UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

Mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Option : Géométrie des espaces de Banach et Analyse harmonique

Spécialité : Mathématiques Fondamentale

Par

BOUNABAB Adel

Sujet

Quelques Inégalités et "Embeddings" dans les espaces de Herz-type Besov

Soutenu le : 19 / 06 / 2014 **devant le jury compose de .**

President	:	Saadi Khalil	MC.A	Univ M'sila
Rapporteur	:	Debbi Latifa	MC.A	Univ M'sila
Examinateur	:	Heraiz Rabah	MA.A	Univ M'sila
Examinateur	:	Drihem douadi	MC.A	Univ M'sila

Promotion : 2013/2014

ملخص

في هذه الرسالة نتطرق الى دراسة اجمالية لفضاء هارز- بوزوف.هذه الفضاءات الداليةتأخذ جزءا هاما في التحليل التوافقي .

وبصفة خاصة نعطي مقدمة لفضاءهارز- بيزوف و نبرهن بعض أوجه عدم المساواةو بعضالإحتواءاتبدلالة مؤشراتها (تعرف الفضاءات). بمقدمة لهذه الفضاءات، وتذكير بكل فضاء دالي له علاقة بفضاءهارز- بيزوف

الكلمات المفتاحية:فضاء هارز، فضاء بيزوف، الدالةالعظمى، فضاء شوارتز.

Résumé

Dans ce mémoire, on a fait une étude de synthèse sur les espacesHerz-typeBesov. Ces espaces fonctionnels font une partie très importante de l'analyse harmonique.

En particulier, on a introduit les espaces de Herz-type Besov et démontré certaines inégalités et embeddings en fonction de leurs paramètres (définissant ces espaces). Pour une introduction naturelle de ces espaces, on a fait un rappel de certains espaces fonctionnels ayant un lien avec l'espace deHerz-type Besov.

Mots-clés :espace de Herz, Espace de Besov, Fonctionmaximal Espace de Schwartz.

Abstract

In this memory, one made a study of synthesis on space BesovHerz-type. These functional spaces make a very important part of the harmonic analysis.

In particular, one introduced spaces of BesovHerz-type and showed certain inequalities and embeddings according to their parameters (defining these spaces). For a natural introduction of these spaces, one made a recall of certain functional spaces having a bond with the space of BesovHerz-type.

Key word : Herz spaces, Besov spaces, Maximal function, Schwartz space.

Table des matières

Notation **1**

Introduction **2**

1 Définitions préliminaires de quelques espaces fonctionnels et espace de Herz **3**

1.1 Définitions de quelques espaces usuels 3

1.1.1 Définition de l'espace de Lebesgue 3

1.1.2 Définition de l'espace des distributions et l'espace de Schwartz 4

1.2 Quelques outils fonctionnels 6

1.2.1 Transformations de Fourier 6

1.2.2 Transformation de Fourier sur $L^p(\mathbb{R}^n)$ 10

1.2.3 Décomposition de l'unité 11

1.3 Définition des espaces de Sobolev 12

1.4 Définition de espaces de Herz 13

2 Quelques inégalités classique et leurs généralisation dans l'espace de Herz **15**

2.1 Inégalité de Plancherel-Polya-Nikolskij 15

2.1.1 Inégalité classique de Plancherel-Polya-Nikolskij 18

2.1.2 Inégalité de Plancherel-Polya-Nikolskij dans l'espace de Herz 18

3 Quelque emmbeding de type de Herz **23**

3.1 l'espace de Herz-Besov 23

Conclusion générale **29**

Bibliographie **30**

Notation

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2.....\}$ l'ensemble des nombre natureles.
- $x.\xi = \sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i$ est le produit scalaire usuel sur $\mathbb{R}^n$.
- Si $f : \mathbb{R}^n \longmapsto \mathbb{C}$, "supp$f$ " est le support de f.
- $f * g(.) = \int_{\mathbb{R}^n} f(. - y) g(y) dy$ est le produit de convolution des fonctions f et g.
- Si E est une sous ensemble dans $\mathbb{R}^n$, $\chi_E(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } x \in E \\ 0 & \text{pour } x \notin E \end{cases}$, dénote la fonction caractiristique de l'ensemble E.
- $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ = l'ensemble des fonctions $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{C}$ infiniment différentiable.
- $\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_n) \in \mathbb{N}^n$ s'appelle le multi-indice.
- $|.|$ la norme dans $\mathbb{R}^n$.
- Pour $\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_n) \in \mathbb{N}^n$, $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n$, $\partial^\alpha f$ dénote la dérivée partielle $\frac{\partial^{|\alpha|} f}{\partial^{\alpha_1} x_1 ... \partial^{\alpha_n} x_n}$.

Introduction

L'objectif de ce mémoire est d'étudier l'espace de Herz-type de Besov. Cet espace fonctionnel fait une partie très importante de l'analyse harmonique et joue un rôle aussi important dans la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) et les équations différentielles ordinaires. En particulier pour obtenir la régularité de la solution des équations.

Dans ce mémoire, on fait l'analyse de quelques inégalités et "embeddings" de ces espaces. Le mémoire est constitué par trois chapitres, une page pour les notations utilisées et une liste de références plus cette introdution.

- Dans le premier chapitre on se donne les définitions préliminaires de quelques espaces fonctionneles usuels et espace de Herz

  dans ce partie on donne l'espace de Lebesgue, l'espace de distributions, l'espace Schwartz, les espaces de Sobolev et l'espace de Herz avec quelque outiles fonctioneles

- Dans le deuxième chapitre, on étudier quelques inégalités classique et leurs généralisation dans l'espace de Herz.

  dans ce partie on donne l'inégalité Plancherel-Polya-Nikolskij dans le cas classique et sa généralition dans l'espace de Herz.

- Dans le troisième chapitre , on étudée quelque emmbeding de type de Herz.

Conclusion générale

L'espace de Herz-type Besov a été composée par les deux espace Herz et Besov. ce espace coserve les propérietés de les deux espaces .

Les inégalités dans l'espace de Herz-type Besov reste le même comme dans le cas classique des espace de Herz et Besov.

Bibliographie

[1] DRIHEM D. "*Embedding properties on Herz-type Besov and Tribel-Lizorkin spaces*", Math.Inq.App, v16, n^{0}2, 2.13, (2013), 439-460.

[2] TRIEBEL H ."*Theory of function spaces*" , Basel, Birkhäuser, 1983.

[3] TRIEBEL H . "*Theory of function spaces II*", Basel, Birkhäuser, 1992.

[4] RUNST TH. AND SICKEL W. "*Sobolev spaces of fractional ordre, Nemytskij operators, and nonlinear partial differential équations*", Walter de Gruyter, Berlin, New York 1996.

[5] XU J. AND YANG D." *Applications of Herz-type Triebel-Lizorkin spaces"* , Acta Math. Sci.(Ser.B) **23** (2003), 328-338.

[6] XU J. AND YANG D. "*Herz-type Triebel-Lizorkin spaces"* , Acta Math. Sci.(English Ed) **21** 3(2005), 643-654.