

Université Mohamed Boudiaf- M'sila

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



Numéro de série :

Numéro d'inscription

THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de

Doctorat en Sciences

Spécialité : Electronique

Option : Communication

THEME

Algorithmes de Reconstruction Tomographique (SPECT) et Tomographie d'Emission par Positron (TEP) à Base des Approches Bayésiennes

Présentée par

BOUDJELAL Abdelwahhab

Soutenue le : 28/06/2018

Devant le jury composé de :

<u>Nom & Prénom</u>	<u>Grade</u>	<u>Etablissement</u>	<u>Qualité</u>
MEZACHE Amar	Professeur	Uni. de M'sila	Président
MESSALI Zoubeida	Professeur	Uni de BBA	Encadreur
TALBI Mohamed Lamine	Maître de conférences A	Uni de BBA	Examineur
LADJAL Mohamed	Maître de conférences A	Uni. de M'sila	Examineur
ELMOATAZ Abderrahim	Professeur	Uni. de Caen Normandie	Invité

Année Universitaire : 2017/2018

Remerciements

Dans ce remerciement, je tiens tout d'abord à remercier **Dieu** le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

Je tiens à remercier particulièrement mon encadrante Pr **MESSALI Zoubeida** d'avoir accepté d'encadrer ma recherche ; vos précieux conseils, vos explications et orientations qui m'ont éclairé la méthodologie de la recherche et votre aide durant toute la période de la réalisation de ce modeste travail. Je tiens, à exprimer ma gratitude envers Mr **ELMOATAZ Abderrahim**, Professeur à l'Université de Caen, qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire (GREYC) et qui a assuré la co-direction scientifique de ce travail. Je remercie son attention, ses précieux conseils, ainsi que la confiance qu'il m'a toujours témoignée,

Je tiens ensuite à remercier Mr **MEZACHE Amar**, Professeur à l'Université Mohamed Boudiaf de M'Sila, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant la présidence du jury de cette thèse. Mes remerciements s'adressent également à Mr **LADJAL Mohamed**, Maitre de conférences A à l'Université Mohamed Boudiaf de M'Sila, Mr **TALBI Mohamed Lamine**, Maitre de conférences A à l'Université Mohamed El Bachir El Ibrahimi de Bordj Bou Arréridj, qui ont bien voulu me faire l'honneur d'examiner ce travail et d'être membres du jury.

Finalement à ma famille qui pendant toute ma vie a été à mes cotés pour m'encourager à atteindre mes objectifs académiques et personnels. Ma reconnaissance va aussi à mes amis.

Je tiens à remercier tous ceux qui ;

- D'une façon ou d'une autre, m'ont aidé pendant l'élaboration de cette thèse,
- Certains par leurs conseils et leurs connaissances scientifiques
- D'autres par leur soutien permanent et leur disponibilité

Dédicace

Je dédie ce travail

A Mes très chers parents ;

A ma femme, mon fils Mounib et ma fille Rouqaia ;

A mes frères et mes soeurs ;

A la mémoire de ma soeur R ;

A toute ma famille ;

A tous mes amis ;

Table des matières

I	État de l'art	1
1	Introduction Générale	2
1.1	Introduction	3
1.2	Organisation du manuscrit	5
2	Systèmes d'acquisition tomographique X et γ	6
2.1	Introduction	7
2.2	Les techniques d'imagerie tomographique X	7
2.2.1	La tomographie de transmission TDM	7
2.3	Principes de l'imagerie tomographique γ	10
2.3.1	Tomographie d'émission monophotonique SPECT	11
2.3.2	Tomographie par émission de positrons ou PET	13
2.3.3	Comparaison de deux méthodes de tomographie d'émission . . .	14
2.4	La caméra gamma ou caméra d'Anger	15
2.4.1	Principe	15
2.4.2	Eléments constitutifs	16
2.4.2.1	Le collimateur	16
2.4.2.2	Le scintillateur	17
2.4.2.3	Les photomultiplicateurs	17
2.5	Acquisition d'une image tomographique par une caméra gamma	18
2.6	Conclusion	19
3	Les techniques de reconstruction tomographique	20
3.1	Introduction	21
3.2	Reconstruction analytique	21
3.2.1	La transformée de Radon	22
3.2.2	Théorème de la coupe centrale en 2D	24
3.2.3	La rétroprojection filtrée (FBP)	24
3.3	Reconstruction itérative	26
3.3.1	Méthodes itératives algébriques	27
3.3.1.1	Méthodes algébriques (ART)	29
3.3.2	Méthodes itératives statistiques	30

3.3.3	Maximum de vraisemblance	31
3.3.4	L'algorithme EM pour le calcul du maximum	32
3.3.5	La méthode de maximisation de l'espérance par sous-ensembles ordonnés OSEM	34
3.4	Conclusion	36
II	Algorithmes de reconstruction développés	37
4	Reconstruction d'image basée sur la minimisation de la Variation Totale (TV)	38
4.1	Introduction	39
4.2	La minimisation de la variation totale	39
4.2.1	Variation totale	40
4.2.2	Modèle de Rudin-Osher-Fatemi (ROF)	40
4.3	Application à la reconstruction tomographique	42
4.3.1	Reconstruction Itérative + ROF	43
4.3.2	Le modèle développé	43
4.3.2.1	La minimisation rapide de la variation totale (FTV : Fast Total Variation)	44
4.3.3	Technique proposée	46
4.4	Etudes de simulation	47
4.4.1	TEP Simulation Setup	47
4.4.2	Reconstruction de l'image à partir de données TEP simulées corrompues par un bruit poisson additif	48
4.5	Conclusion	51
5	Technique de régularisation basée sur une inférence Bayésienne	54
5.1	Introduction	55
5.2	Modélisation du problème inverse	55
5.3	Modélisation des informations <i>a priori</i>	56
5.3.1	Introduction d'information <i>a priori</i>	56
5.3.2	Approche bayésienne	57
5.3.3	Choix de l' <i>a priori</i>	58
5.3.4	Calcul d'un estimateur <i>a posteriori</i>	58
5.4	Inférence bayésienne pour les problèmes inverses	58

5.4.1	Estimateurs au sens du maximum <i>a posteriori</i> (MAP)	59
5.4.1.1	Critère d'estimation au sens du MAP	59
5.4.1.2	Algorithme de reconstruction proposé	61
5.5	Les applications de la méthode proposée et résultats	65
5.5.1	Simulation des données (configuration)	65
5.6	Résultats et discussion	66
5.7	Conclusion	69
6	Approche comparative des algorithmes de reconstruction tomogra- phique	70
6.1	Introduction	71
6.2	Évaluation	71
6.2.1	Génération de données	72
6.2.2	Comparaison	73
6.2.2.1	Algorithmes	73
6.2.2.2	Planification des reconstructions	73
6.2.2.3	Techniques d'évaluation sur régions d'intérêt	74
6.3	Résultats et discussion	75
6.3.1	Reconstructions à projections de données synthétiques	75
6.3.2	Reconstructions à projections de données réelles	88
6.4	Conclusion	90
III	Systemes Hybrides	91
7	L'imagerie multi-modale TEP/TDM et SPECT/TDM	92
7.1	Introduction	93
7.2	L'intérêt de l'imagerie multimodale	94
7.3	Définitions	94
7.3.1	L'imagerie hybride TEP/TDM	94
7.3.2	L'imagerie hybride SPECT/TDM	96
7.4	Méthode de détection des tumeurs	97
7.4.1	Description générale de l'algorithme	97
7.4.1.1	Étape 01 : La reconstruction	98
7.4.1.2	Étape 02 : La Fusion par ondelettes	98
7.4.1.3	Décision	99

7.5	Les simulations	100
7.5.1	Les images TDM	100
7.5.2	Les images TEP/TDM	100
7.5.3	Les images SPECT/TDM	103
7.5.4	Les images TEP/TDM et SPECT/TDM	105
7.5.4.1	Évaluation de performances	105
7.6	Conclusion	106
8	Conclusion Générale	108
8.1	Conclusion	109
8.2	Perspectives	111
	Bibliographie	112

Table des figures

2.1	Tomodensitomètre X [ScannerX]	8
2.2	Principe de la tomographie par transmission X [Radiographie]	9
2.3	Illustration d'une projection parallèle de f . Pour une meilleure visualisation, le collimateur est représenté en transparence. Le vecteur unitaire θ indique l'orientation des trous dans le collimateur [Wagner 2002]	11
2.4	Principe de la tomographie d'émission SPECT [Wang 2016]	12
2.5	Caméra SPECT [Ritt 2014]	13
2.6	Principe de la tomographie d'émission PET [Wang 2016]	14
2.7	Principe de la caméra d'Anger : (a) émission des rayons γ par le patient (b) limitation aux seuls rayons colinéaires au collimateur (c) conversion, par un cristal scintillateur, de l'énergie gamma en rayonnement visible (d) conversion de l'énergie lumineuse en énergie électrique et amplification par les photomultiplicateurs (e) circuit électronique, numérisation, traitement et visualisation.	16
2.8	Résultats d'acquisition d'une source ponctuelle [Simonnet 2010]	18
3.1	Classification des algorithmes de reconstruction [Hamawy 2014]	22
3.2	Projection selon un angle θ d'un objet circulaire [Radon 1917]	23
3.3	L'intégrale de f sur la ligne en pointillés orthogonale à $\vec{\alpha}$ représente la transformée de Radon $Rf(\vec{\alpha}, r)$. En même temps, elle représente $Rf(\vec{\alpha}, \vec{v})$, $\vec{\beta}$ étant unitaire et orthogonal à $\vec{\alpha}$. [Radon 1917]	23
3.4	Principe de la rétroprojection filtrée. [De Dreuille 2004]	25
3.5	Comparaison entre la rétroprojection filtrée et non-filtrée	26
3.6	Représentation schématique des étapes principales des algorithmes d'image itératifs. [Geyer 2015]	27
3.7	Principe de l'algorithme ART. [Gordon 1970]	30
3.8	MLEM sous la forme du modèle itératif général [Wernick 2004]	35
4.1	L'image fantôme comprend 2 disques de rayon $r_1 = 26$ et $r_2 = 11$ pixels. Son sinogramme a 192 angles et 192 rayons avec un bruit faible et élevé.	48
4.2	images reconstruites du fantôme Disques par différents algorithmes avec 80 itérations pour différent β	50

4.3	images reconstruites du fantôme Disques par différents algorithmes avec 80 itérations pour différent β avec 30% de bruit	51
4.4	Profils de régions d'intérêt (ROI), tracés pour les images reconstruites du fantôme Disques par différents algorithmes pour différent β sans bruit	52
4.5	Profils de régions d'intérêt (ROI), tracés pour les images reconstruites du fantôme Disques par différents algorithmes pour différent β avec 30% de bruit	53
5.1	L'image fantôme de taille 256×256 pixels comprend des carrés. Son sinogramme a 192 angles et 192 rayons avec et sans bruit.	65
5.2	Images reconstruites du fantôme Carrés par les algorithmes B-MLEM et MLEM classique avec 80 itérations	66
5.3	Profils des régions d'intérêts (ROI), tracés pour les images reconstruites du fantôme Carrés par les algorithmes B-MLEM et MLEM classique . .	67
5.4	Images reconstruites du fantôme Carrés par les algorithmes B-MLEM et MLEM classique avec différents niveaux de bruit	68
6.1	Fantôme de tête Hoffman 256×256 de référence, (À gauche) [Hoffman 1990]. Fantôme réel 256×256 de référence (À droite) [Archive].	72
6.2	Illustration du bruit Poisson, appliqué aux données simulées du fantôme	74
6.3	Identification sur le fantôme de Hoffman, des trois régions d'intérêt ROI1, ROI2 et ROI3	75
6.4	Identification sur le fantôme de Hoffman, des trois coupes CUT1, CUT2 et CUT3, définis pour la comparaison des reconstructions 2-D	76
6.5	Reconstructions du fantôme Hoffman, à partir nombre de comptes = 2×10^4 avec des projections non bruitées, réalisées avec les différents nombre d'itérations N	77
6.6	Reconstructions du fantôme Hoffman, à partir nombre de comptes = 2×10^5 avec de projections non bruitées, réalisées avec les différents nombres d'itérations N.	78
6.7	Reconstructions du fantôme Hoffman, à partir nombre de comptes = 2×10^6 avec de projections non bruitées, réalisées avec les différents nombre d'itérations N.	79
6.8	Zoom sur les ROI de la reconstruction fantôme de Hoffman obtenue avec divers algorithmes avec 2×10^4 comptes	81

6.9	Zoom sur les ROI de la reconstruction fantôme de Hoffman obtenue avec divers algorithmes avec 2×10^5 comptes	82
6.10	Zoom sur les ROI de la reconstruction fantôme de Hoffman obtenue avec divers algorithmes avec 2×10^6 comptes	83
6.11	Profils de coupes CUT1, CUT2 et CUT3, tracés pour les reconstructions Hoffman fantôme correspondant avec les 4 algorithmes de reconstruction avec un nombre des comptes= 2×10^4	84
6.12	Profils de coupes CUT1, CUT2 et CUT3, tracés pour les reconstructions Hoffman fantôme correspondant avec les 4 algorithmes de reconstruction avec un nombre des comptes= 2×10^5	85
6.13	Profils de coupes CUT1, CUT2 et CUT3, tracés pour les reconstructions Hoffman fantôme correspondant avec les 4 algorithmes de reconstruction avec un nombre des comptes= 2×10^6	86
6.14	Graphes donnant l'erreur quadratique moyenne (MSE) dans la région d'intérêt ROI1	87
6.15	Graphes donnant l'erreur quadratique moyenne (MSE) dans la région d'intérêt ROI2	87
6.16	Graphes donnant l'erreur quadratique moyenne (MSE) dans la région d'intérêt ROI3	88
6.17	Images reconstruites à partir des projections de données réelles par différents algorithmes.	89
7.1	Les champs d'application des différentes modalités d'imagerie pré-clinique [Nicol 2010]	95
7.2	Le premier concept de TEP/TDM [Townsend 1991]	96
7.3	Schéma de l'algorithme de détection des tumeurs dans les images médicales	97
7.4	Schéma de fusion utilisé [Alfano 2007]	98
7.5	Fusion des coupes TEP/TDM de Fantôme RIDER	101
7.6	Fusion des coupes TEP/TDM	103
7.7	Fusion des coupes SPECT/TDM	104
7.8	Images TEP/TDM et SPECT/TDM de la ventilation pulmonaire au cours de l'obstruction lobaire inférieure. [Borges 2011]	106

Liste des abréviations

2D	bidimensionnel
ADM	La méthode de direction alternante (<i>Alternating Direction Method</i>)
ART	Algebraic Reconstruction Technique.
CT	Computed Tomography. Scanner à rayon X.
ECT	Tomographie par émission (<i>Emission computed tomography</i>)
EM	Algorithme d'Espérance Maximisée
FBP	Rétroprojection filtrée (<i>Filtered Back Projection</i>).
FTV	Fast Total Variation
ILST	Iterative least-squares technique
IRM	Imagerie par Résonance Magnétique
LOR	ligne de réponse (<i>Line Of Response</i>).
MLEM	Maximum Likelihood-Expectation Maximization.
MN	Médecine Nucléaire
MSE	Erreur quadratique moyenne ("Mean squared error ")
NCAT	NURBS-based CArdiac Torso. Fantôme numérique de cœur
OSEM	Ordered Subsets Expectation Maximisation, version d'EM utilisant les sous-ensembles
PSNR	le rapport signal à bruit crête (<i>Peak signal-to-noise ratio</i>)
RAMLA	Row-Action Maximum Likelihood Algorithm. Algorithme itératif de reconstruction d'images en TEP.
RIDER	Base de données d'images de référence pour évaluer la réponse (<i>Reference Image Database to Evaluate Response</i>)
ROF	Le modèle de Rudin, Osher et Fatemi
ROI	Région d'interet (<i>Region Of Interest</i>)
SIRT	Simultaneous iterative reconstruction technique
SART	Simultaneous algebraic reconstruction technique
SNR	Le rapport signal sur bruit (<i>Signal-to-noise ratio</i>)
SPECT	en anglais : Single Photon Emission Computed Tomography.

TDM	Tomodensitomètre ou scanner X.
TEMP/TDM	Tomographie multimodalités associant un scanner fonctionnel TEMP avec un scanner à rayons X dans le même statif.
TEMP	Tomographie d'Emission MonoPhotonique
TEP/TDM ..	Tomographie multimodalités associant un scanner fonctionnel TEP avec un scanner à rayons X dans le même statif.
TEP	La tomographie par émission de positons (PET : <i>Positon Emission Tomography</i>)
TV	Total Variation

Liste des publications et des communications

1. BOUDJELAL, Abdelwahhab, MESSALI, Zoubeida, et al. "PET image reconstruction based on Bayesian inference regularised maximum likelihood expectation maximisation (MLEM) method" *International Journal of Biomedical Engineering and Technology* , 2018 **In Press**.
2. BOUDJELAL, Abdelwahhab, MESSALI, Zoubeida, ELMOATAZ, Abderrahim, et al. Improved Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique Algorithm for Positron-Emission Tomography Image Reconstruction via Minimizing the Fast Total Variation. *Journal of Medical Imaging and Radiation Sciences* , 2017, vol. 48, no 4, p. 385-393.
3. Boudjelal, Abdelwahhab, Zoubeida Messali, and Abderrahim Elmoataz. "A Novel Kernel-Based Regularization Technique for PET Image Reconstruction." *Technologies* vol. 5, no. 2 (2017) : 37.
4. Abdelwahhab Boudjelal, Zoubeida Messali, Abderrahim Elmoataz, Bilal Attallah and Mounir Bouras. "A new method of image reconstruction for ECT using a combined regularization algorithm of total variation and Tikhonov." *The International Conference on Automatic control, Telecommunication and Signals (ICATS'17)* annaba. pp. 1-5. IEEE, 2017
5. Boudjelal, Abdelwahhab, Bilal Attallah, and Zoubeida Messali. "Filtered-based expectation-Maximization algorithm for Emission computed tomography (ECT) image reconstruction." *3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT)*, 2015 , pp. 1-5. IEEE, 2015.
6. Messali, Zoubeida, Nabil Chetih, Amina Serir, and Abdelwahhab Boudjelal. "A Comparative Study of Analytical, Iterative and Bayesian Reconstruction Algorithms in Computed Tomography (CT)." *International Journal of Computer and Communication Engineering* vol. 1, no. 3 (2012) : 222.

Première partie

État de l'art

Introduction Générale

Sommaire

1.1	Introduction	3
1.2	Organisation du manuscrit	5

1.1 Introduction

L'objet de ce manuscrit s'articule autour de la reconstruction tomographique, en rapport avec l'imagerie médicale. La tomographie, étant une technique d'imagerie, suscite un intérêt particulier dans le domaine médical depuis la découverte du rayonnement X. En effet, l'imagerie médicale a connu ses débuts dès la fin du XIX^e siècle avec les premières radiographies à rayons X découverts en 1895 par le physicien allemand Wilhelm Röntgen [Samueli 2009]. La découverte de la radioactivité naturelle, puis de la radioactivité artificielle durant la première moitié du XX^e siècle, et le développement par les physiciens des techniques expérimentales pour étudier les phénomènes nucléaires, puis corpusculaires, ont permis une évolution spectaculaire de l'imagerie médicale et particulièrement de la tomographie informatisée dans la seconde moitié du XX^e siècle.

L'imagerie nucléaire, qui nous intéresse dans ce travail, constitue une imagerie par émission utilisée en médecine nucléaire dans un but diagnostique. Elle consiste à déterminer la distribution dans l'organisme d'une substance radioactive administrée au patient, appelée radiotraceur, en détectant le rayonnement qu'elle émet au moyen d'un dispositif de détection adapté à un rayonnement externe. Deux modalités d'imagerie sont couramment employées : la tomographie d'émission monophotonique (SPECT pour Single Photon Emission Computed Tomography), pour laquelle le radiotraceur émet des photons gamma détectés grâce à une gamma-caméra, et la tomographie à émission de positons (PET pour Positron Emission Tomography), pour laquelle le radiotraceur émet des positons et où l'on détecte les deux photons gamma émis en coïncidence après annihilation du positon avec un électron. Les données acquises par le détecteur sont reconstruites à l'aide d'un algorithme de reconstruction afin de fournir une estimation de la distribution tridimensionnelle du radiotraceur dans l'organisme. L'imagerie nucléaire permet d'avoir accès de manière non invasive à des informations sur le fonctionnement des organes et d'étudier des processus physiologiques et métaboliques.

La tomographie constitue un problème inverse, pour lequel on cherche à reconstruire un objet à partir de ses projections, celles-ci étant acquises à l'aide d'un scanner. Dans la plupart des applications de tomographie par émission, les méthodes de reconstruction utilisées sont les méthodes analytiques [Kak 2001]. Dans le cas d'un nombre suffisant de projections, ces méthodes permettent en effet des reconstructions fiables. Cependant, dans le cas d'un nombre limité de projections (applications médicales faible

dose), ou d'un domaine angulaire réduit, les données disponibles pour l'inversion sont insuffisantes ; le mauvais conditionnement du problème s'accroît, et les résultats sont entachés d'artéfacts. Dans ces situations, une approche alternative consiste à discrétiser le problème de reconstruction, et à utiliser des algorithmes itératifs ou une formulation statistique du problème afin d'estimer l'objet inconnu. Le manque d'information est alors compensé par l'introduction d'*a priori* ou de contraintes qui permettent de converger vers une solution acceptable. À la différence des méthodes analytiques, les méthodes itératives sont coûteuses en termes de temps de calcul et de ressources mémoires, ce qui rend leur utilisation peu usuelle.

Pour résoudre ce problème, nous proposons une méthode de régularisation, à laquelle nous ajoutons un terme de régularisation selon [Tikhonov 1963] qui permet de trouver « la » solution théorique du problème inverse. Cependant, l'emploi de ce terme "régularisant" est souvent insuffisant, surtout lorsque le nombre de données est faible. Nous proposons ici des méthodes qui utilisent la minimisation de la Variation Totale (TV) et l'inférence bayésienne pour régulariser des problèmes inverses.

Bien que les informations (anatomiques ou fonctionnelles) que l'on recherche à travers ces différentes modalités sont bien souvent complémentaires, donc potentiellement intéressantes à combiner, celles-ci sont la plupart du temps obtenues séparément en routine clinique, ce qui les rend difficiles à corréler entre elles. C'est pourquoi un des défis de l'imagerie biomédicale est de concevoir de nouveaux systèmes d'imagerie dits hybrides permettant d'obtenir simultanément les différentes informations recherchées. Un premier pas avait déjà été franchi dans cette direction au début des années 1990 avec le développement de systèmes SPECT/TDM [Hasegawa 1990, Mariani 2010] et TEP/TDM [Kinahan 1998, Beyer 2000] permettant de superposer et de fusionner les données anatomo-fonctionnelles obtenues respectivement par le TDM et le SPECT ou le TEP. L'impact diagnostique de cette avancée technologique est tel qu'aujourd'hui, pratiquement tous les systèmes TEP installés en milieu clinique sont des systèmes bimodaux TEP/TDM contigus. Néanmoins, leur juxtaposition implique que l'acquisition soit séquentielle, ce qui entraîne dans certains cas des difficultés quant à la précision du recalage des volumes reconstruits, en raison notamment des mouvements physiologiques (respiration, battements cardiaques, mouvements péristaltiques). Il convient donc de pouvoir mettre en œuvre des systèmes d'acquisition multimodaux réellement simultanés, partageant un même champ de vue, dont les avantages seraient multiples et permettraient de corréler spatialement, en temps réel, les différentes informations enregistrées moyennant des acquisitions synchronisées sur un signal physiologique.

Malgré les évolutions constatées en imagerie médicale, il reste encore des insuffisances au niveau des diagnostics et de détection de certaines maladies, notamment en cancérologie. De ce fait, notre travail s'est orienté principalement vers cet axe de recherche, pour tenter d'apporter des réponses à ces problématiques.

1.2 Organisation du manuscrit

Notre manuscrit sera composé de trois grandes parties. Dans la première, nous présenterons un aperçu sur la tomographie par émission, son histoire et ses avantages. Nous dresserons également un état de l'art des systèmes d'acquisition tomographique X et γ . Comme nous nous concentrons sur l'imagerie nucléaire, nous présenterons ensuite le fonctionnement de la γ caméra. Nous passerons en revue les méthodes pour l'imagerie gamma en présentant un état de l'art des algorithmes analytiques et itératifs de reconstruction. Nous rappellerons le principe de la tomographie, et des méthodes mathématiques permettant la reconstruction des volumes observés.

La deuxième partie sera consacrée aux méthodes itératives, en particulier l'algorithme basé sur la maximisation de la vraisemblance par maximisation de l'espérance (MLEM) (maximum likelihood expectation maximization), qui représentent le point de départ de notre première contribution. Nous proposerons une nouvelle méthode de régularisation par la minimisation de la Variation Totale TV. Ensuite nous utiliserons la méthode de reconstruction et de régularisation, basée sur une inférence bayésienne. Une approche comparative sera soulignée sur les méthodes de reconstruction, et nous présenterons les résultats de reconstructions obtenus à partir des données simulées et nous effectuerons une étude de l'influence de plusieurs paramètres spécifiques à la reconstruction itérative sur la qualité des images. La dernière partie permettra d'exposer l'intérêt de l'imagerie multimodale dans le diagnostic médical pour la localisation des tumeurs cancéreuses. Nous présenterons une méthode de la fusion des images utilisées dans notre travail PET/TDM ou SPET/TDM, basées sur la transformé d'ondelette, ainsi que les implémentations. Une conclusion générale terminera ce travail et permettra d'exposer les résultats de cette recherche et ouvrira une perspective de ce projet de recherche.

Systèmes d'acquisition tomographique

 X et γ

Sommaire

2.1	Introduction	7
2.2	Les techniques d'imagerie tomographique X	7
2.2.1	La tomographie de transmission TDM	7
2.3	Principes de l'imagerie tomographique γ	10
2.3.1	Tomographie d'émission monophotonique SPECT	11
2.3.2	Tomographie par émission de positrons ou PET	13
2.3.3	Comparaison de deux méthodes de tomographie d'émission	14
2.4	La caméra gamma ou caméra d'Anger	15
2.4.1	Principe	15
2.4.2	Eléments constitutifs	16
2.5	Acquisition d'une image tomographique par une caméra gamma	18
2.6	Conclusion	19

2.1 Introduction

L'imagerie médicale cherche à visualiser l'intérieur d'un organe par une cartographie qui trace les caractéristiques biologiques et physiques du corps humain. Le procédé qui permet de réaliser cette opération est la tomographie. Cette technique a révolutionné l'imagerie médicale depuis son application aux diagnostics radiologiques en tomodensitométrie X en 1972 par Cormack et Hounsfield [Hounsfield 1972]. Depuis, d'autres méthodes ont été développées pour étudier des structures anatomiques ou fonctionnelles du corps humain.

En tomographie par transmission, une source gamma est placée à l'extérieur du corps humain et l'atténuation des photons traversant le corps est représentée. En revanche, en tomographie par émission, le sujet a été injecté, a ingéré ou a inhalé un traceur radioactif qui émet des photons. Les détecteurs collectent ensuite les photons endogènes de l'extérieur du corps. Le rayonnement mesuré est directement lié à un métabolisme physiologique du sujet examiné. Le traceur radioactif administré détermine le type de fonction physiologique qui est imagée. Un composé isotopique du glucose, par exemple, peut être utilisé pour identifier les zones d'atteinte cancéreuse, distinguer les lésions malignes des lésions bénignes. Il joue donc un rôle important dans le diagnostic et la prise en charge des patients atteints de cancer.

Avant de rappeler quelques notions de base de la tomographie, nous présenterons dans ce chapitre une analyse succincte du volume de l'espace des phases utilisé. Nous décrirons également quelques modalités en imagerie tomographique X et γ . Ces modalités se différencient par les phénomènes physiques utilisés pour obtenir les images. Nous définirons ensuite la caméra d'Anger et ses caractéristiques. Enfin, nous décrirons les différentes étapes d'acquisition et de reconstruction des images tomographiques classiques, tout en exposant la géométrie d'acquisition et les modèles mathématiques utilisés.

2.2 Les techniques d'imagerie tomographique X

2.2.1 La tomographie de transmission TDM

La tomodensitométrie (TDM), dite aussi la tomographie par transmission X est une technique d'imagerie médicale qui consiste à mesurer l'absorption des rayons X par les tissus, puis par traitement informatique, à numériser et à reconstruire des images 2D ou 3D de la carte d'atténuation des structures anatomiques.

Le système de tomodensitométrie comprend une source de rayons X , un collimateur pour délimiter le faisceau, et un détecteur.

- **Source de rayons X** : Une source de rayons X se compose typiquement de trois composants : le tube à rayons X , une alimentation haute tension et une interface de commande de la source. Le tube à rayons X est un tube à vide qui produit des rayons X par accélérations d'électrons à partir d'une source (cathode) sur une cible choisie (anode de molybdène ou de tungstène en général).
- **Détection des photons X** : Les rayons X émis par la source vont traverser le patient ou le fantôme et être plus ou moins atténués selon la matière traversée. De ce fait, un détecteur utilisé en TDM pré-clinique doit être capable de détecter un faisceau polychromatique de rayons X , dont l'énergie maximale avoisine 50 keV . Le but du système de détection est d'absorber complètement les rayons X incidents et de transformer leur énergie en signal électrique, de l'amplifier, et de la numériser.

L'ensemble du système est animé d'un mouvement de translation parallèle à l'axe de rotation le long du corps humain et d'un mouvement de rotation de l'ensemble source détecteur (figure 2.1).

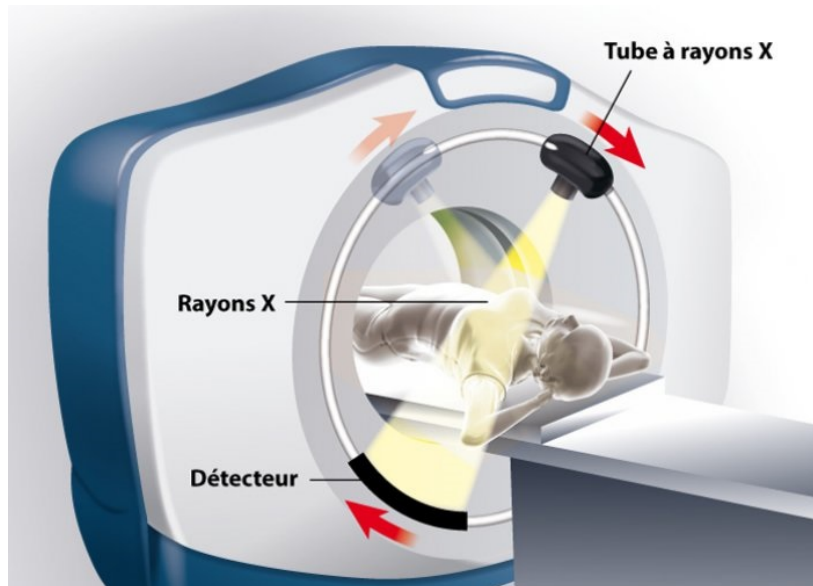


FIGURE 2.1 – Tomodensitomètre X [ScannerX]

L'image obtenue montre des coupes du corps humain. Plus exactement, elle montre les variations des coefficients d'atténuation μ du faisceau X dans la coupe [Douiri 2002]. Ce coefficient d'atténuation μ dépend notamment de la densité des tissus. On aura donc

un contraste important entre les os (Calcium), les poumons (air), les tissus mous (eau) et les tissus adipeux.

Un tomodensitomètre mesure l'atténuation ϕ par les tissus humains des rayons X émis par une source externe (relation (2.1)).

$$\phi = \phi_0 \cdot e^{\mu x} \quad (2.1)$$

Les premières machines de ce genre étaient composées d'une source de rayon X collimatée et d'un détecteur unique. A la précision de la mesure près, l'espace des phases à l'acquisition était représenté par un simple point (extension faible en distance et en angle). Cette acquisition est très limitée dans l'espace des phases et nécessite un double mouvement : balayage linéaire et rotation dans le plan transverse (Figure. 2.2).

Les appareils actuels utilisent une source de rayon X la plus petite possible, mais le détecteur a été considérablement étendu, car on réalise des faisceaux coniques avec des détecteurs en arc de cercle dans le plan tangentiel, également étendu dans le sens axial. On parle alors de 64, 128, 256 barrettes de détecteurs.

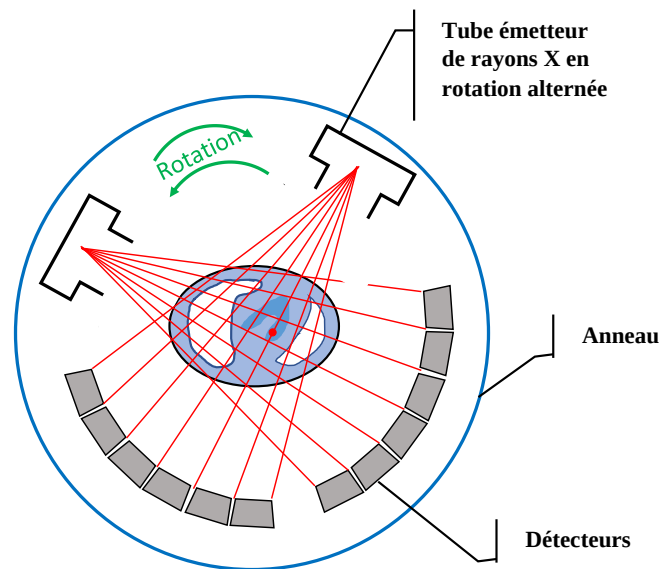


FIGURE 2.2 – Principe de la tomographie par transmission X [Radiographie]

Pour ces appareils, la notion d'espace des phases est plus complexe, la perte de la symétrie cylindrique du faisceau nous oblige à introduire 2 dimensions en distance et 2 en angle. Pour les TDM actuels, multi barrettes, l'espace des phases utilisé a été élargi dans les deux dimensions angulaires, par rapport aux appareils de première génération. Cet élargissement a permis un gain de temps considérable dans l'acquisition des

données, au prix d'un algorithme de reconstruction un peu modifié (faisceau conique et acquisition hélicoïdale).

2.3 Principes de l'imagerie tomographique γ

Outre le principe physique sur lequel ils sont basés, les différents types de scanners existants se distinguent par le type d'information qu'ils fournissent. Les scanners en imagerie d'émission fournissent une information dite fonctionnelle, contrairement aux scanners à rayons X , qui fournissent une information du type anatomique. Le principe de l'imagerie d'émission consiste à administrer au patient un produit radioactif qui va se fixer préférentiellement dans l'organe à étudier (cœur, cerveau, ...). La distribution spatiale de la concentration de ce radioélément, souvent appelé traceur radioactif, indique l'état fonctionnel local des tissus, tels que leur degré de perfusion sanguine ou leur capacité à fixer le radioélément. C'est pourquoi connaître cette distribution tridimensionnelle fournit une image fonctionnelle l'organe étudié. Au cours de l'examen cardiovasculaire, par exemple, il est possible de déterminer et d'estimer l'étendue des zones mal irriguées du myocarde, exacerbation qui conduit à l'infarctus. Celles-ci se traduisent par une hypofixation, voire une absence de fixation du traceur et donc, par une intensité plus faible ou nulle dans l'image.

L'objectif de l'imagerie d'émission est de déterminer voire reconstruire une image précise de la distribution spatiale du traceur radioactif. Dans ce qui suit, nous allons écrire $f(x, y, z)$ la concentration du traceur à un point (x, y, z) de R^3 . Il y a deux types de systèmes de tomographie d'émission selon les émetteurs employés :

- La tomographie par émission monophotonique (SPECT, de l'anglais Single Photon Emission Computed Tomography), où le radioélément émet des photons gamma dans toutes les directions de l'espace,
- La tomographie par émission de positrons (PET, de l'anglais Positron Emission Tomography), où le radioélément émet des positrons qui, par annihilation avec un électron, créent chacun deux photons gamma émis dans des directions opposées [Townsend 1998].

Les photons gamma émis par les radioéléments sont détectés par une caméra sensible qui observe les rayons gamma émis par les atomes radioactifs. Cette caméra appelée gamma-caméra, équipée d'un collimateur, placé en face de la caméra, le collimateur est une plaque de plomb ou de tungstène percée d'un réseau régulier de trous permettant aux photons incidents de passer dans une direction privilégiée. Les photons

gamma non absorbés par le collimateur, ou sélectionnés par le collimateur, atteignent la surface de la caméra, où ils sont comptés par un système électronique.

L'image produite par la gamma-caméra est une image bidimensionnelle (2D) correspondant à la distribution spatiale tridimensionnelle (3D) du traceur. Lorsque tous les trous du collimateur sont parallèles entre eux on parle alors de *collimateur à trous parallèles* ; cette image constitue une projection parallèle de (x, y, z) . La figure 2.3 illustre la notion de projection parallèle. Le vecteur d'unité θ indique la direction de propagation des photons gamma à travers le collimateur. Idéalement, seuls les photons, émis dans la direction θ , sont détectés. En suite, nous dirons que θ est la direction de la projection parallèle.

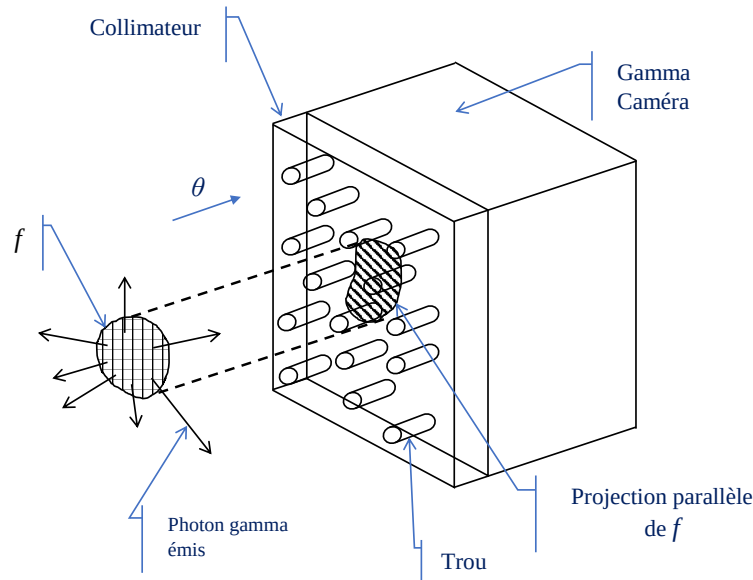


FIGURE 2.3 – Illustration d'une projection parallèle de f . Pour une meilleure visualisation, le collimateur est représenté en transparence. Le vecteur unitaire θ indique l'orientation des trous dans le collimateur [Wagner 2002]

Dans la suite, nous décrivons brièvement les différents systèmes de tomographie d'émission, ainsi que leur évolution instrumentale.

2.3.1 Tomographie d'émission monophotonique SPECT

La tomographie d'émission monophotonique appelée, système SPECT, pour « Single Photon Emission Computed Tomography », a été introduite en 1963 par Kuhl et Edwards [Kuhl 1963]. Cette imagerie consiste à déterminer la concentration des

molécules biologiquement associées à un traceur radioactif, qui a été injecté au patient comme le montre la figure 2.4. Les traceurs injectés émettent, lors de la désintégration de l'isotope radioactif, des photons γ qui sont enregistrés par un détecteur externe, après avoir traversé les tissus environnants. Comme l'émission de photons est isotrope, un collimateur est placé devant le détecteur pour trier la direction des photons. L'isotope le plus souvent employé comme traceur radioactif est le technetium-99m, qui émet des photons gamma d'énergie 140 keV avec une demi-vie de 6 heures, qui est utilisé essentiellement pour les études sur le coeur.

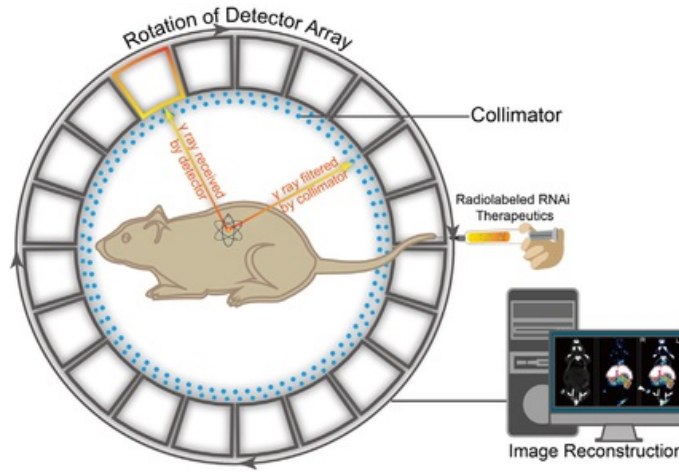


FIGURE 2.4 – Principe de la tomographie d'émission SPECT [Wang 2016]

On appelle $f(x, y, z)$ la distribution de radioactivité émise au point (x, y, z) par unité d'angle solide, le nombre de photons enregistrés au point (x', y') du détecteur est égal à :

$$N(x', y') = \int_L f(x, y, z) ds \quad (2.2)$$

où L est la ligne donnée par la direction des canaux du collimateur et passant par le point (x', y') .

Le système d'acquisition comprend un collimateur en plomb percé de trous parallèles, et un détecteur de rayons gamma, qui est souvent de type Anger [Anger 1958, Anger 1964]. Le système SPECT effectue des acquisitions tomographiques par rotation de la tête détectrice de 360° autour du patient.



FIGURE 2.5 – Caméra SPECT [Ritt 2014]

2.3.2 Tomographie par émission de positrons ou PET

La tomographie par émission de positrons (*PET : Positron Emission Tomography*) utilise des isotopes émetteurs de positrons β^+ , à demi-vie courte comme l'oxygène-15, le carbone-11, l'azote-13 ou le fluor-18, doivent être préparés immédiatement avant l'injection. Ces positrons, après avoir libéré leur énergie cinétique lors d'un court trajet autour de leur point d'émission, se désintègrent lors de leur rencontre avec un électron en émettant deux photons γ de 511 keV à 180° l'un de l'autre. Ces photons sont détectés par deux détecteurs opposés, montés en «coïncidence», c'est-à-dire que les photons touchant ces détecteurs ne sont réellement enregistrés que s'ils arrivent à l'intérieur d'une courte fenêtre temporelle en tenant compte bien sûr du temps de parcours des photons sur les deux détecteurs. Seuls les photons émis par les points se situant dans le volume d'intercepté par la paire en coïncidence sont comptabilisés, ce qui permet d'obtenir une information directionnelle sans utiliser de collimateur (Figure 2.6).

Appelons N ce nombre et $f(x, y, z)$ le nombre de désintégrations de positrons par unité d'angle solide ayant lieu au point (x, y, z) , nous avons la relation suivante :

$$N \propto \int_L f(x, y, z) ds \quad (2.3)$$

Cette relation est similaire à celle obtenue en tomographie par émission monophotonique (SPECT). En organisant des détecteurs tout autour de l'organe, on peut donc ; obtenir un ensemble de projections de la distribution des émissions, en changeant

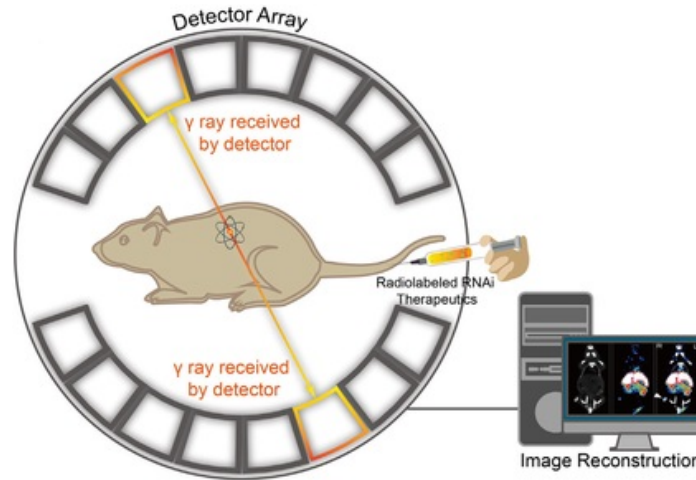


FIGURE 2.6 – Principe de la tomographie d'émission PET [Wang 2016]

les lignes de coïncidence et en réorganisant les données. La détermination de la direction des photons et la collimation sont faites électroniquement, et non mécaniquement comme dans la tomographie de transmission.

L'une des principales applications de la tomographie de positrons est l'imagerie des zones actives du cerveau, soit par la mesure du métabolisme du glucose, ou bien par l'évaluation du débit sanguin cérébral à l'aide d'eau marquée d' ^{15}O [Brooks 1987].

Parmi les configurations de détecteurs existantes, qui peuvent compter les photons annihilation, la géométrie la plus employée, est un anneau circulaire qui fixe des détecteurs discrets, chacun travaille en coïncidence avec plusieurs détecteurs opposés.

L'espace des phases acquis en TEP est considérablement plus grand qu'en SPECT. Toutefois, cela doit être qualifié par le fait que dans TEP deux photons doivent être détectés simultanément ; si la sensibilité du système pour un photon est ρ , la sensibilité du système pour un événement utile sera seulement ρ^2 . La partie de l'espace de phase acquise par une caméra gamma dépend du collimateur.

Les systèmes actuels de tomographie de positrons ont des résolutions plus élevées que les systèmes SPECT. Néanmoins, ils sont plus onéreux et leur fonctionnement est plus lourd, puisqu'ils doivent être à proximité d'un cyclotron.

2.3.3 Comparaison de deux méthodes de tomographie d'émission

Bien que la principale différence, entre les deux types de tomographie d'émission, réside dans l'utilisation de traceurs différents aux propriétés radioactives et physiolo-

giques, très différentes, il est quand même intéressant de comparer leurs performances d'un point de vue strictement physique : résolution, sensibilité. Une telle comparaison a été faite très rigoureusement et présentée dans [Bailey 1994]. Brièvement, nous pouvons dire que la résolution spatiale, pouvant être atteinte en SPECT dans les meilleurs systèmes est d'environ 8 mm aussi bien en axial qu'en transverse, alors que celle-ci est environ de 5 mm dans les systèmes TEP. La sensibilité de détection est aussi meilleure en tomographie de positrons, d'un facteur 25 quand on compare la sensibilité des caméras SPECT avec des systèmes TEP 2D et d'un facteur 100 quand on compare avec des systèmes TEP 3D. Ces différences de sensibilité se traduisent évidemment par des temps d'acquisition plus longs (environ 20 fois) pour un examen SPECT avec des doses reçues beaucoup plus importantes, d'autant plus que les traceurs utilisés en SPECT ont une durée de vie plus longue.

Ces différences s'expliquent en grande partie, par la présence de collimateurs en SPECT, alors que la collimation se fait de façon électronique en PET. Quoi qu'il en soit, l'apparition de collimateurs coniques en SPECT va permettre d'accroître les performances de ces systèmes, beaucoup plus utilisés dans le domaine clinique, que les systèmes actuellement utilisés essentiellement pour la recherche.

2.4 La caméra gamma ou caméra d'Anger

2.4.1 Principe

Depuis plus de cinquante ans, dans les applications médicales, la stratégie de détection la plus efficace pour l'imagerie par rayons γ est toujours basée sur la conception d'Anger, qui a été développée par Hal Anger [Anger 1958]. Le principe de caméra gamma est basé sur l'utilisation d'un collimateur en plomb qui sélectionne les photons de direction perpendiculaire à la tête détectrice de la caméra gamma, et d'un cristal scintillateur monobloc en NaI (Iodure de Sodium) couplé à un ensemble de photomultiplicateurs PM (figure 2.7). La somme des signaux convertis par les PM fournit l'énergie des photons gamma émis par le patient. La localisation est donnée par le codage du barycentre sur les réponses des photomultiplicateurs.

Pour chaque photon, interagissant avec le détecteur, nous obtenons donc des coordonnées de localisation et une valeur de l'énergie cédée ou perdue dans le cristal. Une analyse d'amplitude permet de ne retenir que les photons possédant l'énergie caractéristique du radio-élément injecté (par exemple 140keV pour le $Tc99m$) et ayant perdu

toute leur énergie dans le cristal.

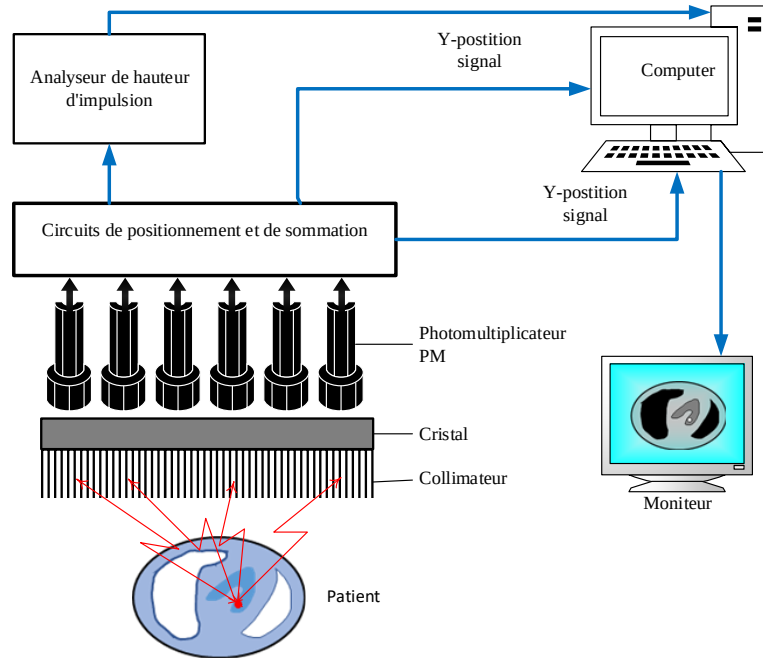


FIGURE 2.7 – Principe de la caméra d'Anger : (a) émission des rayons γ par le patient (b) limitation aux seuls rayons colinéaires au collimateur (c) conversion, par un cristal scintillateur, de l'énergie gamma en rayonnement visible (d) conversion de l'énergie lumineuse en énergie électrique et amplification par les photomultiplicateurs (e) circuit électronique, numérisation, traitement et visualisation.

2.4.2 Éléments constitutifs

La figure 2.7 illustre les principaux éléments de la caméra gamma, ainsi que les étapes parcourues par un photon gamma de la détection à la visualisation.

2.4.2.1 Le collimateur

Un collimateur est un dispositif optique permettant d'obtenir un faisceau de rayons de rayonnements parallèles à l'axe optique du système. Ce mot vient du latin *collimatio* (viser en ligne droite), qui désigne l'action d'orienter un instrument de visée.

Un collimateur est constitué d'une plaque de plomb dans laquelle sont ménagés des trous orientés perpendiculairement au cristal. Ils sont destinés à ne laisser passer que

les photons utiles (photons colinéaires au collimateur). Les trous sont séparés par des septas (cloisons).

Ces collimateurs destinés aux caméras à grand champ comportent de nombreux trous répartis sur toute la surface de détection. Les paramètres qui définissent le type de collimateur et conditionnent ses performances sont : le nombre de trous par unité de surface, l'épaisseur des septas, le diamètre et la profondeur des trous.

2.4.2.2 Le scintillateur

Un scintillateur est constitué d'un matériel qui émet des photons lumineux basse-énergie quand il absorbe des rayons X ou Gamma de haute énergie. Ces scintillateurs sont le plus souvent des cristaux semi-conducteurs ou isolants.

Dans un cristal pur, les états d'énergie des électrons faiblement liés sont déterminés par la structure du cristal. Les états d'énergie admissibles se répartissent en une structure de bande. Il y a deux bandes d'énergie continues : la bande de la valence et celle de la conduction ; celles-ci sont séparées par un gap d'énergie interdit.

La gamma caméra utilise le cristal scintillant de NaI dopé au thallium. La masse volumique du NaI est de $3,67 \text{ g/cm}^3$, son nombre atomique égal à 50, son temps de scintillation est de 230 ns et le maximum d'émission de lumière, se situe à 415 nm .

2.4.2.3 Les photomultiplicateurs

Le photomultiplicateur (PM) est un dispositif permettant la détection de photons. Il se présente sous la forme d'un tube électronique. Les principaux éléments d'un photomultiplicateur sont le tube à vide, la photocathode, les dynodes, et l'anode. Dans une photocathode, les photons de scintillation libèrent les électrons qui sont accélérés par une différence de tension vers la première dynode rencontrée. L'énergie prise par les électrons est suffisante pour libérer des électrons additionnels, quand ils frappent la dynode.

Ces électrons sont accélérés jusqu'aux prochaines dynodes ; le processus est répété jusqu'au dernier dynode. Ainsi, l'amplitude des impulsions dépend de la tension appliquée aux Dynodes, de leur nombre et du nombre initial d'électrons libérés par la photocathode. Un facteur d'amplification de 10^{10} est couramment utilisé, il peut détecter les photons à faible énergie (60 KeV).

2.5 Acquisition d'une image tomographique par une caméra gamma

L'acquisition d'une image de tomographie, par un système conventionnel avec des trous parallèles et fins, est effectuée par rotations de la tête détectrice de la caméra gamma par pas réguliers $\delta\phi$ allant de 0 à 360° autour du patient. Nous essayons d'expliquer le système d'acquisition, par l'illustration les réponses d'une source ponctuelle sur les quatre angles 0°, 90°, 180° et 270° (figure 2.8). Le système d'acquisition clas-

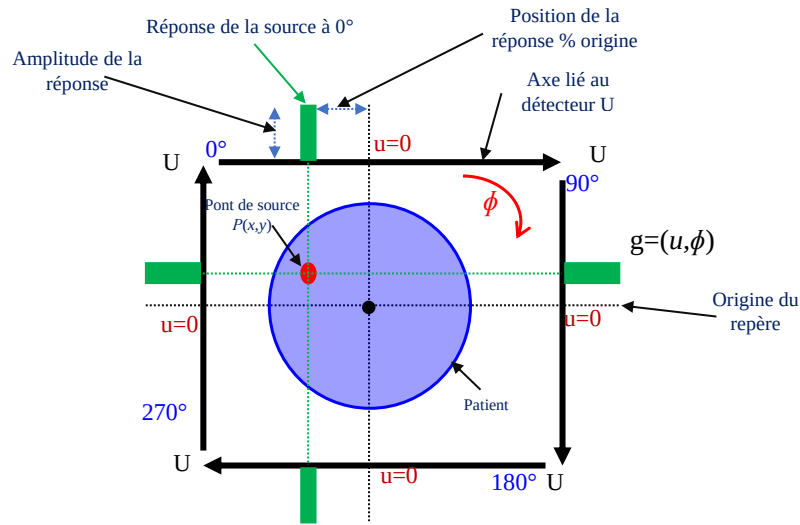


FIGURE 2.8 – Résultats d'acquisition d'une source ponctuelle [Simonnet 2010]

sique est à deux dimensions. La première est l'axe U lié au détecteur associé à l'axe V perpendiculaire au détecteur (comme est montré dans la figure 2.8). Ces deux axes constituent un repère mobile avec u étant l'abscisse le long de U . La deuxième dimension est l'angle ϕ de rotation de l'ensemble collimateur/détecteur.

En fait, à une direction de projection faisant un angle ϕ avec l'axe X , correspond une fonction $g(u, \phi)$ qui, à chaque point de coordonnée u de la projection, est égale à la somme des valeurs prises par la fonction $\rho(x, y)$ (densité plane de la source radioactive). La projection s'exprime comme suit :

$$g(u, \phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, y) dv \quad (2.4)$$

La projection linéaire g consiste en un ensemble de valeurs ordonnées ; chacune correspondant à un point de détection. Ces valeurs sont égales à la somme de la grandeur

mesurée le long d'une ligne perpendiculaire à la ligne de détection, en passant par le point correspondant.

L'ensemble des projections pour des angles allant de 0 à π forme une fonction appelée transformée de Radon de la fonction objet $\rho(x, y)$.

$$\text{Radon}[\rho(x, y)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, y) \delta(x \cos(\phi) + y \sin(\phi) - u) dx dy \quad (2.5)$$

Les projections obtenues par mesures expérimentales sont situées dans ce que l'on appelle l'espace de Radon [Buzug 2008].

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les méthodes tomographiques les plus employées en imagerie X et gamma. Nous avons établi une étude comparative entre elles en termes de espace des phases. Nous avons constaté que la TDM se caractérise par un problème facilité avec, au départ, une source grossièrement ponctuelle de rayonnement (moins de $1mm$). Il faut souligner que l'évolution de ces appareils a été vers une amélioration de la qualité de l'image et a considérablement amélioré la vitesse d'acquisition des données. En médecine nucléaire (TEP ou SPECT) le point de départ est un volume des phases considérablement plus grand. L'efficacité de la TEP se comprend aisément quand on compare les volumes d'espace des phases sélectionnés à l'acquisition. Nous décrivons aussi les éléments importants constituant la gamma caméra. Enfin, nous avons discuté la méthode d'acquisition d'une image tomographique par une caméra gamma.

Les techniques de reconstruction tomographique

Sommaire

3.1	Introduction	21
3.2	Reconstruction analytique	21
3.2.1	La transformée de Radon	22
3.2.2	Théorème de la coupe centrale en 2D	24
3.2.3	La rétroprojection filtrée (FBP)	24
3.3	Reconstruction itérative	26
3.3.1	Méthodes itératives algébriques	27
3.3.2	Méthodes itératives statistiques	30
3.3.3	Maximum de vraisemblance	31
3.3.4	L'algorithme EM pour le calcul du maximum	32
3.3.5	La méthode de maximisation de l'espérance par sous-ensembles ordonnés OSEM	34
3.4	Conclusion	36

3.1 Introduction

La reconstruction d'images en tomographie d'émission consiste à estimer, à partir des données mesurées par les systèmes TEP et SPECT, la distribution volumique de la concentration de radiotracer injecté au patient. L'estimation se fait sur des coupes axiales volumiques (coupes tomographiques 2D) ou en volume (reconstruction 3D). Les images reconstruites permettent d'estimer par un post-traitement les paramètres pharmacocinétiques fonctionnelles des organes ou des tissus ciblés par le radiotracer. De plus, des recherches ont été effectuées ces dernières années pour obtenir les paramètres pharmacocinétiques directement à partir des données mesurées par les systèmes TEP et SPECT.

La transformation de Radon est le fondement de la Tomographie en résolvant le problème de projection et de reconstruction à partir des projections [Radon 1917]. Dans son travail, Radon a démontré qu'un objet en 2D (3D) peut être reconstruit exactement à partir de l'ensemble des projections 1D (2D). En imagerie médicale, la reconstruction tomographique, appelée aussi problème inverse, est un problème mal posé, car le nombre de projections est limité (le nombre des Lignes de réponse (LORs : Line of Response) est fini) et les données acquises sont bruitées. La solution n'est pas unique et elle est instable. La paramétrisation du problème direct facilite la recherche d'une solution sans pour autant rendre le problème bien posé.

Ce chapitre présente une bibliographie des méthodes basées sur différentes approches qui ont été utilisées pour résoudre le problème inverse en tomographie par émission (ECT : *Emission computed tomography*). Les plus connues sont les méthodes analytiques et les méthodes itératives, comme illustrées à la figure 3.1. L'intérêt de ce chapitre consiste en l'étude des algorithmes analytiques et itératifs, du fait qu'ils représentent les techniques les plus utilisées en ECT depuis les années quatre-vingt-dix.

3.2 Reconstruction analytique

Le problème de reconstruction tomographique analytique consiste à inverser la transformée de Radon pour obtenir la distribution f à partir de ces projections p [Radon 1917]. Cette transformée est au coeur de la tomographie en imagerie médicale. La figure 3.2 représente la projection selon un angle θ de la distribution f d'un objet circulaire. Soit $\vec{\alpha} = (\cos \theta, \sin \theta)$ et $\vec{\beta} = (-\sin \theta, \cos \theta)$. Pour chaque r , la projection $Rf(\theta, r)$, que nous noterons aussi $Rf(\vec{\alpha}, r)$, est la somme des intensités d'une image le

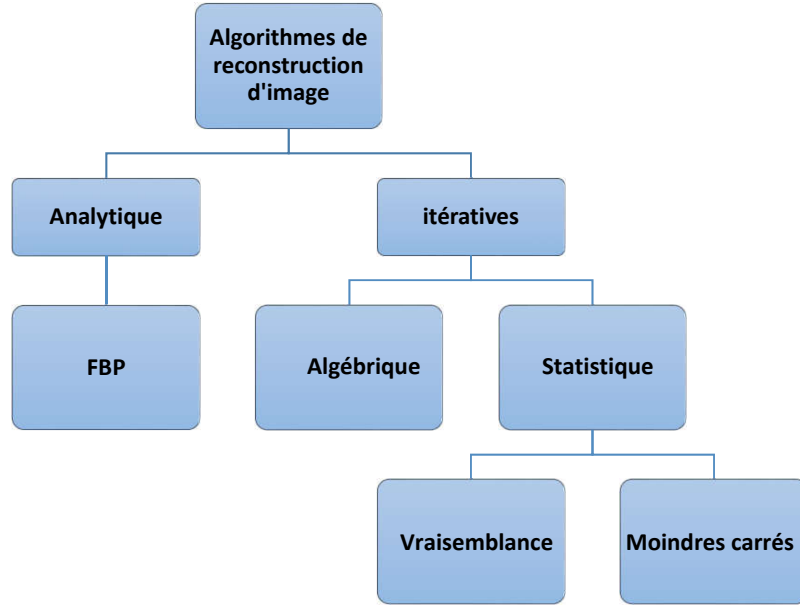


FIGURE 3.1 – Classification des algorithmes de reconstruction [Hamawy 2014]

long de la ligne parallèle à l'axe Ol qui passe par le point dont les coordonnées dans le repère $(O, \vec{\alpha}, \vec{\beta})$ sont (r, θ) .

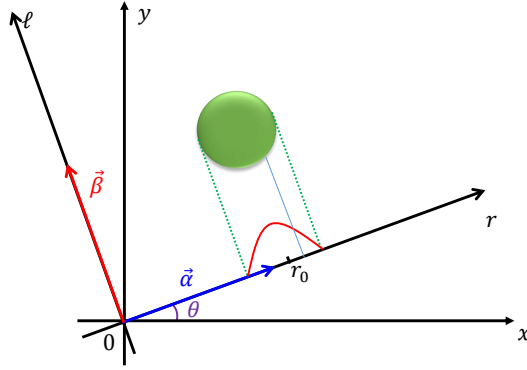
3.2.1 La transformée de Radon

La transformée de Radon porte le nom de Johann Radon (1887-1956), mathématicien autrichien connu pour ses travaux sur la théorie d'intégration. Plus généralement, la transformée de Radon transforme une fonction en l'ensemble de ses intégrales sur des hyperplans de $\mathbb{R}^n$. Pour tout vecteur unitaire de $\mathbb{R}^n$ noté $\vec{\alpha}$ et pour tout nombre réel r , la transformée de Radon $Rf(\vec{\alpha}, r)$ est l'intégrale de f sur $\vec{\alpha}^\perp$ l'hyperplan orthogonal à $\vec{\alpha}$. Elle s'écrit :

$$Rf(\vec{\alpha}, r) = \int_{\vec{\alpha}^\perp} f(r\vec{\alpha} + \vec{w}) d\vec{w} = \int_{\vec{v}\vec{\alpha}=r} f(\vec{v}) d\vec{v} \quad (3.1)$$

L'ensemble d'intégrales sur des lignes est donné par une autre transformée, appelée P :

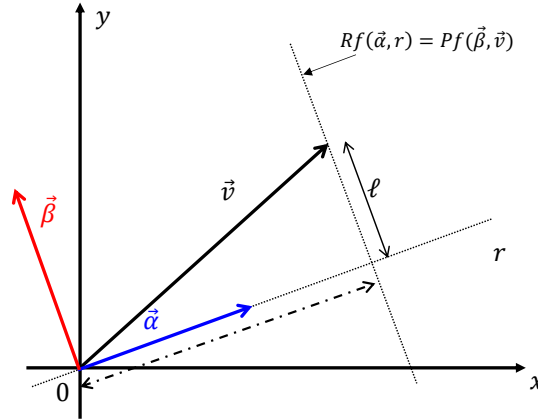
$$Pf(\vec{\beta}, \vec{v}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{v} + \ell\vec{\beta}) d\ell \quad (3.2)$$

FIGURE 3.2 – Projection selon un angle θ d'un objet circulaire [Radon 1917]

qui est l'intégrale de f sur la ligne qui passe par l'extrémité de $\vec{v}$ et de direction $\vec{\beta}$, vecteur unitaire de $\mathbb{R}^n$. Les deux transformées coïncident en $\mathbb{R}^2$ (voir figure 3.3). En particulier on a :

$$Pf(\vec{\beta}, r\vec{\alpha}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(r\vec{\alpha} + \ell\vec{\beta})d\ell = Rf(\vec{\alpha}, r) \quad (3.3)$$

Par la suite, nous resterons dans ce cadre simplifié du plan réel.

FIGURE 3.3 – L'intégrale de f sur la ligne en pointillés orthogonale à $\vec{\alpha}$ représente la transformée de Radon $Rf(\vec{\alpha}, r)$. En même temps, elle représente $Rf(\vec{\alpha}, \vec{v})$, $\vec{\beta}$ étant unitaire et orthogonal à $\vec{\alpha}$. [Radon 1917]

L'inversion de la transformée de Radon passe par la transformée de Fourier et

s'appuie sur le théorème coupe-projection.

3.2.2 Théorème de la coupe centrale en 2D

La transformée de Fourier de la projection d'angle θ , $Rf(\theta, \cdot)$, ou θ étant l'angle fait par le vecteur $\vec{\alpha}$ est :

$$\widehat{Rf}(\theta, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} Rf(\theta, r) e^{-2i\pi vr} dr = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(r\vec{\alpha} + \ell\vec{\beta}) e^{-2i\pi vr} d\ell dr \quad (3.4)$$

Soient (x, y) les coordonnées du vecteur $r\vec{\alpha} + \ell\vec{\beta}$ dans le repère initial xOy . Posons $v_x = v \cos(\theta)$ et $v_y = v \sin(\theta)$. On obtient :

$$vr = v(x \cos(\theta) + y \sin(\theta)) = x(v \cos(\theta) + y(v \sin(\theta))) = xv_x + yv_y \quad (3.5)$$

On effectue alors un changement de variable correspondant à une rotation d'angle θ , ce qui donne :

$$\widehat{Rf}(\theta, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-2i\pi(xv_x + yv_y)} dx dy \quad (3.6)$$

À noter que pour θ fixé et v variable, les points de coordonnée (v_x, v_y) se trouvent sur la droite qui passe par l'origine et fait un angle θ avec l'axe des abscisses, donc le terme de droite est une ligne de la transformée de Fourier de f ,

$$\widehat{Rf}(\theta, v) = \widehat{f}(v_x, v_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-2i\pi(xv_x + yv_y)} dx dy \quad (3.7)$$

L'identité 3.7 est l'expression du théorème de la coupe centrale :

En théorie, ce théorème permet de reconstruire la coupe acquise par tomographie. En supposant le milieu non atténuant et non diffusant, il suffirait de calculer la transformée de Fourier 1D de chaque projection, de reporter les valeurs dans le plan fréquentiel, puis d'appliquer la transformée de Fourier inverse 2D afin d'obtenir la coupe,

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{f}(v_x, v_y) e^{2i\pi(xv_x + yv_y)} dv_x dv_y \quad (3.8)$$

3.2.3 La rétroprojection filtrée (FBP)

La méthode employée depuis de nombreuses années est la rétroprojection des projections filtrées. L'algorithme fonctionne en deux étapes (Figure 3.4) :

- filtrage de chaque profil de projection (ligne du sinogramme) au moyen d'un filtre rampe, souvent combiné à un filtre passe-bas pour éviter l'amplification du bruit ;
- rétroprojection dans le plan des projections filtrées, pour les différents angles mesurés.

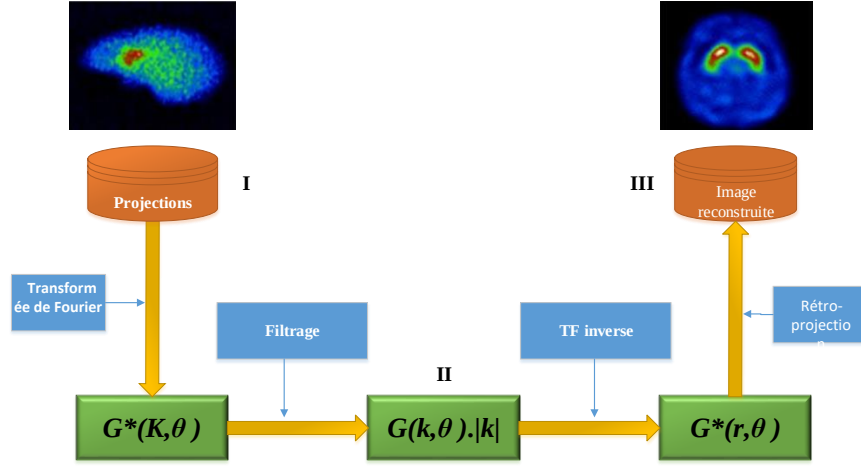


FIGURE 3.4 – Principe de la rétroprojection filtrée. [De Dreuille 2004]

Cette méthode consiste à remplacer dans l'équation (3.8), $\widehat{f}(v_x, v_y)$ par $\widehat{Rf}(\theta, v)$, et à effectuer le changement de variable (v_x, v_y) dans (v, θ) . La valeur absolue du Jacobien étant $|v|$,

$$f(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{Rf}(\theta, v) e^{2i\pi v(x \cos(\theta) + y \sin(\theta))} |v| dv d\theta \quad (3.9)$$

L'intégrale intérieure est la transformée de Fourier inverse de la transformée de Fourier de la projection $Rf(\theta, v)$, multipliée par le filtre rampe $|v|$ et l'intégrale externe réalise l'opération de rétroprojection. Cette intégrale peut être vue comme le filtrage des projections par le filtre k (ici le filtre rampe) opération qu'on notera $(Rf * k)$ pour la suite.

$$f(x, y) = \int_0^\pi (Rf(\theta, \cdot) * k)(x \cos(\theta) + y \sin(\theta)) d\theta \quad (3.10)$$

En multipliant avec le filtre rampe, on met à 0 la moyenne du signal ce qui introduit des valeurs négatives. Ces valeurs négatives ont pour but d'effacer progressivement les artefacts en étoile laissés par les autres projections lors de l'opération d'épandage (cf. figure 3.5).

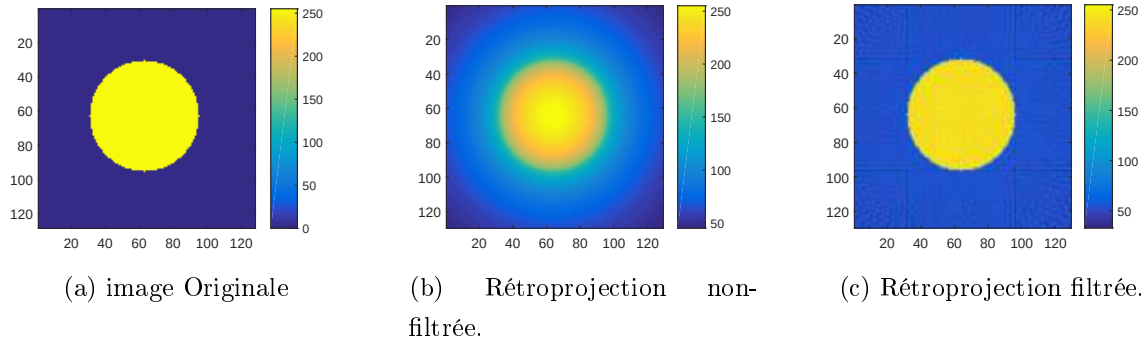


FIGURE 3.5 – Comparaison entre la rétroprojection filtrée et non-filtrée

L'inversion réalisée grâce au théorème de la coupe centrale nécessite d'effectuer autant de transformée de Fourier 1D qu'il y a d'angles de projection et une transformée de Fourier inverse 2D. Cette méthode est plus lourde que la rétroprojection filtrée. En effet, cette dernière simplifie l'opération de filtrage qui ne se fait plus qu'à une dimension, puis il suffit de sommer les contributions de chaque projection en rétroprojetant. De plus, il est possible d'obtenir des approximations de l'image au fur et à mesure de l'acquisition : lorsqu'une projection est mesurée, on peut la filtrer et la rétroprojeter, et ce jusqu'à la fin de l'acquisition.

3.3 Reconstruction itérative

La reconstruction itérative consiste à discrétiser l'ensemble du problème avant de concevoir les méthodes de résolution, alors que la reconstruction analytique est basée sur un raisonnement en variables continues, suivi d'une discrétisation. Les méthodes itératives permettent de modéliser la distribution de l'intensité des pixels ou voxels de l'image, la géométrie de détection ainsi que la physique de détection (atténuation, diffusion, résolutions du détecteur).

Le principe des algorithmes d'image itératifs est basé sur six étapes principales (Figure. 3.6). Suite au processus d'acquisition ECT (projections mesurées), une première estimation d'image est générée. Un faisceau est simulé par une projection directe pour obtenir des données de projection simulées, qui sont ensuite comparées aux données de projection mesurées. En cas de divergence, la première estimation d'image est mise à jour en fonction des caractéristiques de l'algorithme sous-jacent. Cette correction des données d'image et de projection est répétée jusqu'à ce qu'une condition prédéfinie

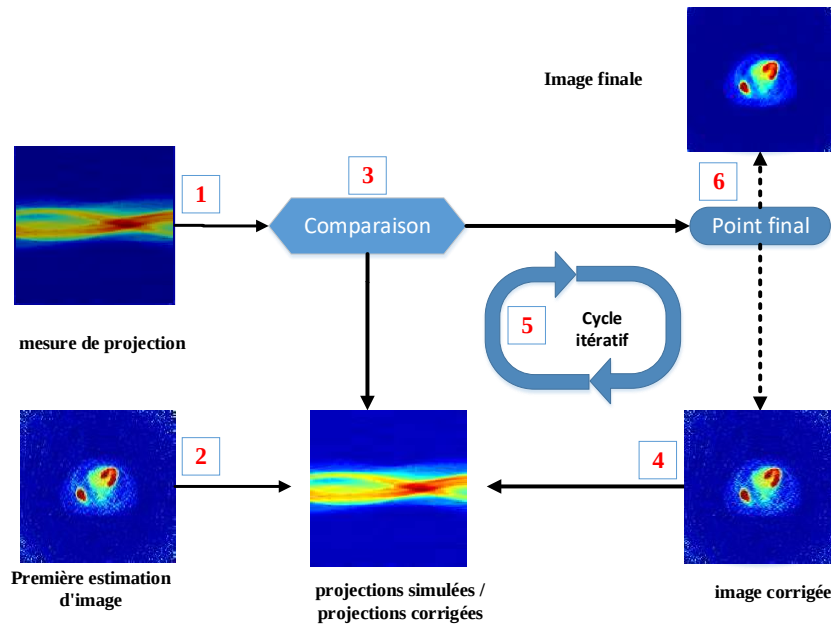


FIGURE 3.6 – Représentation schématique des étapes principales des algorithmes d'image itératifs. [Geyer 2015]

par l'algorithme soit satisfaite et que l'image finale soit générée.

Il existe deux types de méthodes itératives, les méthodes algébriques et les méthodes statistiques. Les méthodes algébriques sont les plus conventionnelles et impliquent la résolution d'un système d'équations linéaires. Parmi les méthodes algébriques, on peut notamment citer les méthodes ART (*Algebraic Reconstruction Technique*), SIRT (*simultaneous iterative reconstruction technique*), ILST (*iterative least-squares technique*), etc. Les méthodes statistiques, elles, reposent sur des estimations bayésiennes. Elles permettent de prendre en compte le bruit dans les données. La plupart des méthodes existantes maximisent une fonction de vraisemblance. C'est notamment le cas des méthodes MLEM, OSEM (*Ordered Subsets Expectation Maximisation*) et RAMLA (*Row-Action Maximum Likelihood Algorithm*).

3.3.1 Méthodes itératives algébriques

L'application des méthodes analytiques de reconstruction suppose que les données acquises sont continues. En pratique, ces dernières sont échantillonnées et numérisées.

Il existe une deuxième famille de méthodes de reconstruction tomographique, mieux adaptées aux données discrètes : ce sont les méthodes itératives.

Les projections sont représentées discrètement sous la forme d'un système algébrique.

Le problème à résoudre consiste à déterminer le vecteur x solution de :

$$b = Ax \quad (3.11)$$

où

- Le vecteur b contient les mesures, c'est-à-dire l'ensemble des b_i , le nombre de particules détectées par le détecteur i ,
- La matrice $A = a_{i,j}$ contient les probabilités qu'une particule détectée par le détecteur i ait été émise dans le voxel j , elle dépend de l'acquisition et non pas des données donc ses valeurs ne peuvent pas être calculées une fois pour toutes,
- Le vecteur x contient les valeurs recherchées x_j , représentant le nombre de particules émises dans le voxel j .

Dans ce système, la mesure des valeurs de b est établi avec le réseau de détecteurs, sachant que les valeurs de la matrice de probabilité A est connue, on pourrait donc inverser l'équation matricielle (3.11), dans le but de résoudre la distribution des radionucléides, c'est-à-dire générer l'image en coupe transversale x . Cependant, plusieurs facteurs empêchant la résolution directe de l'équation ; on peut les énumérer comme suit :

1. La taille de la matrice de probabilité A demeure plus grande, voire incalculable de façon directe.
2. La plupart des éléments de la matrice de probabilité A sont des valeurs nulles, connues en médecine nucléaire, ou les données sont acquises grâce à un détecteur hautement colmaté, de sorte que seuls quelques éléments détecteurs enregistrent des photons émis par un point radioactif donné dans l'objet.
3. Les valeurs du détecteur b sont bruitées et ne sont pas exactement connues. En effet, dans une image de médicament nucléaire typique, chaque élément détecté enregistre quelques centaines de comptes, au plus dont le pourcentage d'incertitude doit varier entre 5% et 10%.

Ces facteurs rendent difficile le calcul direct de la matrice de probabilité A et rendent également impossible l'inversion de l'équation de la matrice (3.11) pour résoudre la distribution spatiale de la concentration de radionucléides x , même si nous avons soigneusement mesuré le nombre de comptes enregistrés par chaque élément de détection

x_j).

Le problème est traité comme un problème d'optimisation de l'approche de la solution encore mieux à partir des observations sans être trop sensible au bruit. Plutôt que de chercher la solution exacte, nous préférons une solution approximative qui minimise une distance entre les données b et la projection de la solution Ax . à titre d'exemple, il est possible de minimiser la norme quadratique de la différence entre b et Ax :

$$\hat{x} = \arg \min_x \|b - Ax\|_2^2 \quad (3.12)$$

Souvent, la solution n'est pas unique, la fonction peut avoir plusieurs minima. Dans ce cas, l'un d'eux peut être choisi selon un critère. Par exemple, on choisit la solution de la norme inférieure ou de l'entropie inférieure. Mais ces solutions sont souvent instables : une petite variation dans les données produit une grande variation dans les résultats. Nous préférons donc les solutions « régularisées ». Par exemple, le terme d'attache est ajouté aux données $\|b - Ax\|_2^2$, un pénalité $pen(b)$ et résoudre :

$$\hat{x} = \arg \min_x (\|b - Ax\|_2^2 + pen(b)) \quad (3.13)$$

En introduisant ce terme de pénalisation, on crée un compromis entre une solution qui s'ajuste bien aux données et une solution qui satisfait d'autres contraintes. On préfère, par exemple, des solutions plutôt lisses, ou celles avec des contours bien définis, ou ceux qui se rapprochent d'un certain *a priori* que l'on a sur le résultat. Le grand défi consiste donc à définir le terme de régularisation.

3.3.1.1 Méthodes algébriques (ART)

L'une des méthodes les plus courantes est l'ART (Algebraic Reconstruction Technique). [Gordon 1970] a d'abord montré son utilisation dans la reconstruction d'image, mais reste la mieux connue sous le nom de méthode de Kaczmarz en l'algèbre linéaire numérique [Herman 2009, Natterer 2001].

Il s'agit d'une méthode itérative différente pour corriger les coefficients de b en utilisant une projection à chaque fois. Géométriquement, nous commençons par le système (3.11) et cherchons l'intersection des hyperplans qui vérifient ce système. L'itération est initialisée avec une valeur arbitraire (0 par exemple) et chaque nouvelle itération projette l'estimation actuelle sur l'hyperplan suivant (Figure. 3.7). Ces hyperplans peuvent être considérés comme des contraintes auxquelles la solution doit respecter.

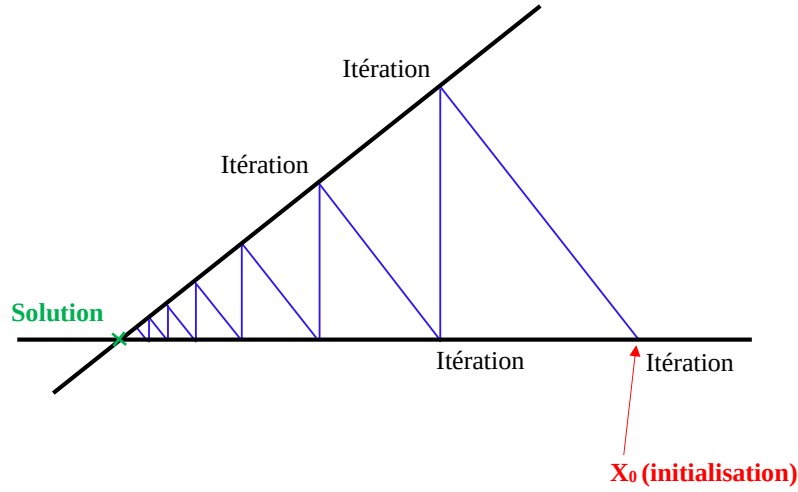


FIGURE 3.7 – Principe de l’algorithme ART. [Gordon 1970]

$$x_j^{(k+1)} = x_j^{(k)} + \frac{b_i - a_{i,j}x_j^{(k)}}{\|a_{i,j}\|^2} a_{i,j} \quad (3.14)$$

où k est nombre d’itérations.

Il existe des variantes de la méthode ART telles que le SART (*Simultaneous algebraic reconstruction technique*) qui consiste à traiter toutes les mesures d’une projection et non du rayon par rayon comme dans ART [Andersen 1984], d’autres versions multiplicatives où la relation entre la projection donnée et la projection recalculée permet d’effectuer la correction, les versions où les contraintes de positivité doivent être respectées ainsi que les versions qui tiennent compte du bruit.

Cependant, les méthodes algébriques présentent certains inconvénients. Elles consistent uniquement à résoudre plusieurs systèmes d’équations linéaires et à ignorer le bruit présent dans les données, tandis que les méthodes statistiques modélisent les propriétés statistiques des projections mesurées et l’objet à reconstruire.

3.3.2 Méthodes itératives statistiques

En plus du modèle discret, les méthodes statistiques itératives utilisent des modèles statistiques de mesures et d’images, et sont généralement basées sur la maximisation de la vraisemblance. Elles sont apparues après les méthodes algébriques bien que la théorie des estimateurs du maximum de vraisemblance existe depuis le début du XX^e siècle.

Les photons émis dans un patient suivent une loi de Poisson de la forme [Hebert 1989] :

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.15)$$

où λ est un paramètre

Considérons un champ de vue composé de N_j voxels et supposons que la densité d'émission est constante dans chaque voxel j . L'intensité d'émission moyenne de l'activité dans le voxel j est notée x_j et n_j est le nombre d'événements qui se produisent réellement dans le voxel. Le nombre n_j suit une distribution de Poisson sur un grand nombre de tests, dont la moyenne est x_j . Pour chaque voxel j , on cherche à estimer les moyennes $x_j, j = 1, \dots, N_j$ de la distribution d'émission moyenne.

Le nombre d'événements ayant eu lieu dans chaque élément i de détecteur est noté $b_i, i = 1, \dots, N_i$ et les b_i sont des processus de Poisson indépendants de moyenne μ_i . Nous notons également $n_{i,j}$ le nombre d'événements générés par le voxel j observés par l'élément de détecteur i . Le nombre d'événements générés par le voxel j et détectés est noté :

$$n_{.,j} = \sum_{i=1}^{N_i} n_{i,j}, j = 1, \dots, N_j \quad (3.16)$$

Donc, nous voyons que :

$$x_j \geq x_{.,j} = \sum_{i=1}^{N_i} x_{i,j}, j = 1, \dots, N_j \quad (3.17)$$

On note $a_{i,j}$ la probabilité qu'un événement produit dans le voxel j soit détecté dans i . Cette probabilité est supposée indépendante des autres émissions et dépend de la géométrie de détection.

Nous montrons ensuite que :

$$\mu_i = \sum_{j=1}^{N_j} x_{i,j} = \sum_{j=1}^{N_j} a_{i,j} x_j, j = 1, \dots, N_i \quad (3.18)$$

La dernière relation est similaire au système (3.11) et peut-être résolue par exemple à l'aide d'un algorithme MLEM (*Maximum Likelihood Expectation Maximization*).

3.3.3 Maximum de vraisemblance

L'estimateur du maximum de vraisemblance est un estimateur statistique utilisé pour inférer les paramètres de la distribution de probabilité d'un échantillon

donné. Cette méthode a été proposée par le statisticien Ronald Aylmer Fisher en 1922 [Fisher 1922]. Nous cherchons les paramètres x qui sont les plus susceptibles de produire les observations $(b_i)_{i=1, \dots, N_i}$ simultanément. La probabilité d'observer b_i pour une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de moyenne μ_i est :

$$P(b_i|\mu_i) = e^{(-\mu_i)} \frac{(\mu_i)^{b_i}}{b_i!} \quad (3.19)$$

La **fonction de vraisemblance des données observées** décrit la probabilité que les mesures b aient été générées avec les émissions x et est donnée par :

$$\mathfrak{L}(b|x) = \prod_{i=1}^{N_i} P(b_i|\mu_i) = \prod_{i=1}^{N_i} e^{-\mu_i} \frac{(\mu_i)^{b_i}}{b_i!} \quad (3.20)$$

La prochaine étape est de savoir si le maximum de cette fonction positive existe, c'est-à-dire trouver le paramètre x qui a la plus grande probabilité de générer les données mesurées b . La maximisation de cette fonction de vraisemblance est fastidieuse, donc dans la pratique, il est plus facile d'essayer de maximiser le logarithme de cette fonction. Nous désignons par $\ell(x)$ la fonction log-vraisemblance :

$$\ell(x) = \ln(\mathfrak{L}(y|x)) = \sum_{i=1}^{N_i} [-\mu_i + b_i \ln(\mu_i) - \ln(b_i!)] \quad (3.21)$$

En remplaçant (3.18) dans (3.21) on obtient :

$$\ell(x) = \sum_{i=1}^{N_i} \left[-\sum_{j=1}^{N_j} a_{i,j} x_j + b_i \ln \left(\sum_{j=1}^{N_j} a_{i,j} x_j \right) - \ln(b_i!) \right] \quad (3.22)$$

Tant que l'équation (3.22) est non-linéaire, elle ne nous permet pas de résoudre le problème de maximisation. Il a donc été suggéré d'utiliser un algorithme d'optimisation numérique pour obtenir la maximisation de la fonction de vraisemblance.

3.3.4 L'algorithme EM pour le calcul du maximum

L'algorithme espérance-maximisation (EM : *Expectation-Maximization*), proposé par Dempster et al [Dempster 1977], repris dans [Lange 1984], est un algorithme itératif qui permet de trouver les paramètres du maximum de vraisemblance d'un modèle probabiliste lorsque ce dernier dépend de variables latentes non observables. Cette méthode possède de bonnes propriétés de convergence pour un coût de calcul inférieur à celui des algorithmes d'optimisation numérique habituels. Nous allons considérer

une particularité d'un certain nombre de problèmes statistiques : la variable que nous observons n'est pas la variable qui nous intéresse, mais une fonction de celui-ci. Ici, les x_j sont les données complètes (pas directement observables) et les b_i sont celles que le nous observons. L'algorithme EM tire son nom du fait qu'à chaque itération il opère deux étapes distinctes :

- La phase "Expectation" souvent désignée comme (étape E) consiste à calculer l'espérance des données inconnues, sachant que les données observées et les valeurs des paramètres sont déterminées à l'itération précédente.
- La phase "Maximisation" souvent désignée comme (étape M) maximise cette vraisemblance, rendue possible en utilisation l'estimation des données inconnues (étape "Expectation"), puis met à jour la nouvelle valeur des paramètres pour l'itération suivante.

Nous choisissons le vecteur $(n_{\cdot,j})_{j=1,\dots,N_j}$ comme vecteur de données complètes. Comme nous l'avons vu précédemment, les moyennes x_j et $x_{\cdot,j}$ sont reliées par :

$$x_{\cdot,j} = \sum_{i=1}^{N_i} x_{i,j} = \sum_{i=1}^{N_i} t_{i,j} x_j = x_j \sum_{i=1}^{N_i} a_{i,j} \quad (3.23)$$

La fonction de vraisemblance des données complètes fait partie d'une famille exponentielle et est donnée par :

$$P((n_{\cdot,1}, \dots, n_{\cdot,N_j}) | x) = \prod_{j=1}^{N_j} e^{-x_{\cdot,j}} \frac{(-x_{\cdot,j})^{n_{\cdot,j}}}{n_{\cdot,j}!} \quad (3.24)$$

$$= \frac{1}{\prod_{j=1}^{N_j} n_{\cdot,j}!} \exp \left[(\log x_{\cdot,1}, \dots, x_{\cdot,j}) \begin{pmatrix} n_{\cdot,1} \\ \vdots \\ n_{\cdot,j} \end{pmatrix} \right] \quad (3.25)$$

Au début, nous initialisons le vecteur des moyennes x à une valeur notée $x^{(0)}$. À chaque itération, nous souhaitons améliorer cette estimation $x^{(0)}$ et obtenir le plus près possible de la valeur $\hat{x}$ qui maximise la fonction de vraisemblance. La nouvelle estimation de x est notée pour la k -ième itération. L'étape (E) consiste alors à calculer la valeur moyenne que prendrait $n_{\cdot,j}$ si la valeur de x était $x^{(k)}$ et compte tenu des mesures b :

$$(E)n_{\cdot,j}^{k+1} = \mathbb{E} [n_{\cdot,j} | b, x^{(k)}], \text{ pour } j = 1, \dots, N_j \quad (3.26)$$

On peut montrer que si $X_j, j = 1, \dots, J$ sont des variables suivant des lois de Poisson de paramètres respectifs a_j alors la loi conditionnelle de X_j sachant les observations $\sum_{i=1}^J X_i = x^*$ est une loi binomiale $B(x^*, a_j / \sum_{i=1}^J a_i)$.

Par conséquent, la loi conditionnelle de $n_{i,j}$ sachant que $\sum_{i=1}^{N_j} n_{i,j} = b_i$ et sous l'hypothèse que la moyenne des données complètes est $x^{(k)}$ est une loi binomiale $B(b_i, \lambda_{i,j}^{(k)} / \sum_{i=1}^{N_j} x_{i,j}^{(k)})$ et

$$\mathbb{E}[n_{i,j}|b, x^{(k)}] = \frac{b_i x_{i,j}^{(k)}}{\sum_{j=1}^{N_j} x_{i,j}^{(k)}} \quad (3.27)$$

L'étape (E) devient alors :

$$x_{i,j}^{(k+1)} = \mathbb{E}[n_{i,j}|b, x^{(k)}] = \mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{N_i} n_{i,j}|b, x^{(k)}\right] = \sum_{i=1}^{N_i} \mathbb{E}[n_{i,j}|b, x^{(k)}] \quad (3.28)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_i} \frac{b_i x_{i,j}^{(k)}}{\sum_{j=1}^{N_j} x_{i,j}^{(k)}} = \sum_{i=1}^{N_i} \frac{b_i a_{i,j} x_j^{(k)}}{\sum_{j=1}^{N_j} a_{i,j} x_j^{(k)}} \quad (3.29)$$

$$= x_j^{(k)} \sum_{i=1}^{N_i} \frac{b_i a_{i,j}}{\sum_{j=1}^{N_j} a_{i,j} x_j^{(k)}} \quad (3.30)$$

L'étape (M) consiste à maximiser l'espérance de la fonction de vraisemblance des données complètes, définie dans (3.24), afin de calculer un nouvel estimateur de $x_{i,j}$. Maintenant, c'est la moyenne de $n_{i,j}$ qui a été estimée à l'étape (E). Enfin :

$$x_{i,j}^{(k+1)} = n_{i,j}^{(k+1)} = x_j^{(k)} \sum_{i=1}^{N_i} \frac{b_i a_{i,j}}{\sum_{j=1}^{N_j} a_{i,j} x_j^{(k)}} \quad (3.31)$$

et

$$x_j^{(k+1)} = \frac{x_j^{(k)}}{\sum_{i=1}^{N_i} a_{i,j}} \sum_{i=1}^{N_i} \frac{b_i a_{i,j}}{\sum_{j=1}^{N_j} a_{i,j} x_j^{(k)}} \quad (3.32)$$

Comme le montre la figure 3.8, chaque itération nécessite une projection vers l'avant et une projection arrière, donc il a besoin de plus de temps de traitement que le FBP, ce qui converge lentement et peut nécessiter 50-200 itérations. Afin d'accélérer le processus de reconstruction à l'aide de MLEM, la maximisation des attentes des sous-ensembles commandés (OSEM) a été proposée par Hudson et Larkin [Hudson 1994].

3.3.5 La méthode de maximisation de l'espérance par sous-ensembles ordonnés OSEM

En optimisation mathématique, la méthode de maximisation de l'espérance des sous-ensembles ordonnés (OSEM), est une méthode itérative proposée par Hudson et Larkin [Hudson 1994] comme une variante rapide de l'algorithme MLEM. Dans les applications en imagerie médicale, la méthode OSEM est utilisée pour la TEP, pour la

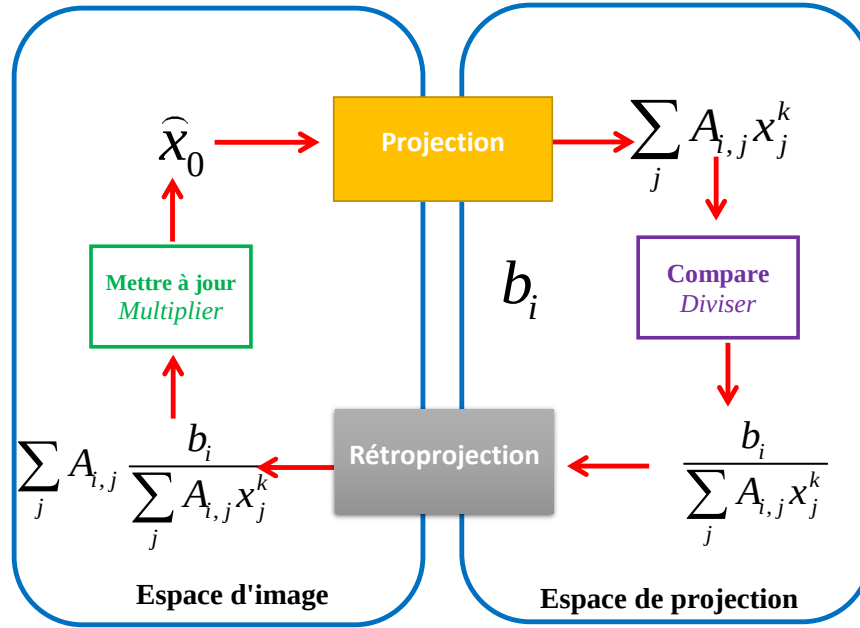


FIGURE 3.8 – MLEM sous la forme du modèle itératif général [Wernick 2004]

SPECT et pour la TDM. Elle consiste à : diviser d'une part le vecteur de mesure b en un nombre p de sous ensembles $S_1, S_2, \dots, S_p$ qui forment une partition ; p est l'ordre de la partition et d'autre part estimer l'image en appliquant l'algorithme MLEM sur les sous vecteurs $S_q, q = 1, \dots, p$ successivement :

$$\hat{x}_j^{k+1} = \frac{\hat{x}_j^k}{\sum_{i \in S_q} A_{i,j}} \sum_{i \in S_q} A_{i,j} \frac{b_i}{\sum_{n=1}^J A_{i,n} \hat{x}_n^k} \quad (3.33)$$

L'actualisation de l'espérance $\hat{x}_j^k$ se fait successivement à partir des données $S_1, S_2, \dots, S_p$. Chaque étape de l'actualisation est appelée une sous-itération et un ensemble de p sous-itérations successives forme une itération. Le temps d'exécution d'une itération OSEM est comparable à celui d'une itération MLEM. Toutefois, l'algorithme OSEM converge p fois plus rapidement pour un ordre p que l'algorithme MLEM [Buzug 2008]. En général, la convergence se fait lors des premières itérations, ce qui permet de réduire le temps de calcul. Pour cette raison, OSEM est l'algorithme le plus utilisé actuellement dans la reconstruction des images en TEP que ce soit en clinique ou en recherche [Qi 2006].

En dépit des avantages relevés de cette méthode, il apparait clairement que l'OSEM accuse des insuffisances en termes de convergences vers la solution du maximum de vraisemblance (MV) remarquablement biaisée ainsi que le bruitage des images, et ses

résultats fluctuent entre les deux limites à chaque itération l'accélération du calcul dépend essentiellement de l'augmentation de l'ordre p de la partition. L'image estimée est bruitée et la convergence vers une solution est compromise. Le choix de p est un facteur important dans la détermination de la rapidité de calcul et la convergence vers la solution.

Pour réduire le temps d'exécution des algorithmes MLEM et OSEM, une autre approche a été explorée, qui consiste à paralléliser ces algorithmes pour les exécuter sur des plates-formes de calcul parallèle comme des grappes de calcul [Beisel 2008, Chen 1998, Herraiz 2006, Li 2005] ou sur les GPUs [Herraiz 2009, Herraiz 2011, Kim 2011, Schellmann 2011, Zhou 2011]

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une revue de la littérature des différents algorithmes utilisés ou développés pour la reconstruction des images en ECT. Nous avons classifié ces algorithmes selon leur nature : algorithmes analytiques, et algorithmes itératifs. Nous avons noté à travers cette recherche bibliographique que les algorithmes itératifs peuvent incorporer les facteurs physiques plus précisément que les techniques analytiques et sont de plus en plus utilisés en clinique. En outre, l'efficacité de MLEM et OSEM a déjà été prouvée en réduisant les artéfacts d'image et d'améliorer l'exactitude de la quantification. Notre intérêt est d'obtenir une image avec une haute résolution spatiale et en même temps dans un temps de convergence acceptable et avec nombre de projection minimale.

Comme nous savons que le problème de reconstruction tomographique est un problème inverse c.-à-d. Estimer l'objet à partir de ses projections. Ils nécessitent une régularisation puisque mal posés. Dans la partie suivante, pour régulariser les reconstructions tomographiques nous proposons une étude d'une variante de la variation totale. La variation totale en tant qu'outil de régularisation a l'avantage de préserver les discontinuités tout en créant des zones lisses.

Deuxième partie

Algorithmes de reconstruction développés

Reconstruction d'image basée sur la minimisation de la Variation Totale (TV)

Sommaire

4.1	Introduction	39
4.2	La minimisation de la variation totale	39
4.2.1	Variation totale	40
4.2.2	Modèle de Rudin-Osher-Fatemi (ROF)	40
4.3	Application à la reconstruction tomographique	42
4.3.1	Reconstruction Itérative + ROF	43
4.3.2	Le modèle développé	43
4.3.3	Technique proposée	46
4.4	Etudes de simulation	47
4.4.1	TEP Simulation Setup	47
4.4.2	Reconstruction de l'image à partir de données TEP simulées cor- rompues par un bruit poisson additif	48
4.5	Conclusion	51

4.1 Introduction

Au cours des dernières années, la minimisation de la variation totale sous contrainte a été appliquée dans plusieurs problèmes inverses mal posés en traitement du signal et de l'image. Le principe est que la fonction objectif, via la variation totale, fournit une solution adéquate à la perception visuelle humaine et les contraintes établissent la cohérence au problème original. Dans ce chapitre, nous présenterons un cadre sous régularisation à base de variation totale sous contrainte. Il s'agit d'une méthode mathématique et numérique simple. Un tel cadre est également suffisamment flexible pour être utilisé dans diverses applications de traitement d'image.

En préservant tous les avantages du modèle de la variation totale (TV), qui permet d'avoir des bords très précis et contient une implémentation simple basée sur un algorithme du gradient, cette approche est conçue pour éviter les inconvénients du modèle de Rudin, Osher et Fatemi (ROF) original. Dans ce chapitre, nous proposons un algorithme modifié pour la technique de reconstruction MLEM, de façon à améliorer la qualité de la reconstruction de l'image en incorporant la minimisation de la variation totale (TV) dans l'algorithme itératif de MLEM. La minimisation rapide de la variation totale (FTV) est appliquée à l'image obtenue dans l'étape MLEM. La deuxième étape est le résultat obtenu de la mise à jour FTV précédente. Les étapes de MLEM et de minimisation FTV sont conduites de façon itérative, en alternance.

4.2 La minimisation de la variation totale

Le modèle de la minimisation de la variation totale introduit la norme L^1 du gradient, alors qu'antérieurement les modèles les plus fréquents étaient basés sur la norme quadratique, comme celui introduit par l'équation de la chaleur. L. Rudin, S. Osher et E. Fatemi [Rudin 1992] ont proposé l'espace des fonctions à variations bornées comme l'espace des fonctions d'estimation des images. Cette section, présente l'un des modèles les plus populaires pour réduire la variation globale proposée par ces auteurs. Ce modèle s'est avéré efficace pour supprimer les oscillations tout en maintenant les discontinuités dans l'image. Récemment, ce modèle s'est propagé dans de nombreux domaines du traitement d'images. Tout d'abord, nous allons fournir la définition de la variation totale ainsi que le modèle de Rudin-Osher-Fatemi en restauration d'images.

4.2.1 Variation totale

Dans un premier temps, nous allons introduire la définition de la **variation totale** (VT) d'une image : la variation totale mesure l'amplitude totale des oscillations d'un signal. Etant donnée une image $x(v_1, v_2)$ définie sur une région bornée, ouverte et convexe $\Omega \in \mathbb{R}^2$, où ∇x est considéré au sens des distributions,

$$VT(x) = \int_{\Omega} |\nabla x| dv = \int_{\Omega} \sqrt{x_{v_1}^2 + x_{v_2}^2} dv_1 dv_2 \quad (4.1)$$

On dit que x est à variation bornée (VB) si $x \in L^1$ et $VT(x) < \infty$, auquel cas on note $x \in VB$. C'est un espace de Banach en considérant comme norme $\|x\|_{VB} = \|x\|_{L^1} + VT(x)$.

En traitement de l'image, une image à variation bornée, la formule de co-aire relie la variation totale à la longueur de ses lignes de niveau [Evans 2015, Malgouyres 2001]. Pour $\gamma \in \mathbb{R}$, dénotons $\Omega_{\gamma} = \{(v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2 | x(v_1, v_2) = \gamma\}$, alors la longueur de ces courbes est reliée à la variation totale par :

$$VT(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_{\gamma}} ds d\gamma \quad (4.2)$$

Le terme $\int_{\Omega_{\gamma}} ds$ est calculé dans le sens de la mesure de Hausdorff unidimensionnelle. Pour le traitement d'images, [Rucklidge 1996], la distance de Hausdorff permet de numériser une image ou encore de reconnaître une forme. L'équation (4.2) montre que la semi-norme de la VT de l'image peut être obtenue par intégration le long de tous les contours Ω_{γ} pour toutes les valeurs γ . Cela donne une interprétation géométrique importante de la variation totale. Ainsi, la VT contrôle le saut dans l'image ainsi que la géométrie des ensembles de niveau. En général, les images à variation bornée ont des discontinuités le long des ensembles de niveau de longueur finie.

Notez que la variation totale sur une image discrète de taille $N \times N$, où nous devons choisir une définition discrète du gradient ∇x , devrait considérer le gradient continu en fonction de l'interpolation de Shannon.

4.2.2 Modèle de Rudin-Osher-Fatemi (ROF)

Le modèle de Rudin, Osher et Fatemi (ROF) [Rudin 1992] suppose qu'une image peut se décomposer en une partie oscillante, représentant la texture et le bruit, et une partie «cartoon». Le but de cette méthode est de trouver une image qui minimise la longueur des contours, ce qui tend à se débarrasser du bruit, tout en restant proche des données initiales.

Le modèle classique de ROF définit une méthode variationnelle très populaire en restauration d'image :

$$\min_x \text{VT}(x), \text{ tel que } \int_{\Omega} (o - x)^2 = \sigma^2 \quad (4.3)$$

où o est l'image observée et dégradée par un bruit gaussien de variance σ^2 et de moyenne 0. La contrainte permet une reconstruction cohérente avec le modèle de bruit. L'intérêt de cette énergie, en tant que critère de régularité d'une image, est qu'elle permet des discontinuités mais qu'est pénalisé par des petites oscillations locales, particulièrement adaptées aux images.

Le problème (4.3) est équivalent à une formulation sans contrainte, également introduit dans [Rudin 1992] :

$$\min_x \text{VT}(x) + \lambda \int_{\Omega} (o - x)^2 \quad (4.4)$$

où, λ est un multiplicateur de Lagrange qui est choisi tel que la contrainte puisse être satisfaite. Cette équivalence entre les deux problèmes est étudiée par A. Chambolle et P. L. Lions dans [Chambolle 1997]. Ils montrent également que la fonctionnelle de (4.4) est strictement convexe, semi-continue pour la topologie faible de l'espace VB. Donc, le minimum existe, est unique et peut être calculé. Grâce à sa simplicité de réalisation, la formule sans contrainte est largement adoptée dans la plupart des applications, et nous nous restreindrons à cette formulation lorsque nous ferons référence au modèle ROF.

Concentrons nous sur la résolution du problème (4.4). Au minimum, nous devons avoir [Rudin 1992] :

$$\nabla \cdot \frac{\nabla x}{|\nabla x|} - 2\lambda(x - o) = \text{div}\left(\frac{\nabla x}{|\nabla x|}\right) - 2\lambda(x - o) = 0 \quad (4.5)$$

avec la condition de bord :

$$\frac{\partial x}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ sur } \partial\Omega$$

$\vec{n}$ est le vecteur tangent de x sur le bord $\partial\Omega$. Nous utilisons l'équation d'évolution dans le processus de trouver la solution.

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = \text{div}\left(\frac{\nabla x}{|\nabla x|}\right) - 2\lambda(x - o) & \text{pour } t > 0 \\ x(\cdot, 0) = o \\ \frac{\partial x}{\partial \vec{n}} = 0 & \text{sur } \partial\Omega \end{cases} \quad (4.6)$$

Lorsqu'on annule le terme de fidélité aux données en plaçant $\lambda = 0$, nous pouvons voir le modèle ROF comme une détection et un lissage des contours à l'image du mouvement par courbure moyenne. La contrainte utilisée empêche une trop grande distorsion et permet d'atteindre une solution satisfaisante.

On peut remarquer que l'équation (4.6) contient des points singuliers lorsque $|\nabla x(v_1, v_2)| = 0, \text{div}(\frac{\nabla x}{|\nabla x|})$ n'étant pas différentiable en ces points. Remplacer la définition de la variation totale par ce qui suit :

$$\text{VT}_\beta(x) := \int_{\Omega} \sqrt{x_{v_1}^2 + x_{v_2}^2 + \beta} dv_1 dv_2 \quad (4.7)$$

où β est une valeur positive assez petite. En conséquent, la difficulté de la non-différentiable est supprimée et diverses techniques d'optimisation peuvent être appliquées pour résoudre un tel problème. Par exemple, un algorithme itératif du gradient sera adapté :

$$\begin{cases} x = o, & \text{image initiale;} \\ x^{n+1} = x^n + \Delta t \frac{\partial x}{\partial t}, & \text{pour } \Delta t > 0 \text{ avec la condition de bord} \end{cases} \quad (4.8)$$

Afin d'assurer la convergence et diminuer la fonction objective (4.4), le pas de temps Δt doit satisfaire la condition Courant-Friedrichs-Lewy [Rudin 1992, Marquina 2000] :

$$\Delta \leq ch^2 |\nabla x| \quad (4.9)$$

où h est la taille du pixel et c une constante positive. Donc, la convergence est très lente, en particulier sur des points comme $|\nabla x| \approx 0$. Les auteurs proposent une technique de pré-conditionnement en multipliant un terme $|\nabla x|$ pour supprimer la dégénérescence [Vogel 1998] ou linéariser l'équation d'Euler par un schéma de point fixe dans [Vogel 1996].

Toutefois, en lissant le gradient, nous perdons l'avantage principal de la variation totale : pour permettre aux discontinuités d'être restaurées avec précision. Un autre moyen pour surmonter la non-différentialiste dans les régions plates est de considérer un sous-gradient [Tadmor 2004, Tanabe 1971, Durand 2003, Chambolle 2004].

4.3 Application à la reconstruction tomographique

Notre contribution principale est d'adapter le cadre de la minimisation de la variation totale à la reconstruction tomographique.

La reconstruction tomographique consiste à inverser l'opérateur A défini sur un espace de Hilbert H ($\mathbb{R}^{N^2}$ dans le cas discret, $\mathbb{S}(\mathbb{R}^2)$ dans le cas continu) à valeurs dans l'espace des projections P (respectivement $\mathbb{R}^{KL}$ et $\mathbb{S}([0, \pi] \times \mathbb{R})$). Le modèle général considéré est

$$b = Ax + n \quad (4.10)$$

avec n un bruit de Poisson. L'objectif est ainsi de chercher $x \in H$ à partir d'une observation $b \in P$.

4.3.1 Reconstruction Itérative + ROF

En général, les images médicales telles que les images ECT ne contiennent pas beaucoup de micro-textures significatives, les oscillations étant dues au bruit dans les hautes fréquences, où au phénomène de Gibbs associé à la méthode de Fourier.

Une extension directe du modèle ROF en tomographie est d'intégrer la variation totale comme un terme de régularisation sans contrainte dans la méthode de reconstruction directe (4.10). Plus précisément, le problème est formulé par :

$$\min_{x \in H} \lambda \|Ax - b\| + VT(x) \quad (4.11)$$

L'algorithme du gradient conjugué est souvent utilisé pour résoudre ce problème. Pour éviter la dégénérescence de la variation totale au point $\|\nabla x\| = 0$, nous utilisons la définition régularisée de la variation totale 4.7 par un paramètre de régularisation β :

$$VT_\beta(x) = \int_{\Omega} \sqrt{\|\nabla x\|^2 + \beta} \quad (4.12)$$

Cette formulation a été introduite dans [Bronstein 2002, Jonsson 1998] et elle se repose sur l'efficacité de l'opérateur de Radon discret.

4.3.2 Le modèle développé

Dans ce travail, l'objectif est de mettre en place une nouvelle approche de la reconstruction par régularisation. Comme nous l'avons mentionné dans les chapitres précédents, dans lesquels nous avons soulevé la question du bruit, ou nous sommes amenés à introduire un filtre passe-bas dans ces méthodes analytiques, empêchant aussi de reconstruire une image fiable. Dans les méthodes itératives existantes, le travail implique un calcul important nécessitant plus de temps.

Puisque, la méthode de reconstruction itérative MLEM ne dépend pas directement d'une transformée de Fourier inverse, nous suggérons la minimisation de la variation totale pour améliorer ses performances. Cette variation permet donc de supprimer les oscillations, tout en respectant les contours.

Certains travaux [Chan 2006, Chan 1998] ont montré qu'il est possible d'améliorer la qualité de l'image reconstruite à partir d'un faible nombre de projections en tomodensitométrie, par le biais de la minimisation VT. Cependant, cela n'a pas été étudié auparavant pour les algorithmes de reconstruction, basés sur TEP et SPECT pour la tomographie avec un nombre limité de projections. Il y a plusieurs raisons pour lesquelles la minimisation TV peut fournir des résultats favorables dans la reconstruction de MLEM.

En utilisant la minimisation de TV à travers le processus MLEM, nous nous assurons à ce que les zones sous-échantillonnées et les bords contrastés soient présents, ce qui accélère la convergence dans ces zones et permet à l'ensemble de converger à peu près au même taux. Pour intégrer la minimisation TV avec MLEM, nous avons utilisé l'image de sortie après quelques itérations MLEM, traitée par un algorithme de minimisation TV et transférée de nouveau l'image traitée dans l'algorithme MLEM pour plus d'itérations. Dans ce travail, nous utilisons la FTVd (Fast Total Variation Regularized Deconvolution) [Wang 2008] illustrée par l'équation (4.13).

4.3.2.1 La minimisation rapide de la variation totale (FTV : Fast Total Variation)

La régularisation TV est l'une des normes les plus populaires pour le traitement d'images dans le cas de problèmes inverses. Équation (4.10) Compte tenu des données de projection b et de la matrice de probabilité A , l'image x_0 est reconstruite à partir du modèle suivant :

$$\min_x \sum_{i=1}^{n^2} \|D_i x\| + \frac{\mu}{2} \|Ax - b\|_2^2, \quad (4.13)$$

où $D_i x \in \mathbb{R}^2$ indique le gradient discret en position i de l'image x , $\sum \|D_i x\|$ définit la variation total (TV) discrète de l'image x et le paramètre μ est utilisé pour équilibrer les deux termes. Ce modèle est aussi généralement appelé le modèle TV/ L^2 . Dans cette étude, nous appliquons FTV à isotrope TV dans le cas où $\|\cdot\| = \|\cdot\|_2$. Pour transférer $D_i x$ du terme non différencié $\|\cdot\|_2$, nous avons effectué un changement de variable $\mathbf{w}_i \in \mathbb{R}^2$ à chaque pixel i comme suit :

$$\min_{\mathbf{w}, x} \sum_i \|\mathbf{w}_i\|_2 + \frac{\mu}{2} \|Ax - b\|_2^2, \quad s.t. \quad \mathbf{w}_i = D_i x \quad (4.14)$$

Il est à noter que le but principal de l'introduction de $\mathbf{w}$ est de permettre la division de l'opérateur. En outre, FTV vise à obtenir une version non contrainte de l'équation (4.14) précédente, pour faciliter le calcul, nous adoptons différentes méthodes pour traiter la contrainte $\mathbf{w}_i = D_i x$ dans ses différentes versions. Le système de pénalité quadratique simple a été approuvé par [Courant 1943] en donnant le modèle d'approche suivant (4.15) :

$$\min_{\mathbf{w}, x} \mathcal{Q}_{\mathcal{A}}(x, \mathbf{w}, \beta) \quad (4.15)$$

avec le paramètre de pénalité β suffisamment grand, où

$$\mathcal{Q}_{\mathcal{A}}(x, \mathbf{w}, \beta) \doteq \sum_i \|\mathbf{w}_i\|_2 + \frac{\beta}{2} \sum_i \|\mathbf{w}_i - D_i x\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \|Ax - b\|_2^2. \quad (4.16)$$

Lorsque l'une des deux variables x et $\mathbf{w}$ est fixée, la minimisation de la fonction sur l'autre variable a une formule de forme fermée avec une grande stabilité numérique et une faible complexité de calcul pour un β donné, conduisant ainsi à un autre système de minimisation [Wang 2008].

$$\begin{cases} \mathbf{w}^{k+1} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{w}} \mathcal{Q}_{\mathcal{A}}(x^k, \mathbf{w}, \beta) \\ x^{k+1} \leftarrow \arg \min_x \mathcal{Q}_{\mathcal{A}}(x, \mathbf{w}^{k+1}, \beta) \end{cases} \quad (4.17)$$

Pour rendre la solution x de (4.15) très proche de la solution du modèle original (4.13), β doit être un grand nombre positif [Wang 2008]. Il a été montré que pour tout β fixé, l'algorithme de solution (4.15) en minimisant x et $\mathbf{w}$ alternativement à une convergence plus lente lorsque β est grand et plus vite quand β est petit.

Comme alternative au schéma de continuation, la nouvelle version de la pénalité quadratique est augmentée par l'addition du terme Lagrangien. Cela signifie que les fonctions suivantes augmentent la fonctionnalité de Lagrange.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathcal{A}}(x, \mathbf{w}, \chi) &\doteq \sum_i (\|\mathbf{w}_i\| - \chi_i^T (\mathbf{w}_i - D_i x)) \\ &+ \frac{\beta}{2} \|\mathbf{w}_i - D_i x\|^2 + \frac{\mu}{2} \|Ax - b\|^2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Nous avons la solution de cadre itérative comme suit.

$$\begin{cases} (\mathbf{w}^{k+1}, x^{k+1}) \leftarrow \arg \min_{\mathbf{w}, x} \mathcal{L}_{\mathcal{A}}(x, \mathbf{w}, \chi^k) \\ \chi^{k+1} \leftarrow \chi^k - \beta(\mathbf{w}^{k+1} - D x^{k+1}) \end{cases} \quad (4.19)$$

L'apparition de mises à jour itératives, pour le multiplicateur χ , évite explicitement que β se dirige vers l'infini et assure la convergence de (4.19) vers la solution du modèle TV original (4.14).

$$\begin{cases} \mathbf{w}^{k+1} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{w}} \mathcal{L}_{\mathcal{A}}(x^k, \mathbf{w}, \chi^k) \\ x^{k+1} \leftarrow \arg \min_x \mathcal{L}_{\mathcal{A}}(x, \mathbf{w}^{k+1}, \chi^k) \\ \chi^{k+1} \leftarrow \chi^k - \beta(\mathbf{w}^{k+1} - D x^{k+1}) \end{cases} \quad (4.20)$$

Pour déduire le modèle [Goldstein 2009], les auteurs ont utilisé la méthode itérative de Bregman et l'équivalence de split Bregman, en associant la méthode de direction alternante (ADM : *Alternating Direction Method*) [Boyd 2011]. Pour certaines conditions, on a recours à [Esser 2009, Wu 2010].

4.3.3 Technique proposée

La motivation, nous incitant à la formulation de FTV, est due au fait que des deux variables x et $\mathbf{w}$ sont fixées, minimisant aussi la fonction de l'autre, qui présente une formule de forme fermée avec une faible complexité algorithmique, et une grande stabilité numérique. Nous appelons la nouvelle cible de réduction la minimisation de la FTV. La technique de reconstruction FTV-MLEM peut être conçue, l'algorithme FTV-MLEM est similaire à MLEM+TV, excepté le remplacement de la minimisation TV par celle de FTV [Wang 2008, Boudjelal 2017]. L'algorithme proposé combine entre MLEM et FTV. Ceci implique ce qui suit : L'algorithme MLEM peut être régularisé en ajoutant un terme de pénalité dans le dénominateur :

En utilisant la méthode [Green 1990], un algorithme MLEM régulé par TV (FTV-MLEM) peut être obtenu :

$$x_j^{k+1} = \frac{x_j^k}{\sum_{i=1}^{N_i} a_{i,j} + \beta \frac{\partial FTV(x^k)}{\partial x_j^k}} \sum_{i=1}^{N_i} a_{i,j} \frac{b_i}{\sum_{l=1}^{N_j} a_{i,l} x_l} \quad (4.21)$$

Le processus global est implémenté en deux étapes, en combinant l'algorithme de reconstruction itératif MLEM avec le problème de minimisation FTV (4.21). L'image

initiale pour l'étape MLEM est calculée en utilisant la technique BP. Le MLEM met à jour l'image estimée en projetant l'image initiale sur l'espace du sinogramme.

Ensuite, la différence entre le sinogramme estimé et celui donné est rétroprojetée sur le domaine de l'image. Cette différence est ensuite soustraite de l'image initiale pour obtenir une image corrigée. La minimisation FTV est appliquée à l'image obtenue à l'étape MLEM. La deuxième estimation de l'étape MLEM est le résultat obtenu à partir de la mise à jour FTV précédente. Les étapes de MLEM et minimisation FTV s'exécutent itérativement d'une manière alternée.

4.4 Etudes de simulation

4.4.1 TEP Simulation Setup

Dans cette section, nous présentons nos résultats à partir de données TEP simulées. La matrice de Radon, décrite dans le Chapitre précédent est fixe et produit des sinogrammes de taille 256×256 . Nous corrompons les sinogrammes avec du bruit de Poisson de différents niveaux. Afin de créer des images bruitées, par le biais de corruption du bruit de Poisson, nous appliquons la commande *imnoise* de MATLAB *imnoise(sinogram, poisson)*. Cette commande agit de la façon suivante : pour une image de double précision, les valeurs de pixel d'entrée sont interprétées comme des moyennes d'une distribution de Poisson mise à l'échelle par un facteur de 10^{-12} . Par exemple, si un pixel d'entrée a la valeur 5.5×10^{-12} alors le pixel de sortie correspondant sera généré à partir d'une distribution de Poisson avec la moyenne de 5.5 et ensuite redimensionné à sa gamme originale de 10^{12} . Le facteur 10^{12} est fixé pour représenter le nombre maximal de photons détectables. Nos sinogrammes simulés ont une intensité de $[0, 1]$ et pour créer différents niveaux de bruit, nous devons redimensionner le sinogramme initial avec un facteur approprié avant d'appliquer *imnoise*, puis le redimensionner avec le même facteur, c'est-à-dire $Noisy\ Sinogram = scale * imnoise(\frac{sinogram}{scale}, poisson)$.

Pour simuler des sinogrammes réalistes avec un niveau de bruit plus élevé, nous utilisons 10^{13} comme facteur d'échelle, voir (Figure 4.1).

Pour évaluer la qualité des images reconstruites, nous choisissons le *Signal-to-Noise Ratio* (SNR) comme mesure de qualité. Le SNR est défini comme

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\|x\|_2}{\|x - \hat{x}\|_2} \right) \quad (4.22)$$

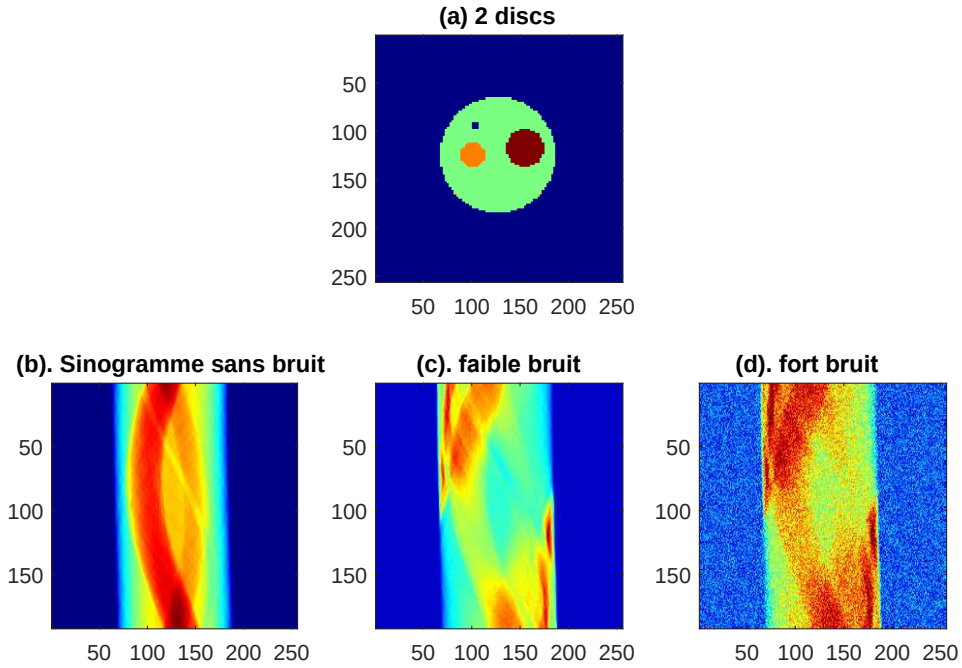


FIGURE 4.1 – L'image fantôme comprend 2 disques de rayon $r_1 = 26$ et $r_2 = 11$ pixels. Son sinogramme a 192 angles et 192 rayons avec un bruit faible et élevé.

où x et $\hat{x}$ désignent respectivement l'image originale et l'image reconstruite. Dans ce qui suit, nous évaluons d'abord la technique de reconstruction proposée (4.21) par rapport à la régularisation de la variation totale pure sur l'image ($\beta = 0$) pour une image synthétique de deux cercles et pour différents niveaux de bruit,

4.4.2 Reconstruction de l'image à partir de données TEP simulées corrompues par un bruit poisson additif

D'emblée, nous analysons les résultats numériques obtenus pour les données TEP simulées. Figure 4.1 montre un fantôme simulé de deux disques avec un rayon différent et des sinogrammes bruités et sans bruit, les deux bruits haut et bas correspondent au bruit de Poisson, les deux algorithmes de reconstructions sont appliqués à différentes valeurs de paramètres β , pour obtenir le meilleur résultat possédant une valeur de SNR la plus élevée.

Tout d'abord, nous évaluons l'algorithme proposé pour reconstruire une image à partir du sinogramme corrompu par le bruit de Poisson de bas niveau avec $\text{SNR} =$

18.5246, voir Figure 4.1.c. L'algorithme de reconstruction proposé avec régularisation totale conjointe de l'image et du sinogramme (soit $\beta > 0$) est comparé à l'algorithme MLEM standard (soit $\beta = 0$).

Nous avons calculé l'image reconstruite pour $\beta = 2^{-3}, 2^{-4}, 2^{-5}, 2^{-6}, 2^{-7}, 2^{-8}$. Nous constatons que l'image optimale reconstruite en termes du meilleur $\text{SNR} = 18.72$, obtenue pour $\beta = 2^{-5}$, voir Figure 4.2. La méthode proposée de reconstruction est mise en test en appliquant la régularisation de la variation totale sur l'image et le sinogramme avec la prise en compte de la même plage de $\beta = 2^{-3}, 2^{-4}, 2^{-5}, 2^{-6}, 2^{-7}, 2^{-8}$. Dans ce cas, la reconstruction optimale a été obtenue pour $\beta = 2^{-5}$ avec $\text{SNR} = 18.72\text{dB}$. La Figure 4.2 donne une liste complète des paramètres testés et SNR pour les images reconstruites correspondantes. Les résultats ne révèlent pas de différence significative entre l'algorithme avec ou sans régularisation de la variation totale sur le sinogramme, à la fois visuelle et aussi en termes de SNR. Il est à mentionner qu'en cas de faible bruit, avec une régularisation additionnelle de la variation totale, on obtient relativement les mêmes résultats avec un léger avantage pour la méthode de régularisation en terme de SNR.

La régularisation TV sur le sinogramme prend de l'importance dans l'algorithme de reconstruction lorsque le bruit dans la corruption du sinogramme est augmenté. Le sinogramme avec bruit de haut niveau est montré dans la figure 4.1.d et a $\text{SNR} = 8.68\text{ dB}$. Nous avons également testé la méthode proposée pour $\beta = 2^{-3}, 2^{-4}, 2^{-5}, 2^{-6}, 2^{-7}, 2^{-8}$. Les résultats sont présentés dans la figure 4.3.

Le SNR le plus élevé est obtenu lorsque $\beta = 2^{-5}$, cf. Figure 4.3.b. bien qu'il soit difficile de distinguer une différence entre les cas de β , nous observons que la pénalisation supplémentaire sur le sinogramme produit de meilleurs résultats en termes de la valeur SNR, voir figure 4.3.

La figure 4.4 montre les profils horizontaux des images reconstruites à partir du sinogramme corrompu par le bruit de Poisson de bas niveau défini dans la figure 4.4(a), pour chaque poids de régularisation, de β (en rouge) comparé avec le profil de l'image original (en bleu) et l'image reconstruite avec l'algorithme MLEM standard (en vert). L'effet de la régularisation de variation total (FTV) est bien visible. De même, la figure 4.5(b-e) affiche le profil horizontal des reconstructions à partir du sinogramme corrompu par le bruit de Poisson de haut niveau 4.5(a), rendant compte de structures plus grosses et mieux contrastées. Les profils de lignes FTV-MLEM sont plus près d'être sans bruit. La méthode expérimentale annule également les pixels aériens en redistribuant leurs valeurs aux pixels du fantôme. FTV-MLEM a reconstruit le

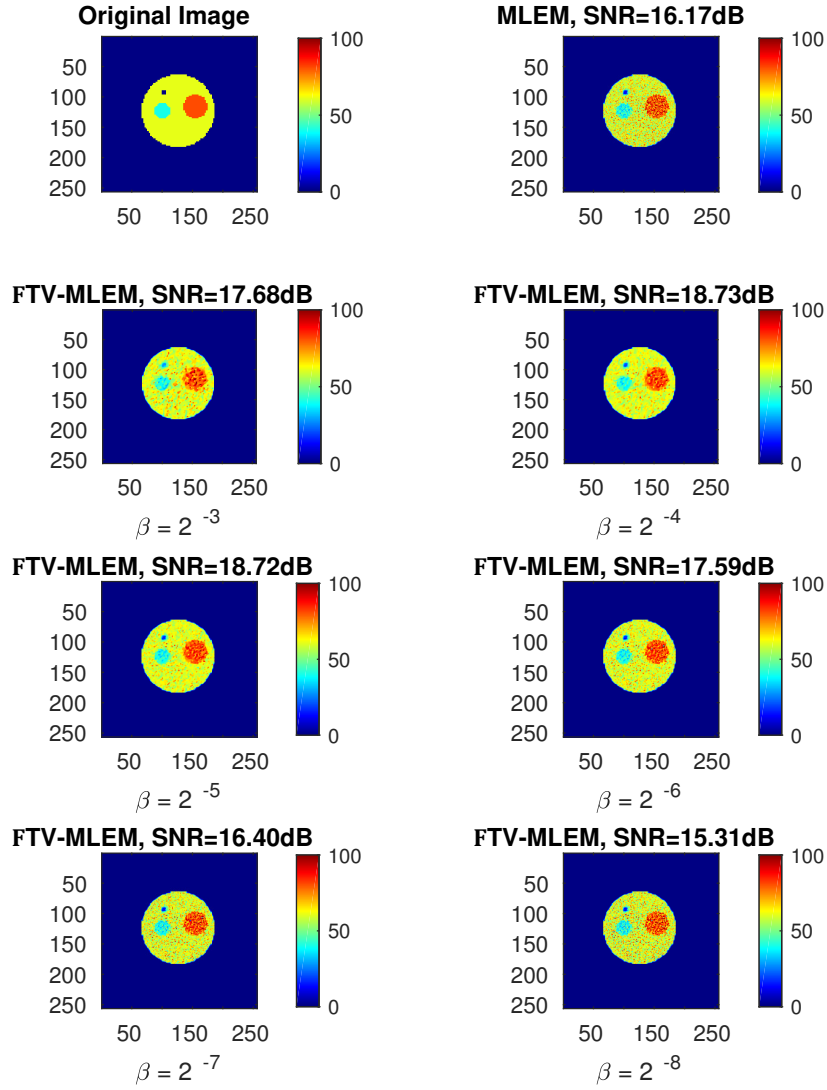


FIGURE 4.2 – images reconstruites du fantôme Disques par différents algorithmes avec 80 itérations pour différent β

profil idéal plus efficacement que les autres méthodes, et l'image produite était une approximation proche de l'image fantôme originale.

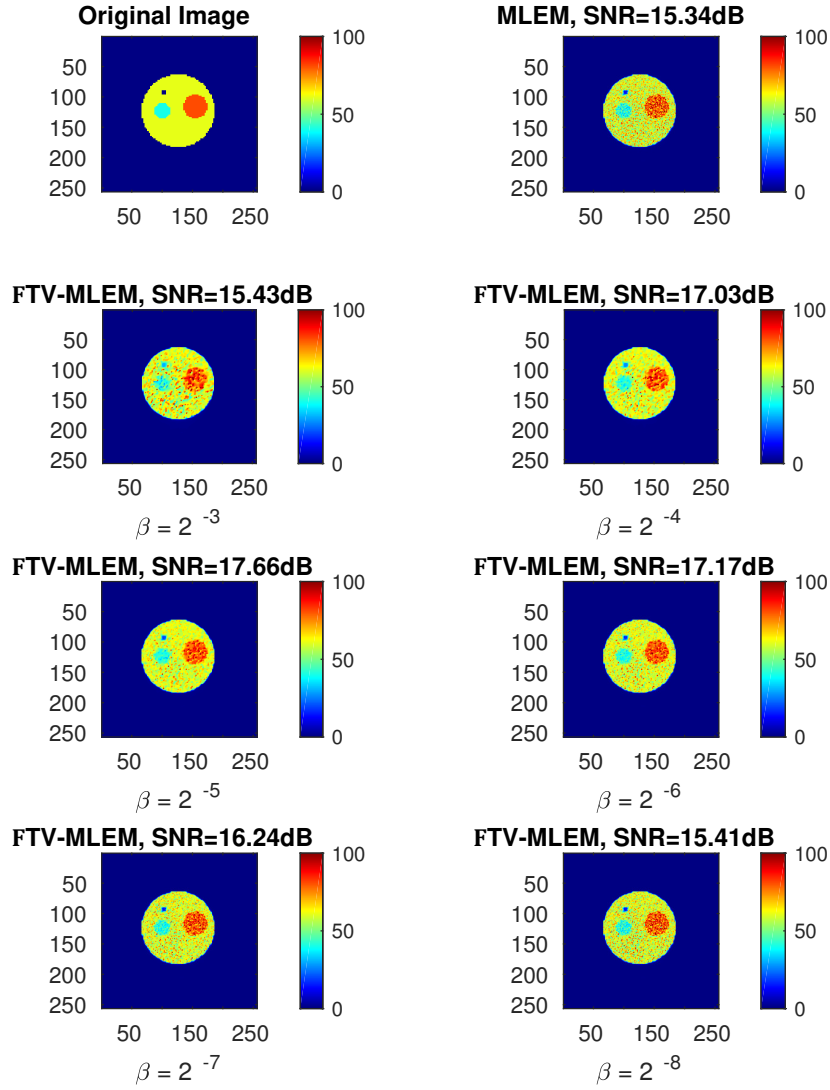


FIGURE 4.3 – images reconstruites du fantôme Disques par différents algorithmes avec 80 itérations pour différent β avec 30% de bruit

4.5 Conclusion

L'algorithme de reconstruction développé dans ce chapitre est destiné à améliorer les images ECT reconstruites. Basé sur le MLEM classique, l'algorithme expérimental utilisant la contrainte de minimisation TV améliore efficacement les performances de

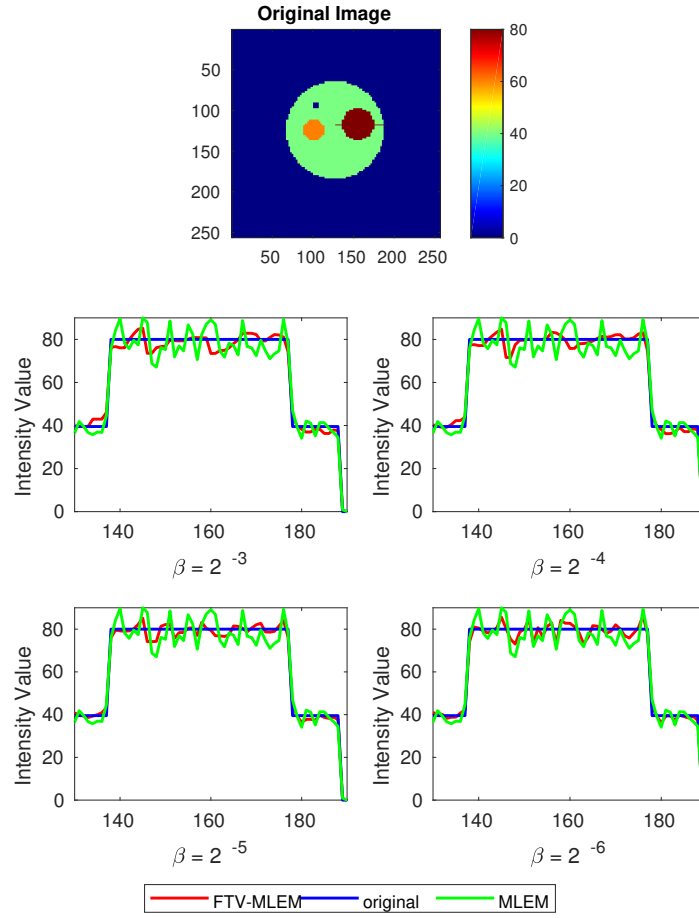


FIGURE 4.4 – Profils de régions d'intérêt (ROI), tracés pour les images reconstruites du fantôme Disques par différents algorithmes pour différent β sans bruit

MLEM dans la convergence et l'accumulation d'erreurs. Des résultats prometteurs ont été obtenus lorsque l'algorithme a été utilisé pour reconstruire le fantôme disques avec différentes ROI.

L'analyse des algorithmes et les résultats des simulations numériques permettent de dégager les approches à privilégier en fonction des priorités. Sur le fantôme de disques, l'algorithme de la FTV-MLEM présente des SNR améliorés par rapport aux autres méthodes classiques pour les sinogrammes de différents niveaux de bruit.

Nous remarquons que le modèle à variation bornée est particulièrement adapté à la reconstruction d'images tomographiques. Sans doute, la variation totale n'est pas tout à fait adéquate pour les images naturelles. Mais nous avons deux raisons pour justifier son utilisation en tomographie. D'abord, l'imagerie par scanner contient encore peu de

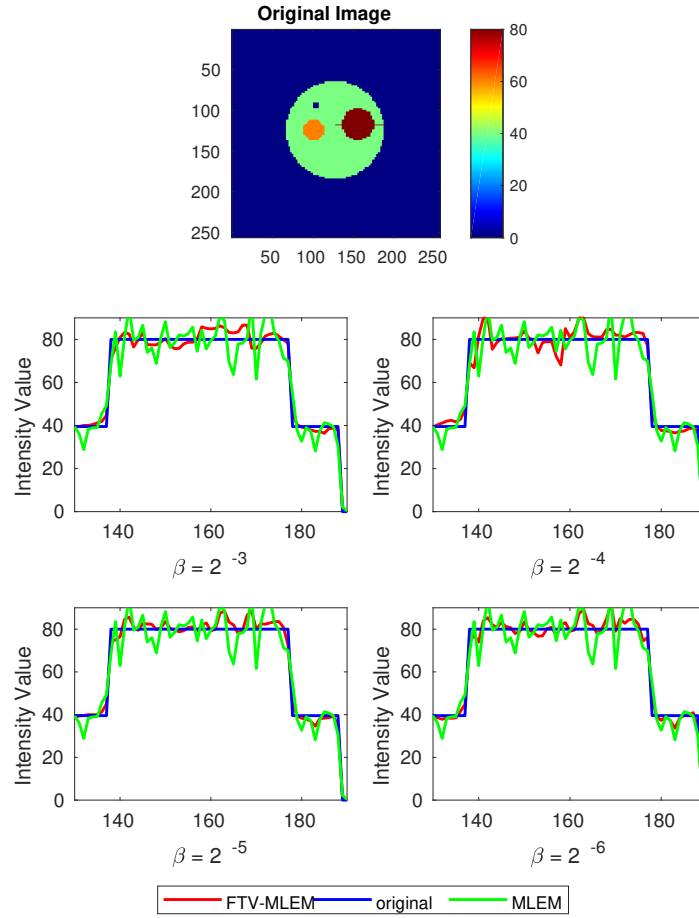


FIGURE 4.5 – Profils de régions d'intérêt (ROI), tracés pour les images reconstruites du fantôme Disques par différents algorithmes pour différent β avec 30% de bruit

zones texturées, ce qui permet d'effectuer la minimisation de la variation totale pour supprimer les oscillations présentes dans les régions homogènes tout en préservant les structures. Ensuite, l'information importante et basique dans ce type d'image est la localisation et la taille des organes, qui est reliée à la forme des ensembles de niveau des images. Sous certaines conditions, la régularisation par la variation totale peut reconstruire exactement les ensembles de niveau. Les défauts de perte de contraste et de détails peuvent être particulièrement évités par un petit nombre d'itérations.

L'algorithme proposé produit une image, qui est une approximation proche de l'original, améliore sa qualité et réduit le bruit et les artefacts.

Technique de régularisation basée sur une inférence Bayésienne

Sommaire

5.1	Introduction	55
5.2	Modélisation du problème inverse	55
5.3	Modélisation des informations <i>a priori</i>	56
5.3.1	Introduction d'information <i>a priori</i>	56
5.3.2	Approche bayésienne	57
5.3.3	Choix de l' <i>a priori</i>	58
5.3.4	Calcul d'un estimateur <i>a posteriori</i>	58
5.4	Inférence bayésienne pour les problèmes inverses	58
5.4.1	Estimateurs au sens du maximum <i>a posteriori</i> (MAP)	59
5.5	Les applications de la méthode proposée et résultats	65
5.5.1	Simulation des données (configuration)	65
5.6	Résultats et discussion	66
5.7	Conclusion	69

5.1 Introduction

L'algorithme de tomographie est un problème inverse mal posé et une stratégie de régularisation est nécessaire [Demoment 1989], permettant d'apporter des solutions à cette problématique en ajoutant un terme de pénalité à la "fonction de coût" à minimiser. Il existe deux catégories principales de techniques de régularisation : les approches classiques et les approches bayésiennes. Dans la première, les inconnues sont modélisées comme une fonction déterministe, et dans la seconde, les inconnues sont modélisées comme un processus aléatoire. Les techniques classiques utilisent des termes de pénalité quadratique (Tikhonov, par exemple), de type entropique. Indépendamment de ce choix, le point crucial est l'évaluation du paramètre de réglage lié au terme de régularisation. Dans un cadre non linéaire, cette tâche devient très difficile, et généralement, elle est surmontée par des techniques supervisées et empiriques. Les techniques bayésiennes utilisent des informations statistiques *a priori*.

Le but de ce chapitre est d'éviter un succès limité avec les méthodes de régularisation existantes, car ces méthodes sont incapables de préserver deux propriétés conflictuelles des images ECT, à savoir, le lissage spatial dans une région et une transition nette aux frontières de la région. Ce chapitre est consacré à la solution de ces problèmes, et il propose une méthode de reconstruction régularisée basée sur le théorème de Bayes combinée à l'algorithme de maximisation de vraisemblance-maximisation (B-MLEM)[Boudjelal 2018], pour produire des images, et peut effectivement réduire le bruit tout en préservant le bord de l'image et également les caractéristiques ou les textures. Ceux-ci peuvent avoir d'importantes applications, au-delà de la reconstruction d'images ECT.

5.2 Modélisation du problème inverse

Le modèle direct d'acquisition des observations doit être déterminé, pour résoudre tout problème inverse, c'est-à-dire une relation liant l'inconnue recherchée, notée x , aux données observées, notées b . Cette relation est transcrite, d'un point de vue algébrique, pour reconnaître du mécanisme d'observation en une équation du type :

$$b = Ax, \tag{5.1}$$

où A décrivant ce mécanisme d'observation en fonction de x .

Notez que cela suppose de déterminer la nature de l'inconnu. En fonction de ce

dernier et du mécanisme d'observation, la relation A peut être explicite ou non, linéaire ou non, *etc.* Dans le cas de la reconstruction d'image, l'inconnue est une carte spatiale bidimensionnelle, qui peut avoir un sens physique dans toutes les coordonnées spatiales (par exemple, reconstruire la distribution spatiale des propriétés physiques d'un objet inconnu) ou non (par exemple : segmentation d'image). Une fois que l'inconnu est défini avec précision, il s'agit de le relier à des données observables.

5.3 Modélisation des informations *a priori*

5.3.1 Introduction d'information *a priori*

Puisqu'aucun dispositif expérimental n'est complètement exempt d'incertitude, il est souvent plus réaliste d'envisager un modèle direct de la forme :

$$b = Ax + n, \quad (5.2)$$

où n modélise le bruit de mesure. Dans le cas des problèmes inverses, dits «mal posés», une légère perturbation des données b peut conduire à des erreurs significatives sur la solution $\hat{x}$. Puisque nous n'avons pas une seule solution, la résolution d'une équation de ce type pose en fait des problèmes. Pour ces raisons, il est nécessaire, dans la plupart des problèmes inverses dans la pratique, d'introduire des informations *a priori*, à fin de restreindre toutes les solutions acceptables. Dans ce contexte, les méthodes les plus couramment utilisées pour l'introduction de l'information préalable sont les suivantes.

- **Contrainte déterministe** : de toutes les solutions acceptables, on choisit celles qui obéissent à une contrainte définie au préalable. Celle-ci peut être une limitation de l'espace à une sous-zone (par exemple, le sous-espace de valeurs positives) ou une réduction de la dimension.
- **Régularisation** : la plupart des méthodes visant, à résoudre l'équation (5.2) cherchent à minimiser une distance d entre b et Ax (exemple : $d(b, Ax) = \|b - Ax\|^2$). L'idée principale de la régularisation est d'accéder à la solution exacte à partir de données que l'on sait imparfaites. On considère admissible toute solution x , telle que Ax est à une faible distance de b et, parmi ces solutions, on choisit celle qui est compatible avec une certaine information *a priori* $f(x)$. Dans ce cas, on cherche à minimiser un critère du type :

$$J(x) = d(b, Ax) + \lambda f(x), \quad (5.3)$$

Afin de trouver une solution qui réalise un compromis (contrôlé par le paramètre λ), entre l'attache aux données et la sincérité à l'information *a priori*.

5.3.2 Approche bayésienne

L'approche bayésienne est une approche probabiliste basée sur la règle de Bayes qui, dans le contexte des problèmes inverses, peut être exprimée comme suit : Soit X une variable aléatoire et B est un ensemble de données de mesures b . La règle de Bayes permet d'écrire

$$p(X|B) = \frac{p(B|X)p(X)}{p(B)}, \quad (5.4)$$

En supposant que toutes les distributions de probabilité sont de densité, cela permet de déterminer la densité *a posteriori* :

$$p(x|b) = \frac{p(b|x)p(x)}{p(b)}, \quad (5.5)$$

où, $p(b)$ est l'évidence et est une constante par rapport à l'inconnu x , $p(b|x)$ est la probabilité et dérive directement du modèle direct et de la loi de probabilité assignée pour le bruit n , $p(x)$ est la loi *a priori* et modélise toutes les informations *a priori* sur l'inconnu x .

Dans l'approche bayésienne, l'information *a priori* est introduite par la détermination de cette loi *a priori* $p(x)$. La difficulté réside dans le choix de cette loi *a priori*. En outre, nous pouvons souligner deux remarques importantes :

- Il est presque impossible que, dans un problème physique réel, on n'ait aucune information sur l'objet recherché, autre que le modèle représentant le processus physique d'acquisition des données.
- Il est presque impossible que, dans un problème physique réel, on ait une information *a priori* sur l'objet qui soit exactement représenté par une loi de probabilité.

Le premier point montre qu'il est possible de déterminer la loi *a posteriori* dans la plupart des problèmes. Le deuxième point est la critique majeure à l'encontre des méthodes utilisant l'approche bayésienne. Cependant, le choix volontaire d'une loi *a priori* permet d'être conscient de la représentation choisie, et donc d'interpréter de façon judicieuse les résultats obtenus.

Une fois la loi *a priori* définie, toute l'information disponible sur l'inconnue est alors contenue dans la loi *a posteriori* $p(x|b)$. L'approche bayésienne est, en ce sens,

très générale et donne comme solution une loi de probabilité. Remarquons alors que dans la majeure partie des cas, minimiser un critère, tel que (5.3) équivaut à choisir une solution qui maximise une loi de probabilité *a posteriori*.

5.3.3 Choix de l'*a priori*

Ce chapitre, axé sur la résolution de problèmes inverses où l'inconnue recherchée est une image. La particularité d'une image est son caractère visuel, c'est-à-dire la propriété d'interpréter les résultats obtenus par une vision globale de l'image estimée, sans parfois même tenir compte des valeurs des pixels. Ceci est dû au fait que, dans un grand nombre de cas, l'intérêt principal de la solution obtenue réside dans la forme des objets la constituant.

5.3.4 Calcul d'un estimateur *a posteriori*

Comme énoncé précédemment, l'approche bayésienne consiste à construire une loi de probabilité *a posteriori* des inconnues, en connaissant les données observées. Cette loi contient alors toutes les informations disponibles sur les inconnues. Cependant, il n'est pas envisageable de calculer complètement la loi *a posteriori*. On se contente alors souvent d'un estimateur ponctuel, qui sera le résultat final. La plupart du temps, cet estimateur est le maximum *a posteriori*, c'est-à-dire la valeur des inconnues qui maximise la loi *a posteriori*. Pour la plupart des problèmes inverses traités dans ce travail, nous proposons d'utiliser une alternative à ces estimateurs classiques de maximum *a posteriori*, en calculant l'estimateur de la moyenne *a posteriori*. Nous déterminons alors, dans chaque cas, les lois conditionnelles nécessaires à l'implémentation d'un algorithme d'échantillonnage de Gibbs approprié [Robert 1996].

5.4 Inférence bayésienne pour les problèmes inverses

L'approche bayésienne est basée sur la construction d'une loi *a posteriori* qui est la loi de probabilité des variables inconnues conditionnellement aux données. Cette loi est traditionnellement obtenue à partir de probabilités, résultant d'un modèle direct reliant l'inconnue aux données, et d'une loi *a priori* représentant les informations que nous avons sur l'inconnu avant même que les données soient connues. Le choix d'une telle loi *a priori* est un problème sensible et peut avoir un impact significatif sur les caractéristiques de la *a posteriori*. Plus précisément, quand on mène à la sélection des

a priori dits « *impropres* » qui ne sont pas des lois de probabilité, il peut arriver que la loi *a posteriori* soit aussi impropre et manipulée que la loi de probabilité est alors impossible.

5.4.1 Estimateurs au sens du maximum *a posteriori* (MAP)

5.4.1.1 Critère d'estimation au sens du MAP

L'image obtenue à partir le critère au sens du MV qui considère que la solution est la plus probable, est généralement bruitée et risque même d'être biaisée si les mesures sont incomplètes comme dans le cas des acquisitions TEP. Le critère d'estimation au sens du maximum *a posteriori* (MAP) considère que la solution est aussi probabiliste et essaie de régulariser la solution MV en imposant un *a priori* sur celle-ci. Le critère MAP est formulé par

$$x_{MAP} = \arg \max_x P_{X=x|B=b} \quad (5.6)$$

où x_{MAP} est la distribution du traceur qui maximise la densité de probabilité de la variable aléatoire X sachant que les mesures b de la variable aléatoire B ont été effectuées. La règle de Bayes (5.4) permet d'écrire

$$x_{MAP} = \arg \max_x \frac{P_{B|X} P_X}{P_B} = \arg \max_x P_{B|X} P_X \quad (5.7)$$

La solution est estimée à partir de la combinaison des informations fournies par les mesures $P_{B|X}$ et les informations *a priori* P_X disponibles sur la variable aléatoire X . Compte tenu du logarithme de cette dernière équation, nous obtenons

$$x_{MAP} = \arg \max_x (\log(P_{B|X}) + \log(P_X)) \quad (5.8)$$

$$= \arg \max_x (L_{B|X} + \log(P_X)) \quad (5.9)$$

Il est donc noté que le critère MAP est composé de deux termes ; le premier $L_{B|X}$ est simplement le critère MV et le deuxième $\log(P_X)$ est un terme régulateur qui pénalise les solutions inappropriées. Le MAP est équivalent donc au MV régularisé. La plus grande difficulté pour le critère MAP est la détermination de l'*a priori* P_X . Des auteurs ont utilisé des images anatomiques obtenues par TDM ou par IRM comme *a priori* [Ardekani 1996, Baete 2004, Comtat 2001, Ouyang 1994, Shidahara 2012, Somayajula 2011]. Cependant, cette approche produit parfois des images biaisées, car la nature de l'information provenant de deux modalités d'imagerie est différente. Par

exemple, des contours obtenus par IRM peuvent ne correspondre à aucun contour de l'imagerie fonctionnelle TEP. L'approche usuelle est l'utilisation des *a priori* génériques qui auront tendance à lisser les images pour pénaliser le bruit et réduire leur variance.

Pour trouver les propriétés locales des structures, plusieurs auteurs ont utilisé des densités de Gibbs pour *a priori*. La forme générale des distributions de Gibbs est

$$P_{X=x} = \frac{1}{Z} \exp(-\beta U(x)) \quad (5.10)$$

où Z est la constante de normalisation de la probabilité, β est un paramètre de pondération qui module la tangente de la distribution autour des maxima et $U(x)$ est la fonction de l'énergie de Gibbs. Cette fonction est la somme des fonctions potentielles sur l'ensemble des cliques :

$$U(x) = \sum_{q \in Q} V_q(x) \quad (5.11)$$

où Q est l'ensemble des cliques. L'énergie $U(x)$ est généralement définie sur des cliques d'ordre 2 comme suit :

$$U(x) = \sum_{i=1}^{i=J} \sum_{j>i, j \in q_j} V_{i,j}(x_i - x_j) \quad (5.12)$$

Les fonctions potentielles $V_{i,j}(x_i - x_j)$ ont la propriété d'augmenter en fonction de la différence de la densité de distribution entre les voxels voisins i et j . Par conséquent, l'énergie $U(x)$ augmente pour les images présentant une grande variation d'intensité entre les voxels voisins ce qui diminue la probabilité de réalisation *a priori* de ces images. L'équation (5.8) devient donc

$$x_{MAP} = \arg \max_x (L_{B|X} - \beta U(x)) \quad (5.13)$$

Notez que le terme d'*a priori* $\beta U(x)$ permet la régularisation de la solution au sens du maximum de vraisemblance. C'est un terme important qui assure un compromis entre la résolution souhaitée (degré de lissage) et le rapport signal-bruit accepté.

Plusieurs fonctions potentielles $V_{i,j}(x_i - x_j)$ ont été utilisées dans la littérature pour permettre un lissage de la distribution du traceur à l'intérieur d'un organe toute en préservant les changements brusques de la distribution entre les frontières de ces différents tissus [Ardekani 1996, Green 1990, Hebert 1989, Leahy 2000, Mumcuoglu 1996, Mumcuoglu 1994]. La plupart de ces fonctions sont des fonctions croissantes de la variation d'intensité $|x_i - x_j|$. En prenant $V_{i,j}(x_i - x_j) = (x_i - x_j^2)$, on obtient l'*a priori* de Gauss-Markov qui a tendance à pénaliser des images ayant des contours

avec des variations brusques. Pour augmenter la probabilité de détection de ces contours, Bouman et Sauer [Bouman 1996] ont proposé l'utilisation du modèle p-gaussien $V_{i,j}(x_i - x_j) = (x_i - x_j)^p$ où $1 < p < 2$.

Le superparamètre β est un facteur de pondération entre l'exactitude de l'estimation et les mesures exprimées par la fonction énergétique $U(x)$. Un facteur β nul permet d'obtenir la probabilité maximale d'une solution qui est une solution non biaisée mais bruitée (variance élevée). L'augmentation de β donne plus de poids à la fonction énergie $U(x)$. Le paramètre β est sélectionné manuellement en fonction de l'expérience utilisateur pour obtenir la solution souhaitée. De plus, des méthodes automatiques ont été étudiées dans la littérature pour calculer β [Higdon 1997, Mumcuoglu 1996, Mumcuoglu 1996].

5.4.1.2 Algorithme de reconstruction proposé

Comme nous l'avons décrit au chapitre précédent, le problème de tomographie d'émission est un problème inverse mal posé. Il est généralement à résoudre avec l'algorithme de maximisation de l'espérance (EM). Les résultats dérivés par l'utilisation de la maximisation de la fonction de vraisemblance peuvent être insatisfaisants et bruyants à des temps d'acquisition plus courts, avec des doses de radionucléides faibles. Pour contourner ce problème, les auteurs de [Fraleigh 2007] ont introduit l'estimation MAP à partir d'une analyse bayésienne dans la reconstruction de l'image. Selon le théorème de Bayes, la proportionnalité existe entre une distribution *a posteriori* et un temps de probabilité *a priori* :

$$p(x|b, A) \propto p(b|A, x)p(x) \quad (5.14)$$

La distribution normale multivariée pour la modélisation (5.14) prend la forme suivante :

$$p(b|A, x, \beta) = \mathcal{N}(b|Ax, \beta^{-1}I_M) \quad (5.15)$$

Dans l'équation (5.15), la variance et la matrice d'identité $M \times M$ sont respectivement dénotées par I_M et β^{-1} . Cette expression est connue comme la fonction de vraisemblance, avec une forme logarithmique fournie par :

$$\ln p(b|A, x, \beta) = \frac{M}{2} \ln \frac{\beta}{2\pi} - \frac{\beta}{2} E_D(x) \quad (5.16)$$

L'équation suivante est utilisée pour calculer la fonction de la somme des erreurs en quadrature :

$$E_D(x) = \sum_{i=1}^M (b_i - A_i x)^2 \quad (5.17)$$

Le maximum de vraisemblance (ML) permet le calcul de x , que l'on peut obtenir comme [Bishop 2006]

$$x_{ML} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (5.18)$$

Ceci permet l'expression du minimum correspondant du critère des moindres carrés comme :

$$\min_x \|b - Ax\|_F^2 \quad (5.19)$$

La formulation d'une solution efficace de x dans le contexte du problème inverse de la reconstruction d'image ECT nécessite souvent une régularisation. Par exemple, la différence quadratique entre les paramètres des sommets adjacents peut être régularisée par une construction d'un *a priori*.

Dans une matrice Γ avec N colonnes et un nombre égal de lignes et de paires de sommets adjacents, chaque ligne aura 1 et -1 à l'emplacement du premier et du deuxième sommet de la paire, respectivement. L'expression de la totalité des différences au carré entre $R1$ pour chaque paire de sommets prend la forme de $w_1^T \Gamma^T \Gamma w_1$, avec la matrice G représentée comme :

$$G = \begin{bmatrix} \Gamma^T \Gamma & 0 \\ 0 & \Gamma^T \Gamma \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Cette matrice permet la construction de l'*a priori* comme :

$$p(x|\alpha) = \mathcal{N}(x|0, (\alpha G)^{-1}) \quad (5.21)$$

où l'hyperparamètre α représente la précision de chaque coefficient. On part du principe que β et α sont connus, la probabilité *a posteriori* sera :

$$p(x|b, A, \alpha, \beta) = \mathcal{N}(x|m, S^{-1}) \quad (5.22)$$

Dans ce qui précède, $m = \beta S^{-1} A^T b$ et $S = \beta A^T + \alpha G$ sont spécifiés dans [Bishop 2006]. Selon le théorème de Bayes, la proportionnalité existe entre le postérieur (5.22), le produit de la fonction de vraisemblance (5.15) et le précédent.

$$p(x|b, A, \alpha, \beta) \propto p(b|x, A, \beta) \cdot p(x|\alpha) \quad (5.23)$$

De même, le logarithme naturel du produit peut être obtenu en fonction de la somme du logarithme de probabilité et de logarithme d'*a priori* :

$$\ln[p(b|x, A, \beta) \cdot p(x|\alpha)] = -\frac{\beta}{2}\|b - Ax\|^2 - \frac{\alpha}{2}x^T x + \frac{M}{2} \ln\left(\frac{\beta}{2\pi}\right) + \frac{P}{2} \ln\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right) \quad (5.24)$$

La probabilité *a posteriori* maximale correspond à la minimisation de la fonction quadratique :

$$\min_x \beta \|b - Ax\|_F^2 + \alpha \|x\|_E^2 \quad (5.25)$$

où la solution régularisée présumée est désignée par x . Le théorème de Bayes spécifie que le postérieur à travers tous les inconnus, b compris α et β , peut être obtenu à partir de :

$$p(x, \alpha, \beta|b) = p(x|b, \alpha, \beta)p(\alpha, \beta|b) \quad (5.26)$$

L'introduction de distributions *a priori* sur α et β est nécessaire dans le contexte du traitement entièrement bayésien du modèle d'inversion d'imagerie TEP. La maximisation de la fonction de vraisemblance marginale permet d'établir des valeurs définies pour α et β [Bishop 2006]. Plus précisément, les valeurs α et β peuvent être obtenues directement en maximisant le terme $p(b|\alpha, \beta)$, à condition que les valeurs α_{MAP} et β_{MAP} représentent les sommets de la distribution *a posteriori*. Cela permet d'appliquer le calcul à la procédure de preuve :

$$p(b|\alpha, \beta) = \int p(b|x, \beta)p(x, \alpha)dx = \left(\frac{\beta}{2\pi}\right)^{\frac{M}{2}} \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{\frac{P}{2}} \int e^{E(x)} dx \quad (5.27)$$

Dans ce qui précède, l'échantillon de vecteur b de (5.14) est donné par M , tandis que l'échantillon de vecteur x de l'équation (5.14) est donné par P . Cela conduit à :

$$E(x) = E(m) + \frac{(x - m)^T}{2} S(x - m) \quad (5.28)$$

Et aussi

$$E(m) = \frac{\beta}{2}\|b - Am\|^2 + \frac{\alpha}{2}m^T m \quad (5.29)$$

Dans l'équation (5.29), m et S^{-1} ont le même symbolisme que dans (5.22). La quantité γ peut être exprimée comme [Wu 2016]

$$\gamma = \sum_{j=1}^P \frac{\mu_j}{\mu_j + \alpha} \quad (5.30)$$

où $\mu_j + \alpha$ présente les valeurs propres de la matrice S , et une règle de réestimation est donnée par α :

$$\alpha = \frac{\gamma}{m^T m} \quad (5.31)$$

De même, β réorganise l'expression sous la forme

$$\beta = \frac{M - \gamma}{\|b - Am\|^2} \quad (5.32)$$

Puisque γ dépend de α et β , alors que le vecteur moyen m dépend de la sélection des hyperparamètres α et β , les équations (5.31) et (5.32) représentent des solutions implicites pour α et β . Par conséquent, un processus itératif implique l'atteinte de m en fonction de la sélection des premiers α et β suivie de l'évaluation de (5.30), (5.31) et (5.32)) peuvent être répétés par la suite jusqu'à ce qu'ils convergent pour l'établissement d'une réestimation de α et β sur la base des valeurs obtenues.

L'implémentation de l'algorithme MLEM déduit par Bayes peut s'écrire sous la forme [Green 1990, Boudjelal 2018].

$$\begin{aligned} x_j^{k+1} &= [f_{B-MLEM}(x^k)]_j \\ &= \frac{x_j^k}{\sum_i A_{ij} + \partial m} \sum_i A_{ij} \frac{b_i}{\sum_m A_{im} x_m^k} \\ &= \frac{x_j^k}{(1 + \frac{\partial m}{\sum_i A_{ij}}) \sum_i A_{ij}} \sum_i A_{ij} \frac{b_i}{\sum_m A_{im} x_m^k} \\ &= \frac{1}{(1 + \frac{\partial m}{\sum_i A_{ij}}) \sum_i A_{ij}} \sum_i A_{ij} \frac{b_i}{\sum_m A_{im} x_m^k} \\ &= \frac{1}{(1 + \frac{\partial m}{\sum_i A_{ij}})} [f_{MLEM}(x^k)]_j \quad (5.33) \end{aligned}$$

L'implémentation de l'algorithme est en deux étapes, en combinant l'algorithme de reconstruction itératif MLEM avec la régularisation bayésienne. L'image initiale pour l'étape MLEM est calculée en utilisant la technique BP. Le MLEM met à jour l'image estimée en projetant l'image initiale sur l'espace du sinogramme. Ensuite, la différence entre le sinogramme estimé et celui donné est rétroprojetée sur le domaine de l'image. Cette différence est ensuite soustraite de l'image initiale pour obtenir une image corrigée. La régularisation bayésienne est appliquée à l'image obtenue à l'étape MLEM. La deuxième estimation de l'étape MLEM est le résultat obtenu à partir de

la mise à jour de régularisation précédente. Les étapes de MLEM et régularisations bayésiennes s'exécutent itérativement d'une manière alternée.

5.5 Les applications de la méthode proposée et résultats

5.5.1 Simulation des données (configuration)

Pour évaluer la performance globale de l'algorithme proposé, nous avons effectué des simulations sur ordinateur en utilisant des données simulées avec 256×256 pixels carrés (Fig.5.1. a). Nous avons utilisé le projecteur de Fessler [Fessler 2016] pour simuler les projections. Ensuite, un bruit Poisson est rajouté pour modéliser les erreurs. Nous avons également testé l'algorithme sur un fantôme. Le fantôme est composé des carrés. Le fantôme avait des valeurs de pixel comprises entre 0 et 255, et le nombre de comptes s'élevait à 4×10^5 .

Le sinogramme simulé des fantômes était distribué suivant une loi de Poisson, les pourcentages des facteurs de coïncidence retardés étaient fixés à 30% et les effets de dispersion étaient ignorés. Le bruit de Poisson est généralement généré séparément pour créer des sinogrammes bruités (Fig.5.1. c). Tous les codes des expériences suivantes sont implémentés dans MATLAB R2013a et exécutés sur un ordinateur de bureau avec processeur Intel Core i5-6600 à 3.30 GHz 3.31 GHz et 8 Go de mémoire.

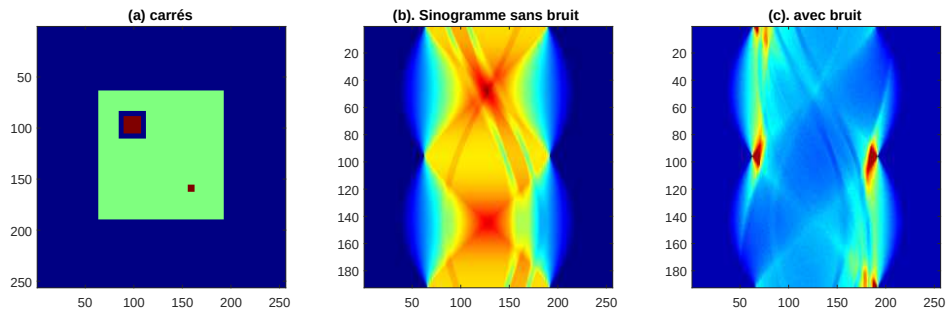


FIGURE 5.1 – L'image fantôme de taille 256×256 pixels comprend des carrés. Son sinogramme a 192 angles et 192 rayons avec et sans bruit.

5.6 Résultats et discussion

Nous présentons les différents résultats de reconstruction de méthode proposée. Nous comparons ici les résultats obtenus avec les méthodes de reconstruction conventionnelles à ceux obtenus avec l'approche bayésienne variationnelle appliquée au fantôme de carrés, du point de vue qualité de reconstruction et temps de calcul.

Dans cette étude, l'algorithme expérimental de MLEM basé sur Bayes (B-MLEM) a été comparé au MLEM conventionnel [Shepp 1982]. 80 itérations ont été appliquées à l'algorithme MLEM, utilisé dans la méthode basée sur la régularisation. Toutes les images ont été dimensionnées à 256×256 pixels. Nous avons appliqué notre technique au fantôme des carrés en reconstruisant les projections erronées fantômes. La Figure 5.2 montre des images reconstruites. Comme nous pouvons le constater, la qualité visuelle de l'image reconstruite du fantôme en utilisant l'algorithme proposé est comparable à celle utilisant l'algorithme MLEM. En effet, comparé à l'algorithme MLEM, l'algorithme expérimental a mieux préservé les arêtes.

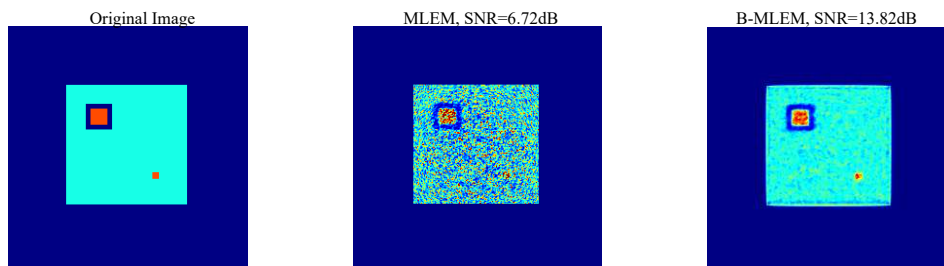


FIGURE 5.2 – Images reconstruites du fantôme Carrés par les algorithmes B-MLEM et MLEM classique avec 80 itérations

Les données de projection étaient moins bruyantes, et la reconstruction était plus précise. La méthode a pu montrer les régions d'intérêt (ROI : Region Of Interest), dont la plus petite n'était pas montrée par le MLEM conventionnel. Une visualisation sensible et fiable des ROIs est importante pour le diagnostic médical et le pronostic. L'efficacité de l'élimination du bruit par l'algorithme proposé était importante. Par rapport à l'autre méthode, la méthode proposée génère un profil d'intensité supérieur tout en préservant les bords. En confrontant les deux méthodes, elles parviennent toutes les deux à mieux visualiser les régions d'intérêt ; en revanche, la petite tumeur n'a été visualisée de manière efficace que par notre méthode proposée.

De plus, cette méthode nous a permis d'avoir la forme et la localisation des différents tissus avec meilleure précision et résolution grâce à notre algorithme proposé.

Notons que, dans la plupart des cas, la méthode B-MLEM réussit à retrouver avec une meilleure exactitude les différents ROIs comparés à la méthode MLEM conventionnelle, mais elle n'est pas plus rapide dans la mesure ou les comptes sont plus élevés.

La figure. 5.3 présente les profils reconstruits le long d'une ligne traversant le centre de la tumeur, elle confirme l'efficacité de notre méthode proposée B-MLEM par rapport à la méthode MLEM conventionnelle, notamment lorsque la tumeur est de petite taille. Ces résultats vont ainsi dans le sens des constatations faites sur les images obtenues.

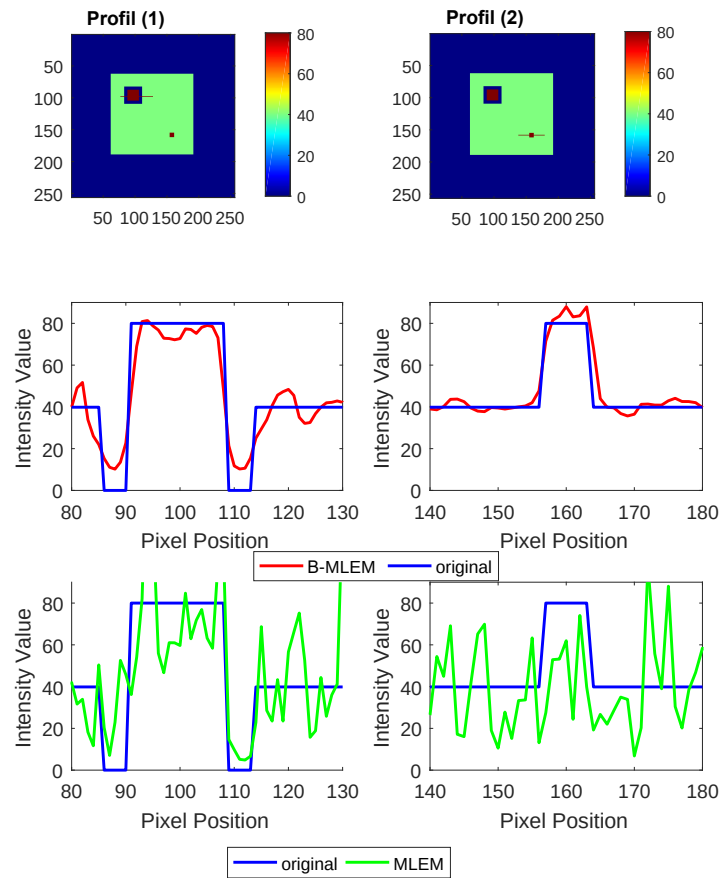


FIGURE 5.3 – Profils des régions d'intérêts (ROI), tracés pour les images reconstruites du fantôme Carrés par les algorithmes B-MLEM et MLEM classique

Afin de tester la sensibilité de méthode bayésienne vis-à-vis du bruit de mesure, nous avons bruité des données avec un bruit de Poisson indépendant, les pourcentages de bruit étaient fixés à 0% , 20% et 40%. Bien sûr, ceci n'est pas une modélisation réaliste du bruit pouvant contaminer des données expérimentales acquises en situation

contrôlée. Dans ce cas, le bruit n'est pas forcément Poisson, où le processus de bruitage intervient en deux temps : d'une part lors de l'acquisition du champ incident et en l'absence d'objet et, d'autre part, lors de l'acquisition du champ total en présence de celui-ci ; le champ diffracté étant alors obtenu, en faisant la différence entre ces deux champs. Cependant ce bruit permet tout de même de montrer la robustesse des méthodes développées face à un **bruit de mesure** que l'on peut quantifier (cf. figures 5.4 (a, b et c).

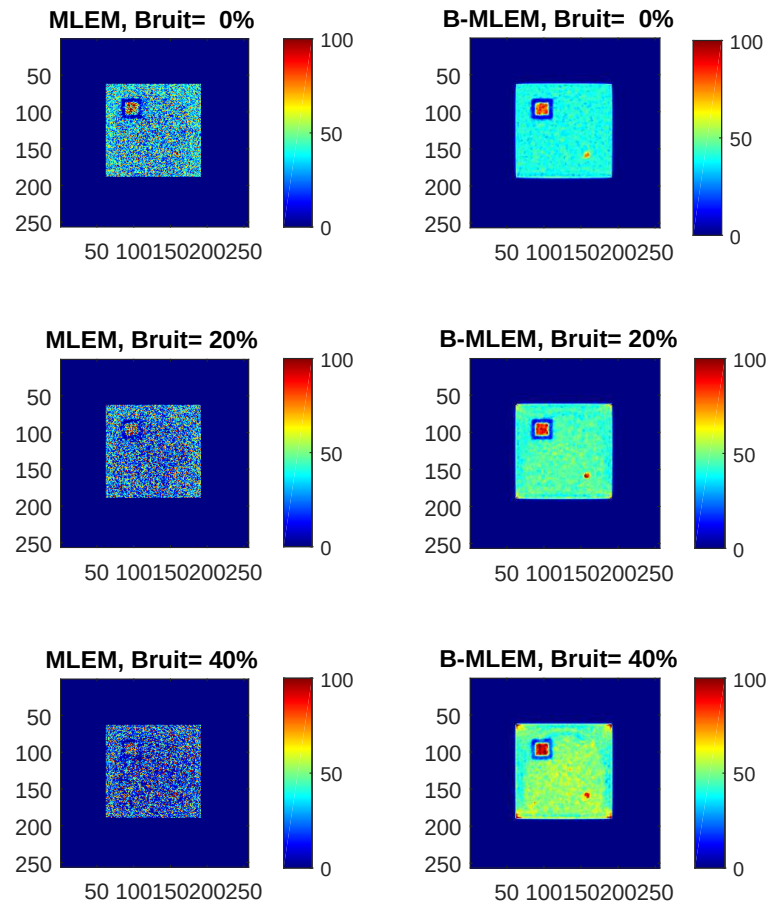


FIGURE 5.4 – Images reconstruites du fantôme Carrés par les algorithmes B-MLEM et MLEM classique avec différents niveaux de bruit

5.7 Conclusion

Ce chapitre a permis d'exposer notre nouvelle méthode de régularisation, basée sur l'inférence bayésienne pour améliorer le contraste et réduire le bruit dans les images ECT reconstruites. Nous avons également développé un algorithme d'optimisation pour trouver la solution du maximum de vraisemblance. La méthode d'inférence bayésienne utilise uniquement des probabilités pour représenter l'incertitude dans le processus de sélection des paramètres de régularisation optimale, elle fournit une estimation fiable de la solution idéale automatiquement. Des simulations ont validé les méthodes proposées. Les résultats ont montré que la méthode proposée peut produire des images de meilleure qualité par rapport à la méthode MLEM conventionnelle. Des résultats prometteurs ont également été obtenus lorsque l'algorithme a été utilisé pour reconstruire un fantôme avec des ROI de tailles variables. Notre méthode peut être mise en place dans la recherche clinique et médicale.

Approche comparative des algorithmes de reconstruction tomographique

Sommaire

6.1	Introduction	71
6.2	Évaluation	71
6.2.1	Génération de données	72
6.2.2	Comparaison	73
6.3	Résultats et discussion	75
6.3.1	Reconstructions à projections de données synthétiques	75
6.3.2	Reconstructions à projections de données réelles	88
6.4	Conclusion	90

6.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'établir une approche comparative de nos résultats obtenus grâce à nos méthodes proposées, en les confrontant avec les méthodes existantes. Le but étant de développer les techniques mises en place pour l'amélioration de la qualité des images reconstruites.

Les résultats obtenus pour chacun de ces éléments ainsi qu'une discussion de ces résultats sont présentés respectivement aux sections. Une analyse et une synthèse plus complètes des résultats sont présentées. Bien que les résultats aient été présentés de façon séquentielle pour chacun de ces thèmes de recherche, l'analyse et la discussion de ces thèmes sont réalisées ici en parallèle afin de mettre à l'avant-plan les liens et les interdépendances entre le choix des paramètres du modèle (c.-à-d. matrice système) et le choix de l'algorithme de reconstruction d'images qui utilise ce modèle pour obtenir l'image. Les travaux de recherche reposent sur une modélisation en 3D de la fonction de réponse de scanners TEP. Ce choix a été fait dans le but d'obtenir un modèle plus fidèle à la réalité et ainsi obtenir des images reconstruites de meilleure qualité. La modélisation en 3D apporte deux difficultés techniques d'implantation, soit la taille importante de la matrice système et le temps de calcul supplémentaire associé à l'étape de reconstruction d'images. Dans ce chapitre, nous utilisons des coupes en 2D à partir des images en 3D pour faciliter les calculs.

La discussion présentée dans cette section fera état de cette dualité entre la qualité de l'image obtenue et les performances de l'algorithme de reconstruction d'images. Nous discuterons d'abord plus particulièrement l'impact des travaux de recherche sur la qualité des images reconstruites. Nous aborderons ensuite les aspects relatifs à la performance de l'algorithme de reconstruction d'images, soit la vitesse d'exécution et les ressources mémoires utilisées. Enfin, nous terminerons en tentant d'établir quelle pourrait être la meilleure combinaison possible de matrice système (i.e. modélisation) et d'algorithme ayant le potentiel de former la méthode de reconstruction idéale pour un contexte d'utilisation clinique ou préclinique.

6.2 Évaluation

Cette section explique comment les données synthétiques sont générées et décrit en détail comment les algorithmes sont comparés, nous détaillerons les méthodes d'évaluation utilisées pour générer les résultats de performance.

6.2.1 Génération de données

L'impact de nos méthodes sur la reconstruction de données ECT est illustré sur deux fantôme numériques simulés. La figure 6.1 montre le fantôme Hoffman de simulation du cerveau [Hoffman 1990] et un fantôme réel d'une coupe horizontale au niveau du coeur [Archive]. Le fantôme de cerveau Hoffman apporte une simulation anatomiquement précise de la distribution de radioisotopes que l'on trouve dans le cerveau normal. Le fantôme permet l'étude qualitative et quantitative des effets de l'atténuation de diffusé en tomographie à émission de photon unique (SPECT), ou bien en tomographie à émission de positron (PET). Récemment, un Toolbox Matlab The Michigan Image Reconstruction Toolbox (MIRT) a été développé à l'Université du Michigan par Jeff Fessler [Fessler 2010] pour la reconstruction d'image. C'est ce code que nous allons utiliser pour générer les données et les images de référence de ce fantôme.

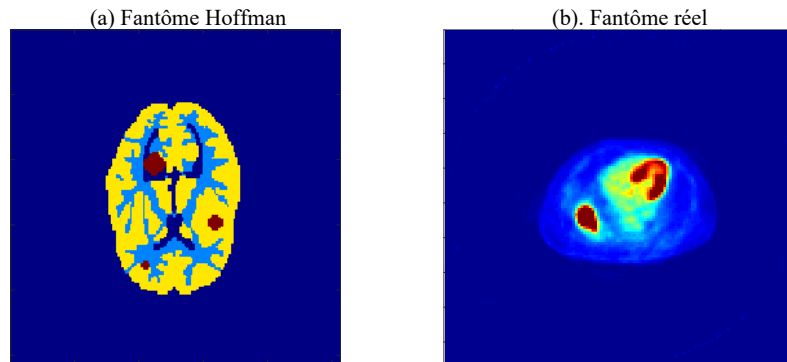


FIGURE 6.1 – Fantôme de tête Hoffman 256×256 de référence, (À gauche) [Hoffman 1990]. Fantôme réel 256×256 de référence (À droite) [Archive].

Le nombre attendu de comptages pour chaque LOR est calculé par une méthode de simulation analytique simple qui inclut le bruit additif. Les mesures sont générées à partir du nombre attendu de comptages par un générateur aléatoire de Poisson. De cette manière, nous prenons en compte le temps d'acquisition et l'activité.

Nous créons également le fantôme de référence, de taille 256×256 pixels. Il constituera la vérité de ce que nous sommes censés reconstruire. La figure 6.1 montre les images du fantôme synthétique et un cas réaliste d'objet tomographique.

6.2.2 Comparaison

Dans ce qui suit, nous décrivons les algorithmes qui font l'objet d'une comparaison et décrivons la procédure de comparaison exacte.

6.2.2.1 Algorithmes

Nous comparons nos approches de reconstruction (à savoir B-MLEM et FTV-MLEM) à :

- Reconstituées par méthode utilise un filtre moyen non local (NLM) pour post-filtrage MLEM (NLM-MLEM)
- Reconstituées par méthode MLEM standard (MLEM),

B-MLEM B-MLEM est une version régularisée de l'algorithme MLEM par l'utilisation d'une approche bayésienne. (voir chapitre 4).

FTV-MLEM FTV-MLEM est une version régularisée de l'algorithme MLEM par l'utilisation de Variation Totale (VT) (voir chapitre 3).

NLM-MLEM Est l'algorithme MLEM avec par une pre-filtrage (filtrage au niveau de projection) par moyennes non (NLM : *locales Non-Local Means*) qu'est introduit en 2005 [Buades 2005]. Le meilleur résultat est obtenu pour MLEM avec pre-filtrage, qui reconstruit presque correctement l'ensemble du spectre de l'objet de départ.

MLEM L'algorithme du Maximum Likelihood Expectation Maximisation MLEM standard, déjà détaillé dans le chapitre 2.

6.2.2.2 Planification des reconstructions

Afin d'évaluer les performances des algorithmes proposés de façon précise, nous créons différentes configurations pour nos reconstructions, à la fois au niveau des paramètres de l'algorithme, mais aussi de l'image reconstruite et des données. Les divers paramètres que nous faisons varier sont :

- Le nombre de comptes utilisés dans l'acquisition de données, à savoir successivement $2 \cdot 10^4$, $2 \cdot 10^5$ et $2 \cdot 10^6$. Nous évaluons ainsi comme prévu nos algorithmes dans le cadre de reconstructions à faible nombre de comptes ;

- le type de fantôme reconstruit, à savoir un fantôme réel et un autre synthétique ;
- le bruit dans les données, que nous choisissons est Poisson, La figure 6.2 illustre les bruits additifs appliqués aux projections b , afin d'évaluer la robustesse de l'algorithme, i.e. leur capacité à restituer correctement les détails, en dépit du changement de niveau de bruit.
- Autre critère de comparaison, c'est le nombre d'itérations utilisées dans la reconstruction, à savoir successivement 20, 40 et 60.

Le choix correct de tels paramètres de régularisation est toujours un problème non résolu en général.

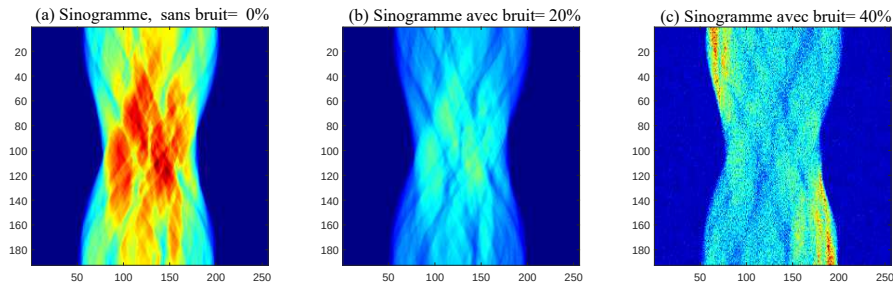


FIGURE 6.2 – Illustration du bruit Poisson, appliqué aux données simulées du fantôme

6.2.2.3 Techniques d'évaluation sur régions d'intérêt

En plus de visualiser la qualité empirique des reconstructions, nous quantifions précisément nos résultats au travers deux métriques. Tout d'abord, nous mesurons, pour toutes les reconstructions, l'erreur quadratique moyenne (MSE), et pour les données réelles, nous mesurons le rapport signal à bruit crête (Peak Signal Noise Ratio :PSNR). Ces rapports sont définis respectivement comme suit :

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N (x_{j,i} - x'_{j,i})^2 \quad (6.1)$$

Nous en déduisons le rapport PSNR :

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{MSE} \quad (6.2)$$

La valeur de niveau de gris de l'image de test est notée x , avec x' étant la même valeur dans l'image reconstruite.

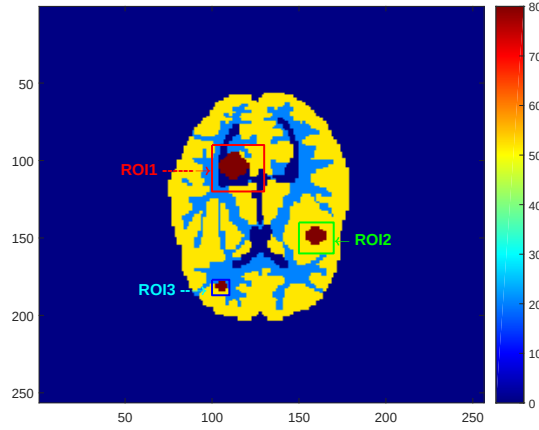


FIGURE 6.3 – Identification sur le fantôme de Hoffman, des trois régions d'intérêt ROI1, ROI2 et ROI3

Cette erreur est calculée sur trois régions d'intérêt (ROI), nommées respectivement ROI1, ROI2 et ROI3, qui englobent des régions d'intérêt ROIs représentant des tumeurs avec différentes tailles. Chacune de ces régions, rectangulaires, est visualisée sur le fantôme, sur la figure 6.3.

Nous définissons également trois coupes, nommées respectivement CUT1, CUT2 et CUT3, afin de visualiser la capacité de récupération des détails, notamment les contrastes et les bords francs. Sur la figure 6.4, nous visualisons les droites caractérisant ces profils.

6.3 Résultats et discussion

Dans cette section, nous présentons les résultats de la reconstruction pour les données synthétiques et réels. Les simulations ont été effectuées pour plusieurs niveaux de bruit différents.

6.3.1 Reconstructions à projections de données synthétiques

Intéressons-nous dans un premier temps aux reconstructions à partir des projections de données synthétique. Les figures 6.5, 6.6 et 6.7 illustrent les reconstructions, respectivement pour 2×10^4 , 2×10^5 et 2×10^6 comptes. Nous montrons les images reconstruites à différent nombre de comptes, afin d'apprécier visuellement la qualité

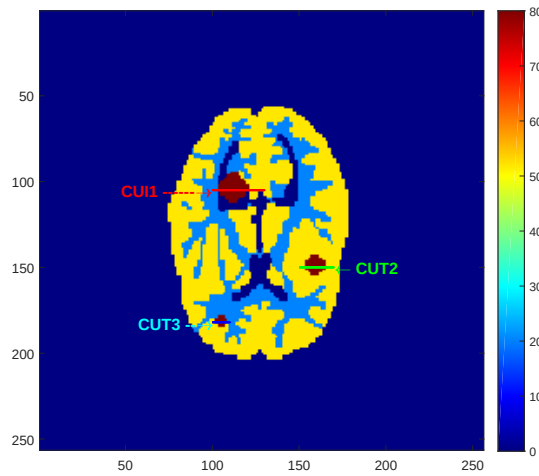


FIGURE 6.4 – Identification sur le fantôme de Hoffman, des trois coupes CUT1, CUT2 et CUT3, définis pour la comparaison des reconstructions 2-D

des reconstructions pour chaque algorithme. Ce critère empirique doit satisfaire les points suivants :

- L'image doit être relativement "lisse" et discriminée aux mieux les différentes structures visibles sur l'image de référence ;
- Les artefacts doivent être les plus ténus possibles.

Nous observons donc qu'un nombre trop élevé de comptes 2×10^6 qui a pour effet systématique de trop lisser l'image reconstruite, de gommer les structures trop petites ou faiblement contrastées et d'engendrer un étalement des grandes structures bien contrastées les unes sur les autres : c'est l'effet "d'aplatissement" de la régularisation.

Plus le nombre de comptes élève, plus les artefacts de reconstruction sont réduits. Nous remarquons notamment l'invisibilité de la petite tumeur dans la région ROI3 pour des directions particulières. Il s'agit de l'artéfact occasionnant la plus grande dégradation des images du fantôme Hoffman dans nos reconstructions, certainement due à l'insuffisance du nombre de comptes qui engendre une mauvaise localisation des structures haute fréquence de la ROI1.

Dans les figures 6.5, 6.6 et 6.7, nous constatons que cet artéfact est malheureusement persistant, quelle que soit la méthode de reconstruction utilisée, avec néanmoins une intensité variable. Étant assez contrastés, ils sont probablement même entretenus par la régularisation par inférence bayésienne.

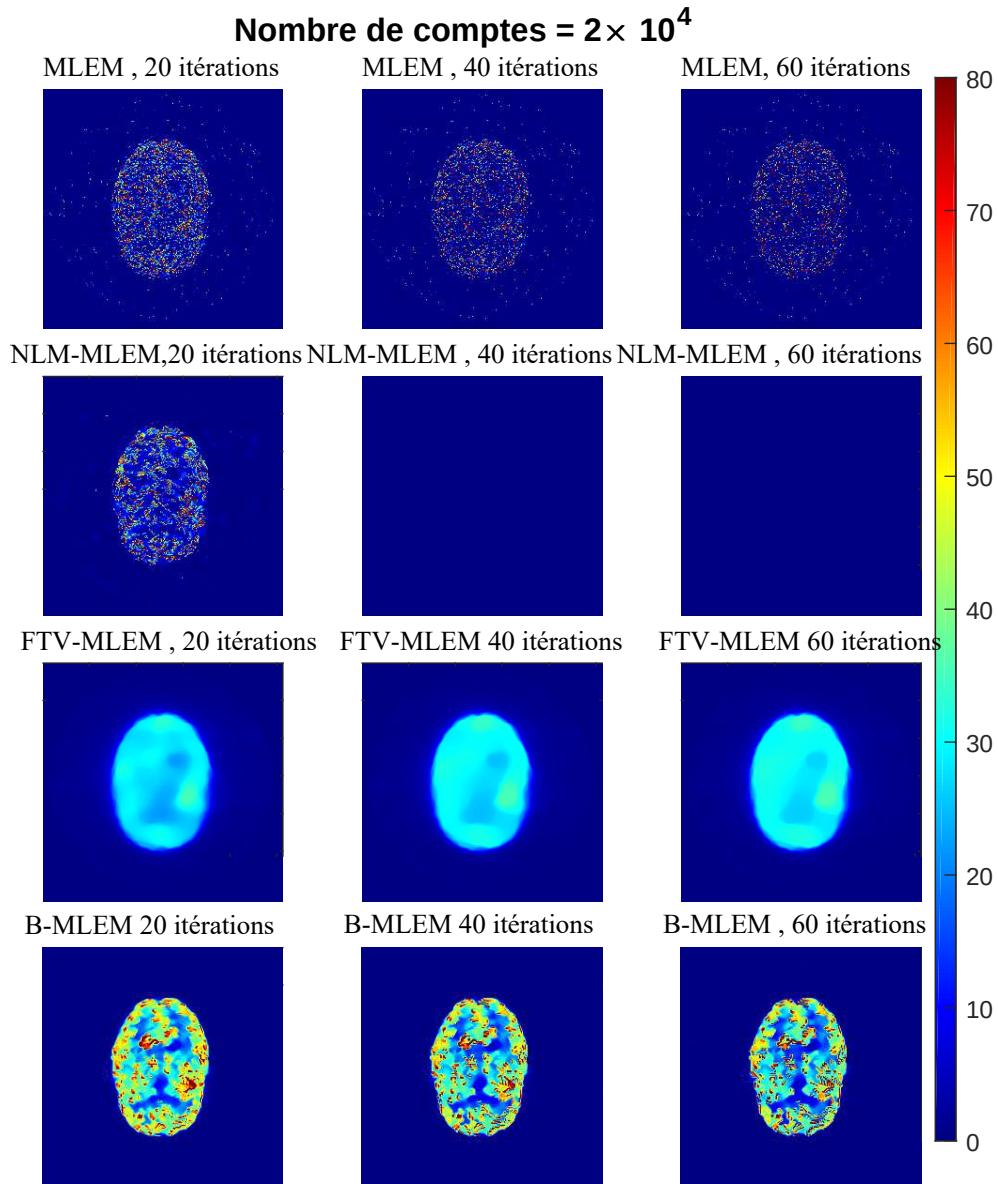


FIGURE 6.5 – Reconstructions du fantôme Hoffman, à partir nombre de comptes = 2×10^4 avec des projections non bruitées, réalisées avec les différents nombre d'itérations N

Idéalement, nous aurions pu tenir compte du bruit de modélisation dans nos reconstructions. Si l'on connaissait la "vérité terrain", la quantification de ce bruit, et sa compensation, nous seront accessibles. Mais celui-ci n'est pas estimable en pratique, car la vérité est naturellement inconnue. Il est donc finalement naturel de ne

pas chercher à compenser le bruit de modélisation.

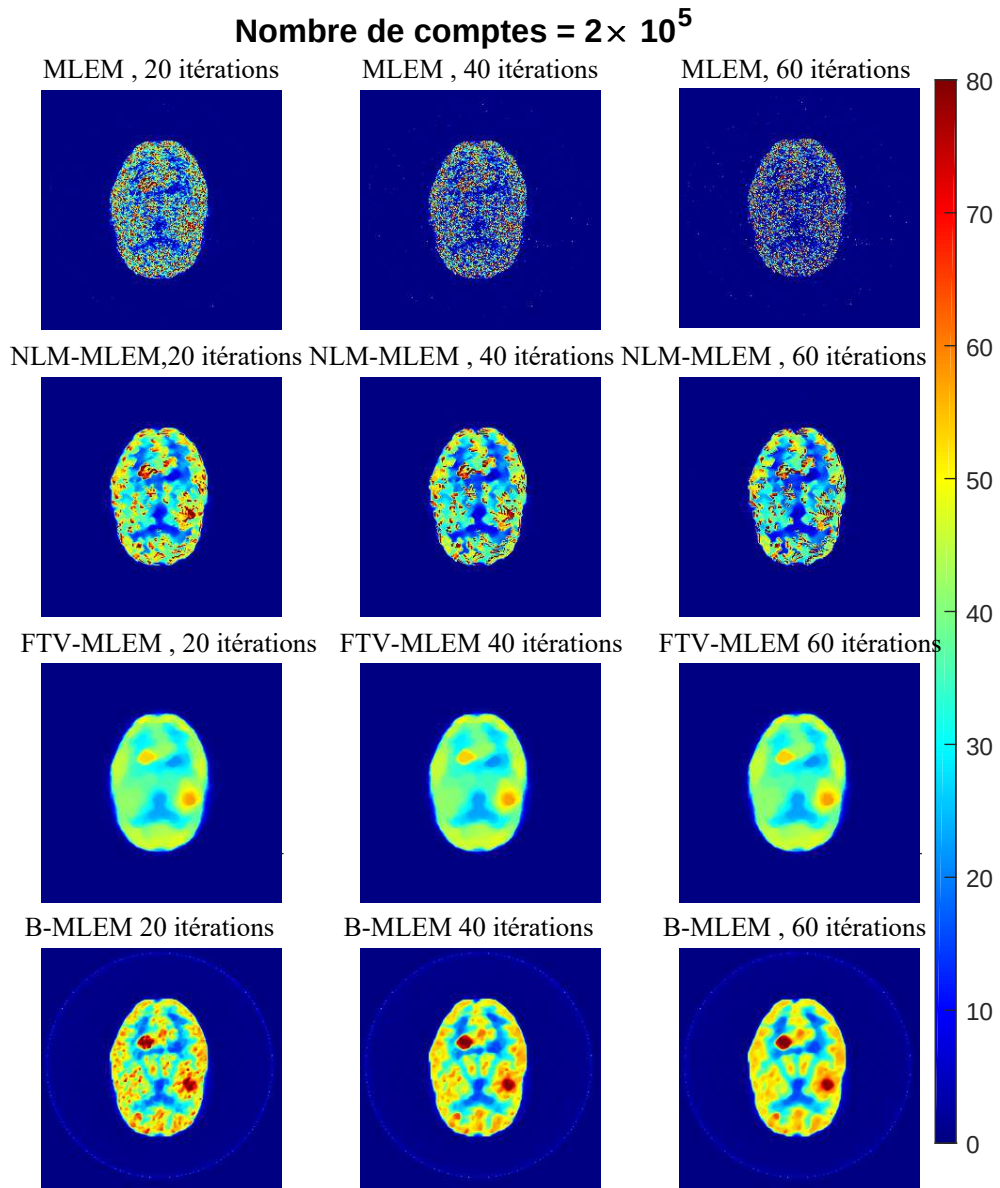


FIGURE 6.6 – Reconstructions du fantôme Hoffman, à partir nombre de comptes = 2×10^5 avec de projections non bruitées, réalisées avec les différents nombres d'itérations N .

Un autre moyen d'éradiquer totalement ces artéfacts serait d'utiliser un nombre plus important d'itérations. Or, la configuration à 60 itérations est celle mettant en jeu le plus grand nombre d'itérations dans notre étude. Notre campagne de reconstructions

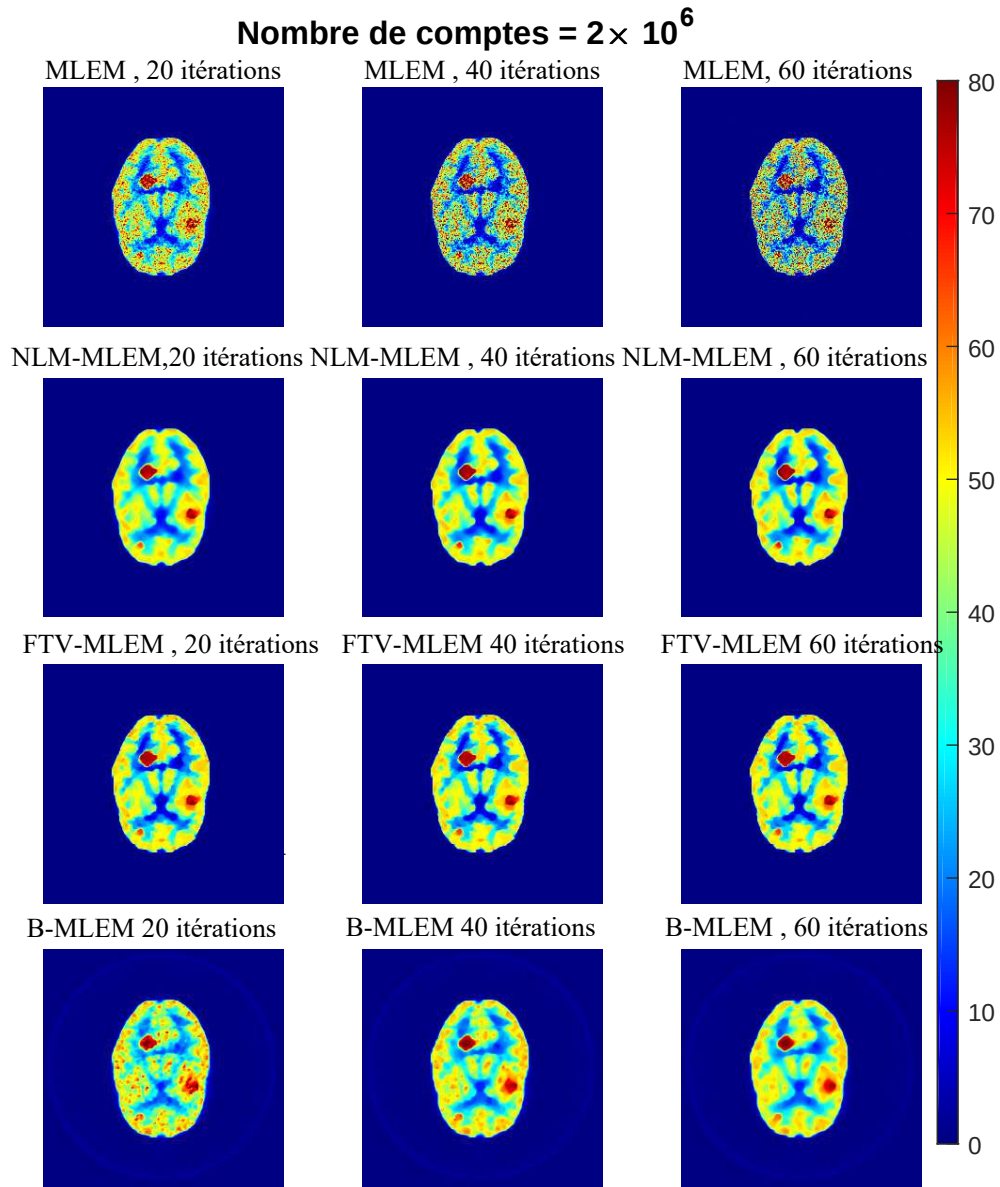


FIGURE 6.7 – Reconstructions du fantôme Hoffman, à partir nombre de comptes = 2×10^6 avec de projections non bruitées, réalisées avec les différents nombre d'itérations N.

pour l'étude de nos algorithmes de reconstruction n'est donc pas exhaustive, voire non optimale, car elle ne permettra pas de déterminer le nombre idéal de comptes pour s'affranchir totalement de cet artefact. L'astuce consisté à étudier les performances de divers algorithmes de reconstruction indépendamment (voir chapitres 4 et 5).

Notre objectif est de démontrer que nos algorithmes sont plus robustes en qualité des images reconstruites que les autres algorithmes, pour un faible nombre de comptes, aussi bien pour détecter les tumeurs avec différentes tailles, surtout la petite tumeur dans la région ROI3, que pour d'autres perturbations telles que l'amplification du bruit. Dans ces conditions "extrêmes" de reconstruction, nous pourrions quand même faire des déductions intéressantes sur la capacité des algorithmes testés à reconstruire un objet de qualité identique même si elle est médiocre, mais avec moins de données.

Les conclusions tirées à travers de cette étude comparative seront utilisées pour l'extrapolation des résultats au comportement des algorithmes de reconstruction dans le cadre d'un plus grand nombre d'itérations ou d'une configuration différente, permettant notamment de détecter clairement la tumeur de la région ROI3. Revenons aux figures 6.5, 6.6 et 6.7. Nous observons qu'à faible nombre d'itérations typiquement 20 itérations, les reconstructions avec FTV-MLEM et B-MLEM, bien qu'assez bruitées, permettent toujours de discriminer les structures, même peu contrastées, avec une relative efficacité pour B-MLEM, tandis que la reconstruction avec MLEM et NLM-MLEM méthodes semblent détruire plus fortement l'intégrité générale de l'objet. Ces observations ne sont valables que pour 2×10^6 et 2×10^5 comptes, car à 2×10^4 comptes, la qualité des reconstructions est trop dégradée.

Les figures 6.8, 6.9 et 6.10 illustrent les régions d'intérêt ROI1, ROI2 et ROI3 agrandies. Elles montrent un comportement globalement équivalent des algorithmes aux différents nombres d'itérations, notamment la forte dégradation de la qualité à 10^4 comptes, alors qu'au-dessus les reconstructions se sont montrées assez robustes malgré une qualité décroissante à mesure que le nombre de données diminue.

Il ressort clairement de ces résultats que l'algorithme B-MLEM proposé est plus efficace pour générer des images plus lisses avec un biais et des écarts minimaux, et a réussi la préservation des bords par rapport aux autres algorithmes examinés. Un examen détaillé avec un nombre de comptes élevé a révélé que les algorithmes de reconstruction différaient ; par exemple, les algorithmes FTV-MLEM et B-MLEM proposés préservaient efficacement les bords des différentes tumeurs avec une relative supériorité de cette dernière, alors que les artefacts étaient plus susceptibles de se produire dans l'algorithme MLEM et NLM-MLEM que dans nos algorithmes proposés.

Passons aux comparaisons des profils de coupes. Les figures 6.11, 6.12 et 6.13 regroupent les graphes des profils CUT1, CUT2 et CUT3. Pour les profils CUT1 et CUT2, illustrant des structures bien contrastées, nous observons que la récupération

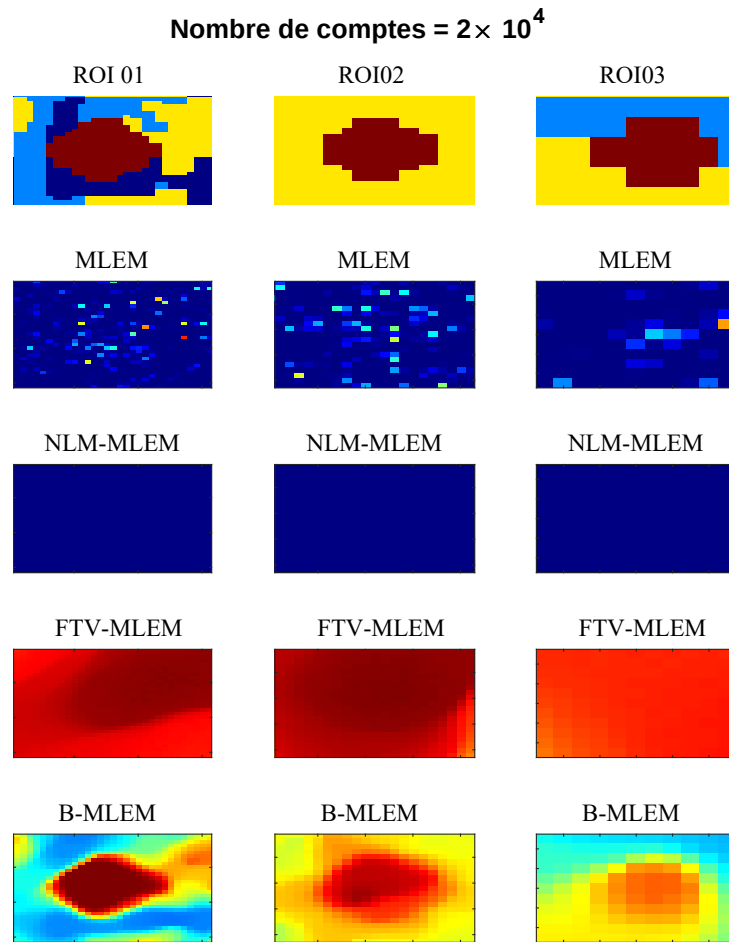


FIGURE 6.8 – Zoom sur les ROI de la reconstruction fantôme de Hoffman obtenue avec divers algorithmes avec 2×10^4 comptes

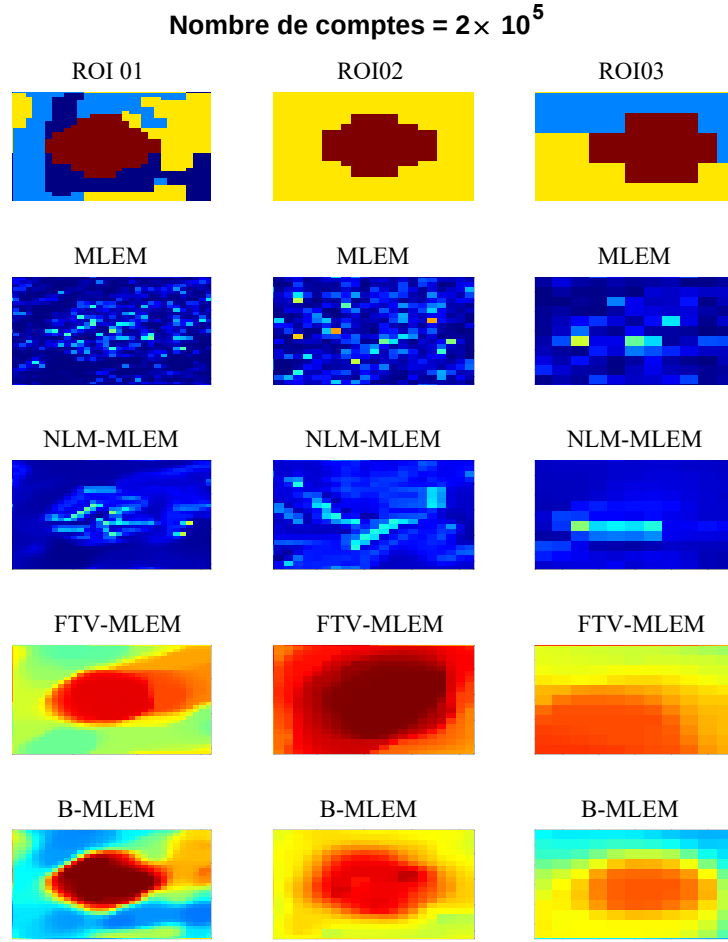


FIGURE 6.9 – Zoom sur les ROI de la reconstruction fantôme de Hoffman obtenue avec divers algorithmes avec 2×10^5 comptes

des détails est globalement équivalente pour les 4 algorithmes pour un nombre de comptes élevé, particulièrement sur la coupe CUT2. Nous distinguons néanmoins, dans la coupe CUT1, un meilleur comportement de FTV-MLEM, qui retrouve plus efficacement les contrastes des structures en crêneau, en affichant des valeurs crête à crête plus importantes. Cela est particulièrement visible pour 2×10^4 et 2×10^5 comptes. Les structures mises en évidence par le profil CUT3 étant extrêmement peu contrastées, leur récupération est beaucoup plus complexe par les algorithmes MLEM et NLM-MLEM.

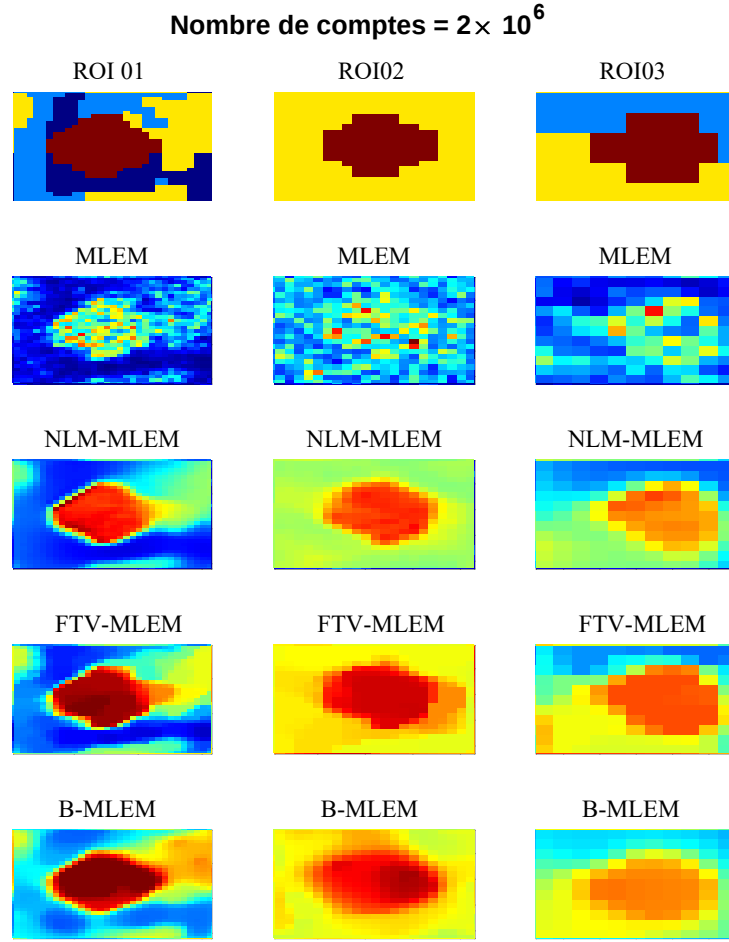


FIGURE 6.10 – Zoom sur les ROI de la reconstruction fantôme de Hoffman obtenue avec divers algorithmes avec 2×10^6 comptes

Nous l'observons d'ailleurs sur ces figures, où nos Algorithmes FTV-MLEM et B-MLEM se démarquent assez visiblement de l'algorithme MLEM et NLM-MLEM, en affichant les meilleurs contrastes sur tous les profils pour la plupart des configurations, avec une relative supériorité de l'algorithme FTV-MLEM.

Au regard de l'approche comparative des diverses configurations, l'analyse de données quantitatives est établie par la réalisation d'un ensemble des courbes qui représentent les erreurs quadratiques moyennes (MSE) pour chaque région d'intérêt en fonction du nombre d'itérations, illustrées par les figures 6.14, 6.15 et 6.16. Le pre-

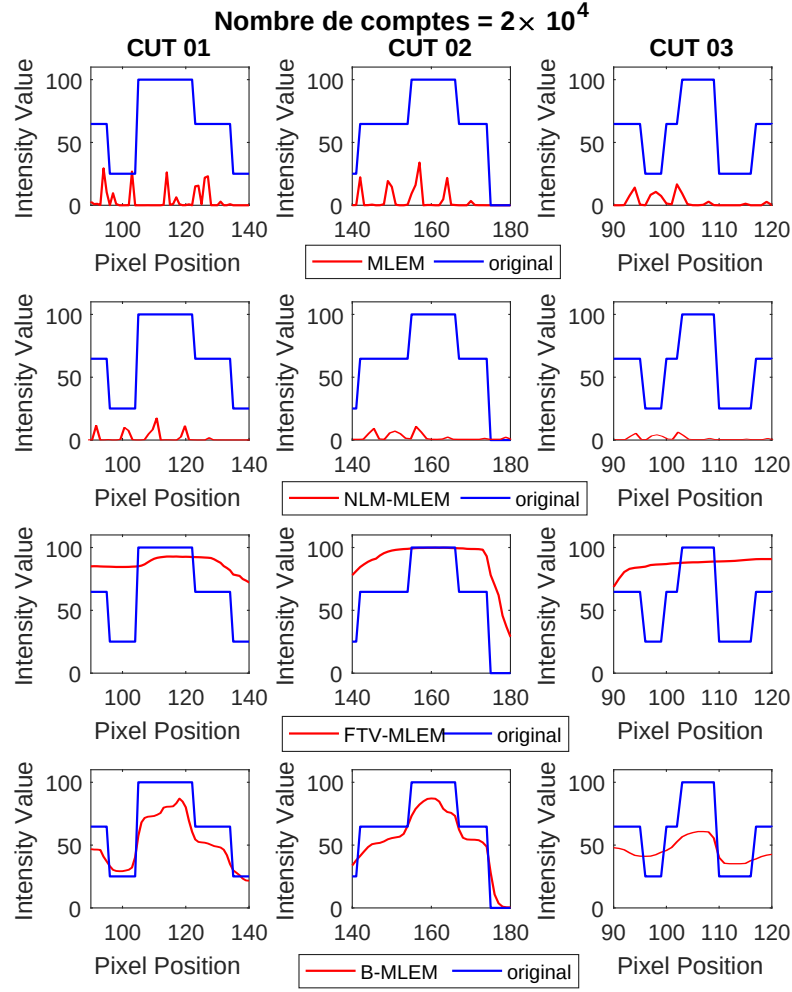


FIGURE 6.11 – Profils de coupes CUT1, CUT2 et CUT3, tracés pour les reconstructions Hoffman fantôme correspondant avec les 4 algorithmes de reconstruction avec un nombre des comptes= 2×10^4 .

mier constat permet de confirmer que les reconstructions par l'algorithme MLEM se distinguent des autres par des valeurs d'erreur MSE trop importantes.

Une "bonne" reconstruction possède alors une erreur MSE faible par rapport à la référence, et dans ce cas l'MSE permet de confirmer que cette image reconstruite est bien capable d'expliquer la reconstruction avec précision. Ce critère va donc évaluer quantitativement la qualité d'une reconstruction.

L'analyse de ces courbes montre alors que le meilleur compromis entre erreur MSE

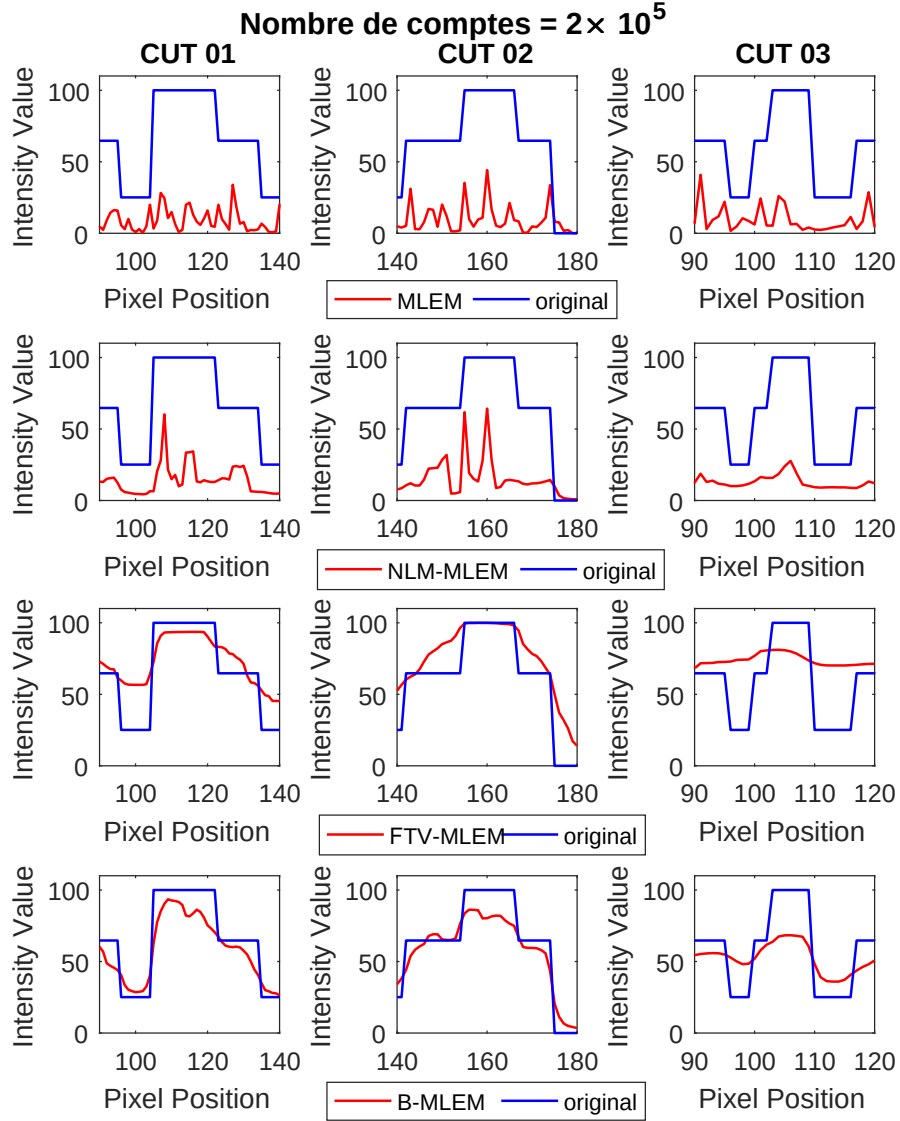


FIGURE 6.12 – Profils de coupes CUT1, CUT2 et CUT3, tracés pour les reconstructions Hoffman fantôme correspondant avec les 4 algorithmes de reconstruction avec un nombre des comptes= 2×10^5 .

et accord aux données au travers de nombre d'itérations est obtenu par l'algorithme B-MLEM, et ce de façon assez systématique quelle que soit la région d'intérêt considérée. L'algorithme FTV-MLEM atteint également de bons niveaux en ce qui concerne l'erreur MSE, mais avec un accord aux données plus faible. En ce qui concerne les algorithmes, nous trouvons que l'erreur MSE est la plus faible pour les algorithmes

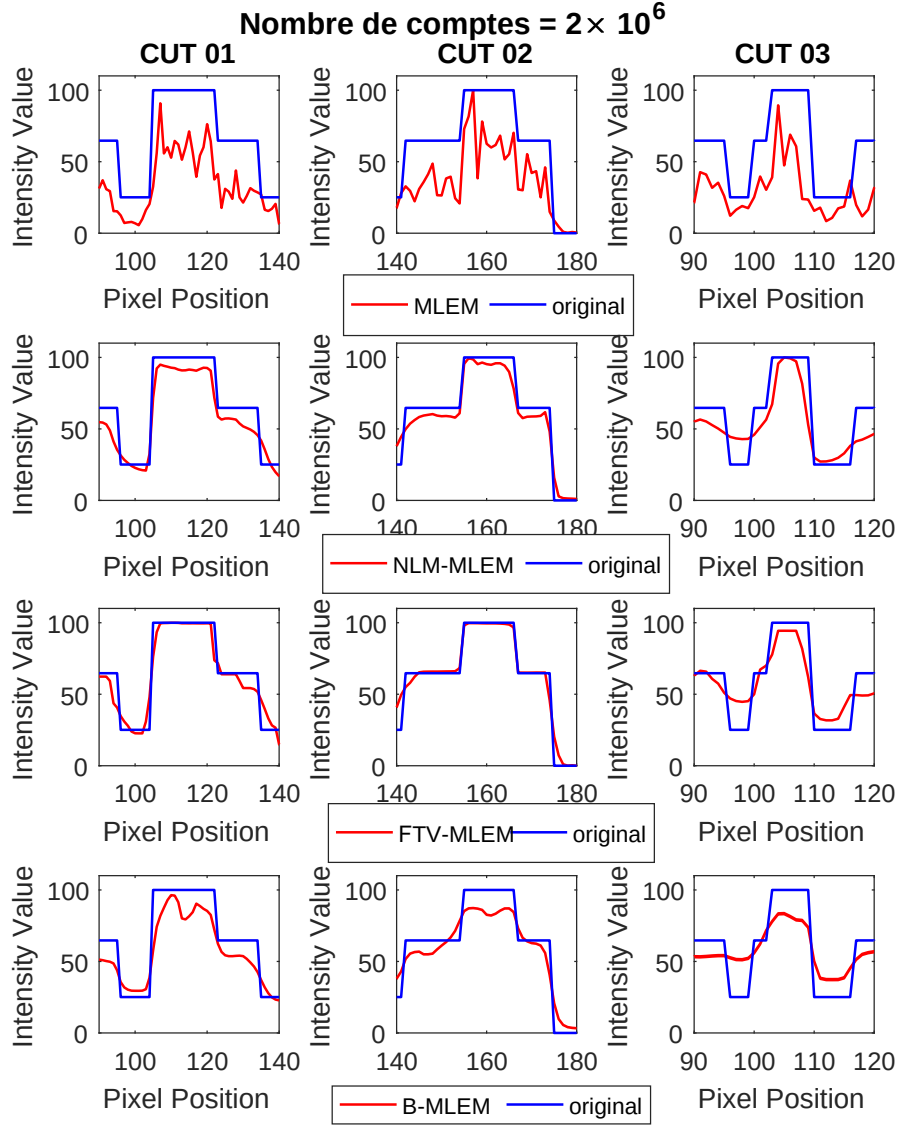


FIGURE 6.13 – Profils de coupes CUT1, CUT2 et CUT3, tracés pour les reconstructions Hoffman fantôme correspondant avec les 4 algorithmes de reconstruction avec un nombre des comptes= 2×10^6 .

B-MLEM et FTV-MLEM, comparée à l'algorithme MLEM standard.

L'algorithme de reconstruction cherche donc toujours à minimiser un écart aux données, mais entaché d'incertitudes puisqu'il n'y a plus unicité de la solution. Pour contrôler cette dérive et reconstruire "le bon objet", la régularisation oriente la reconstruction vers une solution plus plausible. Comment expliquer alors qu'à faible

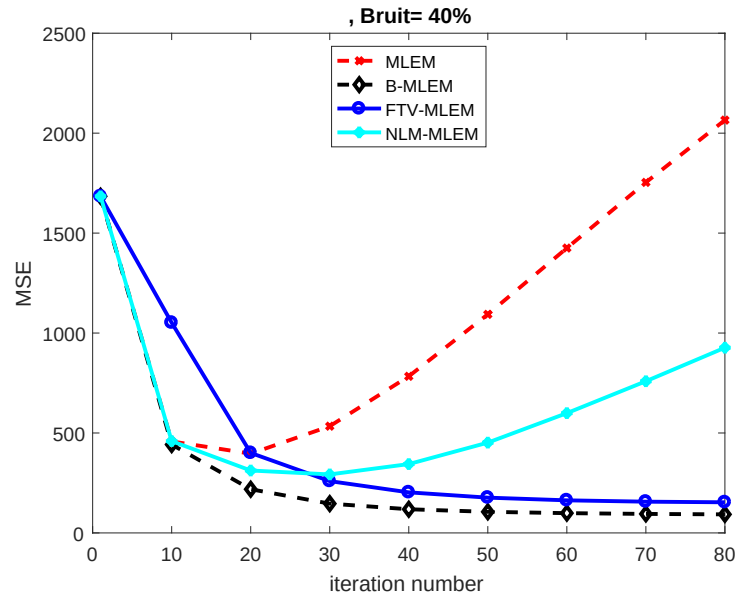


FIGURE 6.14 – Graphes donnant l'erreur quadratique moyenne (MSE) dans la région d'intérêt ROI1

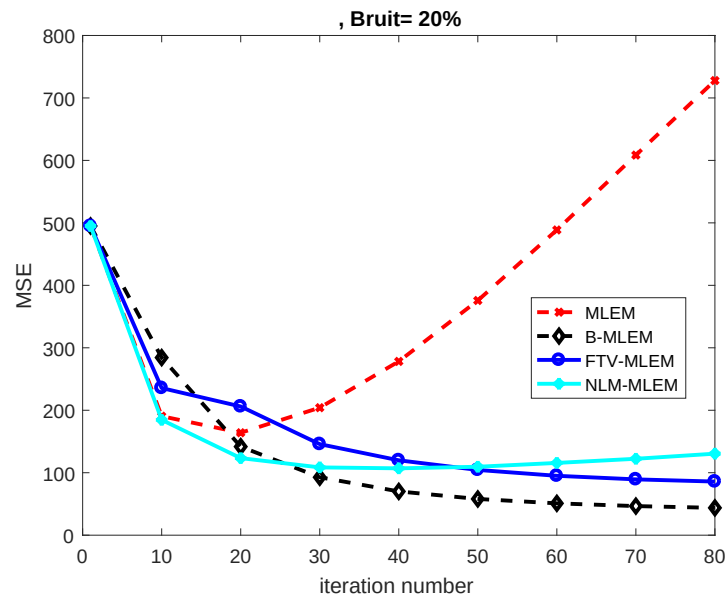


FIGURE 6.15 – Graphes donnant l'erreur quadratique moyenne (MSE) dans la région d'intérêt ROI2

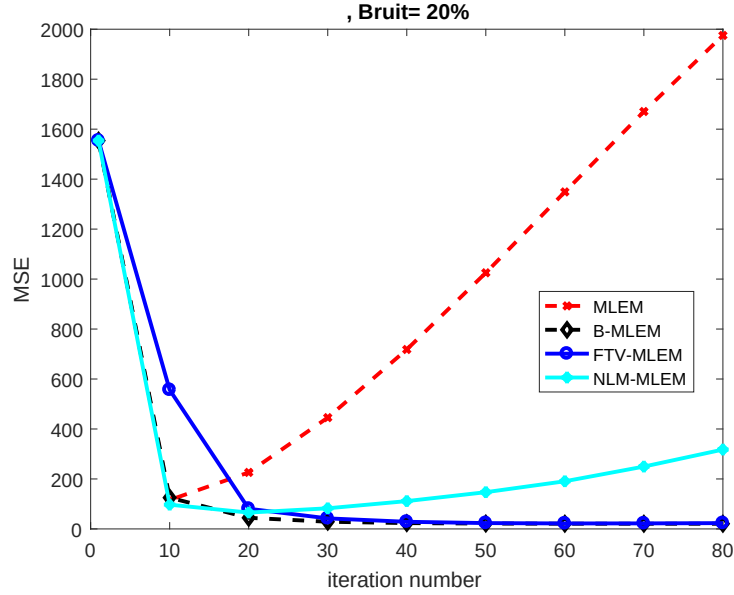


FIGURE 6.16 – Graphes donnant l'erreur quadratique moyenne (MSE) dans la région d'intérêt ROI3

nombre d'itérations, la solution trouvée puisse engendrer des résidus inférieurs ? La réponse pourrait se trouver dans la régularisation. En effet, nous utilisons la variation totale, dont l'une des propriétés est de favoriser la continuité par morceaux des objets, donc par extension de conserver des bords francs entre les structures. Ainsi, là où les données échouent à retrouver les hautes fréquences spatiales de l'objet, c'est la régularisation qui pourrait potentiellement se charger de "combler" les trous dans le spectre de l'objet, et par voie de conséquence dans les données.

6.3.2 Reconstructions à projections de données réelles

Nous nous intéressons maintenant aux reconstructions à partir des projections de données réelles. La figure 6.17 représente les images de la reconstruction, obtenue après 60 itérations du processus de données réelles. Les images reconstruites, montrant que même les petits détails sont reconstruits précisément par nos algorithmes, avec une valeur de PSNR supérieure à 33 dB avec B-MLEM, qui indique une assez bonne qualité d'image.

Nos algorithmes B-MLEM et FTV-MLEM sont donc mieux conditionnés, ce que nous avons déjà pu constater sur les reconstructions en voyant que l'image reconstruite

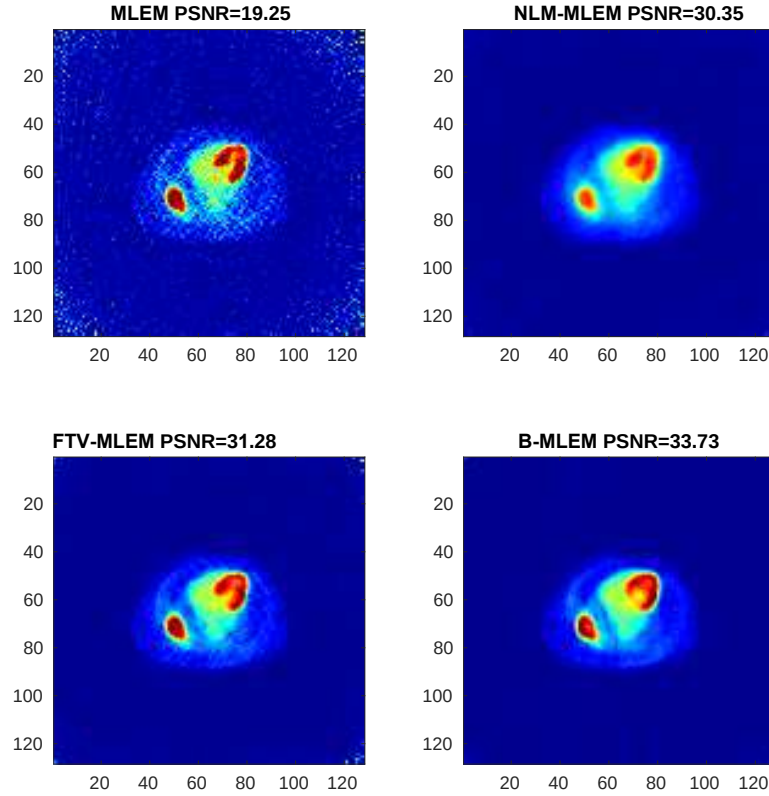


FIGURE 6.17 – Images reconstruites à partir des projections de données réelles par différents algorithmes.

garde une meilleure cohérence avec l'objet original à mesure que le nombre de comptes décroît (cf. Figures. 6.5, et 6.6).

Nos résultats quantitatifs sont donc directement liés à ces configurations et à l'objet reconstruit, sans nuance vis-à-vis de la variabilité éventuelle de certains paramètres, tels que le nombre de comptes et niveau de bruit. Néanmoins, nos comparaisons entre les algorithmes standard et régularisés mettent clairement en avant les avantages de notre algorithme B-MLEM en termes de qualité de reconstruction, dans cette expérience particulière. Nous le verrons d'ailleurs dans les reconstructions à fantôme réel, qui attesteront de la reproductibilité de nos conclusions dans des conditions d'expérience différentes.

6.4 Conclusion

En somme, l'approche comparative des deux méthodes proposées à celles des méthodes classiques permet donc de les considérer comme des méthodes performantes pour une grande classe d'images de tomographie synthétique et réelle, compte tenu des résultats obtenus qui ont mis en évidence leur efficacité dans la réduction du bruit sans détériorer la résolution de l'image. Ceci est possible par le choix judicieux de valeurs optimales pour les paramètres de régularisation. L'association de l'algorithme de reconstruction classique "MLEM" et les approches de résolution par régularisation des problèmes inverses, conduit à une reconstruction tomographique de haute résolution. Notons qu'à partir de nombre d'itérations précis (50 itérations), il n'y a pas d'amélioration de performances, en matière de MSE. Cela assure le compromis entre la complexité du modèle et un temps de calcul raisonnable.

Il est à remarquer également, qu'en termes de préférence, la méthode B-MLEM par rapport à celle FTV-MLEM, est notamment meilleur du fait qu'elle nécessite un nombre de comptes plus faible. En dépit de ces avantages mentionnés, les deux méthodes proposées présentent certains inconvénients tels que : l'encombrement de la structure, surtout pour la configuration "FTV-MLEM", vu le nombre d'opérations effectué. Cependant, le choix de l'une ou l'autre de deux configurations doit être effectué en tenant compte de ses avantages et inconvénients, qu'elles offrent les objectifs souhaités.

Pour conclure, ces deux méthodes pourraient faire l'objet d'une contribution scientifique et médicale, notamment dans le domaine du diagnostic médical de certaines pathologies, telles que les tumeurs cérébrales, et leurs applications dans les recherches cliniques.

Troisième partie

Systemes Hybrides

L'imagerie multi-modale TEP/TDM et SPECT/TDM

Sommaire

7.1	Introduction	93
7.2	L'intérêt de l'imagerie multimodale	94
7.3	Définitions	94
7.3.1	L'imagerie hybride TEP/TDM	94
7.3.2	L'imagerie hybride SPECT/TDM	96
7.4	Méthode de détection des tumeurs	97
7.4.1	Description générale de l'algorithme	97
7.5	Les simulations	100
7.5.1	Les images TDM	100
7.5.2	Les images TEP/TDM	100
7.5.3	Les images SPECT/TDM	103
7.5.4	Les images TEP/TDM et SPECT/TDM	105
7.6	Conclusion	106

7.1 Introduction

De nos jours, les différents appareils d'imagerie médicale fournissent une multitude d'informations sur l'anatomie et le fonctionnement général des organes humains, dans un système d'imagerie unimodal. Mais sont souvent difficiles à corréler entre elles, car obtenues séparément à des moments différents. Le défi actuel est de concevoir des systèmes d'imagerie multi-modaux permettant l'acquisition simultanée d'informations liées au métabolisme en rapport avec l'anatomie humaine.

La combinaison de l'imagerie nucléaire *in vivo*, avec la tomodensitométrie par rayons X (TDM) dans les mêmes spécimens, fournit une vue multi-dimensionnée des modifications moléculaires, fonctionnelles et anatomiques associées. Pour enrichir davantage les études d'imagerie préclinique, les chercheurs ont commencé à l'imagerie duale TEP ou SPECT pour suivre deux maladies apparentées ou des objectifs pharmacologiques. Cependant, l'utilisation combinée des traceurs TEP et SPECT ont été expérimentés sur les mêmes espèces animales. Elle a posé une problématique du fait que l'interaction des émissions de TEP génère du bruit dans les résultats SPECT [Chapman 2012].

Toutefois, la fusion d'images demeure un problème très important dans les domaines du traitement d'images. Elle consiste à apparier des images provenant de différentes vues ou des capteurs, voire même des images acquises à des moments différents [Zitova 2003]. Lors de la correspondance des images provenant de différents capteurs, on parle donc d'une fusion multimodale d'images. Dans le domaine médical, la fusion d'images peut être utilisée pour aligner les images du même patient, acquises à des moments différents, pour une meilleure prise en charge de l'évolution de sa maladie et des traitements prodigés. De plus, la fusion d'images peut être utilisée pour apparier des images d'un patient avec celles d'un Atlas anatomique à des fins de comparaison, et obtention de données complémentaires du patient.

La question de la fusion multimodale sera traitée dans ce chapitre, en faisant appel aux modalités TEP, SPECT et TDM. Pour ce faire, nous mettrons en application une méthode de fusion basée sur la transformée d'ondelette. Les résultats obtenus permettront de localiser et définir les tumeurs cancéreuses avec plus de précision.

7.2 L'intérêt de l'imagerie multimodale

De toute évidence, aucune des méthodes d'imagerie ne peut fournir toutes les informations requises individuellement. En effet, les informations que chacune d'entre elles fournit sont complémentaires et donc particulièrement intéressantes, voire essentielles à combiner. Si l'on prend par exemple le cas de l'imagerie TEP et SPECT, les systèmes commerciaux (cliniques) qui sont actuellement vendus sont presque tous équipés d'un TDM, car l'information anatomique (TDM) est essentielle à la lecture de l'information fonctionnelle (TEP et SPECT) [Townsend 2004]. Le but de ces imageurs hybrides est de faciliter la fusion des images obtenues respectivement avec les deux modalités, simultanément ou séquentiellement, les données morphologiques servant de support à l'information fonctionnelle. De plus, les données TDM sont utiles pour améliorer et quantifier les images TEP. En effet, l'atténuation, la diffusion ou l'effet de volume partiel peuvent être corrigés sur les données TEP à partir des données TDM. Il en est de même pour la reconstruction en TEP, qui peut bénéficier d'informations a priori.

L'imagerie qui nous concerne plus directement est l'imagerie pré-clinique, elle utilise des modalités anatomiques (TDM, IRM) combinées avec d'autres modalités fonctionnelles (TEP, SPECT, Optique, IRMf), ou même des modalités fonctionnelles combinées entre elles. La Figure 7.1 présente dans ses grandes lignes les champs d'application des différentes modalités d'imagerie pré-clinique. La tendance est actuellement au développement des systèmes hybrides TEP/IRM [Mackewn 2006, Lucas 2006, Schlyer 2006, Catana 2006, Pichler 2006], SPECT/IRM [Azman 2007], SPECT/TDM [Hasegawa 1990, Mariani 2010] et TEP/TDM [Kinahan 1998, Beyer 2000] simultanés, l'IRM et TDM permettant de réaliser des images avec un très bon contraste et une haute résolution spatiale sans avoir recours à des rayonnements ionisants. Avec l'épanouissement de l'imagerie optique (luminescence, bioluminescence), sont récemment apparus de nouveaux systèmes hybrides TEP/Optique [Prout 2004, Peter 2005b] et SPECT/Optique [Peter 2005a] simultanés.

7.3 Définitions

7.3.1 L'imagerie hybride TEP/TDM

Typiquement, les examens TEP et TDM sont effectués séquentiellement (TDM puis TEP), à des moments différents, sur des systèmes indépendants généralement contigus. En outre, l'acquisition de TEP nécessite une moyenne de vingt minutes et produit des

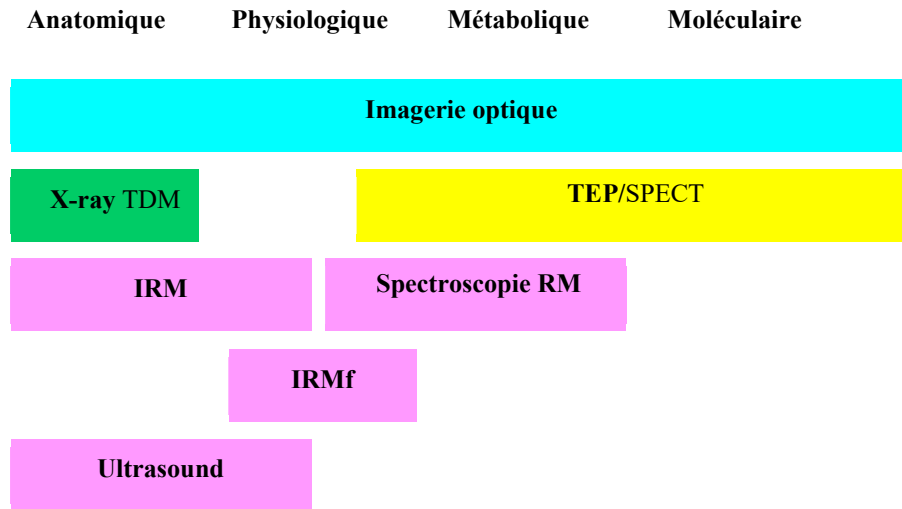


FIGURE 7.1 – Les champs d’application des différentes modalités d’imagerie pré-clinique [Nicol 2010]

images moyennées dans le temps, alors qu’une acquisition TDM ne prend que quelques dizaines de secondes et fournit des images qui peuvent être décrites comme instantanées. Ainsi pour accéder à la fusion sur un même support des informations anatomiques et fonctionnelles, on a au préalable recours à un recalage des images TEP et TDM reconstruits. Ce recalage est relativement trivial et correct quand il s’agit des structures fixes comme le crâne, parce que les déformations appliquées sont rigides (rotation, translation, mise à l’échelle). Toutefois, lorsque les volumes imagés contiennent des structures mobiles et déformables comme les poumons ou les organes de l’abdomen, le recalage doit nécessairement être flexible, ce qui introduit une incertitude sur l’exactitude des informations fusionnées. De plus, dans ces conditions, il est extrêmement difficile de tenir compte des mouvements physiologiques tels que la respiration.

En 1991, le premier concept d’imageur hybride TEP/TDM a été proposé par Townsend [Townsend 1991] (cf. Figure 7.2), et se compose d’un système rotatif embarquant sur un même support une TEP, une source de rayons X et un détecteur à gaz sur le même support. Cependant, ce concept a été rapidement abandonné pour des raisons d’encombrement au profit de systèmes hybrides contigus dans lesquels le patient passe d’une modalité à l’autre par translation du lit. Cette approche a l’avantage de couplage des imageurs commerciaux standard dont les performances respectives ne sont pas limitées par leur mutualisation.

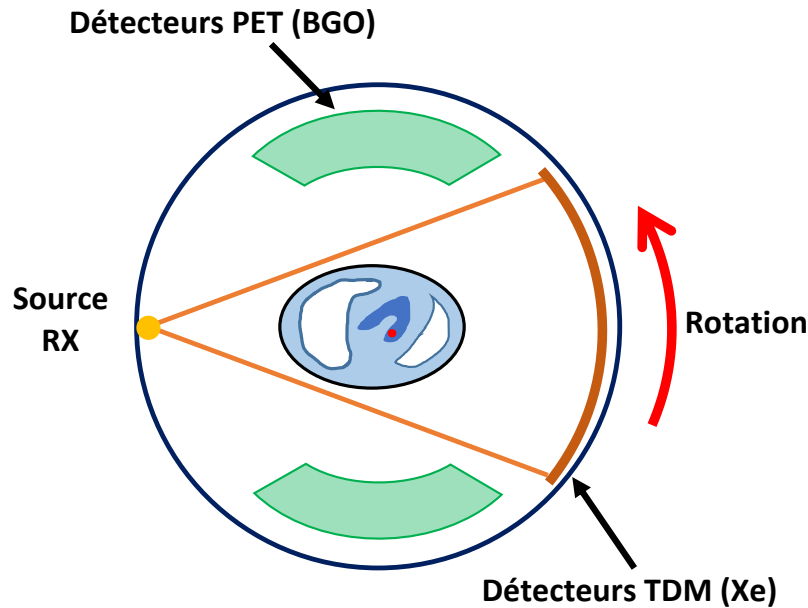


FIGURE 7.2 – Le premier concept de TEP/TDM [Townsend 1991]

7.3.2 L'imagerie hybride SPECT/TDM

Pour la correction d'atténuation des images SPECT, l'utilisation conjointe des imageries SPECT et TDM depuis longtemps a été suggérée proposée [Malko 1986]. Ce principe est basé sur l'utilisation de la carte d'atténuation X-photon pour corriger les images SPECT de l'atténuation des tissus gamma-mou, améliorant ainsi le rapport de signal au bruit pour les installations les plus profondes.

Les caméras hybrides SPECT/TDM permettent l'acquisition, au cours d'un seul examen, des images fonctionnelles et anatomiques fusionnées, permettant aux médecins nucléaires d'avoir une image quantitativement corrigée avec un support anatomique, ce qui rend possible l'amélioration de la qualité de l'interprétation.

Les systèmes SPECT/TDM de moyen et haut de gamme ont démontré leur intérêt pour différents types de pathologie, lié à la disponibilité d'images anatomiques pour améliorer la précision diagnostique [Roach 2006, Tagliabue 2007]. Dans l'exploration des tumeurs neuroendocrines, dans le cadre de l'imagerie parathyroïdienne [Even-Sapir 2003, van der Ploeg 2007], thyroïdienne [Hillel 2006, Yamamoto 2003] ou pour la détection du ganglion sentinelle, l'information anatomique permet une localisation très précise des anomalies de fixation et peut être utilisée par le chirurgien

le cas échéant. En scintigraphie osseuse, cette technique a également prouvé son intérêt dans la distinction entre lésions bénignes ou malignes dans les lésions vertébrales, en spécifiant mieux l'atteinte osseuse [Even-Sapir 2005]. Lorsque la caméra est équipée d'un TDM avec une faible résolution spatiale, le clinicien dispose d'images lui permettant une localisation approximative de la lésion visualisée sur l'image SPECT, nécessitant parfois un examen complémentaire en radiologie pour compléter le diagnostic. En plus, en raison de leur faible vitesse de rotation, ces systèmes sont inadaptés pour les acquisitions avec apnée. Cependant, les données TDM reflètent le flou observé sur les données SPECT dû aux mouvements physiologiques.

7.4 Méthode de détection des tumeurs

Cette partie a pour objet la description de la méthode de détection des tumeurs et nodules dans des images scannées de différentes modalités fusionnées entre elles.

7.4.1 Description générale de l'algorithme

L'organigramme de la méthode proposée pour la détection des tumeurs dans les images médicales est présent par la figure 7.3 qui illustre schématiquement le traitement de différentes modalités d'imagerie médicale.

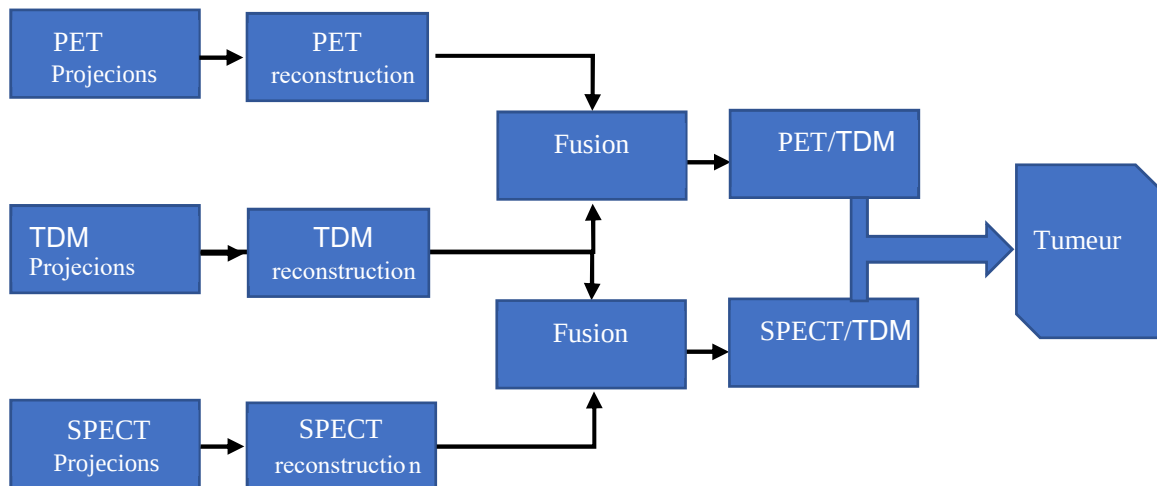


FIGURE 7.3 – Schéma de l'algorithme de détection des tumeurs dans les images médicales

7.4.1.1 Étape 01 : La reconstruction

Les données acquises en tomographie, quel que soit le système d'imagerie, correspondent à la projection de l'objet à reconstruire sur un détecteur, qui a au plus deux dimensions. Le but de la reconstruction tomographique est de reconstituer des coupes de l'objet imagé à partir de l'ensemble de ses projections. Un empilement de coupes tomographiques permettent ensuite d'obtenir une représentation de l'objet imagé.

Nous utilisons la méthode B-MLEM, pour reconstruire les images TDM et la méthode FTV-MLEM, pour reconstruire les images fonctionnelle TEP et SPECT.

7.4.1.2 Étape 02 : La Fusion par ondelettes

Dans cette étape, nous utilisons un algorithme basé sur les ondelettes [Alfano 2007], pour fusionner deux images médicales multimodales co-enregistrées en essayant d'en extraire des informations saillantes.

Le schéma de fusion complet est représenté sur la figure 7.4.

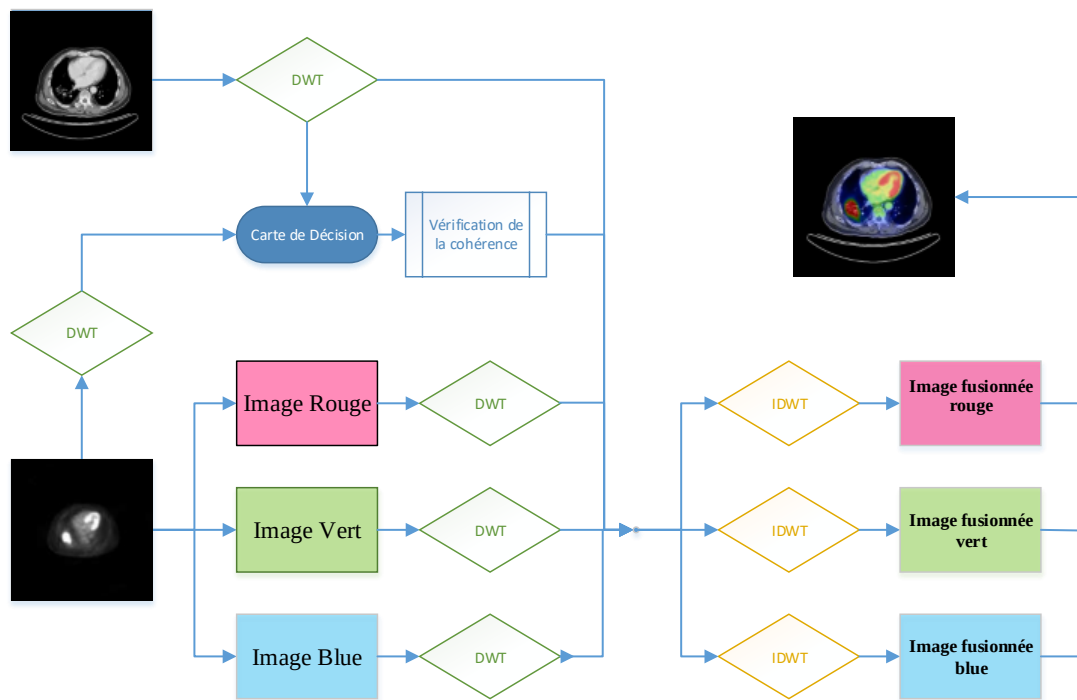


FIGURE 7.4 – Schéma de fusion utilisé [Alfano 2007]

L'ensemble du processus peut être organisé en cinq étapes, décrites ci-dessous,

supposant que les deux sources sont des images en niveau de gris.

1. L'image 2 est colorée au moyen d'une palette de couleurs (Color Look-up Table CLUT). Ensuite, les transformées d'ondelettes discrètes (DWT) 2-D décomposent l'image 1 et l'image 2 avec ses canaux RVB.
2. Les variances des coefficients sont calculées et comparées comme suit :

$$\text{var}_S^{(K)}(W) = \frac{1}{|W|} \sum_{(i,j) \in W} \left(a_S^{(K)}(i,j) - \frac{1}{|W|} \sum_{(i,j) \in W} a_S^{(K)}(i,j) \right)^2 \quad (7.1)$$

où S est l'image source, W la taille de fenêtre et K le niveau de décomposition.

3. En ce qui concerne les coefficients de détail, les sommes des modules de coefficients contenus dans une fenêtre glissante de taille W sont calculées comme suit :

$$\text{mod}_S^{(K)}(W) = \sum_{(i,j) \in W} |d^{(K)}(i,j)| \quad (7.2)$$

où d est la matrice des coefficients de détail. La carte de décision est complétée en prenant en considération tous les pixels centraux des fenêtres avec le module maximum.

4. Une vérification de cohérence de la carte de décision est effectuée, c'est-à-dire une fenêtre glissante de taille W fait défiler, afin d'éviter la présence de bruit. Seulement dans ce cas, l'algorithme retourne la valeur d'un tel pixel dans la carte de décision.
5. Les canaux RVB de l'image fusionnée décomposée sont des coefficients d'extraction des décompositions ondelettes de l'image 1 et des canaux RVB de l'image 2 selon la carte de décision vérifiée. Ensuite, des transformations DWT inverses en 2-d sont appliquées aux canaux RVB résultants ; finalement les images obtenues sont composées en une seule, afin de produire l'image fusionnée finale RVB.

7.4.1.3 Décision

La dernière étape de la fusion est l'étape décisive là où l'on choisit une seule hypothèse parmi les hypothèses de l'ensemble de discernement. Ce choix n'est pas simple de l'ensemble des deux parties, ce qui signifie que même après la fusion, l'ambiguïté ne peut pas être parfaitement levée. En imagerie médicale la décision visuelle du médecin ou du radiologue est la meilleure. Il est responsable de ses décisions.

7.5 Les simulations

Pour expérimenter cet algorithme, on a recours aux systèmes hybrides TEP/TDM et SPECT/TDM. Le fantôme est placé au centre du champ de vue commun. Ses fréquences respiratoires et cardiaques sont celles définies dans le protocole, soit respectivement 2 et 10 Hz.

Les acquisitions TEP et TDM ont été réalisées successivement d'après le protocole défini précédemment. Pour rendre possibles de telles simulations, les projections sont lancées individuellement, en parallèle sur les différents processeurs disponibles.

Pour établir cette fusion, nous commencerons d'abord par la reconstruction de deux coupes synthétiques, acquises simultanément du même patient, avec deux modalités différentes : une image TEP ou SPECT en 2D fonctionnelles, et une autre TDM statique en niveaux de gris. Par la fusion de deux images, TEP/SPECT et TDM, de taille respectivement 128×128 et 512×512 , nous obtiendrons une image hybride de taille 512×512 .

Nous avons implémenté nos algorithmes de reconstruction pour les deux modalités sur un PC en utilisant le langage de programmation Matlab (The Math Works, Inc., Natick, MA) (2013a).

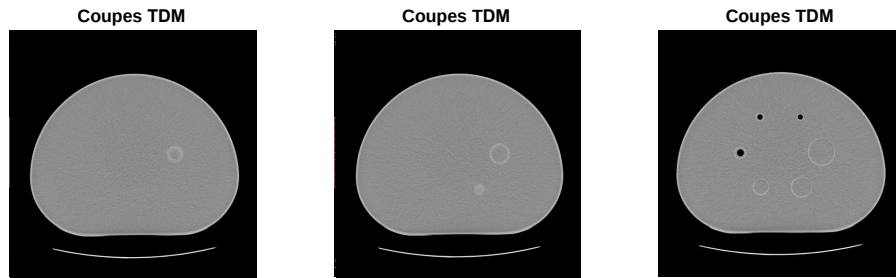
7.5.1 Les images TDM

Un certain nombre de manipulations sont nécessaires à opérer sur les données, avant la reconstruction itérative par l'algorithme B-MLEM. La taille des images reconstruites est de $512 \times 512 \times 578$ voxels (taille du voxel : $60\mu m^3$). (voir Fig. 7.5a)

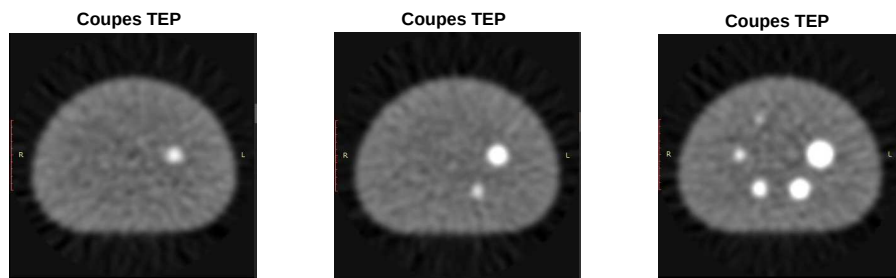
7.5.2 Les images TEP/TDM

Les informations données par les images TDM concernent l'anatomie, alors que celles de TEP elles portent sur la physiologie et le métabolisme. Pour l'intégration de ces informations, les deux images sont donc fusionnées. La Figure 7.5 montre les images TEP/TDM du fantôme RIDER, obtenues à partir de la base de données synthétique [Armato 2008], permettant d'appréhender quantitativement l'acquisition accumulée des appareils et celle du traitement de l'image. Nous constatons une parfaite corrélation entre les deux images reconstruites, qui nécessiterait un recalage pour meilleure fusion. Les résultats obtenus de la fusion illustrent des images représentant un bon recalage des données TEP et TDM, comme illustré par les figures 7.5c.

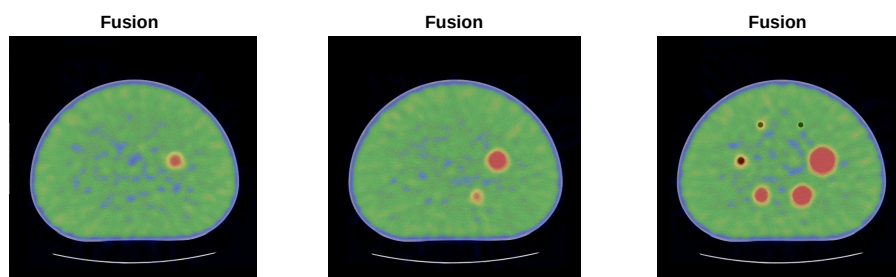
Les images TEP, normalisées, permettent de vérifier l'évaluation de la résolution sur un objet plus complexe qu'une source ponctuelle, et permettant également de localiser avec une grande précision des tumeurs de différente taille.



(a) L'image TDM [[Archive](#)]



(b) L'image TEP [[Archive](#)]



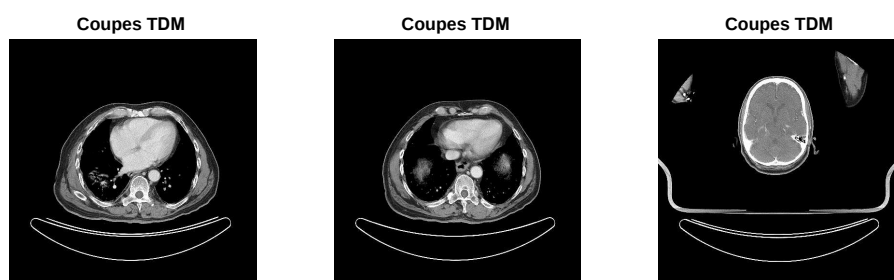
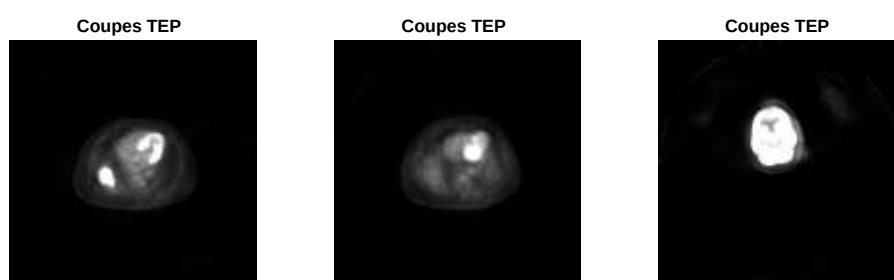
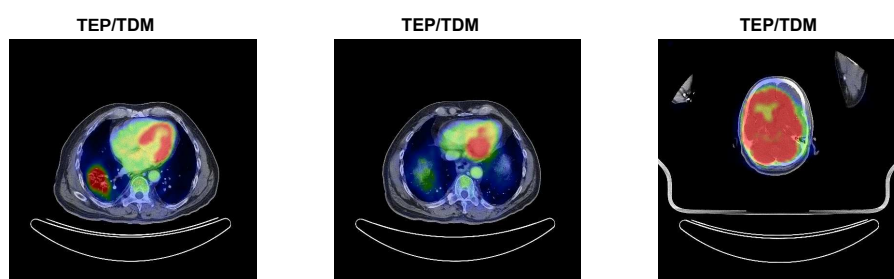
(c) L'image Fusionnée TEP/TDM

FIGURE 7.5 – Fusion des coupes TEP/TDM de Fantôme RIDER

Dans le but de démontrer les performances et les capacités de ce scanner, combiné dans un contexte d'utilisation réel, une acquisition TEP/TDM a été réalisée sur des

patients vivants. La source de rayons X a été opérée à $50kV/20\mu A$ avec une filtration additionnelle de $500\mu m$ d'aluminium afin de limiter la dose absorbée par le patient lors de la prise de données simultanées. Les résultats obtenus après reconstruction sont indiqués dans la figure 7.6 ci-dessous.

Les Figures 7.6a et 7.6b présentent une superposition des coupes au niveau du cœur en TDM et en TEP. Les données simultanées ont été acquises sur une durée totale de 60 minutes en TEP, et pendant 20 minutes de manière simultanée. Les données TEP ont été sommées sur la durée totale de 60 minutes, pour avoir une statistique plus importante et normalisée. La figure 7.6c représente les reconstructions TEP et TDM du patient, fusionnées au niveau du cœur. On distingue l'apex du cœur très clairement sur l'image fusionnée. Le coeur est également visible en TDM.

(a) L'image TDM [[Archive](#)](b) L'image TEP [[Archive](#)]

(c) L'image Fusionnée TEP/TDM

FIGURE 7.6 – Fusion des coupes TEP/TDM

7.5.3 Les images SPECT/TDM

Les modalités d'imagerie morphologique, telles que TDM, offrent une grande sensibilité pour la détection des tumeurs cancéreuse. Les principaux avantages de l'imagerie des radionucléides, tels que le TEP ou le SPECT, sont une spécificité élevée qui peut

être utilisée ; pour mieux caractériser les lésions, ainsi qu'une meilleure différenciation du tissu cicatriciel et de la tumeur résiduelle, après la chirurgie (figure 7.7) . L'imagerie par radionucléides est également utile pour la détection des tumeurs.

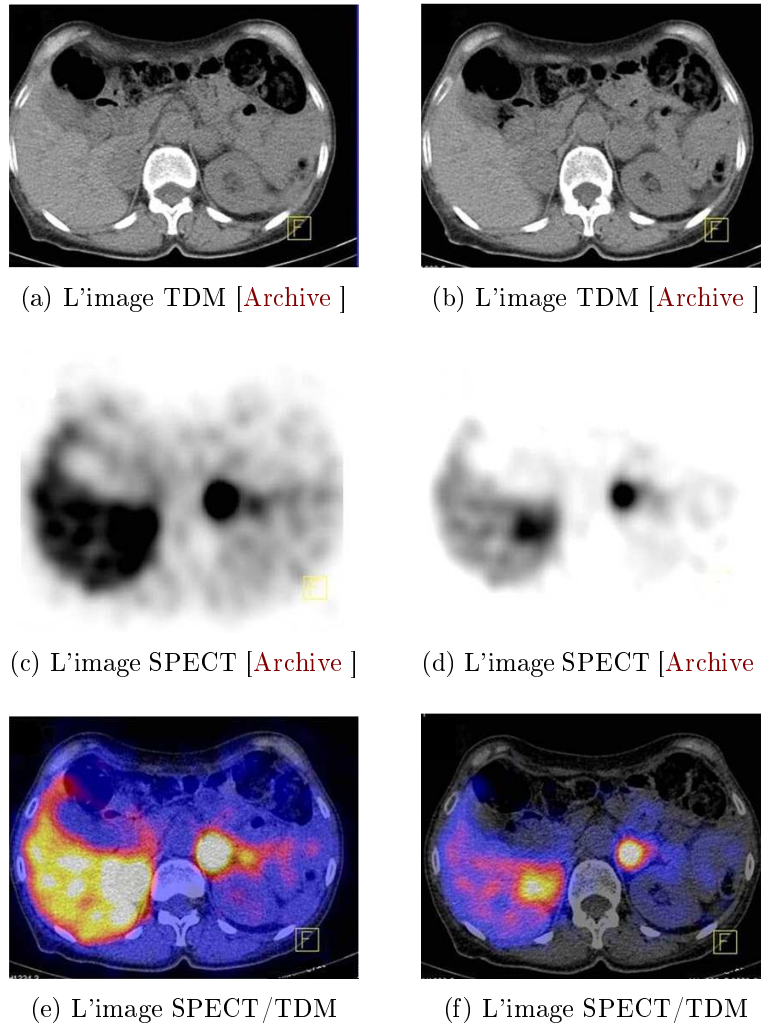


FIGURE 7.7 – Fusion des coupes SPECT/TDM

L'impact du SPECT/TDM hybride sur la performance de l'imagerie fonctionnelle n'a pas été prouvé techniquement à ce jour, de fait du manque de données de recherche à ce niveau. En dépit de l'absence d'études cliniques démontrant la supériorité du SPECT/TDM par rapport aux modalités d'imagerie réalisées séparément, on peut supposer que l'imagerie hybride pourrait augmenter la précision diagnostique et conduire à une utilisation plus fréquente des techniques d'imagerie fonctionnelle, comme le montre en Figure 7.7 où les tumeurs sont nettement visibles.

7.5.4 Les images TEP/TDM et SPECT/TDM

Au regard de l'absence totale d'études synthétiques ou réelles portant sur des patients avec les trois modalités ensemble (TDM/TEP/SPECT) nous nous sommes efforcés de se pencher sur l'étude prospective de Franzius et al [Franzius 2006], qui l'on évalué l'utilisation clinique de SPECT/TDM chez 19 patients atteints d'une variété de tumeurs, y compris le neuroblastome et le phéochromocytome (52). SPECT/TDM avait une sensibilité de (93%) similaire à celle de (99%) obtenue par TEP/TDM. Il a été démontré que la TEP/TDM présentait une résolution spatiale plus élevée et renvoyait un diagnostic final dans les 30 minutes. La SPECT/TDM a été compromise par un temps d'examen plus long et le besoin d'imagerie retardée (24 h après l'administration du traceur). Cependant, aucune supériorité de TEP/TDM sur SPECT/TDM n'a été observée.

7.5.4.1 Évaluation de performances

L'évaluation des images fusionnées TEP/TDM démontre une résolution spatiale élevée et une faible diffusion par rapport à la SPECT/TDM (figure 7.8).

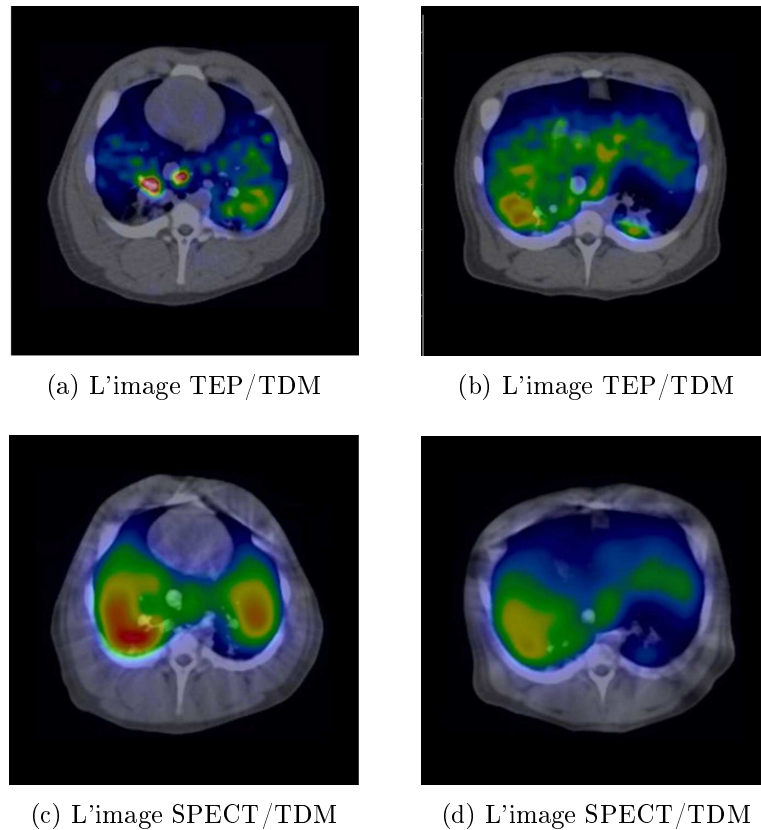


FIGURE 7.8 – Images TEP/TDM et SPECT/TDM de la ventilation pulmonaire au cours de l'obstruction lobaire inférieure. [Borges 2011]

Les résultats obtenus ont montré que la qualité d'image du TEP est supérieure à celle du SPECT, pour l'évaluation de la distribution d'activité des tumeurs. Le TEP présente des coefficients de récupération du contraste plus élevés que le SPECT. Les estimations de doses basées sur la TEP étaient plus précises que les estimations de doses basées sur la SPECT, avec des sous-estimations, allant respectivement de 45 à 11% pour le TEP et de 75 à 58% pour le SPECT. Padia et al ont démontré que la TEP/TDM présentait une résolution spatiale supérieure à celle de SPECT/TDM. L'absorption quantitative dans les régions d'intérêt non traitées a montré une diffusion significativement réduite avec TEP/TDM versus SPECT/TDM.

7.6 Conclusion

L'imagerie hybride SPECT/TDM et TEP/TDM constitue désormais en routine un outil diagnostique de première importance chez les patients présentant un cancer.

Ces équipements, qui permettent de corrélérer directement les images fonctionnelles et anatomiques, améliorent considérablement les performances de l'imagerie médicale. L'imagerie hybride permet de localiser précisément les foyers scintigraphiques et, le plus souvent, de vérifier immédiatement s'ils se projettent sur des lésions d'allure tumorale.

À la lumière de résultats qui a été mentionnée précédemment, la méthode utilisée offre largement la possibilité d'améliorer l'information acquise dans les études pré-cliniques *in vivo* avec un gain de temps relativement appréciable, tout en soutenant l'exploration simultanée de fonctions physiologiques et moléculaires connexes, telles que la perfusion, la neurotransmission, le métabolisme, l'apoptose, l'angiogenèse, et ce dans des conditions identiques. Les équipements de TEP/TDM et SPECT/TDM disponibles sur le marché, peuvent être d'une utilité pour des applications diverses telles que la neurologie, l'oncologie et l'imagerie cardiaque.

Conclusion Générale

Sommaire

8.1	Conclustion	109
8.2	Perspectives	111

8.1 Conclusion

L'objectif principal de ce travail de recherche est, d'une part étudier les méthodes de reconstruction tomographique, à partir d'un nombre limité de projections, d'autre part les techniques de reconstruction rapide pour obtenir des images de haute qualité, à partir des données fortement sous-échantillonnées. L'intérêt suscité est l'amélioration quantitative et qualitative des images de reconstruction, par les méthodes proposées.

Tout au long de ce travail, nous avons, tout d'abord, présenté succinctement une analyse du volume de l'espace des phases utilisées, après avoir rappelé les notions de base à ce sujet. Nous avons également décrit quelques modalités en imagerie tomographique X et γ , qui se différencient par les phénomènes physiques utilisés pour obtenir les images. La caméra d'Anger ainsi que ses caractéristiques ont été abordées, en expliquant les différentes étapes d'acquisition et de reconstruction des images tomographiques classiques, et exposant la géométrie d'acquisition et les modèles mathématiques utilisés. Un passe en revue des bases théoriques de la tomographie était nécessaire pour mieux appréhender le contexte, en l'occurrence les méthodes de reconstruction analytiques et itératives. Les méthodes analytiques, de type filtrage rétroprojection (FBP), sont largement utilisées dans les systèmes d'imagerie médicale, qui permettent d'avoir des reconstructions rapides avec une qualité acceptable. Néanmoins, elles sont sensibles au bruit de mesures et au nombre de projections, et ont tendance à amplifier le bruit de mesure à faible dose. Pour les méthodes itératives, en particulier les méthodes algébriques (ART, SIRT et SART), ont été proposées au début du développement de la tomodensitométrie du fait de la lenteur et du faible dans l'acquisition des données. Aujourd'hui, elles sont de plus en plus intéressantes, notamment pour la tomographie à faible dose. Cependant, nous avons constaté que les méthodes de reconstruction statistiques (MLEM, OSEM) itératives peuvent être une bonne alternative à ces techniques conventionnelles. Le principal problème de ces méthodes réside dans la nécessité d'une amélioration de leurs performances en termes de temps de calcul et d'espace de mémoire requis, pour une meilleure utilisation.

Remarquons que, pour l'amélioration des performances des algorithmes de reconstruction, nous avons proposé des méthodes pour la régularisation d'algorithme de reconstruction, notamment la méthode FTV-MLEM itérative, basées sur la minimisation de Variation Totale (TV), tout en gardant tous les avantages du modèle de la variation totale, qui permet de reconstruire des bords précis, avec une implémentation simple basée sur un algorithme du gradient. Cette approche vise à éviter les insuffisances posées

par le modèle ROF original. Nous avons obtenu ainsi un résultat de meilleure qualité que les algorithmes classiques, pour un coût de calcul raisonnable et une application clinique. Nous avons montré qu'un petit nombre d'itérations permet d'atteindre une solution visuellement satisfaisante même si ce n'est pas la solution exacte du problème d'optimisation. En suite, nous avons présenté une nouvelle technique de régularisation de l'image basée sur le théorème de Bayes combinée à l'algorithme de maximisation de vraisemblance—maximisation (B—MLEM). En outre nous traitons de la détermination des valeurs des paramètres de régularisation. Le bruit est modélisé dans le domaine de la projection où les variables aléatoires de Poisson indépendantes modélisent efficacement les données, ECT. Les résultats de la simulation ont indiqué que la méthode B—MLEM fournissait des résultats de reconstruction et de résolution efficaces, dépassant ceux obtenus par les méthodes classiques de MLEM et de pré—reconstruction avancée.

Les résultats obtenus, avec leur interprétation, ont été comparés à d'autres travaux de recherche. Pour valider les approches proposées, les calculs ont été établis sur les paramètres : l'erreur quadratique moyenne (MSE), le rapport signal à bruit crête (PSNR) et le rapport signal sur bruit (SNR). Bien que le paramètre (l'oeil humain), reste toujours le meilleur juge en traitement d'image, et par traçage de profile d'une région d'intérêts (ROI) c'est-à-dire le niveau de gris de chaque point ou pixel traversé par la ligne. Nous illustrons l'intérêt des techniques développées pour améliorer la qualité des images reconstituées. Nous présentons ainsi les résultats obtenus par simulation, nous pouvons noter que les deux algorithmes proposés décrits offrent des performances supérieures aux méthodes classiques. La méthode "B-MLEM" nécessite un nombre d'itérations de calcul inférieur par rapport à "FTV-MLEM". La méthode de régularisation bayésienne donne les meilleurs résultats de reconstruction. La contrainte de régularisation TV est moins efficace pour les images réelles que la méthode de régularisation de Bayes. Cependant, les erreurs de reconstruction sont situées sur les limites de toutes les images reconstruites lorsque le nombre de projections est faible et que le niveau de bruit est élevé.

L'étude des systèmes multimodaux combine les deux ensembles de données d'images fournissent une localisation anatomique précise des tumeurs. Au lieu d'une seule image, nous observons deux images obtenues par la TEP et par SPECT, desquelles nous extrayons des valeurs numériques. Cela permet aussi de réduire les possibilités d'erreurs de lecture. La combinaison des deux techniques (TEP) et SPECT, paraissent prometteuses et pourraient assurer une haute résolution. Avec le dévelop-

pement de systèmes SPECT/TDM et TEP/TDM permettant de superposer et de fusionner les données obtenues respectivement par le TDM et le SPECT ou le TEP.

8.2 Perspectives

En définitive, ce travail offre la possibilité d'améliorée, grâce aux méthodes proposées, comparées aux méthodes classiques. Plusieurs pistes permet être explores, dans la continuité du travail, que l'on peut résume comme suit :

- Extension de nos méthodes de tomographie en tomographie 3D, nos méthodes de FTV-MLEM et B-MLEM sont appliquées en tomographie 2D dans cette thèse, elles peuvent être facilement étendues à la tomographie 3D. Il ne devrait pas y avoir de problèmes méthodologiques, par contre il faudrait travailler sur l'implantation efficace sur des calculateurs parallèles de type GPU.
- Optimisation de l'implantation de nos algorithmes sur GPU ou l'implantation de nos algorithmes sur multi-GPUs. Notre reconstruction itérative est plus coûteuse que les approches de type FBP. L'implantation actuelle de nos algorithmes sur GPU n'est pas optimale. Pour bénéficier au maximum de la performance de GPU, il nécessite d'optimiser la gestion de mémoire locale, constante et global.
- Accélération de la reconstruction FTV-MLEM et B-MLEM par les méthodes OS (acronyme anglais, ordered sets) [Hudson 1994] et [Kamphuis 1998] et les méthodes "patch-work" [Van Slambrouck 2010]. Les méthodes OS consistent à réorganiser les projections en sous-groupes ordonnées par exemple avec des projections parallèles. Cela permet d'accélérer la reconstruction de facteur de nombre de sous-groupe lorsque les sous-groupes ordonnées sont optimaux. Quant à la méthode "patch-work", elle utilise différents modèles adaptés à la zone reconstruite.

Bibliographie

- [Alfano 2007] Bruno Alfano, Mario Ciampi et Giuseppe De Pietro. *A wavelet-based algorithm for multimodal medical image fusion*. Semantic multimedia, pages 117–120, 2007.
- [Andersen 1984] Anders H Andersen et Avinash C Kak. *Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART) : a superior implementation of the ART algorithm*. Ultrasonic imaging, vol. 6, no. 1, pages 81–94, 1984.
- [Anger 1958] Hal O Anger. *Scintillation camera*. Review of scientific instruments, vol. 29, no. 1, pages 27–33, 1958.
- [Anger 1964] Hal O Anger. *Scintillation camera with multichannel collimators*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 5, no. 7, pages 515–531, 1964.
- [Archive] Cancer Imaging Archive. [http://http://www.cancerimagingarchive.net/](http://www.cancerimagingarchive.net/).
- [Ardekani 1996] Babak A Ardekani, Michael Braun, Brian F Hutton, Iwao Kanno et Hidehiro Iida. *Minimum cross-entropy reconstruction of PET images using prior anatomical information*. Physics in Medicine and Biology, vol. 41, no. 11, page 2497, 1996.
- [Armato 2008] SG Armato, CR Meyer, MF McNitt-Gray, G McLennan, AP Reeves, Barbara Y Croft et Laurence P Clarke. *The Reference Image Database to Evaluate Response to Therapy in Lung Cancer (RIDER) Project : A Resource for the Development of Change-Analysis Software*. Clinical Pharmacology & Therapeutics, vol. 84, no. 4, pages 448–456, 2008.
- [Azman 2007] Suleyman Azman, Jon Gjaerum, Dirk Meier, L Tugan Muftuler, Gunnar Maehlum, Orhan Nalcioğlu, Bradley E Patt, Bjorn Sundal, Marek Szawlowski, Benjamin MW Tsui et al. *A nuclear radiation detector system with integrated readout for SPECT/MR small animal imaging*. In Nuclear Science Symposium Conference Record, 2007. NSS’07. IEEE, volume 3, pages 2311–2317. IEEE, 2007.
- [Baete 2004] Kristof Baete, Johan Nuyts, Wim Van Paesschen, Paul Suetens et Patrick Dupont. *Anatomical-based FDG-PET reconstruction for the detection of hypometabolic regions in epilepsy*. IEEE transactions on medical imaging, vol. 23, no. 4, pages 510–519, 2004.

- [Bailey 1994] Dale L Bailey, Felicia Zito, Maria-Carla Gilardi, Anna Rita Savi, Ferruccio Fazio et Terry Jones. *Performance comparison of a state-of-the-art neuro-SPET scanner and a dedicated neuro-PET scanner*. European journal of nuclear medicine, vol. 21, no. 5, pages 381–387, 1994.
- [Beisel 2008] Tobias Beisel, Stefan Lietsch et Kris Thielemans. *A method for OSEM PET reconstruction on parallel architectures using STIR*. In Nuclear Science Symposium Conference Record, 2008. NSS'08. IEEE, pages 4161–4168. IEEE, 2008.
- [Beyer 2000] Thomas Beyer, David W Townsend, Tony Brun, Paul E Kinahan *et al.* *A combined PET/CT scanner for clinical oncology*. The Journal of nuclear medicine, vol. 41, no. 8, page 1369, 2000.
- [Bishop 2006] Christopher M Bishop. *Machine learning and pattern recognition*. In Information Science and Statistics. Springer, Heidelberg, 2006.
- [Borges 2011] João Batista Borges, Irina Velikyan, Bengt Långström, Jens Sörensen, Johan Ulin, Enn Maripuu, Mattias Sandström, Charles Widström et Göran Hedenstierna. *Ventilation distribution studies comparing Technegas and "Gall-gas" using $^{68}\text{GaCl}_3$ as the label*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 52, no. 2, pages 206–209, 2011.
- [Boudjelal 2017] Abdelwahhab Boudjelal, Zoubeida Messali, Abderrahim Elmoataz et Bilal Attallah. *Improved Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique Algorithm for Positron-Emission Tomography Image Reconstruction via Minimizing the Fast Total Variation*. Journal of Medical Imaging and Radiation Sciences, vol. 48, no. 4, pages 385–393, 2017.
- [Boudjelal 2018] Abdelwahhab Boudjelal, Zoubeida Messali et Bilal Attallah. *PET image reconstruction based on Bayesian inference regularised maximum likelihood expectation maximisation (MLEM) method*. International Journal of Biomedical Engineering and Technology, vol. in press, 2018.
- [Bouman 1996] Charles A Bouman et Ken Sauer. *A unified approach to statistical tomography using coordinate descent optimization*. IEEE Transactions on image processing, vol. 5, no. 3, pages 480–492, 1996.
- [Boyd 2011] Stephen Boyd, Neal Parikh, Eric Chu, Borja Peleato et Jonathan Eckstein. *Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers*. Foundations and Trends® in Machine Learning, vol. 3, no. 1, pages 1–122, 2011.

- [Bronstein 2002] Michael M Bronstein, Alexander M Bronstein, Michael Zibulevsky et Haim Azhari. *Reconstruction in diffraction ultrasound tomography using nonuniform FFT*. IEEE transactions on medical imaging, vol. 21, no. 11, pages 1395–1401, 2002.
- [Brooks 1987] Rodney A Brooks, Jun Hatazawa, Giovanni Di Chiro, Stephen M Larson et Donn S Fishbein. *Human cerebral glucose metabolism determined by positron emission tomography : a revisit*. Journal of Cerebral Blood Flow & Metabolism, vol. 7, no. 4, pages 427–432, 1987.
- [Buades 2005] Antoni Buades, Bartomeu Coll et Jean-Michel Morel. *A review of image denoising algorithms, with a new one*. Multiscale Modeling & Simulation, vol. 4, no. 2, pages 490–530, 2005.
- [Buzug 2008] Thorsten M Buzug. *Computed tomography : from photon statistics to modern cone-beam ct*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [Catana 2006] Ciprian Catana, Yibao Wu, Martin S Judenhofer, Jinyi Qi, Bernd J Pichler et Simon R Cherry. *Simultaneous acquisition of multislice PET and MR images : initial results with a MR-compatible PET scanner*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 47, no. 12, pages 1968–1976, 2006.
- [Chambolle 1997] Antonin Chambolle et Pierre-Louis Lions. *Image recovery via total variation minimization and related problems*. Numerische Mathematik, vol. 76, no. 2, pages 167–188, 1997.
- [Chambolle 2004] Antonin Chambolle. *An algorithm for total variation minimization and applications*. Journal of Mathematical imaging and vision, vol. 20, no. 1, pages 89–97, 2004.
- [Chan 1998] Tony F Chan et Chiu-Kwong Wong. *Total variation blind deconvolution*. IEEE transactions on Image Processing, vol. 7, no. 3, pages 370–375, 1998.
- [Chan 2006] Tony F Chan, Jianhong Shen et Hao-Min Zhou. *Total variation wavelet inpainting*. Journal of Mathematical imaging and Vision, vol. 25, no. 1, pages 107–125, 2006.
- [Chapman 2012] Sarah E Chapman, Justin M Diener, Todd A Sasser, Carlos Correcher, Antonio J González, Tony Van Avermaete et W Matthew Leevy. *Dual tracer imaging of SPECT and PET probes in living mice using a sequential protocol*. American journal of nuclear medicine and molecular imaging, vol. 2, no. 4, page 405, 2012.

- [Chen 1998] Chung-Ming Chen. *An efficient four-connected parallel system for PET image reconstruction*. Parallel Computing, vol. 24, no. 9, pages 1499–1522, 1998.
- [Comtat 2001] Claude Comtat, Paul E Kinahan, Jeffrey A Fessler, Thomas Beyer, David W Townsend, Michel Defrise et Christian Michel. *Clinically feasible reconstruction of 3D whole-body PET/CT data using blurred anatomical labels*. Physics in Medicine and Biology, vol. 47, no. 1, page 1, 2001.
- [Courant 1943] Richard Courant. *Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations*. Bulletin of the American mathematical Society, vol. 49, no. 1, pages 1–23, 1943.
- [De Dreuille 2004] O De Dreuille, P Maszelin, H Foehrenbach, G Bonardel et J-F Gaillard. *Principe et technique de la tomographie par émission de positons (TEP)*. Emc-Radiologie, vol. 1, no. 1, pages 2–35, 2004.
- [Demoment 1989] Guy Demoment. *Image reconstruction and restoration : Overview of common estimation structures and problems*. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 37, no. 12, pages 2024–2036, 1989.
- [Dempster 1977] Arthur P Dempster, Nan M Laird et Donald B Rubin. *Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm*. Journal of the royal statistical society. Series B (methodological), pages 1–38, 1977.
- [Douiri 2002] Abdellah Douiri. *Développement à partir du concept CACAO (Caméra A Collimation Assistée par Ordinateur) d'un système tomographique adapté à la mesure 3D de plaies contaminées*. PhD thesis, Paris 11, Orsay, 2002.
- [Durand 2003] Sylvain Durand et Jacques Froment. *Reconstruction of wavelet coefficients using total variation minimization*. SIAM Journal on Scientific computing, vol. 24, no. 5, pages 1754–1767, 2003.
- [Esser 2009] Ernie Esser. *Applications of Lagrangian-based alternating direction methods and connections to split Bregman*. CAM report, vol. 9, page 31, 2009.
- [Evans 2015] Lawrence Craig Evans et Ronald F Gariepy. *Measure theory and fine properties of functions*. CRC press, 2015.
- [Even-Sapir 2003] Einat Even-Sapir, Hedva Lerman, Genady Lievshitz, Avi Khafif, Dan M Fliss, Arnon Schwartz, Eyal Gur, Yehuda Skornick et Shlomo Schneebaum. *Lymphoscintigraphy for sentinel node mapping using a hybrid SPECT/CT system*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 44, no. 9, pages 1413–1420, 2003.

- [Even-Sapir 2005] Einat Even-Sapir. *Imaging of malignant bone involvement by morphologic, scintigraphic, and hybrid modalities*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 46, no. 8, pages 1356–1367, 2005.
- [Fessler 2010] Jeffrey A Fessler. <https://web.eecs.umich.edu/fessler/code/>. 2010.
- [Fessler 2016] Jeffrey A. Fessler. *Image Reconstruction Toolbox for Matlab (and Octave and Freemat)*. University of Michigan, vol. 1, pages 1–7, 2016.
- [Fisher 1922] Ronald Aylmer Fisher. *On the mathematical foundations of theoretical statistics*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, vol. 222, pages 309–368, 1922.
- [Fraley 2007] Chris Fraley et Adrian E Raftery. *Bayesian regularization for normal mixture estimation and model-based clustering*. Journal of Classification, vol. 24, no. 2, pages 155–181, 2007.
- [Franzius 2006] Christiane Franzius, Klaudia Hermann, Matthias Weckesser, Klaus Kopka, Kai Uwe Juergens, Josef Vormoor et Otmar Schober. *Whole-body PET/CT with 11C-meta-hydroxyephedrine in tumors of the sympathetic nervous system : feasibility study and comparison with 123I-MIBG SPECT/CT*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 47, no. 10, pages 1635–1642, 2006.
- [Geyer 2015] Lucas L Geyer, U Joseph Schoepf, Felix G Meinel, John W Nance Jr, Gorka Bastarrika, Jonathon A Leipsic, Narinder S Paul, Marco Rengo, Andrea Laghi et Carlo N De Cecco. *State of the art : iterative CT reconstruction techniques*. Radiology, vol. 276, no. 2, pages 339–357, 2015.
- [Goldstein 2009] Tom Goldstein et Stanley Osher. *The split Bregman method for L1-regularized problems*. SIAM journal on imaging sciences, vol. 2, no. 2, pages 323–343, 2009.
- [Gordon 1970] Richard Gordon, Robert Bender et Gabor T Herman. *Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography*. Journal of theoretical Biology, vol. 29, no. 3, pages 471–476, 1970.
- [Green 1990] Peter J Green. *Bayesian reconstructions from emission tomography data using a modified EM algorithm*. IEEE transactions on medical imaging, vol. 9, no. 1, pages 84–93, 1990.

- [Hamawy 2014] Lara Hamawy. *Development of an image reconstruction method based on the detected X-ray fluorescence for sample analysis*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2014.
- [Hasegawa 1990] Bruce H Hasegawa, Eric L Gingold, Susan M Reilly, Soo-Chin Liew et Christopher E Cann. *Description of a simultaneous emission-transmission CT system*. In Medical Imaging IV : Image Formation, volume 1231, pages 50–61. International Society for Optics and Photonics, 1990.
- [Hebert 1989] Tom Hebert et Richard Leahy. *A generalized EM algorithm for 3-D Bayesian reconstruction from Poisson data using Gibbs priors*. IEEE transactions on medical imaging, vol. 8, no. 2, pages 194–202, 1989.
- [Herman 2009] Gabor T Herman. Fundamentals of computerized tomography : image reconstruction from projections. Springer Science & Business Media, 2009.
- [Herraiz 2006] JL Herraiz, Samuel España, Juan José Vaquero, Manuel Desco et José Manuel Udías. *FIRST : Fast iterative reconstruction software for (PET) tomography*. Physics in medicine and biology, vol. 51, no. 18, page 4547, 2006.
- [Herraiz 2009] JL Herraiz, Samuel España, S Garcia, R Cabido, AS Montemayor, Manuel Desco, Juan José Vaquero et José Manuel Udías. *GPU acceleration of a fully 3D iterative reconstruction software for PET using CUDA*. In Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC), 2009 IEEE, pages 4064–4067. IEEE, 2009.
- [Herraiz 2011] JL Herraiz, Samuel España, R Cabido, AS Montemayor, Manuel Desco, Juan José Vaquero et José Manuel Udías. *GPU-based fast iterative reconstruction of fully 3-D PET sinograms*. IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. 58, no. 5, pages 2257–2263, 2011.
- [Higdon 1997] David M Higdon, James E Bowsher, Valen E Johnson, Timothy G Turkington, David R Gilland et Ronald J Jaszczak. *Fully Bayesian estimation of Gibbs hyperparameters for emission computed tomography data*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 16, no. 5, pages 516–526, 1997.
- [Hillel 2006] PG Hillel, EJR Van Beek, C Taylor, E Lorenz, NDS Bax, V Prakash et WB Tindale. *The clinical impact of a combined gamma camera/CT imaging system on somatostatin receptor imaging of neuroendocrine tumours*. Clinical radiology, vol. 61, no. 7, pages 579–587, 2006.

- [Hoffman 1990] EJ Hoffman, PD Cutler, WM Digby et JC Mazziotta. *3-D phantom to simulate cerebral blood flow and metabolic images for PET*. IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. 37, no. 2, pages 616–620, 1990.
- [Hounsfield 1972] GN Hounsfield. *A method and apparatus for examination of a body by radiation such as X-ray or gamma radiation*. 1283915. 1972.
- [Hudson 1994] H Malcolm Hudson et Richard S Larkin. *Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data*. IEEE transactions on medical imaging, vol. 13, no. 4, pages 601–609, 1994.
- [Jonsson 1998] Elias Jonsson, Sung-cheng Huang et Tony Chan. *Total variation regularization in positron emission tomography*. CAM report, vol. 98, page 48, 1998.
- [Kak 2001] Avinash C Kak et Malcolm Slaney. Principles of computerized tomographic imaging. SIAM, 2001.
- [Kamphuis 1998] Chris Kamphuis et Freek J Beekman. *Accelerated iterative transmission CT reconstruction using an ordered subsets convex algorithm*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 17, no. 6, pages 1101–1105, 1998.
- [Kim 2011] Kyung Sang Kim et Jong Chul Ye. *Fully 3D iterative scatter-corrected OSEM for HRRT PET using a GPU*. Physics in medicine and biology, vol. 56, no. 15, page 4991, 2011.
- [Kinahan 1998] PE Kinahan, DW Townsend, T Beyer et D Sashin. *Attenuation correction for a combined 3D PET/CT scanner*. Medical physics, vol. 25, no. 10, pages 2046–2053, 1998.
- [Kuhl 1963] David E Kuhl et Roy Q Edwards. *Image separation radioisotope scanning*. Radiology, vol. 80, no. 4, pages 653–662, 1963.
- [Lange 1984] Kenneth Lange, Richard Carson et al. *EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography*. J Comput Assist Tomogr, vol. 8, no. 2, pages 306–16, 1984.
- [Leahy 2000] Richard M Leahy et Jinyi Qi. *Statistical approaches in quantitative positron emission tomography*. Statistics and Computing, vol. 10, no. 2, pages 147–165, 2000.
- [Li 2005] Xiang Li, Jun Ni et Ge Wang. *Parallel iterative cone beam CT image reconstruction on a PC cluster*. Journal of X-Ray Science and Technology, vol. 13, no. 2, pages 63–72, 2005.

- [Lucas 2006] Alun J Lucas, Robert C Hawkes, RE Ansorge, GB Williams, Robert E Nutt, John C Clark, Tim D Fryer et T Adrian Carpenter. *Development of a combined microPET®-MR system*. Technology in cancer research & treatment, vol. 5, no. 4, pages 337–341, 2006.
- [Mackewn 2006] JE Mackewn, SF Keevil, WA Hallett, P Halsted, RA Page, M Kelly, Scr Williams et Pk Marsden. *An MR compatible LSO-PET scanner for molecular imaging studies*. In Nuclear Science Symposium Conference Record, 2006. IEEE, volume 5, pages 2986–2989. IEEE, 2006.
- [Malgouyres 2001] Francois Malgouyres. *Noise selection approach to image restoration*. In Wavelets : Applications in Signal and Image Processing IX, volume 4478, pages 34–42. International Society for Optics and Photonics, 2001.
- [Malko 1986] JA Malko, RL Van Heertum, GT Gullberg et WP Kowalsky. *SPECT liver imaging using an iterative attenuation correction algorithm and an external flood source*. Journal of nuclear medicine, vol. 27, no. 5, pages 701–705, 1986.
- [Mariani 2010] Giuliano Mariani, Laura Bruselli, Torsten Kuwert, Edmund E Kim, Albert Flotats, Ora Israel, Maurizio Dondi et Naoyuki Watanabe. *A review on the clinical uses of SPECT/CT*. European journal of nuclear medicine and molecular imaging, vol. 37, no. 10, pages 1959–1985, 2010.
- [Marquina 2000] Antonio Marquina et Stanley Osher. *Explicit algorithms for a new time dependent model based on level set motion for nonlinear deblurring and noise removal*. SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 22, no. 2, pages 387–405, 2000.
- [Mumcuoglu 1994] Erkan U Mumcuoglu, Richard Leahy, Simon R Cherry et Zhenyu Zhou. *Fast gradient-based methods for Bayesian reconstruction of transmission and emission PET images*. IEEE transactions on Medical Imaging, vol. 13, no. 4, pages 687–701, 1994.
- [Mumcuoglu 1996] Erkan Ü Mumcuoglu, Richard M Leahy et Simon R Cherry. *Bayesian reconstruction of PET images : methodology and performance analysis*. Physics in medicine and Biology, vol. 41, no. 9, page 1777, 1996.
- [Natterer 2001] Frank Natterer et Frank Wübbeling. *Mathematical methods in image reconstruction*. SIAM, 2001.
- [Nicol 2010] Stan Nicol. *Étude et construction d’un tomographe TEP/TDM pour petits animaux, combinant modules phoswich à scintillateurs et détecteur à pixels hybrides*. PhD thesis, Université de la Méditerranée-Aix-Marseille II, 2010.

- [Ouyang 1994] Xiaolong Ouyang, Wing Hung Wong, Valen E Johnson, Xiaoping Hu et Chin-Tu Chen. *Incorporation of correlated structural images in PET image reconstruction*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 13, no. 4, pages 627–640, 1994.
- [Peter 2005a] Joerg Peter, Heinrich Ruehle, Volker Stamm, Ralf B Schulz, Mark F Smith, Ben Welch, Vladimir Popov, Brian Kross, Randolph Wojcik, Andrew Weisenberger et al. *Development and initial results of a dual-modality SPECT/optical small animal imager*. In Nuclear Science Symposium Conference Record, 2005 IEEE, volume 4, pages 4–pp. IEEE, 2005.
- [Peter 2005b] Joerg Peter, Ralf B Schulz et Wolhard Semmler. *PET-MOT-A novel concept for simultaneous positron and optical tomography in small animals*. In Nuclear Science Symposium Conference Record, 2005 IEEE, volume 3, pages 4–pp. IEEE, 2005.
- [Pichler 2006] Bernd J Pichler, Martin S Judenhofer, Ciprian Catana, Jeffrey H Walton, Manfred Kneilling, Robert E Nutt, Stefan B Siegel, Claus D Claussen et Simon R Cherry. *Performance test of an LSO-APD detector in a 7-T MRI scanner for simultaneous PET/MRI*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 47, no. 4, pages 639–647, 2006.
- [Prout 2004] DL Prout, RW Silverman et Arion Chatziioannou. *Detector concept for OPET-A combined PET and optical imaging system*. IEEE transactions on nuclear science, vol. 51, no. 3, pages 752–756, 2004.
- [Qi 2006] Jinyi Qi et Richard M Leahy. *Iterative reconstruction techniques in emission computed tomography*. Physics in medicine and biology, vol. 51, no. 15, page R541, 2006.
- [Radiographie] Radiographie. <http://tpe.bgpr.free.fr/pages/radiographie.htm>.
- [Radon 1917] J. Radon. *Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten*. Akad. Wiss., vol. 69, pages 262–277, 1917.
- [Ritt 2014] P Ritt, J Sanders et T Kuwert. *SPECT/CT technology*. Clinical and Translational Imaging, vol. 2, no. 6, pages 445–457, 2014.
- [Roach 2006] Paul J Roach, Geoffrey P Schembri, Ivan A Ho Shon, Elizabeth A Bailey et Dale L Bailey. *SPECT/CT imaging using a spiral CT scanner for anatomical localization : impact on diagnostic accuracy and reporter confidence in clinical*

- practice*. Nuclear medicine communications, vol. 27, no. 12, pages 977–987, 2006.
- [Robert 1996] Christian Robert. Méthodes de monte carlo par chaînes de markov. Economica, 1996.
- [Rucklidge 1996] William Rucklidge. Efficient visual recognition using the hausdorff distance. Springer-Verlag New York, Inc., 1996.
- [Rudin 1992] Leonid I Rudin, Stanley Osher et Emad Fatemi. *Nonlinear total variation based noise removal algorithms*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 60, no. 1-4, pages 259–268, 1992.
- [Samueli 2009] Jean-Jacques Samueli. *La découverte des rayons X par Röntgen*. Bibnum. Textes fondateurs de la science, 2009.
- [ScannerX | ScannerX. <http://ramsaygds.fr/nos-soins-nos-soins/scanner> .
- [Schellmann 2011] Maraike Schellmann, Sergei Gorlatch, Dominik Meiländer, Thomas Kösters, Klaus Schäfers, Frank Wübbeling et Martin Burger. *Parallel medical image reconstruction : from graphics processing units (GPU) to Grids*. The Journal of Supercomputing, vol. 57, no. 2, pages 151–160, 2011.
- [Schlyer 2006] D Schlyer, P Vaska, D Tomasi, C Woody, S Solis-Najera, S Southekal, William Rooney, JF Pratte, S Junnarkar, S Stoll *et al.* *Preliminary studies of a simultaneous PET/MRI scanner based on the RatCAP small animal tomograph*. In Nuclear Science Symposium Conference Record, 2006. IEEE, volume 4, pages 2340–2344. IEEE, 2006.
- [Shepp 1982] Lawrence A Shepp et Yehuda Vardi. *Maximum likelihood reconstruction for emission tomography*. IEEE transactions on medical imaging, vol. 1, no. 2, pages 113–122, 1982.
- [Shidahara 2012] Miho Shidahara, Charalampos Tsoumpas, CJ McGinnity, Takashi Kato, Hajime Tamura, Alexander Hammers, Hiroshi Watabe et Federico E Turkheimer. *Wavelet-based resolution recovery using an anatomical prior provides quantitative recovery for human population phantom PET [11C] raclopride data*. Physics in medicine and biology, vol. 57, no. 10, page 3107, 2012.
- [Simonnet 2010] Richard Simonnet. *Amélioration des algorithmes de reconstruction d'image pour la tomographie d'émission par collimation à trous larges et longs*. PhD thesis, Université d'Angers, 2010.
- [Somayajula 2011] Sangeetha Somayajula, Christos Panagiotou, Anand Rangarajan, Quanzheng Li, Simon R Arridge et Richard M Leahy. *PET image reconstruction*

- using information theoretic anatomical priors*. IEEE transactions on medical imaging, vol. 30, no. 3, pages 537–549, 2011.
- [Tadmor 2004] Eitan Tadmor, Suzanne Nezzar et Luminita Vese. *A multiscale image representation using hierarchical (BV, L^2) decompositions*. Multiscale Modeling & Simulation, vol. 2, no. 4, pages 554–579, 2004.
- [Tagliabue 2007] L Tagliabue et O Schillaci. *SPECT/CT in oncology : the fusion of two imaging modalities is a new standard of care*. The Quarterly Journal of Nuclear Medicine and Molecular Imaging, vol. 51, no. 4, page 285, 2007.
- [Tanabe 1971] Kunio Tanabe. *Projection method for solving a singular system of linear equations and its applications*. Numerische Mathematik, vol. 17, no. 3, pages 203–214, 1971.
- [Tikhonov 1963] Andrei Nikolaevich Tikhonov. *Regularization of incorrectly posed problems*. SOVIET MATHEMATICS DOKLADY, 1963.
- [Townsend 1991] David W Townsend. *Image reconstruction for medical applications*. In Advances in Computer Graphics, pages 389–419. Springer, 1991.
- [Townsend 1998] DW Townsend, RA Isoardi et B Bendriem. *The theory and practice of 3D PET*, 1998.
- [Townsend 2004] David W Townsend, Jonathan PJ Carney, Jeffrey T Yap et Nathan C Hall. *PET/CT today and tomorrow*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 45, no. 1 suppl, pages 4S–14S, 2004.
- [van der Ploeg 2007] Iris MC van der Ploeg, Renato A Valdés Olmos, Omgo E Nieweg, J Th Emiel, Bin BR Kroon, Cornelis A Hoefnagel *et al*. *The additional value of SPECT/CT in lymphatic mapping in breast cancer and melanoma*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 48, no. 11, pages 1756–1760, 2007.
- [Van Slambrouck 2010] Katrien Van Slambrouck et Johan Nuyts. *A patchwork (back) projector to accelerate artifact reduction in CT reconstruction*. In Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC), 2010 IEEE, pages 2625–2629. IEEE, 2010.
- [Vogel 1996] Curtis R Vogel et Mary E Oman. *Iterative methods for total variation denoising*. SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 17, no. 1, pages 227–238, 1996.
- [Vogel 1998] Curtis R Vogel et Mary E Oman. *Fast, robust total variation-based reconstruction of noisy, blurred images*. IEEE transactions on image processing, vol. 7, no. 6, pages 813–824, 1998.

- [Wagner 2002] Jean-Marc Wagner. *Méthodes analytiques pour la correction d'atténuation en tomographie tridimensionnelle par émission monophotonique*. PhD thesis, PhD Thesis, 2002.
- [Wang 2008] Yilun Wang, Junfeng Yang, Wotao Yin et Yin Zhang. *A new alternating minimization algorithm for total variation image reconstruction*. SIAM Journal on Imaging Sciences, vol. 1, no. 3, pages 248–272, 2008.
- [Wang 2016] Junqing Wang, Peng Mi, Gan Lin, Yì Xiáng J Wáng, Gang Liu et Xiaoyuan Chen. *Imaging-guided delivery of RNAi for anticancer treatment*. Advanced drug delivery reviews, vol. 104, pages 44–60, 2016.
- [Wernick 2004] Miles N Wernick et John N Aarsvold. *Emission tomography : the fundamentals of pet and spect*. Academic Press, 2004.
- [Wu 2010] Chunlin Wu et Xue-Cheng Tai. *Augmented Lagrangian method, dual methods, and split Bregman iteration for ROF, vectorial TV, and high order models*. SIAM Journal on Imaging Sciences, vol. 3, no. 3, pages 300–339, 2010.
- [Wu 2016] Liang Wu, Fei Hu, Feng He et Jun Li. *Bayesian Inference for Inversion in Synthetic Aperture Imaging Radiometry*. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 13, no. 8, pages 1049–1053, 2016.
- [Yamamoto 2003] Yuka Yamamoto, Yoshihiro Nishiyama, Toshihide Monden, Yoshitaka Matsumura, Katashi Satoh et Motoomi Ohkawa. *Clinical usefulness of fusion of ¹³¹I SPECT and CT images in patients with differentiated thyroid carcinoma*. Journal of Nuclear Medicine, vol. 44, no. 12, pages 1905–1910, 2003.
- [Zhou 2011] Jian Zhou et Jinyi Qi. *Fast and efficient fully 3D PET image reconstruction using sparse system matrix factorization with GPU acceleration*. Physics in medicine and biology, vol. 56, no. 20, page 6739, 2011.
- [Zitova 2003] Barbara Zitova et Jan Flusser. *Image registration methods : a survey*. Image and vision computing, vol. 21, no. 11, pages 977–1000, 2003.

Résumé

Résumé : Les techniques, comme tomographie d'émission monophotonique (SPECT), et la tomographie à émission de positons (PET), ont modifié de façon considérable la recherche et l'approche médicale. La reconstruction tomographique à partir de données de projections est un problème inverse largement utilisé en imagerie médicale. Avec un faible nombre de comptes, les données disponibles pour l'inversion ne sont pas complètes, le mauvais conditionnement du problème s'accroît, et les résultats montrent des artefacts importants. Il est alors nécessaire d'ajouter des conditions supplémentaires pour obtenir une solution unique et stable : c'est la régularisation du problème. Ce travail de thèse présente des nouvelles approches inverses régularisées pour la reconstruction en tomographie d'émission. Les résultats de cette étude montrent que les algorithmes proposés permettent d'améliorer l'efficacité de reconstruction, la résolution spatiale et le rapport signal-sur-bruit avec une quantification satisfaisante des images. Bien que les informations que l'on recherche à travers les modalités SPECT, TEP et TDM, sont bien souvent complémentaires, donc potentiellement intéressantes à combiner, celles-ci sont la plupart du temps obtenues séparément en routine clinique, ce qui les rend difficiles à corréler entre elles. L'imagerie hybride SPECT/TDM et TEP/TDM constitue désormais en routine un outil diagnostique de première importance chez les patients présentant un cancer. Ces équipements, qui permettent de corréler directement les images fonctionnelles et anatomiques, améliorent considérablement les performances de l'imagerie médicale et localiser précisément les tumeurs.

Mots clés : Tomographie d'émission ; TEP ; SPECT ; TDM ; problème inverse ; reconstruction tomographique ; régularisation ; bayésienne ; Variation totale

Abstract : The two types of emission imaging : positron emission tomography (PET) and single-photon emission computerised tomography (SPECT) have significantly changed the manner in which translational research is being conducted in the medical field. Tomographic reconstruction from projection data is an inverse problem and now widely used in medical imaging. With a limited number of projections, the data available for inversion are not complete, the problem becomes more ill-conditioned, and the results show significant artifacts. It is then necessary to add additional conditions to obtain a unique and stable solution : it is the regularization of the problem. This thesis presents new regularized inverse approaches for reconstruction in emission tomography. The results of this study show that the proposed algorithms allow to improve the reconstruction efficiency, the spatial resolution and the signal to noise ratio with a satisfactory quantification of the images. Although the information we seek through these different modalities are often complementary, and therefore potentially interesting to combine, they are mostly obtained separately in clinical routine, which makes them difficult to correlate with each other. Hybrid imaging (SPECT/CT, PET/CT) is now routinely used as a diagnostic tool for patients with cancer. These devices, which directly correlates functional and anatomical images, significantly improves the performance of medical imaging and precisely locates tumors.

Key words : Emission tomography ; PET ; SPECT ; CT ; Inverse problem ; Tomographic reconstruction ; Regularization ; Bayesian ; Total Variation.

ملخص

نوعين من التصوير المقطعي بالإصدار: التصوير المقطعي بالإصدار البوزيتروني (PET) والتصوير المقطعي انبعاث فوتون واحد المحوسب (SPECT) قد غيرت بشكل كبير الطريقة التي تجري بها البحوث المتعلقة بالمجال الطبي. إعادة بناء التصوير المقطعي من بيانات الإسقاط هي مشكلة معكوسة وتستخدم الآن على نطاق واسع في التصوير الطبي. ومع وجود عدد محدود من الإسقاطات، فإن البيانات ليست كاملة، وتصبح المشكلة أكثر سوءاً، وتظهر النتائج آثاراً مهمة. من الضروري الحصول على شروط إضافية للحصول على حل فريد ومستقر. هذه التسوية المشكلة. تقدم هذه الأطروحة مقاربات معكوسة منتظمة جديدة لإعادة البناء في التصوير المقطعي بالإصدار. تظهر نتائج هذه الدراسة أن الخوارزميات المقترحة يمكن أن تحسن كفاءة إعادة البناء، الدقة المكانية، ونسبة الإشارة إلى الضوضاء مع التقدير الكمي المرضي للصور. وعلى الرغم من أن المعلومات التي نسعى إليها من خلال الطرائق (PET، CT)، SPECT، غالباً ما تكون ممزوجة بشكل مثير للاهتمام، ويتم الحصول عليها بشكل عام بشكل منفصل في الروتين السريري، مما يجعل من الصعب ربطها ببعضها البعض. يستخدم الآن التصوير الهجين (SPECT/CT، PET/CT) بشكل روتيني كأداة تشخيصية للمرضى المصابين بالسرطان. هذه الأجهزة، التي ترتبط بشكل مباشر بالصور الوظيفية والتشريحية، تحسن بشكل كبير من أداء التصوير الطبي وتحدد بدقة الأورام.

كلمات مفتاحية: التصوير المقطعي بالإصدار. مشكلة معكوسة. إعادة بناء التصوير المقطعي، تسوية، استدلال بايزي، التغير الكلي.