REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE : TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT : GENIE ELECTRIQUE

N° :MI-07

DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIES

FILIERE : ELECTROMECANIQUE

OPTION : MAINTENANCE INDUSTRIELLE

Mémoire présenté pour l'obtention

Du diplôme de Master Académique

Par : CHEIKHI Omar

DJOUDI Ismail

THEMI

Amélioration des performances opérationnelles des systèmes de production en utilisant la théorie des chaînes de Markov

Soutenu devant le jury composé de:

Dr. GHEMARI Zine	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Président
Dr . DEFDAF Mabrouk	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Rapporteur
Mr. MABRAK Samir	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Examinateur

Année Universitaire : 2017 / 2018

بسم الله الرحمن الرحيم

REMECIMENT

Tout d'abord, nous tenons à remercier DIEU le miséricordieux de nous avoir donné la possibilité de préparer notre mémoire, d'arriver à notre souhait et d'atteindre notre objectif.

Nous aimerions dans ces quelques lignes remercier toutes les personnes qui d'une manière ou d'une autre, ont contribué au bon déroulement de notre travail, tout au niveau humain qu'au niveau scientifique.

Nous tenons tout d'abord à remercier notre encadreur «**DEFDAF Mabrouk»** qui nous a permis de bénéficier à la fois de ses compétences scientifiques et de sa grande disponibilité, tant pour résoudre les difficultés rencontrées lors de notre projet ou pour répandre à nos questions.

Nous le remercions aussi pour sa patience et ses encouragement ce qui nous a permis de travailler dans de bonnes conditions.

Grand remerciement à tous les ingénieurs du laboratoire de génie électrique.

Nos remerciements s'adressent également à tous les membres de Jury qui ont accepté de nous honorer de leur présence et de juger notre travail Merci.

Et à toute personne ayant contribué de près ou de loin à notre soutien moral.

DEDICACE

Je dédie ce mémoire à :

Mes parents :

Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.

Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit ; Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutient permanent venu de toi.

Mon frère Messaoud et mes sœurs qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.

Mon promoteur Mr DEFDAF Mabrouk qui m’a encouragé et pour sa confiance que je n’oublierai jamais.

Toute ma famille et mon binôme Ismail et sa famille à qui je souhaite bonne chance dans la vie et un chemin plein de réussite.

A tous mes amis sur tout à Hafid .

omar

DEDICACE

J'adresse mes remerciements avec un grand respect et gratitude à mes chers parents que je prie de trouver ici l'expression de ma reconnaissance et de mes sentiments les plus affectueux en espérant vous satisfaire avec une réussite permanente.

Ainsi qu'à mes sœurs et mon frère Abdennour , et tous mes collègues de la spécialité «Maintenance Industrielle».

A tous mes profs du primaire, CEM et du lycée et bien sur à notre docteur de l'université sur tout à notre encadreur monsieur « DEFDEF Mabrouk » et à tous ceux qui nous ont aidé de prés ou de loin pour ce travail. A mon binôme Omar ainsi qu'à sa famille, la famille Cheikhi.

Ainsi qu'à tous ceux qui me connaissent ; qui m'ont aidé et qui sont toujours présents à mes côtés, avec qui j'ai partagé le bon et le mauvais.

Ismail

SOMMAIRE

CHAPITRE III: GENERALITE SUR LA CHAINE DE MARKOV

CHAPITRE IV: ANALYSE FMD ET APPLICATION DES CHAINES DE MARKOV

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES SYMBOLES :

MTBF : (**M**ean **T**ime **B**etween **F**ailures) n'a de sens que pour un système réparable.C'est la duréeMoyenne entre deux défaillances consécutives

MDT : (**M**ean **D**own **T**ime) c'est la durée moyenne d'indisponibilité ou de défaillance. C'est le Temps moyen séparant la survenance d'une panne et la remise en état opérationnel du système

MTTR : (**M**ean **T**ime **T**o **R**epair) c'est le temps moyen mis pour réparer le s.

TBF : temps de bon fonctionnement entre deux défaillances

TTR : temps technique de réparation

f (t) : Densité de probabilité

F (t) : La fonction de répartition

R (t) : La fonction de fiabilité

λ (t) : Le taux de défaillance

D : Disponibilité

A∝ : disponibilité asymptotique

D_m : Disponibilité moyenne

D_i: Disponibilité intrinsèque

M(t) : La maintenabilité

μ**:** Taux de réparation

β : Paramètres de forme

γ : Paramètre de position

η : Paramètre d’échelle

D_n : la différence de test de Kolmogorov Smirnov

n_i : Cumuler les avaries

Ω :est un ensemble

F :est une tribu sur **Ω**, i.e. une très grande famille de sous-ensembles de **Ω** ;

ℙ :est une mesure de probabilité sur **Ω** : les seuls sous-ensembles de **Ω** pouvant être mesures par ℙsont ceux de la tribu F.

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE :

L'évaluation des performances des systèmes de production est une étape capitale dans le processus de développement de ces systèmes. Les techniques d'évaluation probabilistes fournissent à leurs concepteurs, par le biais de modèles donnant une représentation mathématique des systèmes, des méthodes leur permettant de prédire leur comportement par le calcul de mesures de performances.[1]

L'utilisation de ces méthodes a été reconnue depuis longtemps comme un facteur déterminant dans la prise de décisions lors de choix d'architectures, de politique de maintenance, de dimensionnement, de techniques de partage de ressources, etc.

La sûreté de fonctionnement d'un système , est la propriété qui permet à ses utilisateurs de placer une confiance justifiée dans le service qu'il leur délivre . [2]

La vie d'un système est perçue par ses utilisateurs comme une alternance entre deux états du service délivré par rapport à l'accomplissement de la fonction du système. Ces deux états du service sont le service correct, où le service délivré accomplit la fonction du système, et le service incorrect, où le service délivré n'accomplit pas la fonction du système. [1]

Une défaillance est alors une transition de service correct à service incorrect et une transition de service incorrect à service correct est une restauration. La quantification de l'alternance entre ces deux états du service permet de définir les mesures de la sûreté de fonctionnement.[3]

– Fiabilité : mesure de la délivrance continue d'un service correct ou, de façon équivalente, du temps jusqu'à défaillance.

– Disponibilité ponctuelle (ou instantanée) : probabilité d'avoir un service correct à un

instant donné.

– Disponibilité sur un intervalle : fraction de temps pendant lequel le service est correct sur un intervalle de temps donné.

– Maintenabilité : mesure de la délivrance continue d'un service incorrect ou, de façon équivalente, du temps jusqu'à restauration depuis la dernière défaillance .

On peut rajouter à ces mesures celles de per formabilité qui sont des mesures combinées de performance et de sûreté de fonctionnement .

Elles s'obtiennent en distinguant plusieurs modes de délivrance du service depuis la pleine capacité jusqu'à l'interruption totale.

Les processus de Markov sont à la base des modèles utilisés pour l'évaluation probabiliste des mesures de la sûreté de fonctionnement des systèmes productions complexes et amélioration des performances du système. En effet, les processus de Markov permettent d'approcher des distributions générales et leur souplesse de modélisation permet de tenir compte de phénomènes tels que les synchronisations ou plus généralement les dépendances stochastiques entre des composants d'un système ou entre un système et son environnement. En contrepartie, cette souplesse d'utilisation se traduit soit par l'augmentation du nombre des états du processus dans le cas fini, soit par l'augmentation de la complexité de sa structure dans le cas dénombrable.

Dans le contexte de la sûreté de fonctionnement, on va pouvoir, par exemple, représenter la durée d'un service incorrect, qui ne suit pas en général une loi de Weibull, par une loi de type phase qui permet, tout en conservant la propriété de Markov, non seulement d'approcher des lois générales mais aussi de différencier les durées successives du service incorrect suivant le type de défaillance qui a mené à ce service incorrect.

A travers ce projet nous avons mis en place une solution pour amélioration des performances opérationnelles des systèmes de production**.**

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres :

-Le premier chapitre est consacré à la présentation de l'entreprise «Les moulins du Hodna » et à un bref aperçu sur le procédé de fabrication du la farine;

-Dans le deuxième chapitre nous allons abordés une vue générale sur la fonction de maintenance et la sûreté de fonctionnement (fiabilité, sécurité, disponibilité, maintenabilité).

-Dans le troisième chapitre nous allons présenté généralités sur les processus de Markov . L'analyse des processus de Markov est un préliminaire nécessaire a l'étude des systèmes .

-Dans le quatrième chapitre sera consacré à la théorie de la FMD (Fiabilité Maintenabilité Disponibilité) ,nous avons présenté les principales lois mathématiques nécessaires mesurer la FMD

Ensuite , indices passe préalablement par une analyse statistique complète des historiques de la durée de panne et de réparation recueillies sur site pour chaque équipement.

Enfin nous allons baser sur le processus de Markov pour évaluer la probabilité disponibilité des appareil à cylindres

CHAPITRE I :

DESCRIPTION DE L'ENTREPRISE

I.1 INTRODUCTION

Dans les années d'indépendance, l'Algérie a transformé toutes sortes de blé en denrées alimentaires, afin de répondre aux besoins et aux exigences de la consommation nationale, et pour y parvenir, l'Algérie a établi des institutions pour la production de semoule et de farine de toutes sortes.

Dans ce chapitre, on nous présente le moulin à farine de la wilaya de M'sila

I.2L'HISTORIQUE :

En 1965 la transformation des blés est confiée à la (SN SEMPAC) qui a intégré les installations héritées de la période coloniales dont 62 minoteries, 23 semouleries et 09 fabriques de pâtes alimentaires.les moulins du HODNA M'sila ،Il a été établi le 2 octobre 1997.Dans le cadre de la restructuration de la Food Industries Corporation de céréales et de ses dérivés, "Riyad Setif"

Figure I.1 : La société Les moulins du Hodna[4]

I.3 LOCALISATION DU COMPLEXE

Statut juridique : société a responsabilité limitée << SARL >>

- Superficie total : 81.929 m^2
- Terrain Bâti : 15.583,60 m^2
- Terrain non Bâti : 66.642,40 m^2

Lieu d'implantation : située à 02 km de centre-ville ,de côté est Sur la route nationale qui mène de la wilaya de M'sila à la wilaya de Bordj Bou Arreridj

I.4 PRESENTATION DE LA SOCIETE

La société Les moulins du Hodna a été créée le 01/10/1997 avec un capital social de 60 000 000 de D.A, augmenté le 30/04/1998 à 479 000 000 D.A, augmenté en Décembre 2007 à 1.449.4600.000 DA.

- ✓ Nom commercial : ERIAD Sétif/spa, Les Moulins du Hodna.
- ✓ Statut juridique : Société par actions au capital 1.449.460.000 D.A

- ✓ Adresse : BP 111 route de B.B.A- M'sila.

Conformément à ses statuts, La société Les moulins du Hodna a pour missions, la production et la commercialisation la semoule et La farine

PATRIMOINE :

- ✓ Produits Fabriqués : Les Semoules + Les Farines+ Les Issues de Meuneries.
- ✓ Nombre de Semouleries : 02
  - 01 : Constructeur « Buhler » (Suisse).
    Date de mise en service 1981.
    Capacité installée : 1000Qx/J, augmentée à 1500 Qx/J en 1998

OBS : inscrite au plan développement 2013 pour une rénovation en minoterie de 1500 Qx/J.

- 02 : Constructeur « Golfetto » (Italie).
  Date de mise en service 1993.
  Capacité installée : 4000 Qx/J
- ✓ Nombre de Minoterie :
  - 01 : Constructeur « Buhler » (Suisse).
    Date de mise en service 1981.
    Capacité installée : 1000Qx/J, augmentée à 1500 Qx/J en 1998

OBS :inscrite au plan de développement 2013 pour une modernisation de 1500 Qx/J.

Potentiel de production :

Unité de production	Capacité de production Qx/J	Capacité de stockage Qx		Nom et origine du constructeur	Date de démarrage du moulin	Etat du Moulin
		Silo	Chambre (cellule)			
Semoulerie	4000	13 520	18 160	GOLFETTO	1993	Normal
Minoterie	1500	8400	4200	BUHLER	1981	Projet développement réalisation en cours

Tableau I.2 Potentiel de production[4]

Les produits fabriqués :

- La Semoule Extra
- La Semoule Courante
- La Semoule Complète
- La Semoule 3sf
- La Farine Supérieure

- La Farine Courante
- Le Son Gros

I.5 LES FONCTION DE LA SOCIETE :

I.5.1 La fonction administrative : c'est une occupation no productive mais elle est nécessaire et ayant des rôles comme les suivante :

- La garantie de la gestion administrative (gestion des dossiers , communication , orientation ……………. etc.) ;
- La garantie des activités de services techniques et productifs (études , approvisionnement , maintenance des appareils , production ……………………etc.) ;
- La garantie de la gestion financière et de la comptabilité (finance , inscriptions , évaluation ……………. etc.).

I.5.2 La fonction productive se consiste dans les rôles suivante :

- L'inscription les demandes des clients ;
- La vente des produits entiers tel que la semoule la farine et les produits secondaires comme les couscous et son .

I.6 LES ETAPES DU PROCESSUS PRODUCTIF

Ce processus dans cet établissement se base sur la transformation des matières premières qui se représentent dans le blé dur et le blé tendre , afin d'avoir des produits bien faits tels que la semoule et la farine de toute genre et encore obtenir des résidus de broyage tels que le son . Il ya des étapes :

I.6.1 ETAPE DE L'APPROVISIONNEMENT INTERIEUR

Cet étape comptant sur le transport des matières premières à partir des silos du stockage le service de la gestion des stockages vers les entrepôts d'atelier .

Sachant que processus est continu et ne s'arrête que en certains cas comme (la perturbation des machines du broyage , la réduction de la production ou déficit en l'approvisionnement) les matières premières se déplacent à travers un vecteur automatique entre les silos de l'approvisionnement et les unités de la production .

I.6.2 ETAPE DU PRMIER NETTOYAGE :

Il vient après que les entrepôts des ateliers soient bien approvisionnement ,où les quantités du blé se passent par des machines particulière du premier nettoyage de nature à nettoyer le blé des grandes impuretés superflu , on trouve qui il ya des machines spécifiques pour le nettoyage du blé de la matière de fer et d'autres pour le nettoyage des pierre et cailloux .

I.6.3 ETAPE DU NETTOYAGE FINAL :

Dans cet étape des quantités de blé se transmettent via des pompes aériennes à d’autre type des appareils du nettoyage . ceux derniers ayant la mission des mouvements de vibration de grains de blé où ceux derniers sont roulés vers lev bas et ramassés dans les flux du stockage , mais les restes des résidus sont jetés vers l’haut à la poubelle .

I.6.4 ETAPE D’AJOUTEMENT DES EAUX :

Le responsable de la production ajoute des quantités des eaux pour que elle devienne l’humidité varier entre 15% et 15,8% . sachant que les quantités de blé net stocké doivent avoir l’humidité différente et l’humidité précise se roule en fonction des critères techniques afin de faciliter le processus du broyage plus tard , et ainsi pour aider à isoler la couverture extérieure qui en résulte des résidus de broyage , pour rappeler on se trouve des appareil ayant le rôle de déterminer les quantités des eaux ajoutées et d’autres pour contrôler l’humidité .

I.6.5 PERIODE DE L’ATTENTE TECHNIQUE :

Il doit avoir du temps pour absorber le blé des quantités des eaux ajoutés . En plus , l’augmentation de l’humidité à un niveau désiré .

La période de l’attente se varie d’après la qualité de blé , le moyen de l’attente de blé dur estimé à 4 heures alors que le blé tendre allant jusque à 8 heures . généralement d’après l’humidité première qui se trouve à la matière variant entre 7% et 10% .

I.6.6 PROCESSUS DE BROUAGE :

Les machines de broyage casse les graines de blé d’après les exigences technique faites par le service de la production dans le but de conserver la spécificité de la graine de blé et d’isoler la couverture extérieure à la pulpe .

I.6.7 ETAPE DU TRIAGE :

Chaque processus de broyage est suive directement celui du triage , les graines de blé cassé se passent par un tamis (une passoire) classifie techniquement d’après le degrés de l’ouverture et l’enfermement des pores . ce processus en résulte soit des molécules (particules) grossières . ceux dernières revenant au processus de broyage du nouveau et soit une matière bien préparée et classifiable .Les deus opérations du broyage et triage forment un cercle fermé (circuit fermé) à savoir le processus du broyage ne s’arrête que en cas de la classification des molécules à une matière bien préparée est faite .

I.6.8 ETAPE DE RAMASSAGE DES ARTICLES ET LEUR STOCKAGE :

Le processus de triage en résulte la classification des molécules où chaque article passe sur le type du produit et chaque article franchit un tel flu arrivant en fin jusque aux silos des stockage des produits préparés .

I.6.9 ETAPE DE L'EMBALLAGE ET STOCKAGE :

Le processus de l'emballage vient Just après le processus du stockage de matière préparé dans les silos d'ateliers , les personnel prépare des sacs et une fois que les sacs mettent sur l'ouverture de conals et appuyer sur le bouton que le processus de la décharge débute à fonctionner automatiquement au poids détermine , et par la suite le passage des sacs sur une machine à couture après avoir posé la carte des données particulière du producteur (tels que la date de production et celle d'expiration)

Le produit se mets en de hors des ateliers vers des espacés du stockage , en utilisant des vecteurs spécifique et par cela le produit devient préparer au marketing .

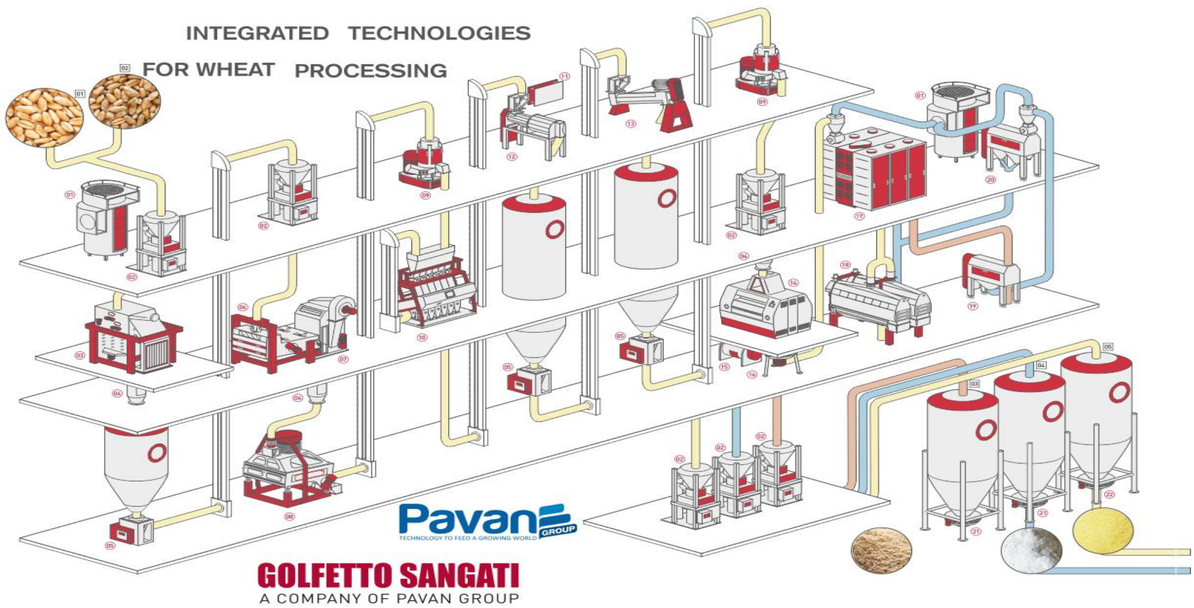


Figure I.2 : procède de fabrication[5]

I.7 CONCLUSION

La société algérienne (Les moulins du Hodna) à une grande importance au niveau algérien , grâce à sa production et sa commercialisation de semoule et de farine de toutes sortes, remarquant que l'atelier principale dans cette entreprise c'est l'atelier de meunerie .

CHAPITRE II :

Généralité sur la Maintenance et la sûreté de fonctionnement

II.1 INTRODUCTION

La maintenance s'inscrit parmi les contraintes que rencontre tout exploitant d'une installation industrielle. Plus généralement, une installation de production nécessitant un ensemble de moyens matériels et humains n'est en mesure d'assurer le service qu'on lui demande qu'après avoir surmonté diverses contraintes, dont la maintenance des équipements de production utilisés. Construire une usine ou un atelier ne sert à rien en l'absence de production significative, ou de personnel qualifié, ou d'un système d'organisation permettant le maintien en état des installations. Ce constat explique la tendance actuelle de l'usine vendue « produit en main», alors que celle jadis universellement adoptée correspond à l'usine livrée «clés en main». Il faut donc penser, dès que l'on conçoit une nouvelle installation, aux moyens qui seront nécessaires pour sa future exploitation. On ne compte plus les échecs économiques, notamment dans les pays en voie de développement, pour cause de déficience de main d'œuvre suffisamment qualifiée, tant en production qu'en maintenance, et pour manque de moyens appropriés. Des rapports de l'Organisation des Nations Unies pour le Développement Industriel (ONUDI) indiquent qu'environ 40% des usines restent inutilisées. La production et la maintenance sont donc indissociables .[6]

Les cahiers des charges ainsi que les contrats devraient impérativement mentionner outre les objectifs de production, les critères fondamentaux de la maintenance en partant du principe général que toute installation destinée à l'exploitation doit être forcément entretenue.[7]

La sûreté de fonctionnement d'une machine en tenant compte de l'aspect sécurité et les critères visant à éviter un entretien fréquent, difficile et coûteux se résument en trois points connus sous la notion F.M.D. que le concepteur devrait tenir compte lors des études d'engineering: Fiabilité Maintenabilité Disponibilité .[7]

II .2 LA MAINTENANCE

II.2.1 **DEFINITION[8]**

La maintenance est l'ensemble des actions permettant de maintenir ou de rétablir un bien dans un état spécifié ou en mesure d'assurer un service déterminé . Bien maintenir, c'est assurer l'ensemble de ces opérations au coût optimal.

La définition de la maintenance fait donc apparaître 4 notions :

1. Maintenir : qui suppose un suivi et une surveillance ;
2. Rétablir : qui sous entend l'idée d'une correction de défaut ;
3. Etat spécifié et service déterminé : qui précise le niveau de compétences et les objectifs attendus de la maintenance ;
4. Coût optimal : qui conditionne l'ensemble des opérations dans un souci d'efficacité économique .

II.2.2 OBJECTIFS DE LA MAINTENANCE [9]

Nous pouvons identifier deux objectifs majeurs de maintien d'un site de production :

1. l'un est à dominante économique : réduire les dépenses et à travers elles, le budget du service ;
2. l'autre est à dominante opérationnelle : améliorer la disponibilité du système productif et à travers elle, la productivité.

Nous allons recenser les autres objectifs , qui peuvent concerner la maintenance à certains moments de la vie de l'entreprise soumise à des contraintes cycliques. Suivant leur nature, ces objectifs peuvent faire l'objet de projets à moyen ou long terme.

– objectif initial : sortir du cercle vicieux de l'entretien « plus il y a de pannes, plus je cours ; plus je cours, plus il y a de pannes » ;
– objectif réglementaire : se mettre en conformité avec des aspects réglementaires liés au secteur d'activité ;
– objectif sécuritaire : assurer la sécurité des biens, des hommes de maintenance, des utilisateurs ou des usagers ;
– objectif « qualité »: rechercher une certification ISO 9000 ou l'agrément d'un client important ;
– objectif « environnement » : tout mettre en œuvre pour respecter l'environnement et/ou recherche de la certification ISO 14000 ;

II.2.3 ROLEDELAMAINTENANCE [8] :

Le service maintenance doit mettre en œuvre la politique de maintenance définie par la direction de l'entreprise ; cette politique devant permettre d'atteindre le rendement maximal des systèmes de production.

Cependant, tous les équipements n'ont pas le même degré d'importance d'un point de vue maintenance. Le service devra donc, dans le cadre de la politique globale, définir les stratégies les mieux adaptées aux diverses situations. La fonction maintenance sera alors amenée à établir des prévisions ciblées :

Prévisions à long terme : elles concernent les investissements lourds ou les travaux durables. Ce sont des prévisions qui sont le plus souvent dictées par la politique globale de l'entreprise.

Prévisions à moyen terme : la maintenance doit se faire la plus discrète possible dans le planning de charge de la production. Il lui est donc nécessaire d'anticiper, autant que faire se peut, ses interventions en fonction des programmes de production. La production doit elle aussi prendre en compte les impératifs de suivi des matériels.

Prévisions à courts termes : elles peuvent être de l'ordre de la semaine, de la journée, voire de quelques heures. Même dans ce cas, avec le souci de perturber le moins possible la production, les interventions devront elles aussi avoir subi un minimum de préparation.

II.2.4 LES METHODESDE MAINTENANCE :

Le choix entre les méthodes de maintenance s'effectue dans le cadre de la politique de la maintenance et doit s'opérer en accord avec la direction de l'entreprise . Pour choisir, il faut être informé des objectifs de la direction, des décisions politiques de maintenance , mais il faut aussi connaître le fonctionnement et les caractéristiques des matériels ; le comportement du matériel en exploitation ; les conditions d'application de chaque méthode ; les coûts de maintenance et les coûts de perte de production.[10]

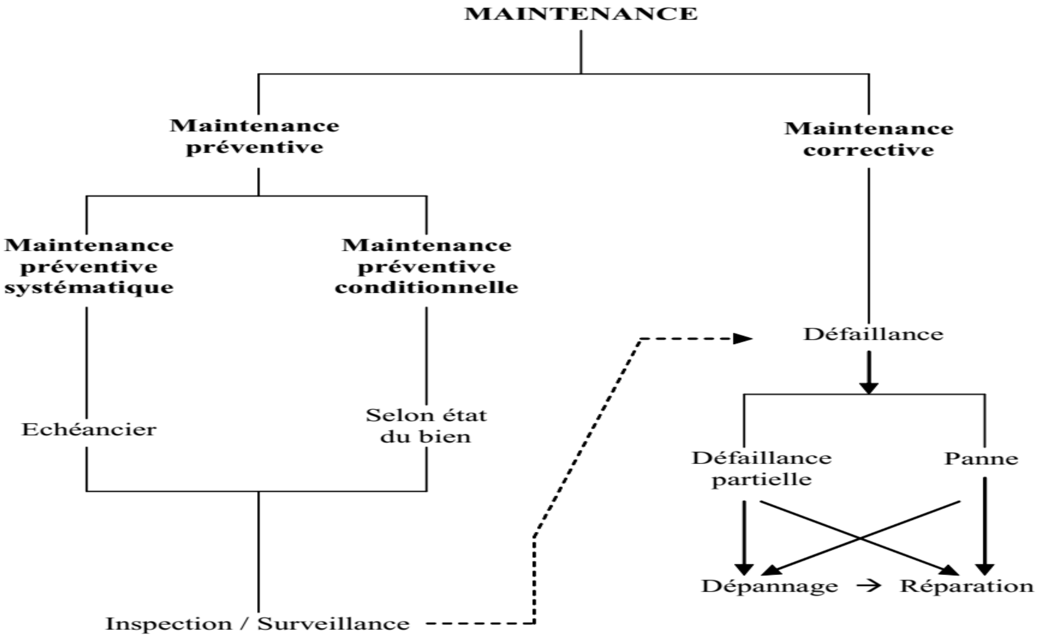


Figure II.1: Les méthodes de la maintenance[5]

II.2.4.1LA MAINTENANCE CORRECTIVE [11]

a) **Définition** : «Opération de maintenance effectuée après défaillance »

La maintenance corrective correspond à une attitude de défense (**subir**) dans l'attente d'une défaillance fortuite, attitude caractéristique de l'entretien traditionnel.

b) Opérations de la maintenance corrective :

Après apparition d'une défaillance, le maintenance doit mettre en œuvre un certain nombre d'opérations dont les définitions sont données ci-dessous. Ces opérations s'effectuent par étapes (dans l'ordre) :

- **test** : c'est à dire la comparaison des mesures avec une référence.
- **détection** ou action de déceler l'apparition d'une défaillance.
- **localisation** ou action conduisant à rechercher précisément les éléments par lesquels la défaillance se manifeste.
- **diagnostic** ou identification et analyse des causes de la défaillance.

- **dépannage, réparation** ou remise en état (avec ou sans modification).
- **contrôle** du bon fonctionnement après intervention.
- **amélioration éventuelle** : c'est à dire éviter la réapparition de la panne.
- **historique** ou mise en mémoire de l'intervention pour une exploitation ultérieure.

II.2.4.2 LA MAINTENANCE PREVENTIVE

a) Définition [1]: «Maintenance effectuée selon des critères prédéterminés, dans l'intention de réduire la probabilité de défaillance d'un bien ou la dégradation d'un service rendu. »

Elle doit permettre d'éviter des défaillances des matériels en cours d'utilisation. L'analyse des coûts doit mettre en évidence un gain par rapport aux défaillances qu'elle permet d'éviter.

b)La maintenance préventive systématique [10]

Les remplacements des pièces et des fluides ont lieu quelque soit leur état de dégradation, et de façon périodique.

- Ce style de maintenance consiste à changer un équipement ou une pièce avant qu' un bris entraînant de coûts encore plus élevés ne survienne
- Ce style de maintenance est surtout appliqué aux équipements de grande valeur
- L'avantage de ce type de maintenance est qu'il permet de bien contrôler les coûts associés à l'entretien et de maintenir l'état des équipements afin d'éviter des bris fatals

c)La maintenance préventive conditionnelle [10]

Les remplacements ou les remises en état des pièces, les remplacements ou les appoints en fluides ont lieu après une analyse de leur état de dégradation.

Une décision volontaire est alors d'effectuer les remplacements ou les remises en état nécessaires.

d)Opérations de la maintenance préventive[11]

Ces opérations trouvent leurs définitions dans la norme NF X 60-010

•**Inspection** : contrôle de conformité réalisé en mesurant, observant, testant ou calibrant les caractéristiques significatives d'un bien ; elle permet de relever des anomalies et d'exécuter des réglages simples ne nécessitant pas d'outillage spécifique, ni d'arrêt de la production ou des équipements (pas de démontage).

•**Contrôle** : vérification de la conformité à des données préétablies, suivie d'un jugement. Ce contrôle peut déboucher sur une action de maintenance corrective ou alors inclure une décision de refus, d'acceptation ou d'ajournement.

•**Visite** : examen détaillé et prédéterminé de tout (visite générale) ou partie (visite limitée) des différents éléments du bien et pouvant impliquer des opérations de maintenance du premier et du deuxième niveau ; il peut également déboucher sur la maintenance corrective.

•**Test** : comparaison des réponses d'un système par rapport à un système de référence ou à un phénomène physique significatif d'une marche correcte.

•**Echange standard** : remplacement d'une pièce ou d'un sous-ensemble défectueux par une pièce identique, neuve ou remise en état préalablement, conformément aux prescriptions du constructeur.

•**Révision** : ensemble complet d'examens et d'actions réalisées afin de maintenir le niveau de disponibilité et de sécurité d'un bien. Une révision est souvent conduite à des intervalles prescrits du temps ou après un nombre déterminé d'opérations. Une révision demande un démontage total ou partiel du bien. Le terme révision ne doit donc pas être confondu avec surveillance. Une révision est une action de maintenance de niveau 4.

•Les trois premières opérations sont encore appelées « **opérations de surveillance** ». Elles caractérisent parfaitement la phase d'apprentissage et sont absolument nécessaires si on veut maîtriser l'évolution de l'état réel d'un bien. On accepte donc de payer pour savoir puis pour prévenir. Elles sont effectuées de manière continue ou à intervalles prédéterminés ou non, calculés sur le temps ou sur le nombre d'unités d'usage

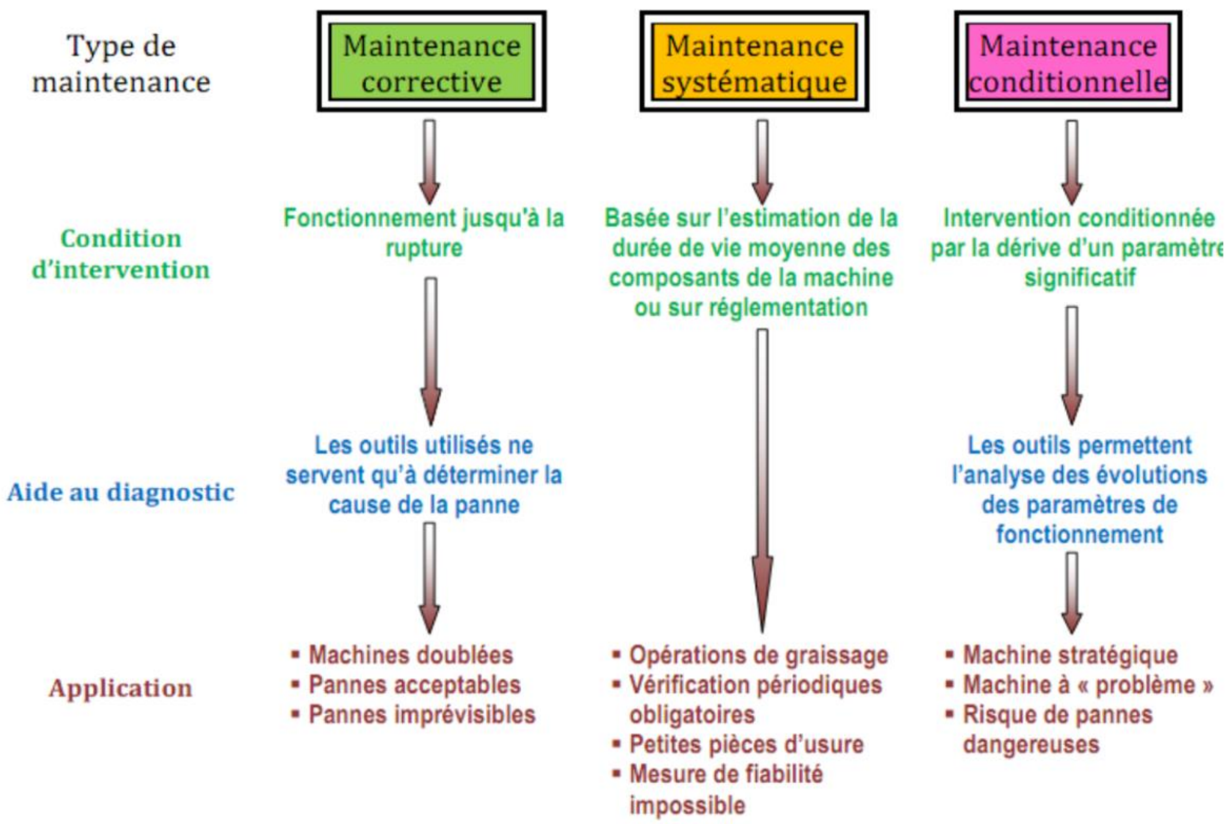


Figure II.2: Applications des méthodes de maintenance[11]

II.3 LA SURETÉ DE FONCTIONNEMENT

II.3.1 DEFINITION[12] :

La sûreté de fonctionnement des systèmes industriels est définie au sens large comme étant« la science des défaillances » Elle comprend différents paramètres tels que : la Fiabilité, la Maintenabilité , la Disponibilité, la Sécurité.

La sûreté de fonctionnement couvre toutes les étapes du cycle de vie d'un système : conception, fabrication, exploitation.

II.3.2 CONCEPTS DE BASE ET SURETE DE FONCTIONNEMENT

II.3.2.1 FIABILITE

la fiabilité est l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise, dans des conditions d'utilisation et pour une période de temps déterminées

le terme « fiabilité » est utilisé comme une caractéristique indiquant une probabilité de succès[13]

La fiabilité nommé: R (t) = $e^{-\lambda t}$= P (T > t). avec: t> 0 et λ> 0 L'aptitude contraire est appelée défiabilité , et est définie par :

F(t)=1-R(t)= P (T <t). [12]

II.3.2.1.1 FONCTIONS FIABILITE ET DEFIABILITE[12]:

fiabilité à la date t, notée R(t): probabilité d'atteindre la date t sans défaillance défiabilité à la date t (notée F(t): probabilité de défaillance avant t fig(2.3)

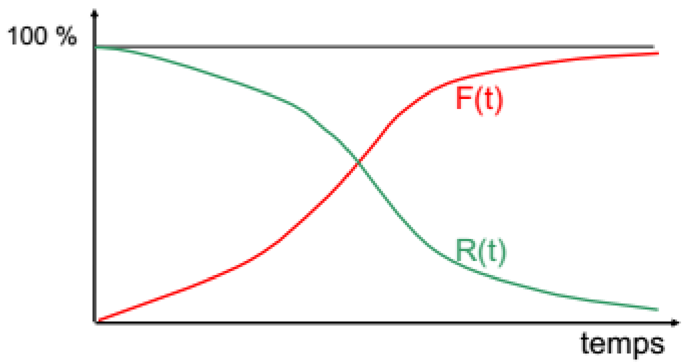


Figure II.3: Fonctions fiabilité et défiabilité[13]

II.3.1.1.2 DENSITE DE DEFAILLANCE[12]:

La densité de probabilité de l'instant de la défaillance T s'obtient en dérivant la fonction de répartition F (t) : f(t)=dF(t)/dt=-dR(t)/dt

II.3.1.1.3 TAUX DE DEFAILLANCE[12]:

A partir de la connaissance des termes R (t), f (t) et F (t), on peut dénier la notion de taux de défaillance au temps t qui est noté universellement par λ(t). Formellement λ(t)dt représente la probabilité d'avoir une défaillance entre (t+dt),sachant qu'il n'y a pas eu défaillance entre sur [0, t].

En appliquant le théorème des probabilités conditionnelles, il vient, si dt est petit:

$\lambda(t)=[-1/R(t)][dR(t)/dt]$

II.3.1.1.4 MOYENNE DE TEMPS DE VIE AVANT LA PREMIERE DEFAILLANCE:

Une grandeur moyenne associée à la fiabilité souvent utilisée est le temps moyen de fonctionnement d'une entité ou moyenne de temps de vie avant la première défaillance (Mean operating Time To Failure) :

$MTTF=\int R(t)dt$ [12]

II.3.1.1.5 FIABILITE D'UN SYSTEME [13]

- **Système série**: la défaillance d'un seul composant entraîne la défaillance du système

$Rsyst(t)=\prod_{(1 à n)} Ri(t)$

- **Système parallèle**: il faut que tous les composants soient défaillants pour que le C1 système soit défaillant (chacun des composants peut assurer seul la mission)

$Rsyst. (t) = 1 - \prod(1 \text{ à } n) [1 - Ri(t)]$

- **système mixte**: constitué de sous-ensembles série, en parallèle

II.3.2.2 DISPONIBILITE :

aptitude d'un dispositif(équipement, système, service), sous les aspects combinés de sa fiabilité, de sa maintenabilité et de la logistique de maintenance, à remplir ou à être en état de remplir une fonction à un instant donné ou dans un intervalle de temps donné [13]

La disponibilité nommé: $A(t)=MUT/MTBF$

Les grandeurs moyennes associées à la disponibilité les plus courantes sont :

— le temps moyen de disponibilité (TMD) ou durée de bon fonctionnement après réparation ,ou mean up time (MUT) :durée moyenne de fonctionnement après la réparation et la défaillance suivante.

—le temps moyen d'indisponibilité (TMI) ou durée moyenne d'indisponibilité, ou mean down (MDT) : durée moyenne entre une défaillance et la remise en état suivante.

— la durée moyenne entre défaillance notée MTBF(mean time between failure) : durée moyenne entre deux défaillances consécutives de l'entité. En général, on a la relation: MTBF = MUT + MDT[12]

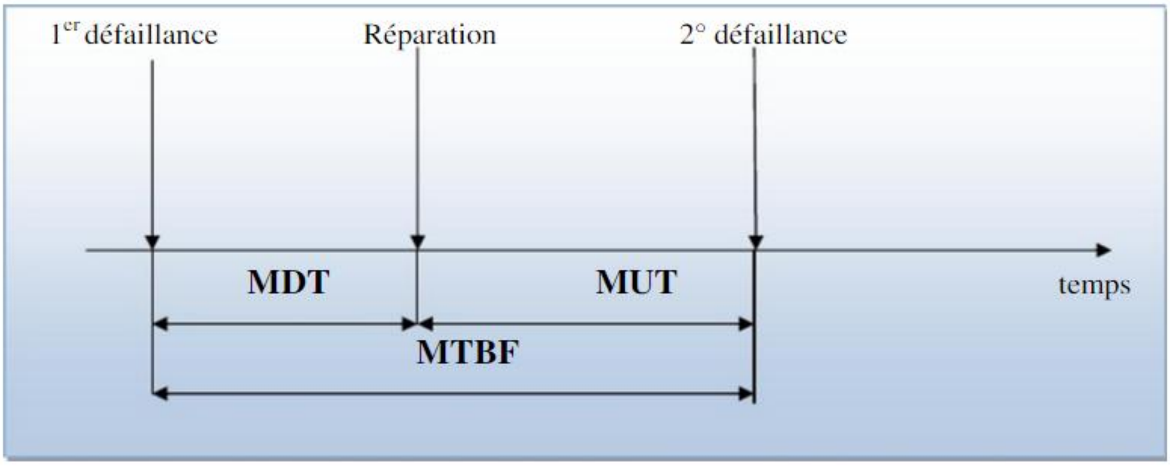


Figure I.4: Représentation de MTBF,MDT,MUT [12]

II.3.2.3 MAINTENABILITE:

• dans des conditions données d'utilisation ,la maintenabilité est l'aptitude d'un dispositif à être maintenu ou rétabli dans un état dans lequel il peut accomplir sa fonction requise, lorsque la maintenance est effectuée dans des conditions données avec des procédures et des moyens prescrits

• le terme « maintenabilité » est aussi défini comme une caractéristique indiquant une probabilité pour que le dispositif soit réparé dans un intervalle de temps donné[13]

MTTR: Le terme MTTR (mean time to repair) est la durée moyenne jusqu'à la réparation d'une entité réparable. Pour cette variable aléatoire, le MTTR se calcule par la formule :

$$MTTR=\int(1-M(t))dt$$ [12]

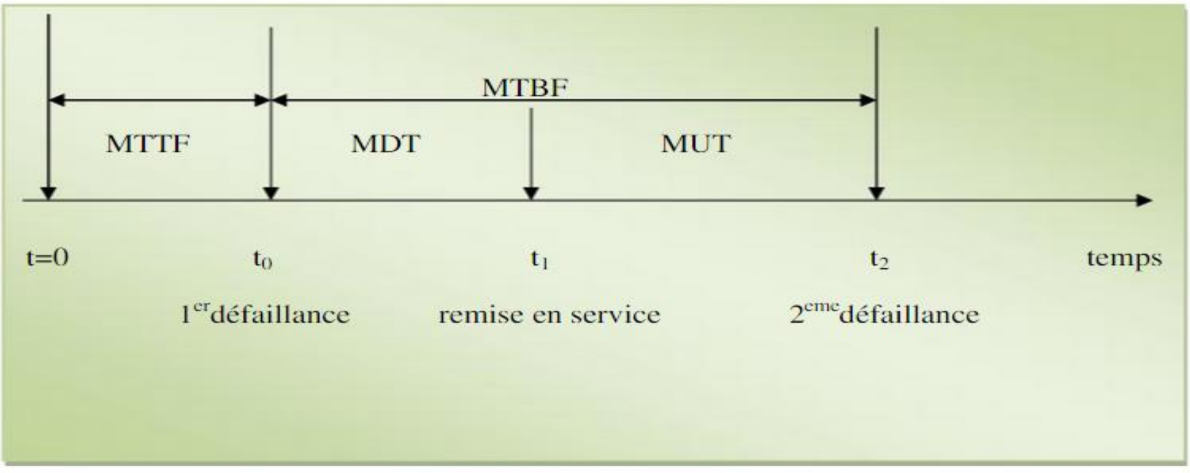


Figure I.5: Relation entre les liens temporels [12]

II.3.2.4. SECURITE [13]

aptitude d'un système à ne pas générer, des conditions données, des évènements critiques ou catastrophiques

probabilité que le système évite de faire apparaître, dans des conditions données, des évènements critiques ou catastrophiques

Sécurité d'une machine:

aptitude d'une machine à accomplir sa fonction, à être transportée, installée, mise au point, entretenue et mise au rebut dans les conditions d'utilisation normale spécifiées dans la notice d'instructions, sans causer de lésion ou d'atteinte à la santé

Risque:

le risque relatif au phénomène dangereux considéré est une fonction de la gravité du dommage possible pouvant résulter du phénomène dangereux considéré et de la probabilité d'occurrence du dommage

II. 3.3 LE BUT DE LA SURETE DE FONCTIONNEMENT [12]

La sûreté de fonctionnement est une notion générique qui mesure la qualité de service délivré par un système, de manière à ce que l'utilisateur ait en lui une confiance justifiée.

Cette confiance justifiée s'obtient à travers une analyse qualitative et quantitative des différentes propriétés du service délivré par le système, mesurée par les grandeurs probabilistes associées : fiabilité, maintenabilité, disponibilité, sécurité.

II. 3.4 METHODES ET OUTILS DE LA SURETE DE FONCTIONNEMENT [14]

Pour l'analyse fonctionnelle, les principaux outils utilisés sont les suivants:

- **SADT (system analysais and design technique)** :c'est une méthode d'analyse par niveaux successifs d'approche descriptive d'un ensemble, quel qu'il soit. On peut l'appliquer aussi bien à la gestion d'une entreprise qu'à un système automatisé.
- **BDF (blocs diagrammes fonctionnels) :** méthode de découpage fonctionnel du système.
- **Méthode MISME** : cette méthode considère l'ensemble des composants du système avec leurs interactions, ainsi que les milieux environnants.

Pour l'analyse dysfonctionnelle, on peut recourir à :

❖ Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leurs Criticités (AMDEC)

L'Analyse des Modes de Défaillances, de leurs Effets et de leur Criticité, extension de l'AMDE (Analyse des Modes de Défaillances et de leurs Effets), est une méthode ascendante qui, à partir d'un recensement des défaillances susceptibles d'affecter un système et de leur criticité, permet d'évaluer les effets de chaque mode de défaillance des composants du système sur les différentes fonctions de celui-ci et d'identifier ceux influant les caractéristiques FMDS du système . Il est mis en évidence pour chaque mode de défaillance : les causes, les effets, les moyens de détection, ceux de compensation,...

❖ Arbre de Défaillance (AdD)

L'analyse par un Arbre de Défaillances (AdD) est une méthode qui permet, à partir d'un événement redouté, recensé à l'aide d'une APR, de déterminer les enchaînements d'évènements ou combinaisons d'évènements pouvant conduire à cet événement redouté. Cette analyse permet de descendre de cause en cause jusqu'aux évènements de base susceptibles d'être à l'origine de l'événement redouté.

L'analyse par un arbre des défaillances est fondée sur les principes suivants :

– un événement est une combinaison d'événements de base non décomposables ;

–les évènements de base sont indépendants ;

–la probabilité d'occurrence des événements de base peut être évaluée.

Les liens entre les différents évènements sont réalisés grâce à des opérateurs logiques (ET, OU,...).

Cette méthode utilise une représentation graphique qui permet de présenter les résultats dans une structure arborescente.

❖ Diagramme de fiabilité (DF)

Le diagramme de fiabilité permet de déterminer la fiabilité globale d'un système et présente l'intérêt d'offrir une modélisation quasi directe de sa vue fonctionnelle.

La représentation consiste en la juxtaposition série, parallèle ou mixte de blocs associés aux entités de base du système traduisant les conditions d'accomplissement du service à fournir par le système. L'association d'une expression booléenne à la structure topologique permet d'accéder à des résultats quantitatifs.

- **Réseaux bayésiens (RB)**

Basé sur les probabilités conditionnelles et dérivé du théorème de Bayes, cet outil permet d'établir une prévision du futur à partir du passé. Il utilise deux composantes :

. un graphe causal orienté et acyclique ; les nœuds représentent les variables d'intérêt du domaine, les arcs les relations de dépendance entre ces variables (le graphe est une représentation qualitative de la connaissance),

. un ensemble de distributions locales de probabilités qui constituent les paramètres du réseau ; chaque nœud comporte une table de probabilité représentant la distribution locale de probabilité qui ne dépend que de l'état des parents du nœud (les tables sont une représentation quantitative de la connaissance).

- **Graphes de Markov (GM)**

Les graphes de Markov sont une représentation des systèmes permettant de rendre compte de leur comportement en tenant compte des dépendances entre leurs éléments constitutifs. L'approche est basée sur l'identification des différents états du système (Méthode de l'Espace d'Etats) et l'analyse de la dynamique d'évolution entre ces états

Les sommets du graphe correspondant aux différents états du système ; les sommets sont reliés par des arcs values à l'aide de taux (ou de probabilités) de transition non nuls associés aux évènements correspondant aux conditions de passage (les transitions) qui font évoluer le système d'un état à un autre.

Les graphes de Markov sont couramment utilisés pour étudier la fiabilité des systèmes réparables .

Le modèle associe une représentation graphique et son écriture matricielle (matrice de transition).

Les traitements relèvent de calcul matriciel à partir de l'équation de Chapman Kolmogorov :

à chaque instant t, la probabilité d'occupation d'un état du système ne dépend que la distribution initiale (à t=0) d'occupation des états et de la matrice de transition,

Les résultats sont quantitatifs : probabilités d'occupation d'états, fréquence d'événements,…, en régime transitoire ou permanent.

Une structure de coût (bénéfices, pénalités,…) peut-être associée aux temps d'occupation d'états ou aux événements déclencheurs de changement d'états permettant d'établir facilement différentes caractéristiques économiques.

II.4 CONCLUSION

Le présent chapitre, nous a permis d'exprimer quelques notions de la maintenance industrielle telle que les types de maintenance, la politique de maintenance a pour objectif première de porter l'outil de production à son meilleur potentiel de disponibilité et ce, au coût minimal . La sûreté de fonctionnement rend compte de l'aptitude du système à remplir sa mission et à résister aux défaillances .

Les méthodes d'analyse fonctionnelle sont indispensable pour réalisé une décomposition fonctionnelle et matérielle d'une installation industrielle en cours de conception ou en fonctionnement ,Il n'existe pas de bonne ou de mauvaise méthode, chacune possède des avantages et des inconvénients qui lui sont propres, une méthode particulière est donc généralement plus ou moins adaptée au contexte de l'installation étudiée .

A noter que pour notre projet, nous avons choisi la méthode chaîne de Markov qui on va la expliquer dans le chapitre suivant

CHAPITRE III :

Généralité sur la Chaîne de Markov

III.1 INTRODUCTION[15]

La notion de chaîne a été introduite en 1902 par Andrei Markov dans le but de formaliser des problèmes d'épistémologie et de cryptage.

L'espace d'états est alors fini et, durant une longue période, beaucoup d'utilisateurs se sont contentés de manipulations matricielles qui trouvent rapidement leurs limites, même avec les moyens informatiques actuels. Ce n'est que vers les années 1940-1950 qu'est apparu un formalisme beaucoup mieux adapté, proposant des modes opératoires effectifs qui s'inspirent de la théorie générale des processus stochastiques et de la théorie du potentiel. La présentation qui en est faite ici est volontairement élémentaire et ne nécessite que des connaissances de base en probabilités. En effet, l'on se restreint ici à un espace d'états dénombrable et l'on ne fait pas usage de concepts plus élaborés comme les filtrations ou la théorie des martingales. La notion de dépendance markovienne est très intuitive ; par contre, les techniques de calcul demandent plus de dextérité et d'entraînement. C'est pourquoi un grand nombre de preuves et d'exemples sont fournis, pour permettre au lecteur de s'exercer à la manipulation d'outils nouveaux. Quelques preuves sont aussi rédigées pour pallier la lourdeur de certaines présentations, principalement en ce qui concerne celles décrites dans le paragraphe . En ce qui concerne les applications, qui sont extrêmement nombreuses, le choix s'est porté sur quelques exemples qui débouchent sur des procédures algorithmiques génériques, relativement récentes et d'un usage très répandu : algorithmes de recherche de mesures invariantes (Propp-Wilson, Metropolis), de la programmation dynamique (Bellman) et des chaînes de Markov cachées (E.M.).

III.2 DEFINITION[16]

On se place sur un espace de probabilité $(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{F}, \mathbb{P})$. Dans toute la suite, les variable saléatoires seront définies sur cet espace de probabilité. De plus, par convention, chaque condition faisant intervenir la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}(A|B)$ n'est supposée vérifiée que pour $\mathbb{P}(B) > \mathbf{0}$. On exclut le cas contraire où$\mathbb{P}(B) = \mathbf{0}$, qui revient à diviser par zéro.

DEFINITION 1: Le processus stochastique $(X_n)_n \geq 0$ à valeurs dans E ensemble fini ou dénombrable est une chaîne de Markov si $\forall n \in N$, $\forall i_0, \ldots i_n, y \in E$,

$\mathbb{P}(X_{n+1} = j|X_0 = i0, \ldots X_n = i_n) = \mathbb{P}(X_{n+1} = j|X_n = i_n)$.

On va tout d'abord démontrer qu'une suite de variables aléatoires $(X_n)_n \geq 0$ vérifiant (1.2) est bien une chaîne de Markov.

Lemme : Soit E et F deux ensembles dénombrables. Soit f : $\mathbb{N} \times E \times F \to E$. Soit X_0 à valeurs dans E et $(Y_n)n \geq 0$ à valeurs dans F, indépendantes et indépendantes de X_0. Alors le processus définit par: $X_{n+1} = f(X_n, Y_{n+1}, n), n \geq 1$,est une chaîne de Markov.

DEFINITION 2: Soit μ une probabilité sur E et P une matrice markovienne. Un processus stochastique $(X_n)n \geq 0$ à valeurs dans E et défini sur un espace de probabilité $(\boldsymbol{\Omega}, F, \mathbb{P})$ est une chaîne de Markov (μ,P) si :

(i) $\mathbb{P}(X_0 = i) = \mu_i$, $\forall i \in E$.

(ii) $\mathbb{P}(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, \ldots X_n = i) = P_{ij}$, $\forall i_0, \ldots i,j \in E$.

III.3 PROPRIETE DE MARKOV[17]

La propriété suivante généralise la définition en exprimant que, sachant la position présente X_n, le futur $(X_n, X_{n+1}, \ldots)$ est indépendant du passé $(X_0, \ldots, X_n)$ et suit la loi $\mathbb{P}_{X_n}$.

III.3.1PROPOSITION (PROPRIETE DE MARKOV FAIBLE AU TEMPS n)

Pour tout n, pour tous si $i_0, \ldots i_n, \in E$ (tels que $\mathbb{P}(X_0 = i_0, \ldots, X_n = i_n) > 0$),

sachant $X_0 = i_0, \ldots, X_n = i_n$, $(X_{n+k})_{k\geq 0}$ suit la loi $\mathbb{P}_{i_n}$.

Autrement dit,

pour toutes fonctions $f : E^n \to \mathbb{R}$ et $g : E^N \to \mathbb{R}$ mesurables bornées,

$\mathbb{E}[f(X_0, \ldots, X_n)g(X_n, X_{n+1}, \ldots)] = \mathbb{E}[f(X_0, \ldots X_n)\mathbb{E}_{X_n}[g(X_0, X_1, \ldots)]]$.

III.3.2DEFINITION

Un temps d'arrêt de $(X_n)_n$ est une variable aléatoire τ à valeurs dans $\mathbb{N}\cup\{\infty\}$ telle que, pour tout n,

$\{\tau = n\} \in \sigma(X_0, \ldots, X_n)$

On rappelle que $\sigma(X_0, \ldots, X_n)$ est la tribu engendrée par $X_0, \ldots, X_n$: c'est l'ensemble des événements qui ne dépendent que de $X0, \ldots, Xn$. τ est donc un temps d'arrêt si, pour tout n, on peut savoir si $\tau =$ n à partir de la seule connaissance de $X_0, \ldots, X_n$. Si on découvre $X_0; X_1, \ldots$ l'un après l'autre, on peut donc s'« arrêter » à X_τ .

III.3.3 PROPOSITION (PROPRIETE DE MARKOV FORTE AU TEMPS τ)

Pour tout temps d'arrêt τ, pour tout n, pour tous $i_0, \ldots i_n, \in E$ (tels que ...)

sachant $\tau = n$ et $= i_0, \ldots, X_n = i_n$, $(X_{\tau+k})_{k\geq 0}$ suit la loi $\mathbb{P}_{i_n}$.

Autrement dit,

pour toutes fonctions $f : E^n \to \mathbb{R}$ et $g : E^N \to \mathbb{R}$mesurables bornées,

$\mathbb{E}[1_{\{\tau=n\}}f(X_0, \ldots, X_n)g(X_n, X_{n+1}, \ldots)] = \mathbb{E}[1_{\{\tau=n\}}f(X_0, \ldots Xn)\mathbb{E}_{X_\tau}[g(X_0, X_1, \ldots)]]$.

III. 3 CLASSIFICATION DES ETATS[18]

III.3.1 CLASSES IRREDUCTIBLES

III.3.1.1 DEFINITION : Soient i et j deux états de E. On dit que l'´etat j est accessible depuis l'´etat i si

$$\exists n \in \mathbb{N}, P_{i,j}^{(n)} = \mathbb{P}(X_n = j \mid X_0 = i) > 0.$$

On dit que les états i et j communiquent si chacun est accessible depuis l'autre.

On note alors $i \leftrightarrow j$.

III.3.1.2 PROPOSITION La relation $\leftrightarrow$ est une relation d'équivalence sur E

L'espace E peut donc être partitionné en classés d'équivalence pour la relation $\leftrightarrow$, appelées classes irréductibles . Nous insisterons dans les paragraphes suivants sur le fait que les états d'une même classe irréductible ont des propriétés équivalentes vis à vis de la chaîne (récurrence, transience et périodicité).

Lorsque l'espace E est réduit à une seule classe (i.e. tous les états communiquent), on dit que la chaîne est irréductible . En général, E se partitionne en états isolés dans lesquels on ne revient jamais une fois qu'on les a quittes, et en classes irréductibles disjointes.

Pour déterminer les classes irréductibles d'une chaîne de Markov, il est commode de travailler sur le graphe de transition plutôt que sur la matrice de transition P .

EXEMPLE : Considérons une chaîne de Markov à valeurs dans E = {A, B, C, D, E} et dont la matrice et le graphe de transition sont données par :

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

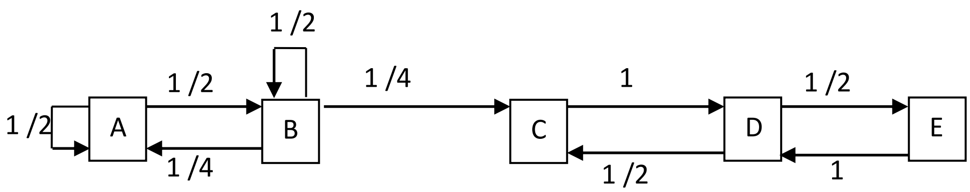


Figure III.1: Graphe de transition entre n=5 états[18]

La chaîne comporte deux classes irréductibles : {A, B} et {C, D, E}.

III.3.2 RECURRENCE ET TRANSIENCE

III.3.2.1 DEFINITION

DEFINITION 1 Soit i ∈ E. La v.a. T_i définie par :

$$T_i = \inf\{n \geq 1 , X_0 = i \}.$$

est appelée temps d'atteinte de i ou encore temps de retour à i lorsque la chaîne $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ part de i.

Par convention, lorsque pour tout $n \geq 1$, $X_n \neq i$, on pose $T_i = +\infty$.

DEFINITION 2 Un état i ∈ E est dit récurrent si, partant de i, on y revient presque sûrement en temps fini : $\mathbb{P}\,(T_i < +\infty \mid X0 = i) = 1$

L'état i est dit transient dans le cas contraire, i.e. lorsque $\mathbb{P}\,(T_i = +\infty \mid X_0 = i) > 0$.

Autrement dit, un état est transient si avec probabilité strictement positive, on peut le quitter pour ne j a mais y revenir. Comme cas particulier d'´etat transient, on retrouve les états pour lesquels$P_{i,j}^{(n)}$ =0 , pour tout n ≥ 1. Ce sont ceux que l'on quitte au premier pas pour ne jamais y revenir ;

$$\mathbb{P}\,(T_i < +\infty \mid X_0 = i) = \mathbb{P}\,(\exists n \geq 1 , X_n = i | X_0 = i)$$

$$= \mathbb{P}\,(\bigcup_{n\geq 1}\{X_n = i\} \,|X_0 = i)$$

$$\leq \sum_{n\geq 1} \mathbb{P}\,(X_n = i\,|X_0 = i)$$

$$\leq \sum_{n\geq 1} \mathbb{P}_{i,j}^{(n)} = 0$$

Lemme Pour tout entier n et tous états i et j,

$$\mathbb{P}\,(N_i \geq n + 1 \mid X_0 = j) = \mathbb{P}\,(T_i < +\infty \,|X_0 = j)\mathbb{P}\,(N_i \geq n| X_0 = i).$$

Les états transients sont ceux dans lesquels on ne passe qu'un nombre fini de fois. Par opposition, on revient une infinité de fois dans un état récurrent.

III.3.2.2 PROPOSITION

PROPOSITION 1 Les conditions suivantes sont équivalentes :

1. l'état i est récurrent : $\mathbb{P}\,(T_i < +\infty|X_0 = i) = 1$;
2. conditionnellement à $X_0 = i$, la chaîne de Markov $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ revient presque sûrement une infinité de fois en i :$\mathbb{P}\,(N_i = +\infty|X_0 = i) = 1$
3. la série $\sum P_{i;j}^{(n)}$ diverge ;
4. l'´etat i est transient :$\mathbb{P}\,(T_i < +\infty|X_0 = i) < 1$;

PROPOSITION 2 Les conditions suivantes sont équivalentes :

5. conditionnellement à $X_0 = i$, la v.a. N_i suit la loi géométrique de paramètre $1 - a_i$, avec $a_i = \mathbb{P}(Ti < +\infty | X0 = i)$:

$$\forall n \in \mathbb{N}, \mathbb{P}(N_i = n | X_0 = i) = \alpha_i^{n-1}(1 - \alpha_i);$$

(en particulier N_i est presque sûrement finie) ;

6. conditionnellement `a $X_0 = i$, la v.a. N_i est intégrable : $\mathbb{E}[N_i | X_0 = i] = \sum P_{i,i}^{(n)} < +\infty$.

Remarquons que l'identité entre l'espérance conditionnelle $\mathbb{E}[N_i|X_0 = i]$ et la série $\sum P_{i,i}^{(n)}$ est valable quelle que soit la nature de cette dernière, en la considérant comme un élément de $[0; +\infty]$. Elle repose sur le théorème de Fubini.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[N_i | X_0 = i] &= \mathbb{E}\left[\sum_{n\geq 1} \mathrm{ll}_{X_n = i} | X_0 = i\right] \\
&= \sum_{n\geq 1} \mathbb{E}\left[\mathrm{ll}_{X_n = i} | X_0 = i\right] \\
&= \sum_{n\geq 1} \mathbb{P}(X_n = i | X_0 = i) \\
&= \sum_{n\geq 1} P_{i,i}^{(n)}
\end{aligned}$$

Reprenons l'exemple de la Section 1.2.1. On a déjà établit quel
$\mathbb{P}(T_b = +\infty \mid X_0 = b) \geq 1/4$.

On peut montrer qu'il y a en fait égalité (en effet, partir de b pour aller en a et ne jamais en revenir est un événement non vide, certes, mais de probabilité nulle). Ainsi la Proposition 1.2.7 affirme que le nombre de passages en l'état b, partant de b, suit la loi géométrique de paramètre $\frac{3}{4}$.

On en déduit son espérance : $\mathbb{E}[N_b | X_0 = b] = \frac{3/4}{1-(3/4)} = 3$

PROPOSITION 3 Si les états i et j communiquent alors ils sont tous deux récurrents ou tous deux transients.

Ainsi, tous les états appartenant à la même classe irréductible qu'un état transient (resp. récurrent), le seront également. La classe sera alors qualifiée de transiente (resp. récurrente).

PROPOSITION 4 La probabilité de sortir d'une classe irréductible récurrente est nulle. Plus précisément, si i est un état récurrent et *C*(i) sa classe alors

$$\forall j \notin C(i), \forall n \in \mathbb{N}, \mathbb{P}(X_n = j | X_0 = i) = P_{i,j}^{(n)} = 0$$

PROPOSITION 5 Toute chaîne de Markov homogène sur un espace d'états fini a au moins un état récurrent. En particulier, toute chaîne irréductible sur un espace d'´etats fini est récurrente.

III.3.3 PERIODICITE

III.3.3.1 DEFINITION La période d'un état i est l'entier d(i) défini par

$$d(i) = \mathrm{PGCD}\left\{n \geq 1, P_{i,i}^{(n)} > 0\right\}.$$

Lorsque d(i) = 1, l'état i est qualifie de apériodique .

Un état en lequel on peut rester avec probabilité non nulle, i.e. $p_{i,i} > 0$, est automatiquement apériodique.

Voici deux exemples. A gauche, l'état à est de période 2 (idem pour B). En effet, chaque chemin de probabilité non nulle partant de A et B revenant comprend un nombre pair de pas. A droite, tous les états sont apériodiques. Etudions en particulier le cas de l'état 1. Depuis cet état, il est possible d'y revenir en 3pas (en faisant 1 → 2 → 3 → 1) :

$$P_{1,1}^{(3)} = \sum_{i,J \in E} P_{1,i}\, P_{i,j} P_{j,1} \geq P_{1,2} P_{2,3} P_{3,1} > 0.$$

Il est également possible d'y revenir en 5 pas : $P_{1,1}^{(5)}$>0 (en faisant 1 → 2 → 3 → 4 → 3 → 1). Puisque 3et 5 sont premiers entre eux, l'état 1 est apériodique.

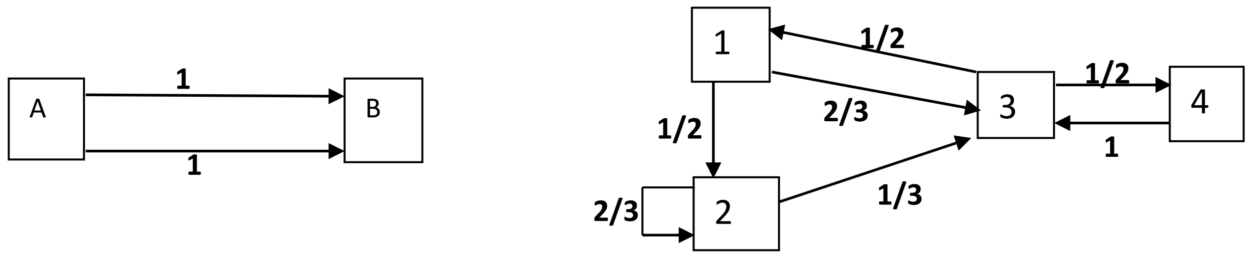


Figure III.2: Graphe de transition(périodicité)[18]

III.3.3.2 PROPOSITION Si les états i et j communiquent alors ils ont la même période.

Tous les états d'une même classe irréductible ont donc la même période. Si celle-ci vaut 1, la classe est alors qualifiée de apériodique .

III.4 PROBABILITES DE TRANSITION[19]

Transition en une étape . La probabilité de transition en une étape est

$\pi_{(n,n+1)}(i, j) = \mathbb{P}\{X_{n+1} = j \mid X_n = i\}$.

Si la chaîne est homogène, on la note

$\pi(i, j) = \pi 1 (i, j) = \mathbb{P}\{X_{n+1} = j \mid X_n = i\}$ pour tout n

$= \mathbb{P}\{X_1 = j \mid X_0 = i\}$.

Transition en n étapes. La probabilité de transition en m étapes est

$\pi_{(l,l+n)}(i, j) = \mathbb{P}\{X_{l+n} = j \mid X_l = i\}$.

Si la chaîne est homogène, on la note:

$\pi_n(i, j) = \mathbb{P}\{X_{l+n} = j \mid X_l = i\}$ pour tout l

$= \mathbb{P}\{X_n = j \mid X_0 = i\}$.

Transition en exactement n étapes. La probabilité $\pi_n(i, j)$ n'exclut pas que le processus repasse en i ou en j au cours de ces m étapes. On note $f_n(i, j)$ la probabilité de passer de l'état i à l'état j en exactement m étapes :

$f_n(i, j) = \Pr\{X_n = j, (X_k \neq j, X_k \neq i)_{k=1..n-1} \mid X_0 = i\}$.

III .5 MATRICE DE TRANSITION[19]

La matrice de transition est la matrice Π dont le terme général π (i, j) est la probabilité de transition de l'état i à l'état j en une étape. C'est une matrice

– carrée,

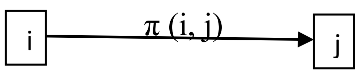
– indépendante du temps,

– de terme général π (i, j) :

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \pi(1,1) & \dots & \pi(1,j) & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \\ \pi(i,1) & \dots & \pi(i,j) & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \end{bmatrix}$$

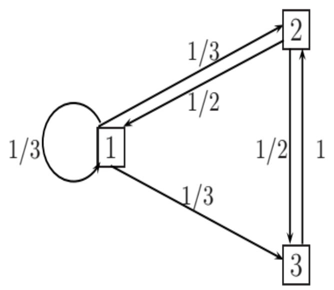
Cette matrice peut être de dimensions finies ou infinies selon qu'il existe un nombre fini ou infini d'états.

Lien avec les graphes. La matrice de transition d'une chaine de Markov finie peut être associée à un graphe dont les sommets sont les états. Deux états i et j sont reliés par un arc



de valeur π (i, j) si π (i, j) est non nul. Par exemple, la chaine associée à la matrice Π :

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} ,$$



a le graphe associé présente en Fig.II.2.

Figure III.3: Graphe associé à une matrice de transition entre n=3 états[19]

III.5.1 MATRICE STOCHASTIQUE.

III.5.1.1DEFINITION Une matrice A = (a_{ij}) est dite stochastique si elle est carrée et vérifie les trois conditions suivantes :

(a) A est carrée,

(b) ∀ (i, j) , $a_{ij} \geq 0$,

(c) ∀i, $\sum_{j=1}^{k} a_{ij} = 1$.

D'après la définition précédente, il est clair que la matrice de transition Π est une matrice stochastique.

III. 6 EQUATION DE CHAPMAN-KOLMOGOROV[20]

III.6.1 DEFINITION Soit (Ω; F; ℙ) un espace de probabilité, soit E un ensemble fini et soit $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une chaîne de Markov à valeurs dans E.

La loi de X^0, notée μ_0, est appelée loi initiale de la chaîne

Remarque. Comme X_0est une variable aléatoire à valeurs dans E = {e_1, ……, e_k}, sa loi $\mu_0$est une mesure de probabilité sur E, elle est donc entièrement caractérisée par le vecteur ligne

$$\mu_0 = (\mu_0(e_j))_{1\leq j\leq k}:$$

De même, l'ensemble $M_1(E)$ des mesures de probabilités sur E peut être identifier avec le simplexe

$$\left\{ x \in (\mathbb{R}_+)^k : \sum_{1\leq i\leq k} x_{i=1} \right\},$$

qui est un compact de R^k (**Attention !** On utilise ici le fait que E est fini !). Cette compacité nous sera utile par la suite pour extraire des sous-suites convergentes.

Intuitivement, si on connaît la loi de la variable aléatoire initiale X_0 et les probabilités de transition, on doit pouvoir calculer la probabilité de tout événement concernant la chaîne. Et c'est effectivement le cas :

III.6.2 PROPOSITION (EQUATION DE CHAPMAN KOLMOGOROV)

Soit (Ω; F; ℙ) un espace de probabilité, soit E un ensemble fini et soit $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une chaîne de Markov à valeurs dans E, de matrice de transition P, de loi initiale μ_0. Pour tout n∈ℕ, on note µn la loi de X_n. Alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, \mu_{n+1} = \mu_n P \text{ et } \mu_n = \mu_0 P^n$$

Notation. On note $P_{i,j}^{(n)}$ = $P_i(X_n = j)$ de coefficient (i; j) de la matrice P^n.

III.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons introduit les modèles mathématiques nécessaires pour l'étude le chaîne de Markov . Il est possible d'étudier ce formalisme de plusieurs manières, en le considérant soit comme une discipline abstraite de mathématique appliquées, soit comme un outil mathématique utile pour analyser ou évaluer le comportement d'un système

CHAPITRE IV: ANALYSE FMD

ET

APPLICATION DES CHAINES DE MARKOV

IV .1 INTRODUCTION

La sûreté de fonctionnement regroupe les activités d'évaluation de la fiabilité (assurer la continuité du service), de la Maintenabilité (être réparable), de la disponibilité (être prêt à l'emploi), d'un système, d'un produit ou d'un moyen. Ces évaluations permettent, par comparaison aux objectifs ou dans l'absolu, d'identifier les actions de construction (ou d'amélioration) de la sûreté de fonctionnement de l'entité

Ensuite en fait une application pour l'évaluation de la disponibilité et la fiabilité l'appareil à cylindres en utilisant la théorie des chaînes de Markov

IV.2 L'ANALYSE FMD

IV .2.1 ANALYSE DE FIABILITE [21]

IV .2.1 .1 FIABILITEET PROBLEMATIQUE

La fiabilité a sans doute pris son développement depuis la dernière guerre mondiale. Elle est vite devenue une science à part entière dans les applications appartenant à de nombreux domaines. Elle a pour fondements mathématiques la statistique et le calcul des probabilités qui sont nécessaires à la compréhension et à l'analyse des données de fiabilité.

La défaillance (la non fiabilité) augmente les coûts d'après-vente (application des garanties , frais judiciaires,…etc.).

Construire plus fiable augmente les coûts de conception et de production, en pratique, le coût total d'un produit prend en compte ces deux tendances.

IV .2.1 .2 LES LOIS DE PROBABILITE UTILISEES EN FIABILITE

On distingue deux types

- Lois discrètes
- Lois continues

Dans cette étude, nous ferons référence à une étude sur une loi de Weibull

IV .2.1 .2.1 LOI DE WEIBULL

L'expression loi de Weibull recouvre en fait toute une famille de lois, certaines d'entre elles apparaissant en physique comme conséquence de certaines hypothèses. C'est en particulier, le cas de la loi exponentielle (**β = 1**) et de la loi normale (**β = 3**).

Ces lois constituent surtout des approximations particulièrement utiles dans des techniques diverses alors qu'il serait très difficile et sans grand intérêt de justifier une forme particulière de loi. Une distribution à valeurs positives (ou, plus généralement mais moins fréquemment, à valeurs supérieures à une valeur donnée) a presque toujours la même allure.croît jusqu'à un maximum et décroît plus lentement. Il est alors possible de trouver dans la famille de Weibull une loi qui ne s'éloigne pas trop des données disponibles en calculant β et à partir de la moyenne et la variance observées.

IV .2.1 .2.1 .1.FONCTION DE FIABILITE R (T)

La forme générale de la fonction de fiabilité est désignée par **R (t)** représentant la probabilité de bon fonctionnement à l'instant t.

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \qquad \textbf{IV.1}$$

Sa fonction de répartition **F (t)** est la probabilité que le dispositif soit en panne à l'instant t.

Elle est exprimée par :

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \qquad \textbf{IV.2}$$

Son taux instantané de défaillance **λ (t)** est un estimateur de fiabilité. Il s'exprime par :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \qquad \textbf{IV.3}$$

Sa densité de probabilité ***f*(t)** se calcul par l'expression suivante :

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \qquad \textbf{IV.4}$$

La courbe théorique de distribution est montrée à la figure IV.1. On peut remarquer l'influence du paramètre β(coefficient de forme).

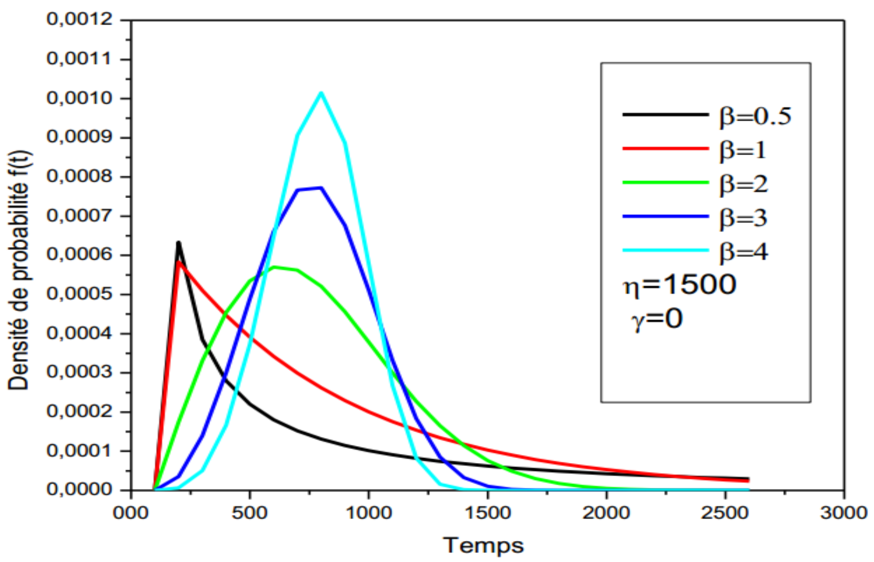


Figure IV.1 densité de probabilité [21]

Si l'on désigne par ***t*** la variable aléatoire qui, à tout matériel choisi au hasard, associe son temps de bon fonctionnement avant défaillance, lorsque ***β*** est constant, on montre que ***t*** suit une loi exponentielle. Pour couvrir tous les cas, Weibull a choisi pour λ une fonction dépendant de trois paramètres :γ , β etη**.** L'expression de $\lambda(t)$ est donnée par (IV.4)

Avec $t > \gamma$ **,** $\beta >$ **0,** $\eta >$ **0** (le paramètre important étant β paramètre "de forme", les autres terminent l'ajustement). Ainsi, lorsque la variable aléatoire *t*, correspondant au temps de bon fonctionnement, suit la loi de Weibull de paramètresγ**,** β etη.

IV .2.1 .2.1 .2 DOMAINE D'APPLICATION

La distribution de Weibull est souvent utilisée dans le domaine de l'analyse de la durée de vie, grâce à sa **flexibilité** car elle permet de représenter au moins approximativement une infinité de lois de probabilité.

Un taux de panne croissant suggère une "usure ou un problème de fiabilité" : les éléments ont de plus en plus de chances de tomber en panne quand le temps passe.

IV .2.1 .2.1 . 3 SIGNIFICATION DES PARAMETRE

- **Paramètre d'échelle êta**(η): Ce paramètre permet d'utiliser le papier d'Allan Plait quelque soit l'ordre de grandeur de t. Il n'a donc pas à être interprété.

- **Paramètre de forme bêta** (β): Ce paramètre donne des indications sur le mode des défaillances et sur l'évolution du taux de défaillances dans le temps. Les courbes des figures IV.2, IV.3 et IV.4 , illustrent respectivement l'évolution de la fiabilité, de la fonction de répartition et du taux de défaillance en fonction du paramètre de forme(β)

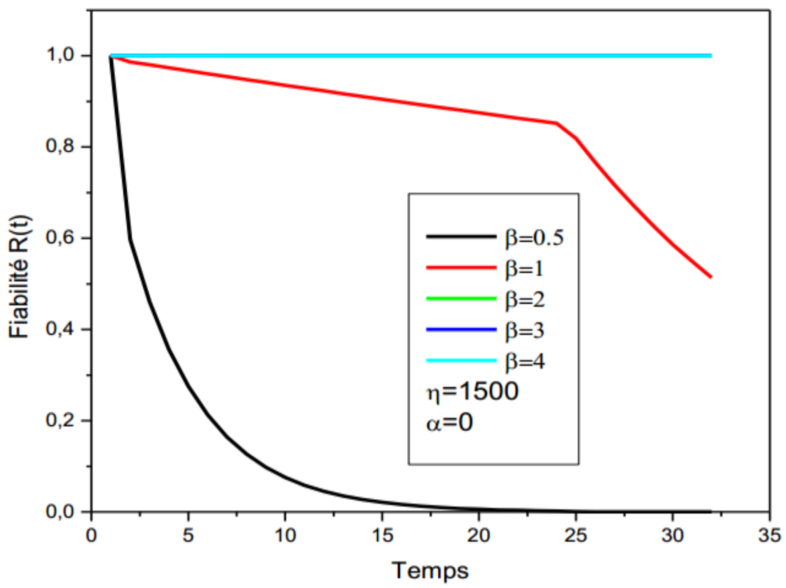


Figure IV.2 : Fiabilité[21]

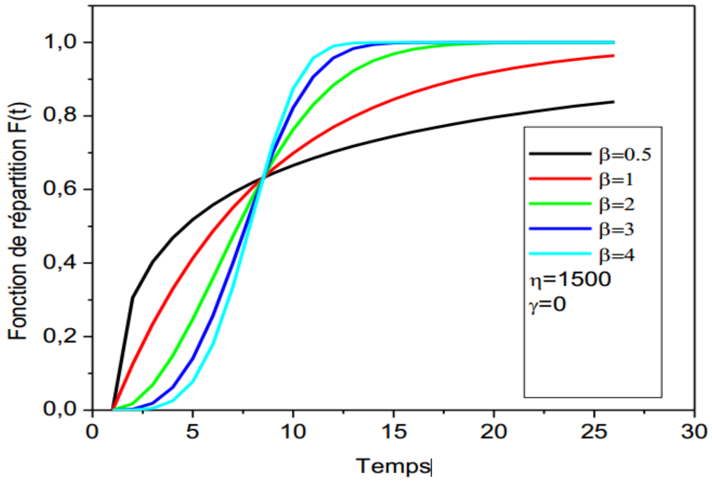


Figure IV.3 : Fonction de répartition[21]

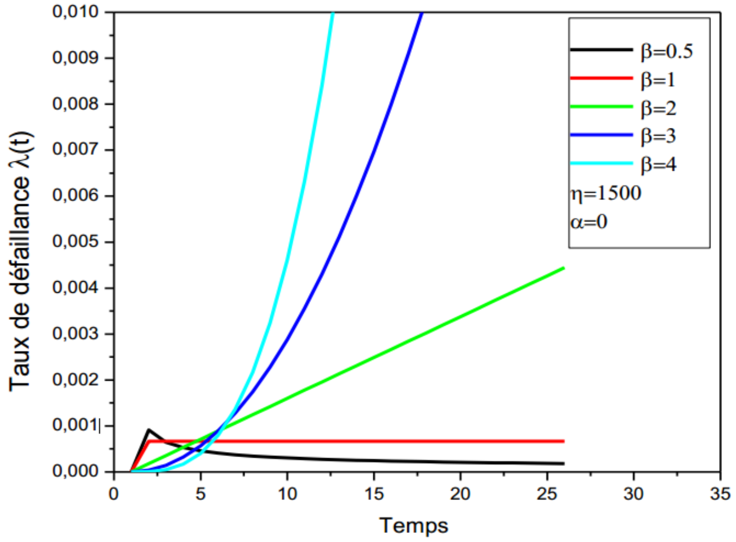


Figure IV.4 : Taux de défaillance[21]

On peut donc remarquer que si :

β <1 =>**λ (t)** décroît → période de jeunesse.

β =1 =>**λ (t)** = c^{te}→ indépendance du temps .

β >1 =>**λ (t)** croit → période d'obsolescence.

1.5< β > 2.5 → exprime un phénomène de fatigue

3 < β > 4 → exprime un phénomène d'usure.

Algorithme de l'étude de la loi de Weibull

Saisie des données d'exploitations recensement de TBF tableau de classement des TBF par ordre croissant.

Ordre attribué à chaque TBF (1<i<n) suivant la taille n de l'échantillon

On calcule F(t) Théorique

$$\begin{cases} \boldsymbol{F(i)} = \dfrac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{N}} = \dfrac{\sum \boldsymbol{n_i}}{\boldsymbol{N}} & \boldsymbol{N} > 50 \\ \boldsymbol{F(i)} = \dfrac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{N+1}} = \dfrac{\sum \boldsymbol{n_i}}{\boldsymbol{N+1}} & \boldsymbol{20} < N < 50 \\ \boldsymbol{F(i)} = \dfrac{\boldsymbol{i - 0,3}}{\boldsymbol{N + 0,4}} = \dfrac{\sum \boldsymbol{n_i} \boldsymbol{- 0,3}}{\boldsymbol{N + 0,4}} & \boldsymbol{N} < 20 \end{cases}$$

IV .2.1 .3APPLICATION DE MODELE DE WEIBULL

Les calcul de temps de bon fonctionnement et les temps d'arrêts de 24h de travail par jour, nous allons donnons les résultats suivants :

Tableau. IV.1 . Les temps d’arrêt de l’appareil a cylindres

N	Temps de bon fonctionnement (T.B.F) [h]	Temps d'arrêt (T.R) [h]	N	Temps de bon fonctionnement (T.B.F) [h]	Temps d'arrêt (T.R) [h]
1	120	2	21	288	10,5
2	168	19,5	22	216	4
3	240	6,5	23	168	2 ,5
4	120	13	24	192	2,5
5	216	2	25	96	5
6	120	6,5	26	312	5,5
7	120	5,5	27	312	2,5
8	168	10,5	28	264	1,5
9	120	7	29	192	3,5
10	144	1	30	288	2,5
11	216	1,5	31	168	10
12	120	1 ,5	32	216	2,5
13	216	1,5	33	264	2,5
14	336	7,5	34	192	2,5
15	96	2	35	96	1
16	192	6,5	36	144	1,5
17	120	2,5	37	360	6,5
18	240	3,5	38	144	2,5
19	120	2,5	39	288	2
20	240	2	40	120	5

On a N>20

Pour pouvoir utiliser le papier d'ALAIN PLAIT (dit de WEIBULL), il faut calculer la fonction de répartition f (ti), donc on applique la méthode des rangs moyens :

$$\mathcal{F}(\mathrm{t}i) = \frac{\sum ni}{N+1}$$

D'âpres les données de départ, on a obtenu le tableau suivant

Tableau. IV.2 . Application du modèle de Weibull

T.B.F	ni	Σni	F(t)$_{\text{théo}}$ = Σni/N+1	T.B.F	ni	Σni	F(t)$_{\text{théo}}$ = Σni/N+1
96	1	1	0,02439	192	1	21	0,51220
96	1	2	0,04878	192	1	22	0,53659
96	1	3	0,07317	192	1	23	0,56098
120	1	4	0,09756	216	1	24	0,58537
120	1	5	0,12195	216	1	25	0,60976
120	1	6	0,14634	216	1	26	0,63415
120	1	7	0,17073	216	1	27	0,65854
120	1	8	0,19512	216	1	28	0,68293
120	1	9	0,21951	240	1	29	0,70732
120	1	10	0,24390	240	1	30	0,73171
120	1	11	0,26829	240	1	31	0,75610
120	1	12	0,29268	264	1	32	0,78049
144	1	13	0,31707	264	1	33	0,80488
144	1	14	0,34146	288	1	34	0,82927
144	1	15	0,36585	288	1	35	0,85366
168	1	16	0,39024	288	1	36	0,87805
168	1	17	0,41463	312	1	37	0,90244
168	1	18	0,43902	312	1	38	0,92683
168	1	19	0,46341	336	1	39	0,95122
192	1	20	0,48780	360	1	40	0,97561

IV .1.1 .3.1 DETERMINATION DES PARAMETRES DE WEIBULL

Nous avons utilisé en **logiciel Log – LAALA** pour déterminer les paramètres et les graphiques de les fonctions de la loi Weibull

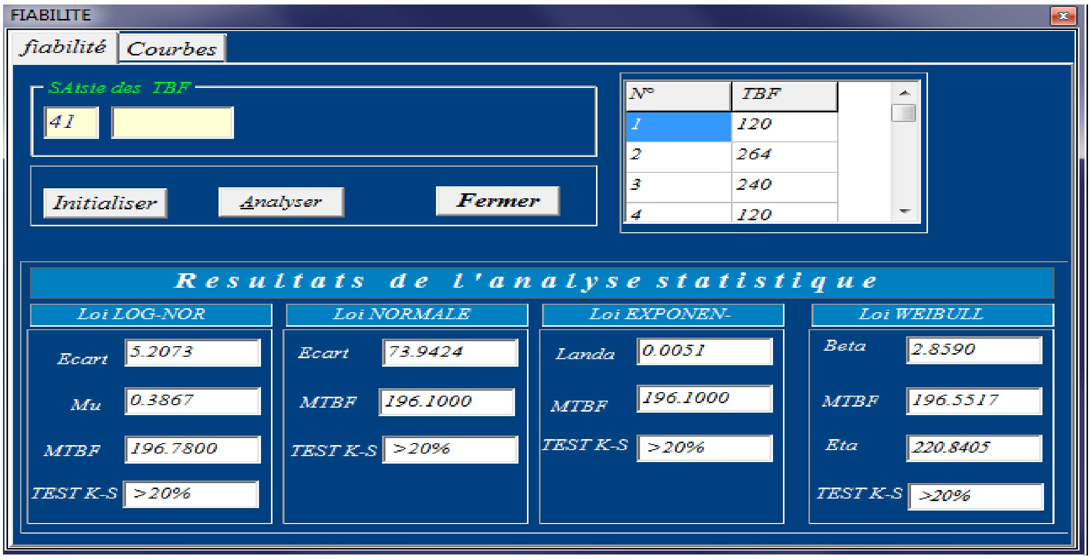


Figure IV.5: interface de logiciel Log - LAALA

A partir de logiciel LOG _ LAALA, On déduire les paramètres: β, η, γ, MTBF,…?

$\beta = 2.8913$

$\eta = 218.0267$

$\gamma = 0$(l'allure est une droite)

MTBF = 194.1388

IV .2.1 .3.2 TEST DE (KOLMOGOROV SMIRNOV)

Ce test consiste à calculer l'écart entre la fonction théorique $\mathbf{F(t)_{théo}}$ et la fonction réelle $\mathbf{F(t)_{réel}}$ et prendre le maximum en valeur absolue $\mathbf{D_{n.max}}$.

Cette valeur est comparée avec $\mathbf{D_{n.\alpha}}$ Qui est donnée par la table de Kolmogorov

¬Si $\mathbf{D_{n.\,Max}} > \mathbf{D_{n.\,\alpha}}$, on refuse l'hypothèse du modèle théorique.

¬Si $\mathbf{D_{n.\,Max}} < \mathbf{D_{n.\,\alpha}}$, on accepte l'hypothèse du modèle théorique.

N.B :* la valeur de Dn.α est donnée par la table de **Kolmogorov-Smirnov**.

* ici on a : N=40>20 →α = 0.05 = 5%

Le tableau ci-dessous donne la différence entre la fonction de répartition réelle et théorique. On calcul avec les formules suivantes pour remplir le tableau

Tableau. IV.3 . Test de Kolmogorov Smirnov

T.B.F	ni	Σni	$F(t)_{théo} = \Sigma ni/N+1$	F(t)	$Di=\lvert F(ti)-F(t)\rvert$
96	1	1	0,02439	0,08910	0,064714259
96	1	2	0,04878	0,08910	0,040324015
96	1	3	0,07317	0,08910	0,015933771
120	1	4	0,09756	0,16298	0,065422416
120	1	5	0,12195	0,16298	0,041032172
120	1	6	0,14634	0,16298	0,016641928
120	1	7	0,17073	0,16298	0,007748315
120	1	8	0,19512	0,16298	0,032138559
120	1	9	0,21951	0,16298	0,056528803
120	1	10	0,24390	0,16298	0,080919047
120	1	11	0,26829	0,16298	0,105309291
120	1	12	0,29268	0,16298	0,129699535
144	1	13	0,31707	0,26022	0,056856418
144	1	14	0,34146	0,26022	0,081246662
144	1	15	0,36585	0,26022	0,105636905
168	1	16	0,39024	0,37541	0,014836246
168	1	17	0,41463	0,37541	0,03922649
168	1	18	0,43902	0,37541	0,063616734
168	1	19	0,46341	0,37541	0,088006978
192	1	20	0,48780	0,49964	0,011836343
192	1	21	0,51220	0,49964	0,012553901
192	1	22	0,53659	0,49964	0,036944145
192	1	23	0,56098	0,49964	0,061334389
216	1	24	0,58537	0,62219	0,036822346
216	1	25	0,60976	0,62219	0,012432102
216	1	26	0,63415	0,62219	0,011958142
216	1	27	0,65854	0,62219	0,036348386
216	1	28	0,68293	0,62219	0,06073863
240	1	29	0,70732	0,73286	0,02554583
240	1	30	0,73171	0,73286	0,001155587
240	1	31	0,75610	0,73286	0,023234657
264	1	32	0,78049	0,82427	0,043781578
264	1	33	0,80488	0,82427	0,019391335
288	1	34	0,82927	0,89313	0,063866689
288	1	35	0,85366	0,89313	0,039476445
288	1	36	0,87805	0,89313	0,015086201
312	1	37	0,90244	0,94030	0,037864819
312	1	38	0,92683	0,94030	0,013474576
336	1	39	0,95122	0,96956	0,018339939
360	1	40	0,97561	0,98592	0,010308731

α = 0,05 = 0,5%

$D_{n.\alpha}$ = $D_{40.\ 0,05}$=0,16918

$D_{n.max}$ =0,12970

$D_{n.max}$ < $D_{n.\alpha}$,Donc le modèle de Wei Bull est acceptable

IV .1.1 .3.3 Calcul de R (t), *f* (t), λ(t) et F (t) lorsque t =MTBF

- **Calcul de R (MTBF)**

$$R(MTBF) = R(194.1388) = e^{-\left(\frac{194.1388}{218.0267}\right)^{2.8913}} = 0{,}4892$$

On a 48.92 % de chance pour que notre appareil a cylindres ne tombe pas en panneen t =194.1388h

- **Calcul de F (MTBF)**

$$F\ (MTBF) = F\ (194.1388) = 1 - e^{-\left(\frac{194.1388}{218.0267}\right)^{2.8913}} = 0{,}5108$$

On a 51.08% de chance pour que notre appareil a cylindres ne tombe pas en panneen t =194.1388h.

- **Calcul de λ (MTBF)**

$$\lambda(194.1388) = \frac{F(194.1388)}{R(194.1388)} = \frac{2{,}8913}{218{,}0267}\left(\frac{194.1388}{218{,}0267}\right)^{2{,}8913-1} = 0{,}0104$$

On a 1.04% de chance pour que notre appareil a cylindres ne tombe pas en panneen t =194.1388h

- **Calcul de *f* (MTBF)**

$$f(\mathrm{t}) = \frac{2{,}8913}{218{,}0267}\left(\frac{194.1388}{218{,}0267}\right)^{2{,}8913-1} . e^{-\left(\frac{194.1388}{218.0267}\right)^{2.8913}} = 0{,}0051$$

On a 0.51% de chance pour que notre appareil a cylindres ne tombe pas en panneen t =194.1388h

IV .1.1 .3.4 ETUDE DE MODELE DE WEIBULL

Les résultats obtenus sont présente dans le tableau suivant

Tableau. IV.4 . Étude de modèle de Weibull

T.B.F	ni	Σni	$R(t)$	F(t)	$f(t)$	$\lambda(t)$
96	1	1	0,91090	0,08910	0,00256	0,00281
96	1	2	0,91090	0,08910	0,00256	0,00281
96	1	3	0,91090	0,08910	0,00256	0,00281
120	1	4	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
120	1	5	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
120	1	6	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
120	1	7	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
120	1	8	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
120	1	9	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
120	1	10	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
120	1	11	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
120	1	12	0,83702	0,16298	0,00359	0,00429
144	1	13	0,73978	0,26022	0,00448	0,00605
144	1	14	0,73978	0,26022	0,00448	0,00605
144	1	15	0,73978	0,26022	0,00448	0,00605
168	1	16	0,62459	0,37541	0,00506	0,00810
168	1	17	0,62459	0,37541	0,00506	0,00810
168	1	18	0,62459	0,37541	0,00506	0,00810
168	1	19	0,62459	0,37541	0,00506	0,00810
192	1	20	0,50036	0,49964	0,00522	0,01043
192	1	21	0,50036	0,49964	0,00522	0,01043
192	1	22	0,50036	0,49964	0,00522	0,01043
192	1	23	0,50036	0,49964	0,00522	0,01043
216	1	24	0,37781	0,62219	0,00492	0,01303
216	1	25	0,37781	0,62219	0,00492	0,01303
216	1	26	0,37781	0,62219	0,00492	0,01303
216	1	27	0,37781	0,62219	0,00492	0,01303
216	1	28	0,37781	0,62219	0,00492	0,01303
240	1	29	0,26714	0,73286	0,00425	0,01590
240	1	30	0,26714	0,73286	0,00425	0,01590
240	1	31	0,26714	0,73286	0,00425	0,01590
264	1	32	0,17573	0,82427	0,00335	0,01904
264	1	33	0,17573	0,82427	0,00335	0,01904
288	1	34	0,10687	0,89313	0,00240	0,02245
288	1	35	0,10687	0,89313	0,00240	0,02245
288	1	36	0,10687	0,89313	0,00240	0,02245
312	1	37	0,05970	0,94030	0,00156	0,02612
312	1	38	0,05970	0,94030	0,00156	0,02612
336	1	39	0,03044	0,96956	0,00091	0,03005
360	1	40	0,01408	0,98592	0,00048	0,03424

Tout d'abord on va tracer Les trois courbes de fonctions "Densité De Probabilité, Répartition, Taux De Défaillance", successivement qui sont liées du concept de la fonction Fiabilité, ensuite on trace la courbe de la fonction de Fiabilité.

- **Courbe densité de probabilité**

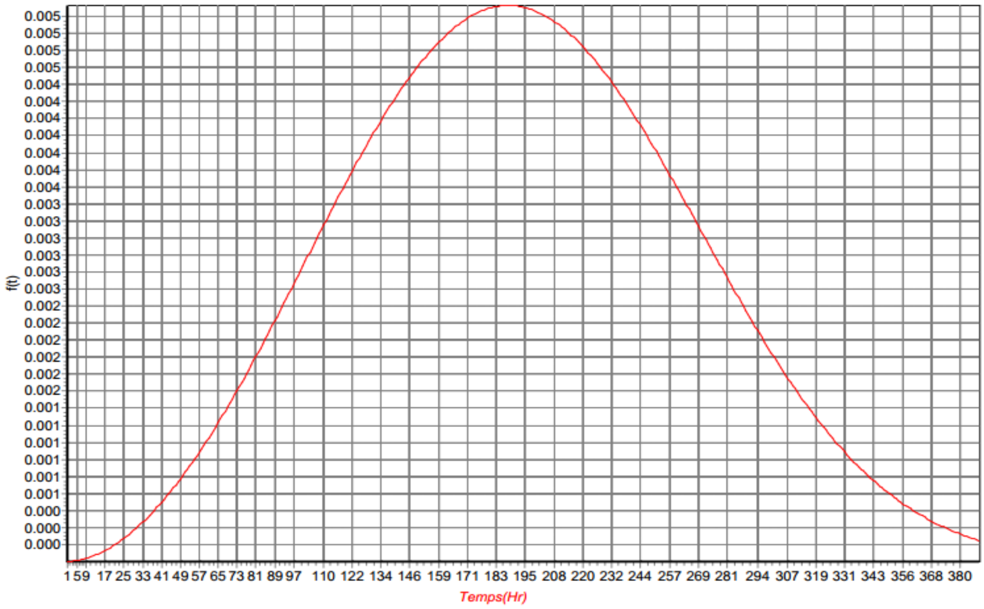


Figure VI.6 Courbe densité de probabilité

- **Analyse de la courbe :**

D'après cette courbe on remarque que la fonction f(t) (densité de probabilité) augmente avec la progression du temps jusqu'à le temps (t= 189 h) et après cette valeur la fonction f(t) diminue avec le temps,donc l'augmentation du TBF provoque une diminution de sa fiabilité et augmente la probabilité d'appariation d'un défaut ou de défaillance.

- **courbe de la fonction de répartition**

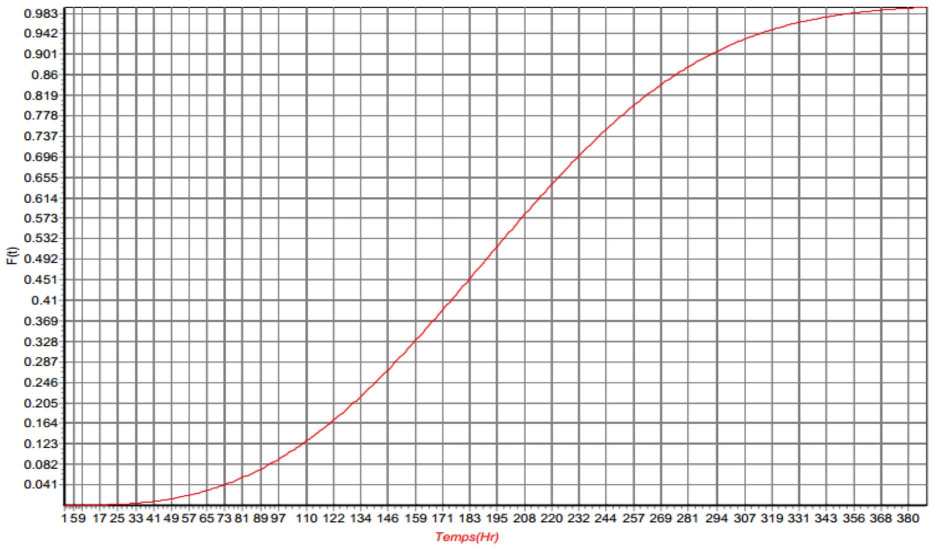


Figure IV.7 courbe de la fonction de répartition

- **Analyse de la courbe :**

La fonction de répartition est croissant en fonction de temps , peut voir dans cette courbe c'est que la probabilité de défaillance de la machine augmente avec l'augmentation des temps de bons fonctionnements.

- **courbe taux de défaillance**

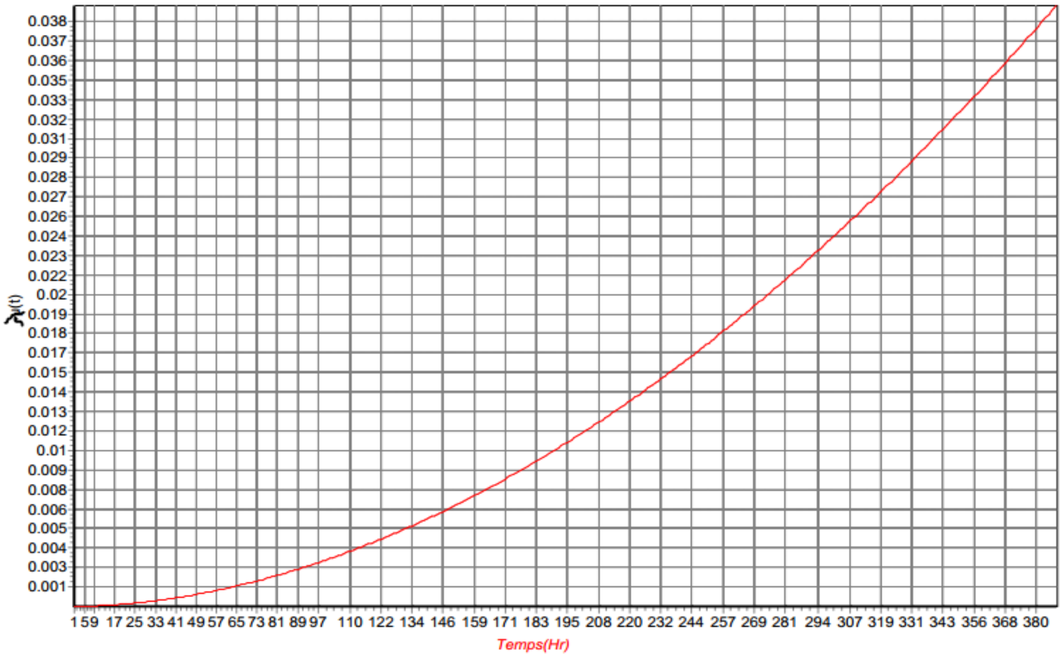


Figure IV.8: Le courbe taux de défaillance

- **Analyse de la courbe :**

Le taux de défaillance est croissant en fonction de temps. Les défaillances sont dues à des anomalies ou des imperfections de montage ou à la méconnaissance de la conduite du matériel de la part des opérateurs , cette augmentation qui provoque la diminution de fiabilité de la machine.

- **Courbe De la Fonction Fiabilité**

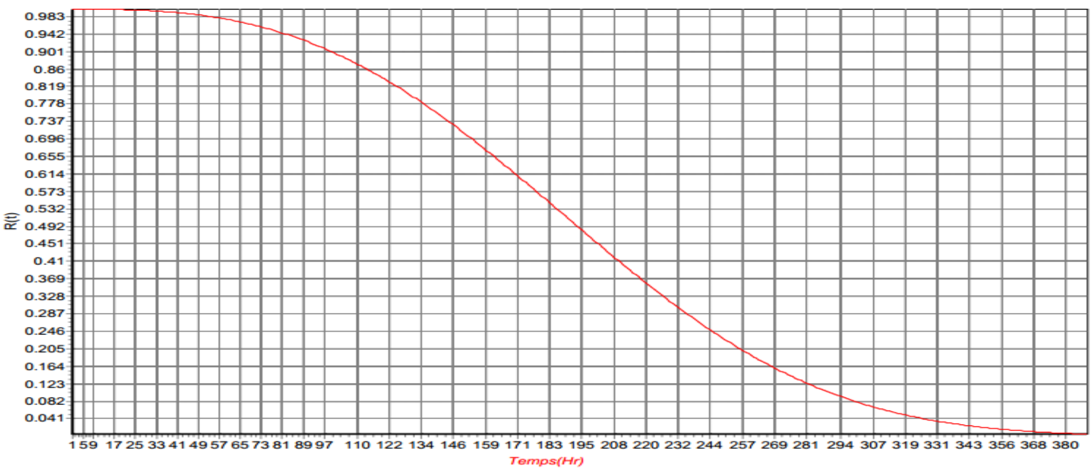


Figure IV.9 La Courbe De la Fonction Fiabilité

- **Analyse de la courbe :**

La courbe de fiabilité du la machine est une courbe descendante, le moyen du temps de bon fonctionnement est 194,1388 heures et ce qui fait expliquer par le phénomène de dégradation comme par exemple l'usure.

L'amélioration de la fiabilité passe obligatoirement par une analyse des défaillances avec une étude détaillée de leurs causes de leurs modes et de leurs conséquences

Pour l'amélioration de la fiabilité de la machine on a proposé Le Suivant

IV .2.1 .3.5CALCUL DU TEMPS SOUHAITABLE POUR UNE INTERVENTION SYSTEMATIQUE :

R (t)=90 % ⇒t= ?

$R(\mathrm{t}) = e^{-\left(\frac{\mathrm{t}}{\eta}\right)^{\beta}}$

$$\ln R(t) = -\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta} = \ln(0{,}90) \Leftrightarrow -[\ln R(t)]^{1/\beta} = \frac{t}{\eta} \Rightarrow \mathrm{t} = \eta[\ln R(t)]^{1/\beta}$$

$\ln R(t) = -(t/\eta)^{\beta} = \ln(0.90) \Leftrightarrow -[\ln R(t)]^{1/\beta} = t/\eta \Rightarrow t = -\eta[\ln(R(t)]^{1/\beta}$

$t = 218{,}0267[\ln(0{,}90)]^{1/2{,}8913} = 100.11\ h \approx 100h$

IV .2.2ANALYSE DE MAINTENABILITE

Dans des conditions données, la maintenabilité est l'aptitude d'un bien à être maintenu ou rétabli dans un état où il peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, en utilisant des procédures et des moyens prescrits.

Maintenabilité = être rapidement dépanné

C'est aussi la probabilité de rétablir un système dans des conditions de fonctionnement spécifiées, en des limites de temps désirées, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, en utilisant des procédures et des moyens prescrits. A partir de ces définitions, on distingue :

- **La maintenabilité intrinsèque :** elle est « construite » dès la phase de conception à partir d'un cahier des charges prenant en compte les critères de maintenabilité (modularité, accessibilité, etc).

- **La maintenabilité prévisionnelle :** elle est également « construite », mais à partir de l'objectif de disponibilité.

- **La maintenabilité opérationnelle :** elle sera mesurée à partir des historiques d'interventions.

L'analyse de maintenabilité permettra d'estimer la MTTR ainsi que les lois probabilistes de maintenabilité (sur les mêmes modèles que la fiabilité).

IV .2.2.1APPROCHEMATHEMATIQUE DELA MAINTENABILITE M(T) :

La maintenabilité peut se caractériser par sa MTTR (Mean Time To Repair) ou encoreMoyenne des Temps Techniques de Réparation .

$$MTTR = \frac{\sum Temp\ d'intervention\ pour\ n\ pannes}{Nombre\ de\ pannes} = \frac{180,5}{40} = 4,5125$$

De façon analogue au taux de défaillance, on définit un taux de réparation μ tel que :

$$\mu = \frac{1}{MTTR} = \frac{1}{4,5125} = 0,22160665$$

La fonction de répartition est notée M(t). Elle exprime la probabilité qu'une intervention ait une durée TTR < t, ou que le $M(t) = 1 - e^{-\mu t} = 1 - e^{-(0,22160665)t}$

système en panne à t = 0 soit rétabli à t : M(t)=Prob (TTR<t).

* Les TTR relevés et classés par ordre croissant sont les suivants :

Tableau. IV.5 . La maintenabilité peut se caractériser par sa TR

TR	n_I	$\sum n_I$	M(t)	TR	n_I	$\sum n_I$	M(t)
1	1	1	0,19877	2,5	1	21	0,42536
1	1	2	0,19877	2,5	1	22	0,42536
1,5	1	3	0,28281	3,5	1	23	0,53958
1,5	1	4	0,28281	3,5	1	24	0,53958
1,5	1	5	0,28281	4	1	25	0,58787
1,5	1	6	0,28281	5	1	26	0,66979
1,5	1	7	0,28281	5	1	27	0,66979
2	1	8	0,35803	5,5	1	28	0,70443
2	1	9	0,35803	5,5	1	29	0,70443
2	1	10	0,35803	6,5	1	30	0,76318
2	1	11	0,35803	6,5	1	31	0,76318
2	1	12	0,35803	6,5	1	32	0,76318
2,5	1	13	0,42536	6,5	1	33	0,76318
2,5	1	14	0,42536	7	1	34	0,78802
2,5	1	15	0,42536	7,5	1	35	0,81025
2,5	1	16	0,42536	10	1	36	0,89096
2,5	1	17	0,42536	10,5	1	37	0,90240
2,5	1	18	0,42536	10,5	1	38	0,90240
2,5	1	19	0,42536	13	1	39	0,94391
2,5	1	20	0,42536	19,5	1	40	0,98672

IV .2.2.1 .1 PROBABILITE ASSOCIEE A LA MTTR :

M(4,5125) =1-$e^{-(0{,}22160665*4{,}5125)}$=0,63212

IV .2.2.1 .2 TTR ASSOCIE A UNE PROBABILITE DE 90% :

M(t)=1- $e^{-\mu t}$ = 90%

$e^{-\mu t}$=0,1

$-\mu t = \ln(0{,}1) \Rightarrow t = -\frac{\ln(0{,}1)}{\mu}$

$$t = -\frac{\ln(0{,}1)}{0{,}22160665} = 10{,}39 \text{ h} \approx 10\text{h}$$

➢ **Courbe de maintenabilité**

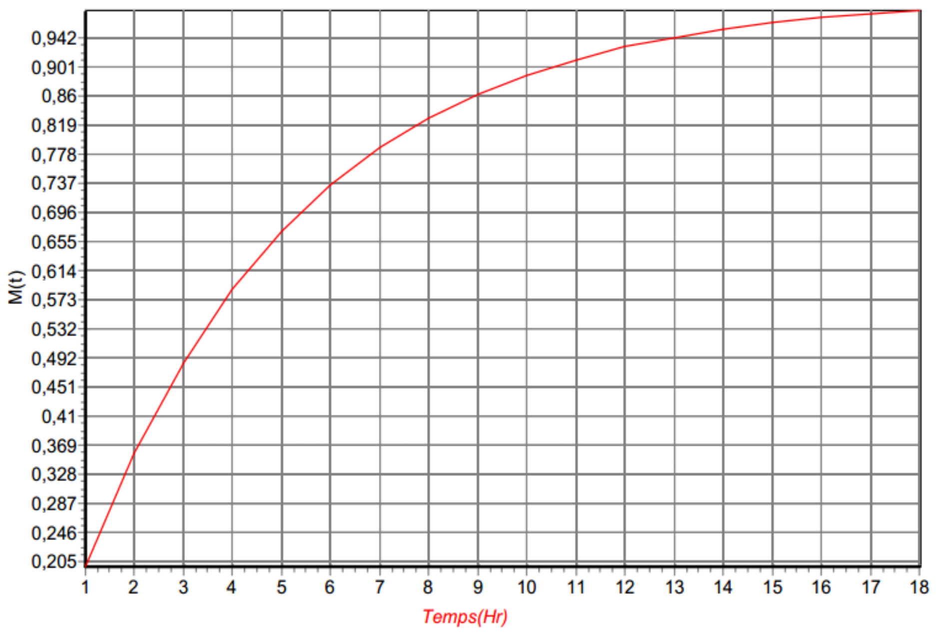


Figure . IV.10 - Courbe de maintenabilité

➢ **Analyse de la courbe :**

On voie que la courbe de maintenabilité est une courbe croissante, Après l'observation du graphe de maintenabilité on déduit que nous avons peu de chance pour que la réparation se fasse dans les meilleures conditions possibles.

IV .2.3ANALYSE DE LA DISPONIBILITE

La disponibilité A(t) représente la probabilité pour que le système S soit non défaillant à l'instant t. On remarquera que dans le cas de systèmes non réparables, la définition de la disponibilité est équivalente à celle de la fiabilité :

A(t) = P(E non défaillante à l'instant t)

L'aptitude contraire est appelée indisponibilité, et est définie par :$\tilde{A}(t) = 1 - A(t)$

IV .2.3.1DISPONIBILITE INTRINSEQUE THEORIQUE

MTBF=193,6 h

MTTR=4,5125

$$\text{Di} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} = \frac{193{,}6}{193{,}6\ + 4{,}5125} = 0{,}9772$$

Di=97,72%

IV .2.3.2DISPONIBILITE INSTANTANEE

Elle exprime le point de vue du concepteur. Ce dernier a conçu et fabriqué le produit en lui donnant un certain nombre de caractéristiques intrinsèques, c'est à dire des caractéristiques qui prennent en compte les conditions d'installation, d'utilisation, de maintenance et d'environnement, supposées idéales.

$$\mu = \frac{1}{MTTR} = 0{,}22160665h$$

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} = 0{,}005165h$$

$$\text{D(t)} = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\mu + \lambda} e^{-(\lambda+\mu)t}$$

$$\text{Di(t)} = \frac{0{,}22160665}{0{,}22160665\ + 0{,}005165} + \frac{0{,}005165}{0{,}22160665\ + 0{,}005165} e^{-(0{,}005165\ +0{,}22160665)t}$$

$$\text{D(t)} = 0{,}9772 + \ 0{,}02278e^{-(0{,}22278)t}$$

TABLEAU IV.6. DISPONIBILITE INSTANTANEE

TTR	N	Di(t)
1	2	0,99543
1,5	5	0,99351
2	5	0,99179
2,5	10	0,99025
3,5	2	0,98765
4	1	0,98654
5	2	0,98468
5,5	2	0,98389
6,5	4	0,98255
7	1	0,98199
7,5	1	0,98148
10	1	0,97965
10,5	2	0,97940
13	1	0,97846
19,5	1	0,97750

➢ **Courbe de disponibilité**

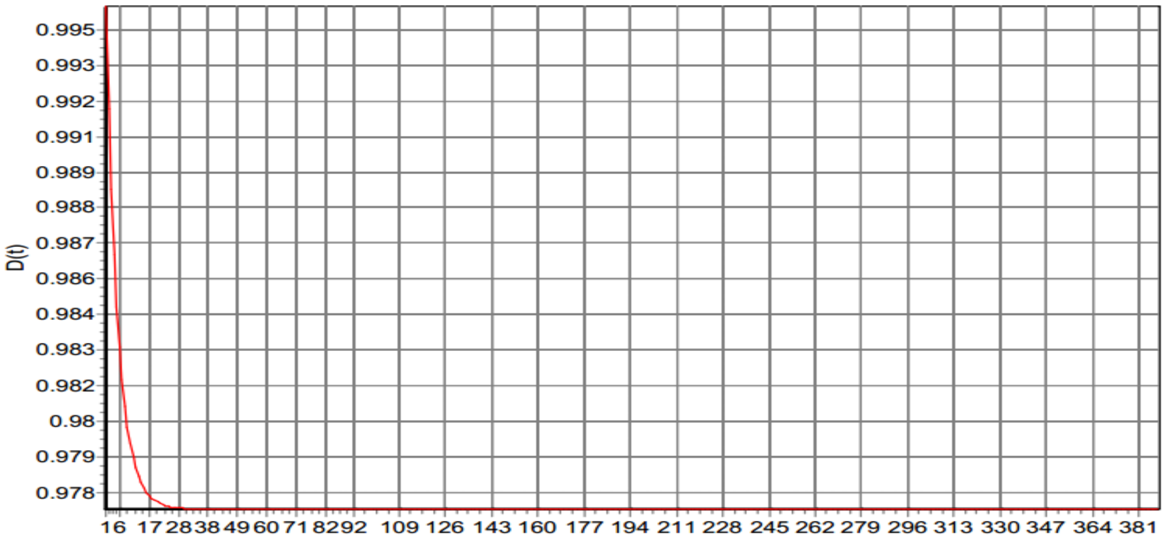


Figure . IV.11 - Courbe de disponibilité

➢ **Analyse de la courbe** :

La disponibilité est décroissante en fonction de temps, et la disponibilité est le reflet de la fiabilité et de la maintenabilité , pour augmenter la disponibilité d'une machine consiste à diminuer le nombre de ses arrêt (augmenté sa fiabilité) et réduire le temps nécessaire pour résoudre les causes de ceux-ci (augmenté sa maintenabilité).

IV . 3 APPLICATION DES CHAINES DE MARKOV POUR LAMODELISATION DE LA DISPONIBILITE ET LA FIABILITE

IV.3.1 THEORIE DES CHAINES DE MARKOV[17]

Pour tenir compte des dépendances entre les différents éléments d'un système on construit un graphe décrivant sont comportement dynamique, dont les sommets correspondront aux différents états du système et dont les arcs correspondront aux transitions entre les états.

Graphe des états

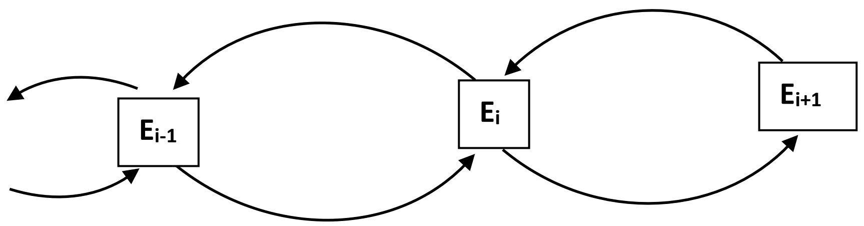


Figure VI .12 Graphe d'état

Où dans le cas de taux de défaillance et de taux de réparation constants et valant λ et μ,

d_i (t) = λ × (nombre de composants en fonctionnement)

r_i (t) = μ × min (n - i, r).

Lorsque les d_i(t) et r_i(t) ne dépendent pas du temps, on peut calculer les probabilités stationnaires à l'aide de chaînes de Markov

Dans un système non réparable, l'état du système ne peut évoluer que dans le sens d'une décroissance d'indice, tandis que dans un système réparable l'indice de l'état décroît lors d'une défaillance, mais croît lors d'une réparation

IV.3.2 LES EQUATIONS D'ETAT DU SYSTEME[17]

Dans le cas d'un processus homogène les termes d_i(t) et r_i(t) sont constants et p_i(t) est différentiable. L'ensemble des équations différentielles constitue les équations d'états du système. on obtient en supposant que E={1,2, … . } :

$$\left[\frac{dp_1}{dt}(t), \frac{dp_2}{dt}(t), \dots\dots, \frac{dp_n}{dt}(t)\right| = [p_1(t), p_2(t), \dots . p_n(t)]A\Big]$$

La matrice A est appelée matrice des taux de transition.. La fiabilité étant la probabilité pour que le système se trouve dans un état de marche sans jamais être passer par un état de panne, il suffira de supprimer les transitions des états de panne vers les états de marches dans la matrice A pour calculer la fiabilité

IV.3.2.1 APPLICATION A LA FIABILITE[3]

À l'origine des temps, on suppose généralement que tous les composants sont bons, d'où :

$$P_n(0)=1\ ;\ P_i(0)=0\ ,\ \forall_i \neq n$$

Si par contre on démarre d'un état où seuls k composants sont bons, on devra avoir comme conditions initiales :

$P_k(0)=1\ ;\ P_i(0)=0\ ,\ \forall_k \neq n$

Pour calculer la fiabilité d'un système, on recherche l'état E_d d'indice le plus élevé qui entraîne la défaillance du système (état absorbant) et l'on a :

$R(t)=\sum_{i=d+1}^{n} P_i(t) = 1 - \sum_{i=o}^{d} P_i(t)$

Associé à :

$$R_j(t)=0\ ,\forall_j \leq k$$

IV.3.2.2APPLICATION A LA DISPONIBILITE[17]

On détermine, comme pour la fiabilité, l'état E_d d'indice le plus élevé entraînant la défaillance du système, mais on conserve dans le système d'équations tous les termes r_i (t).La disponibilité est alors :

$$A(t) = \sum_{i=d+1}^{n} P_i(t) = 1 - \sum_{i=0}^{d} P_i(t)$$

IV.3.2.3CALCUL DE LA DISPONIBILITE ET DE LA FIABILITE D'UN SYSTEME[18]

Nous considérons que nous avons un élément principal et un élément en réserve.

En utilisant le graphe des états de MARKOV

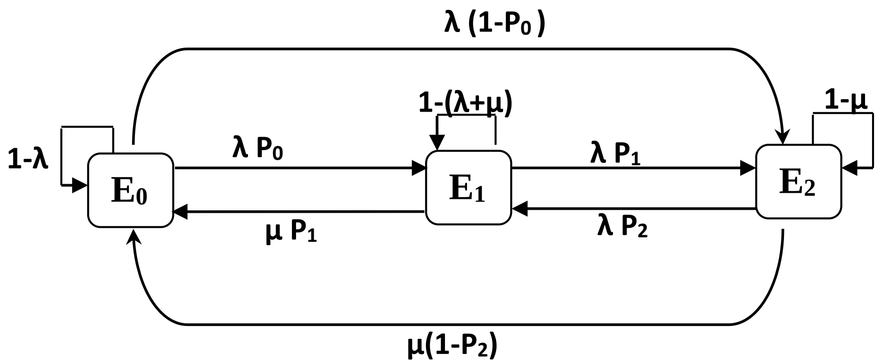


Figure IV.13 Graphe G des états de la disponibilité[18]

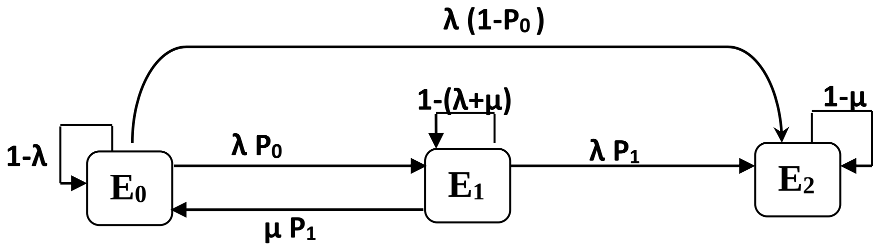


Figure IV.14 Graphe G des états de la fiabilité[18]

- Le premier état **(P_0)** représente une absence de panne.

- Le dernier état **(P_2)** représente une défaillance totale de système.

Entre ces deux états il y a un état intermédiaire qui représente une défaillance partielle du système.

IV.3.2.4EQUATION D'ETAT DU SYSTEME[22]

Régime stationnaire

$\lambda P_0 = \mu P_1$

$P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0 \Rightarrow P_1 = \rho P_0$

$\lambda P_0 = \mu P_1 + \lambda P_1$

$\lambda P_0 + 2\mu P_2 = P_1(\mu+\lambda)$

$\lambda P_0 + 2\mu P_2 = P_1(\mu+\lambda)$

$\lambda P_0 + 2\mu P_2 = \frac{\lambda}{\mu} P_0 (\mu + \lambda)$

$\mu P_2 = P_0 \left[\left(\frac{\lambda}{\mu} \mu + \lambda\right) - \lambda\right]$

$P_2 = \rho^2 P_0$

.

.

.

.

$P_n = \rho^n P_0$

Nous savons également que la somme des probabilités est 1, c'est-à-dire,

$$\sum_{i=0}^{\infty} P_i = 1$$

$$P_n = \rho^n P_0$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} P_i = P_0 + P_1 + P_2 \ldots . P_n = 1$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} P_i = P_0 + \rho P_0 + \rho^2 P_0 \ldots . + \rho^n P_0 = 1$$

$$= P_0 (1 + \rho + \rho^2 + \rho^n) = 1$$

Où $(1+\rho + \rho^2 + \rho^n)$la somme ingénierie consécutives

$S=\frac{1}{1-\rho}$

$P_0 = 1 \Rightarrow P_0 = (1-\rho)$

IV.3.3 APPLICATION NUMERIQUE

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} = 0{,}005165h$$

$$\mu = \frac{1}{MTTR} = 0{,}22160665h$$

$P_0 = (1-\rho) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 0{,}023307$

$P_1 = \rho P_0 = 0{,}022764$

$P_2 = \rho^2 P_0 = 0{,}000531$

IV.3.3.1 CALCUL DE LA DISPONIBILITE

D'où la matrice de transition P dans le système la disponibilité

$$P=\begin{pmatrix} 1-\lambda & \lambda P_0 & \lambda(1-P_0) \\ \mu P_1 & 1-(\lambda+\mu) & \lambda P_1 \\ \lambda(1-P_2) & \mu P_2 & 1-\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.99484 & 0{,}00504 & 0.00012 \\ 0.00504 & 0.77323 & 0.00012 \\ 0.00516 & 0.0012 & 0.778393 \end{pmatrix}$$

Conditions initiales :

$(a_1, a_2, a_3) = (1, 0, 0)$

Probabilité des pannes Après 1 année

$$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^1 = (1, 0, 0) \begin{pmatrix} 0.99484 & 0.00504 & 0.00012 \\ 0.00504 & 0.77323 & 0.00012 \\ 0.00516 & 0.0012 & 0.778393 \end{pmatrix}$$

$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^1 = (0.99484, 0.00504, 0.00012)^1$

Tableau IV.7. Probabilité de la disponibilité Après(1) année

Probabilité d'avoir n élément en panne		
π_1	π_2	π_3
0.99484	0.00504	0.00012

Conditions initiales :

$(a_1, a_2, a_3) = (0.99484, 0.00504, 0.00012)$

Probabilité des pannes Après 2 année

$\pi_2 = \pi_1 \times P^2$

$$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^2 = (0.99484, 0.00504, 0.00012) \begin{pmatrix} 0.99484 & 0.00504 & 0.00012 \\ 0.00504 & 0.77323 & 0.00012 \\ 0.00516 & 0.0012 & 0.778393 \end{pmatrix}^2$$

$$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^2 = (0.99484, 0.00504, 0.00012) \begin{pmatrix} 0.98973 & 0.00891 & 0.00021 \\ 0.00891 & 0.59791 & 0.00019 \\ 0.00916 & 0.00189 & 0.60590 \end{pmatrix}$$

$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^2 = (0.98467, 0.01188, 0.00028)$

Tableau IV.8. Probabilité de la disponibilité Après(2) année

Probabilité d'avoir n élément en panne		
π_1	π_2	π_3
0.98467	0.01188	0.00028

IV.3.3.2CALCUL DE LA FIABILITE

♣ **Equation d'état du système :**

Régime stationnaire

$\lambda P_0 = \mu P_1$

$P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0 \Rightarrow P_1 = \rho P_0$

$P_2 = \lambda P_0$

$P_0 = 1 - P_1 + P_2$

♣ **Application numérique**

$$\left.\begin{aligned} P_0 &= 1 - P_1 + P_2 \\ P_1 &= \rho P_0 \\ P_2 &= \lambda P_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow P_0 = \frac{1}{1+\rho(1+\lambda)}$$

$P_0 = \frac{1}{1+\rho(1+\lambda)}$ = 0,97711

$P_1 = \rho P_0$= 0,02278

$P_2 = \lambda P_0$= 0,00012

D'où la matrice de transition P dans le système la fiabilité

$$P=\begin{pmatrix} 1-\lambda & \lambda P_0 & \lambda(1-P_0) \\ \mu P_1 & 1-(\lambda+\mu) & \lambda P_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0.99484 & 0{,}00504 & 0.00012 \\ 0.00504 & 0.77323 & 0.00012 \\ 0.00516 & 0.0012 & 0.778393 \end{pmatrix}$$

Conditions initiales :

$(a_1, a_2, a_3) = (1, 0, 0)$

Probabilité des pannes Après 1 année

$$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^1 = (1, 0, 0)\begin{pmatrix} 0.99484 & 0.00504 & 0.00012 \\ 0.00504 & 0.77323 & 0.00012 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^1 = (0.99484, 0.00504, 0.00012)^1$

Tableau IV .9. Probabilité de la fiabilité Après(1) année

Probabilité d'avoir n élément en panne		
π_1	π_2	π_3
0.99484	0.00504	0.00012

Conditions initiales :

$(a_1, a_2, a_3)^1 = (0.99484, 0.00504, 0.00012)$

Probabilité des pannes Après 2 année

$\pi_2 = \pi_1 \times P^2$

$$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^2 = (0.99484, 0.00504, 0.00012)\begin{pmatrix} 0.99484 & 0.00504 & 0.00012 \\ 0.00504 & 0.77323 & 0.00012 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2$$

$$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^2 = (0.99484, 0.00504, 0.00012)\begin{pmatrix} 0.98973 & 0.00891 & 0.00012 \\ 0.00891 & 0.59791 & 0.00009 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$(\pi_1, \pi_2, \pi_3)^2 = (0.98973, 0.00891, 0.00012)$

Tableau IV .10. Probabilité de la disponibilité Après(2) année

Probabilité d'avoir n élément en panne		
π_1	π_2	π_3
0.98973	0.00891	0.00012

IV.3.4 AMELIORER LA FIABILITE ET LA DISPONIBILITE D'UN SYSTEME

- **La fiabilité de l'élément**,

Augmenter cette fiabilité peut s'effectuer

- en changeant l'élément pas un élément jouant un rôle équivalent mais plus fiable
- en effectuant, si cela est possible, de la maintenance préventive. (entretien régulier, suivi des accroissements de taux d'anomalies, etc..)

- **Le MTTR** (temps moyen de réparation de l'élément),

Diminuer ce temps moyen de réparation peut s'effectuer

- En surveillant l'élément concerné pour déclencher le processus de réparation au plus tôt.
- En optimisant le MTTR.
  - On peut jouer, à la marge, sur le temps de la réparation, par augmentation des compétences, par une meilleure capitalisation, par une organisation avec processus d'escalades efficient.
  - Par raccourcissement du temps moyen d'intervention

IV.4CONCLUSION :

Ce chapitre a été concerné à l'analyse FMD et d'autre méthodes de l'aide à la décision, dont le but de faire : améliorer et augmenter la disponibilité et la productivité de la ligne d'extrusion, faciliter le diagnostique des pannes, choisir la meilleure politique de maintenance pour les machines d'extrusion et d'intervenir dans des temps bien définie pour appliquer cette politique .

Enfin on nous avons montré comment on peut évaluer la disponibilité et la fiabilité de appareil a cylindres à l'aide de la théorie des chaines de Markov , Les raisons d'accroître la fiabilité et la disponibilité ont été identifiées

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE :

Le système de production est l'un des systèmes les plus complexes . Les activités de la sureté de fonctionnement prennent une place de plus en plus essentielle ; tout incident nécessite de prendre les mesures permettant d’assurer le maintien du système considéré à un niveau de fonctionnent satisfaisant et les mesures en question définissent ainsi la stratégie de la politique de maintenance.

Bien que les méthodes dévaluation des critères de sûreté de fonctionnement soient diverses, spécifiant l’analyse FMD, AMDEC, ADD, et RDP... , les chaines Markov nous apportent un avantage qui prendre en compte des dépendances fonctionnelle, ce qui permet une optimisation chiffrée de la maintenance .

Dans ce travail nous avons abordé la modélisation et l'analyse de la conception des systèmes de production Les processeurs constituant ces systèmes sont assujettis à des défaillances aléatoires. dans le but d'améliorer les performances du système. Deux indicateurs de performance sont évalues à l'aide des méthodes développes dans cette thèse, à savoir : Taux de défaillance et le taux de réparation. Ces deux indicateurs deviennent identiques lorsque distribution stationnaire .

D’après les statistiques recueillies sur les équipements de mouture de blé , les pannes des systèmes suivent une loi de distribution normale c’est à dire qu’ils sont en période de vieillissement.

Pour évaluer la performance d’un système, on utilise soit les méthodes analytiques, telles que les chaines Markov , soit la simulation. Chacune de ces méthodes comporte ses avantages et ses inconvénients. Les solutions analytiques bénéficient de temps de résolution très rapides. Les résultats peuvent être immédiats, car ils sont déterminés à partir d’équations mathématiques issues du formalisme emprunté. Toutefois, les modèles doivent être suffisamment simples pour demeurer solubles par voie analytique. Ainsi, la zone de fonctionnement de ces solutions, bien qu’étendue par les méthodes de résolutions approximatives, demeure assez restreinte .

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE

REFERENCESBIBLIOGRAPHIQUE

[1] :Bruno Sericola ,« Processus de Markov pourla sûreté de fonctionnement et la qualité de service» ,mémoire de fin d'étude , Université de Rennes 1 , 2 octobre 1998

[2] :Powell , Rabéjac , Thévenod « Guide de la Sûreté de fonctionnement». Toulouse, France, Cépaduès - Éditions, 1995.

[3] : MEBARKIA Djalal, « Recherche d'une solution optimale d'exploitation et de maintenance des gazoducs algériens tenant compte de la fiabilité des équipements des Différentes lignes», Mémoire de Magister , Université M'HAMED BOUGARA DE BOUMERDES , Année Universitaire 2012/2013

[4] : Documents entreprise les moulins du Hodna « le processus de fabrication du farine , stockage, conditionnement, expédition » .

[5] : https://http://tecnologia-alimenticia.com/interiores/procesos2

[6] : Smail BENISSAAD , «cours de maintenance industrielle », Année Universitaire 2007/2008

[7] : S .BENSAADA , D.FELIAHI , «la maintenance industrielle »,*OPU ,7-2002*

[8] : https://www.scribd.com/document/254295442/Introduction-a-La-Maintenance-Industrielle

[9] : Jean-Pierre Vernier, « Maintenance : Méthodes et organisation », livre 3e édition DUNOD, Paris, 2000.

[10] : PANTAZICA LUCRETIA, «cours initiation de la gestion de la maintenance» , OFPPT(ROYAUME DU MAROC) , 2006

[11] **:** Mr Mohamed Chouchéne, Mme BEN FRAJ Boutheina, Mme**, «**Cours :Introduction à la maintenance» , ISET Nabeul (Tunisia) , Année Universitaire 2013/2014

[12] : Ben ahmed aissa med el amine , Kheri abderrahim ,« La sureté de fonctionnement d'un bac de stockage de GNL avec la méthode d'analyse MERHEBEN Najoua AMDEC »,mémoire de fin d'étude, Université 20 Août 1955SKIKDA, Année Universitaire:2012/2013

[13] : Les Rencontres du CIMI,« cours Sûreté de Fonctionnement des installations industrielles », Université Paris , 18 octobre 2001

[14] : Daniel NOYES, François PÉRÈS,« Analyse des systèmes-Sûreté de fonctionnement » ,OATAO(Université Toulouse), 10 juil. 2007

[15] : Jean LACROIX ,«Cours Chaînes de Markov » , Université Paris13, 10 oct. 2008

[16] :SEBASTIEN Loustau,«Cours Chaînes de Markov et Processus markoviens de sauts. Applications aux files d'attente» , Ecole Centrale de Marseille, Année Universitaire 2008-2009

[17] :Pierre PRIOURET,«Cours : rapide sur les chaînes de Markov» , Université Paris 13, Institut Galilée , Année Universitaire 2014-2015

[18] :DAVID COUPIER,«Cours processus stochastiques» , POLYTECH'LILLE , 20 juillet 2009

[19] :E.Pommiès, S. Robin ,«Cours Introduction aux chaînes de Markov homogènes» , Département OMIP , 16 juin 2004

[20] :Leplus Francois , « Cours Chaînes de Markov et espérance conditionnelle», POLYTECH'LILLE , 2015

[21] :Pr. Ahmed BELLAOUAR,M.A. Salima BELEULMI.«Ce polycopié de fiabilité, maintenabilité et disponibilité (FMD)», Université Constantine 1 , Année Universitaire 2013-2014

[22] :BOUBAKRI MOHAMED LAMINE , DJAIDJA OMAR ANAS,« Une approche d'amélioration du service maintenance basée sur les réseaux des files d'attente »,mémoire de fin d'étude, Université MOHAMED BOUDIAF – M'SILA , Année Universitaire 2016/2017

[23] :Kebbas Salah, «Contribution à la Correction et l'Amélioration de la Qualité de Service dans une Entreprise Publique, en utilisant les Réseaux de Files d'Attente», Mémoire de Magister, Université Hadj- Lakhdar -Batna, Année Universitaire 2012/2013

ANNEXE

ANNEXE N₀ 1

Voici quelques formules ultra-classiques du calcul des probabilités dont vous ne pourrez pas vous passer durant ce cours.

On se donne un triplé **(Ω,** *F*, ℙ**)** ou :

– **Ω** est un ensemble ;

– F est une tribu sur **Ω**, i.e. une tr`es grande famille de sous-ensembles de **Ω** ;

– ℙ est une mesure de probabilité sur **Ω** : les seuls sous-ensembles de **Ω** pouvant être mesurés par ℙsont ceux de la tribu F.

Dans la suite, A, B et $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont dans la tribu F.

- On a toujours

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\right) \leq \sum_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(A_n)$$

avec égalité dès que les événements A_n, n ∈ℕ, sont deux à deux disjoints

- Supposons que la famille $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ forme une partition de **Ω**, i.e. les A_n, n ∈ℕ, sont deux à deux disjoints et leur union remplit tout **Ω**. Alor

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(B \cap A_n) = \sum_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(B|A_n)\mathbb{P}(A_n)$$

- Les événements A et B sont indépendants si et seulement si ℙ(A ∩ B) = ℙ(A) ℙ(B), ce qui s'écrit encore
  ℙ(A | B) = ℙ(A) des que ℙ(B) >0

- Si la suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante, i.e. $A_n \subset A_{n+1}$, alors

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\right) = \lim_{n\to\infty} \mathbb{P}(A_n)$$

- Si la suite $(A_n)n\in\mathbb{N}$est décroissante, i.e. $A_n \supset A_{n+1}$, alors

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n\right) = \lim_{n\to\infty} \mathbb{P}(A_n)$$

ANNEXE №2

Intervalles de confiances de F(X)

Valeurs critiques pour le test de Kolmogorov Smirnov

N	Niveau significatif				
	0,2	0,15	0,1	0,05	0,01
1	0,900	0,925	0,950	0,975	0,995
2	0,684	0,726	0,776	0,842	0,929
3	0,565	0,597	0,642	0,708	0,828
4	0,494	0,525	0,564	0,624	0,733
5	0,446	0,474	0,510	0,565	0,669
6	0,410	0,436	0,470	0,521	0,618
7	0,381	0,405	0,438	0,486	0,577
8	0,358	0,381	0,411	0,457	0,543
9	0,339	0,360	0,388	0,432	0,514
10	0,322	0,342	0,368	0,410	0,490
11	0,307	0,326	0,352	0,391	0,468
12	0,295	0,313	0,338	0,375	0,450
13	0,284	0,302	0,325	0,361	0,433
14	0,274	0,292	0,314	0,349	0,418
15	0,266	0,283	0,304	0,338	0,404
16	0,252	0,274	0,295	0,328	0,392
17	0,250	0,266	0,286	0,318	0,381
18	0,244	0,259	0,278	0,309	0,371
19	0,237	0,252	0,272	0,301	0,363
20	0,231	0,246	0,264	0,294	0,356
25	0,210	0,220	0,240	0,270	0,320
30	0,190	0,200	0,220	0,240	0,290
35	0,180	0,190	0,210	0,230	0,270
>35	$\frac{1,07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,22}{\sqrt{N}}$	$\frac{0,188}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{N}}$

Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire aborde le problème Amélioration des performances opérationnelles des systèmes de production en utilisant la théorie des chaînes de Markov.

Ensuite, nous présentons deux approches pour l'évaluation de la disponibilité, la première est L'analyse FMD et la deuxième c'est la théorie processus de Markov.

Ces deux domaines d'évaluation consiste en une évaluation probabiliste . L'analyse FMD nous donne un meilleur outil pour faciliter l'analyse et le choix de la politique de maintenance. Ensuite, nous avons mis l'accent sur les processus de Markov qui servent comme outil mathématique . Nous envisageons ensuite la nécessité de les améliorer dans le but d'augmenter la productivité des machines et mettre en œuvre des moyens adéquats pour y arriver.

Mots clés :

Maintenance, FMD, fiabilité, maintenabilité, disponibilité, loi de Weibull, Chaines de Markov,

ملخص :

يتناول العمل المقدم في هذه الرسالة مشكلة تحسن أداء التشغيلي لأنظمة الإنتاج باستخدام نظرية سلسلة ماركوف .

بعد ذلك، سنتطرق إلى مقاربتين حول تقييم التوفر ، تتحدث الأولى عن تحليل كل من الموثوقية و التوفر والصيانة ،و الثانية عن عملية ماركوف ،و مجالا التقييم هاتين الأخيرتين هو تقويم احتمالي. يعطينا تحليل كل من الموثوقية و التوفر والصيانة أداة أفضل لتسهيل التحليل واختيار سياسة الصيانة.ثم ركزنا على عمليات ماركوف التي تعمل كأداة رياضية.و من أجل الحكم على مدى ضرورة تحسينهما بهدف الرفع من إنتاجية الآلات و استخدام الوسائل المناسبة للوصول إلى ذلك .

الكلمات المفتاحية:الموثوقية , التوفر ,الصيانة , قانون ويبل , سلاسل ماركوف