

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



**UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF
- M'SILA -**

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

DOMAINE : SCIENCE ET TECHNOLOGIE

FILIERE : TELECOMMUNICATION



N° d'ordre :

Mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de Master Académique

Option : Systèmes des Télécommunications (STLC)

Sous le Thème :

***Dé-bruitage du Signal Électrocardiogramme
(ECG) par le Filtre de Kalman Étendu optimisé
par l'Algorithme PSO***

Présentée Par :

LOUDINA Elmoundhir

MEHOUS Abdallah

Soutenu devant le jury composé de:

LADJAL Mohammed

OUALI Mohammed Assam

DJERIOUI Mohammed

ATALLAH Bilal

Président

Rapporteur

Examineur

Invité

Année Universitaire : 2018/2019

Remerciement

Avant tout, On remercie ALLAH le tout puissant pour nous avoir donné le courage, la santé et la patience pour réaliser ce travail.

*On tient à remercier tout particulièrement notre Encadreur de mémoire, **Dr. OUALI Mohammed Assam** pour son encadrement, sa disponibilité et ses bons conseils tout au long de ce travail. On lui exprime également notre profonde reconnaissance pour son dévouement et d'avoir bien voulu de nous faire profiter pleinement de ses compétences scientifiques et de ses idées pour l'accomplissement de ce travail.*

On remercie les membres du jury de soutenance pour l'honneur qu'ils nous font en participant au jugement de ce travail.

On remercie aussi tous les enseignants du département d'Electronique qui ont contribué à notre formation.

Enfin, nous voudrions exprimer nos remerciements à toute personne qui a contribué de près ou de loin pour la finalisation de ce travail.

Dédicace

*Je dédie ce modeste travail, en première lieu, aux êtres qui me sont les plus chers ;
Mes parents qui ont toujours aimé me voir réussir.*

*A mon père pour son soutien moral et financier, leur énormes sacrifices et leurs
Encouragements qu'ils m'ont apportés tout au long de ces six années d'études.*

*A ma mère ange de l'âme, source de l'espoir et de la tendresse, pour ton amour, pour
tous ce que tu as sacrifié pour moi, Tu es maman idéale*

*A mes chères frères « Fouaz », « Oussama » et « Aymen », et sœurs Pour tous les bons moments passés
avec vous.*

*« Je vous souhaite une vie joyeuse pleine de succès dans tous les domaines »
A tous mes amis et surtout :*

« Abdallah », « Hamza », « Abderrahim »

Tous mes collègues de l'étude sans exception.

A toute la famille « OUDINA » et « OUALI »

OUDINA Elmoundhir

Dédicace

*Je dédie ce modeste travail, en première lieu, aux êtres qui me sont les plus chers ;
Mes parents qui ont toujours aimé me voir réussir.*

*A mon père « ALI » pour son soutien moral et financier, leur énormes sacrifices et leurs
Encouragements qu'ils m'ont apportés tout au long de ces six années d'études.*

*A ma mère « LADMIJA » ange de l'âme, source de l'espoir et de la tendresse, pour ton amour, pour
tous ce que tu as sacrifié pour moi, Tu es maman idéale*

*A mes chères frères et sœurs Pour tous les bons moments passés avec vous.
« Je vous souhaite une vie joyeuse pleine de succès dans tous les domaines »
A tous mes amies et surtout :*

*« Elmoundhir », « Hamza BARKAT », « Abderrahim », « Madani »,
« Hamza BEN ATMAN », « Ahmed », « Zaki », « Abdelfatah »,*

Tous mes collègues de l'étude sans exception.

A toute ma grande famille

MEHOUS Abdallah

Liste des abréviations

ECG : Électrocardiogramme

OD : Oreillette droite

OG : Oreillette Gauche

VCS : Veine cave supérieur

VCI : Veine cave inférieur

VPG : Veine pulmonaire gauche

VPD : Veine pulmonaire droite

VG : Ventricule gauche

VD : Ventricule droite

Ao : Aorte

AP : Artère pulmonaire

VM : Valve mitrale

VT : Valve tricuspide

VSP : Valvule sigmoïde pulmonaire

VASo : Valvule sigmoïde aortique

EMG : Electromyogramme

PSO : Optimisation par Essaim Particulaire (Particle Swarm Optimisation)

MSE : Erreur Quadratique Moyenne (Mean Square Error)

MSEWPRD : Mesure de Distorsion Basée sur l'Entropie Multi-Echelles Pondérée

(Multiscal entropy based weighted distortion measure).

EKF : Filtre de Kalman Etendu (Extended kalman filtre)

Liste des Tableaux

Tableau II.1 Les paramètres du modèle ECG.....	35
Tableau III.1 MSEWPRD avant et après le filtrage.....	61
Tableau III.2 MSE avant et après le filtrage.....	61
Tableau IV.1 MSEWPRD avant et après le filtrage.....	73
Tableau IV.2 MSE avant et après le filtrage.....	73

Liste des Figures

Figure I. 1: Emplacement du cœur.....	5
Figure I. 2: Structure interne du cœur.....	6
Figure I. 3: L'activité électrique du cœur	7
Figure I. 4: Les cinq phases du potentiel d'action et les transferts ioniques au niveau cellulaire	8
Figure I. 5: Parcours du signal électrique cardiaque.....	9
Figure I. 6: Formes des potentiels d'action dans les différentes parties du cœur, et séquence temporelle de la propagation de l'activité électrique du cœur analogie avec les ondes de l'ECG.	10
Figure I. 7: Signal ECG et ses ondes.	11
Figure I. 8: Montage d'Einthoven pour l'enregistrement des dérivations bipolaires des membres	13
Figure I. 9: Montage de Goldberger pour l'enregistrement des dérivations unipolaires membres augmentés.....	14
Figure I. 10: Positions des électrodes recommandées pour l'enregistrement du système de dérivations unipolaires précordiales.....	14
Figure I. 11: Schéma de principe montrant les principales sources du bruit en électrocardiographie.....	15
Figure I. 12: Le spectre d'amplitude de Fourier d'un signal ECG : Les interférences de ligne électrique de 60Hz et le bruit de la dérive du potentiel de référence (à environ 0Hz) sont identifiables.....	16
Figure I. 13: Signal ECG avec la déformation de la ligne de base	18
Figure I. 14: Signal ECG contaminé par bruit EMG	19

Figure II. 1: Système à non linéarité séparable.....	24
Figure II. 2: Comportement dynamique d'un système unidimensionnel.	24
Figure II. 3: Comportement dynamique d'un système bidimensionnel : (a) faible amortissement (b) fort amortissement.....	26
Figure II. 4: Comportement dynamique oscillatoire (centres) d'un système bidimensionnel : trajectoires centrées (sans amortissement).	26
Figure II. 5: Comportement dynamique en cycle limite d'un système bidimensionnel.	27
Figure II. 6: Quelques comportements en cycle limite.....	27
Figure II. 7: Etat x en fonction du temps t.....	30
Figure II. 8: Etat y en fonction du temps t.....	31
Figure II. 9: Réponse du système dans le plan de phase (y en fonction x)......	31
Figure II. 10: Etat x en fonction du temps t.....	32
Figure II. 11: Etat y en fonction du temps t.....	32
Figure II. 12: Réponse du système dans le plan de phase (y en fonction x)......	32
Figure II. 13: Intervalle RR.	33
Figure II. 14: Trajectoire 3D des équations (II.32 et II.34).....	34
Figure II. 15: Trajectoire typique produite par le modèle dynamique.....	34
Figure II. 16: Solution du modèle d'ECG (II.35) dans le plan x - y.....	37
Figure II. 17: Solution du modèle d'ECG (II.35) suivants l'axe z	37
Figure II. 18: Signal ECG :a) T=0.5s, b) T=1s, c) T=2s.	38
Figure III. 1: Diagramme structurel d'équation d'état	42
Figure III. 2: Diagramme structurel d'estimation en boucle ouverte	42
Figure III. 3: Estimateur en boucle fermée.....	43
Figure III. 4: Diagramme structurel Etat-Mesure en présence des bruits.....	43
Figure III. 5: Diagramme structurel d'estimation en boucle ouverte.	44
Figure III. 6: Diagramme structurel d'estimation en boucle fermée	44
Figure III. 7: Evolution temporelle du bruit de mesure.....	48
Figure III. 8: Histogramme du bruit de mesure.....	48
Figure III. 9: Observation et estimation d'une constante aléatoire	49
Figure III. 10: Evolution de la covariance d'erreur $P_{k/k}$	50
Figure III. 11: Evolution du gain de Kalman k_k	50
Figure III. 12: Boucle du filtre de Kalman étendu	52
Figure III. 13: Solution du modèle d'ECG (III.50) suivants l'axe z	53

Figure III. 14: Exemples de modèles d'ECG de période $T=1$ sec et bruit d'état nul avec (a) et (b) : $\text{var}(v_k) = 1.9 * 10^{-4} \text{mv}^2$, (c) et (d) : $\text{var}(v_k) = 0.002 \text{mv}^2$	55
Figure III. 15: Résultats de dé-bruitage pour $\text{var}(w_i) = 10^{-8} \text{mv}^2$ et $\text{var}(v) = 0.0028 \text{mv}^2$ un intervalle de temps de 10secondes. (a) ECG sans bruit. (b) ECG avec bruit. (c) ECG débruité.....	60
Figure III. 16: Erreur entre ECG bruité et modèle ou erreur avant filtrage.....	61
Figure III. 17: Erreur entre ECG dé-bruité et modèle ou erreur après filtrage.....	61
Figure IV. 1: Déplacement d'une particule	68
Figure IV. 2: Structure du filtre de kalman étendu adaptatif	70
Figure IV. 3: Résultats de filtrage du signal ECG synthétique.....	72
Figure IV. 4: Résultats de filtrage du signal ECG synthétique.....	72
Figure IV. 5: Résultats de filtrage du signal ECG synthétique.....	72

Table des matières

<i>INTRODUCTION GÉNÉRALE</i>	1
<i>CHAPITRE I. ANATOMIE DE CŒUR ET SIGNAL ÉLECTROCARDIOGRAMME (ECG)</i>	4
I.1 Introduction	5
I.2 Concept de base.....	5
I.2.1 Le cœur humain.....	5
I.2.2 Fonctionnement électrique du cœur.....	6
I.2.3 Le potentiel d'action.....	7
I.2.4 Propagation de l'influx électrique à l'intérieur du cœur.....	8
I.3 L'électrocardiogramme (ECG).....	10
I.3.1 Définition.....	10
I.3.2 Ondes et Intervalles de L'ECG.....	11
I.3.3 Dérivations cardiaques.....	12
I.3.3.1 Dérivation du plan frontal (Les électrodes périphériques (appelé D)).....	12
I.3.3.2 Dérivations sur le plan horizontal (précordiales)	14
I.3.4 Bruit et variabilité du signal ECG.....	14
I.3.4.1 Interférences de ligne électrique	15
I.3.4.2 Contact de l'électrode et le mouvement.....	17
I.3.4.3 Bruit de l'électromyogramme (EMG).....	18
I.3.4.4 Bruit des instruments.....	18
I.4 Conclusion.....	19
<i>CHAPITRE II. MODÉLISATION DU SIGNAL ELECTROCARDIOGRAMME ECG</i>	20
II.1 Introduction.....	21
II.2 Définition d'un processus et d'un modèle.....	21
II.2.1 Processus.....	21
II.2.2 Modèles.....	21
II.2.2.1 Buts d'une modélisation.....	22

II.3 Choix du modèle d'un processus.....	22
II.3.1 Modèle à temps continu.....	22
II.3.2 Modèles à temps discontinu ou discret.....	23
II.3.3 Modèle linéaire.....	23
II.3.4 Modèle non linéaire.....	24
II.4 Cycles limites.....	25
II.5 Modélisation Dynamique du Signal ECG.....	28
II.6 Conclusion.....	39
CHAPITRE III. FILTRE DE KALMAN	40
III.1 Introduction.....	41
III.2 Filtre de Kalman.....	41
III.2.1 Observation.....	41
III.2.1.1 Observateur en boucle ouverte	41
III.2.1.2 Observateur en boucle fermée	42
III.2.2 Estimation (ou Filtrage).....	43
III.2.3 Filtre de Kalman.....	44
III.2.3.1 Hypothèses.....	45
III.2.3.2 Algorithme du filtre de Kalman discret.....	47
III.2.3.3 Simulation 1 : Estimation d'une constante aléatoire par filtre de Kalman.....	47
III.2.4 Filtre de Kalman étendu.....	50
III.3 Filtrage du signal électrocardiogramme ECG.....	52
III.3.1 Principe de la méthode proposée.....	52
III.3.1.1 Discrétisation du modèle dynamique non linéaire d'ECG.....	53
III.3.1.2 Linéarisation du modèle dynamique non linéaire d'ECG.....	53
III.3.1.3 Modèle quasi réel de l'ECG.....	53
III.4 Critères d'évaluation.....	57
III.4.1 Mesure de distorsion basée sur l'entropie multi-échelles pondérée : MSEWPRD.....	57
III.4.2 Erreur quadratique moyenne.....	58
III.5 Simulation et résultats.....	58
III.5.1 Filtrage d'un ECG artificiel.....	59
III.6 Conclusion.....	62
CHAPITRE IV. FILTRAGE DU SIGNAL ECG PAR (EFK-PSO)	63
IV.1 Introduction.....	64
IV.2 Algorithmes méta-heuristiques.....	64
IV.2.1 Problème d'optimisation.....	64
IV.2.2 Les types de problèmes d'optimisation.....	65
IV.2.3 L'intelligence en essais ou Swarm Intelligence.....	66
IV.2.3.1 L'optimisation par essaim particulière.....	67
IV.3 Conception du filtre de Kalman étendu adaptatif basé sur l'algorithme PSO.....	70
IV.4 Résultats de simulation.....	71

IV.5 Etude Comparative.....	73
IV.6 Conclusion.....	73
CONCLUSION GENERALE	74
ANNEXE	76
BIBLIOGRAPHIE	85

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les maladies cardiovasculaires sont un grave problème de santé publique dans le monde, et constituent l'une des principales causes de mortalité. Pour cette raison, l'utilisation et le développement de techniques permettant d'améliorer le diagnostic et le traitement de ce type de maladies s'avèrent très importants.

Le cœur est l'organe central du système cardiovasculaire, il peut être affecté de nombreuses pathologies différentes, qui peuvent aller d'une tachycardie (accélération du rythme cardiaque) à un infarctus du myocarde (mort de cellules d'une partie du muscle cardiaque). Ces pathologies sont reflétées par des troubles de l'activité électrique du cœur, avec l'évolution des techniques, les médecins disposent aujourd'hui d'outils performants pour observer le fonctionnement du muscle cardiaque et dresser ainsi leur diagnostic. Parmi les examens cardiologiques possibles, l'électrocardiogramme (ECG) est l'examen le plus couramment effectué [13].

L'ECG est l'abréviation de Electrocardiogramme, et constitue également une mesure de l'activité électrique durant la contraction du cœur ; il représente l'activité électrique du cœur, et il est caractérisé par des ondes appelées P, Q, R, S et T. Les ondes Q, R et S forment le complexe QRS [2][13]. L'analyse des signaux électriques du cœur a été et continue d'être une voie obligée pour la compréhension de l'électrophysiologie cardiaque ainsi que l'aide au diagnostic. C'est un complément nécessaire à l'imagerie médicale qui permet une bonne résolution spatiale mais souvent un prix de méthodes lourdes d'investigation. Au contraire l'enregistrement de l'activité électrique donne accès à une haute résolution temporelle (couramment en **ms**). Cet enregistrement peut se faire soit par voie externe, à l'aide d'électrodes posées à la surface du corps, soit par voie interne en introduisant une sonde

endocavitaire, soit encore en enregistrant l'activité électrique à la surface du cœur (recueil péricardique) [26]. L'une des étapes essentielles du processus de diagnostic des maladies cardiaques, est le prétraitement contenant le filtrage du signal électrocardiogramme. Durant l'étape d'enregistrement du signal électrocardiogramme il est souvent contaminé par des bruits internes et externes. Bien qu'il existe de nombreuses sources de ces bruits, celles qui présentent le plus d'intérêt sont les bruits d'instruments, l'interférence entre les différents signaux du corps, le bruit de contact des électrodes, les artefacts de mouvement et respiration du patient et les interférences de ligne d'alimentation. Évidemment, tout bruit qui apparaît sur la trace de l'électrocardiogramme peut compliquer le diagnostic et l'analyse d'identification. Par conséquent, il est nécessaire de comprendre et supprimer les effets du bruit sur le signal électrocardiogramme afin d'extraire les caractéristiques d'identification requises du signal ECG [13].

L'une des étapes principales de l'opération d'acquisition de données est le filtrage. Le filtrage est une opération relative, c'est-à-dire pour l'appliquer nous devons déterminer ce qu'on veut filtrer (déterminer les signaux utiles et les signaux parasites ou perturbateurs). Par exemple, si notre système est un RADAR poursuivant un avion, le signal utile sera la position de cet avion, et tous les autres signaux seront considérés comme perturbation, Dans notre cas, le signal utile est le signal électrocardiogramme, et les signaux parasites seront tous les autres signaux circulant dans le corps humain (EMG, EEG, et autres...). Donc, nous pouvons dire que la fonction principale d'un filtre est de minimiser l'effet des perturbations et de délivrer un signal utile plus lisse [26].

Le filtrage des signaux ECG est une étape très importante dans le processus de diagnostic des maladies. L'opération de diagnostic est la dernière étape de toute une chaîne d'acquisition qui commence par les capteurs, amplification, filtrage, conversion analogique numérique et enfin diagnostic par un système expert contenant une base de donnée. Dans ce contexte nous allons à travers ce travail appliquer le filtre de Kalman pour dé-bruiter (filtrer) le signal ECG. L'idée concerne d'abord à donner un modèle mathématique d'état aux signaux ECG, puis utiliser ces modèles pour développer des filtres de Kalman étendu dans le but de filtrer ces signaux [13].

Pour compléter plus notre travail, et pour le voir sous un autre angle, nous avons aussi proposé d'optimiser le filtre de Kalman étendu par l'algorithme PSO (l'Optimisation par

Essaim Particulaire), afin de comparer les résultats trouvés par le filtre de kalman étendu (EKF) et celles trouvés par le filtre de kalman étendu optimisé (PSO-EKF).

Pour satisfaire les besoins de ce mémoire, notre travail s'articule principalement autour de quatre chapitres :

- Le premier chapitre présente brièvement le fonctionnement du système cardiovasculaire, et notamment le cœur. Il permet en particulier de comprendre l'anatomie du cœur et l'origine et la nature des signaux électrocardiogrammes, et présente les différents genres du bruit qui peuvent contaminer ce signal (ECG).
- Dans le deuxième chapitre, nous présentons le fondement théorique pour l'aboutissement à un modèle dynamique du signal électrocardiogramme.
- Le troisième chapitre traite principalement le filtre de Kalman avec ses deux variantes linéaire et non linéaire, et présenté tous les détails concernant le dé-bruitage des signaux électrocardiogrammes.
- Dans le dernière chapitre, nous allons présenter une méthode de dé-bruitage des signaux électrocardiogrammes basée sur le filtre de Kalman étendu optimisé par l'algorithme PSO (PSO : **P**article **S**warm **O**ptimization).

Le présent mémoire se termine par une conclusion qui résume tous les résultats obtenus dans ce travail.

CHAPITRE 01

ANATOMIE DU CŒUR ET SIGNAL ELECTROCARDIOGRAMME (ECG)

Sommaire

I.1	Introduction	5
I.2	Concept de base	5
I.2.1	Le cœur humain.....	5
I.2.2	Fonctionnement électrique du cœur	6
I.2.2.1	Cycle électrique cardiaque.....	6
I.2.3	Le potentiel d'action	7
I.2.4	Propagation de l'influx électrique à l'intérieur du cœur	8
I.3	L'électrocardiogramme (ECG)	10
I.3.1	Définition	10
I.3.2	Ondes et Intervalles de L'ECG	11
I.3.3	Dérivations cardiaques	12
I.3.3.1	Dérivation sur le plan frontal (Les électrodes périphériques (appelé D))... 12	
I.3.3.2	Dérivations sur le plan horizontal (précordiales).....	14
I.3.4	Bruit et variabilité du signal ECG	14
I.3.4.1	Interférences de ligne électrique	15
I.3.4.2	Contact de l'électrode et le mouvement.....	17
I.3.4.3	Bruit de l'électromyogramme (EMG)	18
I.3.4.4	Bruit des instruments	18
I.4	Conclusion	19

I.1 Introduction

Le système cardiovasculaire appelé aussi système circulatoire assure la circulation du sang d'une manière continue dans l'organisme. Ce système est constitué du cœur et du système vasculaire, sa fonction principale est d'assurer un flux de sang adéquat continu et sous pression suffisante aux organes et aux tissus afin de satisfaire aux besoins énergétiques et au renouvellement cellulaire quelles que soient les conditions ambiantes et l'activité de l'individu [1].

Dans ce premier chapitre plusieurs points essentiels seront présentés à savoir :

- L'anatomie du cœur et les potentiels d'activation électrique.
- Genèse du signal électrocardiogramme et ses caractéristiques.
- Bruit et variabilité cardiaque.

I.2 Concept de base

I.2.1 Le cœur humain

Le cœur est un muscle qui se contracte sans cesse, dès notre naissance jusqu'à notre mort. Dans une vie entière, il battra environ trois milliards de fois. Il pèse environ de 250 à 350 grammes chez un adulte, il a pour fonction de pomper et propulser le sang vers tous les organes de notre corps. Il pompe environ cinq litres de sang à la minute [2]. Le cœur est situé dans le thorax entre les deux poumons (cf. figure I.1), il repose sur le diaphragme dans le médiastin antérieur, derrière le sternum et en avant de la colonne vertébrale. Le cœur est sous forme pyramidale triangulaire [3].

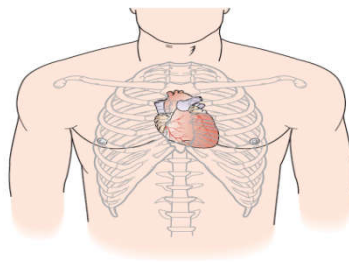


Figure I.1 : Emplacement du cœur.

Le cœur se compose de deux ventricules et de deux oreillettes (cf. figure I.2). Chaque oreillette droite et gauche communique avec le ventricule correspondant. Dans l'oreillette droite (OD) arrivent les deux veines caves, la veine cave supérieure (VCS) et les veine caves inférieure (VSI) et dans l'oreillette gauche (OG), les quatre veines pulmonaires gauche (VPG) et les veines pulmonaires droite (VPD) qui amènent le sang au cœur, le sang et expulsé du

ventricule gauche (VG) par l'aorte (Ao), et du ventricule droit (VD) par l'artère pulmonaire (AP).

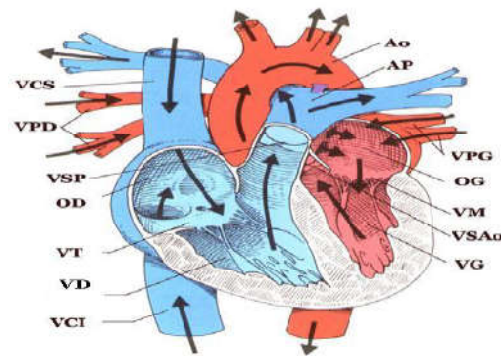


Figure I.2 : Structure interne du cœur.

Les artères, les veines et les capillaires forment les tubes conducteurs ou vaisseaux ; chaque oreillette droite et gauche communique avec le ventricule correspondant par des orifices auriculo ventriculaires munis d'un système valvulaire. Celui-ci est composé de deux valves, à gauche la valve mitral (VM) et à droite la valve tricuspide (VT); l'artère pulmonaire est pourvue d'un système anti-reflux: les trois valvules sigmoïdes pulmonaires (VSP). L'artère est, elle aussi, pourvue d'un système valvulaire sigmoïde: les valvules sigmoïdes aortiques (VSAo). Ces appareils valvulaires n'autorisent le passage de sang que des oreillettes aux ventricules[4].

I.2.2 Fonctionnement électrique du cœur

Le cœur comprend un système de conduction électrique automatique qui assure chacun de ses battements. La contraction du muscle cardiaque est régie par une impulsion électrique qui prend sa naissance dans le nœud sinusal (ou de Keith et Flack) situé au niveau de la veine cave supérieure, dans l'oreillette droite comme illustré la figure I.3. Ce nœud est constitué d'un ensemble de cellules auto-excitables qui génère un courant de dépolarisation 60 à 100 fois par minute. Ce nœud est considéré comme le "pacemaker" du cycle cardiaque [5].

I.2.2.1 Cycle électrique cardiaque

Le courant électrique naît en un point précis du cœur (de l'ordre de quelques millimètres de diamètre), appelé nœud sinusal, situé au sommet de l'oreillette droite. Cette source est constituée d'un amas de cellules capables de générer un courant électrique de quelques millivolts. Partant du nœud sinusal, le courant se propage en tache d'huile dans le muscle cardiaque. Il circule dans les deux oreillettes jusqu'à leur base, provoquant leur contraction.

Cette base, il converge vers la cloison séparant oreillettes et ventricules, au niveau d'un relais électrique appelé nœud auriculo-ventriculaire (NAV).

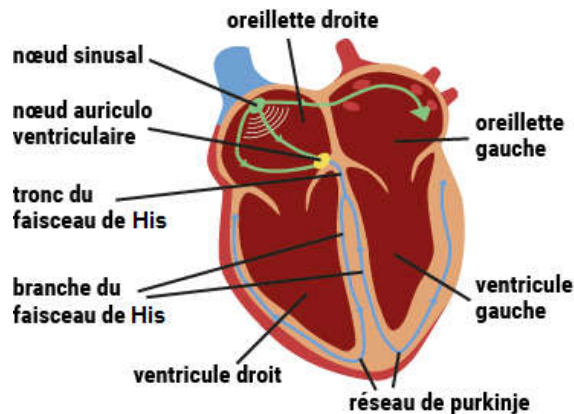


Figure I.3 : L'activité électrique du cœur.

A partir du nœud auriculo-ventriculaire (NAV), l'influx progresse simultanément dans les deux ventricules, le droit et le gauche, empruntant des voies conductrices très rapides (le faisceau de His et le réseau de Purkinje), jusqu'à la pointe du cœur, provoquant la contraction des ventricules [8].

Les cardiomyocytes, présentes à la surface du myocarde, ont la capacité de se dépolariser spontanément à la suite d'une excitation. Cette excitation, si elle atteint un seuil d'excitabilité suffisant, engendre par la suite des potentiels d'actions qui se propagent jusqu'aux muscles des parois des cavités du cœur. Dans le cas de l'activité cardiaque, ce n'est qu'en présence abondante d'ions Ca^{++} que la contraction musculaire a lieu. La stimulation électrique n'étant pas permanente, les cellules se repolarisent, elles reviennent au repos quelques millisecondes plus tard, ce qu'on appelle le potentiel de repos [6].

I.2.3 Le potentiel d'action

Lors de la contraction des cellules cardiaques, des échanges ioniques se déroulent et définissent ainsi le potentiel d'action (cf. figure I.4), il existe cinq phases dans le potentiel d'action d'une cellule cardiaque :

- **La phase 0 ou dépolarisation rapide:** après une excitation électrique au-dessus du seuil d'activation de la cellule, un flux rapide d'ions Na^+ rentre dans la cellule et inverse rapidement la polarité de la cellule.

- **La phase 1 ou début de repolarisation:** elle est caractérisée par une repolarisation rapide et de courte durée, due à l'inactivation des canaux Na^+ et au flux sortant d'ions de potassium K^+ .
- **La phase 2 ou plateau:** elle correspond à la phase de repolarisation lente. Elle est due à l'entrée lente des ions Ca^{++} dans la cellule qui atténue l'influence des canaux K^+ continuant à sortir, ralentissant ainsi la phase de repolarisation.
- **La phase 3 ou repolarisation:** elle correspond à la phase de repolarisation finale, et se caractérise par la fermeture de canaux ioniques spécifiques qui ramène la cellule au potentiel de repos original. Durant cette phase, les ions K^+ sont toujours sortants tandis que le potentiel de la cellule tend vers son seuil de repos.
- **La phase 4:** elle correspond au potentiel de repos, où la cellule est plus facilement excitable [7].

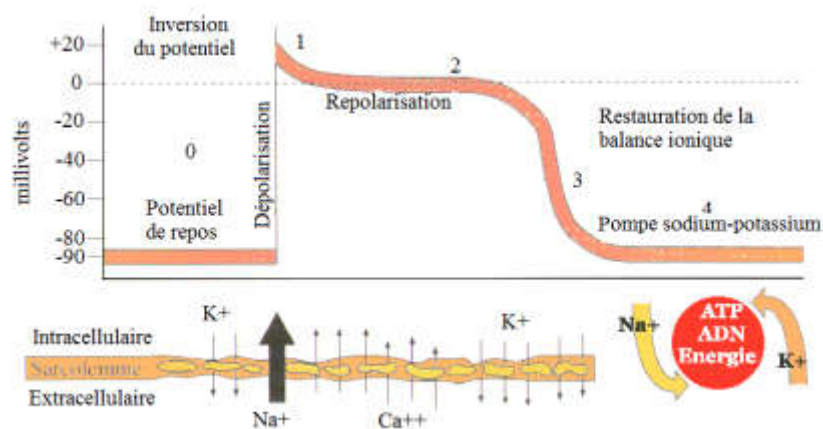


Figure I.4: Les cinq phases du potentiel d'action et les transferts ioniques au niveau cellulaire.

I.2.4 Propagation de l'influx électrique à l'intérieur du cœur

La stimulation électrique d'une cellule musculaire détermine l'apparition d'une activité électrique et mécanique. Sous l'effet de la stimulation, la surface cellulaire se dépolarise rapidement, ce qui donne lieu à un courant électrique, qui entraîne la contraction. Puis la phase de repolarisation survient, plus lente, ramenant la cellule dans son état électrique initial.

La propagation de l'activité électrique au sein du cœur est assurée par le réseau de conduction électrique présenté schématiquement dans la figure I.5. C'est au sein du nœud sinusal, situé dans la partie haute de la paroi intérieure de l'oreillette droite, que l'activité électrique prend naturellement naissance. Structure de 1 centimètre de diamètre à la jonction

de la veine cave supérieure et de l'oreillette droite, le nœud sinusal est le stimulateur cardiaque, le "pacemaker" physiologique. Il émet 60 à 100 stimuli par minute en fonctionnement normal, et il est influencé par les systèmes nerveux sympathique et parasympathique.

Si la propagation de l'impulsion sinusale se trouve interrompue, la fréquence propre des parties distales du système excitateur et conducteur va s'imposer ; le cœur bat alors au rythme du nœud A-V (40-55 battements/min), ou à une fréquence encore plus basse fixée par un pacemaker (ventriculaire) dit tertiaire (25-40 battements/min)

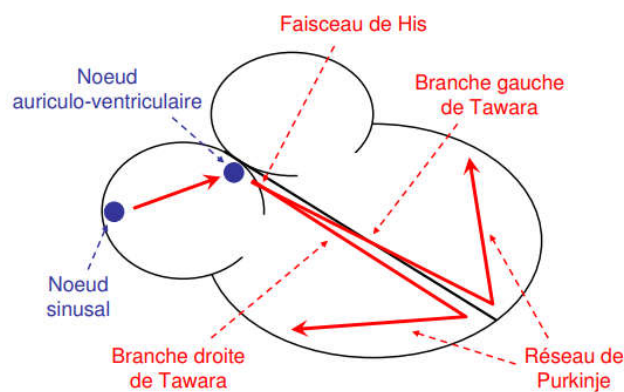


Figure I.5 : Parcours du signal électrique cardiaque.

La propagation de l'influx électrique s'étend à partir de ce point aux deux oreillettes et au nœud auriculo-ventriculaire (AV). Situé en bas de l'oreillette droite, cette structure nodale de 5 millimètres de diamètre a un double rôle :

- celui de ralentisseur du passage AV de l'onde de dépolarisation, grâce aux fibres alpha à conduction lente.
- la fonction de relais de l'onde de dépolarisation vers les ventricules via le réseau de His-Purkinje.

Le nœud auriculo-ventriculaire est également sous l'influence des systèmes sympathique et parasympathique. Ensuite, l'influx électrique est transmis au faisceau de His et à ses deux branches de Tawara. Le faisceau de His est situé dans la partie haute du septum interventriculaire et ses fibres traversent le tissu connectif, mais non excitable, qui sépare électriquement les oreillettes et les ventricules. Enfin, l'influx électrique aboutit au réseau de Purkinje qui le conduit aux parois ventriculaires. Les fibres de Purkinje sont des fibres musculaires spécialisées permettant une bonne conduction électrique, ce qui assure la

contraction simultanée des parois ventriculaires. Ce système électrique explique la régularité du rythme cardiaque et assure la coordination des contractions auriculo-ventriculaires.

Le faisceau de His, les branches droite et gauche de Tawara, et le réseau de Purkinje constituent le véritable distributeur de l'influx électrique, qui a pris naissance dans le nœud sinusal, aux ventricules. Cet ensemble est sous l'influence du seul système sympathique [12].

Il est à noter que le nœud AV et le faisceau de His forment la seule voie de propagation de l'influx électrique entre les oreillettes et les ventricules [10]. Aussi, la forme du potentiel d'action varie selon le tissu considéré [9][11], comme nous pouvons le voir sur le schéma présenté ci-après :

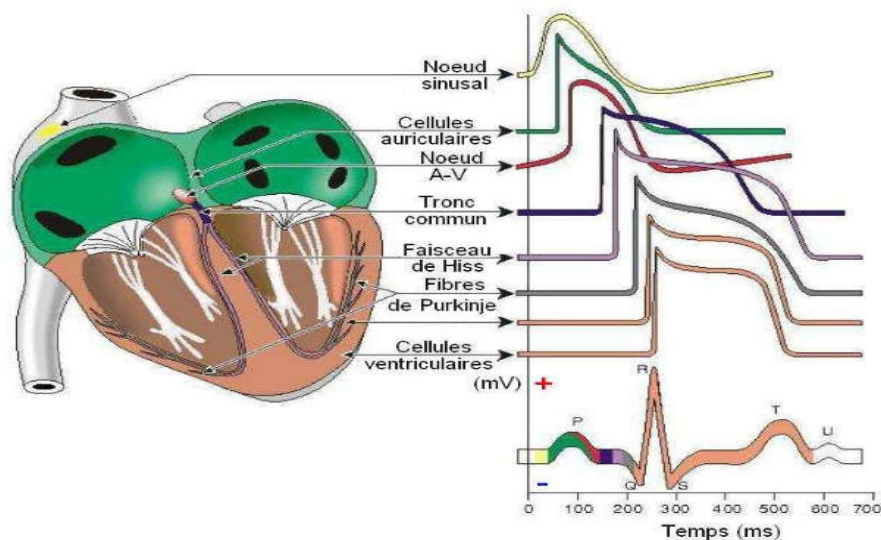


Figure I.6 : Formes des potentiels d'action dans les différentes parties du cœur, et séquence temporelle de la propagation de l'activité électrique du cœur analogie avec les ondes de l'ECG.

I.3 L'électrocardiogramme (ECG)

I.3.1 Définition

L'ElectroCardioGramme (ECG) est la représentation graphique du potentiel électrique qui commande l'activité musculaire du cœur. Ce potentiel est recueilli par des électrodes à la surface de la peau. Ces potentiels naissent à la limite entre les zones excitées et celles non excitées du myocarde, et sont mesurés entre deux points de la surface du corps. [12,13]

I.3.2 Ondes et Intervalles de L'ECG

Le processus de dépolarisation et de repolarisation des structures myocardiques se présente dans l'ECG comme une séquence de déflexions ou ondes superposées à une ligne de potentiel zéro, appelée ligne isoélectrique ou ligne de base. Ces déflexions sont dites positives si elles sont situées au-dessus de la ligne isoélectrique, et négative sinon.

Pour chaque battement cardiaque l'ECG se compose principalement de trois ondes successives (cf. figure I.7) [14] :

- **L'onde P** (traduit la dépolarisation auriculaire) : elle est liée à la dépolarisation auriculaire. C'est une onde de petite amplitude, arrondie. Le rythme physiologie est dit sinusal. Dans ce cas les ondes P auriculaire précèdent régulièrement les complexes ventriculaires. Les ondes P dites « sinusales » sont toujours positives [26].
- **L'intervalle PR ou (PQ)**: Il représente le temps nécessaire à l'impulsion électrique pour se propager du nœud sinusal jusqu'aux ventricules, et il est mesuré entre le début de l'onde P et le début du complexe QRS[14].
- **Segment PR (pause du nœud AV)**: C'est un court segment isoélectrique qui sépare l'onde P du complexe ventriculaire [13]. Il correspond au délai entre la fin de la dépolarisation des oreillettes et le début de celle des ventricules [16].

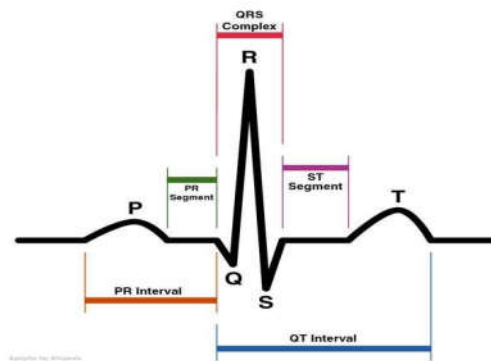


Figure I.7 : Signal ECG et ses ondes.

- **Le complexe QRS**: C'est un ensemble de déflexions positives et négatives qui correspondent à la contraction des ventricules [16], Il témoigne de la dépolarisation ventriculaire [13], Il est constitué de trois ondes :
 - **L'onde Q**: est la première onde négative.
 - **L'onde R**: est la première onde positive du complexe.
 - **L'onde S**: est la première onde négative après l'onde R [12].
- **Segment ST**: Il correspond au début de la repolarisation ventriculaire. Il suit horizontalement la ligne de base, phase durant laquelle les cellules ventriculaires sont

toutes dépolarisées. Il n'y a donc pas a priori de propagation électrique, le segment est alors isoélectrique [13][12].

- **L'onde T:** Elle correspond à la repolarisation ventriculaire. Elle est normalement de faible amplitude et ne témoigne d'aucun événement mécanique. Cette onde succède au complexe QRS après retour à la ligne isoélectrique [16][12].
- **L'intervalle QT (durée de systole ventriculaire):** mesuré du début de complexe QRS à la fin de l'onde T [13], correspond au temps nécessaire pour la dépolarisation et la repolarisation des ventricules [17].

Les durées normales des différentes composantes de l'ECG chez un patient sain sont les suivantes: onde P<0.12s, complexe QRS=0.06 à 0.10s, onde T=0.2s environ, intervalle PR=0.12 à 0.20s, segment ST=0 à 0.16s, intervalle QT=0.33 à 0.43s.

Les amplitudes des ondes P, Q, S et T normales sont de quelque 0.1mV ; l'onde R peut parfois dépasser 1mV. La fréquence cardiaque s'évalue à partir de la mesure d'un intervalle RR [13].

I.3.3 Dérivations cardiaques

La dérivation en électrocardiographie se définit par deux points d'observation de l'activité électrique du cœur à partir desquels on mesure une différence de potentiel électrique.

Généralement les appareils électro-cardiographiques peuvent enregistrer plusieurs différences de potentiels en même temps selon l'emplacement et le nombre d'électrodes réparties sur le corps. Chaque mesure de ces potentiels correspond alors à une dérivation de l'ECG, La courbe électrocardiographie va présenter des morphologies différentes selon l'emplacement des électrodes [5][13], Il existe deux types d'électrodes:

I.3.3.1 Dérivation sur le plan frontal (Les électrodes périphériques (appelé D))

Sont obtenues par la pose de trois électrodes (deux bras et jambe gauche), en général à la face interne du poignet et de la cheville. Pour obtenir une bonne conduction, il faut nettoyer et dégraisser la peau à l'aide d'une compresse imbibée d'alcool en mettant du gel conducteur, maintenir par une bande élastique suffisamment serrée. Il y a deux types de dérivations [18] :

A. Les dérivations bipolaires des membres

Les variations de potentiel sont enregistrées entre deux électrodes à la surface du corps. On appelle ligne de dérivation la droite théorique passant par les deux électrodes

d'enregistrement, car le dipôle dirige l'activité cardiaque standard entre deux points du corps placés sur les bras droit et gauche, ainsi que sur le pied gauche [4][13].

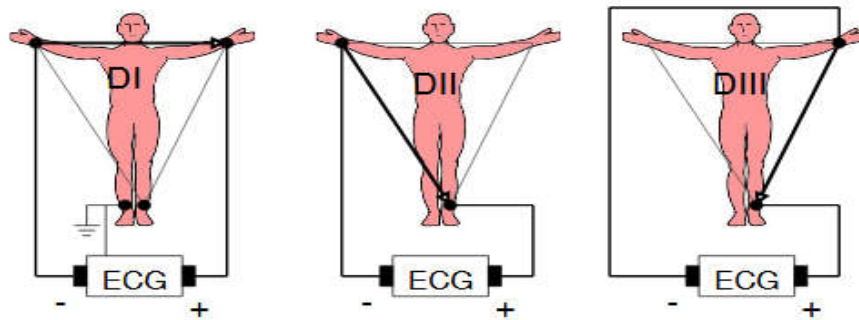


Figure I.8: Montage d'Einthoven pour l'enregistrement des dérivations bipolaires des membres.

Ces trois dérivations sont déduites des trois électrodes posées sur les membres, soit **VL** le potentiel sur le bras gauche, **VR** le potentiel sur le bras droit et **VF** le potentiel sur la jambe gauche, les trois dérivations :

- **DI (dérivation I):** entre le membre supérieur droit et gauche avec $DI = VL - VR$.
- **DII (dérivation II):** entre le membre supérieur droit et le membre inférieur droit avec $DII = VF - VR$.
- **DIII (dérivation III):** entre le membre supérieur gauche et le membre inférieur gauche avec $DIII = VF - VL$.

Ces trois dérivations constituent le triangle d'EINTHOVEN et chaque dérivation est un arrêt du triangle (cf. figure I.8) [19][20].

B. Les dérivations unipolaires des membres

Les trois dérivations unipolaires aVR, aVL et aVF (a = augmented, R = right, L = left, F = foot). Ont chacune des lignes allant d'un pôle positif à un pôle négatif en passant par le centre d'un triangle, chaque électrode est prise comme pôle positif avec pour référence négative les deux autres électrodes. Les trois dérivations sont (cf. figure I.9) [2] :

- **aVL** = $VL - VR + VF / 2 = 1.5VL$ (loi de Kirchhoff $VL + VR + VF = 0$).
- **aVR** : avec $aVR = 1.5VR$.
- **aVF** : avec $aVF = 1.5VF$

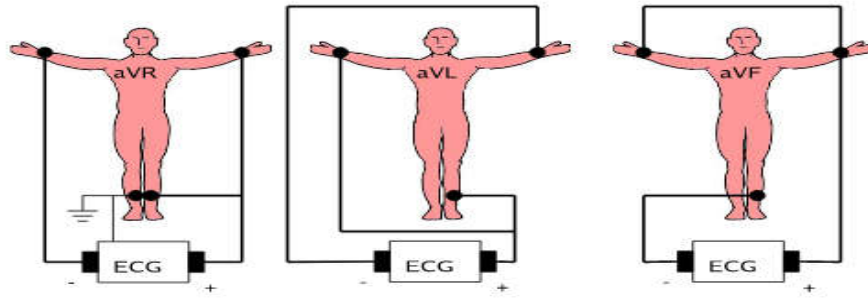


Figure I.9 : Montage de Goldberger pour l'enregistrement des dérivations unipolaires membres augmentés.

I.3.3.2 Dérivations sur le plan horizontal (précordiales)

Pour mesurer les potentiels proches du cœur, Wilson a introduit les dérivations du plan horizontal V1, V2, V3, V4, V5, et V6. Ces six dérivations sont localisées du côté gauche du thorax comme illustré (cf. figure I.10) [5].

Les potentiels sont enregistrés à partir d'une électrode exploratrice (pôle positif) placée sur le thorax et l'électrode de référence (pôle négatif) connectée à la borne centrale de Wilson. Ce sont des dérivations rapprochées car l'électrode exploratrice est placée à faible distance des parois du ventricule droit et gauche [6].

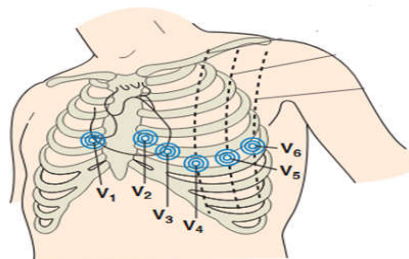


Figure I.10 : Positions des électrodes recommandées pour l'enregistrement du système de dérivations unipolaires précordiales.

I.3.4 Bruit et variabilité du signal ECG

Le signal électrocardiogramme (ECG) est obtenu en utilisant des électrodes placées sur la peau au voisinage du cœur. Durant l'étape d'enregistrement, le signal ECG peut être contaminé par plusieurs sources de bruit, ceux qui sont d'intérêt principal sont [21] :

- Interférences de ligne électrique (le secteur).
- Le contact de l'électrode.

- Le mouvement et la respiration du patient.
- L'électromyogramme (EMG).
- Bruit des instruments.

Un diagramme de blocs présente chacune de ces sources du bruit est représenté dans la figure I.11. Les différents signaux de bruit présentés dans cette figure seront caractérisés plus en détail dans cette section.

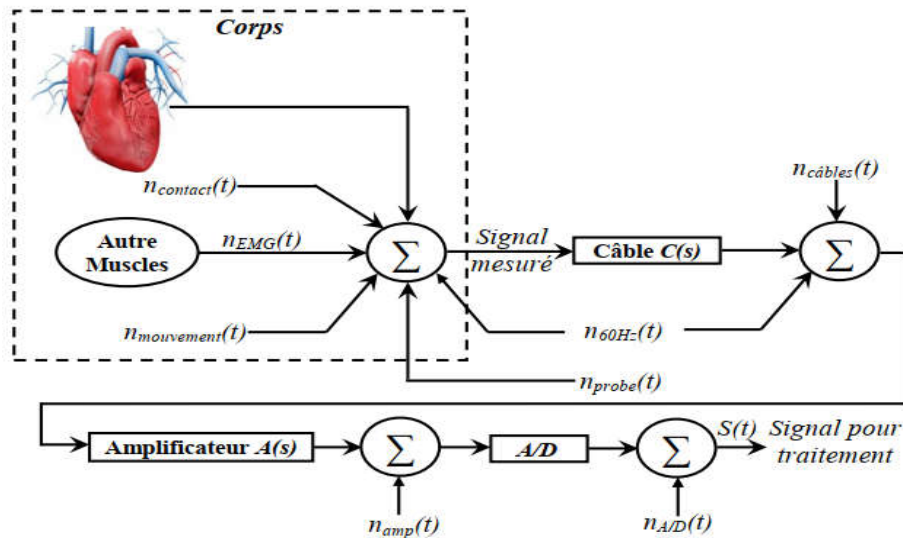


Figure I.11 : Schéma de principe montrant les principales sources du bruit en électrocardiographie.

I.3.4.1 Interférences de ligne électrique

Le spectre d'amplitude de Fourier d'un signal ECG typique (cf. figure 1.12) révèle diverses contenues fréquentiels du signal ECG. Plusieurs caractéristiques intéressantes sont facilement identifiables :

- 1--20Hz : l'information de battement du cœur (environ 72 battements par minute).
- 60Hz : interférences de ligne électrique.

L'interférence de ligne électrique est une perturbation habituelle qui pourrait ruiner le potentiel de diagnostic visuel de l'ensemble du signal. Comme son nom l'indique, ce type de bruit provient du champ électromagnétique de la ligne électrique. En fonction de la fréquence du réseau électrique public utilisée, la fréquence nominale du courant alternatif chevauche le signal ECG enregistré par couplage capacitif et inductif [22].

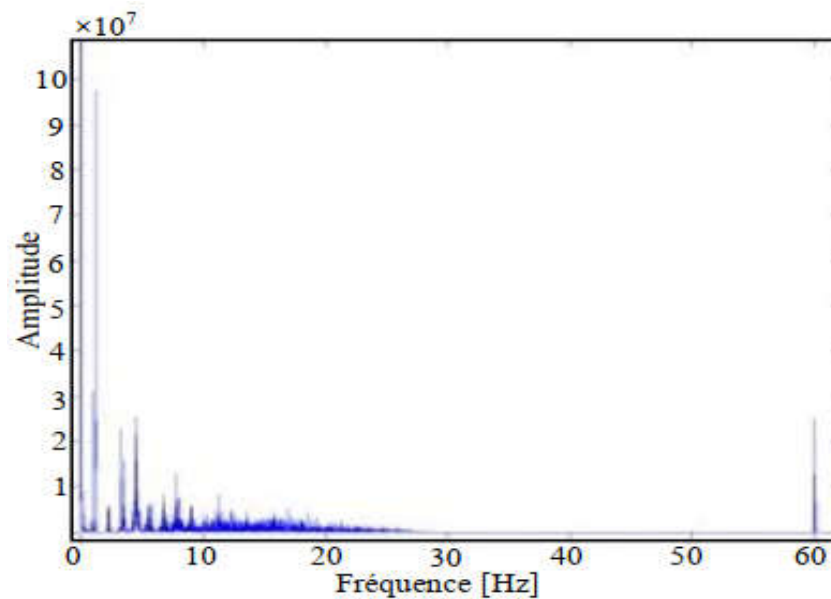


Figure I.12 : Le spectre d'amplitude de Fourier d'un signal ECG : Les interférences de ligne électrique de 60Hz et le bruit de la dérivation du potentiel de référence (à environ 0Hz) sont identifiables.

Typiquement, le couplage capacitif est responsable du bruit à haute fréquence alors que le couplage inductif introduit du bruit basse fréquence. Pour cette raison, le couplage inductif est le mécanisme dominant de l'interférence de ligne électrique dans l'électrocardiogramme. Nous devons toujours s'assurer que les électrodes sont appliquées correctement, et que tous les composants ont un blindage adéquat ce qui devraient aider à limiter la quantité d'interférence de ligne électrique.

L'artefact du bruit de ligne électrique peut être modélisé par :

$$n_{60Hz}(t) = A \times \sin(2\pi \cdot 60 + \Omega). \quad (\text{I.1})$$

La valeur de crête moyenne A , du bruit dépend de la quantité de couplage entre l'équipement de l'ECG et les lignes électriques. Pendant la mesure, la valeur crête à crête est également susceptible de fluctuer en raison des conditions environnementales changeantes, qui influencent la quantité de couplage inductif ou capacitif des lignes électriques aux équipements ECG. La phase de la sinusoïde, représentée par Ω dans l'Équation I.1, est une variable aléatoire avec une répartition uniforme dans l'intervalle $[-\pi; \pi]$. Ce modèle simpliste suppose que le bruit ne se produira que à 60Hz, mais en réalité, le bruit de ligne électrique a une bande passante finie autour de sa fréquence centrale nominale, ce qui suggère que le bruit total est composé de nombreux sinusoïdes de fréquence similaire [13].

1.3.4.2 Contact de l'électrode et le mouvement

Contact de l'électrode et le mouvement Semblable aux artefacts de mouvement, ce type de bruit est causé par les modifications du support de propagation entre le cœur et les électrodes. Des changements soudains dans l'impédance des électrodes cutanées induisent des transitoires brusques dans la ligne de base du signal qui décroissent de manière exponentielle jusqu'à la valeur de la ligne de base. Les artefacts de mouvement sont des changements de ligne de base transitoires causés par le mouvement de l'électrode [22]. Le bruit de contact de l'électrode est causé par des variations de la position du cœur par rapport aux électrodes et des changements dans le milieu de propagation entre le cœur et les électrodes. Cela provoque des changements soudains dans l'amplitude du signal ECG, ainsi que des décalages basse fréquence de la ligne de base. En outre, une faible conductivité entre les électrodes et la peau diminue l'amplitude du signal ECG et augmente la probabilité de perturbations; ces perturbations résultants dans la ligne de base sont causées par la variation de l'impédance de l'électrode-peau. Plus l'impédance de l'électrode-peau est grande, plus le changement d'impédance relative est important, ce qui entraînera un changement majeur dans la ligne de base du signal ECG. Si l'impédance de la peau est extraordinairement élevée, il est peut-être impossible de détecter les caractéristiques du signal de manière fiable en présence du mouvement du corps [23] (des changements soudains dans l'impédance de l'électrode-peau). Le bruit de contact est représenté par $n_{contact}(t)$ dans la figure I.11.

Les artefacts de mouvement sont des changements de ligne de base transitoires causés par le mouvement de l'électrode. Les causes habituelles des artefacts de mouvement sont les vibrations, le mouvement ou la respiration du patient. L'amplitude et la durée du pic de l'artefact sont des variables aléatoires qui dépendent aux propriétés des électrodes, les propriétés de l'électrolyte (si l'on utilise entre l'électrode et la peau) et l'impédance de la peau et le mouvement du patient [23]. La Figure I.13 montre un segment de 70 secondes d'un signal ECG, où la dérive de la ligne de base est variée entre $-400mV$ à $400mV$. Dans ce signal ECG, la dérive de la ligne de base se produit à une fréquence inhabituellement basse et très probablement, à partir de changements très lents dans l'impédance de l'électrode-peau. Ce bruit peut également être observé sur le spectre de puissance de Fourier dans la Figure I.12; Le grand pic le plus proche de DC est le résultat de décalage basse fréquence de la ligne de base. Les artefacts du bruit introduits par le mouvement du patient sont modélisés par $n_{mouvement}(t)$ dans la Figure I.11 [13].

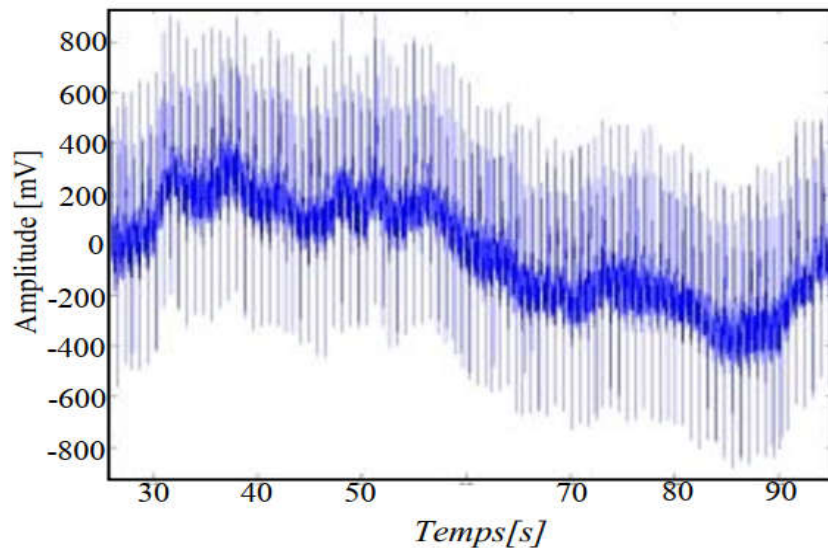


Figure I.13 : Signal ECG avec la déformation de la ligne de base.

1.3.4.3 Bruit de l'électromyogramme (EMG)

Le bruit de l'EMG est causé par la contraction d'autres muscles en dehors du cœur. Lorsque d'autres muscles à proximité des électrodes contractent, ils génèrent des ondes de dépolarisation et de repolarisation qui peuvent également être récupérées par l'ECG. L'étendue de la diaphonie dépend de la quantité de contraction musculaire (mouvement du patient) et de la qualité des sondes.

Il est bien établi que l'amplitude du signal EMG est stochastique (aléatoire) et peut être raisonnablement modélisée par une fonction de distribution Gaussienne. La moyenne du bruit peut être supposée nulle; Cependant, la variance dépend des variables environnementales et changera en fonction des conditions. Certaines études ont montré que l'écart type du bruit est typiquement de 10% de l'amplitude crête du signal ECG. Bien que le modèle statistique actuel soit inconnu, il convient de noter que l'activité électrique des muscles pendant les périodes de contraction peut générer des potentiels de surface comparables à ceux du cœur et peut complètement éliminer le signal désiré. Les effets typique du bruit EMG peuvent être observés dans le signal ECG montré dans la Figure I.14. Ce bruit est modélisé par $n_{EMG}(t)$ dans la Figure I.11 [13].

1.3.4.4 Bruit des instruments

L'équipement électrique utilisé dans l'enregistrement du signal ECG contribue également au bruit. Les principales sources de cette forme du bruit sont les sondes d'électrodes, les câbles, le processeur, amplificateur de signaux et le convertisseur analogique-numérique, représentés respectivement par $n_{probe}(t)$, $n_{cables}(t)$, $n_{amp}(t)$ et

$n_{A/D}(t)$ dans la Figure I.11. Étant donné que cette forme du bruit est généralement définie par une distribution Gaussienne blanche. Malheureusement, le bruit d'instrumentation ne peut être éliminé car il est inhérent aux composants électroniques, mais il peut être réduit grâce à des équipements de meilleure qualité et à une conception de circuit prudente [13].

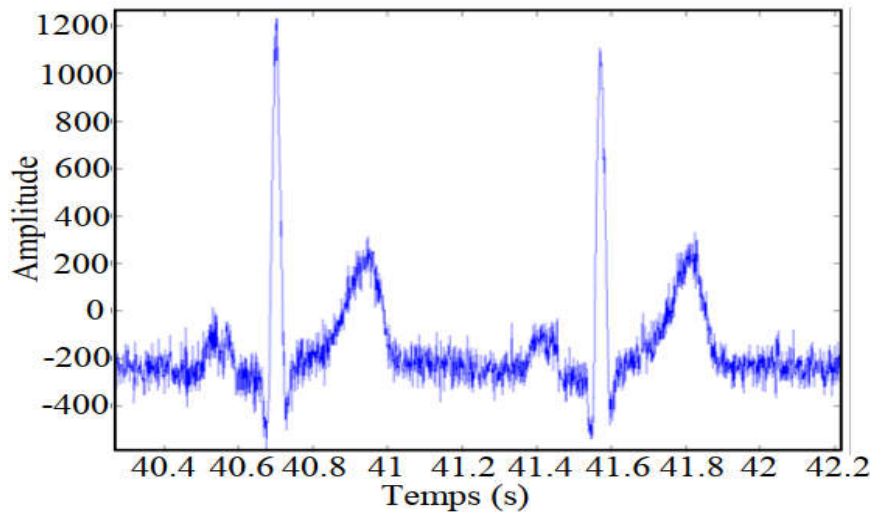


Figure I.14 : Signal ECG contaminé par bruit EMG.

I.4 Conclusion

Plusieurs activités électriques peuvent être détectées au niveau du corps humain (ECG, EMG, EEG). Le signal électrocardiogramme (ECG) est considéré dans notre cas. L'électrocardiogramme représente l'activité électrique du cœur. Ce signal peut être utilisé dans le domaine médical pour détecter les anomalies de fonctionnement du cœur (diagnostic). L'électrophysiologie cardiaque a été expliquée en détail dans ce chapitre où nous avons essayé d'expliquer et de vulgariser toutes les notions liées au signal électrocardiogramme. Tous les types du bruit qui peuvent contaminer l'ECG ont été présentés.

Le chapitre suivant sera consacré à la modélisation du signal électrocardiogramme.

CHAPITRE 02

MODELISATION DU SIGNAL ELECTROCARDIOGRAMME ECG

Sommaire

II.1	Introduction	21
II.2	Définition d'un processus et d'un modèle	21
II.2.1	Processus	21
II.2.2	Modèles	21
II.2.2.1	Buts d'une modélisation	22
II.3	Choix du modèle d'un processus	22
II.3.1	Modèle à temps continu	22
II.3.2	Modèles à temps discontinu ou discret	23
II.3.3	Modèle linéaire	23
II.3.4	Modèle non linéaire	24
II.4	Cycles limites	25
II.5	Modélisation Dynamique du Signal ECG	28
II.6	Conclusion	39

II.1 Introduction

La modélisation du battement cardiaque est une étape essentielle pour l'identification automatique des ondes de l'électrocardiogramme. Elle a pour objectif de trouver une représentation mathématique, aussi simple et compacte que possible, de la forme de chaque onde constitutive du battement cardiaque. En effet, la représentation la plus « naturelle » des ondes consisterait à décrire le signal par son amplitude à chaque instant.

La méthode de modélisation que nous allons voir repose sur l'approche d'espace d'état, et se base sur la théorie des équations différentielles.

II.2 Définition d'un processus et d'un modèle

II.2.1 Processus

Un processus est caractérisé par :

- Une ou plusieurs grandeurs de sortie, mesurables, qui constituent le résultat du processus,
- Une ou plusieurs grandeurs d'entrée (ou facteurs), qui peuvent être de deux types :
 - des entrées sur lesquelles il est possible d'agir (entrées de commande),
 - des entrées sur lesquelles il n'est pas possible d'agir (perturbations); ces entrées peuvent être aléatoires ou déterministes, mesurables ou non mesurables.

Les processus peuvent être de toutes natures: physique, chimique, biologique, écologique, financier, sociologique, etc [24].

II.2.2 Modèles

Le but de toute modélisation de processus est de trouver une représentation mathématique qui régit le fonctionnement de ce processus, en d'autres termes une représentation mathématique de son fonctionnement. Nous nous intéressons ici aux modèles mathématiques, qui représentent les relations entre les entrées et les sorties du processus par des équations. Si ces équations sont algébriques, le modèle est dit statique. Si ces équations sont des équations différentielles ou des équations aux différences récurrentes, le modèle est dit dynamique, respectivement à temps continu ou à temps discret [25].

Un modèle est caractérisé par son domaine de validité, c'est-à-dire par le domaine de l'espace des entrées dans lequel l'accord entre les valeurs des sorties du processus calculées par le modèle, et leurs valeurs mesurées, est considéré comme satisfaisant compte tenu de l'utilisation que l'on fait du modèle [26].

II.2.2.1 Buts d'une modélisation

Un modèle peut être utilisé soit :

- Pour simuler un processus : à des fins pédagogiques, de détection d'anomalies de fonctionnement, de diagnostic de pannes, de conception assistée par ordinateur, etc.
- Pour effectuer la synthèse d'une loi de commande, ou pour être incorporé dans un dispositif de commande [27].

II.3 Choix du modèle d'un processus

La détermination d'un modèle mathématique d'un processus nécessite en général diverses hypothèses simplificatrices afin de limiter sa complexité. Dans chaque application, il apparaît nécessaire de faire un compromis entre la finesse et la précision du modèle à mettre en œuvre d'une part, et la limite de complexité admissible, compte tenu des objectifs fixe, d'autre part [29].

Nous nous intéressons ici essentiellement aux processus pour lesquels les variables caractéristiques sont susceptibles de prendre un ensemble continu de valeurs appartenant à des intervalles fixés. De plus nous ne traiterons que des modèles de processus à paramètres localisés, c'est-à-dire, décrits par des équations différentielles ordinaires ou des équations récurrentes [24][26][29].

II.3.1 Modèle à temps continu

Le temps est une variable qui évolue de façon continue sur un intervalle $T \subset R$ prenant en croissant toutes les valeurs situées dans cet intervalle. C'est le cas par exemple d'un modèle dans l'espace d'état de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t, v); \\ y &= h(x, u, t, w); \end{aligned} \tag{II.1}$$

Où \dot{x} représente la dérivée totale dx/dt du vecteur d'état $x \in R^n$ par rapport au temps, $u \in R^l$ le vecteur d'entrée, $t \in T$ le temps, $v \in R^{n_v}$ un vecteur de perturbations, et $y \in R^m$ le vecteur des sorties.

Dans cette représentation on a :

$$\begin{aligned} f: R^n \times R^l \times T \times R^{n_v} &\rightarrow R^n, \\ h: R^n \times R^l \times T \times R^{n_v} &\rightarrow R^m, \\ T = [t_0, t_0 + T_e], t_0 \in R, t_0 < \infty, T_e &\notin R^+, \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Dans beaucoup de problème, on prend $t_0 = 0$ ou $t_0 > 0$ mais cette restriction n'est en aucun nécessaire a priori.

II.3.2 Modèles à temps discontinu ou discret

L'utilisation de ce type de modèle soit lorsque le processus étudié a naturellement un mode d'évolution séquentiel, soit lorsque-on a adopté une représentation du processus qui correspond à une observation des variable d'état ou de sortie à des instants discrets t_k du temps avec $k \in Z$.

Dans ce cas une représentation dite échantillonnée, particulièrement bien adoptée aux divers types de calculs à effectuer dans les problèmes de commande de processus par calculateur numérique.

En noté :

$$x_k = x(t_k). \quad (\text{II.3})$$

Alors, la description continue (II.1) devient :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k, u_k, k, v_k). \\ y_k &= h(x_k, u_k, k, w_k). \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

II.3.3 Modèle linéaire

Ce modèle caractérise un processus susceptible d'être décrit par une équation différentielle ordinaire ou une équation récurrente à coefficients constants (stationnaire) ou non constants (non stationnaire) ou par un ensemble d'équation de ce type [24].

La propriété fondamentale des systèmes linéaires s'exprime par le principe de superposition : si $y_1(t)$ et $y_2(t)$ représentent respectivement l'évolution des sorties du processus pour les entrées $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sur un horizon et pour un état initial donné, alors, à l'entrée $u(t)$:

$$u(t) = \alpha_1 u_1(t) + \alpha_2 u_2(t); \quad (\text{II.5})$$

où α_1 et α_2 sont des constantes réelles, correspond la sortie :

$$y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t). \quad (\text{II.6})$$

sur le même horizon et pour les mêmes conditions initiales.

II.3.4 Modèle non linéaire

Dans un modèle non linéaire, le théorème de superposition n'est plus valable. Dans certains cas, lorsque le processus non linéaire est utilisé dans une plage de variation limitée de ses variables d'état, alors l'évolution sera effectuée autour d'une valeur x_0 donnée, il est donc possible d'effectuer une linéarisation autour de ce point de fonctionnement en prenant comme nouvelle variable l'expression $\Delta x = x - x_0$ [26].

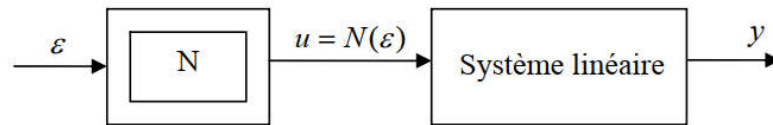


Figure II.1: Système à non linéarité séparable.

Le dernier cas, on néglige dans le développement limité de la non linéarité $f(\cdot)$ les termes d'ordre supérieurs à 1.

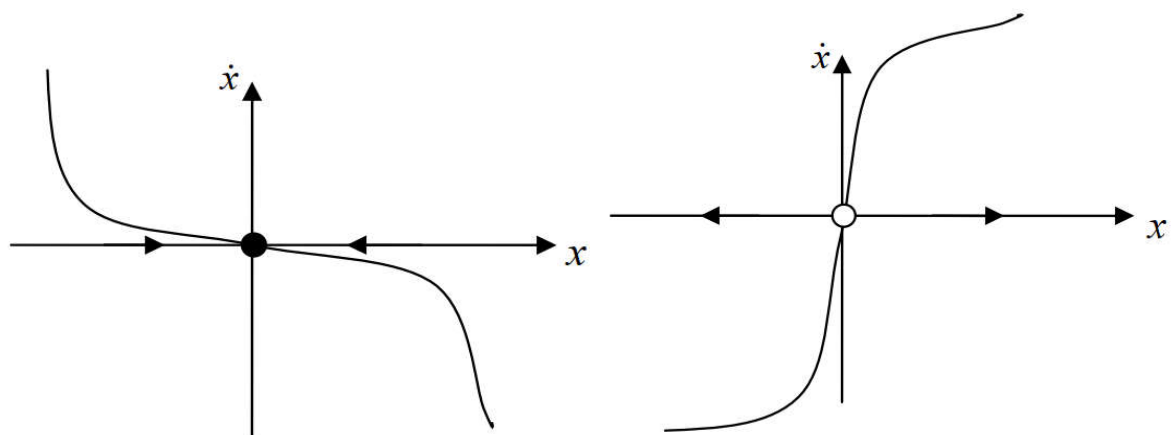
$$\dot{x} = f(x, u, t). \tag{II.7}$$

Si la non linéarité f admet des dérivées partielles continues au premier ordre, alors, le modèle linéarisé sera valable pour (x, u) évoluant dans un voisinage de (x_0, u_0) :

$$\begin{aligned} f(x, u) &= f(x_0, u_0) f'_x(x_0, u_0) + (u - u_0) f'_u(x_0, u_0) \\ &= f(x_0, u_0) + \Delta x F_x + \Delta u F_u ; \end{aligned} \tag{II.8}$$

Avec : $\Delta x = x - x_0$, $\Delta u = u - u_0$, et :

$$F_x = \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \right\}; F_u = \left\{ \frac{\partial f}{\partial u} \right\}, \tag{II.9}$$



(a) : Point d'équilibre stable

(b) : Point d'équilibre instable

Figure II.2 : Comportement dynamique d'un système unidimensionnel

Pour certains processus non linéaires et/ou non stationnaires, on adopte aussi parfois une représentation multi modèle, chaque modèle étant représentatif de l'évolution du processus dans un domaine limite de l'espace et du temps.

Ainsi un système linéaire non stationnaire peut être représenté par un ensemble de modèle linéaires à coefficients constants se succédant au cours du temps [26][24].

II.4 Cycles limites

Le comportement d'un système unidimensionnel est soit convergent vers un point d'équilibre, soit divergent vers l'infinie [30] (cf. figure II.2) , Ces comportements sont aussi présents dans les systèmes bidimensionnels (cf. figure II.3) où la convergence ou la divergence se font d'une manière sous amortie (cf. figure II.3.(a)) ou sur amortie (cf. figure II.3.(b)) [31][24].

Dans ce chapitre, les variables d'états seront définies par : $x_1 = x$ et $x_2 = \dot{x}$. Les réponses données dans la figure II.3 sont relatives à un système linéaire du deuxième ordre :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\omega_n^2 x_1 - 2\xi\omega_n x_2 ; \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

avec ω_n la pulsation propre et ξ le coefficient d'amortissement qui est faible pour la figure II.3(a) et fort pour la figure II.3(b).

En plus, un autre comportement peut être obtenu avec les systèmes bidimensionnels : "Périodicité". Pour ces systèmes, on distingue deux types de périodicités:

✓ Centre :

Ce comportement est représenté par les trajectoires données dans la figure II.4. Par exemple, le système

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Possède des trajectoires périodiques de période 2π (cf. figure II.4).

✓ Cycles limites

Si un système dynamique démarre au voisinage, mais non d'un point d'équilibre stable x^* , alors sa réponse va converger orbitalement vers x^* [24], Notons que la solution $x(t)$ s'approchera de x^* mais elle ne l'atteindra jamais ($x(t) \rightarrow x^*$ mais $x(t) \neq x^* \forall t$), comme nous le constatons de la figure II.3.

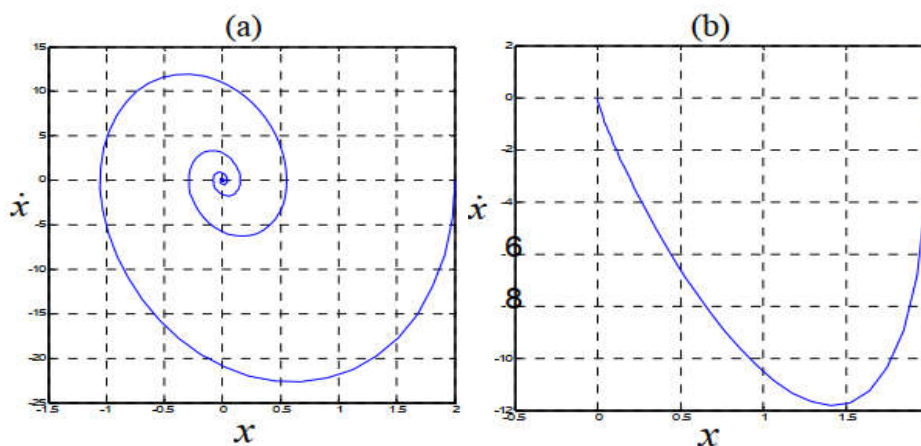


Figure II.3 : Comportement dynamique d'un système bidimensionnel :

(a) faible amortissement (b) fort amortissement

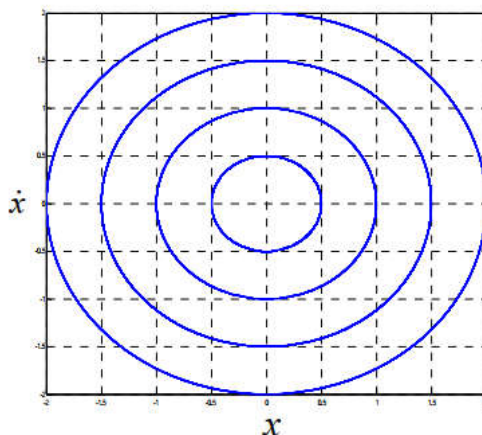


Figure II.4 : Comportement dynamique oscillatoire (centres) d'un système bidimensionnel : trajectoires centrées (sans amortissement)

Cette idée nous mène directement au deuxième type de comportement périodique qu'on appelle "cycle limite". En combinant les deux formes de trajectoires des figures II.3 et II.4, on peut dire : "Il est possible qu'une trajectoire n'exhibe jamais un comportement périodique, mais elle va se rapprocher d'une orbite périodique (cf. figure II.5).

Ce système commence à partir d'un certain point initial, le chemin prend une forme en spirale a proche du cercle, mais n'atteint pas le cercle de l'unité. Au fil du temps, la trajectoire devient de plus en plus une orbite périodique.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \left(1 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right) x_1 - \omega_n x_2 \\ \dot{x}_2 &= \left(1 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right) x_2 - \omega_n x_1 \end{aligned} \tag{II.12}$$

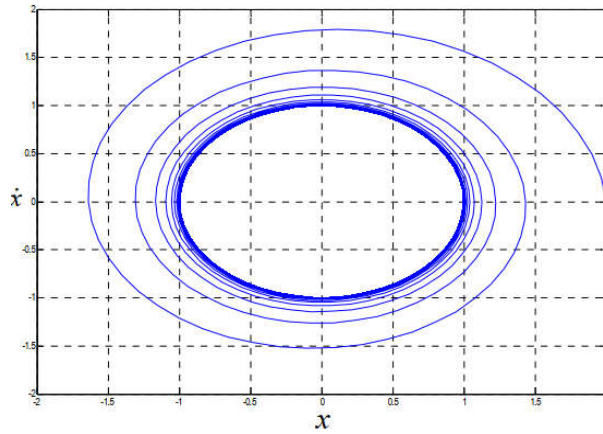


Figure II.5: Comportement dynamique en cycle limite d'un système bidimensionnel.

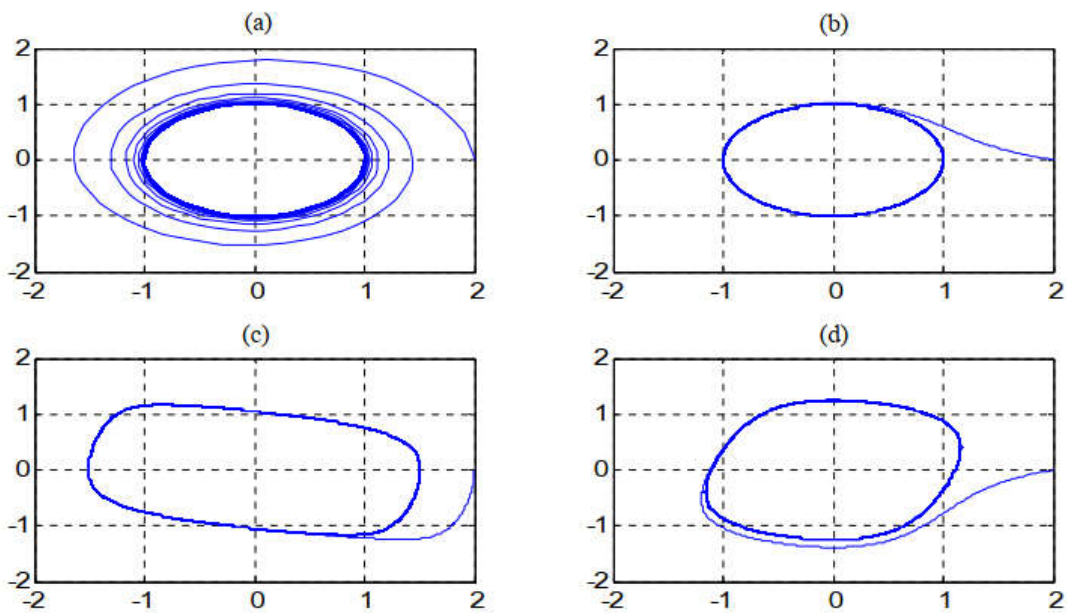


Figure II.6: Quelques comportements en cycle limite.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 - x_2 - (x_1^2 + x_2^2)x_1 \\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_2 - (x_1^2 + x_2^2)x_2 \end{aligned} \tag{II.13}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - \varepsilon x_2(x_2^2 - 1)x_2 \end{aligned} \tag{II.14}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 + x_2 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \end{aligned} \tag{II.15}$$

Les trajectoires dans le plan de phase des équations (II.12), (II.13), (II.14) et (II.15) sont représentées dans les figures (II.6(a), (b), (c) et (d)), respectivement, avec ω_n dans l'équation (II.12), un paramètre désignant la pulsation voulue du cycle limite et ε dans l'équation (II.14), un paramètre positif définissant la forme du cycle limite. L'équation (II.14) est appelée Equation de Rayleigh.

II.5 Modélisation Dynamique du Signal ECG

Dans cette partie on va présenter un modèle dynamique générant le signal ECG en utilisant les équations mathématique (dynamique) qu'est a été proposé par (McSharry, et al., 2003)[32] pour générer un signal électrocardiogramme (ECG) synthétique. Ce modèle produit un trajectoire dans un espace-état tridimensionnel (3-D) avec des coordonnées (x,y,z) [32] [33]. La quasi périodicité de l'ECG sera modélisée par le mouvement de la trajectoire autour d'un cycle limite de rayon unité dans le plan (x, y) [26].

Un chemin circulaire peut être obtenu en résolvant l'équation différentielle du second ordre. Ces équations différentielles sont données par :

$$a\ddot{y} + b\dot{y} + cy = cu(t); \quad (\text{II.16})$$

Où $u(t)$ est l'entrée, $y(t)$ la sortie et a , b et c des réels positifs.

L'équation différentielle homogène (entrée nulle) du système est donnée par:

$$\ddot{y} + \frac{b}{a}\dot{y} + \frac{c}{a}y = 0. \quad (\text{II.17})$$

Pour résoudre ce système, l'équation caractéristique suivante sera utilisée:

$$r^2 + \frac{b}{a}r + \frac{c}{a} = 0. \quad (\text{II.18})$$

La solution homogène $y_h(t)$ donne le comportement (régime) transitoire du système. Plusieurs cas peuvent être distingués :

1. Si $b = 0$: l'équation (II.18) se réduit à :

$$r^2 + \frac{c}{a} = 0. \quad (\text{II.19})$$

Et la solution sera de type sinusoïdal comme suit :

$$y_h(t) = A \cos(\omega_n t + \varphi). \quad (\text{II.20})$$

avec $\omega_n = \sqrt{\frac{c}{a}}$ la pulsation naturelle du système. Cette solution s'appelle régime oscillant non amorti.

2. Si $b \neq 0$: l'équation (II.18) sera résolue en utilisant son discriminant comme suit :

$$\Delta = \frac{b^2 - 4ac}{a^2}.$$

Trois cas peuvent être rencontrés :

✓ Si $\Delta > 0$: l'équation caractéristique admet deux racines réelles négatives, r_1, r_2

avec :

$$r_1 + r_2 = \frac{-b}{a} \quad \text{et} \quad r_1 r_2 = \frac{c}{a}. \quad (\text{II.21})$$

et la solution admet la forme suivante :

$$y_h(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t}. \quad (\text{II.22})$$

qui correspond à une solution non oscillatoire appelée régime apériodique amorti.

✓ Si $\Delta < 0$: l'équation caractéristique admet deux racines complexes :

$$r_{1,2} = \frac{-b}{2a} \pm j \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}. \quad (\text{II.23})$$

la solution sera :

$$y_h(t) = A e^{\frac{-b}{2a}t} \cos(\omega t + \varphi); \quad (\text{II.24})$$

avec : $\omega = \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$

On remarque que cette solution contient des oscillations sinusoïdales amorties, et le régime sera appelé pseudopériodique.

✓ Si $\Delta = 0$: on remarque que $b = 2\sqrt{ac}$, et la solution sera donnée par :

$$y_h(t) = e^{\frac{-b}{2a}t} (c_1 t + c_2). \quad (\text{II.25})$$

A ce niveau, les oscillations commencent à être générées, et ce régime s'appelle amorti critique.

Nous constatons que le rapport b/a joue un rôle très important dans la détermination du type de la réponse (amortissement ou oscillation du régime transitoire), si nous prendrons comme référence le régime critique dans lequel on pose $b_c = 2\sqrt{ac}$, Maintenant, comparez b_c avec b comme suite :

On pose :

$$\zeta = \frac{b}{b_c} = \frac{b}{2\sqrt{ac}}; \quad (\text{II.26})$$

Où ζ appelé coefficient d'amortissement.

L'équation (II.16) sera alors :

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y = \omega_n^2u(t). \quad (\text{II.27})$$

Qui est la forme standard des systèmes du deuxième ordre. Maintenant nous allons montrer comment obtenir une trajectoire circulaire dans l'espace d'état en utilisant l'équation différentielle (II.27).

Considérons l'équation différentielle homogène de (II.27) suivante :

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y = 0. \quad (\text{II.28})$$

Soient le choix suivant des variables d'états :

$$\begin{cases} x_1 = y \\ x_2 = \dot{y}. \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

La représentation d'état de (II. 28) sera donc :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\omega_n^2x_1 - 2\zeta\omega_nx_2. \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Dans ce qui suit, nous allons présenter des simulations du système (II. 30) pour différentes valeurs du coefficient de frottement ζ et pour quelle valeur de ζ la trajectoire circulaire est obtenue.

✓ $\zeta = 0.1$ et $\omega_n = 1$:

Les figures (II.7, II.8 et II.9) ci-dessous montrent le cas de régime oscillant amorti :

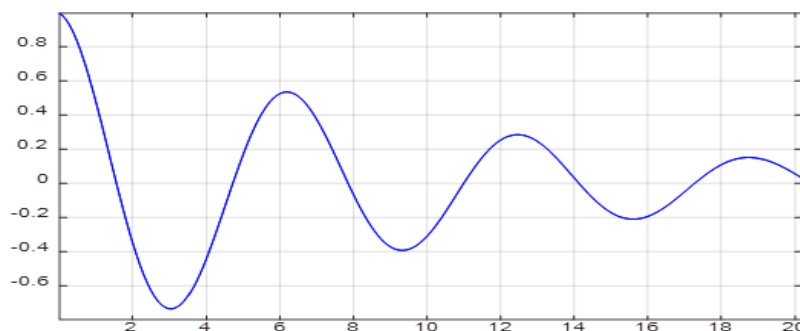


Figure II.7 : Etat x en fonction du temps t

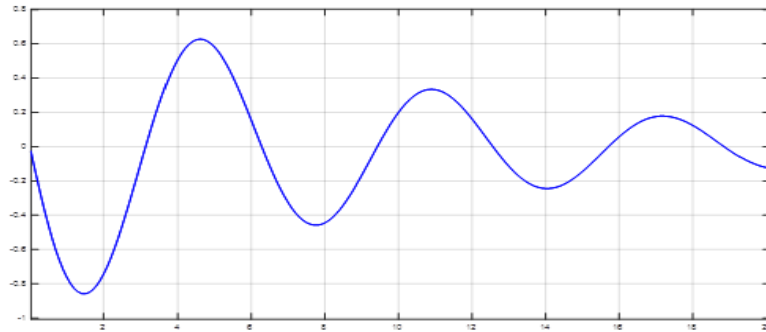


Figure II.8 : Etat y en fonction du temps t .

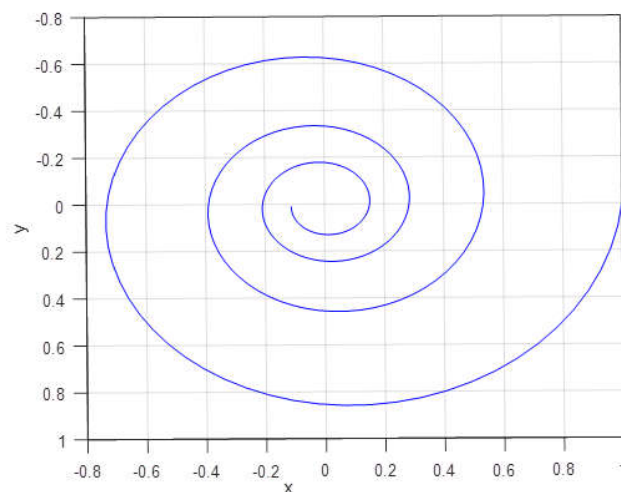


Figure II.9 : Réponse du système dans le plan de phase (y en fonction x).

Nous remarquons que le système au niveau de la phase est une spirale convergeant vers le point $(0,0)$ indiquant sa réponse et ce pour deux raisons: entrée nulle et présence des frottements. Alors, et par intuition, une trajectoire circulaire peut être obtenue si on ne fait pas converger la spirale vers le point zéro et ceci peut être réalisé en éliminant complètement les frottements, ce qui peut être réalisé mathématiquement en posant $\zeta = 0$ et qui est l'objet du point suivant.

❖ $\zeta = 0$ et $\omega_n = 1$:

La représentation de l'Etat (II.30) sera donc :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y \\ \dot{x}_2 = -\omega_n^2 x_1. \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

Dans ce cas le régime est oscillant non amorti, et les réponses correspondantes sont présentés dans les figures (II.10, II.11 et II.12) :

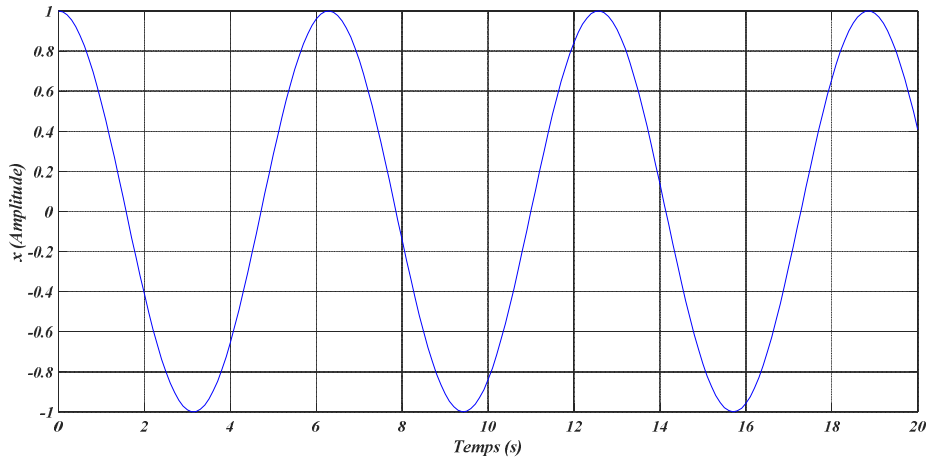


Figure II.10 : Etat x en fonction du temps t .

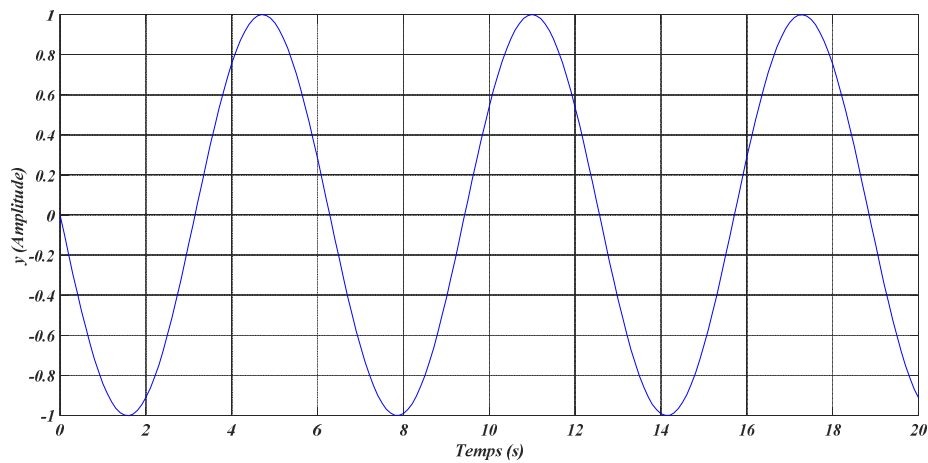


Figure II.11 : Etat y en fonction du temps t .

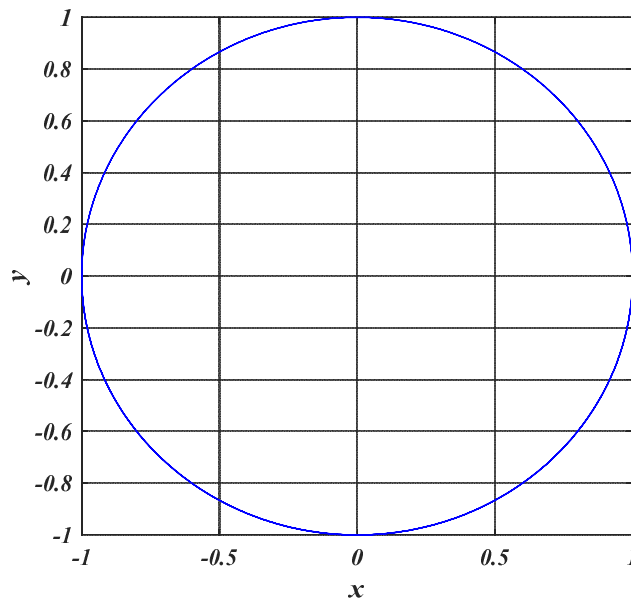


Figure II.12 : Réponse du système dans le plan de phase (y en fonction x).

Alors, et comme on le constate, une trajectoire circulaire a été obtenue dans le plan de phase, et c'est cette trajectoire qui va être notre base pour la génération d'un signal ECG.

Dans ce qui suit, et vu que les coordonnées cartésiennes vont être utilisés, on utilisera comme variables d'état x, y, z . Soit le choix suivant des variables d'état [32] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x - \omega_n y, \\ \dot{x}_2 = \alpha y + \omega_n x, \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

avec : $\alpha = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$.

Notez que le système (II.32) a une solution analytique comme suit:

$$\begin{cases} x = \sin(\omega_n t) \\ y = \cos(\omega_n t) \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Notons que Chaque révolution de la trajectoire circulaire (Equation (II. 32) et figure II.12) va correspondre à un intervalle RR (un battement du cœur) du signal ECG [35] (cf. figure II. 13).

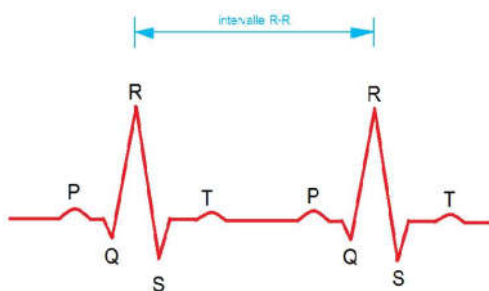


Figure II.13 : Intervalle RR.

L'amplitude du signal ECG va être considérée comme la variation suivant l'axe z de la trajectoire circulaire. Dans le plan $x - y$ nous avons l'évolution d'une trajectoire circulaire, et à des moments bien déterminés (les instant de réalisation des pics ou sommets P, Q, R, S et T) on fait introduire des Gaussiennes dans la direction de l'axe z dans le but d'obtenir les amplitudes de l'ECG et ceci en utilisant l'équation différentielle comme suit [34] :

$$\dot{x}_3 = - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (z - z_0). \quad (\text{II.34})$$

avec $\Delta \theta_i = (\theta - \theta_i)$, $\theta = \arctan 2(y, x)$, a_i sont des paramètres représentant les amplitudes des Gaussiennes introduites, les b_i représentent les largeurs des Gaussiennes et enfin z_0 représente la ligne de base du signal ECG.

La trajectoire 3D des équations (II.32 et II.34) est représentée sur la figure (II.14), dans laquelle on remarque la forme apparente du signal électrocardiogramme ECG suivant l'axe z .

Les points P, Q, R, S et T de l'ECG sont décrits par des événements correspondant à des attracteurs négatifs ou positifs dans la direction des z . Ces événements sont placés à des angles fixes le long du cercle unitaire et sont donnés par $\theta_P, \theta_Q, \theta_R, \theta_S$ et θ_T (figure II.15).

Quand la trajectoire s'approche de l'un de ces événements, elle est poussée soit vers le haut soit vers le bas loin du cycle limite, et ensuite après un certain moment elle revient (sera retirée) vers le cycle limite [36].

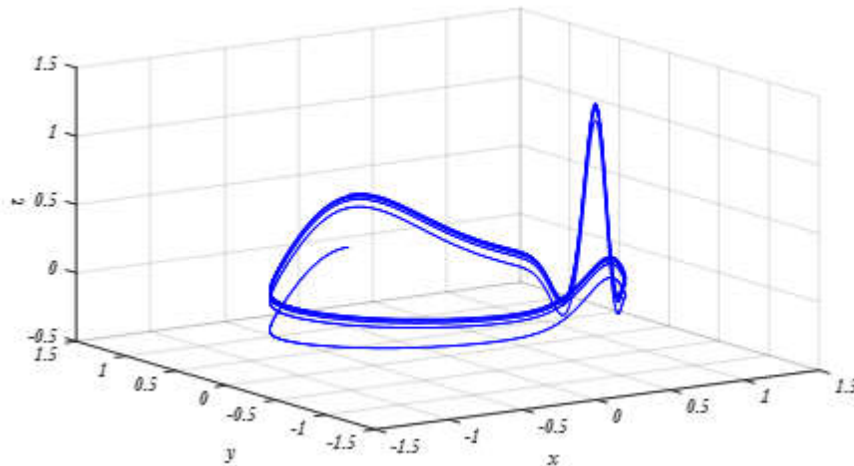


Figure II.14: Trajectoire 3D des équations (II.32 et II.34).

La figure (II.15) représente une trajectoire typique produite par le modèle dynamique (II.32 et II.34) dans l'espace 3-D donné par (x, y, z) , la ligne noire reflète le cycle limite de rayon unitaire, et la ligne bleue montre les positions des événements P, Q, R, S et T.

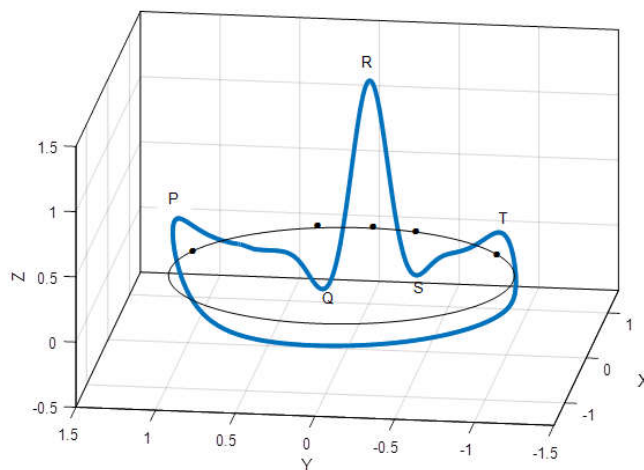


Figure II.15: Trajectoire typique produite par le modèle dynamique.

Donc, et d'après tous ce que nous avons présentés, le modèle dynamique de L'ECG peut être donné par l'ensemble des trois équations différentielles suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x - \omega_n y \\ \dot{x}_2 = \alpha y + \omega_n x \\ \dot{x}_3 = -\sum_{i \in \{P,Q,R,S,T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (z - z_0) \end{cases} \quad (II.35)$$

La déviation de la ligne de base a été introduite en injectant la valeur de la ligne de base z_0 dans (II.35) à la fréquence respiratoire f_r :

$$z_0(t) = A \sin(2\pi f_r t); \quad (II.36)$$

avec : $A = 0.15mV$ et $f_r = 0.25Hz$

Les paramètres d'un modèle de signal ECG est donnée par le tableau suivant :

Tableau II.1 : Les paramètres du modèle ECG					
Indice (i)	P	Q	R	S	T
Temps(s)	-0.2	-0.05	0	0.05	0.3
θ_i (Rad)	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{12}$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$
a_i	1.2	-0.5	30.0	-7.5	0.75
b_i	0.25	0.1	0.1	0.1	0.4

L'équation du mouvement donnée par II.35 sera intégrée en utilisant la méthode de Runge Kutta d'ordre quatre [32] dont l'algorithme est le suivant :

1. Etant donné un pas de temps h , une condition initiale (t_0, y_0) , et un nombre maximal d'itérations N .

2. Pour $0 \leq n \leq N$:

$$k_1 = hf(y_n)$$

$$k_2 = hf\left(y_n + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = hf\left(y_n + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = hf(y_n + k_3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4)$$

$$t_{n+1} = t_n + h$$

Ecrire t_{n+1} et y_{n+1}

3. Arrêt.

Où la fonction non linéaire f est donné par :

$$f = \begin{bmatrix} \alpha x - \omega_n y \\ \alpha y + \omega_n x \\ - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (z - z_0) \end{bmatrix}$$

On représenté dans la figure II.16-a- la solution tridimensionnelle (x, y, z) numérique du modèle de l'ECG donné par l'équation II.35, la solution bidimensionnelle (x, y) (cf. Figure II.16-b-), et finalement les solutions des coordonnées x et y en fonction du temps (cf. Figure II.16-c- , Figure II.16-d-).

La partie qui nous intéresse de la solution trouvée sur l'axe z , et c'est la partie qui représente la forme du signal ECG, donc pour l'obtenir, il faut représenter z en fonction du temps (cf. Figure II.17).

La fréquence du signal électrocardiogramme produit par le modèle (II.35) peut être variée en changeant la vitesse angulaire ω_n (pulsation naturelle) de la trajectoire comme suit :

$$\omega_n = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T}; \quad (\text{II.37})$$

où T est la période correspondante à un intervalle RR.

On représente le signal électrocardiogramme obtenu par le modèle (II.35) pour trois valeurs différentes de la période T (cf. Figure II.18).

D'une manière générale, le modèle mathématique idéal de l'ECG (II.35), peut être rapproché à n'importe quel signal ECG réel et cela en contrôlant les grandeurs suivantes :

- ❖ Les paramètres du tableau II.1
- ❖ La période du signal (en la variant si elle est variable dans le signal réel)
- ❖ La ligne de base (Baseline)
- ❖ Le bruit ajouté au modèle.

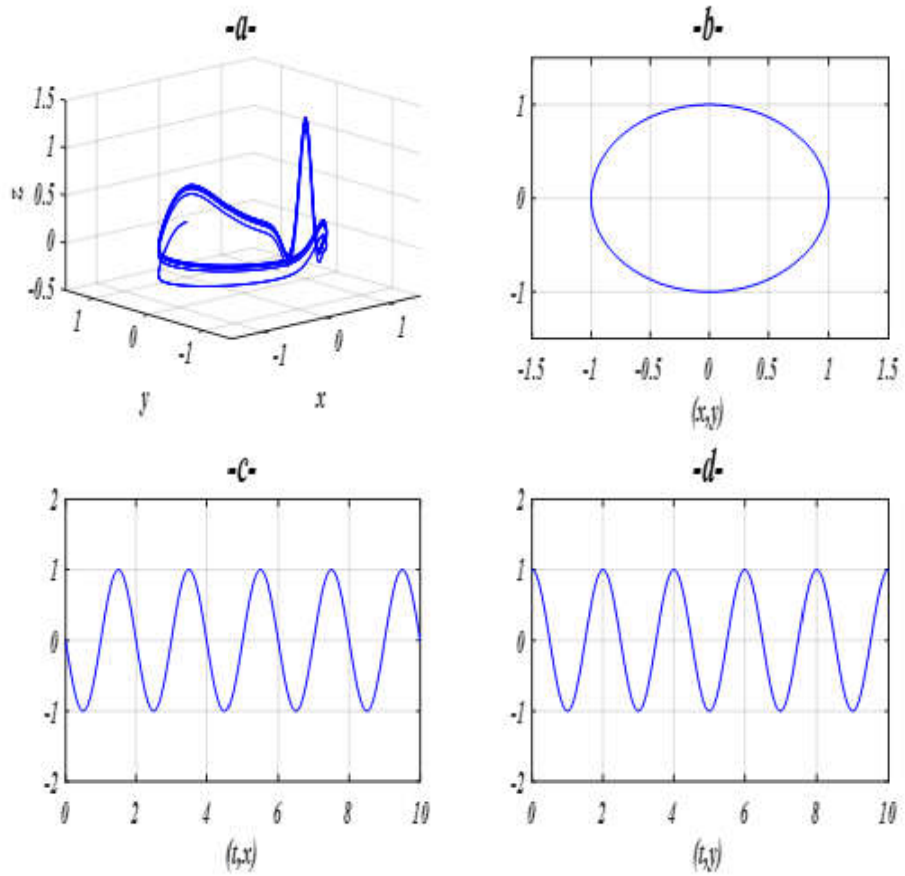


Figure II.16 : Solution du modèle d'ECG (II.35) dans le plan $x - y$.

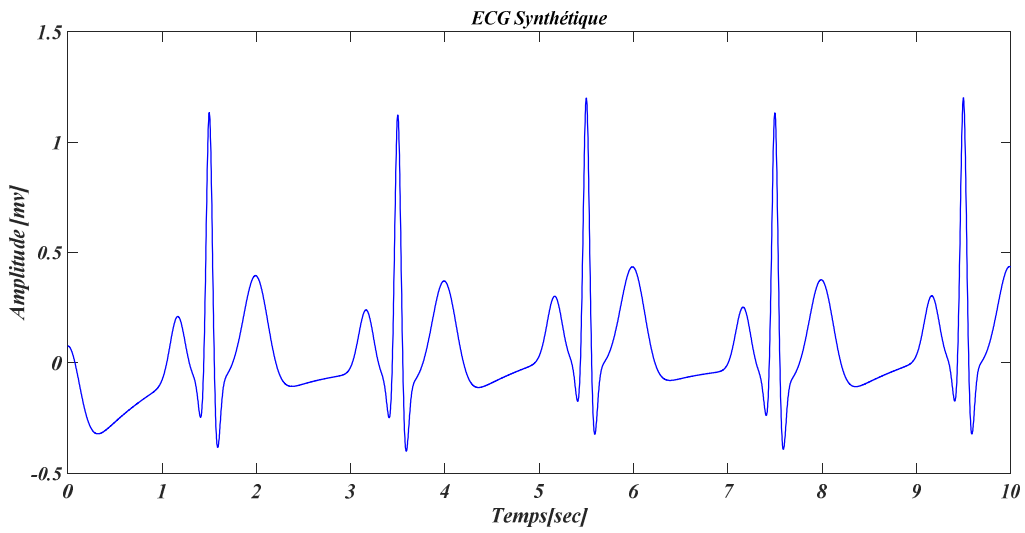


Figure II.17: Solution du modèle d'ECG (II.35) suivant l'axe z .

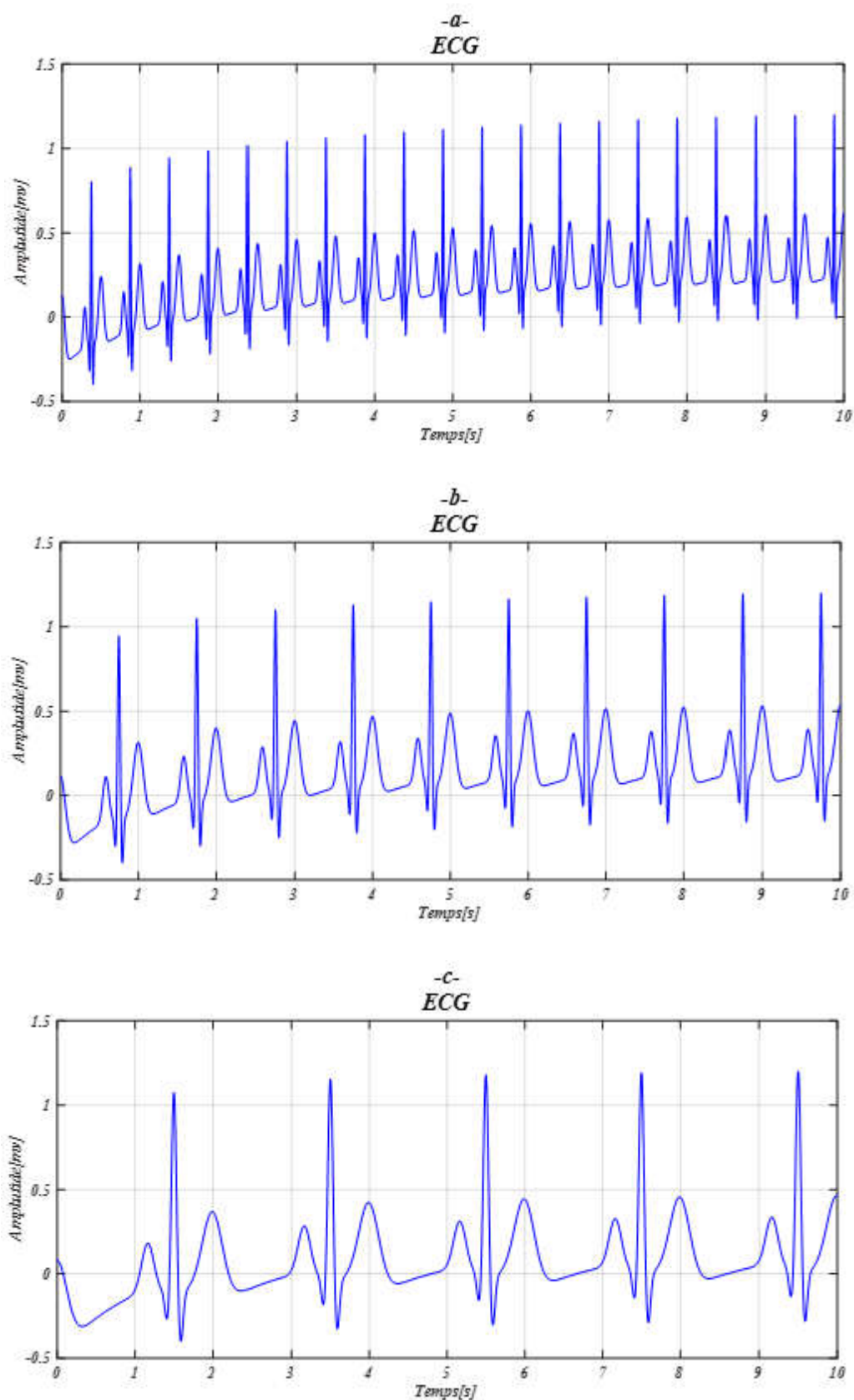


Figure II.18 : Signal ECG :a) $T=0.5$ s, b) $T=1$ s, c) $T=2$ s.

II.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une modélisation mathématique du signal ECG. Cette modélisation a été réalisée dans un espace mathématique tridimensionnel appelé " Espace d'état " Où le principe utilisé été de considérer un cycle de limite dans le plan $x-y$, puis introduire des impulsions Gaussiennes dans la direction de l'axe des z . Notons que ces impulsions introduites représentent les ondes *PQRST*.

Le modèle trouvé nous a donné un signal ECG idéal, et pour passer à un signal ECG quasi réel, des modifications doivent être introduites tels que : changements de quelques paramètres, et ajout de bruits aléatoires.

Le chapitre suivant sera consacré au filtre de kalman conventionnel et filtre de kalman étendu.

CHAPITRE 03

FILTRE DE KALMAN

Sommaire

III.1 Introduction	41
III.2 Filtre de Kalman	41
III.2.1 Observation	41
III.2.1.1 Observateur en boucle ouverte.....	41
III.2.1.2 Observateur en boucle fermée	42
III.2.2 Estimation (ou Filtrage).....	43
III.2.3 Filtre de Kalman.....	44
III.2.3.1 Hypothèses.....	45
III.2.3.2 Algorithme du filtre de Kalman discret	47
III.2.3.3 Simulation 1 : Estimation d'une constante aléatoire par filtre de Kalman .	47
III.2.4 Filtre de Kalman étendu	50
III.3 Filtrage du signal électrocardiogramme ECG	52
III.3.1 Principe de la méthode proposée.....	52
III.3.1.1 Discrétisation du modèle dynamique non linéaire d'ECG	53
III.3.1.2 Linéarisation du modèle dynamique non linéaire d'ECG.....	53
III.3.1.3 Modèle quasi réel de l'ECG.....	53
III.4 Critères d'évaluation	57
III.4.1 Mesure de distorsion basée sur l'entropie multi-échelles pondérée : MSEWPRD	57
III.4.2 Erreur quadratique moyenne	58
III.5 Simulation et résultats	58
III.5.1 Filtrage d'un ECG artificiel.....	59
III.6 Conclusion	62

III.1 Introduction

Le filtre de Kalman est un filtre récursif, qui utilise une approche temporelle [37], Il permet d'estimer l'état (cet état correspond à l'information utile) d'un système dynamique à partir d'une information, à priori, sur l'évolution de cet état (modèle) et de mesure réelles [38]. Alors que le filtre de Kalman étendu se généralise à des processus plus complexes et non linéaires. Il est important de préciser que la non linéarité peut être associée à l'équation de transition, l'équation de mesure ou encore les deux de mesure ou encore les deux [39].

Dans ce chapitre, le filtre de Kalman sera présenté avec deux variantes linéaire et non linéaire en détail, même avec des exemples simulés pour montrer son efficacité dans des environnements stochastiques. En général, la fonction de filtrage consiste à estimer une information utile (signal) noyé dans un bruit. Bien que le filtrage fréquentiel suppose une séparation entre les réponses fréquentielles pour le signal utile et le bruit, le filtre de Kalman vise à estimer de façon optimale l'état du système dans le domaine temporel.

III.2 Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est essentiellement un ensemble d'équations mathématiques mettant en œuvre un estimateur de type prédicteur correcteur optimal dans le sens de minimiser la covariance d'erreur estimée, lorsque certaines conditions présumées sont remplies. Ce filtre est un reconstituteur d'état dans un environnement stochastique, lorsque les variances des bruits sont connues, c'est un estimateur linéaire minimisant la variance de l'erreur d'estimation [26][40]. En effet il est constitué d'un ensemble d'équations discrètes qui permettent d'estimer les états d'un système par rapport aux données mesurées. Les applications du filtre de Kalman sont nombreuses (prédire des trajectoires, localiser des engins, implanter des lois de commande, etc....) [41].

III.2.1 Observation

III.2.1.1 Observateur en boucle ouverte

Etant donné un système linéaire déterministe, l'évolution dynamique dans l'espace d'état est modélisée à l'aide de l'équation d'état suivante :

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1}, \quad y_k = Cx_k; \quad (\text{III.1})$$

Où A est une matrice de transition, B une matrice de commande (entrée) et C une matrice de mesure.

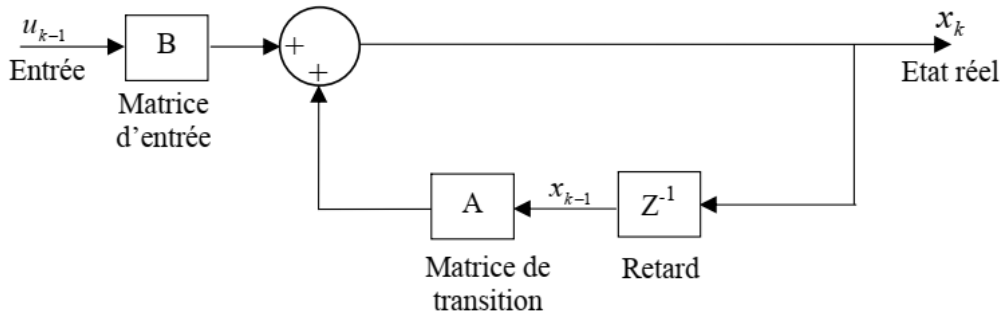


Figure III.1 :Diagramme structurel d'équation d'état.

L'évaluation de l'état va être faite en reproduisant l'architecture du système (modèle connu). Ceci va nous permet d'obtenir une grandeur estimée de l'état x qui sera notée par \hat{x} , d'où l'observateur suivant(cf. Figure III.2):

$$\hat{x}_k = A\hat{x}_{k-1} + B\hat{u}_{k-1} \quad , \quad \hat{y}_k = C\hat{x}_k. \tag{III.2}$$

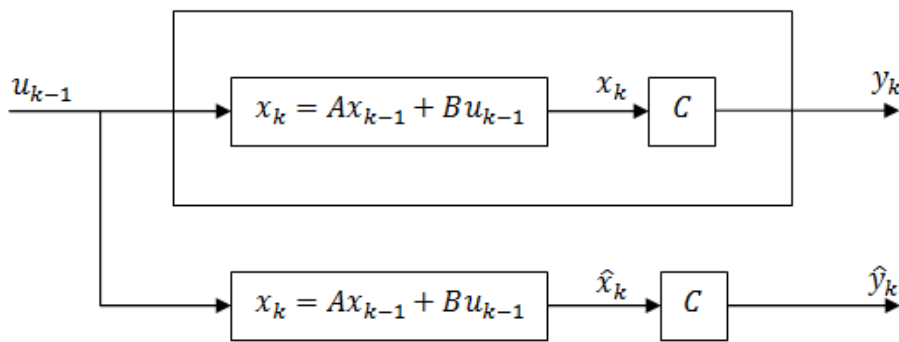


Figure III.2 :Diagramme structurel d'estimation en boucle ouverte.

III.2.1.2 Observateur en boucle fermée

L'inconvénient de l'observateur en boucle ouverte (Figure III.2) est qu'il n'y a aucune correction parce que les quantités A, B, C peuvent varier. Alors, et pour remédier à ce problème, une structure en boucle fermée doit être utilisée et l'estimateur en boucle fermé sera donnée alors par (cf. Figure III.3):

où :

$$\hat{x}_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + L(y - C\hat{x}_{k-1}) \quad , \quad y_k = C\hat{x}_k ; \tag{III.3}$$

où L est un vecteur du gain de retour.

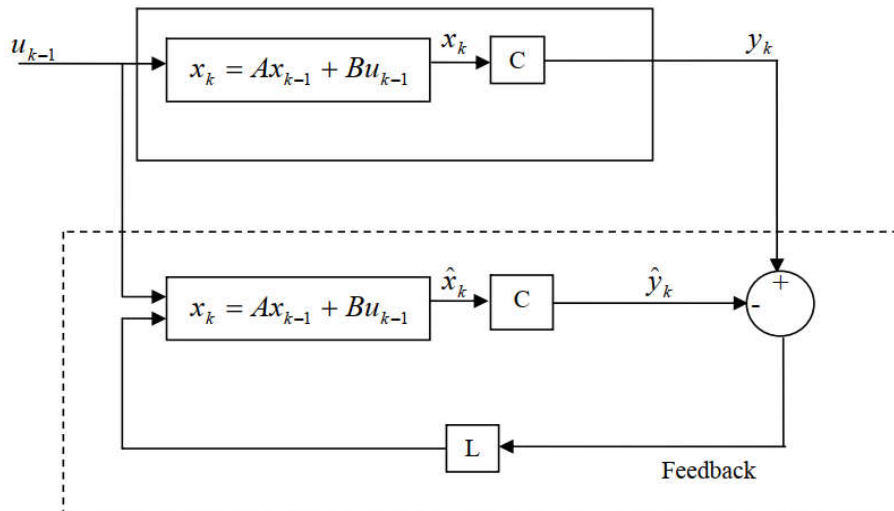


Figure III.3 :Estimateur en boucle fermée.

III.2.2 Estimation (ou Filtrage)

Une fois nous introduisons des bruits aléatoires au niveau du vecteur d'état (Figure III.4),alors on obtient ce qu'on appelle processus stochastique, donc, l'équation (III.1) devient

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1}, \quad y_k = Cx_k + v_k; \quad (III.4)$$

où w est une source de bruit blanc avec une moyenne nulle et une matrice de covariance Q , v le bruit de mesure possédant une moyenne nulle et une matrice de covariance R .

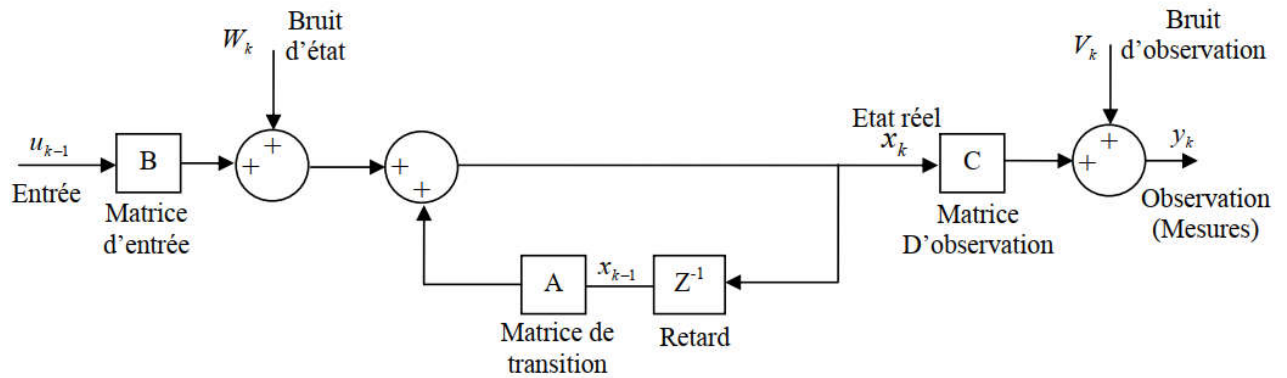


Figure III.4 :Diagramme structurel Etat-Mesure en présence des bruits.

Une simple observation comme celle représentée dans le cas précédent (cf. Figure III.5) ne va pas résoudre le problème vu la présence des perturbations aléatoires. Et c'est à ce stade qu'intervient le filtre de Kalman.

Le filtre de Kalman (figure III.6) sera utilisé dans le but d'estimer l'état du système stochastique tout en minimisant l'effet des bruits d'état. Puisque nous supposons aussi que les

états sont cachés, alors des mesures seront indispensables afin de réaliser cette opération de filtrage.

Donc, la tâche principale du filtre Kalman concerne à estimer l'état x du système en minimisant les effets des bruits d'état et de mesure w et v , respectivement.

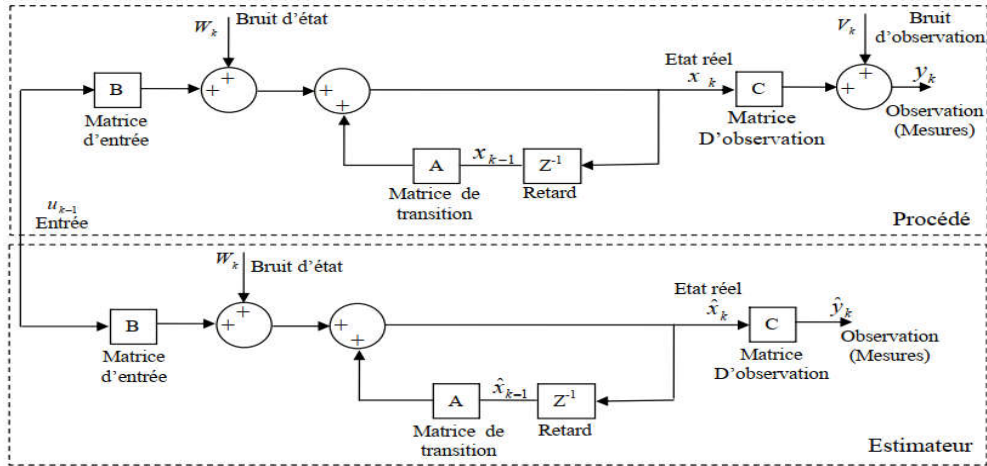


Figure III.5 :Diagramme structurel d'estimation en boucle ouverte.

Soient les notations suivantes :

$\hat{x}_{k/k}$: L'estimé de l'état à l'instant $t=k$ sachant k mesures : Estimation a posteriori.

$\hat{x}_{k/k-1}$: L'estimé de l'état à l'instant $t=k$ sachant $k-1$ mesures :Estimation a priori.

III.2.3 Filtre de Kalman

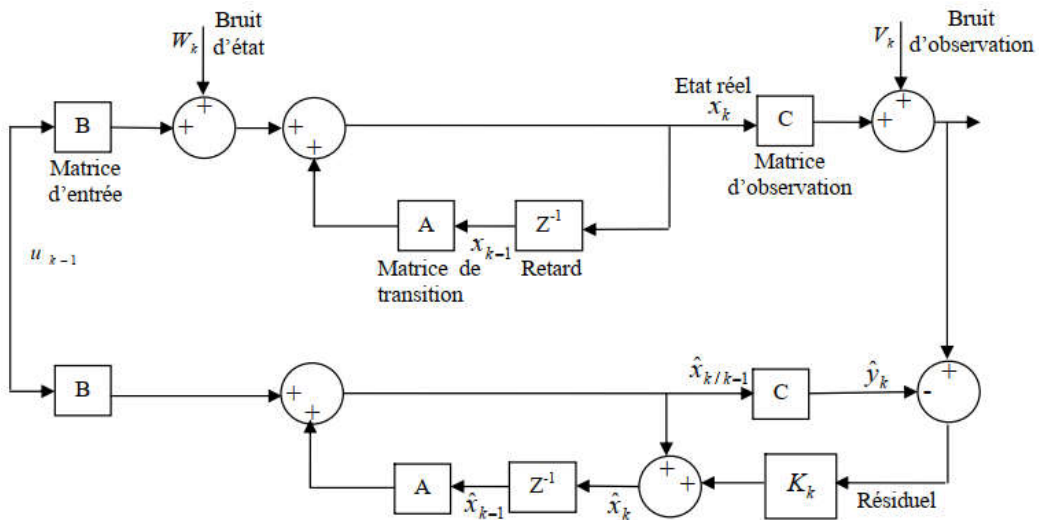


Figure III.6 :Diagramme structurel d'estimation en boucle fermée.

où :

$$\hat{x}_{k/k-1} = \hat{x}_{k/k-1} - K_k(y_k - C\hat{y}_k). \quad (\text{III.5})$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = A\hat{x}_{k-1/k-1} + Bu_{k-1}. \quad (\text{III.6})$$

Nous pouvons alors définir les erreurs d'estimation a priori et a posteriori, respectivement comme suite [26] [41] :

$$e_{k/k-1} = x_k - \hat{x}_{k/k-1}, \quad (\text{III.7})$$

$$e_{k/k} = x_k - \hat{x}_k. \quad (\text{III.8})$$

La covariance de l'erreur d'estimation a priori est alors :

$$P_{k/k-1} = E[e_{k/k-1}e_{k/k-1}^T]. \quad (\text{III.9})$$

et la covariance de l'erreur d'estimation a posteriori est :

$$P_{k/k} = E[e_{k/k}e_{k/k}^T]. \quad (\text{III.10})$$

III.2.3.1 Hypothèses

- ❖ Nous supposons que l'état initial x_0 vérifie les conditions suivantes :

$$E[x_0] = \hat{x}_{0/0}, \quad (\text{III.11})$$

$$E[(x_0 - \hat{x}_{0/0})(x_0 - \hat{x}_{0/0})^T] = P_{0/0}. \quad (\text{III.12})$$

- ❖ Nous supposons que les bruits sont blancs:

$$E[w_i w_j] = 0 \quad \forall i \neq j. \quad (\text{III.13})$$

$$E[w_j] = 0 \quad \forall i. \quad (\text{III.14})$$

$$E[v_i v_j] = 0 \quad \forall i \neq j. \quad (\text{III.15})$$

$$E[v_j] = 0 \quad \forall i. \quad (\text{III.16})$$

- ❖ La matrice de covariance du bruit d'état est :

$$E[w_i w_j^T] = Q. \quad (\text{III.17})$$

- ❖ La matrice de covariance du bruit de mesure est :

$$E[v_i v_j^T] = R. \quad (\text{III.18})$$

- ❖ Nous supposons qu'il existe une indépendance entre w_k et v_k :

$$E[w_i v_i] = 0 \quad \forall i, j. \quad (\text{III.19})$$

- ❖ Nous supposons aussi que l'état initial x_0 est non corrélé avec w_k et v_k :

$$E[x_0 w^T] = 0 . \quad (\text{III.20})$$

$$E[x_0 v^T] = 0 . \quad (\text{III.21})$$

❖ La matrice de transition A , et la matrice d'entrée B et la matrice d'observation C sont supposées connues.

La matrice K_k dans l'équation (III.5) est appelée gain de Kalman, et elle est choisie de telle façon la covariance d'erreur a posteriori dans l'équation (III.22) soit minimisée.

$$P_{k/m} = E[(x_k - \hat{x}_{k/m})(x_k - \hat{x}_{k/m})^T] . \quad (\text{III.22})$$

Cette minimisation sera présentée dans les paragraphes qui suivent.

pour trouver une relation récurrente entre $P_{k/k-1}$ et $P_{k-1/k-1}$ nous avons :

$$P_{k/k-1} = E[(x_k - \hat{x}_{k/k-1})(x_k - \hat{x}_{k/k-1})^T] . \quad (\text{III.23})$$

des équations (III.4) (III.6) on a :

$$x_k - \hat{x}_{k/k-1} = A(x_k - \hat{x}_{k-1/k-1}) + w_{k-1} . \quad (\text{III.24})$$

en substituant l'équation (III.24) dans (III.23) on obtient :

$$P_{k/k-1} = AP_{k-1/k-1}A^T + Q . \quad (\text{III.25})$$

nous avons aussi :

$$P_{k/k} = E[(x_k - \hat{x}_{k/k})(x_k - \hat{x}_{k/k})^T] . \quad (\text{III.26})$$

et des équations (III.4) (III.5) nous trouvons :

$$x_k - \hat{x}_{k/k} = (I - K_k C)(x_k - \hat{x}_{k/k-1}) - K_k v_k . \quad (\text{III.27})$$

en substituant l'équation (III.27) dans (III.26) nous obtenons :

$$P_{k/k} = (I - K_k C)P_{k/k-1}(I - K_k C)^T + K_k R K_k^T . \quad (\text{III.28})$$

Effectuons maintenant la minimisation de la covariance d'erreur a posteriori et cela en prenant la dérivée de $P_{k/k}$ par rapport à K_k et l'annuler ensuite tel que :

$$\frac{\partial P_{k/k}}{\partial K_k} = 0 . \quad (\text{III.29})$$

La résolution de l'équation (III.29) nous donne le vecteur K_k tel que :

$$K_k = P_{k/k-1} C^T (C P_{k/k-1} C^T + R)^{-1} . \quad (\text{III.30})$$

en substituant l'équation (III.30) dans (III.28) nous trouvons :

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - K_k C P_{k/k-1} . \quad (\text{III.31})$$

Finalement, les formules (III.5), (III.6), (III.25), (III.30) et (III.31) représentent les équations du fameux filtre de Kalman.

III.2.3.2 Algorithme du filtre de Kalman discret

Le filtre de Kalman estime l'état d'un système en utilisant une forme de retour (feedback) : en premier temps le filtre estime l'état du système, et après, il utilise un certain retour contenant des mesures bruitées, par conséquent, les équations du filtre de Kalman peuvent être divisées en deux groupes :

- ❖ **Equations de mise à jour temporelle** : (Equation III.32) sont responsables de la projection vers l'avant (dans le temps) des estimés de l'état réel et de la covariance d'erreur en but d'obtenir les estimés a priori pour le prochain échantillon de temps.
- ❖ **Equations de mise à jour de mesure** : (Equation III.33) sont responsables du retour, c'est-à-dire, de l'incorporation d'une nouvelle mesure dans l'estimé a priori pour obtenir un estimé a posteriori amélioré (corrigé).

$$\begin{cases} \hat{x}_{k/k-1} = A\hat{x}_{k-1/k-1} + Bu_{k-1} \\ P_{k/k-1} = AP_{k-1/k-1}A^T + Q \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

$$\begin{cases} K_k = P_{k/k-1}C^T(CP_{k/k-1}C^T + R)^{-1} \\ \hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k(y_k - C\hat{x}_{k/k-1}) \\ P_{k/k} = P_{k/k-1} - K_kCP_{k/k-1} \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

III.2.3.3 Simulation 1 : Estimation d'une constante aléatoire par filtre de Kalman

Nous allons essayer dans cet exemple d'estimer une constante (scalaire) aléatoire; une tension par exemple, supposons que nous avons fait des mesures sur la constante, mais ces mesures sont noyées dans un bruit de mesures blanc, la figure III.7 montre l'évolution temporelle du bruit de mesures. L'analyse des histogrammes montre bien que ce bruit de mesures est gaussien (figure III.8).

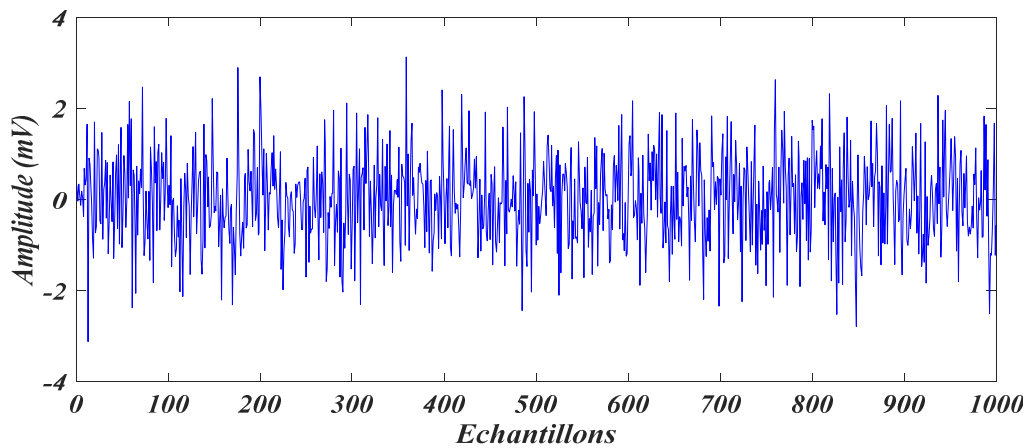


Figure III.7 : Evolution temporelle du bruit de mesure.

une constante sera gouvernée par l'équation aux différences suivante :

$$x_k = x_{k-1} + w_k . \quad (\text{III.34})$$

avec une mesure y_k telle que :

$$y_k = x_k + v_k . \quad (\text{III.35})$$

L'état ne change pas d'un échantillon à l'autre ($A=1$), et puisque il n'y a pas d'entrée de commande, on prend donc $u = 0$. Notre mesure bruitée est directement l'état du système, par conséquent $C=1$.

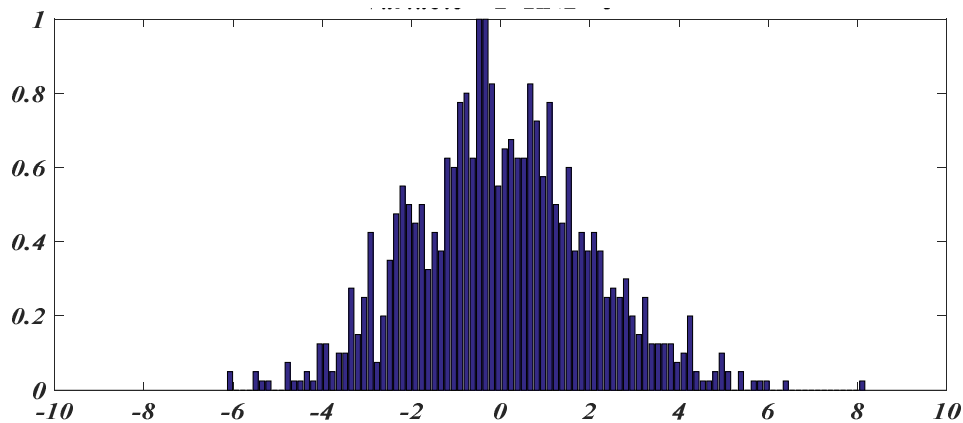


Figure III.8 : Histogramme du bruit de mesure.

Les équations du filtre dans ce cas deviennent alors :

$$\hat{x}_{k/k-1} = \hat{x}_{k-1/k-1} , \quad (\text{III.36})$$

$$P_{k/k-1} = P_{k-1/k-1} + q , \quad (\text{III.37})$$

$$K_k = P_{k/k-1} (P_{k/k-1} + r)^{-1} , \quad (\text{III.38})$$

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k \left(y_k - \hat{x}_{k/k-1} \right), \tag{III.39}$$

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - K_k P_{k/k-1}, \tag{III.40}$$

La valeur réelle de la constante est supposée être 5 noyée dans un bruit blanc de variance 1.0517, Nous avons simulé avec 1000 mesures distinctes de y_k perturbée par un bruit de mesure de variance 1.0517. Dans la figure III.9 nous présentons l'observation réelle de la constante aléatoire ainsi que sa valeur estimée par le filtre de Kalman. Dans la figure III.10 et III.11 nous présentons comment la covariance de l'erreur P_k et le gain de Kalman K_k changent au cours du temps. La covariance de l'erreur initialisée à 1 s'est stabilisée à environ 0.001003 et le gain de Kalman s'est stabilisé à environ 0.0009999.

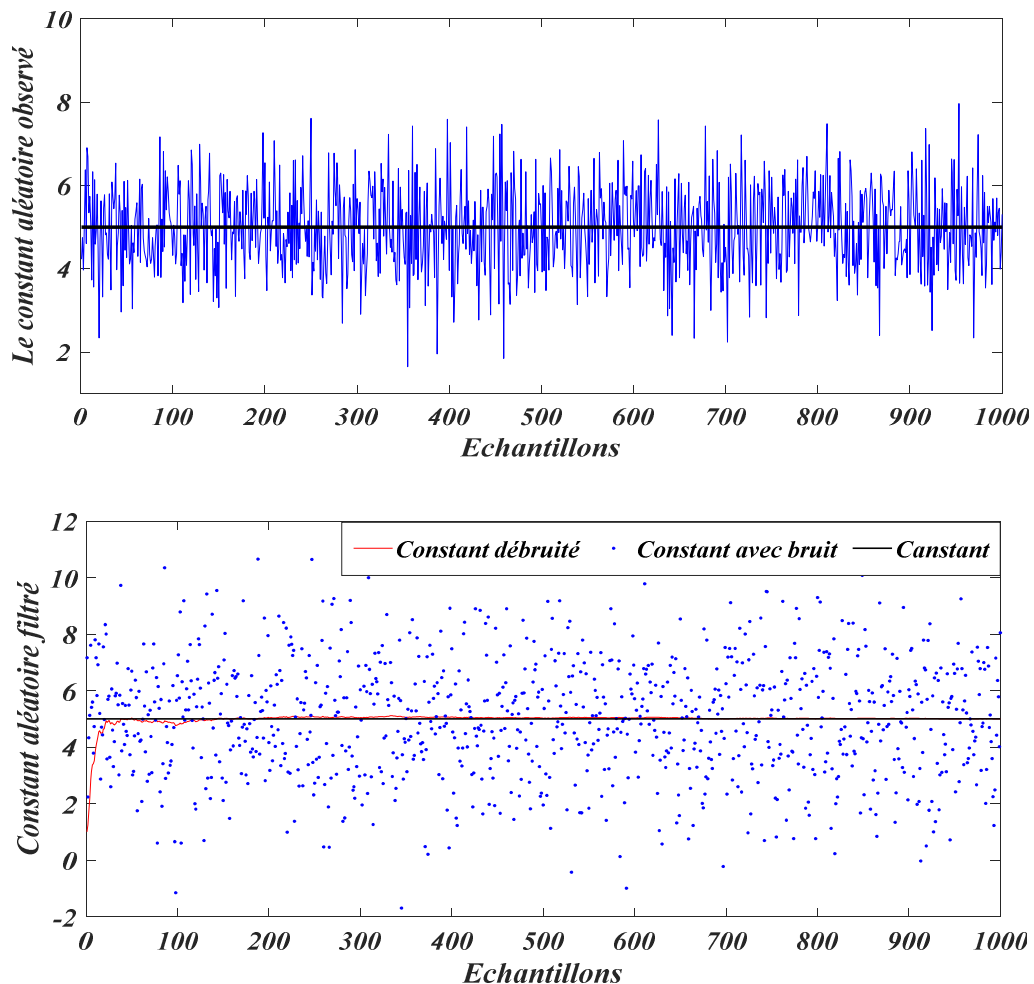


Figure III.9 : Observation et estimation d'une constante aléatoire

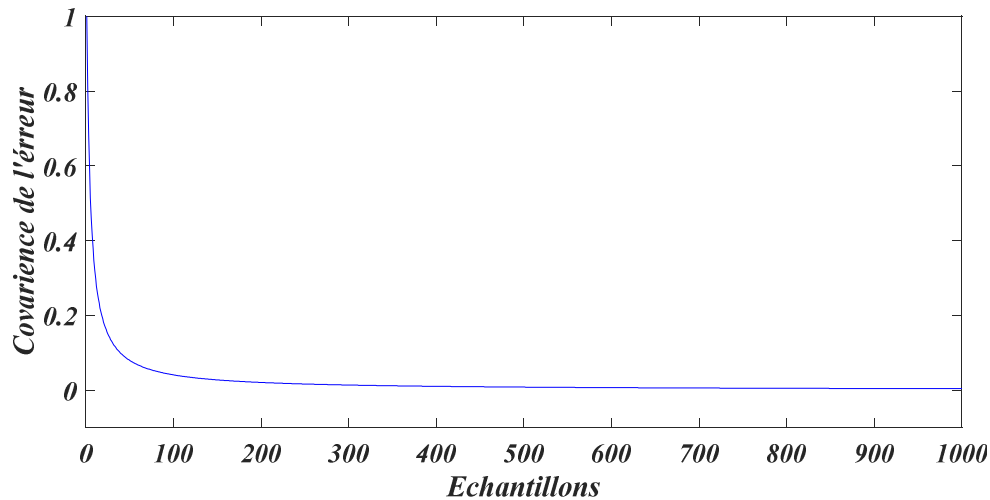


Figure III.10 :Evolution de la covariance d'erreur $P_{k/k}$.

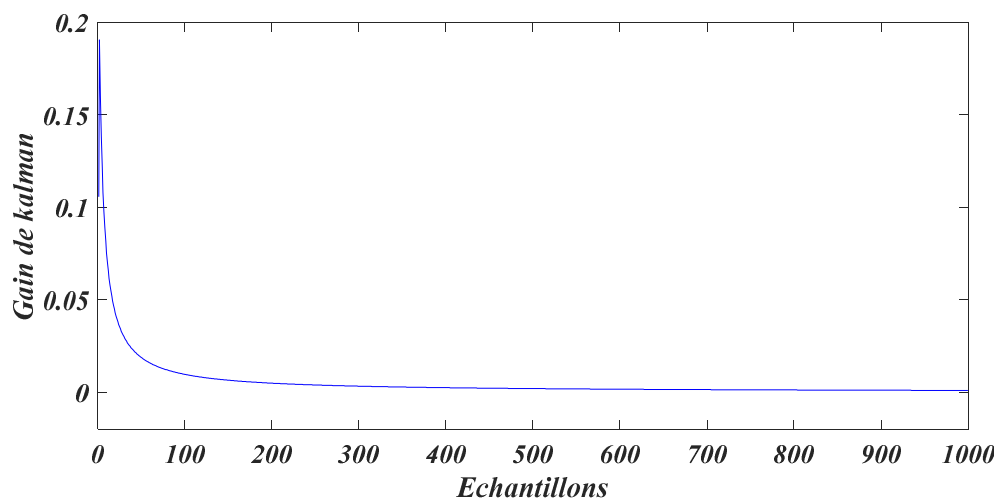


Figure III.11 :Evolution du gain de Kalman K_k

III.2.4 Filtre de Kalman étendu

Le filtre de Kalman est limité qu'aux systèmes linéaires. Cependant, la plupart des systèmes physiques sont non linéaires. La non linéarité peut être associée au modèle du processus, au modèle d'observation ou bien à tous les deux [13]. Le filtre de Kalman étendu (EKF : Extended Kalman Filter) est une extension du filtre de Kalman standard aux systèmes non linéaires, qui a été développé spécifiquement pour les systèmes qui ont des modèles dynamiques non linéaires[13][26].

Pour un système non linéaire discret ayant un vecteur d'état x_k et un vecteur d'observation y_k le modèle dynamique peut être formulé comme suit:

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1}) \\ y_k = g(x_k, v_k) \end{cases}, \quad (\text{III.41})$$

où les variables aléatoires w_k et v_k représentent encore le bruit d'état et le bruit de mesure respectivement. Dans ce cas, la fonction non linéaire f dans l'équation de différence (III.41) relie l'état de l'étape précédente $k - 1$ à l'état à l'étape courante k , La fonction non linéaire g dans l'équation de mesure (III.41) relie l'état x_k à la mesure y_k .

Les états du système non linéaire peuvent être obtenus en linéarisant les équations (III.41) autour des estimations \hat{x}_k , $\hat{w}_k = 0$ et $\hat{v}_k = 0$ comme suite :

$$\begin{cases} x_k \approx f(\hat{x}_{k-1}, 0) + A_k(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + B_k(u_{k-1} - \hat{u}_{k-1}) + W_k(w_{k-1} - 0) \\ y_k \approx g(\hat{x}_k, 0) + C_k(x_k - \hat{x}_k) + V_k(v_k - 0) ; \end{cases} \quad (III.42)$$

où :

- A est la matrice Jacobéenne de f par rapport à \hat{x}_k :

$$A_k = \left. \frac{\partial f(x,0)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} \quad (III.43)$$

- B est la matrice Jacobéenne de f par rapport à \hat{u}_k :

$$B_k = \left. \frac{\partial f(x,0)}{\partial u} \right|_{u=\hat{u}_k} \quad (III.44)$$

- W est la matrice Jacobéenne de f par rapport à $\hat{w}_k = 0$:

$$W_k = \left. \frac{\partial f(\hat{x}_k, w)}{\partial w} \right|_{w=\hat{w}_k=0} \quad (III.45)$$

- C est la matrice Jacobéenne de g par rapport à \hat{x}_k :

$$C_k = \left. \frac{\partial g(x,0)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} \quad (III.46)$$

- V est la matrice Jacobéenne de g par rapport à $\hat{v}_k = 0$:

$$V_k = \left. \frac{\partial g(\hat{x}_k, v, k)}{\partial v} \right|_{v=\hat{v}_k} \quad (III.47)$$

L'ensemble complet d'équations du filtre de Kalman étendu est montré ci-dessous dans l'équation III.48 et l'équation III.49.

$$\begin{cases} \hat{x}_{k/k-1} = f(\hat{x}_{k-1/k-1}, 0) \\ P_{k/k-1} = A_k P_{k-1/k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T \end{cases} \quad (III.48)$$

$$\begin{cases} K_k = P_{k/k-1} C^T (C P_{k/k-1} C^T + V_k R V_k^T)^{-1} \\ \hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (y_k - g(\hat{x}_{k/k-1}, 0)) \\ P_{k/k} = P_{k/k-1} - K_k C P_{k/k-1} \end{cases} \quad (\text{III.49})$$

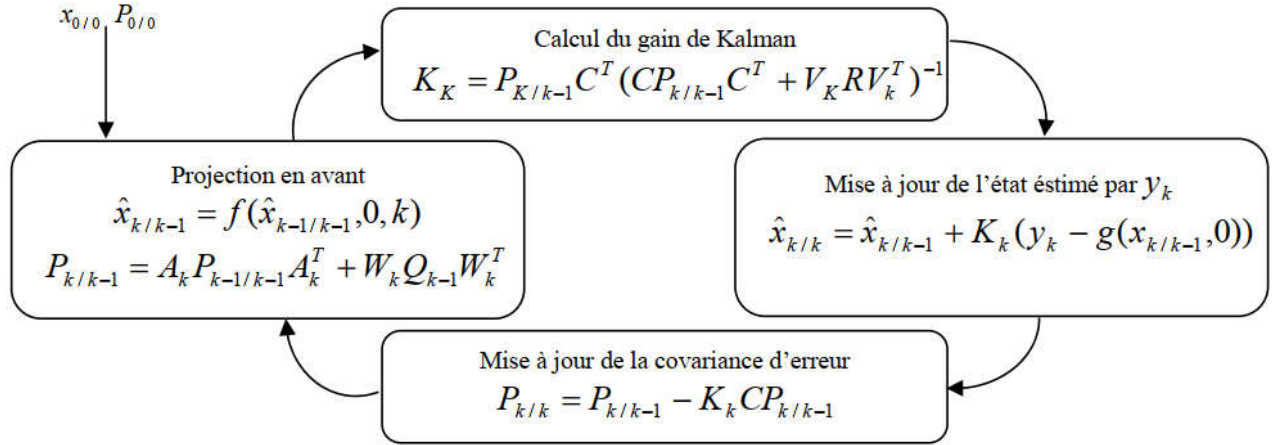


Figure III.12 : Boucle du filtre de Kalman étendu.

III.3 Filtrage du signal électrocardiogramme ECG

III.3.1 Principe de la méthode proposée

Le fonctionnement du filtre de Kalman nécessite la connaissance du modèle mathématique du système à utiliser. Dans notre cas, le filtre de Kalman va être utilisé pour filtrer le signal ECG, donc le modèle mathématique de l'ECG doit être connu. Le modèle de l'ECG qu'on va utiliser a été discuté dans le chapitre 2. Le modèle utilisé est un modèle non linéaire et puisque le filtre de Kalman concerne seulement les systèmes linéaires, nous devons utiliser la version non linéaire du filtre de Kalman, appelée filtre de Kalman étendu.

Notons aussi que l'implantation numérique du filtre de Kalman nécessite un modèle discrétisé, le modèle obtenu dans le chapitre deux était continu, donc une étape de discrétisation du modèle continu de l'ECG (II.35) sera nécessaire.

Le modèle de l'ECG est donnée par:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \alpha x - \omega_n y \\ \dot{x}_2 &= \alpha y + \omega_n x \\ \dot{x}_3 &= -\sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (z - z_0) \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

Ce modèle a plusieurs paramètres qui le rendent adaptable a beaucoup de signaux ECG normaux et anormaux. La figure III.13 donne la solution du système (III.46) suivant l'axe des z donnant un signal ECG particulier.

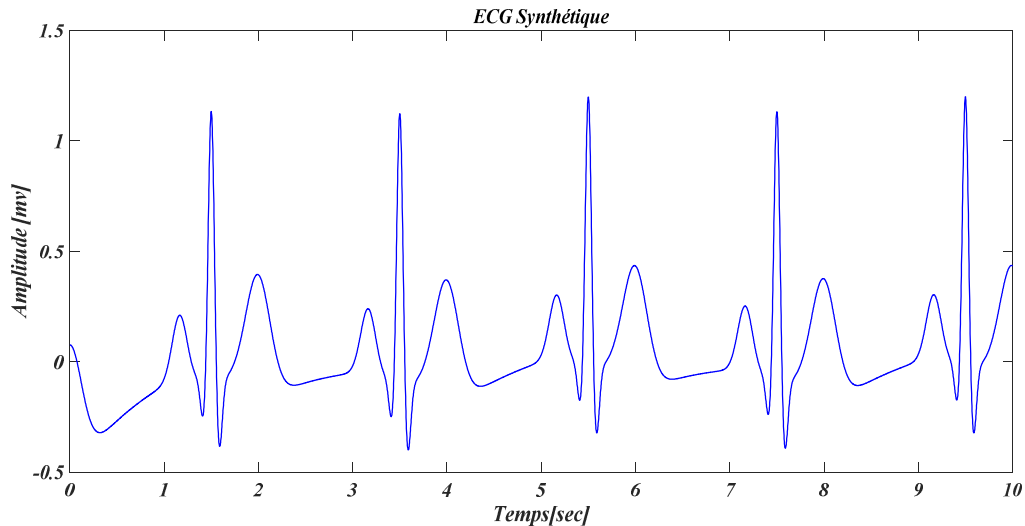


Figure III.13: Solution du modèle d'ECG (III.50) suivants l'axe z .

III.3.1.1 Discrétisation du modèle dynamique non linéaire d'ECG

Le modèle (III.50) est un modèle continu dans le temps, et puisque le filtre de Kalman est un algorithme discret, alors, une étape de discrétisation du modèle (III.50) sera nécessaire.

Généralement la discrétisation se fait en utilisant la méthode d'Euler (Voir ANNEXE.A).

III.3.1.2 Linéarisation du modèle dynamique non linéaire d'ECG

Le filtre de Kalman a été proposé la première fois pour prendre en charge les systèmes dynamiques linéaires. Vu que les systèmes dynamiques ne sont pas toujours linéaires, alors, une généralisation du filtre de Kalman a été nécessaire. La généralisation nous a donné ce que nous appelons aujourd'hui filtre de Kalman étendu. Notre modèle de l'ECG (donné par Equation (ANNEXE.A) est un modèle non linéaire, et pour l'utiliser avec le filtre de Kalman étendu, il faut le linéariser, comme méthode de linéarisation, nous avons choisis la méthode du développement limité en série de Taylor (Voir ANNEXE.B).

III.3.1.3 Modèle quasi réel de l'ECG

Le modèle non linéaire (Voir ANNEXE.A) de l'ECG peut être réécrit sous sa forme compacte suivante :

$$x_{k+1} = f(x_k); \quad (III.51)$$

où x_k est le vecteur d'état donné par $x_k = [x_1(k) \quad y(k) \quad z(k)]^T$, donc:

$$\begin{pmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \\ z(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+\alpha h)x(k) - \omega h y(k) \\ (1+\alpha h)y(k) - \omega h x(k) \\ -\sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i h \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - ((h-1)z(k) - h z_0) \end{pmatrix} . \quad (III.52)$$

L'équation vectorielle (III.52) représente l'équation d'état non bruitée du modèle discret du signal ECG. Pour représenter un signal ECG plus réel, nous devons introduire des bruits aléatoires au modèle (III.51) comme suit :

$$x_{k+1} = f(x_k, w_k); \quad (III.53)$$

où $w_k = [w_1(k) \quad w_2(k) \quad w_3(k)]^T$ est un vecteur aléatoire du bruit d'état supposé additif, normal et Gaussien, possédant une matrice de covariance $Q_k = E[w_k w_k^T]$, alors, (III.52) devient comme suit :

$$\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+\alpha h)x_1(k) - \omega h x_2(k) + w_1(k) \\ (1+\alpha h)x_2(k) - \omega h x_1(k) + w_2(k) \\ -\sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i h \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - ((h-1)x_3(k) - h z_0) + w_3(k) \end{pmatrix} ; \quad (III.54)$$

L'équation de mesure correspondante à la représentation d'état (III.54) peut être reliée au vecteur d'état $x_k = [x(k) \quad y(k) \quad z(k)]^T$ par la relation suivante :

$$s_k = [0 \quad 0 \quad 1]x_k + v_k . \quad (III.55)$$

avec s_k la mesure considérée et v_k un bruit de mesure additif, normal et Gaussien de covariance $R_k = E[v_k v_k^T]$.

La figure III.14 représente la solution suivant l'axe de z des systèmes (III.54) et (III.55). Cette solution représente le modèle le plus proche à signal ECG réel.

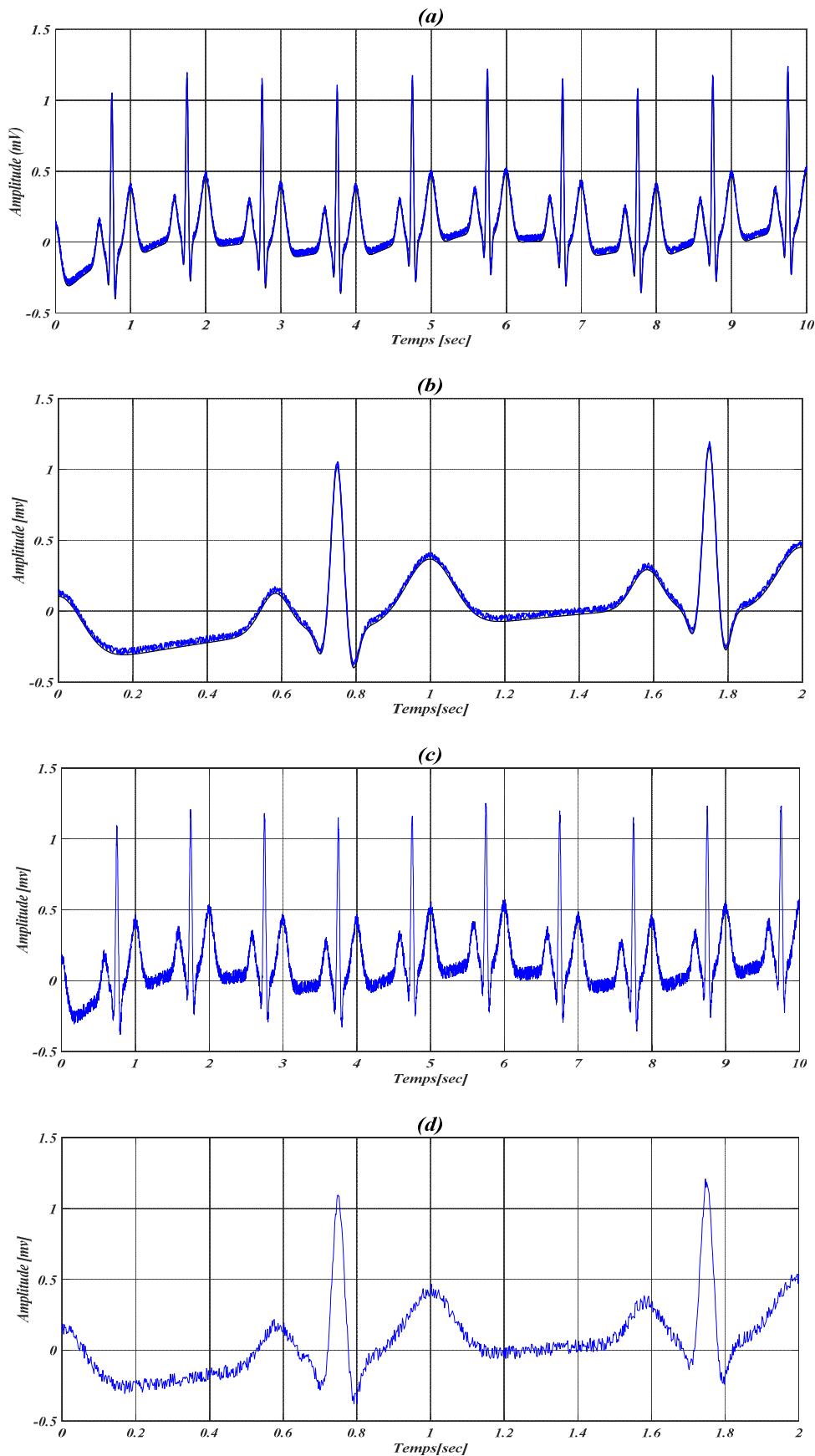


Figure III.14 : Exemples de modèles d'ECG de période $T = 1sec$ et bruit d'état nul avec : (a) et (b): $var(v_k) = 1.9 \times 10^{-4} mV^2$ et (c) et (d): $var(v_k) = 0.002 mV^2$

III.3.1.3.1 Linéarisation

Le modèle (III.50) de l'ECG peut être séparé en trois équations comme suit :

$$\begin{cases} x(k+1) = F(x(k), y(k), z(k)) \\ y(k+1) = G(x(k), y(k), z(k)) ; \\ z(k+1) = H(x(k), y(k), z(k)) \end{cases} \quad (\text{III.56})$$

où F, G et H sont les trois composantes du vecteur non linéaire f .

Appliquant maintenant la linéarisation du modèle (III.54) en utilisant l'approximation linéaire de Taylor au voisinage d'un point x_0 comme suit

$$x_{k+1} = f(x_k, w_k) \approx f(x_0, w_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_k} \right|_{x_k=x_0} (x_k - x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial w_k} \right|_{w_k=w_0} (w_k - w_0), \quad (\text{III.57})$$

avec $\partial f / \partial x_k$ est la dérivée d'un vecteur par rapport à une autre vecteur. Cette dérivée est une matrice appelée le Jacobéenne de f par rapport à x_k et $\partial f / \partial w_k$ est Jacobéenne de f par rapport à w_k . Les matrices $\partial f / \partial x_k$ et $\partial f / \partial w_k$ seront notées respectivement par A_k et W_k comme suit :

$$A_k = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial x(k)} & \frac{\partial F}{\partial y(k)} & \frac{\partial F}{\partial z(k)} \\ \frac{\partial G}{\partial x(k)} & \frac{\partial G}{\partial y(k)} & \frac{\partial G}{\partial z(k)} \\ \frac{\partial H}{\partial x(k)} & \frac{\partial H}{\partial y(k)} & \frac{\partial H}{\partial z(k)} \end{pmatrix} \cdot \quad (\text{III.58})$$

$$W_k = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial w_1(k)} & \frac{\partial F}{\partial w_2(k)} & \frac{\partial F}{\partial w_3(k)} \\ \frac{\partial G}{\partial w_1(k)} & \frac{\partial G}{\partial w_2(k)} & \frac{\partial G}{\partial w_3(k)} \\ \frac{\partial H}{\partial w_1(k)} & \frac{\partial H}{\partial w_2(k)} & \frac{\partial H}{\partial w_3(k)} \end{pmatrix} \cdot \quad (\text{III.59})$$

Notons bien que la matrice $\partial f / \partial x_k$ va remplacer la non linéarité f , ce qui va nous donner un modèle linéaire au voisinage de x_0 , et c'est cette matrice qui représente maintenant la dynamique de notre modèle non linéaire. Donc, l'approximation linéaire du modèle ECG au voisinage de x_0 sera :

$$x_{k+1} \approx f(x_0, w_0) + A_k(x_k - x_0) + W_k(w_k - w_0). \quad (\text{III.60})$$

Pour la linéarisation de l'équation de mesure (III.55), changeant d'abord sa forme vers la forme suivante :

$$s_k = g(x_k, v_k); \quad (\text{III.61})$$

Avec $g(x_k) = z(k + 1)$ qui est une fonction non linéaire.

Alors, par l'application de l'approximation linéaire de Taylor, on a :

$$s_k \approx g(x_0, v_0) + \left. \frac{\partial g}{\partial x_k} \right|_{x_k=x_0} (x_k - x_0) + \left. \frac{\partial g}{\partial v_k} \right|_{v_k=v_0} (v_k - v_0); \quad (\text{III.62})$$

Avec $\partial g/\partial x_k$ est la dérivée d'un scalaire par rapport à un vecteur (qui nous donne un vecteur), et $\partial g/\partial v_k$ est un scalaire. Les matrices $\partial g/\partial x_k$ et $\partial g/\partial v_k$ seront notées respectivement par C_k et V_k comme suit :

$$C_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (\text{III.63})$$

$$V_k = 1. \quad (\text{III.64})$$

Calculons maintenant les éléments de la matrice dynamique (III.58) comme suit (Voir ANNEXE.C).

III.4 Critères d'évaluation

III.4.1 Mesure de distorsion basée sur l'entropie multi-échelles pondérée :

MSEWPRD

L'erreur entre les échantillons joue un rôle important dans l'évaluation clinique des distorsions dans les caractéristiques morphologiques du signal électrocardiogramme à savoir l'amplitudes, durées et les formes des ondes P, Q, R, S, et T du signal ECG. Le critère de distorsion d'erreur quadratique est le plus approprié pour l'optimisation du taux de distorsion. La mesure de PRD (*Percentage Rootmean-square Difference*) basée sur l'entropie multi-échelles pondérée (*Multi-Scale Entropy Based Weighted*) (MSEWPRD) est définie comme suit :

$$MSEWPRD = \omega_{A_L} \times \left(\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N_{A_L}} [A_L(k) - \tilde{A}_L(k)]^2}{\sum_{k=1}^{N_{A_L}} [A_L(k)]^2}} \times 100 \right) + \sum_{j=1}^L \omega_{D_j} \times \left(\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N_{D_j}} [D_j(k) - \tilde{D}_j(k)]^2}{\sum_{k=1}^{N_{D_j}} [D_j(k)]^2}} \right) \times 100. \quad (\text{III.65})$$

Où ω_{A_L} est le poids de la $L^{i\grave{e}me}$ bande d'approximation, ω_{D_j} est le poids de la sous bande de détails de $j^{i\grave{e}me}$ niveau; A_L et \tilde{A}_L sont les $L^{i\grave{e}me}$ coefficients de la bande d'approximation du signal original et le signal filtré, respectivement; D_j et \tilde{D}_j sont les $j^{i\grave{e}me}$ coefficients de la bande de détails du signal original et le signal filtré, respectivement.

Cette mesure est un pourcentage moyenne pondéré de la racine de différence entre les coefficients de la sous bande d'ondelettes du signal original et le signal filtré avec des poids égaux aux entropies multi-échelles des sous-bandes correspondantes. Avec cette mesure, une représentation correcte de la distorsion du signal filtré dans toutes les sous bandes peut être obtenue. Pour calculer cette mesure, les deux signaux doivent être décomposés en ondelettes jusqu'à L niveaux. Le nombre de niveaux dépend de la nature du signal et de la fréquence d'échantillonnage. En ECG, en plus des segments pointus (complexes QRS), il y a des ondes lentes comme les ondes P et T. Une bonne décomposition de l'ECG comprend une représentation décente des complexe QRS dans les coefficients de détail et des ondes P et T dans les coefficients d'approximation. Par conséquent, nous avons utilisé la décompositions en ondelettes bi-orthogonales (Daubechies9/7) pour le signal électrocardiogramme il est trouvé que $L = 4$ est un bon choix pour la fréquence d'échantillonnage de 128Hz[42].

III.4.2 Erreur quadratique moyenne

En abrégé (MSE : *Mean Square Error*), c'est un autre critère qui nous donne une mesure du module de l'erreur. Si l'erreur est grande l'MSE sera alors grand. Alors, plus l'MSE est petit, plus l'approximation est bonne. L'MSE est donné par l'expression suivante :

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_{c,k} - \hat{y})^2 ; \quad (\text{III.66})$$

Avec N est le nombre des échantillons, y_c le signal électrocardiogramme propre (sans bruit), \hat{y} le signal électrocardiogramme estimé .

III.5 Simulation et résultats

Dans ce qui suit, nous allons tester l'opération de filtrage d'un signal électrocardiogramme par le filtre de Kalman étendu. Dans un premier temps, le signal considéré pour être filtré sera le signal généré par notre modèle bruité (Filtrage d'un ECG artificiel).

III.5.1 Filtrage d'un ECG artificiel

Soit l'ECG de période $T = 1\text{sec}$ généré par le modèle (III.54) et (III.55) dont les paramètres sont donnés dans le tableau (II.1) avec les bruits aléatoires suivants :

- ✓ Bruit d'état : $\text{var}(w_i) = 10^{-8}mv^2$.
- ✓ Bruit de mesure : $\text{var}(v) = 0.0028mv^2$.

et les conditions initiales suivantes : $\hat{x}_{0/0} = [1 \quad 1 \quad 0]$ et $P_{0/0} = I_3$.

Les résultats de simulation sont donnés dans la figure III.15 où nous remarquons bien que l'opération de filtrage a été bien établie (ECG dé-bruité suit bien la morphologie du signal généré).

Pour voir numériquement la qualité du filtrage et évaluer les performances nous avons utilisé les deux critères donnés par les équations (III.65 et III.66). Le tableau III.1 présente les résultats numériques calculés par le premier critère (MSEWPRD) ou nous l'avons calculé pour un signal ECG propre, un signal ECG bruité et le même signal dé-bruité par l'algorithme proposé, ou nous remarquons que le MSEWPRD d'un signal propre est égale à Zéro, donc plus que ce critère est proche de Zéro plus que les caractéristiques morphologique du signal ECG sont préservés, donc nous voyons que le MSEWPRD après le filtrage est inférieur à celle avant le filtrage, ce qui confirme la puissance de notre algorithme à préserver les caractéristiques de diagnostic du signal ECG.

Pour confirmer la puissance de l'algorithme proposé nous avons utilisé le deuxième critère qui est l'erreur quadratique moyenne (MSE), plus que ce critère est petit plus que l'algorithme est bon, le tableau III.2 résume les résultats numériques trouvés avant et après le filtrage.

Nous constatons de ces deux tableaux (**Tableau III.1, III.2**) que l'algorithme développé diminué bien l'effet du bruit sur le signal ECG en préservant les caractéristiques morphologiques de ce signal

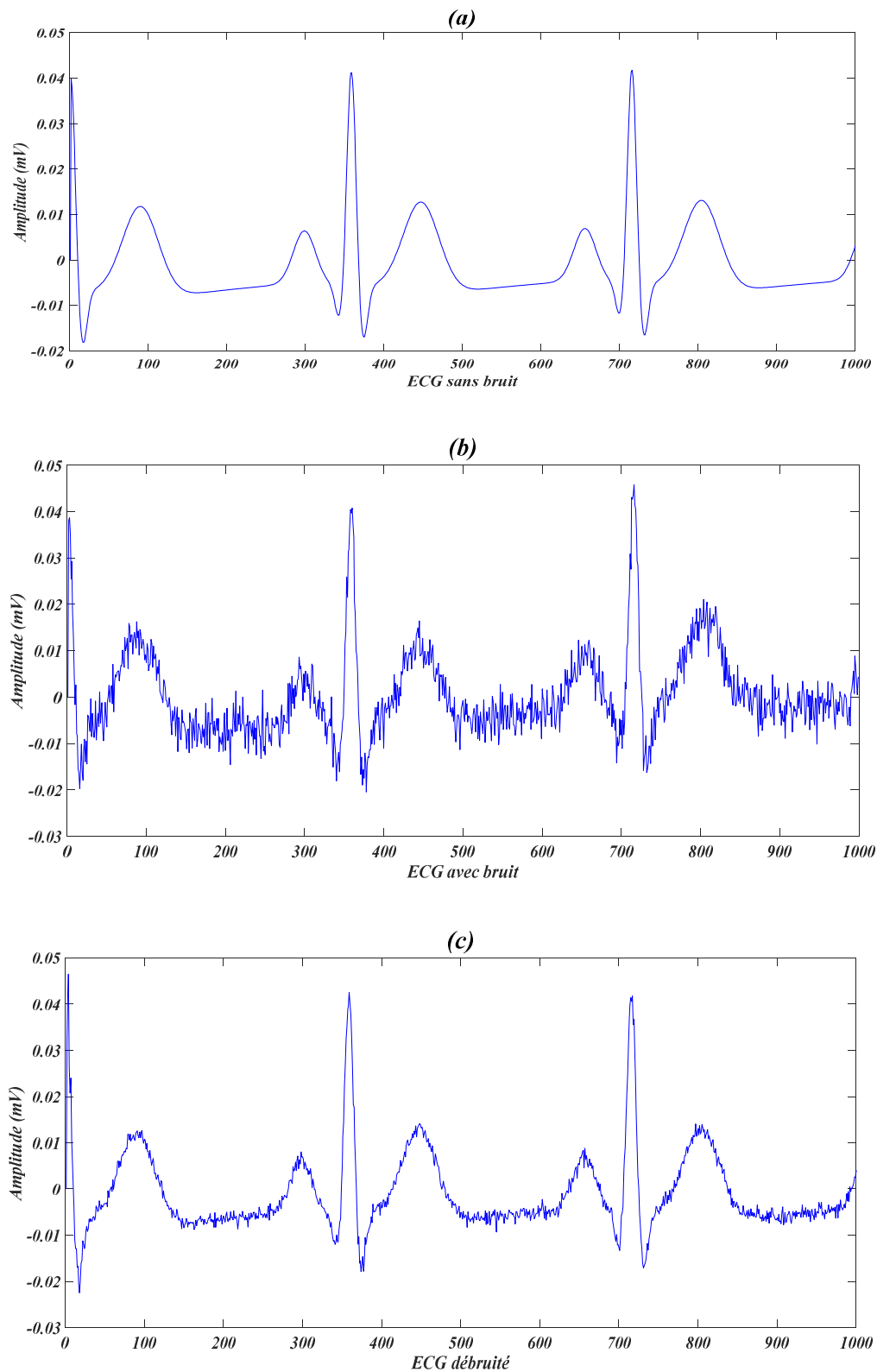


Figure III.15 : Résultats de dé-bruitage pour $var(w_i) = 10^{-8}mv^2$ et $var(v) = 0.0028mv^2$ sur un intervalle de temps de 10 secondes. **(a)** ECG sans bruit. **(b)** ECG avec bruit. **(c)** ECG dé-bruité

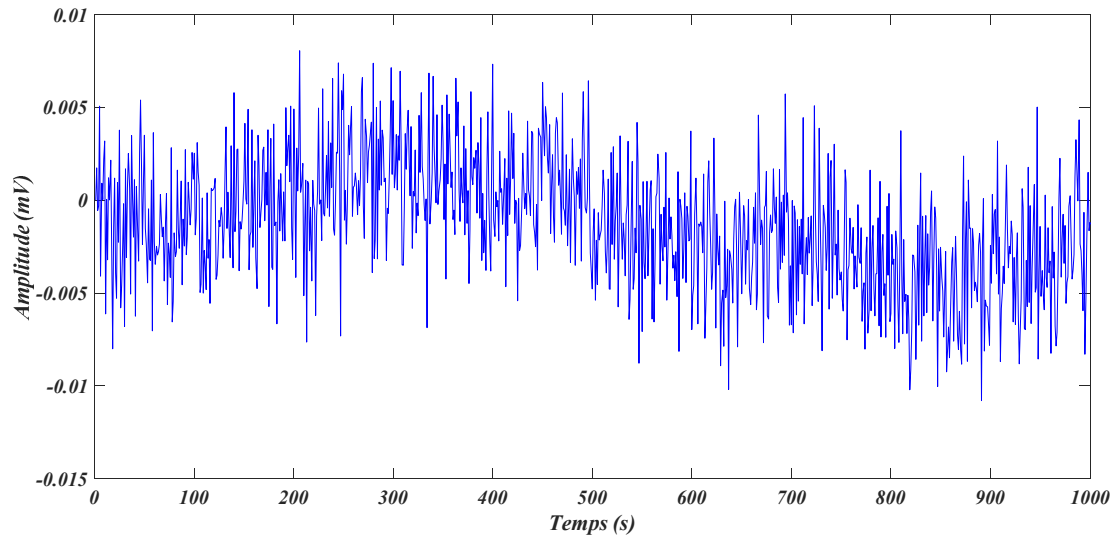


Figure III.16: Erreur entre ECG bruité et modèle ou erreur avant filtrage.

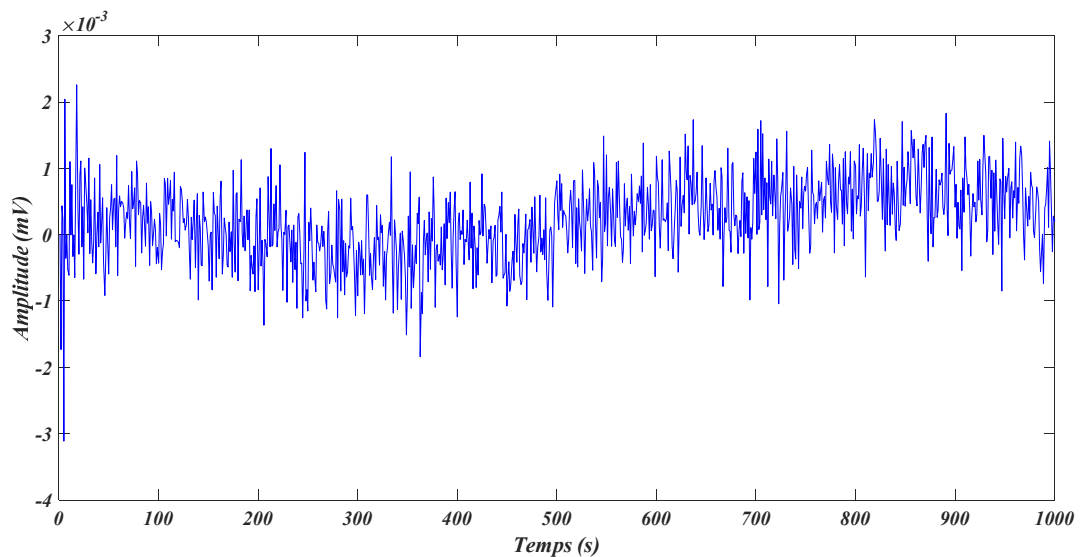


Figure III.17: Erreur entre ECG dé-bruité et modèle ou erreur après filtrage.

Tableau III.1: MSEWPRD avant et après le filtrage		
MSEWPRD		
Signal Propre	Signal avec bruit	Signal dé-bruité
0	0.14	0.02

Tableau III.2: MSE avant et après le filtrage	
MSE avant filtrage	MSE après filtrage
6.3130e-05	3.7974e-07

III.6 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre on a exposé l'essentielle de la théorie de l'estimation, où nous avons présenté les estimateurs en boucle ouverte et en boucle fermée; puis nous avons introduit la théorie de filtrage, dans laquelle le filtre de Kalman a été étudié en détail, et on a même présenté des exemples simulés en Matlab, et pour donner un aspect plus général, le filtre de Kalman étendu a été aussi introduit, et on a vu son utilité pour l'estimation des états dans les systèmes non linéaires.

Dans la deuxième partie, l'essentiel de notre travail a été présenté. Le modèle de l'ECG donné dans le deuxième chapitre a été discrétisé par la méthode d'Euler dans le but de l'adapter avec le filtre de Kalman étendu. La linéarisation du modèle non linéaire de l'ECG a été faite par des approximations en séries de Taylor, ce qui nous a donné des matrices Jacobéennes qui ont été implémentées dans le filtre de Kalman étendu. Notre étude a été faite sur des ECGs artificiels.

Les résultats de simulation ont montré une très bonne efficacité du filtre de Kalman pour le dé-bruitage des signaux ECGs. Dans le dernier chapitre et qui est le suivant, une autre méthode de filtrage basée sur l'algorithme PSO sera proposée.

CHAPITRE 04

FILTRAGE DU SIGNAL ECG PAR (PSO-EFK)

Sommaire

IV.1	Introduction	64
IV.2	Algorithmes méta-heuristiques	64
IV.2.1	Problème d'optimisation.....	64
IV.2.2	Les types de problèmes d'optimisation.....	65
IV.2.3	L'intelligence en essaims ou Swarm Intelligence.....	66
IV.2.3.1	L'optimisation par essaim particulaire.....	67
IV.3	Conception du filtre de Kalman étendu adaptatif basé sur l'algorithme PSO	70
IV.4	Résultats de simulation	71
IV.5	Etude Comparative	73
IV.6	Conclusion	73

IV.1 Introduction

L'une des étapes principales de l'opération d'acquisition de données est le filtrage. Le filtrage est une opération relative, c'est-à-dire pour l'appliquer nous devons déterminer ce qu'on veut filtrer (déterminer les signaux utiles et les signaux parasites ou perturbateurs). Par exemple, si notre système est un RADAR pour suivre un avion, le signal utile sera la position de cet avion, et tous les autres signaux seront considérés comme perturbation. Dans notre cas, le signal utile est le signal électrocardiogramme, et les signaux parasites seront tous les autres signaux que ce soient extérieurs (bruit des instruments, bruit de contact et de mouvement) ou intérieurs (interférence entre les signaux circulant dans le corps humain). Donc, nous pouvons dire que la fonction principale d'un filtre est de minimiser l'effet des perturbations et de délivrer un signal utile plus lisse. Le filtrage du signal électrocardiogramme (ECG) est une étape très importante dans le processus de diagnostic des maladies cardiovasculaires.

Dans ce chapitre le filtre de Kalman étendu (EKF) a été utilisé. Comme on a vu (chapitre 3) le filtre de Kalman est constitué d'un ensemble d'équations discrètes qui permettent d'estimer les états d'un système par rapport aux données mesurées, ces équations comprennent plusieurs paramètres ajustables, y compris les variances des bruits d'état et de mesure. Dans ce chapitre le filtre de Kalman étendu a été utilisé pour le filtrage du signal électrocardiogramme synthétique. Les paramètres de l'EKF à savoir les deux variances des bruits d'état et de mesure ont été ajustées en utilisant l'algorithme d'optimisation PSO.

IV.2 Algorithmes méta-heuristiques

IV.2.1 Problème d'optimisation

L'optimisation est un aspect fondamental de l'ingénierie et de la résolution de problèmes. L'objectif de l'optimisation est de chercher les valeurs d'un ensemble de paramètres pour maximiser ou minimiser les fonctions objectives soumises à certaines contraintes. Un choix de valeurs, pour l'ensemble des paramètres, qui satisfait toutes les contraintes, est appelé une solution faisable. Les solutions faisables avec des valeurs de la fonction objectif qui sont meilleures que les valeurs de toutes les autres solutions possibles, sont appelées les solutions optimales[43].

Un problème d'optimisation peut être formulé sous la forme d'un problème de minimisation ou d'un problème de maximisation. Parfois, nous essayons de minimiser une

fonction et parfois, nous essayons de maximiser une fonction. Ces deux problèmes sont facilement convertis l'un à l'autre[44] :

$$\min_x f(x) \Leftrightarrow \max_x [-f(x)]. \quad (\text{IV.1})$$

$$\max_x f(x) \Leftrightarrow \min_x [-f(x)]. \quad (\text{IV.2})$$

La fonction $f(x)$ est appelée la fonction objectif, et le vecteur x est appelé la variable indépendante, ou la variable de décision. Notons, qu'en fonction de contexte, les termes « variable indépendante » et « variable de décision » se réfèrent parfois à l'ensemble du vecteur x , et se réfèrent parfois à des éléments spécifiques dans le vecteur x . Les éléments de x sont aussi appelés les attributs de la solution. Le nombre des éléments de x est appelé la dimension du problème. Comme le montre les Équations (IV.1) et (IV.2), tout algorithme conçu pour minimiser une fonction peut facilement être utilisé pour maximiser une fonction, et tout algorithme conçu pour maximiser une fonction peut être facilement utilisé pour minimiser une fonction :

- ✓ Quand nous essayons de minimiser une fonction, nous appelons la valeur de la fonction : la fonction de coût.
- ✓ Quand nous essayons de maximiser une fonction, nous appelons la valeur de la fonction : la fitness.
 - ❖ $\min_x f(x) \Leftrightarrow f(x)$ est appelée le coût ou l'objectif.
 - ❖ $\max_x f(x) \Leftrightarrow f(x)$ est appelée la fitness ou l'objectif.

IV.2.2 Les types de problèmes d'optimisation

Il existe certains types particuliers de problèmes d'optimisation :

- **Les problèmes généraux sans contraintes** : où une fonction non linéaire est définie sur un ensemble de valeurs réelles sans contraintes.
- **Les problèmes généraux avec contraintes** : où une fonction non linéaire est définie sur un ensemble limité de valeurs réelles. Généralement, les problèmes d'optimisation sont des problèmes d'optimisation avec contraintes[44].
- **Les problèmes d'optimisation multi-objectifs** : dans lesquels un problème nécessite la résolution de plusieurs problèmes simultanément. Souvent, les solutions aux divers problèmes interfèrent entre elles, la meilleure solution est alors une sorte de compromis[45]. L'optimisation multi-objectif cherche à

optimiser les composantes de valeurs de vecteur d'une fonction de coût. Contrairement à l'optimisation avec objectif unique, la solution à ce problème n'est pas un seul point, mais une famille de points connus comme l'ensemble Pareto-optimal. Chaque point de cette surface est optimal dans le sens qu'aucune amélioration ne peut être obtenue en un composant de vecteur de coût. L'ensemble des solutions est appelé l'ensemble de pareto[46].

- **Les problèmes d'optimisation multimodale** : ce sont ceux dans lesquels l'espace de recherche contient plusieurs optimums locaux et il est possible qu'il contient plus d'un optimum global. Ces problèmes sont intéressants, non seulement en raison du défi qu'ils représentent, en évitant les optimums locaux ou la localisation de plus d'un optimum global en même temps, mais parce qu'il existe beaucoup de problèmes du monde réel présentant ces caractéristiques[47].
- **Les problèmes combinatoires**: il existe de nombreux problèmes d'optimisation pour lesquels les variables indépendantes sont limitées à un ensemble de valeurs discrètes. Ces problèmes sont appelés problèmes d'optimisation combinatoire[44].

IV.2.3 L'intelligence en essaims ou Swarm Intelligence

Un algorithme d'intelligence en essaims est fondé sur le comportement des essaims qui existent dans la nature (par exemple, des essaims d'insectes ou d'oiseaux). L'optimisation par colonies de fourmis et par les essaims de particules sont les premiers algorithmes de l'intelligence en essaims, et certains chercheurs insistent sur le fait qu'ils ne doivent pas être considérés comme des algorithmes évolutionnaires[48]. Cependant, d'autres auteurs considèrent l'intelligence en essaims comme étant un sous-ensemble de l'informatique évolutionnaire. Par exemple, l'un des pionniers de l'optimisation par les essaims de particules s'y réfère comme un algorithme évolutionnaire. Plusieurs algorithmes ont été développés dans le cadre de l'intelligence en essaims tels que : les algorithmes de colonies de fourmis, le système de fourmis original ou Ant System, les essaims particulaires, les algorithmes inspirés des abeilles, l'algorithme des essaims de poissons artificiels, l'algorithme des chauves-souris, l'algorithme des essaims de lucioles et l'algorithme d'optimisation de l'exploration bactérienne. Dans cette mémoire, on va uniquement intéresser par les essaims particulaires et l'algorithme des essaims de lucioles.

IV.2.3.1 L'optimisation par essaim particulaire

L'optimisation par essaim particulaire (PSO : *Particle Swarm Optimisation*) a été introduite par Russel Elberhart et James Kennedy en 1995[49]. Elle s'inspire des déplacements collectifs observés chez certains animaux sociaux tels que les poissons et les oiseaux migrateurs qui ont tendance à imiter les comportements réussis qu'ils observent dans leur entourage, tout en y apportant leurs variations personnelles. Elle trouve ses origines dans les travaux de Reynolds[50] et de Heppner et Granander[51] qui ont créé des modèles mathématiques permettant de simuler des vols groupés d'oiseaux et de bancs de poissons.

L'essaim particulaire correspond à une population d'agents appelés « Particules ». Chaque particule, modélisée comme une solution potentielle au problème d'optimisation, parcourt l'espace de recherche, en quête de l'optimum global. Le déplacement d'une particule est influencé par trois composantes (cf., Figure IV.1)[52] :

1. *Une composante physique* : la particule tend à suivre sa direction courante de déplacement.
2. *Une composante cognitive* : la particule tend à se diriger vers le meilleur site par lequel elle est déjà passée.
3. *Une composante sociale* : la particule tend à se fier à l'expérience de ses congénères et, ainsi, à se diriger vers le meilleur site déjà atteint par ses voisins.

Le voisinage peut être défini spatialement en prenant par exemple la distance euclidienne entre les positions de deux particules ou socio-métriquement, en prenant la position de l'individu dans l'essaim. Chaque particule *i* de l'essaim est caractérisée à la fois par sa position \vec{X}_i et par un vecteur de changement de position appelé « *vélocité* ou *vitesse* » \vec{V}_i . Chaque particule dispose d'une mémoire lui permettant de se souvenir de sa meilleure solution, découverte par le passé, que l'on note \vec{P}_i (*personal best*) ainsi que la meilleure position connue de son voisinage, notée \vec{P}_g (*global best*).

A chaque itération, chaque particule se déplace dans l'espace de recherche en suivant un vecteur, calculé comme somme pondérée des vecteurs représentant sa vitesse courante (\vec{V}_i), ainsi que sa \vec{P}_i et sa \vec{P}_g . Sa nouvelle vitesse $\vec{V}_i(t + 1)$ est déterminée de la façon suivante :

$$\vec{V}_i(t + 1) = \omega \vec{V}_i(t) + C_1 \text{rand}(\vec{P}_i(t) - \vec{X}_i(t)) + C_2 \text{rand}(\vec{P}_g(t) - \vec{X}_i(t)). \quad (\text{IV.3})$$

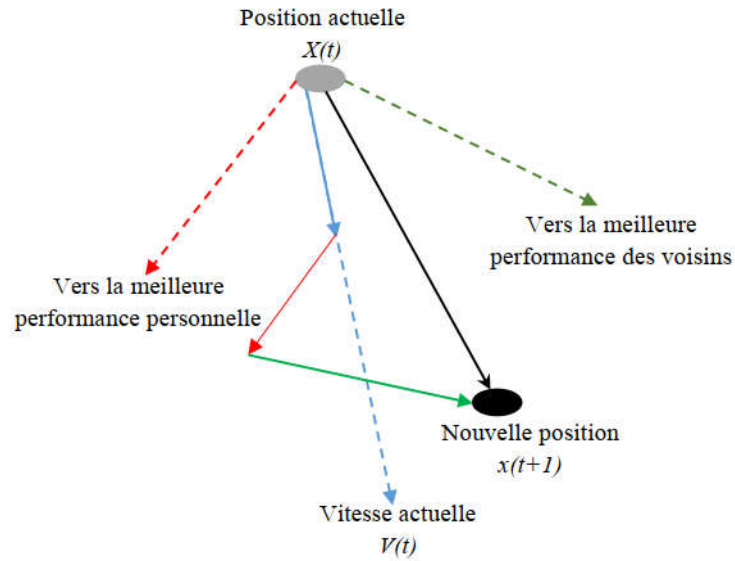


Figure IV.1 : Déplacement d'une particule.

où $i = 1, 2, \dots, N$ et N est le nombre de particules (taille de l'essaim) ; le coefficient d'inertie ω [52] permet de contrôler l'influence de la vitesse obtenue au pas précédent. Un grand facteur d'inertie provoque une grande amplitude de mouvement alors qu'un petit facteur d'inertie concentre la recherche sur un petit espace, $rand$ est un nombre aléatoire uniformément réparti sur $[0,1]$, C_1 et C_2 sont deux constantes qui représentent une accélération positive. Elle correspond à la composante *cognitive* du déplacement. La position de chaque particule est également mise à jour à chaque itération comme suit :

$$\vec{X}_i(t + 1) = \vec{X}_i(t) + \vec{V}_i(t + 1) . \tag{IV.4}$$

A chaque pas du temps, la vitesse et la position de chaque particule sont régulées en fonction de ses positions \vec{P}_i et \vec{P}_g selon (IV.3) et (IV.4) ; jusqu'à ce que la fonction de coût soit inférieure à un seuil prédéfini ϵ :

$$\left| f(\vec{p}_g(t + 1)) - f(\vec{p}_g(t)) \right| \leq \epsilon . \tag{IV.5}$$

Une courte description de l'algorithme PSO est fournie dans l'algorithme 1.

Algorithme 1 : Algorithme d'essaim particulaire (PSO)

*****Variables et paramètres de l'algorithme*****

NP : Nombre de particules .

\vec{X}_i : Position de la particule p_i .

\vec{V}_i : Vitesse de la particule p_i .

$pbest_i$: La meilleure « *fitness* » obtenue pour la particule p_i .

\vec{P}_i : Meilleure Position de la particule p_i découverte par le passé (*personal best*),

\vec{P}_{g_i} : Meilleure position de la particule connue de son voisinage (*global best*),

C_1 et C_2 : Constantes positives.

[Initialisations]

Population initialisée au hasard

.....

```

while le critère d'arrêt n'est pas satisfait, do
  for  $i = 1$  to  $NP$  do
    if ( $f(\vec{X}_i) > pbest_i$ ) then
       $pbest_i \leftarrow F(\vec{X}_i)$ 
       $\vec{P}_i \leftarrow \vec{X}_i$ 
    end if
    if ( $f(\vec{X}_i) > gbest$ ) then
       $gbest \leftarrow F(\vec{X}_i)$ 
       $\vec{P}_{g_i} \leftarrow \vec{V}_i$ 
    end if
  end for
  for  $i = 1$  to  $NP$ 
     $\vec{V}_i \leftarrow \omega \times \vec{V}_i + C_1 \times rand \times (\vec{P}_i - \vec{X}_i) + C_2 \times rand \times (\vec{P}_{g_i} - \vec{V}_i)$ 
     $\vec{X}_i \leftarrow \vec{X}_i + \vec{V}_i$ 
  end for
end while

```

IV.3 Conception du filtre de Kalman étendu adaptatif basé sur l'algorithme PSO

La structure du filtrage du signal électrocardiogramme synthétique par le filtre de Kalman étendu adaptatif est représentée sur les Figures (II.12 et II.13). Quatre étapes sont à suivre pour construire le filtre de kalman étendu adaptatif :

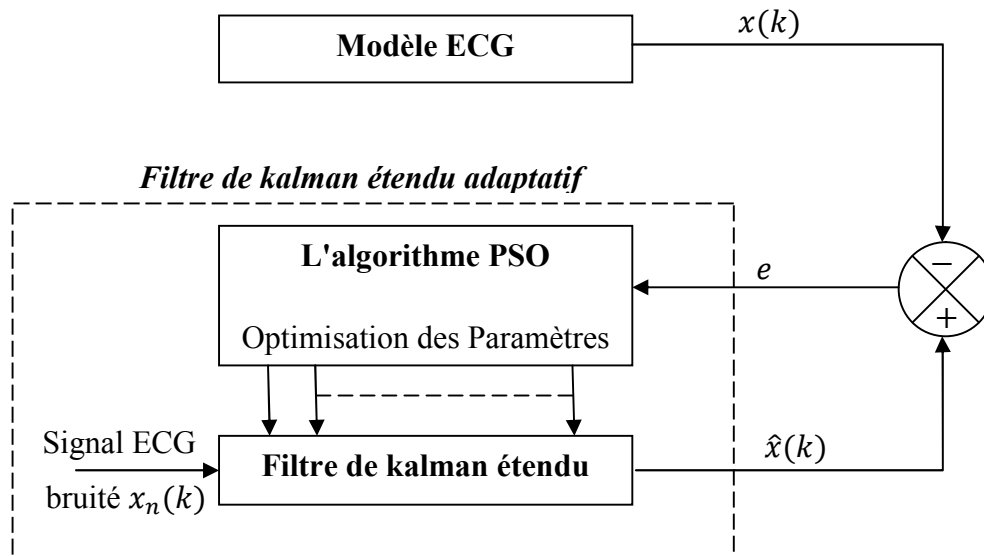


Figure IV.2 : Structure du filtre de kalman étendu adaptatif.

- **Étape 1** :cette étape consiste à la discrétisation du modèle dynamique non linéaire du signal ECG (cf. Chapitre III). Le modèle(cf. Chapitre III) est un modèle continu dans le temps, et vu la nature discrète du FK, alors, une discrétisation de ce modèle (cf. Chapitre III) sera nécessaire. Généralement la discrétisation se fait en utilisant la méthode d'Euler (cf. ANNEXE. A).
- **Étape 2**:cette étape consiste à l'établissement d'un modèle quasi réel de l'ECG (cf. Chapitre III).
- **Étape 3**:le modèle du signal ECG (cf. Chapitre III) est un modèle non linéaire et pour l'utiliser avec le filtre de kalman étendu, il faut le linéariser ; comme méthode de linéarisation, nous avons choisis la méthode du développement limité en série de Taylor (cf., ANNEXE. B)
- **Étape 4**:cette étape consiste à établir l'algorithme du filtre de kalman en utilisant ses Équations (cf. Chapitre III), afin de construire la structure du filtre de kalman étendu adaptatif (Figure IV.2), qui consiste en une adaptation en temps réel des paramètres de ce filtre. L'algorithme d'optimisation PSO est capable d'ajuster les paramètres du

filtre de kalman étendu (les covariances des bruits d'état et de mesure Q et R , respectivement) de sorte que la valeur de la fonction objectif utiliser pour exciter l'algorithme PSO atteint sa valeur minimale. La fonction objectif utilisée est l'erreur quadratique moyenne (cf. Chapitre III) définie entre la sortie du filtre de Kalman adaptatif $\hat{x}(k)$ et la sortie du modèle du signal ECG $x(k)$.

IV.4 Résultats de simulation

Nous fournissons dans cette section les résultats de filtrage du signal électrocardiogramme synthétique obtenu en utilisant le filtre de kalman étendu adaptatif. Commençant par donner les différents paramètres de l'algorithme d'optimisation PSO : les constances d'accélération $C1=C2=2$ et le coefficient d'inertie $w=0.75$. Nous avons exécuté notre algorithme plusieurs fois en utilisant différents nombres d'itérations, différentes tailles de population et différentes valeurs de variance du bruit d'état et de mesure. La Figure IV.3 représente le résultat de filtrage du signal ECG synthétique avec la variance du bruit d'état $var(\omega_k) = 1 \times 10^{-9}$, variance du bruit de mesure $var(v_k) = 0.0028$, nombre d'itération de l'algorithme PSO et la taille de population 50 et 10, respectivement. La Figure IV.4 représente le résultat de filtrage du signal ECG synthétique avec une variance du bruit d'état $var(\omega_k) = 1 \times 10^{-9}$, variance du bruit de mesure $var(v_k) = 0.0014$, nombre d'itération de l'algorithme PSO et la taille de population 50 et 10, respectivement. La Figure IV.5 représente le résultat de filtrage du signal ECG synthétique avec une variance du bruit d'état $var(\omega_k) = 1 \times 10^{-9}$, variance du bruit de mesure $var(v_k) = 0.0014$, nombre d'itération de l'algorithme PSO et la taille de population 200 et 100, respectivement. D'après les trois Figures IV.3, IV.4 et IV.5 et par une inspection visuelle des zooms on peut clairement remarquer que l'effet du bruit sur le signal ECG a été diminué dans les trois cas, mais avec un nombre d'itération et taille de population élevé (cf., Figure IV.5), on remarque que le signal électrocardiogramme dé-bruité et plus lisse que les deux autres cas (cf., Figure IV.3 et Figure IV.4). Les résultats obtenus nous confirment l'efficacité du filtre de Kalman étendu adaptatif pour résoudre le problème de filtrage du signal électrocardiogramme synthétique, et cette efficacité reste subordonnée au nombre d'itération et la taille de population de l'algorithme d'optimisation. Pour utiliser ce filtre avec des signaux électrocardiogrammes réels nous proposons comme perspective, d'ajouter un mécanisme pour ajuster les paramètres du modèle dynamique (cf. Équation III.46) à savoir les amplitudes des Gaussiennes (a_i), les largeurs (b_i), des Gaussiennes, les instants pour introduire ces Gaussiennes et la déviation de la ligne de base (z_0), par rapport à un signal ECG réel.

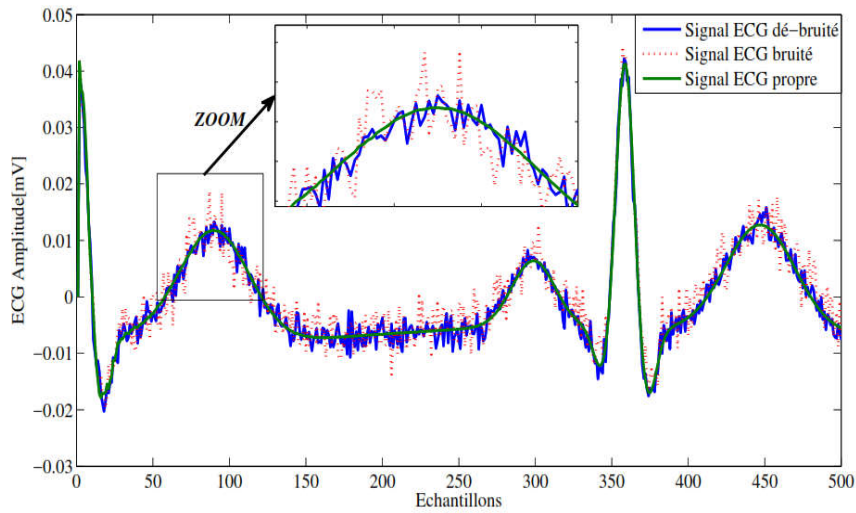


Figure IV.3 : Résultats de filtrage du signal ECG synthétique avec $var(\omega_k) = 1 \times 10^{-9}$, $var(v_k) = 0.0028$, Nombre d'itération de l'algorithme PSO et la taille de population 50 et 10

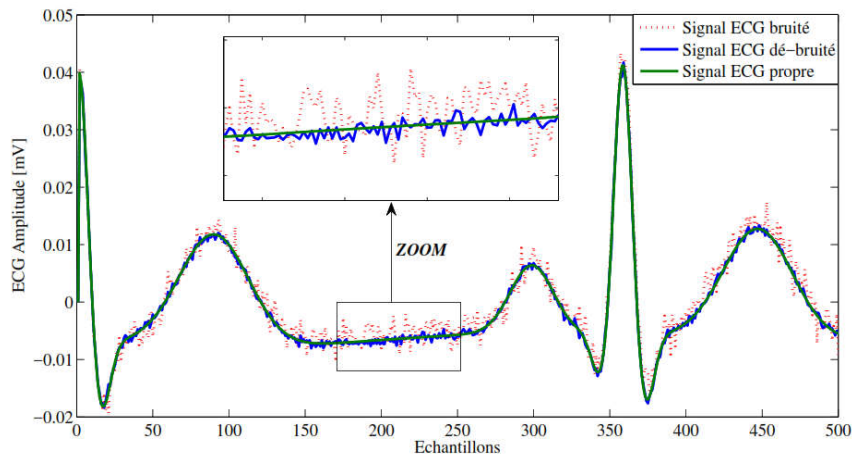


Figure IV.4: Résultats de filtrage du signal ECG synthétique avec $var(\omega_k) = 1 \times 10^{-9}$, $var(v_k) = 0.0014$, Nombre d'itération de l'algorithme PSO et la taille de population 50 et 10

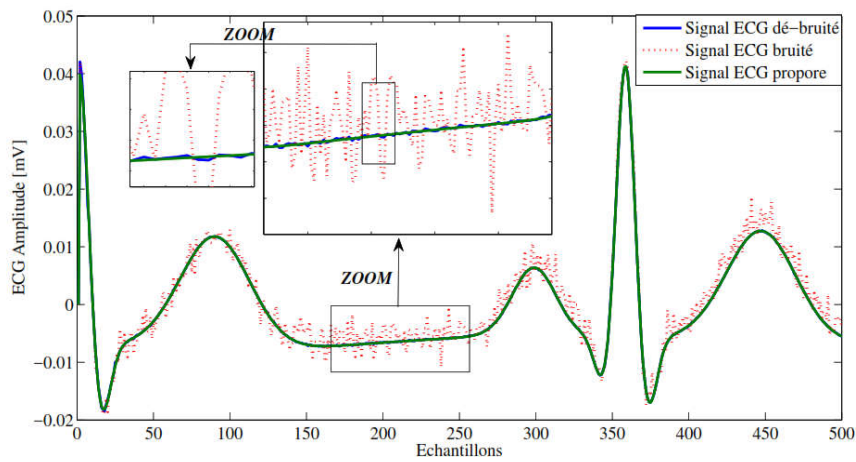


Figure IV.5: Résultats de filtrage du signal ECG synthétique avec $var(\omega_k) = 1 \times 10^{-9}$, $var(v_k) = 0.0014$, Nombre d'itération de l'algorithme PSO et la taille de population 200 et 100

IV.5 Etude Comparative

Afin d'évaluer la performance de notre méthode de filtrage proposée dans ce chapitre (EKF-PSO), les résultats trouvés ont été comparé à celles trouvés par la méthode présentée dans le chapitre précédent (EKF). Les résultats de comparaison sont présentés dans les tableau IV.1et IV.2 en termes des deux critères présentés précédemment dans le chapitre III (MSEWPRD et MSE). Ces tableaux révèlent que la méthode présentée dans ce chapitre (EKF-PSO) possède les plus petites valeurs de MSEWPRD et MSE, ce qui montre que ce filtre (EKF-PSO) est le plus efficace par rapport à la méthode présentée dans le chapitre III (EKF) du point de vue préservation des caractéristiques de diagnostic du signal électrocardiogramme et minimisation des effets du bruit sur le signal ECG.

Tableau IV.1: MSEWPRD avant et après le filtrage			
MSEWPRD			
Signal Propre	Signal avec bruit	Signal dé-bruité	
		EKF	EKF-PSO
0	0.14	0.02	0.0042

Tableau IV.2 MSE avant et après le filtrage		
MSE avant filtrage	MSE après filtrage	
	EKF	EKF-PSO
6.3130e-05	3.7974e-07	2.5248 e-09

IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre on a abordé un sujet très intéressant qui est le prétraitement du signal électrocardiogramme (filtrage), qui joue un rôle important dans l'exactitude des résultats du processus de diagnostic. Une méthode de filtrage du signal ECG basée sur le filtre de Kalman étendu a été présentée, la nouveauté dans cette méthode est que les paramètres du filtre de kalman étendu à savoir la variance du bruit d'état et de mesure ont été ajusté en utilisant l'algorithme d'optimisation (PSO). Les résultats de simulations montrent une très bonne performance surtout avec un nombre élevé d'itérations et de taille de population.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les travaux présentés dans ce mémoire, ont pour but principal de :

- Présenter une technique de modélisation dynamique du signal (ECG).
- Appliquer le filtre de kalman étendu pour le dé-bruitage ses signaux ECG.
- Appliquer l'algorithme PSO (l'Optimisation par Essaim Particulaire) pour optimiser le filtre de kalman étendu.

Dans ce travail, la tâche principale a été de filtrer (dé-bruiter, lisser) un signal ECG en utilisant le filtre de Kalman étendu. On a utilisé ce dernier pour estimer les états cachés de la dynamique non linéaire du signal ECG présenté dans l'ensemble de données de l'ECG.

L'utilisation du filtre de Kalman nécessite la disponibilité d'un modèle mathématique pour le signal considéré ; Donc et comme première partie, les équations différentielles dont les solutions sont des courbes fermées (cycles limites) ont été utilisées pour modéliser le signal ECG. Pour cela, le cycle limite a été considéré sur le plan X-Y, et les ondes d'ECG (P,Q,R,S et T) ont été définies comme des événements (sauts) suivant l'axe Z. Les modèles obtenus étaient très satisfaisant et ils s'approchaient vraiment aux signaux ECG réels lorsqu'on leurs ajoutent des bruits blancs. Dans cette partie nous avons aussi proposé une version discrète du modèle continu déjà obtenu en appliquant la formule d'EULER, et c'est cette dernière version qui sera exigée dans la partie de filtrage, Notre modèle de l'ECG est un modèle non linéaire, et pour l'utiliser avec le filtre de Kalman étendu, il faut le linéariser ; comme méthode de linéarisation, nous avons choisis la méthode du développement limité en série de Taylor.

La deuxième contribution dans ce contexte (filtrage du signal ECG) a été la proposition d'un autre algorithme de filtrage adaptatif basé sur le filtre de kalman étendu (EKF) et l'algorithme d'optimisation par essaime particulaire (PSO).

Les résultats de simulation étaient très intéressants et ont montré l'efficacité de ces deux méthodes pour de telles applications. Les comparaisons ont montré aussi la supériorité de filtre de kalman étendu optimisé (PSO-EKF) par rapport au filtre de kalman étendu (EFK).

Comme perspective nous proposons :

- D'utiliser le filtre de kalman avec des signaux électrocardiogrammes réels est pour cela on doit ajouter un mécanisme pour ajuster les paramètres du modèle dynamique (cf. Équation III.46) à savoir les amplitudes des Gaussiennes (a_i), les largeurs (b_i), des Gaussiennes, les instants pour introduire ces Gaussiennes et la déviation de la ligne de base (z_0), par rapport à un signal ECG réel.

ANNEXE

ANNEXE A. Méthode d'Euler :

La méthode d'Euler est de loin la méthode la plus simple de résolution numérique d'équations différentielles ordinaires. Elle possède une belle interprétation géométrique et son emploi est facile.

Soit l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t)) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (1)$$

Considérons plus attentivement la condition initiale $x(t_0) = x_0$ le but est maintenant d'obtenir une approximation de la solution en $t = t_1 = t_0 + h$. Avant d'effectuer la première itération, il faut déterminer dans quelle direction on doit avancer à partir du point (t_0, y_0) pour obtenir le point (t_1, y_1) , qui est une approximation du point $(t_1, y(t_1))$. Nous n'avons pas l'équation de la courbe $x(t)$, mais nous en connaissons la pente $\dot{x}(t)$ en $t = t_0$, En effet, l'équation différentielle assure que :

$$\dot{x}(t_0) = f(t_0, x(t_0)) = f(t_0, x_0) \quad (2)$$

on peut donc suivre la droite passant par (t_0, x_0) , et de pente $f(t_0, x_0)$:

l'équation de cette droite, notée $d_0(t)$, est :

$$d_0(t) = x_0 + f(t_0, x_0)(t - t_0) \quad (3)$$

et est illustrée à la figure qu'en $t = t_1$, on a :

$$d_0(t_1) = x_0 + f(t_0, x_0)(t_1 - t_0) = x_0 + hf(t_0, x_0) = x \quad (4)$$

en d'autres termes, $d_0(t)$ est proche de la solution analytiques $x(t_1)$, c'est-à-dire :

$$x(t_1) \approx x = d_0(t_1) = x_0 + hf(t_0, x_0) \quad (5)$$

Il est important de noter que, le plus souvent, $x \neq x(t_1)$. Cette inégalité n'a rien pour étonner, mais elle a des conséquences sur la suite du raisonnement. En effet, si l'on souhaite faire une deuxième itération et obtenir une approximation de $x(t_2)$ on peut refaire l'analyse précédente à partir du point (t_1, x_1) . On remarque cependant que la pente de la solution analytique en $t = t_1$ est :

$$\dot{x}(t_1) = f(t_1, x(t_1)) \quad (6)$$

On ne connaît pas exactement $x(t_1)$, mais on possède l'approximation x et $x(t_1)$. On doit alors utiliser l'expression :

$$\dot{x}(t_1) = f(t_1, x(t_1)) \approx f(t_1, x) \quad (7)$$

et construire la droite (Figure) :

$$d_1(t) = x + f(t_1, x)(t - t_1) \quad (8)$$

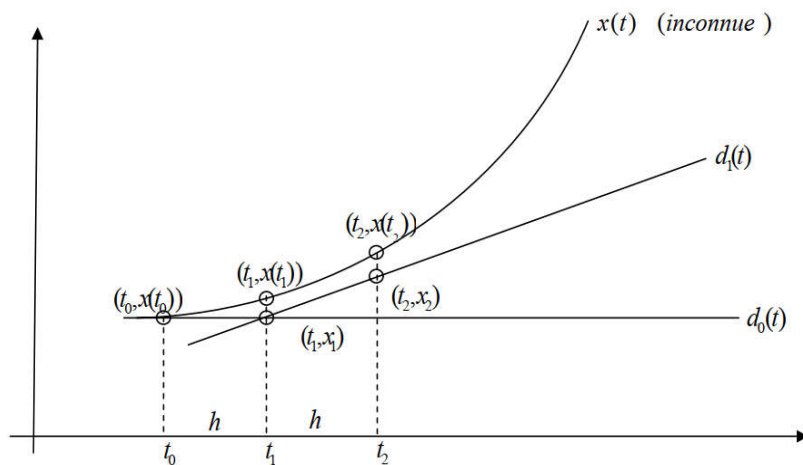


Figure A.1 : Méthode d'Euler

qui permettra d'estimer $x(t_2)$. On constate que l'erreur commise à la première itération est réintroduite dans les calculs de la deuxième itération, on a alors :

$$x(t_2) \approx y = d_1(t_2) = x + hf(t_1, x) \quad (9)$$

de (4) et (8) on a :

$$f(t_0, x_0) = \dot{x}(t_0) = \frac{x - x_0}{h} \quad (10)$$

$$f(t_1, x) = \dot{x}(t_1) = \frac{y - x_1}{h} \quad (11)$$

donc de (10) et (11) et d'une façon générale on a :

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \approx \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{h} \quad (12)$$

Pour appliquer la méthode d'Euler d'ordre 1 au système (III.46), soit les approximations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{x(k+1) - x(k)}{T} \\ \dot{x}_2 &= \frac{y(k+1) - y(k)}{T} \\ \dot{x}_3 &= \frac{z(k+1) - z(k)}{T} \end{aligned} \quad (13)$$

Remplaçant maintenant (13) dans (III.46) :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{x(k+1) - x(k)}{h} = \alpha x(k) - \omega y(k) \\ x(k+1) - x(k) &= h\alpha x(k) - h\omega y(k) \\ x(k+1) &= h\alpha x(k) - h\omega y(k) + x(k) \\ x(k+1) &= (1 + h\alpha)x(k) - h\omega y(k) \\ \dot{x}_2 &= \frac{y(k+1) - y(k)}{h} = \alpha y(k) - \omega x(k) \\ y(k+1) - y(k) &= h\alpha y(k) - h\omega x(k) \\ y(k+1) &= h\alpha y(k) + h\omega x(k) + y(k) \\ y(k+1) &= (1 + h\alpha)y(k) - h\omega x(k) \\ \dot{x}_3 &= \frac{z(k+1) - z(k)}{h} = - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - z(k) + z_0 \\ z(k+1) - z(k) &= - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} h a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - h z(k) + h z_0 \\ z(k+1) &= - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} h a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - h z(k) + h z_0 + z(k) \\ z(k+1) &= - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} h a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - ((h-1)z(k) - h z_0) \end{aligned}$$

Donc, le modèle (III.46) dans sa forme discret sera donné par :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (1 + h\alpha)x(k) - h\omega y(k) \\ y(k+1) &= (1 + h\alpha)y(k) - h\omega x(k) \\ z(k+1) &= - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} h a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - ((h-1)z(k) - h z_0) \end{aligned} \quad (14)$$

et c'est ce modèle qui sera utilisé avec le filtre de Kalman étendu.

ANNEXE B. Développement limité en série de Taylor :

Ce développement concerne à approximer les fonctions non linéaires au voisinage de certains points de fonctionnement. Soit $f(x)$ une fonction non linéaire et soit x_0 un point dans le domaine de définition de la fonction. Alors, selon Taylor, cette fonction peut être décrite par la somme infinie :

$$f(x) = f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_0} (x - x_0)^2 + \dots \quad (15)$$

Si nous voulons approximer linéairement une fonction $f(x)$ au voisinage d'un certain point x , alors (13) devient approximativement :

$$f(x) \approx f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0) \quad (16)$$

Qui représente une équation d'une droite de pente $f'(x_0)$ comme le montre l'expression simplifiée de (14):

$$f(x) \approx \underbrace{f'(x_0)}_a x + \underbrace{f(x_0) - f'(x_0)x_0}_b = ax + b \quad (17)$$

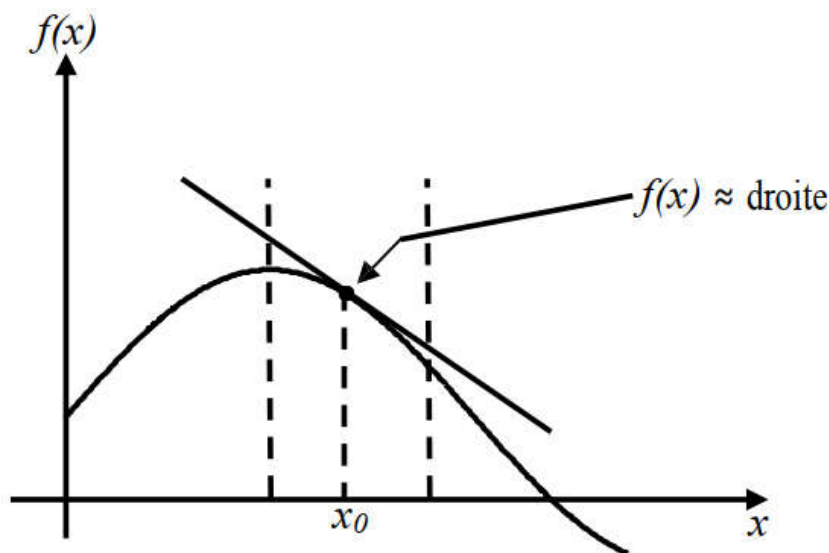


Figure A.2: Approximation linéaire d'une fonction non linéaire

On peut même effectuer une approximation d'ordre supérieur avec le développement limité en série de Taylor, en considérant les termes de puissance supérieur ou égale à deux. Une approximation d'ordre deux sera par exemple donnée par :

$$f(x) \approx f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_0} (x - x_0)^2 \quad (18)$$

Qui représente bien sûr une parabole. Donc, au voisinage de x_0 , la fonction $f(x)$ va être approximée par une parabole comme le montre la figure A.3.

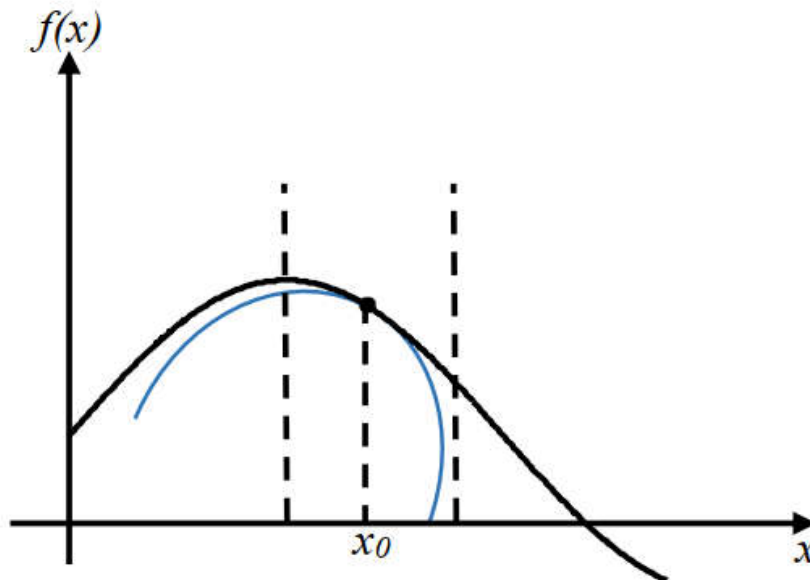


Figure A.3: Approximation non linéaire d'une fonction non linéaire.

ANNEXE C. Calcule les éléments de la matrice dynamique (III.58)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \alpha h)x(k) - \omega h y(k)) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \alpha h)x(k)) - \frac{\partial}{\partial x} (\omega h y(k)) \\
&= \left(1 + h \left(1 - \left(\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2} + \frac{2x(k)^2}{2\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right) \right) \right) \\
&= \left(1 + h \left(1 - \left(\frac{2x(k)^2 + 2y(k)^2 + 2x(k)^2}{2\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right) \right) \right) \\
&= 1 + h - \left(\frac{2hx(k)^2 + hy(k)^2}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right) \\
\frac{\partial F}{\partial x} &= 1 + h - \left(\frac{2hx(k)^2 + hy(k)^2}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right)
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} ((1 + \alpha h)x(k) - \omega h y(k)) \\
&= \frac{\partial}{\partial y} \left((1 - \sqrt{x(k)^2 + y(k)^2})hx(k) - \omega h y(k) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial y} \left(hx(k) - hx(k)\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2} - \omega h y(k) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial y} \left(-h \left(x(k)\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2} + \omega y(k) \right) \right) \\
&= -h \left(\frac{2x(k)y(k)}{2\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} + \omega \right) \\
&= -\frac{hx(k)y(k)}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} - \omega h \\
\frac{\partial F}{\partial y} &= -\frac{hx(k)y(k)}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} - \omega h
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} ((1 + \alpha h)x(k) - \omega h y(k)) \\
&= 0 \\
\frac{\partial F}{\partial z} &= 0
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \alpha h)y(k) + \omega h x(k)) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} \left((1 - \sqrt{x(k)^2 + y(k)^2})hy(k) + \omega h x(k) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} \left(hy(k) - hy(k)\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2} + \omega h x(k) \right) \\
&= -\frac{2hx(k)y(k)}{2\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} + \omega h \\
\frac{\partial G}{\partial x} &= -\frac{hx(k)y(k)}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} + \omega h
\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} ((1 + \alpha h)y(k) + \omega hx(k)) \\
&= \frac{\partial}{\partial y} (x(k) + \alpha hy(k)) \\
&= \frac{\partial}{\partial y} \left(y(k) + (1 - \sqrt{x(k)^2 + y(k)^2})hy(k) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial y} \left(y(k) + hy(k) - hy(k)\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2} \right) \\
&= \left(1 + h - h \left(\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2} + \frac{2y(k)^2}{2\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right) \right) \\
&= \left(1 + h - h \left(\frac{2x(k)^2 + 4y(k)^2}{2\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right) \right) \\
\frac{\partial G}{\partial y} &= 1 + h - \left(\frac{hx(k)^2 + 2hy(k)^2}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right)
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} ((1 + \alpha h)y(k) + \omega hx(k)) \\
&= 0 \\
\frac{\partial G}{\partial z} &= 0
\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(- \sum a_i h \Delta \theta_i \exp \left(- \frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2} \right) - ((h-1)z(k) - hz_0) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} \left(- \sum \underbrace{a_i h (\theta - \theta_i)}_{\Phi} \underbrace{\exp \left(- \frac{(\theta - \theta_i)^2}{2b_i^2} \right)}_{\Psi} - ((h-1)z(k) - hz_0) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} \left(- \sum \Phi \Psi - ((h-1)z(k) - hz_0) \right) \\
&= - \sum \left(\frac{\partial}{\partial x} \Phi \Psi - \frac{\partial}{\partial x} ((h-1)z(k) - hz_0) \right) \\
&= - \sum \left(\frac{\partial}{\partial x} \Phi \Psi \right) \\
&= - \sum \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Psi + \Phi \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)
\end{aligned}$$

Nous avons :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} (a_i h (\theta - \theta_i)) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} \left(a_i h \left(a \tan \left(\frac{y(k)}{x(k)} \right) \right) - \theta_i \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} a_i h a \tan \left(\frac{y(k)}{x(k)} \right) - \frac{\partial}{\partial x} a_i h \theta_i \\
&= \frac{\partial}{\partial x} a_i h a \tan \left(\frac{y(k)}{x(k)} \right)
\end{aligned}$$

Nous avons aussi :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(a \tan(g(x)) \right) = \frac{1}{1 + (g(x))^2} \frac{\partial}{\partial x} g(x)$$

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= a_i h \frac{\frac{y(k)}{x(k)^2}}{1 + \frac{y(k)^2}{x(k)^2}} \\ &= \frac{-a_i h \frac{y(k)}{x(k)^2}}{\frac{x(k)^2 + y(k)^2}{x(k)^2}} = \frac{-a_i h y(k)}{x(k)^2 + y(k)^2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{-a_i h y(k)}{x(k)^2 + y(k)^2} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \exp \left(-\frac{(\theta - \theta_i)^2}{2b_i^2} \right) \\ &= -\frac{2}{2b_i^2} \frac{\partial(\theta - \theta_i)}{\partial x} (\theta - \theta_i) \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) \\ &= -\frac{1}{b_i^2} \frac{\partial \left(a \tan \left(\frac{y(k)}{x(k)} \right) - \theta_i \right)}{\partial x} \Delta\theta_i \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) \\ &= \frac{1}{b_i^2} \left(\frac{y(k)}{x(k)^2 + y(k)^2} \right) \Delta\theta_i \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) \\ \frac{\partial \Psi}{\partial x} &= \frac{1}{b_i^2} \left(\frac{y(k)}{x(k)^2 + y(k)^2} \right) \Delta\theta_i \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

Alors, en utilisant (25) et (26), $\frac{\partial H}{\partial x}$ devient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial x} &= \sum \frac{a_i h y(k)}{x(k)^2 + y(k)^2} \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) - \frac{a_i h y(k) \Delta\theta_i^2}{b_i^2 (x(k)^2 + y(k)^2)} \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) \\ &= \sum \frac{a_i h y(k)}{x(k)^2 + y(k)^2} \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) \left[1 - \frac{\Delta\theta_i^2}{b_i^2} \right] \\ \frac{\partial H}{\partial x} &= \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} \frac{a_i h y(k)}{x(k)^2 + y(k)^2} \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) \left[1 - \frac{\Delta\theta_i^2}{b_i^2} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

En suivant la même raisonnement, on trouve :

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} \frac{a_i h y(k)}{x(k)^2 + y(k)^2} \exp \left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2} \right) \left[1 - \frac{\Delta\theta_i^2}{b_i^2} \right] \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(-\sum a_i h \Delta \theta_i \exp \left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2} \right) - ((h-1)z(k) - hz_0) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial z} (-(h-1)z(k) - hz_0) \\
&= 1 - h \\
\frac{\partial H}{\partial z} &= 1 - h
\end{aligned} \tag{29}$$

Donc la matrice A_k devient:

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 + h - \left(\frac{2hx(k)^2 + hy(k)^2}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right) & -\frac{hx(k)y(k)}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} - \omega h & 0 \\ -\frac{hx(k)y(k)}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} + \omega h & 1 + h - \left(\frac{hx(k)^2 + 2hy(k)^2}{\sqrt{x(k)^2 + y(k)^2}} \right) & 0 \\ \frac{\partial H}{\partial x} & \frac{\partial H}{\partial y} & \frac{\partial H}{\partial z} \end{pmatrix} \tag{30}$$

Les éléments de la matrice (III.55) seront donnés par :

$$W_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{31}$$

Les éléments de la matrice (III.59) deviennent :

$$C_k = [0 \quad 0 \quad 1 - h] \tag{32}$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Mohamed Lamine TALBI.** Analyse et Traitement du signal Électrocardiographique (ECG) .Présentée pour obtenir le diplôme de Doctorat en Sciences 2011 .Université MENTOURI de Constantine
- [2] **BOUREZG Assia/GHADBANE Fatima Zahra.** Debruitage des Signaux ECG. Mémoire présenté pour l'obtention Du diplôme de Master Académique. Université Mohamed BOUDIAF - M'SILA
- [3] **Shirley Jones.** **ECGsuccess** : Exercices in ECG interpretation. 2007.
- [4] **BALKINE Khaddoumi.** Analyse et modélisation de l'activité électrique du coeur dans le cas de pathologies ventriculaires. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Nice Sophia Antipolis, 2005. Français.
- [5] **BENALI Radhwane ,** Analyse du signal ECG par réseau adaptif d'ondelettes en vue de la reconnaissance de pathologies cardiaques , Thèse doctorat 2013 , Université Abou BEKR BELKAID- Tlemcen
- [6] **AMARA Houaria, HAMZAOUI Nour El Imane,** Débruitage de Signal Electrocardiogramme (ECG) par la Transformée de Walsh-Hadamard et la Transformée des Ondelettes : Applications dans le Domaine de la Diagnostic des Maladies Cardiaques, Master, *Université Dr. Tahar Moulay Saida*
- [7] **AMRI MOHAMED CHAKIB,** Développement et réalisation d'un électrocardiographe ECG, Mémoire master 2017, Université M'Hamed Bougera-Boumerdes
- [8] **www.fedecardio.org/Je-m-informe/Le-coeur/lactivite-electrique-du-coeur.**
- [9] **J.A. Abildskov :** The sequence of normal recovery of excitability in the dog heart. *Circulation Research*, 52:442 446, 1975
- [10] **S. Silbernagl et A. Despopoulos :** Atlas de poche de physiologie. Flammarion Médecine-Sciences, 2001.

- [11] **M.R. Franz, K. Bargheer, W. Rafflenbeul, A. Haverich et P. Litchlen** : Monophasic action potential mapping in human subjects with normal electrocardiograms : direct evidence for the genesis of the T wave. *Circulation*, 75:379-386,1987.
- [12] **Aline CABASSON**, Estimation et Analyse des Intervalles Cardiaques , Thèse Docteur en Sciences , Décembre 2008, Université de Nice - Sophia Antipolis.
- [13] **OUALI Mohammed Assam**, Modélisation, Débruitage, Extraction des caractéristiques et Classification des signaux électrocardiogrammes ECG, Thèse Doctorat 2018, Université Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd.
- [14] **Alfredo Illanes Manriquez** , Segmentation de l'électrocardiogramme pour la modélisation de la dynamique du QT lors de l'exercice du handgrip, Thèse Doctorat 2008, Université de Rennes 1
- [15] **DUBOIS Rémi**, Application des nouvelles méthodes d'apprentissage à la détection précoce d'anomalies en électrocardiographie , Thèse Doctorat 2004, Université Paris 6
- [16] **DEHABA Housseem** , Réalisation d'un cardiofréquence-mètre à base du PIC 16F877 ,Mémoire de master 2014,Université FERHAT Abbas-Sétif.
- [17] <https://www.rythmo.fr/le-syndrome-de-qt-long/>
- [18] <https://www.univ-sba.dz/fmed/images/Electrocardiogramme1.pdf>
- [19] **François PORTATE**. Pilotage d'algorithmes pour la reconnaissance en ligne d'arythmies cardiaques. Intelligence artificielle [cs.AI]. Université Rennes 1, 2005. Français. <tel-00011942v2>
- [20] <https://fr.calameo.com/books/0041147513d31b657c3ee>
- [21] **GARY M. FRIESEN, THOMAS C. JANNETT**, Member, IEEE, Manal AFIFY Jadallah, STANFORD I. Yates, STEPHEN R. Quint, member, IEEE, and H. Troy Nagle, Fellow, IEEE
- [22] **Mohamed MAROUF**, High Frequency Noise Approximation and Adaptive Reduction in the ECG Signals, Doctoral Dissertation 2017 University of BELGRADE
- [23] Academic Dissertation to be presented with the assent of the Faculty of Science, University of Oulu, for public discussion in Raahensali (Auditorium L 10), Linnanmaa, on May 24th, 1999, at 12 noon
- [24] **Mouna GHANAI** , Développement d'outils de modélisation et de filtrage pour les signaux biomédicaux, Doctorat en science 2013 , Université de BATNA
- [25] **MOUSSAOUI Abdelkrim**, Contribution a la Modélisation et la Commande des Processus Industriels par Réseaux de Neurones, Doctorat 2006 , Option Automatique , Université BADJI Mokhtar ANNABA.

- [26] **OUALI Mohammed Assam**, Débruitage de signal électrocardiogramme ECG par le filtre de kalman étendu , Mémoire MAGISTERE 2010, Univ Mohamed BOUDIAF M'sila
- [27] **Yacine OUSSAR**. Réseaux d'ondelettes et réseaux de neurones pour la modélisation statique et dynamique de processus. domain_other. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1998. Français.<pastel-00000677>.
- [28] **R. Isermann & R. Munchlof**, Identification of dynamic systems, Springer, 2010.
- [29] **Pierre BORNE** , Jean-Pierre RICHARD Editions TECHNIP, Professeurs à l'école Centrale de Lille , Modélisation et Identification des Processus , 1992
- [30] **PETER SMITH**, Explaining chaos, Cambridge university press, 1998
- [31] **HIROYUKI Nagashima** and **YOSHIKAZU Boba**, Introduction to chaos, physics and mathematics of chaotic phenomena, Institute of physics publishing, 1999
- [32] **P. E. McSharry, G. D. Clifford, L. Tarassenko & L. A. Smith**, A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals, IEEE transactions on biomedical engineering, Vol. 50, No. 3, 2003, pp. 289-294.
- [33] **Mosab Aboidrees Altraifi Yousif** , Automatic Parameters Initialization of Gaussian Functions for ECG Model Based Denoising, Thesis of Master of Science 2018, University of Gezira
- [34] **O. Sayadi, M. B. Chamsollahi & G. D. Clifford**, Mode-based Fiducial points extraction for baseline wandered electrocardiograms, Physiological measurements, IEEE transactions on biomedical engineering, Vol. 55, No. 1, 2008, pp. 347-351.
- [35] **G. D. Clifford, A. Shoeb, P. E. McSharry & B. A. Janz**, Model-based filtering, compression and classification, IJBEM, Vol. 7, No. 1, 2005, pp. 158-161.
- [36] **M. Gidea, C. Gidea & W. Byrd**, Deterministic models for simulating electrocardiographic signals, Commun nonlinear sci numer simulat, Vol. 16, 2011, pp. 3871-3880.
- [37] **Frédéric Rotella** , Filtrage Optimal , Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes .
- [38] **ALAZARD D**, Introduction au filtre de Kalman. Notes de cours, Exercices, sessions Matlab,(2006).
- [39] **KADRI Mohammed** , Le filtre de Kalman pour la prédiction multi-site des apports liquides annuels du bassin versant Cheliff, Master 2017 , L'école supérieur d'hydraulique .
- [40] **Greg Welch, Gary Bishop**, 'An Introduction to the Kalman Filter', University of North Carolina at Chapel Hill Chapel Hill, NC 27599-3175.
- [41] **R.G.Brown** , "Random Signal Analysis and kalman filtering".

- [42] **M Sabarimalai Manikandan** and **Samarendra Dandapat**. Multiscale entropy-based weighted distortion measure for ECG coding. *IEEE Signal Processing Letters*, 15 :829–832, 2008.
- [43] **Mahamed GH Omran**. *Particle swarm optimization methods for pattern recognition and image processing*. PhD thesis, 2006.
- [44] **Dan Simon**. *Evolutionary optimization algorithms*. John Wiley & Sons, 2013
- [45] **James Kennedy**. Swarm intelligence. In *Handbook of nature-inspired and innovative computing*, pages 187–219. Springer, 2006.
- [46] **Carlos M Fonseca**, **Peter J Fleming**, et al. Genetic algorithms for multiobjective optimization : Formulation discussion and generalization. In *Icga*, volume 93, pages 416–423, 1993.
- [47] **Julio Barrera** and **Carlos A Coello Coello**. Test function generators for assessing the performance of PSO algorithms in multimodal optimization. *Handbook of Swarm Intelligence, Adaptation, Learning, and Optimization*, 8 :89–117, 2011.
- [48] **XH Shi**, **YC Liang**, HP Lee, C Lu, and LM Wang. An improved ga and a novel PSO- GA-based hybrid algorithm. *Information Processing Letters*, 93(5) :255–261, 2005.
- [49] **Kennedy J** and **Eberhart R**. Particle swarm optimization. *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*, 4 :1942–1948, 1995.
- [50] **Craig W Reynolds**. **Flocks**, herds and schools : A distributed behavioral model. *ACM SIGGRAPH computer graphics*, 21(4) :25–34, 1987.
- [51] **Frank Heppner** and **Ulf Grenander**. A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks. *The ubiquity of chaos*, pages 233–238, 1990.
- [52] **Ilhem Boussaid**. *Perfectionnement de metaheuristiques pour l'optimisation continue*. PhD thesis, Universite Paris-Est, 2013.
- [53] **James Kennedy** and **Rui Mendes**. Population structure and particle swarm performance. In *Evolutionary Computation, 2002. CEC'02. Proceedings of the 2002 Congress on*, volume 2, pages 1671–1676. IEEE, 2002.

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire de master porte essentiellement sur l'axe de dé-bruitage des signaux électrocardiogrammes où deux techniques ont été développées, l'une est basée sur le filtre de kalman étendu (EKF) et l'autre sur le filtre de kalman étendu optimisé par l'algorithme d'optimisation en essaim particulaire (PSO). Le filtre de Kalman est essentiellement un ensemble d'équations mathématiques mettant en œuvre un estimateur de type prédicteur correcteur optimal dans le sens de minimiser la covariance d'erreur estimée. Dans un premier temps ces équations ont été utilisées pour dé-bruiter le signal électrocardiogramme. Dans un second temps le filtre de kalman étendu avec l'algorithme d'optimisation PSO ont été combinés pour avoir un algorithme de filtrage des signaux électrocardiogrammes, cet algorithme consiste en une adaptation en temps réel des paramètres de ce filtre au cours de l'opération de filtrage. L'algorithme d'optimisation PSO est capable d'ajuster les paramètres du filtre de kalman étendu (les covariances des bruits d'état et de mesure Q et R , respectivement).

Abstract

The work presented in this master thesis focuses mainly on the denoising axis of the electrocardiogram signals where two techniques have been developed, one based on the extended kalman filter (EKF) and the other on the extended kalman filter optimized by the particle swarm optimization algorithm (PSO). The Kalman filter is essentially a set of mathematical equations implementing an optimal estimator in the sense of minimizing the estimated error covariance. At first these equations were used to de-noise the electrocardiogram signal. In a second step, the extended kalman filter with the PSO optimization algorithm has been combined to have an electrocardiogram signal filtering algorithm, this algorithm consists of a real-time adaptation of the parameters of this filter during the filtering operation. The PSO optimization algorithm is able to adjust the parameters of the extended kalman filter (the covariances of the state and measurement noises Q and R , respectively).

ملخص

يركز العمل المقدم في رسالة الماجستير هاته وبشكل رئيسي على محور ترشيح الضوضاء لإشارات تخطيط القلب حيث تم تطوير خوارزميتين الأولى تعتمد على مرشح كالمان والثانية على مرشح كالمان المحسن بواسطة خوارزمية تحسين سرب الجسيمات. مرشح كالمان هو عبارة عن مجموعة من المعادلات الرياضية في البداية تم استعمال هاته المعادلات لتكوين خوارزمية كالمان لترشيح إشارة القلب من كل ضوضاء في المرحلة الثانية تم استعمال مرشح كالمان مع خوارزمية تحسين سرب الجسيمات لتطوير خوارزمية ترشيح إشارة القلب هذه الخوارزمية تقوم بترشيح إشارة القلب و في نفس الوقت تحسن ضوابط مرشح كالمان للحصول على إشارة قلبية مرشحة جيدا