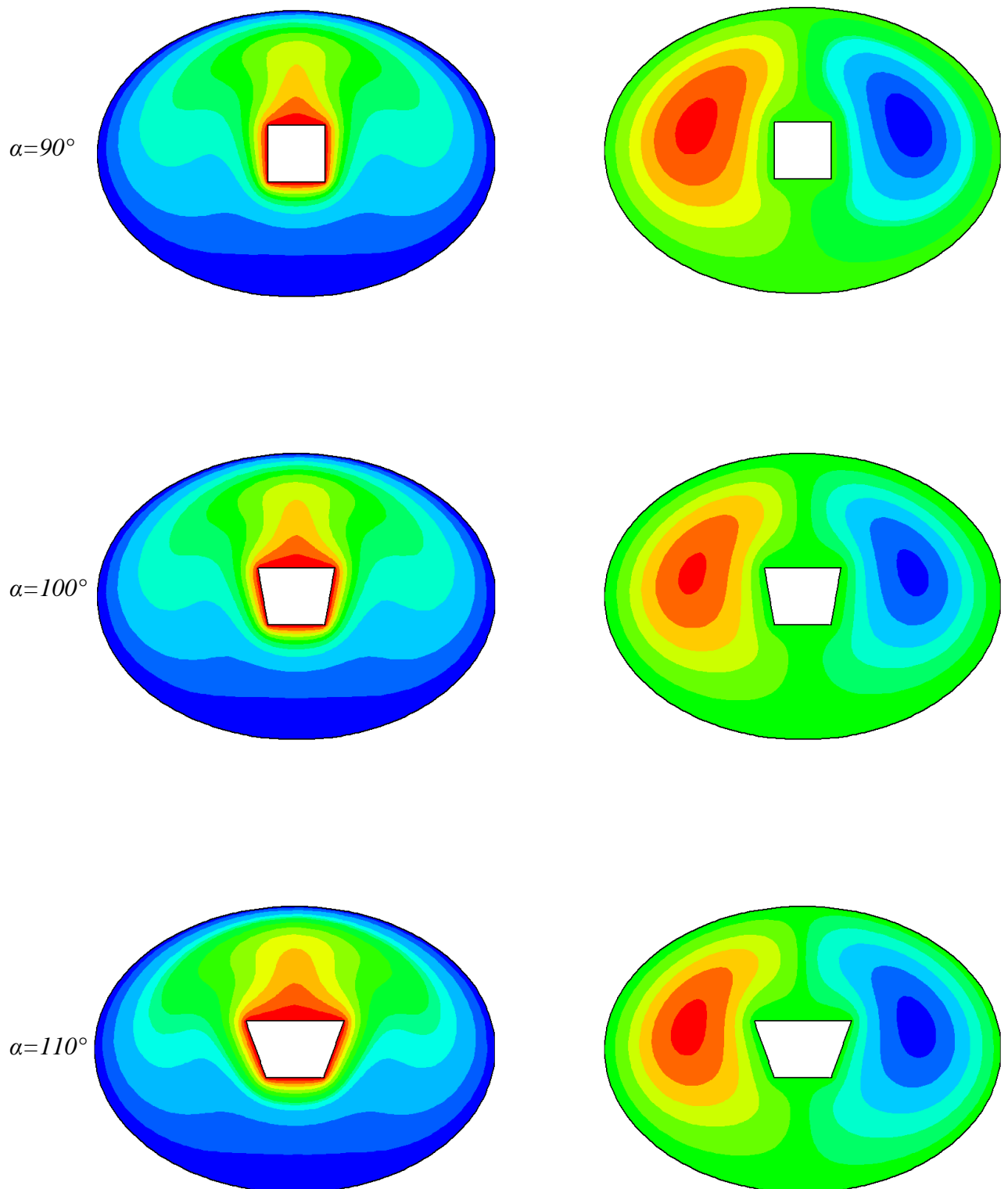


Fig. 4.1b. Isothermes et lignes de courants pour différentes angles à $Ra_i=10^4$

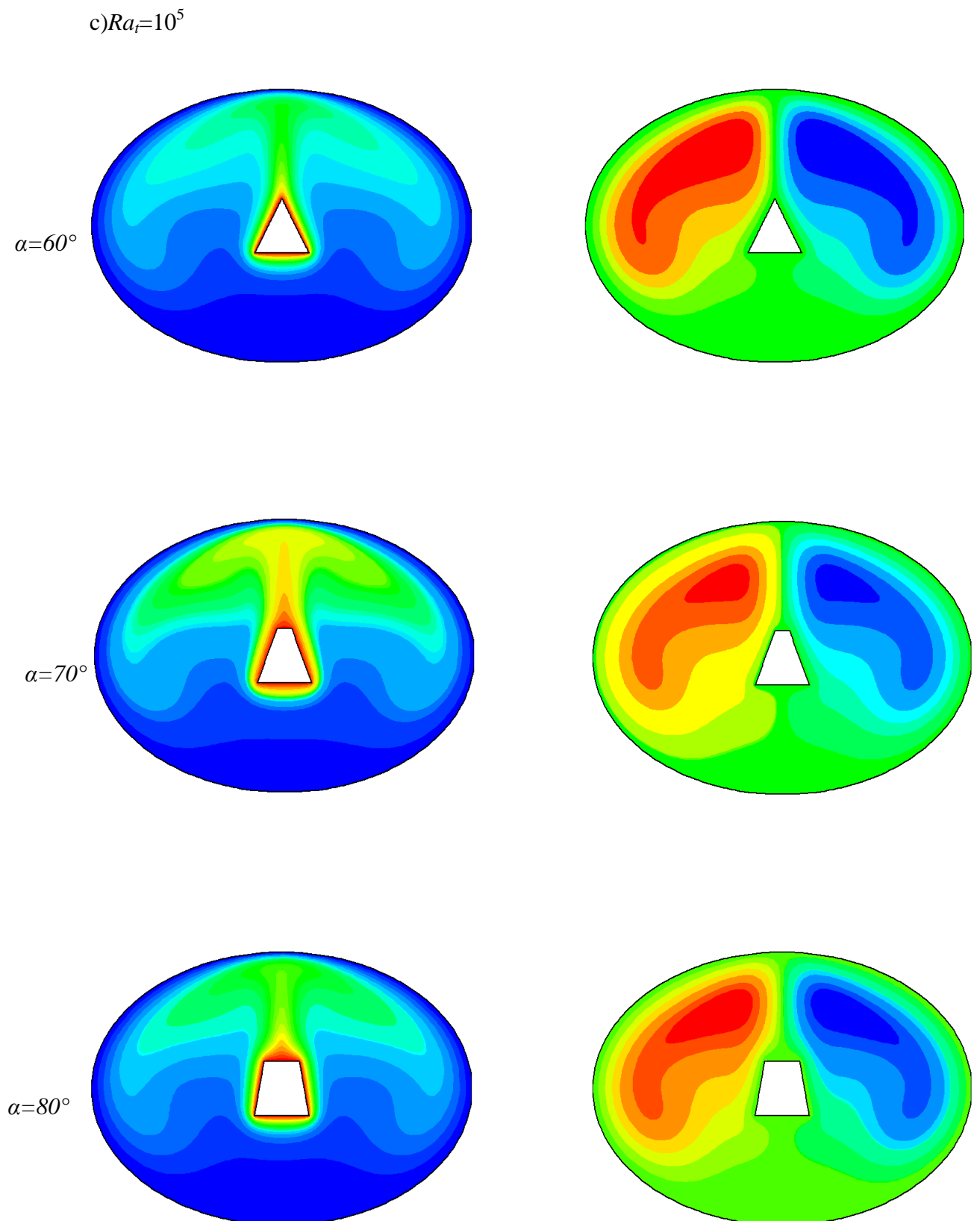


Fig. 4.1c. Isothermes et lignes de courants pour différents angles à $Ra_f=10^5$

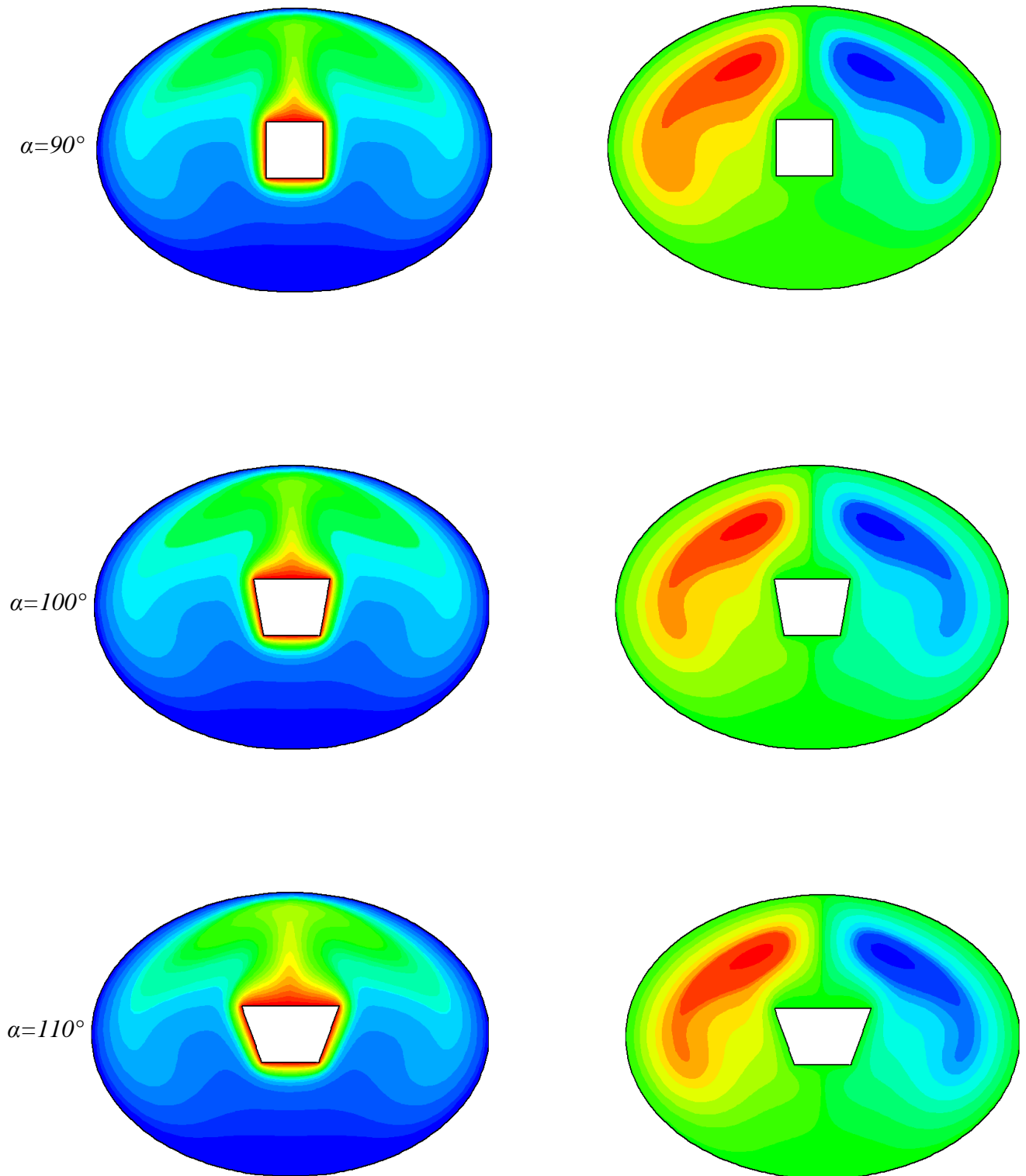


Fig. 4.1c. Isothermes et lignes de courants pour différents angles à $Ra_\tau = 10^5$

4.1.2 Nombres de Nusselt locaux

4.1.2.1. Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude

Les figures 4.2, illustrent l'influence d'inclinaison de la paroi latérale chaude sur la variation des nombres de Nusselt du cylindre intérieur, nous permettent de remarque qu'avec l'augmentation du nombre de nombre de Rayleigh, les valeurs du nombre de Nusselt local augment, quelle que soit la forme du cylindre intérieur.

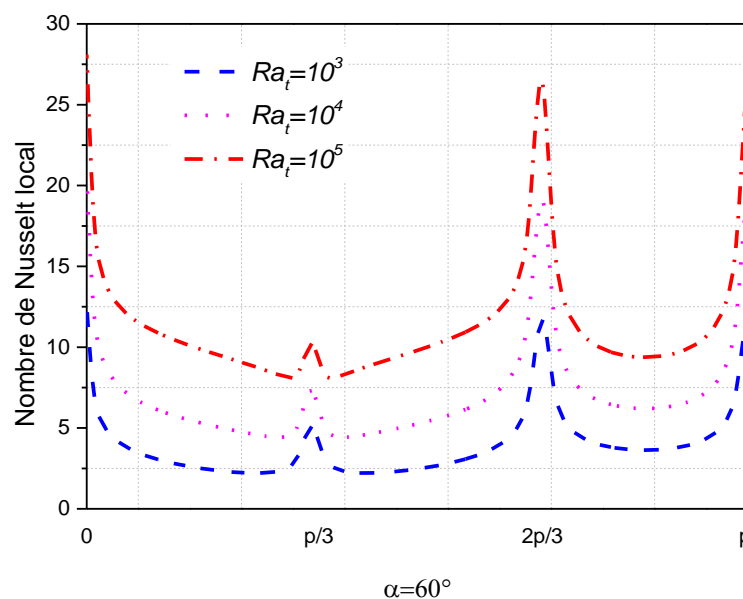
Pour le cas que l'angle d'inclinaison $\alpha=60^\circ$, (Le cylindre intérieur est une forme de triangle).

La variation du nombre de Nusselt local montre l'existence deux valeurs maximas correspondant respectivement les deux coins inférieur du triangle, et minimum lorsque l'on s'approche du sommet supérieur du triangle.

Pour le cas où, l'angle d'inclinaison différent de 60° , on remarque dans cette enceinte que le nombre de Nusselt est important dans tous les coins du trapèze, plus grand sur les deux coins supérieurs (taux de transfert de chaleur est important) par rapport les deux coins inférieurs et est petit sur le reste du trapèze.

Nous remarquons aussi que lorsque l'angle d'inclinaison α est augmenté :

- la valeur maximale du nombre du Nusselt augmentée
- l'intervalle des valeurs corresponde au nombre du Nusselt minimum augmente aussi, ceci est dû à l'augmentation de la longueur de la côte supérieure de la paroi chaude.



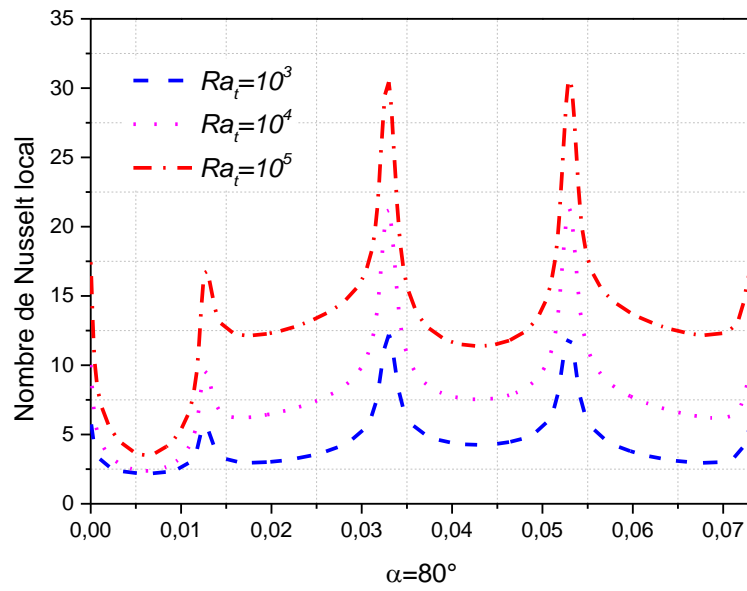
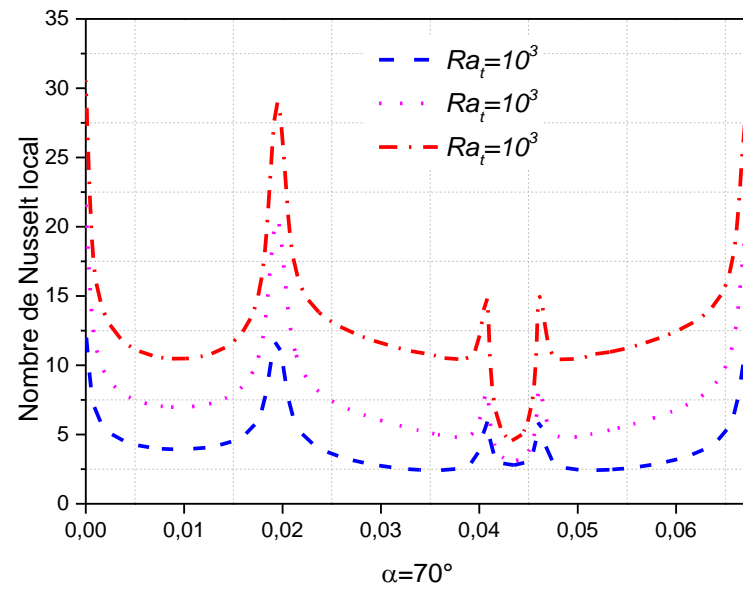


Fig. 4.2. Evolution du nombre de Nusselt local le long la paroi chaude pour différents angles

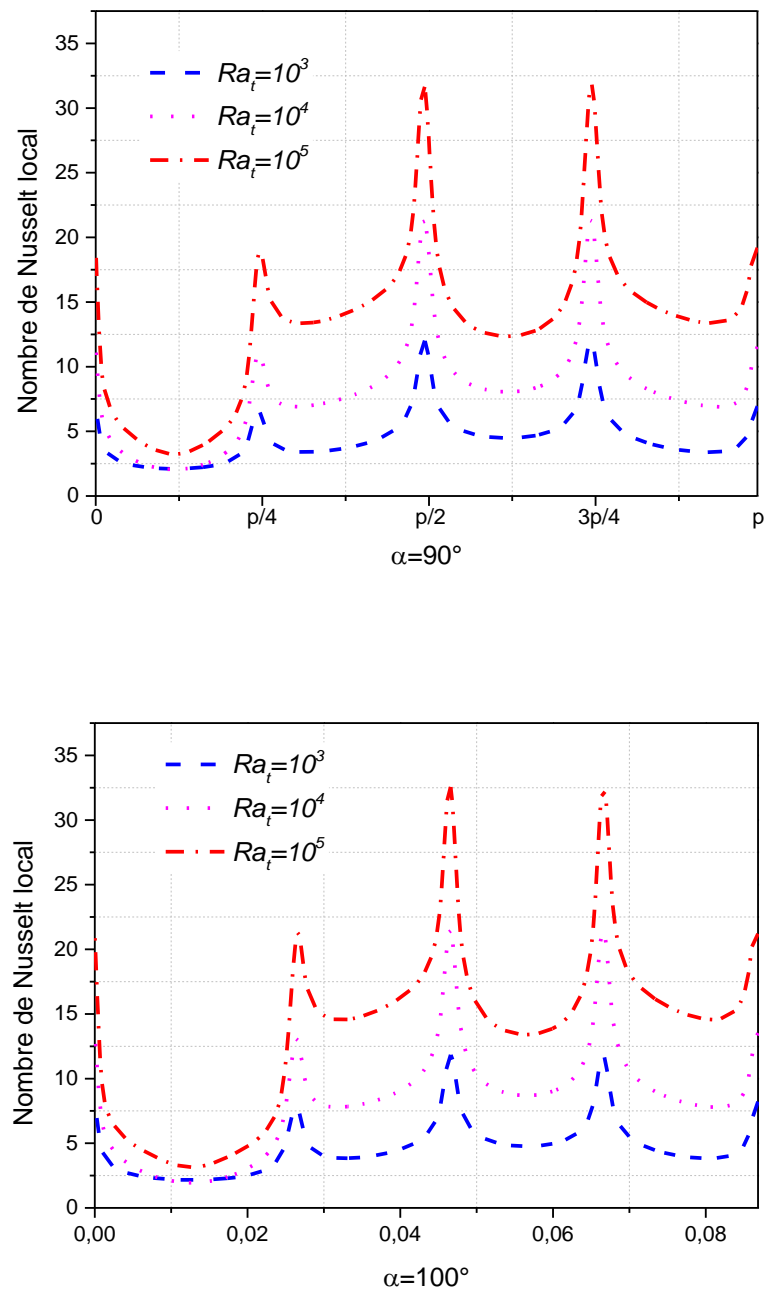


Fig. 4.2. Evolution du nombre de Nusselt local le long la paroi chaude pour différents angles

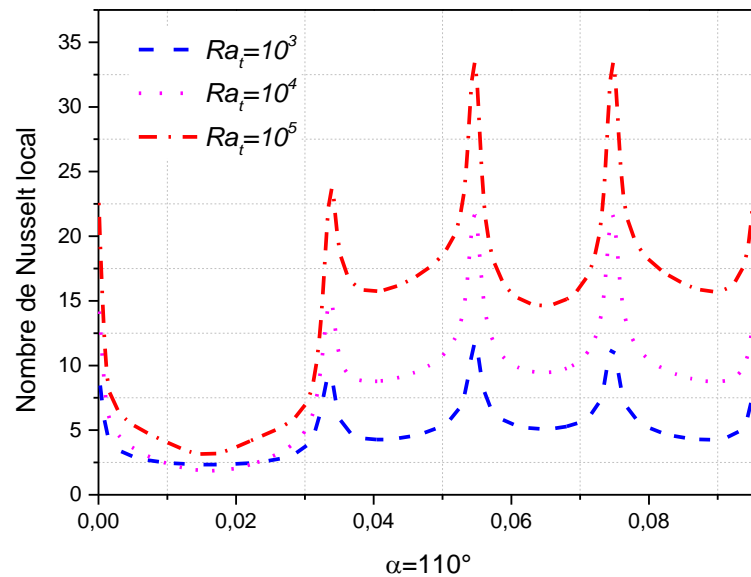


Fig. 4.2. Evolution du nombre de Nusselt local le long la paroi chaude pour différents angles

4.1.2.2. Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi froide

Nous déterminons les nombres de Nusselt locaux dont les variations le long des parois sont étroitement liées aux distributions des isothermes et des isocourants.

Les figures 4.3, illustrent la variation du nombre de Nusselt local sur la paroi du cylindre elliptique extérieure, et nous permettent de remarquer qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, la valeur du nombre de Nusselt local augmente.

Nous pouvons voir que, pour un faible nombre de Rayleigh le transport de chaleur et de masse au sein de l'espace annulaire est essentiellement contrôlée par les processus simultanés de conduction thermique pour tous les formes des cylindres intérieurs, Mais pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh, la valeur du nombre de Nusselt local est atteinte à la position angulaire $\theta = 90^\circ$ par une valeur maximum, et pour une valeur minimum dans la partie basse du cylindre elliptique ($\theta = 270^\circ$) dans cette gamme de nombres de Rayleigh la plupart des transferts de chaleur se font par convection ce qui est en accord avec la figure 4.1.

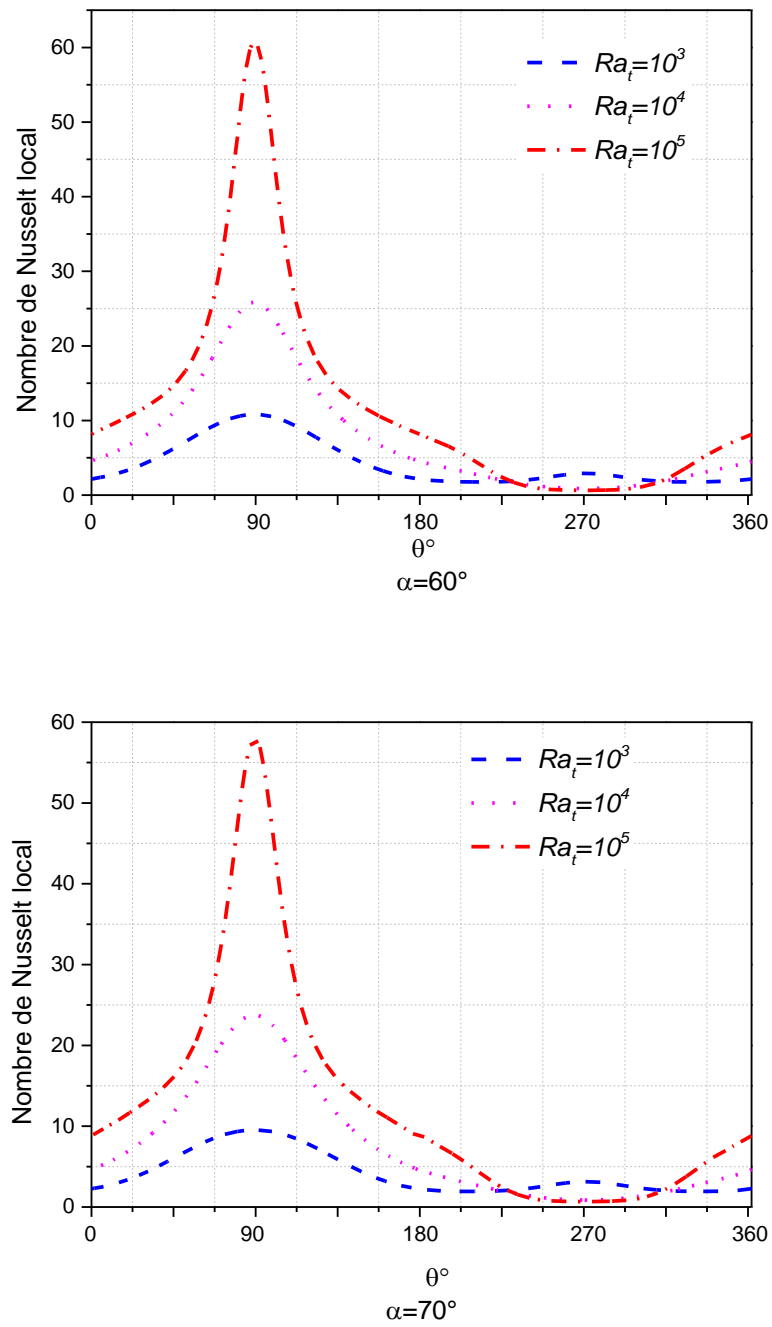


Fig. 4.3. Evolution du nombre de Nusselt local le long la paroi froide
Pour différentes angle

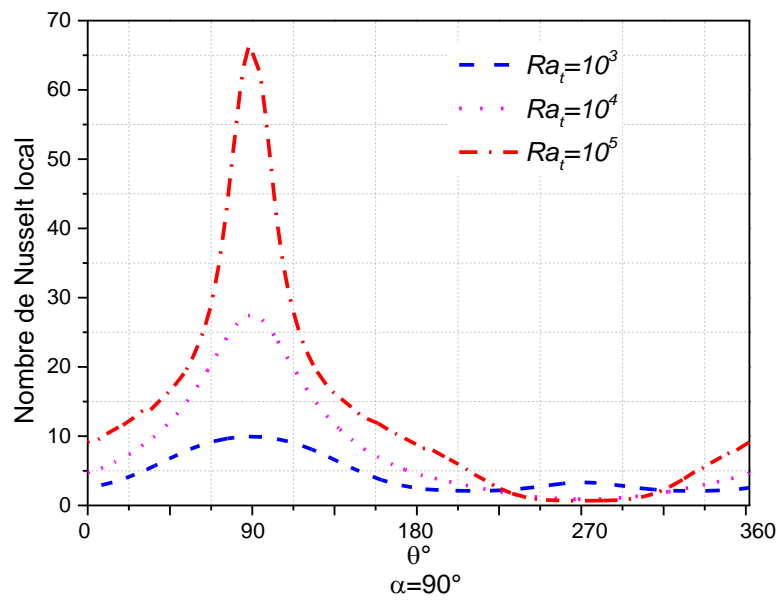
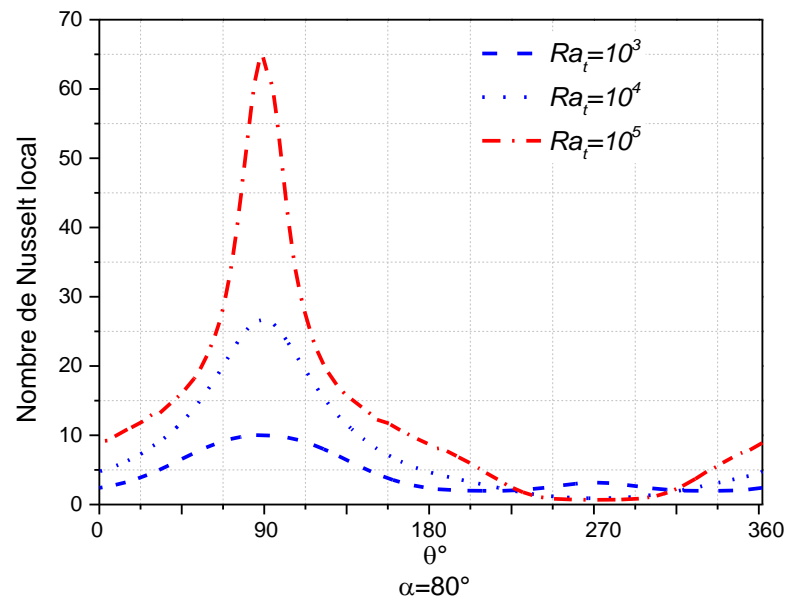


Fig. 4.3. Evolution du nombre de Nusselt local le long la paroi froide Pour différentes angle

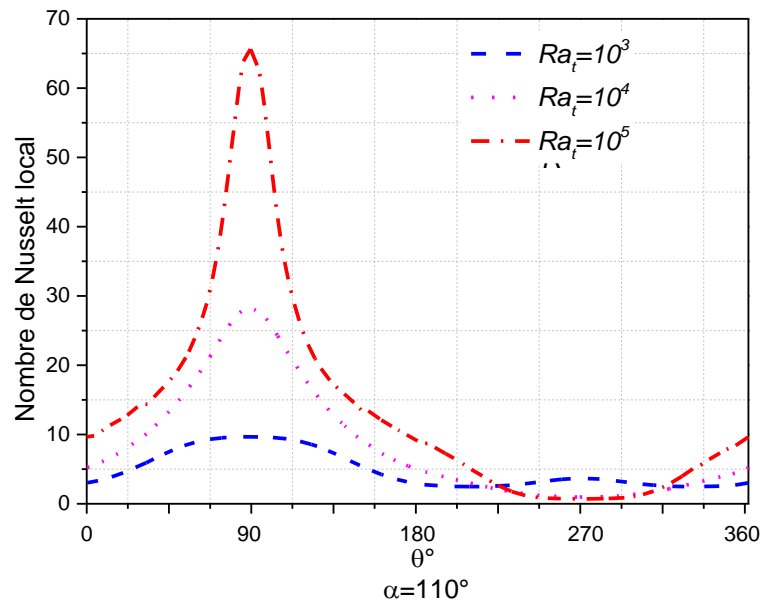
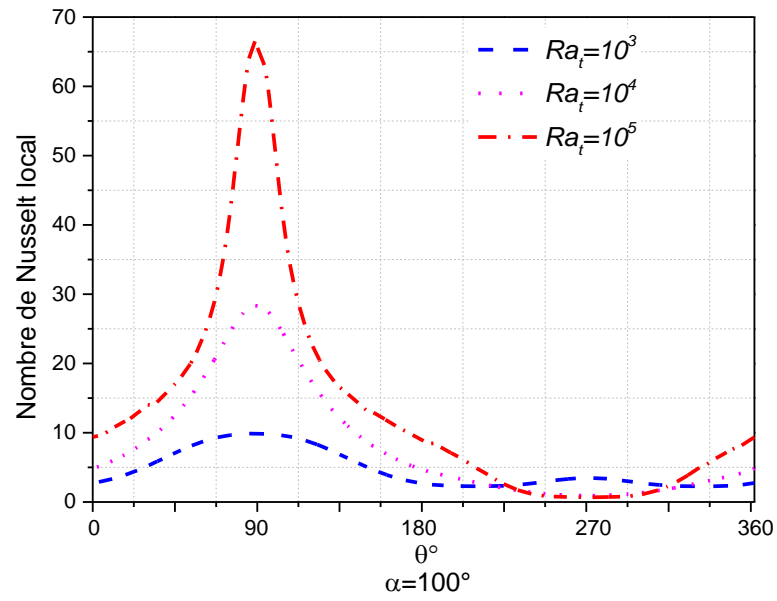


Fig. 4.3. Evolution du nombre de Nusselt local le long la paroi froide Pour différents angle

4.2. Variation de la vorticité en fonction de l'angle d'inclinaison des parois chaudes latérales

La figure 4.4, illustre la variation de la vorticité en fonction de l'angle d'inclinaison des parois chaudes latérales. On peut subdiviser la courbe en quatre zones différentes. Dans la première zone, la vorticité diminue fortement avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison, parce que la côte supérieure est plus courte que la côte inférieure. Dans la deuxième zone, la valeur de la vorticité reste constante avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. Donc l'augmentation de l'angle n'affecte pas sur la valeur de la vorticité dans cet intervalle d'angle ($70^\circ - 80^\circ$). Nous trouvons un angle optimal $\alpha = 75^\circ$. Mais dans la troisième zone, la vorticité diminue aussi avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. Dans la quatrième zone, la vorticité diminue lentement avec l'augmentation de l'angle de trapèze car la côte supérieure est plus courte que la côte inférieure du trapèze. L'augmentation de l'angle d'inclinaison de la paroi latérale provoque un élargissement de l'espace annulaire entre les deux cylindres, donc une diminution des valeurs de la vorticité.

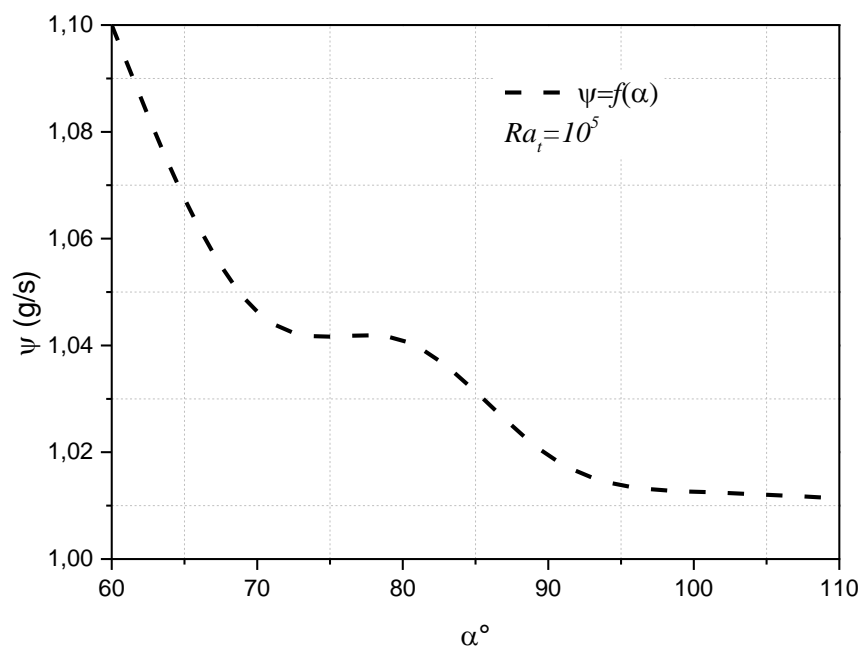


Fig. 4.4. Variation de la vorticité en fonction de l'angle d'inclinaison des parois chaudes latérales

Conclusion générale

Nous avons présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans un anneau excentrique horizontal entre un cylindre extérieur elliptique et un cylindre intérieur trapézoïdale remplie par un fluide newtonien de propriétés thermodynamiques constantes à l'exception de la densité qui varie avec la température selon l'approximation de Boussinesq. Les équations de transport pour un fluide newtonien sont discrétisées par la méthode des volumes finies et sont résolues numériquement en utilisant un code CFD. pour déterminer les champs de température, la distribution de la fonction de courant au sein du fluide, ainsi que les nombres adimensionnels de Nusselt locale, en fonction des grandeurs caractérisant l'état du système.

Les résultats montrent que le mode de conduction est prédominant dans les modes de transfert de chaleur tant que le nombre de Rayleigh n'est pas élevé, mais avec l'augmentation du Rayleigh nous remarquons une naissance d'une couche limite qui devient de plus en plus mince, qui montre la présence de la convection donc L'augmentation du nombre de Rayleigh induisant un passage d'un mode de conduction en un mode de convection. Avec l'augmentation d'angle d'inclinaison des parois latérales du cylindre interne, les figures citées ci-dessus nous permettent de remarquer que quelque-soit l'espace annulaire utilisé (c'est-à-dire quelque-soit la valeur d'angle d'inclinaison de la paroi latérale du cylindre interne utilisée) quand on augmente la valeur du nombre de Rayleigh, le taux de transfert de chaleur ainsi que les valeurs de la fonction de courant maximales

augmentent, ceci d'une part, d'autre part l'augmentation d'angle d'inclinaison de la paroi latérale provoque une augmentation de la

surface du cylindre chaud, donc une augmentation du coefficient de transfert de chaleur. par contre pour les ligne des courant la Diminution d'angle d'inclinaison du paroi latérale (diminution de la Côtes supérieures des paroi chaude interne), provoque un élargissement de l'espace annulaire entre les deux cylindre, et une augmentation des valeurs de la fonction de courant.

Sur la paroi chaude, nous remarque aussi que lorsque l'angle d'inclinaison α est augmenté :

- la valeur maximale du nombre du Nusselt augmentée
- la zone du nombre du Nusselt minimum augmenté aussi, ceci est dû à l'augmentation de la longueur de la cote supérieure de la paroi chaude.

Sur la paroi froid, nous remarque pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh, la valeur du nombre de Nusselt local est atteint à la position angulaire $\theta = 90^\circ$ par un valeur maximum, et pour un valeur minimum dans la partie basse du cylindre elliptique ($\theta = 270^\circ$) dans cette gamme de nombres de Rayleigh la plupart des transferts de chaleur se font par convection.

Pour ce qui est des perspectives qu'on peut envisager comme suite logique à ce travail, on peut citer:

- L'étude d'un écoulement en 3D.
- L'étude d'un écoulement en régime turbulent.
- Applications d'autres conditions pariétales thermiques et massiques.

Résumé

Une étude numérique de la convection naturelle des transferts de chaleur laminaire à l'état stationnaire dans un anneau horizontal entre un cylindre interne trapézoïdal chauffé et un cylindre extérieur elliptique froid. Cette espace annulaire est parcourue par un fluide newtonien et incompressible. Le nombre de Prandtl est fixé à 0,7 (cas de l'air) pour différents nombre de Rayleigh. Le système d'équations gouvernant le problème a été résolu numériquement par le code de calcul Fluent basé sur la méthode des volumes finis. En se basant sur l'approximation de Boussinesq. Les surfaces intérieure et extérieure sont maintenues à la température constante. L'étude est réalisée pour les nombres de Rayleigh allant de 10^3 à 10^5 . Nous avons étudié les effets des différents nombres de Rayleigh thermique sur la convection naturelle. Les résultats sont présentés sous forme des isothermes, des isocourants, et des nombres locaux et moyens de Nusselt. Le but de cette étude est de voir l'influence du nombre de Rayleigh thermique, et le changement de l'angle d'inclinaison des parois latérale de trapèze sur la structure de l'écoulement et de la distribution de la température.

Mots clés: convection naturelle, nombre de Rayleigh thermique, l'approximation de Boussinesq, elliptique-trapèze.

Abstract

A numerical study of the natural convection of laminar heat transfers in the stationary state in a horizontal annular space between a heated trapezoid inner cylinder and a cold elliptical outer cylinder was investigated. This annular space is traversed by a Newtonian and incompressible fluid. The Prandtl number is set to 0.71 (air case) for different Rayleigh numbers. The governing equations of the problem were solved numerically by the commercial code fluent. Based on the finite volume method and the Boussinesq approximation. The inner and outer surfaces are isothermal. The study was performed for Rayleigh numbers ranging from 10^3 to 10^5 . Particularly, we have studied the effects of different thermal Rayleigh numbers on natural convection. The results were presented in the form of isotherms, streamlines, and local and average Nusselt numbers. The purpose of this study is to see the influence of the thermal Rayleigh number, and the change angle of slopewalls side of trapezoid on the structure of the flow and distribution of the temperature.

Keywords: natural convection, thermal Rayleigh number, Boussinesq approximation, elliptic- trapezoidal.

ملخص:

قمنا بدراسة عددية لظاهرة الحمل الحراري الطبيعي عن طريق انتقال الحرارة داخل تجويف موجود بين اسطوانتين اسطوانة داخلية على شكل شبه منحرف حارة متغيرة الشكل وفق زاوية ميلان الضلعين العموديين والاسطوانة الخارجية على شكل اهليلجي باردة .

هذا المجال يكون بداخله غاز نيوتوني (براندل = 0.7) من اجل قيم مختلفة لعدد رايلي . و يعتمد حل معادلات الحركة والحرارة عدديا على البرنامج العددي فلوينت باستعمال تقريبات بوسيناسك و كانت الدراسة من اجل قيم رايلي محصورة. وقد قمنا بدراسة تأثير عدد رايلي على الحمل الحراري و كانت النتائج على شكل خطوط حرارية خطوط دالة التيار و اعداد نيسلت المحلية والمتوسطة

وكان الهدف هوا دراسة تاثير رايلي و زاوية الميلان للضلعين العموديين للاسطوانة الحارة على انتقال الحرارة و شكل الجريان

الكلمات المفتاحية

حمل حراري طبيعي عدد رايلي حراري تقريبات بوسيناسك اهليلج - شبه منحرف .