

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE  
N° :2017/TS3ER 07/97/482



DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIE  
FILIERE : ELECTRONIQUE  
OPTION : TS3ER

**Mémoire présenté pour l'obtention  
Du diplôme de Master Académique**

**Par:**

Boussag Abdellatif

Berra Mohamad Nour El islam

**Intitulé**

**Etude et simulation de la bande interdite d'un  
cristal phononique 2D structuré  
en un réseau carré**

**Soutenu devant le jury composé de :**

Fadila Benmeddour	Université Msila	Président
Dr. KAHLOUCHE Ahmed	Université Msila	Rapporteur
Farida Kebaili	Université Msila	Examineur

**Année universitaire : 2016 /2017**

# Dédicace

*Tout d'abord, je veux rendre grâce à Dieu, le Clément et le Très Miséricordieux pour son amour éternel. C'est ainsi que je dédie ce mémoire à :*

*Ma mère pour sa tendresse et mon père pour sa patience et encouragement et ma grand-mère.*

- ❖ mes très chers frères et mes chères sœurs*
- ❖ mes cousins et cousines*
- ❖ tous ceux que j'aime*
- ❖ toutes mes amies.*

## REMERCIEMENTS

*A Dieu, le tout puissant, nous rendons grâce pour nous avoir donné santé, patience, volonté et surtout raison.*

*En premier lieu, je tiens à remercier mon encadreur Mr. KAHLOUCHE AHMED qui m'a aidé et conseillé durant ce travail.*

*Mes remerciements vont également aux membres de jury pour m'avoir honoré par leur évaluation de ce travail.*

*Je remercie également tous les enseignants du département de l'électronique de l'université de M'SILA pour leur aide et encouragement.*

*Enfin, je remercie tous ceux qui m'ont soutenu, encouragé et donné l'envie de mener à terme ce travail.*

# Liste des figures

## CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS

Figure I. 1 : Représentation schématique de cristaux photoniques ou phononiques (a)unidimensionnel (1D), (b) bidimensionnels (2D) et (c) tridimensionnels (3D) .....	9
Figure I.2 : Représentation schématique d'un cristal phononique Unidimensionnel constitué de deux matériaux A et B.....	9
Figure I.3 : Représentation schématique des Principaux réseaux dans Le cas d'un cristal Phononique à deux dimensions [2.....	10
Figure I.4 : Exemples de structures 3D: (a)structure cubique, (b)tas de bois, (c)structure multicouches, (d)opales ou opales inversées.....	11
Figure I.5 : (a) maille élémentaire carrée et vecteur $r$ , (b) zone de Brillouin de la maille carrée..	11
Figure I.6 : Représentation schématique: (a) Réseau triangulaire direct (b) Réseau réciproque, (c) et de sa zone de Brillouin.....	12
Figure I.7 : définition du paramètre $\gamma$ .....	12
Figure I. 8 : Représentation d'un réseau carré dans l'espace réel et l'espace réciproque avec la première zone de Brillouin associée.....	14
Figure I.9 : Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble De cylindres disposés en réseau périodique carré.....	16
Figure I.10 : vecteurs de base et maille élémentaire de Wigner-Seitz (zone grisée) dans le réseau direct.....	16
Figure I.11 : Vecteurs de base et première zone de Brillouin Dans le réseau réciproque.....	17
Figure I.12: diagramme de bandes d'un cristal phononique constitués de trous d'airs percés dans une membrane AlN/SiO <sub>2</sub> ,avec un remplissage de 60%[4].....	18

## CHAPITER II :METHODES NUMERIQUES ET OUTILS DE SIMULATIONS

Figure II.1 : Exemple de spectre de transmission dans un cristalPhononique bidimensionnel pour un vecteur d'onde fixé.....	26
Figure II.2: Cristal phononique 2D constitué de cylindres en aluminium disposés périodiquement suivant un réseau carré dans une matrice d'époxy.....	26
Figure II.3 : Le modèle adopté pour le calcul du coefficient de transmission Du cristal phononique de la figure II.2.....	27
Figure II.4 : Coefficient de transmission des ondes planes en fonction de fréquences pour une structure à CP2D composée de cylindres d'acier dans une matrice d'époxy.....	28
Figure II.5: Structure du cristal phononic PVC-AIR (PC) avec un réseau Carré de paramètr a=27mm, et R=12,9mm.....	36
Figure II.6 : structure de bande déterminée par méthode d'onde plane (PWE) pour PVC-Air (PC) avec un réseau carré [67].....	36

## CHAPITER III : RESULTATS DE SIMILATIONS ET DISCUSSIONS

Figure III.1 : Structure déconnectée d'un cristal phononique 2D constituée avec des inclusions de silicium insérées dans l'air en un réseau carré : (a) Inclusions Carrées, (b) Inclusions cercles.....	39
Figure III.2 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D formé par des inclusions de silicium dans l'air : (a) Pour motif cylindre, (b) Pour un motif carré...40	40
Figure III.3 : Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble de carrée disposés en réseau périodique carré.....	41
Figure III.4 : (a) Cellule élémentaire, (b) Première zone de Brioullin.....	41
Figure III .5: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D Formé par des inclusions d'air carrées plongées dans le silicium.....	42

Figure III. 6: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D: (a) Pour a= 0.079mm, (b) Pour a= 0.085mm.....	43
Figure III.7: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la période du réseau carré « a ».....	44
Figure III.8: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour D= 0.039mm, (b) Pour D= 0.0348 mm.....	45
Figure III.9: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du diamètre « D » des inclusions de surface carrée.....	46
Figure III.10: Structure déconnectée d'un cristal phononique 2D constituée avec des inclusions de silicium insérées dans l'air en un réseau carré.....	47
Figure III.11 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D formé par des inclusions de silicium dans l'air : (a) Pour a= 0.08 mm, (b) Pour a= 0.082 mm.....	47
Figure III.12: Variations des propriétés des bandes phononiques ouvertes en fonction de la période.....	49
Figure III.13: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour D= 0.0327mm, (b) Pour D= 0.0304 mm.....	49
Figure III.14 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du diamètre « D » des inclusions de silicium.....	50
Figure III.15 : Variations des propriétés des bandes phononiques en Fonction du contraste dans la masse volumique en Kg/m <sup>3</sup> .....	52
Figure III.16 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la vitesse de propagation.....	53

# Liste des tableaux

## CHAPITER I : GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS

Tableau I.1 : Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes.....	7
Tableau I. 2 : l'espace direct et réciproque pour un réseau carré et hexagonal.....	15

## CHAPITER III : RESULTATS DE SIMILATIONS ET DISCUSSIONS

Tableau III.1: Constantes élastiques des deux matériaux constituant le cristal.....	42
Tableau III.2 : Influence de la période du réseau « a » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes.....	44
Tableau III.3: Influence du diamètre des inclusions «D » sur les Propriétés des bandes phononiques ouvertes.....	46
Tableau III .4 : Influence de la période du réseau « a » sur la largeur et la location des bandes phononiques ouvertes.....	48
Tableau III.5 : Influence du diamètre des inclusions «D » Sur les propriétés des bandes.....	51
Tableau III.7: influence de vitesse longitudinale sur les propriétés Des bandes interdites ouvertes....	53

# Table des matières

Dédicace.....	I
Remerciement.....	II
Liste des Figures .....	III
Liste des Tableaux.....	VI
Table des matières .....	VII
INTRODUCTION GENERAL.....	1

## **CHAPITER I : GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS**

INTRODUCTION.....	5
I.1. LES CRISTAUX PHONONIQUES.....	5
I.1.1. DEFINITION.....	5
I.1.2. HISTORIQUE ET CONCEPT.....	6
I.1.3. CRISTAUX PHOTONIQUES ET CRISTAUX PHONONIQUES.....	6
I.2. DIFFERENTS TYPES DES CRISTAUX PHONONIQUES.....	8
I.2.1. STRUCTURES PERIODIQUES UNIDIMENSIONNELLES.....	9
I.2.2. STRUCTURES PERIODIQUES BIDIMENSIONNELLES.....	9
I.2.3. STRUCTURES PERIODIQUES TRIDIMENSIONNELLES.....	10
I.3. DIFFERENTS TYPES DES RESEAUX CRISTAUX PHONONIQUES 2D.....	11
I.3.1. RESEAU CARRE.....	11
I.3.2. RESEAU TRIANGULAIRE.....	12
I.3.3. RESEAU HEXAGONAL.....	12
I.4. STRUCTURE CRISTALLINE.....	13

I.4.1. ESPACE REEL ET ESPACE RECIPROQUE.....	13
I.4.2. ZONE DE BRILLOUIN.....	13
I.4.3. RESEAU DIRECT ET RESEAU RECIPROQUE.....	15
I.5. BANDES INTERDITES ACOUSTIQUES.....	18
I.5.1. DIAGRAMMES DE BANDES.....	18
I.5.2. PARAMETRES D'INFLUENCE SUR LA BANDE INTERDITE.....	19
I.6. CREATION DES DEFAUTS DANS LES CRISTAUX PHONONIQUES 2D.....	20
I.6.1. DEFAUTS PONCTUELS.....	20
I.6.2. DEFAUT LINEAIRES.....	20
CONCLUSION.....	21

## **CHAPITER II :METHODESNUMERIQUES ET OUTILS DE SIMULATIONS**

INTRODUCTION.....	23
II.1. METHODE FDTD (FINITES DIFFERENCES TIME DOMAIN.....	23
II.1.1. PRINCIPE DE LA METHODE FDTD.....	24
II.1.2. APPLICATION DE FDTD POUR LE CALCUL DES BANDES.....	25
II.1.3. CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION.....	26
II.1.4. CONDITIONS AUX LIMITES PML (PERFECTLY MATCHED LAYER).....	27
II.1.5. COEFFICIENT DE TRANSMISSION.....	27
II.1.6. AVANTAGES ET LIMITATIONS DE LA METHODE FDTD.....	28
II.2. LA METHODE DES ELEMENTS FINIS.....	29

II.2.1. PRINCIPE GENERAL.....	30
II.2.2. FORMULATION VARIATIONELLE OU FORME FAIBLE.....	30
II.2.3. MAILLAGE, FONCTIONS DE FORME ET RESOLUTION.....	31
II.2.4. CONVERGENCE.....	31
II.3. METHODE DE DIFFUSION MULTIPLE.....	32
II.4. METHODE DE DECOMPOSITION EN ONDES PLANES.....	32
II.4.1. INTRODUCTION A LA METHODE PWE.....	32
II.4.2. PRINCIPE ET FORMULATION DE LA METHODE.....	33
II.4.3. AVANTAGES ET INCONVENIENTS.....	36
CONCLUSION.....	37

### **CHAPITER III : RESULTATS DE SIMILATIONS ET DISCUSSIONS**

INTRODUCTION.....	39
III.1. CHOIX DE LA STRUCTURE.....	39
III.2. PREMIERE STRUCTURE.....	40
III.2.1. STRUCTURE CONNECTEE.....	40
III.2.2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES.....	42
III.2.2.1. Influence de la période du réseau.....	42
III.2.2.2. Influence du côté « D » des inclusions.....	44
III.3. DEUXIEME STRUCTURE.....	46
III.2.1. STRUCTURE DECONNECTEE.....	46

III.3. 2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES.....	48
III.3.2.1 Influence de la période du réseau.....	48
III.3.2.2 Influence du Coté des inclusions.....	49
III.3.3. INFLUENCE DES PARAMETRES PHYSIQUES.....	51
III.3.3.1. Influence de la masse volumique.....	51
III.3.3.2. Influence de la vitesse longitudinale.....	52
CONCLUSION.....	53
CONCLUSION GENERALE.....	54
BIBLIOGRAPHIE.....	56

---

## **INTRODUCTION GENERALE**

---

## INTRODUCTION GENERALE

L'environnement tout entier de l'homme regorge de systèmes et phénomènes périodiques dont il profite ou subit l'influence. Ceux-ci peuvent être matériels ou non, et incarnent l'ordre dans la nature. Si la plupart d'entre eux sont naturels, d'autres sont par contre l'œuvre pure du génie et de l'imagination de l'homme. En effet, fasciné par tout ce qui est périodique autour de lui, et mû par le désir de l'exploiter à ses fins, l'homme a toujours mené des études pour en cerner le comportement et pouvoir ainsi orienter en conséquence son intervention. Ces dernières années, l'étude de la propagation des ondes élastiques ou acoustiques dans les milieux élastiques périodiques a connu un énorme intérêt par les scientifiques du fait de l'introduction du concept de cristal phononique.

Les cristaux phononiques sont des matériaux composites présentant des variations périodiques de leur densité et de leurs constantes élastiques suivant une, deux ou trois dimensions de l'espace. Ils disposent de ce fait et sous certaines conditions, la particularité de pouvoir interdire la propagation des ondes élastiques dans une gamme de longueurs d'ondes de même ordre de grandeur de la période du réseau de la structure. Il s'agit alors, comme en physique des solides et des cristaux photoniques, d'un phénomène de bande interdite.

Les ondes acoustiques présentent des avantages par rapport à ceux des ondes optiques et électroniques. En effet, il est possible d'observer ces effets de bandes interdites élastiques sur de vastes gammes de fréquences, ce qui autorise la simple fabrication de dispositifs macroscopiques et leur champ d'application devient de plus en plus très large, allant de l'atténuation des ondes sismiques au filtrage radio-fréquence, en passant par l'isolation phonique ou les interactions acousto-optiques. Le travail présenté dans ce mémoire de master a été structuré en quatre chapitres.

Le premier chapitre de ce manuscrit est entièrement consacré aux cristaux phononiques ; une nouvelle classe des structures à bandes interdites phononiques en particulier les cristaux bidimensionnels. Nous présentons tout d'abord un bref historique sur ces nouvelles structures, Puis, nous présentons une comparaison entre les cristaux phononiques, électroniques et photoniques. Ensuite, nous sommes intéressés à donner quelques rappels et notions fondamentales et le principe de base de ces matériaux.

Dans le second chapitre, nous décrivons les différentes méthodes théoriques utilisés généralement pour l'étude et la modélisation des structures périodiques notamment les cristaux phononiques 2D. La méthode de développement en ondes planes est introduite en

détail dans ce travail. Alors, Il existe, bien entendu, d'autres méthodes théoriques disponibles dans la littérature scientifique pour traiter le comportement des ondes élastiques dans ce type de structures périodiques telles que la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis.....etc.

Quant au troisième chapitre, il est entièrement dédié à l'étude de l'influence des paramètres physiques et géométriques sur les conditions d'ouverture des bandes phononiques. Nous avons simulé l'influence des paramètres : le côté  $D$  des inclusions carrées, la période du réseau  $a$ , la vitesse de propagation et la masse volumique sur les propriétés des bandes interdites ouvertes dans deux cas de structures : Structure connectée et structure déconnectée. Finalement, nous terminons ce manuscrit par une conclusion générale.

## **CHAPITRE I**

---

# **GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS**

---

## INTRODUCTION

Variété importante d'applications, comme par exemple la réflexion des ondes sismiques, la création de boucliers acoustiques ou encore la construction de miroirs non absorbants permettant l'isolation phonique de cavités. Récemment, la recherche sur les cristaux photoniques a connu une sérieuse avancée en particulier grâce au développement de méthodes de calcul théorique et d'outils numériques de simulation.

L'existence de bande absolue a été prédite théoriquement avant d'être démontrée expérimentalement dans une grande variété de cristaux phononiques constitués de composants solide ou solide et fluide [1]. Il a été montré que l'existence et la largeur des bandes interdites absolues dépendaient fortement de la nature des constituants, du contraste entre les paramètres physiques (densités et constantes élastiques) entre les inclusions et la matrice, la géométrie du réseau d'inclusion, la forme des inclusions et le facteur de remplissage.

### I.1. LES CRISTAUX PHONONIQUES

Imaginez une forêt dans laquelle des arbres seraient plantés suivant un plan régulier parfaitement périodique. Dans cette forêt, le diamètre des troncs varie fort peu d'un arbre à ses voisins et la distance qui les sépare est partout rigoureusement la même. La structure périodique bidimensionnelle que forment les arbres est intuitivement similaire à un arrangement parfaitement ordonné des atomes dans un cristal, pour peu que l'on fasse abstraction de la différence d'échelle. Un promeneur suivant un chemin tracé dans cette forêt aurait la surprise de constater que les sons lui parviennent déformés. Plus précisément, d'un orchestre jouant à proximité, il entendrait distinctement les sons graves des contrebasses ou les sons aigus des violons, mais s'apercevrait que toute une partie du spectre sonore entre ces deux extrêmes manque à l'appel. Cette atténuation d'une certaine bande de fréquence est la signature de l'existence d'une bande interdite pour le son, elle-même conséquence de l'arrangement périodique des arbres. Une telle forêt est un exemple de ce que les physiciens nomment un cristal photonique [1].

#### I.1.1. DEFINITION

En structurant périodiquement la matière, il est possible d'empêcher les ondes acoustiques de se propager, mais aussi de les confiner ou de leur faire suivre les chemins les plus détournés à l'échelle de la longueur d'onde.

Ces objets artificiels imitant la structure des cristaux naturels pourraient mener à la conception de véritables circuits phononiques

### **I.1.2. HISTORIQUE ET CONCEPT**

Les premiers travaux concernant la propagation des ondes élastiques dans les structures périodiques remontent à l'étude de Fahmy-Adler de 1972 qui a permis d'établir un formalisme pour décrire la propagation des ondes de surface dans les systèmes multicouches, il s'agit d'un système 1D : on ne parle pas encore des cristaux phononiques à proprement parler. Les premiers travaux théoriques sur les cristaux bidimensionnels ont été effectués en 1987 par Lakhtaki. Il étudia les coefficients de réflexion et de transmission des ondes élastiques sur un réseau de cylindre pour les basses fréquences. A partir de 1990 J. Liu introduit le concept de phonon dans les réseaux périodiques en étudiant expérimentalement la propagation d'une onde sonore dans un fluide contenant des sphères solides.

Par la suite, J. Liu et X. Jinguèrent une étude théorique afin d'établir, pour la première fois, le diagramme de dispersion d'une onde acoustique dans un fluide et faire le lien avec les bandes interdites mesurées. Des travaux similaires ont été menés en 1991 dans les phases liquides en étudiant l'atténuation des ondes élastiques dans des liquides non homogènes [1].

### **I.1.3. CRISTAUX PHOTONIQUES ET CRISTAUX PHONONIQUES**

Les cristaux phononiques tels qu'ils sont définies auparavant, sont des structures périodiques. Cependant, il ya de fortes analogies entre la propagation des électrons dans les cristaux ordinaires et les ondes électromagnétiques et élastiques dans les cristaux photoniques et phononiques respectivement.

Les propriétés fondamentales régissant la propagation des ondes électroniques, électromagnétiques et élastiques dans les structures périodiques tridimensionnelles isotropes sont résumées dans le tableau I.1 [2].

Propriétés	Cristal électronique	Cristal photonique	Cristal phononique
<b>Matériaux</b>	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques.	Composé de deux matériaux élastiques.
<b>Paramètres</b>	Constantes universelles nombres atomiques	Constantes diélectriques des constituants.	Densités, vitesse du son dans les constituants
<b>Constantes de maille</b>	1-5Å (microscopique)	0.1µm-1cm (mésoscopiques ou macroscopiques)	Mésoscopiques ou macroscopiques
<b>Ondes</b>	De Broglie (électron) $\psi$	Electromagnétiques ou lumineuses (photon)E.B	Vibration ou sonores (phonon) u
<b>Polarisation</b>	Spin (haut et bas)	Transversale : $\nabla \cdot D = 0$ $\nabla \cdot E \neq 0$	Trans.Longit : $\nabla \cdot u \neq 0$ $\nabla * u \neq 0$
<b>Equation différentielle</b>	$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\right)\nabla^2\psi v(\hat{r}) \psi = i\hbar (\partial\psi/\partial t)$	$\nabla^2 E - \nabla(\nabla E) = \left(\frac{\epsilon(r)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\right)$	$\left(\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\right) = 1/\rho \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \right] \right]$
<b>Bandes interdite</b>	Augmente avec le potentiel dans le cristal ;pas d'état électronique possible.	Augmente avec $ \epsilon_a - \epsilon_b $ ; pas de photons, pas de lumière.	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $ ; pas de vibration, pas de son
<b>Particules libres</b>	$W = \hbar^2 K^2 / 2m$ (électron)	$W = c/\sqrt{\epsilon} K$ (photons)	$W = c_{t,l} K$ (phonons)
<b>Gamme spectrale</b>	Ondes radio, micro-ondes, optiques, rayons X	Micro-ondes, optique	$W \leq q\text{ GHz}$

**Tableau I.1** Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes.

Bien que la structure de bandes phononiques d'un cristal à gap phononique est analogue à la structure de bande d'un cristal à gap photonique, celle-ci est aussi analogue à la structure de bande électronique d'un semi-conducteur. Le concept de bandes interdites développé initialement dans le cadre de la théorie électronique des solides peut être étendu à d'autres types d'ondes se propageant dans les matériaux composites.

La propagation des ondes électromagnétiques et/ou élastiques acoustiques dans les matériaux composites a fait l'objet d'une attention particulière. Ces derniers en l'occurrence les cristaux photoniques et phononiques respectivement, existent naturellement, ou sont fabriqués artificiellement. Ils montrent une grande variété d'intérêt de propriétés physiques, à la fois sur le plan de la recherche fondamentale et celui de la recherche appliquée.

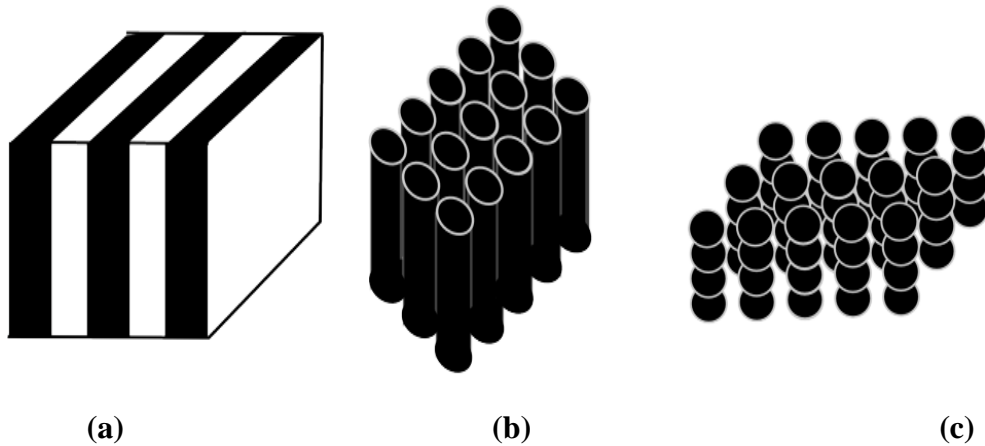
Les cristaux phononiques ont des propriétés qui concordent avec celles des cristaux photoniques, toute fois il existe une certaine nuance entre eux. Les cristaux photoniques peuvent être caractérisés par deux paramètres indépendants, à savoir le rapport de la fonction diélectrique et la fraction volumique occupée par un de ces composants ; tandis que pour les cristaux phononiques plusieurs paramètres peuvent déterminer la propagation des ondes, tels que: le rapport des vitesses transversales et longitudinales, la densité, la fraction volumique... etc. [2]. Dans les deux cas la propagation des ondes dépend de la structure.

En outre, ces dernières années, il a été démontré que les cristaux photoniques sous certaines conditions géométriques et physiques, se comportent comme des matériaux à indice de réfraction négatif et que ces types de matériaux peuvent être utilisés dans fabrication de super lentilles. En parallèle, de fortes résonances apparaissent à des faibles fréquences et ceci ouvre la possibilité de produire des lentilles phoniques [2].

## **I.2. DIFFERENTS TYPES DES CRISTAUX PHONONIQUES**

Les cristaux phononiques sont des structures uni-, bi- et tri- dimensionnelles. Ils sont composés d'unions de deux matériaux ayant des propriétés élastiques différentes (figure I.1). Leur propriété intéressante est l'existence de bandes interdites. Il s'agit de bandes de fréquences pour lesquelles la pénétration des ondes dans le cristal est interdite.

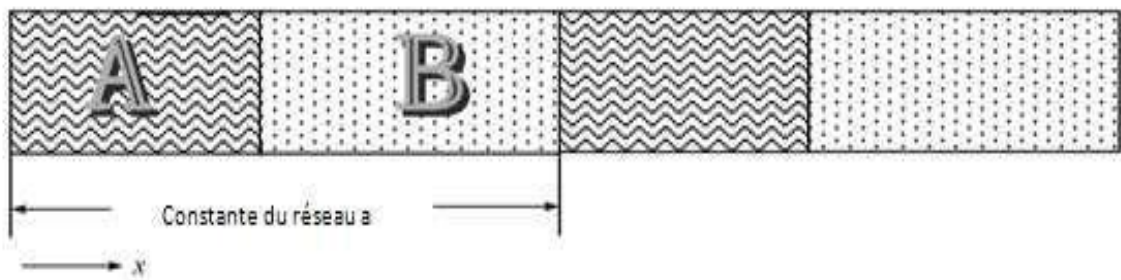
L'apparition de bandes interdites n'est possible sous des conditions spécifiques dépendant du choix des matériaux et des paramètres géométriques de la structure.



**Figure I. 1** : Représentation schématique de cristaux photoniques ou phononiques :  
(a)unidimensionnel (1D), (b) bidimensionnels (2D) et (c) tridimensionnels (3D)

### I.2.1.STRUCTURES PERIODIQUES UNIDIMENSIONNELLES

Un cristal phononique unidimensionnel est un composite stratifié obtenu en empilant en alternance des couches de matériaux de caractéristiques physiques différentes (propriétés élastiques différentes). Dans ces structures unidimensionnelles, les domaines de fréquence où les bandes interdites apparaissent dépendent de la direction de propagation de l'onde incidente [2]. Ces cristaux phononiques unidimensionnels conduisent à de nombreuses applications dans l'isolation acoustique à basse fréquence. En raison de leurs structures, il est facile d'obtenir de grandes bandes interdites. La figure I.2 montre un cristal phononique unidimensionnel composé de deux matériaux différents A et B [2].

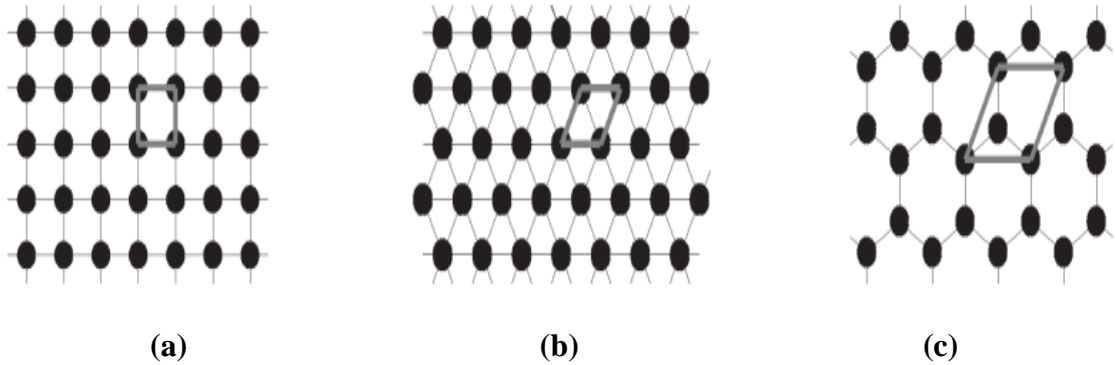


**Figure I.2** : Représentation schématique d'un cristal phononique Unidimensionnel constitué de deux matériaux A et B.

### I.2.2. STRUCTURES PERIODIQUES BIDIMENSIONNELLES

Dans le cas d'un cristal phononique bidimensionnel, les inclusions sont des cylindres de section quelconque que l'on peut disposer par exemple suivant un réseau carré ou triangulaire (figure I.3). Les inclusions peuvent aussi être composées d'un matériau différent de celui de la matrice qui peut être de simples trous.

L'essentiel est que la diffusion (l'interférence) des ondes acoustiques et/ou élastiques sur ces inclusions soit très efficace, [2].



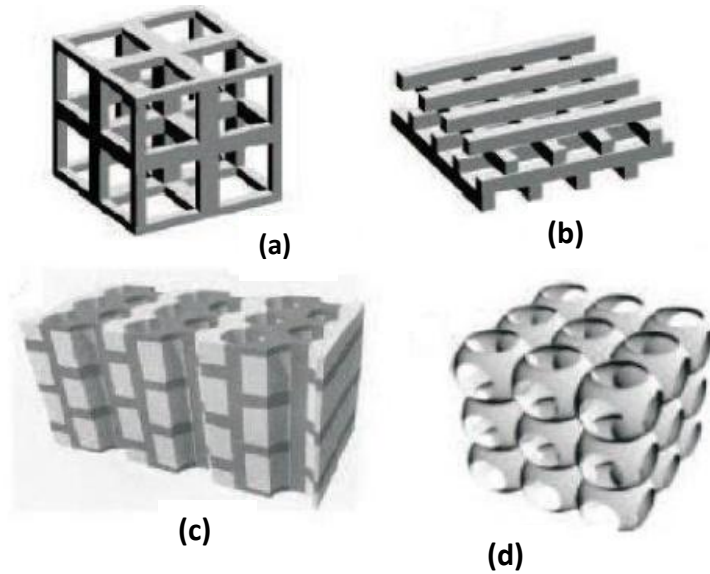
**Figure I.3 :** Représentation schématique des Principaux réseaux dans le cas d'un cristal Phononique à deux dimensions [2].

On distingue plusieurs classes de cristaux phononiques selon la nature physique des constituants, tels que les composites solide/solide (respectivement fluide/fluide) dont tous les constituants sont des solides (respectivement fluides) et les composites mixtes formés à la fois de solides et de fluides.

### I.2.3. STRUCTURES PERIODIQUES TRIDIMENSIONNELLES

Les cristaux phononiques tridimensionnels sont des structures généralement artificielles périodiques suivant les trois directions de l'espace. Dans les structures phononiques bidimensionnelles et tridimensionnelles, en revanche, il est possible d'obtenir des bandes interdites absolues ou omnidirectionnelles, c'est-à-dire qu'une onde incidente de fréquence appartenant à une telle bande interdite ne peut pas se propager quelque soit son angle d'incidence. Malheureusement, l'inconvénient des structures tridimensionnelles (3D) réside dans le fait qu'elles soient difficiles à réaliser expérimentalement.

La figure I.4 montre quelques exemples des structures tridimensionnelles (3D).



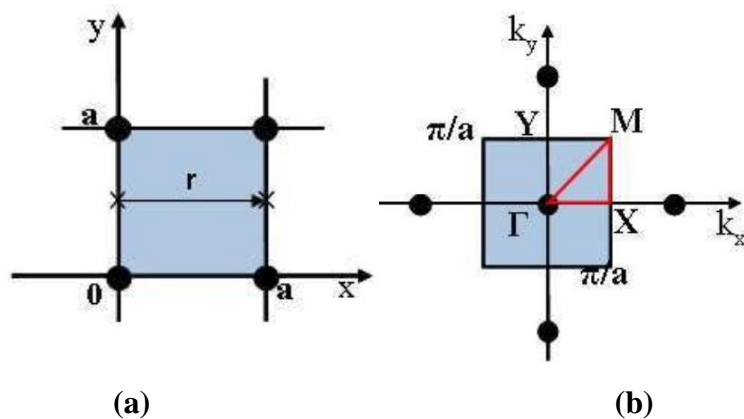
**Figure I.4 :** Exemples de structures 3D: (a)structure cubique, (b)tas de bois, (c)structure multicouches, (d)opales ou opales inversées.

### I.3. DIFFERENTS TYPES DES RESEAUX CRISTAUX PHONONIQUES 2D

Dans le cas des cristaux phononiques bidimensionnels, il existe principalement trois types de réseaux : le réseau carré, le réseau triangulaire et le réseau hexagonal.

#### I.3.1. RESEAU CARRE

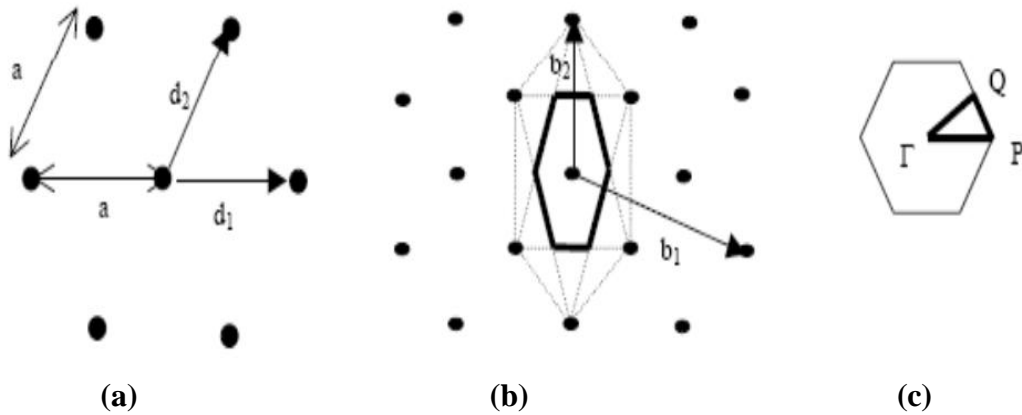
Nous nous plaçons ici dans le cas de la maille carrée. Nous nous intéressons tout d'abord à un vecteur  $\mathbf{r}$  allant d'un point d'une face de la maille vers son vis-à-vis sur la face opposée les deux faces étant perpendiculaires à l'axe  $x$ . comme indiqué sur la (Figure I.5 (a)). La Figure I.5 (b) nous rappelle la zone de Brillouin dans le cas d'une maille carrée.



**Figure I.5 :** (a) maille élémentaire carrée et vecteur  $\mathbf{r}$ , (b) zone de Brillouin de la maille carrée.

**I.3.2. RESEAU TRIANGULAIRE**

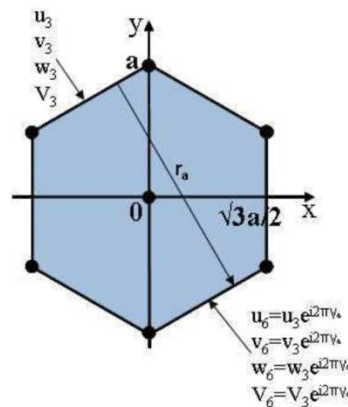
Le réseau triangulaire, est le réseau 2D de plus haute symétrie dès lors que l'on se limite à un seul « atome » par maille. La zone de Brillouin est un hexagone. Chaque nœud du réseau est espacé de son proche voisin d'une même distance « a » (Figure I.6.b). Cette structure est moins sensible à l'angle d'incidence que le réseau carré mais la bande interdite complète reste difficile à obtenir .La zone de Brillouin pour ce type de réseaux est un hexagone comme il est montré sur la (figure I.6 (c)).



**Figure I.6 :** Représentation schématique: (a) Réseau triangulaire direct (b) Réseau réciproque, (c) et de sa zone de Brillouin. [68]

**I.3.3. RESEAU HEXAGONAL**

Les mailles en nid d'abeille ou triangulaire présentent une forme similaire, avec la même zone de Brillouin dans l'espace réciproque, on les traite ici en même temps. On applique ici le même raisonnement que précédemment. On considère deux faces opposées, comme décrit sur la figure I.7, et on décrit le déphasage entre deux points face-à-face de ces surfaces comme étant  $2\pi\gamma a$ .



**Figure I.7 :** définition du paramètre  $\gamma a$

## I.4. STRUCTURE CRISTALLINE

### I.4.1. ESPACE REEL ET ESPACE RECIPROQUE

A toute structure cristalline est associée deux réseaux : le réseau direct et le réseau réciproque. Une figure de diffraction d'un cristal est une carte du réseau réciproque du cristal, quand nous faisons subir une rotation, nous faisons subir la même rotation au réseau direct et au réseau réciproque [2]. Si  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$  sont les vecteurs primitifs du réseau cristallin, un nœud de ce réseau est repéré par un vecteur  $\vec{r}$  tel que :

$$\vec{r} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c} \quad (\text{I.1})$$

Et si  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$  sont les vecteurs primitifs du réseau réciproque, un nœud de ce réseau est repéré par un vecteur  $\vec{G}$  tel que :

$$\vec{G} = h\vec{A} + k\vec{B} + l\vec{C}. \quad (\text{I.2})$$

Ou  $u, v, w$  sont les coordonnées d'un nœud du réseau direct et  $h, k, l$  les indices de Miller définissant un nœud du réseau réciproque.

Les deux réseaux sont reliés par les définitions suivantes :

$$\vec{a} \cdot \vec{A} = 2\pi, \quad \vec{b} \cdot \vec{B} = 2\pi \quad \text{et} \quad \vec{c} \cdot \vec{C} = 2\pi \quad (\text{I.3})$$

Avec :

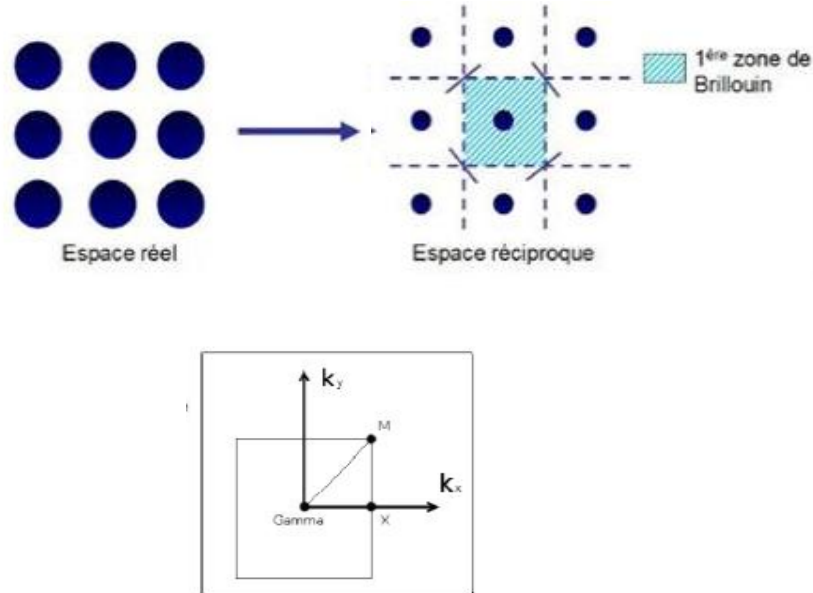
$$\vec{A} = \frac{2\pi}{V} (\vec{b} * \vec{c}), \quad \vec{B} = \frac{2\pi}{V} (\vec{c} * \vec{a}) \quad \text{et} \quad \vec{C} = \frac{2\pi}{V} (\vec{a} * \vec{b}) \quad \text{avec} \quad V = (\vec{a} \cdot \vec{b}) * \vec{c} \quad (\text{I.4}).$$

Le facteur  $2\pi$  n'est pas utilisé par les cristallographes mais il est pratique en physique du solide. Les vecteurs du réseau cristallin (direct) ont les dimensions d'une [longueur] ; les vecteurs du réseau réciproque ont les dimensions d'une [longueur]<sup>-1</sup>.

### I.4.2. ZONE DE BRILLOUIN

La zone de Brillouin irréductible dans l'espace réciproque est l'équivalent de la cellule élémentaire pour un réseau de Bravais dans l'espace réel. On peut y définir une cellule élémentaire correspondant à la zone définie par les plans médiateurs entre chaque motif de la maille représentant les points de hautes symétries du réseau réciproque. Chaque point de l'espace contenu dans cette zone de Brillouin irréductible est donc plus proche du

nœud d'un réseau que des autres nœuds. Pour illustrer simplement cet aspect, la figure I.8 représente la zone de Brillouin irréductible pour un réseau carré de période  $a$ .

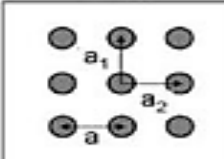
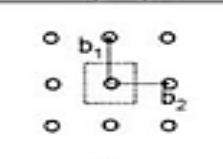
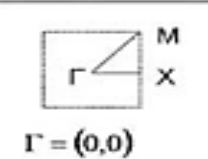
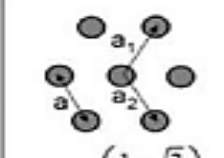
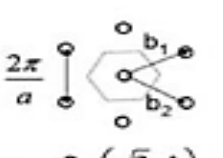
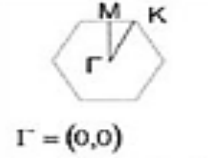


**Figure I. 8 :** Représentation d'un réseau carré dans l'espace réel et l'espace réciproque avec la première zone de Brillouin associée.

Dans l'espace réciproque, les vecteurs de base  $\vec{K}_x = \frac{2\pi}{a} \vec{x}$  et  $\vec{K}_y = \frac{2\pi}{a} \vec{y}$ . La première zone de Brillouin est carré, de paramètre  $\frac{2\pi}{a}$ . les points de haute symétrie de cette maille primitive sont nommés  $\Gamma$ ,  $x$  et  $M$  (comme le montre la figure I.8), et leurs coordonnées respectives dans le réseau réciproque ( $r, \vec{K}_x, \vec{K}_y$ ) sont  $(0,0), (1/2,0)$  et  $(1/2,1/2)$  [3].

Le tableau 2 représente l'espace direct et réciproque ainsi que la première zone de Brillouin pour un réseau carré et triangulaire [3]. On définit également par symétrie, la zone de Brillouin réduite ( $\Gamma MX$  pour le réseau carré et  $\Gamma MK$  pour le réseau triangulaire).

La connaissance de la structure de bandes dans cette zone de Brillouin réduite est suffisante pour connaître l'ensemble des modes de propagation dans le cristal si on considère ce dernier comme ayant une périodicité infinie dans chaque direction du plan.

	direct	réciproque	zone de Brillouin
carré	 $a_1 = a(0,1)$ $a_2 = a(1,0)$	 $b_1 = \frac{2\pi}{a}(0,1)$ $b_2 = \frac{2\pi}{a}(1,0)$	 $\Gamma = (0,0)$ $X = \left(\frac{\pi}{a}, 0\right)$ $M = \left(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right)$
triangulaire	 $a_1 = a\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $a_2 = a\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	 $b_1 = \frac{2\pi}{a}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $b_2 = \frac{2\pi}{a}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$	 $\Gamma = (0,0)$ $K = \left(\frac{2\pi}{3a}, \frac{2\pi}{\sqrt{3}a}\right)$ $M = \left(0, \frac{2\pi}{\sqrt{3}a}\right)$

**Tableau I. 2 :** l’espace direct et réciproque pour un réseau carré et hexagonal.

La cellule élémentaire dans l’espace direct est aussi définie par son facteur de remplissage. Celui-ci est le rapport entre l’aire occupée par la particule élémentaire et l’aire de la cellule élémentaire. Pour le cas d’une particule circulaire de rayon R dans une cellule de base de dimension a, le facteur de remplissage est égal à :

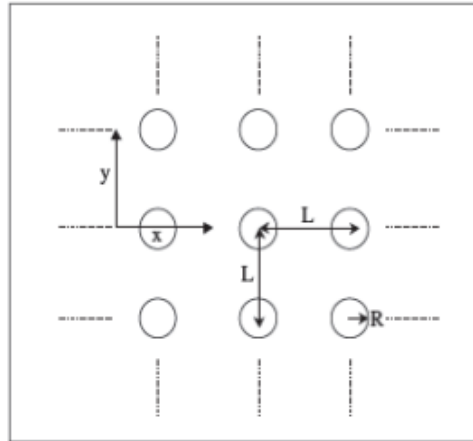
- $\frac{\pi R^2}{a^2}$  pour un réseau carré.
- $\frac{2\pi R^2}{\sqrt{3} a^2}$  pour un réseau hexagonal.

Ces notions de facteur de remplissage, de zone de Brillouin et de diagramme de dispersion Vont être nos principaux outils pour l’étude du comportement d’un cristal phononique.

**I.4.3. RESEAU DIRECT ET RESEAU RECIPROQUE**

D’un point de vue géométrique, chaque élément du réseau illustré sur la figure I.9 peut être représenté à l’aide de deux vecteurs de base  $\vec{d}_1$  et  $\vec{d}_2$ . De plus, le réseau considéré étant à géométrie carré, ces deux vecteurs définissent une base orthogonale dont les normes sont égales au paramètre de maille L.

$$\|\vec{d}_1\| = \|\vec{d}_2\| = L \tag{I.5}$$



**Figure I.9 :** Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble De cylindres disposés en réseau périodique carré.

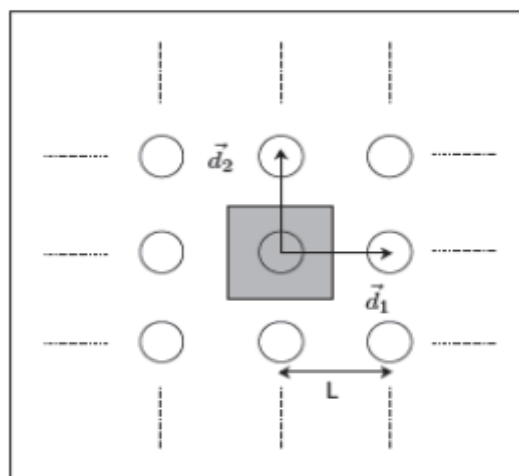
La géométrie de ce cristal est entièrement définie par le rayon R des cylindres et le paramètre de maille L du réseau. Ces deux vecteurs de base sont représentés sur la figure I.10 En fixant pour origine arbitraire le centre d'un cylindre, l'ensemble des positions des cylindres est décrit par les vecteurs :

$\vec{D}_{11,12}$  du réseau direct. Ces vecteurs sont définis par la relation.

$$\vec{D}_{11,12} = l_1 \vec{d}_1 + l_2 \vec{d}_2 \tag{I.6}$$

Ou :

$l_1$  et  $l_2$  sont des entiers relatifs. Les vecteurs  $\vec{D}$  désignent les positions du centre des cylindres dans le réseau direct.



**Figure I.10 :** vecteurs de base et maille élémentaire de Wigner-Seitz (zone grisée) dans le réseau direct.

Pour décrire totalement ce réseau direct, il suffit de connaître la géométrie complète d'une maille élémentaire. A partir de celle-ci, l'ensemble du réseau est décrit par l'intermédiaire de la relation.

Un exemple de maille élémentaire est représenté en zone grisée sur la figure I.10. A tout réseau direct est associé un réseau réciproque également décrit par deux vecteurs de base  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  définis d'après la propriété suivante,

$$\vec{d}_i \cdot \vec{r}_j = \delta_{ij} \tag{I.7}$$

Où :  $\delta_{ij}$  représente le symbole de Kronecker et les entiers i et j prennent chacun les valeurs 1 ou 2. La norme de ces vecteurs vérifie la relation,

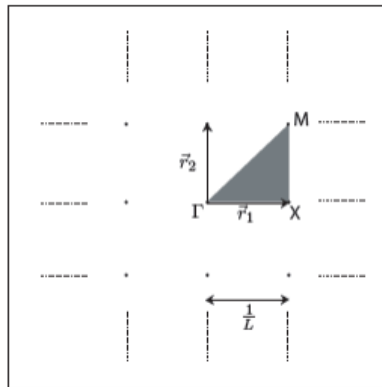
$$\|\vec{r}_1\| = \|\vec{r}_2\| = \frac{1}{L} \tag{I.8}$$

Ces deux vecteurs de base sont représentés sur la figure I.11. Pour le cas particulier du réseau carré, les deux vecteurs de base du réseau réciproque  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  sont respectivement colinéaires aux vecteurs de base du réseau direct  $\vec{d}_1$  et  $\vec{d}_2$  l'ensemble des points du réseau réciproque est décrit par les vecteurs  $\vec{R}_{m_1, m_2}$  définis par la relation :

$$\vec{R}_{m_1, m_2} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 \tag{I.9}$$

Où  $m_1$  et  $m_2$  sont des entiers relatifs. Dans le réseau réciproque, ces vecteurs  $\vec{R}$  désignent des directions de propagation. La plus petite cellule élémentaire permettant de décrire ce réseau réciproque est appelé <<première zone de Brillouin>>. Cette zone est délimitée par le contour  $\Gamma XM$  représenté (figure I.11).

En incidence normale, l'onde acoustique se propage suivant l'axe Ox, c'est-à-dire, suivant l'axe  $\Gamma X$  du contour de Brillouin.



**Figure I.11 :** Vecteurs de base et première zone de Brillouin Dans le réseau réciproque.

Le contour de cette zone défini toutes les directions possibles de propagation. L'incidence normale d'une onde acoustique selon l'axe Ox est décrite par  $\Gamma X$ . Pour des raisons de commodité, dans la suite, l'ensemble des points du réseau réciproque est décrit par vecteurs  $\vec{G}_{m_1, m_2}$  défini par la relation :

$$\vec{G}_{m_1, m_2} = 2\pi m_1 \vec{r}_1 + 2\pi m_2 \vec{r}_2 \quad (\text{I.10})$$

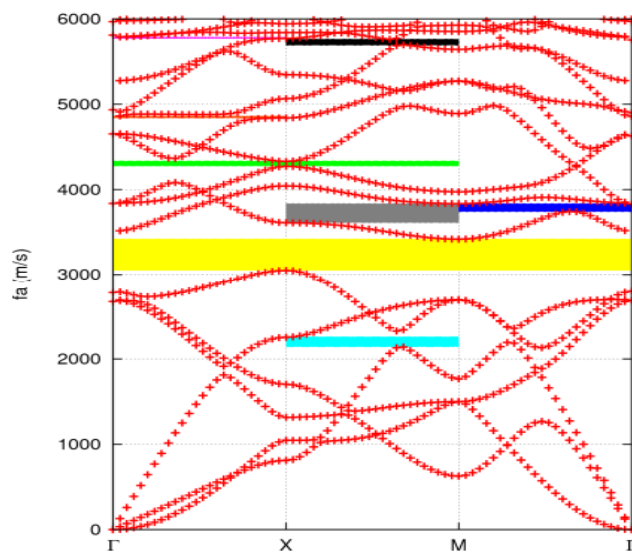
Ceci permet de rendre les grandeurs mesurées dans le réseau réciproque (décrivant des directions de propagation) homogène à des nombres d'onde (i.e. [rad. m<sup>-1</sup>]) [3].

## I.5. BANDES INTERDITES ACOUSTIQUES

### I.5.1. DIAGRAMMES DE BANDES

Les diagrammes de bandes sont parmi les outils les plus utilisés pour illustrer les propriétés de propagation d'une onde acoustique ou élastique au sein des cristaux. Le comportement des ondes dans la zone irréductible de Brillouin pour décrire entièrement le comportement des ondes dans un milieu périodique. On peut donc se contenter de tracer les courbes de dispersion pour différentes orientations en faisant varier le nombre d'onde entre 0 et l'extrémité de la zone irréductible de Brillouin dans la direction concernée.

Les conditions de périodicité créent, de plus, des bandes d'arrêt, ce qui se traduit par un décalage en fréquence des repliements. Un exemple de diagramme de bandes, calculé avec la méthode des éléments finis pour un cristal de maille carrée, constitué de trous d'air percés dans une membrane AlN/SiO<sub>2</sub>, est présenté sur la Figure I.12.



**Figure I.12** : diagramme de bandes d'un cristal phononique constitués de trous D'airs percés dans une membrane AlN/SiO<sub>2</sub>, avec un remplissage de 60 % [4].

Ces repliements, les symétries et les interférences de Bragg induisent dans les cristaux phononiques des bandes interdites, plages de fréquences pour lesquelles les ondes présentes dans le cristal phononique seront évanescentes. Ces bandes interdites, ou bandes d'arrêt, correspondent donc à des plages de fréquences pour lesquelles le coefficient de réflexion à l'entrée du cristal phononique est proche de 1.

Lorsque les ondes sont bloquées quelle que soit la direction de leur vecteur d'onde on a une bande d'arrêt complète, comme celle présentée en jaune sur la figure I.12. Il arrive que les ondes ne soient bloquées que dans une direction, mais quel que soit leur nombre d'onde, on parle alors de bande d'arrêt directionnelle ou partielle. C'est le cas, par exemple, de la bande tracée en bleu foncé sur la figure 12, qui ne touchera que les ondes se propageant dans la direction  $\Gamma M$ .

Les bandes d'arrêt seront les caractéristiques des cristaux phononiques que nous rechercherons dans la suite de ce travail, pour permettre notamment des fonctions de filtrage, ainsi que l'apparition de résonances.

### **I.5.2. PARAMETRES D'INFLUENCE SUR LA BANDE INTERDITE**

Les paramètres régissant l'obtention de bandes interdites totales ont fait l'objet d'études approfondies. Les paramètres ayant une influence significative sont la topologie du réseau, le contraste de vitesse et de densité et la fraction volumique de diffuseurs.

La topologie cermet, constituée de diffuseurs isolés, semble généralement préférable à la topologie réseau, dans laquelle les diffuseurs sont interconnectés. Diminuer la symétrie de la maille semble généralement fournir qu'un arrangement cubique simple ou centré.

En ce qui concerne les composites solide-solide, un contraste de densité important est crucial pour l'apparition de bandes interdites totales. Plus spécifiquement, des diffuseurs de forte densité dans une matrice de faible densité semblent extrêmement favorables, alors que c'est l'opposé pour les composites liquide-liquide.

Quant à la fraction volumique optimale d'apparition d'une large bande interdite absolue (définie par le rapport de sa largeur sur sa fréquence centrale), elle s'étend de 10 % à 50%, et dépend fortement des autres paramètres [5].

## **I.6. CREATION DES DEFAUTS DANS LES CRISTAUX PHONONIQUES 2D**

### **I.6.1. DEFAUTS PONCTUELS**

L'étude des cavités ou de plusieurs cavités couplées commence un peu plus tard pour les cristaux phononiques. La première étude remonte à 1997, quand [6] étudie théoriquement la possibilité d'obtenir les modes de résonance d'un défaut grâce à la méthode des super cellules. Une étude expérimentale est menée en 2001 : Wu et al. [7] étudient l'impact d'un défaut volontaire placé dans un réseau d'inclusion rempli d'eau dans du mercure. En 2003, une étude plus complète [8] est menée avec des piliers d'acier immergés dans de l'eau avec plusieurs cavités séparés par quelques inclusions, ce qui a permis de mettre en évidence expérimentalement le couplage entre deux cavités, similairement aux cristaux photoniques. Par la suite, en 2004 [9, 10] utilisent la méthode des super cellules pour calculer les modes de résonance de deux cavités couplées.

D'autres publications abordent ce thème en utilisant des configurations plus sophistiquées : en 2008, Miyashita [11] étudie le spectre de transmission sur une série périodique de cavités ; en 2009, Sánchez-Pérez et al utilisent des algorithmes itératifs, pour optimiser les bandes interdites et le confinement des ondes dans les cavités [12]. L'obtention de cavité à haut facteur de qualité est aussi un enjeu d'importance : la durée de vie phononique dans ce type de cavité est élevée ce qui permet d'exalter les effets de couplages avec les phonons [13].

### **I.6.2. DEFAUT LINEAIRES**

Les premières études portant sur les défauts linéaires ont commencé quasiment simultanément aux études des cavités ponctuelles. La possibilité de guider l'onde dans les cristaux phononiques a bien entendu fait l'objet d'un grand nombre de publications.

Les guides phononiques sont introduits en 1999, lorsque [14] étudie théoriquement le guidage d'une onde acoustique dans un coude à 90°. Un résultat de cette étude fait état de la perte de confinement de l'onde lors du changement de direction du guide. De ce fait, beaucoup de travaux cherchent à optimiser la transmission de l'onde en présence d'un coude.

En particulier, d'autres auteurs [15, 16] étudient expérimentalement l'impact de divers coudes sur la transmission acoustique. L'application de la méthode des super cellules [17, 18, 19] aussi a permis d'établir les modes de résonance des systèmes plus à même de transmettre l'onde acoustique. De là, des travaux d'optimisation ont été effectués afin d'améliorer les

Coefficients de transmission dans les guides d'onde, par exemple en modifiant la largeur des guides [20], ou sur la modification des inclusions voisines des coudes [21, 22].

## **CONCLUSION**

Un cristal phononique est un matériau généralement artificiel qui présente une périodicité spatiale dans une, deux ou trois directions de l'espace. Ce nouveau type de matériau est capable de bloquer la propagation des ondes élastiques ou acoustiques dans certaines directions et gammes de fréquences. Dans ce chapitre, nous avons rappelé les concepts fondamentaux et les notions de bases associées aux cristaux phononiques notamment la bande interdite phononique.

## **CHAPITRE II**

---

### **METHODES NUMERIQUES ET OUTILS DE SIMULATIONS**

---

## INTRODUCTION

Dans le domaine de propagation des ondes, la simulation numérique a longtemps été appliquée en électromagnétisme pour la résolution des équations de Maxwell, pour d'innombrables systèmes complexes. Parmi ces derniers, les cristaux photoniques qui ont fait l'objet d'une large application de méthodes numériques pour l'étude de leur comportement ondulatoire. On peut citer par exemple la méthode de décomposition en ondes planes appelée: PWE (Plane Wave Expansion), très utilisée pour le calcul de structures de bandes [1-4]. D'autres méthodes, basées aussi sur l'approche de décomposition, ont été développées, dont celle de Kohn-Korringa-Rostocker (KKR) [5,6], la méthode TMM (The Transfer Matrix Method) [7], la MST (Multiple scattering Theory) [8-10] et la décomposition en ondelettes [11]. D'autres algorithmes basés sur d'autres approches de calcul ont été utilisés, comme la méthode des différences finies résolues dans le temps, appelée FDTD (Finite Difference Time Domain) [12-14], et celle des éléments finis (Finite Elements Method) [15] qui utilise une base de fonctions définies sur un maillage du domaine de résolution.

Durant les deux dernières décennies, certaines de ces méthodes ont été appliquées à l'étude théorique de la propagation des ondes élastiques/acoustiques dans les cristaux phononiques (CP).

### II.1. METHODE FDTD (FINITES DIFFERENCES TIME DOMAIN)

Durant ces dernières décennies, les scientifiques ont développé une méthode numérique permettant la résolution de problèmes physiques dans le temps basée sur les différences finies (appelée souvent par son acronyme FDTD).

La FDTD a été mise en place dans les années soixante pour étudier les phénomènes régis par des équations différentielles impliquant le temps. Elle permet de suivre l'évolution des événements physiques depuis l'instant initial jusqu'à l'état permanent en passant par le régime transitoire. Il n'y a donc pas d'inversion de matrice ou de recherche de valeurs propres comme dans le cas de la PWE. De plus, l'approche temporelle qu'offre la FDTD la rend adaptée même aux phénomènes non linéaires et non stationnaires.

Offrant davantage de facilité dans sa compréhension et dans l'écriture de son algorithme, la FDTD est largement utilisée dans les études relatives à la mécanique des matériaux ainsi qu'à la propagation des ondes. Dans le domaine de la phononique, elle se

Rapproche plus de la réalité car elle offre la possibilité de générer une excitation (source) dans un CP et de suivre dans le temps le comportement de l'onde et son interaction avec le CP, ce qui permet d'y étudier sa transmission. Ainsi, elle a été appliquée en 2000 par Si galas et Garcia pour déterminer le coefficient de transmission dans une structure phononique tridimensionnelle [34].

Ils ont montré qu'en plus de ses résultats concordant parfaitement avec ceux de la PWE dans la détermination des bandes interdites, la FDTD dépasse les limites de la PWE car elle permet l'étude de systèmes phononiques impliquant des éléments fluides (où la vitesse transverse est nulle) dans une matrice solide. La FDTD a de surcroît montré son efficacité pour différents types de systèmes périodiques solide-solide, solide-liquide et solide-vide [35].

En plus du calcul du coefficient de transmission, Myashita et Inoue [36] se sont intéressés au guidage d'ondes élastiques dans un cristal sonique fini. Ils ont ainsi construit une structure artificielle finie et ont montré l'efficacité de la FDTD dans l'analyse de propagation d'ondes élastiques dans ce type de système. D'autres études de transmission, de confinement d'ondes et de guidage ont pu être réalisées par la suite en recourant à la FDTD. On peut citer par exemple les travaux de Khelif et al [37, 38] et ceux de Pennec et al [39] sur des structures phononiques présentant des défauts avec des guides d'ondes simples et coudés, ou ayant des défauts de cavité pour des systèmes infinis à inclusions cylindriques périodiques. Heisch et mettre en place un algorithme al [40] ont pu FDTD pour le calcul de structures de bandes, donnant des résultats qui concordent avec ceux de la PWE. De leur côté, Sun et al [41] se sont intéressés au guidage des ondes acoustiques de surface dans un CP bidimensionnel en utilisant des milieux absorbants appelées PML (Perfectly Matched Layer). Nous aurons l'occasion de revenir sur les propriétés de ce type de milieux par la suite.

### **II.1.1. PRINCIPE DE LA METHODE FDTD**

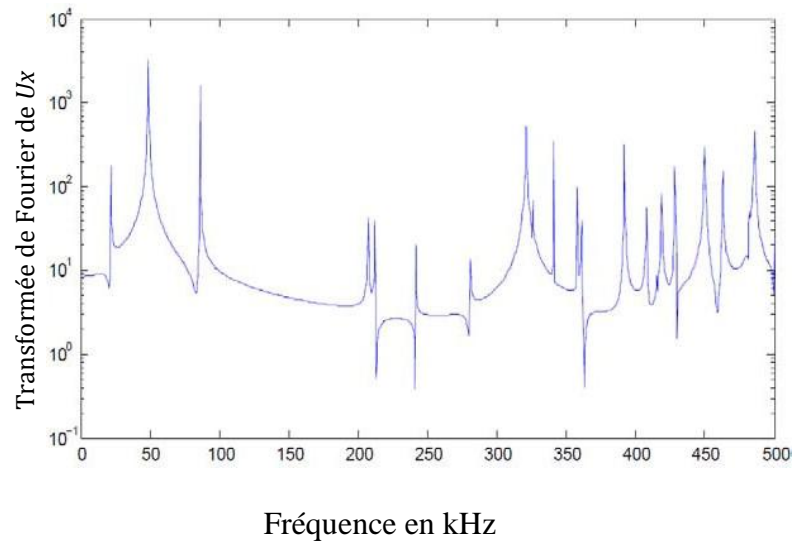
A partir des équations de mouvement qui régissent la propagation des ondes acoustique dans un milieu élastique quelconque, la FDTD permet de rapprocher les solutions champ de déplacement et contraintes en se basant sur un développent en différences finies des dérivées partielles qui interviennent dans les équations en question. Ces différences finies reposent sur une discrétisation dans l'espace (pour les dérivées spatiales) et une autre

Temporelle (relative aux dérivées temporelles), lesquelles discrétisations doivent être bien choisies afin d'assurer la convergence des fonctions inconnues recherchées.

### **II.1.2. APPLICATION DE FDTD POUR LE CALCUL DES BANDES**

La première étape dans la résolution des équations de mouvement consiste à isoler une cellule de périodicité de la structure phononique en appliquant la condition périodique de Bloch, introduite en FDTD par Hsieh et al [40]. Si le calcul de structure de bandes dans la PWE et la FEM se ramène à la résolution d'un problème matriciel de recherche de valeurs propres, l'approche adoptée dans la FDTD est bien différente.

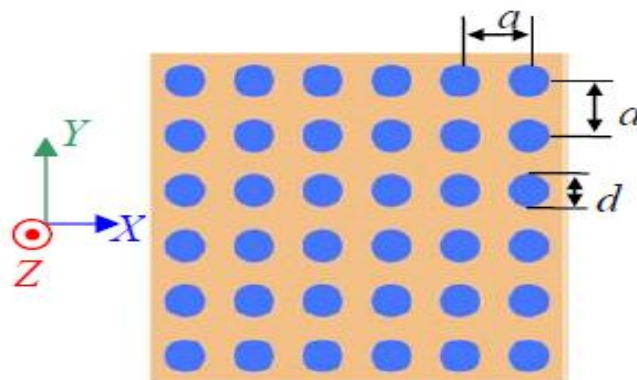
En effet, dans le calcul des courbes de dispersion par la FDTD, les modes de vibration de la structure phononique sont déterminés pour chaque valeur de  $k$ . Pour se faire, une source d'excitation à large bande fréquentielle est introduite à un endroit de la cellule. Une onde acoustique est ainsi générée par cette source et se propage dans la cellule unité en conformément aux conditions de Bloch. Après plusieurs itérations temporelles, les modes de vibration de la cellule apparaissent. En relevant les valeurs du champ de déplacement en fonction du temps sur un point de la cellule, les modes peuvent être obtenus à partir des pics de résonance du spectre du champ de déplacement. La figure II.1 montre un exemple de spectre de champ de déplacement pour une structure phononique bidimensionnelle infinie, avec des pics de modes longitudinaux, calculé par transformée de Fourier. Les valeurs des fréquences des pics sont ainsi relevées pour chaque valeur du vecteur d'onde, ce qui permet de déterminer la structure de bandes du cristal phononique.



**Figure II.1 :** Exemple de spectre de transmission dans un cristal Phononique bidimensionnel pour un vecteur d'onde fixé

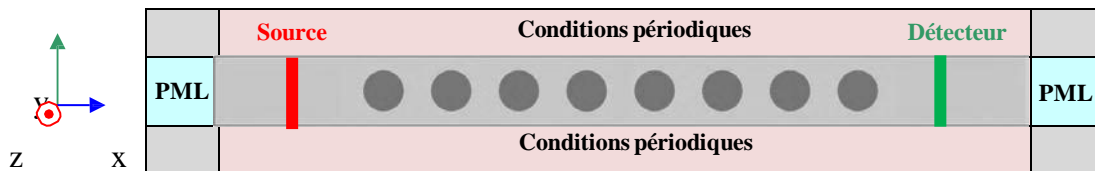
### II.1.3. CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION

En acoustique, la transmission est la capacité de l'onde acoustique à traverser une structure périodique à une fréquence donnée. Elle se calcule en mettant en place une source générant des ondes acoustiques à large bande de fréquences, puis en va enregistrer les valeurs de champ de déplacement en fonction du temps. Afin de comprendre le processus de calcul du coefficient de transmission, nous prendrons l'exemple du cristal phononique 2D de la figure II.2 ci-dessous. Le cristal est formé de cylindres en aluminium arrangés dans une matrice d'époxy suivant une périodicité carrée dans les deux directions  $X$  et  $Y$  de l'espace et infiniment longs suivant l'axe  $Z$ .



**Figure II.2:** Cristal phononique 2D constitué de cylindres en aluminium disposés périodiquement suivant un réseau carré dans une matrice d'époxy

Pour calculer le coefficient de transmission, on commence d'abord par choisir une direction de propagation qui définira l'arrangement des cylindres vus par l'onde élastique afin d'étudier sa transmission dans cette direction. Ensuite, une rangée de cylindres suffisamment nombreux est choisie afin d'avoir une bonne interaction entre l'onde et la structure. A tout cela, les conditions aux limites périodiques sont ajoutées sur les frontières dont la normale est perpendiculaire à la direction de propagation. Des domaines absorbants (PML) sont aussi joints aux frontières perpendiculaires à la direction de propagation afin d'éliminer les phénomènes de réflexion de l'onde sur les bords (figure II.3).



**Figure II.3 :** Le modèle adopté pour le calcul du coefficient de transmission  
Du cristal phononique de la figure II.2

Dans l'exemple présenté ci-dessus, la direction de propagation choisie est suivant X et les domaines absorbants utilisés sont de type PML. Avant de continuer le calcul du coefficient de transmission, nous allons présenter brièvement ce type de condition absorbante.

#### II.1.4. CONDITIONS AUX LIMITES PML (PERFECTLY MATCHED LAYER)

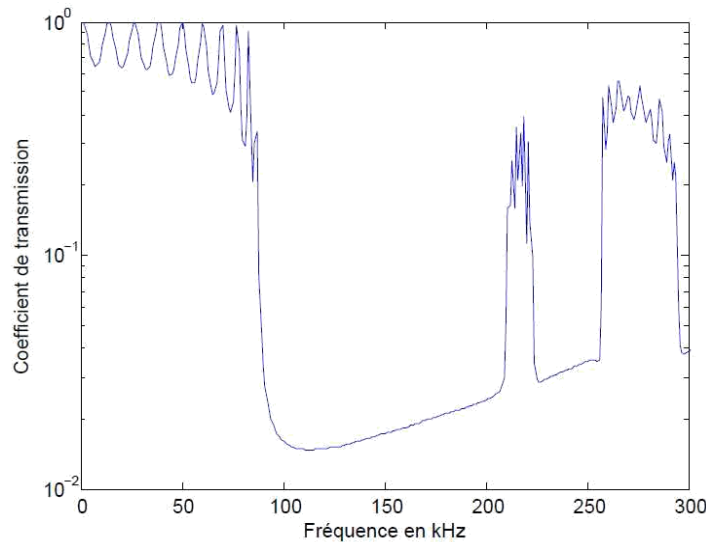
En simulation numérique, les domaines conçus ne peuvent pas être infinis, donc, il est nécessaire de placer des couches absorbantes aux frontières du domaine étudié PML (**Perfectly Matched Layer**). L'objectif est de pouvoir empêcher l'onde de se réfléchir au niveau de ces frontières. Les ondes passent ainsi l'interface entre le domaine Non PML et le domaine PML et sont absorbées au niveau de ce dernier.

#### II.1.5. COEFFICIENT DE TRANSMISSION

Une fois que les domaines de propagation de l'onde sont bien définis, que les conditions aux limites périodiques sont introduites et les domaines PML définis aussi, une excitation de l'onde acoustique à large spectre est produite au niveau de la source. Au fur et à mesure de l'avancement des itérations temporelles, cette onde traverse le CP, puis elle est interceptée au niveau du détecteur. A ce niveau, l'évolution temporelle du champ de déplacement est enregistrée en fonction du temps, et le spectre du signal est calculé par

Transformée de Fourier, ce qui permet de tracer le coefficient de transmission en fonction de la fréquence.

La figure II.4 présente un exemple de résultat de calcul du coefficient de transmission pour des ondes planes. Elle révèle la présence de deux principales bandes interdites phononiques situées aux intervalles de fréquences [90kHz, 210kHz] et [224 kHz, 257 kHz].



**Figure II.4 :** Coefficient de transmission des ondes planes en fonction de fréquences pour une structure à CP2D composée de cylindres d'acier dans une matrice d'époxy.

### II.1.6. AVANTAGES ET LIMITATIONS DE LA METHODE FDTD

La méthode FDTD est relativement simple à mettre en œuvre et rapide puisque le nombre d'opérations arithmétiques mises en œuvre à chaque itération est faible.

Elle met en jeu, des concepts et des outils de résolutions élémentaires, cette méthode permet de :

- Obtenir en une seule simulation des informations temporelles et spectrales sur une structure.
- Offrir la possibilité d'obtenir la distribution du champ à différents temps.
- Modéliser des structures aux géométries complexes dont les matériaux peuvent être anisotropes ou inhomogènes.

La méthode FDTD nécessite l'utilisation d'une grille cartésienne ; cela entraîne des difficultés pour faire des raffinements locaux. En particulier, les géométries courbées doivent être approchées par des courbes en escalier. La FDTD possède des limitations telles que :

- Le schéma de Yee impose une discrétisation en mailles régulières.
- Il faut des longueurs d'arêtes entre  $\lambda / 16$  et  $\lambda / 20$  pour avoir la convergence en maillage.

- Il est difficile de prendre en compte des matériaux dispersifs.
- Les conditions aux limites approchées introduisent une approximation qui peut avoir une influence sur la précision du calcul.
- La FDTD étant un schéma explicite, le pas temporel maximal est relié au pas spatial par une condition de stabilité.
- Le pas de maillage et par conséquent le pas sur le temps sont liés à la plus petite longueur d'onde  $\lambda$  considérée. Un maillage typique aura au moins 10 mailles par longueur d'onde pour garantir une précision acceptable sur la solution. Donc, pour traiter un objet de taille  $100*\lambda$ , il faudra un maillage  $1000 \times 1000 \times 1000$ , soit 6 milliards d'inconnues scalaires, d'où un coût mémoire très important sur de gros maillages.

Le principal inconvénient de la FDTD est qu'elle nécessite de longs temps de calculs et un espace mémoire important, en particulier pour les calculs 3D.

## II.2. LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis, appelée aussi FEM (*Finit Element Method*), est largement utilisée dans la simulation numérique pour la résolution des équations aux dérivées partielles, décrivant les phénomènes physiques. Cette technique est utilisée au départ dans les problèmes liés aux structures mécaniques lesquels nécessitent la recherche des solutions de contraintes et de déformations dans un milieu élastique. Elle est appliquée aussi dans le cas de l'étude de la propagation des ondes acoustiques / élastiques dans les cristaux phononiques. Parmi ses applications en phononique est le calcul des courbes de dispersion d'un cristal phononique 2D formé d'inclusions cylindriques dans une plaque [42]. L'ouverture de bandes interdites ainsi que le guidage des ondes élastiques dans ces structures à inclusions ont été aussi étudiés par Djafari-Rouhani et al [43] en utilisant la méthode des éléments finis. T. Chen et T-T. Wu [44] se sont intéressés aussi aux structures de bandes et au guidage des ondes élastiques, mais dans un nouveau type de CP constitué de cylindres déposés périodiquement sur une plaque d'aluminium. Dans toutes ces études, la FEM a montré son efficacité en termes de convergence et de temps de calcul, comparée à la PWE, notamment dans le cas des plaques finies.

### II.2.1. PRINCIPE GENERAL

La méthode des éléments finis est adaptée pour résoudre presque tous les types d'équations aux dérivées partielles régissant un problème physique quelconque, en particulier les équations relatives à la propagation des ondes élastiques. Pour une onde acoustique ou élastique se propageant dans un milieu cubique ou isotrope, les équations de propagation s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} -\rho\omega^2 u_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ -\rho\omega^2 u_y = \frac{\partial}{\partial x} \left( c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ -\rho\omega^2 u_z = \frac{\partial}{\partial x} \left( c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{cases}$$

A ce système d'équations sont ajoutées les conditions aux limites qui contraignent les solutions recherchées.

### II.2.2. FORMULATION VARIATIONNELLE OU FORME FAIBLE

Afin de décrire plus aisément la méthode des éléments finis, nous partirons d'une formulation plus générale en écrivant le système (II.1) plutôt sous la forme suivante :

$$-\nabla \cdot (C \nabla u) = \omega^2 u \quad (\text{II.1})$$

Le principe de la méthode des éléments finis peut se résumer comme suit:

- L'écriture sous la forme variationnelle: les équations aux dérivées partielles sont écrites sous une forme variationnelle vérifiée pour des fonctions test appartenant à un espace vectoriel bien défini.
- La discrétisation: la solution du problème variationnel est décomposée dans la base d'un espace vectoriel de dimension finie. Les éléments de cette base sont appelés les fonctions de forme.

La formulation variationnelle du problème est ensuite exprimée en fonction des fonctions de forme de l'espace, et le système est finalement écrit sous forme matricielle. La résolution du système matriciel permet d'obtenir la fonction solution du problème.

### II.2.3. MAILLAGE, FONCTIONS DE FORME ET RESOLUTION

La résolution du problème se fait dans un espace  $V$  de fonction bien défini à dimension infinie. Pour le calcul numérique, l'étape suivante consiste à choisir un sous-espace vectoriel de travail, de dimension finie  $N$ , inclus dans  $V$ .

L'espace d'approximation  $N \subset V$  est construit par la mise en place d'un maillage du domaine. Le maillage est un découpage du domaine de résolution  $W$  en un nombre fini de sous domaines disjoints deux à deux et définis par des points appelés nœuds. Les bords de ces sous domaines définissent un réseau de frontières liant ces nœuds dans tout le domaine compact  $W$ .

### II.2.4. CONVERGENCE

La convergence de la solution dépend de la construction de l'espace d'approximation  $N \subset V$ . Plus la dimension  $N$  de ce dernier est grande, plus l'espace de décomposition est grand, et meilleure est l'interpolation de la solution qui se rapproche de la solution recherchée sur  $V$ . Au niveau du maillage, l'augmentation des éléments de la base de l'espace  $V$  implique un plus grand nombre de nœuds, et donc des sous domaines du maillage car, au moins une fonction de forme (élément de base de  $N \subset V$ ) est associée à chaque nœud. En somme, plus le maillage n'est fin et bien distribué dans le domaine, mieux la solution est approchée.

Par ailleurs, le maillage est d'une importance capitale dans la méthode des éléments finis. En effet, le choix de la forme des sous-domaines du maillage ainsi que les fonctions de forme sont déterminants dans le degré d'approximation souhaité pour la solution recherchée.

Aussi, il est très utile de prédire la forme et les variations de la fonction solution afin de déterminer le maillage le plus adapté pour mieux l'approcher. D'un autre côté, plus le nombre d'éléments du maillage est grand, plus le temps nécessaire au calcul de la solution est long, du fait de l'augmentation du nombre de fonctions de forme, et par conséquent des matrices de rigidité et de masse. Malgré cela, cette méthode reste, dans beaucoup de configurations, plus efficace et rapide comparée à d'autres méthodes.

### II.3. METHODE DE DIFFUSION MULTIPLE

La méthode de diffusion multiple (**MSM**) découla de la méthode Korring- Kohn-Rostoker (**KKR**) [33-45-44], développée initialement pour le calcul de la structure électronique des solides. Le succès de cette méthode réside dans le calcul des structures de bandes électroniques et électromagnétiques. Son application a été étendue à des problèmes acoustiques ou élastiques, pour calculer les structures de bande phononique. Elle est également susceptible de calculer la transmission de ces ondes dans les matériaux composites à structure périodiques et aléatoires; ce qui n'est pas le cas pour la méthode de développement en ondes planes, alors que la MSM semble être numériquement efficace.

Dans un système périodique ou aléatoire formé de tiges (diffuseurs), par exemple, parallèles à une direction donnée, de section quelconque (circulaire, carré, rectangulaire, elliptique...) insérées dans une matrice, l'onde incidente sur chaque diffuseur est la somme des ondes diffusées par tous les autres diffuseurs. D'où l'appellation diffusion multiple. Dans ce qui suit nous détaillons la méthode sur laquelle s'appuiera ce travail, éventuellement la méthode de développement en ondes planes (**PWE**).

### II.4. METHODE DE DECOMPOSITION EN ONDES PLANES

#### II.4.1. INTRODUCTION A LA METHODE PWE

La décomposition en ondes planes, communément appelée PWE, est sans doute la méthode la plus utilisée dans les domaines où les systèmes étudiés sont généralement périodiques en particulier dans les cristaux photoniques et les cristaux acoustiques. La méthode PWE a été utilisée initialement pour obtenir les états d'énergie électroniques dans un cristal métallique périodique [46]. Elle a été ensuite largement utilisée en photonique puis en phononique pour le calcul des structures de bandes [23-24]. Dans le domaine de la phononique, du fait de la périodicité des structures étudiées, le champ de déplacement et les paramètres d'élasticité sont décomposés en ondes planes périodiques suivant les directions de la périodicité du cristal.

Le théorème de Bloch est appliqué afin de ramener l'étude au niveau d'une cellule élémentaire de périodicité du système en révélant les conditions aux limites périodiques. Le système d'équations de mouvement est ensuite développé et ramené à un problème classique

de recherche de valeurs propres. Ce dernier permet de calculer les modes de propagation des ondes et de tracer la structure de bandes. Durant ces dernières années, la PWE a largement montré son efficacité dans le calcul des structures à bandes interdites acoustiques pour différents types de systèmes: structures bidimensionnelles solides composites [47-48] ou solide-air [49], cristaux phononiques 1D ou 2D, constitués d'une plaque avec inclusions périodiques, pour la propagation d'ondes de Lamb [50-51], systèmes présentant un ou plusieurs défauts [52-53], ainsi que le guidage des ondes dans des systèmes finis [54].

La méthode des ondes planes a aussi fait ses preuves dans l'étude des milieux anisotropes [55] ou dispersifs pour les ondes de surfaces [56-57] ainsi que les milieux piézoélectriques [58-59]. Elle a également été modifiée et améliorée afin de calculer la structure de bandes interdites complexes pour la propagation des ondes évanescentes [60, 61]. D'autre part, et à cause de la formulation plus variable, cette méthode permet l'intégration de nouvelles conditions relatives à la propagation comme le substrat.

La méthode PWE s'est imposée comme l'un des outils de modélisation privilégié des cristaux photoniques et phononiques [28] et figure par ailleurs parmi les premiers formalismes à avoir été employés afin de mettre théoriquement en évidence l'existence de bandes interdites pour les ondes élastiques [62, 45]. Elle permet de représenter de façon assez directe, du point de vue du formalisme mathématique comme de la mise en œuvre numérique, la propagation de champs (électromagnétiques ou de déplacement) dans un milieu périodique. Elle est d'ailleurs bien connue en acoustique où elle est employée pour simuler des structures périodiques de type transducteurs composites qui trouvent leurs applications dans le domaine de l'imagerie médicale par exemple [63, 64].

#### **II.4.2. PRINCIPE ET FORMULATION DE LA METHODE**

Le principe de base de la méthode de décomposition en ondes planes consiste à décomposer en séries de Fourier les champs propagatifs dans le domaine fréquentiel, c'est-à-dire dans le référentiel défini par le réseau réciproque du cristal. Kushwaha et al. [45] ont en particulier appliqué cette méthode dans le cas d'un réseau bidimensionnel, en limitant toutefois dans un premier temps leur analyse à des milieux isotropes et à des champs de déplacement purement transverses. Dans cette configuration, les polarisations dans le plan et hors plan du champ de déplacement peuvent être découplées.

Dans un solide homogène et isotrope le champ de déplacement ou vecteur de déplacement élastique dépend du temps  $t$  et de la position  $\vec{r}$ , il peut se décomposer sous la forme [65]:

$$\rho(\vec{r}) \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \nabla(\rho(\vec{r}) \mathbf{C}_l(\vec{r})^2 \nabla \cdot \vec{u}) \quad (\text{II.2})$$

Où  $\rho_{cl}$  est définie pour être la constante élastique C11. On peut maintenant développer C11, et la densité par une série de Fourier, c'est dû au rapport périodique de nature des deux dimensions de PC.

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \sigma(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (\text{II.3})$$

$$C_{11}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \beta(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (\text{II.4})$$

Où  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{R}$  sont les vecteurs en réseaux directe et réciproque respectivement. En supposant une onde plane de solution et la périodicité de la moyenne; on peut invoquer Bloch de résoudre pour de théorème éq. II.5, pour lesquelles le champ de déplacement est :

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \sum_{\vec{G}} \vec{u}_k(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (\text{II.5})$$

Ici  $\mathbf{k}$  est le vecteur Bloch à deux dimensions. En bref, la combinaison d'eq. II.6a-b avec équation. II.7, on peut formuler un ensemble infini d'équations pour lesquelles les valeurs propres,  $\omega(\mathbf{K})$ , et vecteurs propres,  $\mathbf{u}_k(\mathbf{G})$ , peut être trouvée :

$$\sum_{\vec{G}} [\sigma(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{K} + \vec{G}) \cdot (\vec{K} + \vec{G}') - \beta(\vec{G} - \vec{G}') \omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}) = 0 \quad (\text{II.6})$$

On peut maintenant étudier les deux dimensions pour un cristal phononique en réseau réciproque avec la fraction de remplissage  $f$ . La densité et les constantes élastiques prend la forme :

$$q(\vec{G}) = \begin{cases} xf + y(1-f) \equiv z, \text{ for } \vec{G} = 0 \\ (x-y)F(\vec{G}) \equiv \Delta z F(\vec{G}), \text{ for } \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Où  $q$  est représentée par  $\sigma$  ou  $\beta$  et  $x, y$  représentent la densité ou constantes élastiques pour les inclusions et matrix. Le facteur de structure  $F(\mathbf{G})$  est donnée par :

$$F(\vec{G}) = \frac{1}{A} \int_A d^2r e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} \quad (\text{II.8})$$

Où  $A$  est le domaine de l'inclusion unit cellule et l'intégration s'effectue sur l'inclusion. On peut maintenant réfuter l'équation II.9. Comme :

$$\sum_{\vec{G} \neq \vec{G}'} F(\vec{G} - \vec{G}') [\Delta\alpha(\vec{K} + \vec{G}) \cdot (\vec{K} + \vec{G}') - \Delta\beta\omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}') + \left[ \sigma |\vec{K} + \vec{G}|^2 - \beta\omega^2 \right] \vec{u}_k(\vec{G}) = 0 \quad (\text{II.9})$$

La formulation antérieure de vagues dans un matériau périodique démontre qu'il peut être résolu numériquement pour déterminer les fréquences propres et vecteurs propres pour un ensemble donné de vecteurs d'onde. Il est de pratique courante pour trouver les fréquences propres pour les vecteurs d'onde qui sont dans la zone de Brillouin irréductible (c.-à-d. les directions de symétrie élevée). Afin d'obtenir une bonne convergence avec cette méthode, le nombre d'ondes planes doit être bien choisi [66].

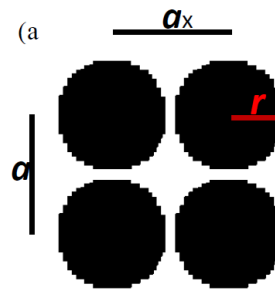
**Exemple:** Calcul de la bande interdite pour une structure PVC/Air

Une structure de bande ou diagramme de dispersion se rapporte à la fréquence d'une onde avec sa longueur d'onde. Ces diagrammes sont extrêmement utiles pour déterminer les fréquences disponibles pour la propagation et la phase des ondes de vitesse de groupe et des matériaux (c'est-à-dire la vitesse des vagues et la vitesse de l'énergie). Ces schémas sont généralement formatés de telle façon qu'ils prennent avantage de symétrie dans les cristaux de sorte que seules les directions de symétrie élevée ne doivent être affichées. D'autre part, si l'on s'intéresse à l'ensemble de la propagation des ondes dans un cristal phononique.

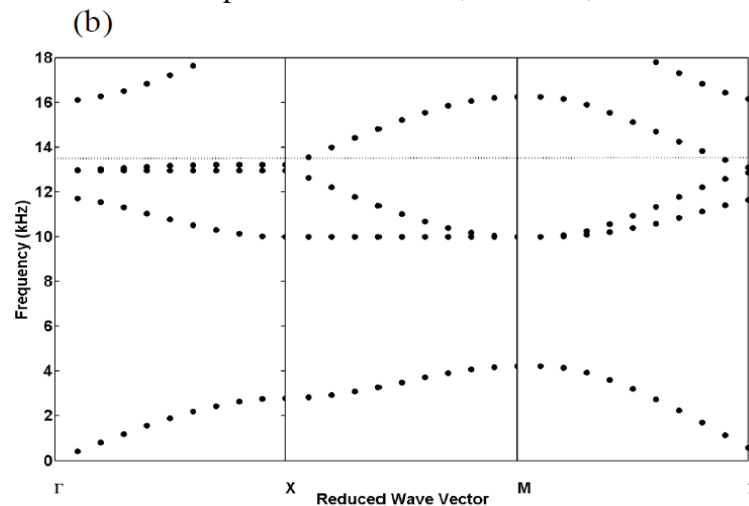
Comme il est discuté plus tôt le système d'intérêt dans cette recherche est un cristal phononique à deux dimensions composé d'une matrice carrée de vélin en PVC qui sont intégrés dans les inclusions d'une matrice d'air. Le paramètre de réseau est,  $a = 27,0$  mm et le rayon des inclusions est  $r = 12,9$  mm, voir figure II.5.

Les paramètres physiques des matériaux constitutifs de ce cristal phononique sont:  $\rho_{\text{pvc}} = 1264$  kg/m<sup>3</sup>,  $C_t, \text{PVC} = 1000$  m/s,  $c_l, \text{PVC} = 2300$  m/s,  $\rho_{\text{air}} = 1.3$  kg/m<sup>3</sup>,  $C_t, \text{air} = 0$  m/s,  $c_l, \text{air} = 340$  m/s, où  $\rho$  est la densité de masse,  $C_t$  est la vitesse transversale de son,

et  $c_l$  est la vitesse longitudinale du son. Avec l'utilisation de la méthode de bande résultantes PWE de structure pour ce système peut être vu dans la Figure. II.6. Il est fait remarquer qu'il existe un écart de bande complète entre 4 et 10 kHz. Il est également note qu'il existe une bande partielle entre 13,5 à 17,0 kHz (quatrième bande) dans la direction  $\Gamma X$ .



**Figure II.5:** Structure du cristal phononique PVC-AIR (PC) avec un réseau Carré de paramètre  $a=27\text{mm}$ , et  $R=12,9\text{mm}$ .



**Figure II.6 :** structure de bande déterminée par méthode d'onde plane (PWE) pour PVC-Air (PC) avec un réseau carré [67]

### II.4.3. AVANTAGES ET INCONVENIENTS

Les décompositions de cette méthode sont des solutions exactes. La méthode est particulièrement bien adaptée au problème des solutions modales. Les problèmes de grande taille peuvent être résolus en utilisant des techniques itératives, comme la méthode du gradient conjugué.

Que ce soit pour le problème aux valeurs propres normal ou généralisé, un petit nombre seulement d'indices de bande dans le diagramme est nécessaire, reposant souvent sur

les côtés de la zone de Brillouin. Ceci correspond aux solutions des modes propres en utilisant des techniques itératives et non à la diagonalisation de toute la matrice.

Il arrive que de faux modes apparaissent. Les problèmes de grande taille s'exécutent en, la méthode PWE est assez consommatrice à la fois de temps et d'espace mémoire.

Parmi les alternatives figurent la méthode spectrale et les méthodes utilisant FDTD qui sont plus simples et plus indépendants du modèle.

## **CONCLUSION**

Les méthodes PWE, MSM, FEM, FDTD sont devenues des outils incontournables pour simuler le comportement mécanique des structures à cristaux phononiques lors d'une propagation d'onde acoustique dans un milieu élastique. Ainsi, à partir des équations de mouvement élastique, elles ont permis aux chercheurs d'accéder aux calculs des courbes de dispersion de ces systèmes ainsi que leurs coefficients de transmission d'onde acoustique / élastique. Chacune de ces méthodes numériques, ayant une formulation différente, présente des avantages et des inconvénients, et est plus ou moins adaptée à l'étude de tel ou tel autre système. Ainsi, le choix de la méthode de calcul se base essentiellement sur son degré de complexité et d'adéquation avec le système étudié, et dépend du comportement physique que l'on envisage d'observer, des objectifs fixés, et enfin des moyens de calculs.

## **CHAPITRE III**

---

### **RESULTATS DE SIMULATION ET DISCUSSIONS**

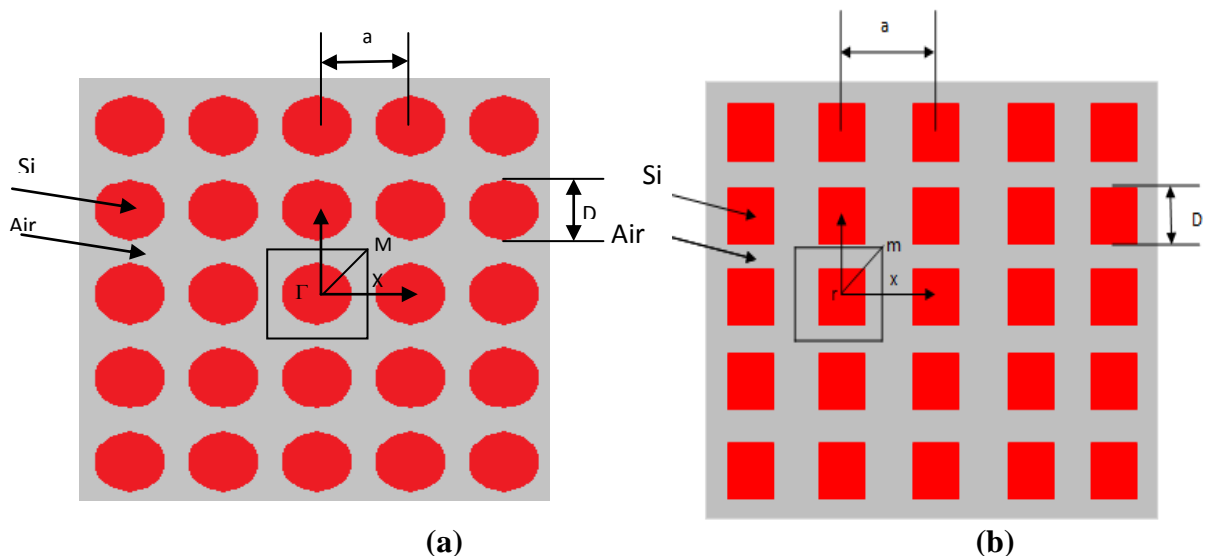
---

## INTRODUCTION

Au cours de ce chapitre on va étudier les variations de la bande interdite phononique d'un cristal bidimensionnel d'une structure dite non connectée (composé à partir des inclusions de silicium plongés dans l'air) à réseau carré et une seconde structure dite connectée composée des inclusions d'air plongées dans le silicium). Nous avons utilisé un code en matlab afin de comprendre les conditions d'ouverture des bandes interdites phononiques ainsi que leurs variations en fonction des paramètres physiques (la masse volumique et la vitesse de propagation) et les paramètres géométriques tels que : le coté des inclusions de matériau «  $D$  » et la période du réseau carré «  $a$  » et le facteur de remplissage.

### III.1. CHOIX DE LA STRUCTURE

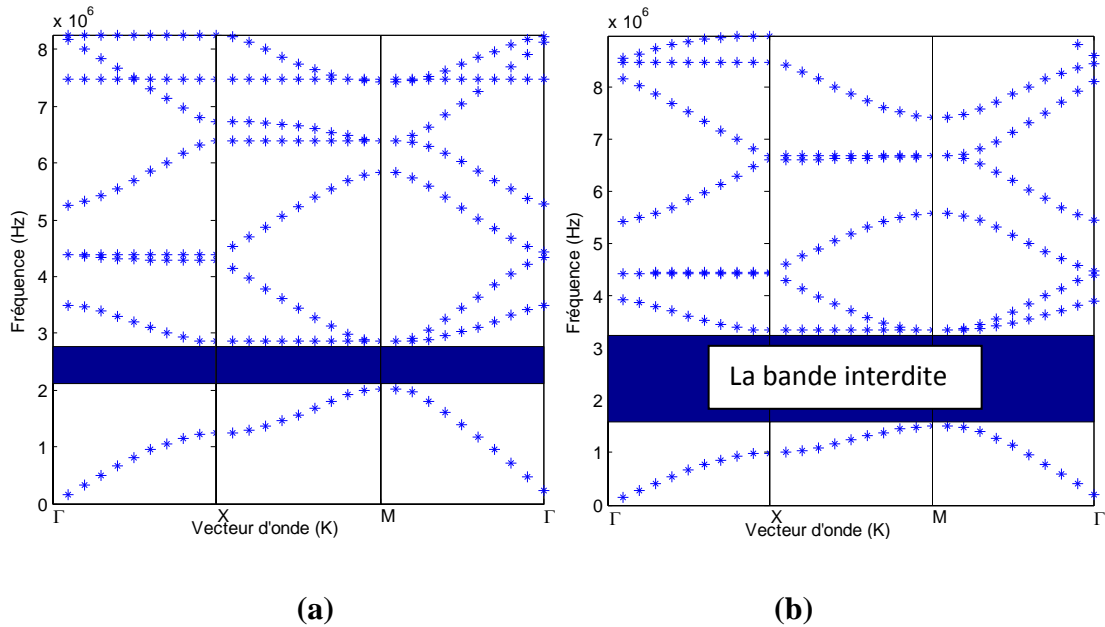
Avant d'étudier l'évolution de la bande interdite pour choisir notre structure à étudiée, nous avons tracé le diagramme de bandes pour deux structures déconnectées à cristal phononique bidimensionnels; l'une est constituée par des inclusions de Silicium de cylindriques de rayon  $r$  plongés dans l'air et l'autre est constituée par des inclusions de silicium ayant une forme carrée de côté  $D$  plongés dans l'air. Les deux structures ont les mêmes propriétés physiques et les mêmes paramètres géométriques, la période du réseau est  $a=80\mu\text{m}$ , le rayon  $r$  des trous est  $r=33.6\mu\text{m}$  et le côté du carré est  $D=33.6\mu\text{m}$ .



**Figure III.1 :** Structure déconnectée d'un cristal phononique 2D constituée avec des inclusions de silicium insérées dans l'air en un réseau carré :

(a) Inclusions cercles, (b) Inclusions Carrées.

En utilisant un code en Matlab, nous avons obtenu les deux diagrammes suivants pour chaque structure.



**Figure III.2 :** Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D formé par des inclusions de silicium dans l'air : (a) Pour motif cylindre, (b) Pour un motif carré.

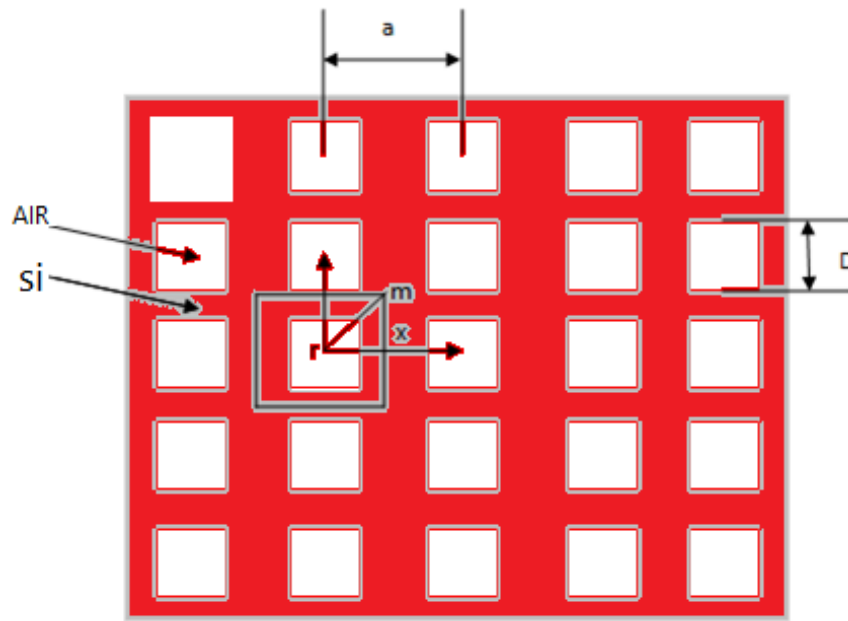
Les diagrammes de bandes montrent clairement que pour les mêmes conditions, les deux structures présentent des bandes interdites autour de 2.5 MHz et que la structure formée avec des inclusions carrées présente une large bande.

Dans ce qui suit, la structure étudiée est un cristal phononique bidimensionnels à réseau carré de période  $a$  composé à partir des inclusions de forme carrée de côté «D ».

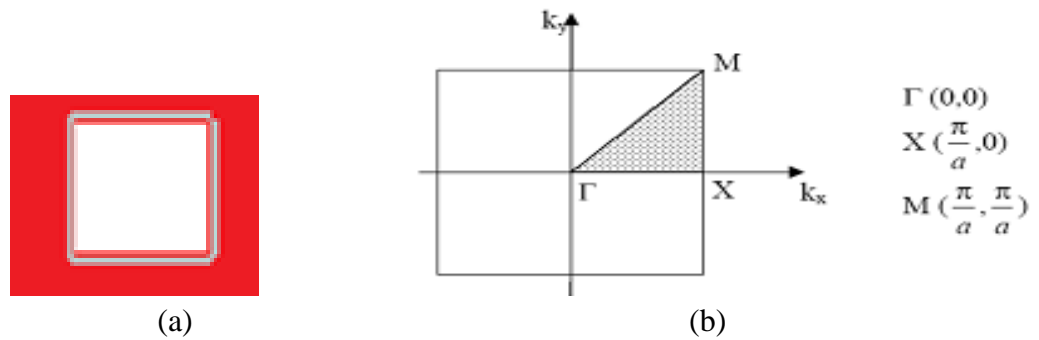
## III.2. PREMIERE STRUCTURE

### III.2.1. STRUCTURE CONNECTEE

Pour étudier les propriétés des bandes ouvertes notamment la largeur et la location des bandes phononiques ouvertes, nous avons considéré une structure connectée ; la structure est un cristal phononique bidimensionnels « 2D » à réseau carré composé de trous d'air ayant une forme carrée de côté  $D$  plongés dans une matrice de Silicium comme il est représenté sur la figure III.3. Alors que la figure III.4 (a) et (b) représentent la cellule élémentaire et première zone de Brioullin.



**Figure III.3 :** Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble de carrée disposés en réseau périodique carré.



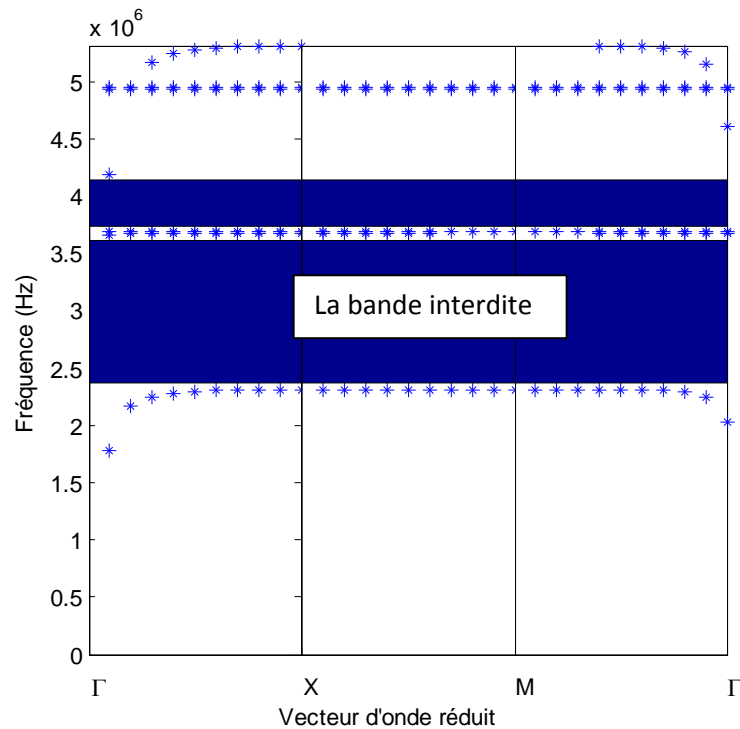
**Figure III.4 :** (a) Cellule élémentaire, (b) Première zone de Brioullin

Les constantes d'élasticité de la matrice et des inclusions constituants du cristal 2D sont illustrées par le tableau III.1.

Matériau/constante	Silicium	Air
Masse volumique (Kg/m <sup>3</sup> )	2333	1.3
Module de Young (GPa)	107	0.0001
Vitesse longitudinale (m/s)	5844	343
Vitesse transversale (m/s)	Xxx	0

**Tableau III.1:** Constantes élastiques des deux matériaux constituants le cristal.

En utilisant un code de la méthode des ondes planes PWE écrit en Matlab, nous avons obtenu le diagramme de bandes illustré sur la figure III.5. D'après ce diagramme, il est clair que le cristal phononique 2D considéré présente deux bandes interdites dans la gamme des fréquences d'ultrasons; la première entre 2.3669 et 3.6103 Mhz alors que la seconde est comprise entre 3.7404 et 4.1359 Mhz.



**Figure III .5:** Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D Formé par des inclusions d'air carrées plongées dans le silicium

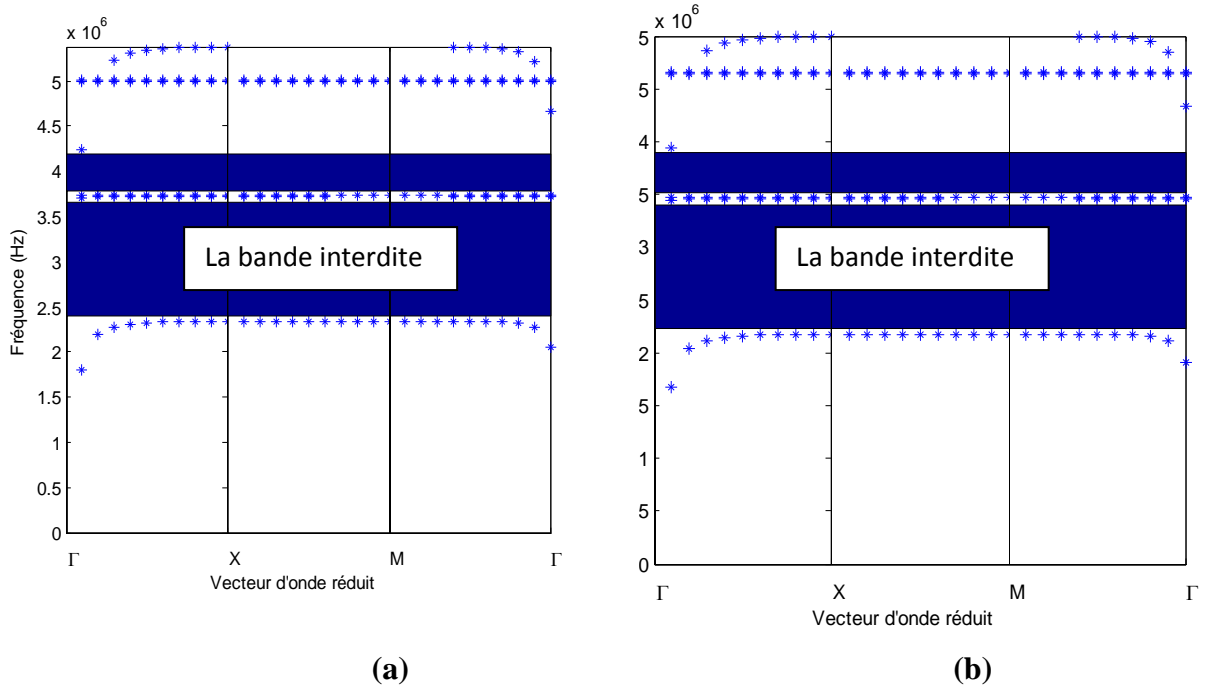
### III.2.2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES

Il est intéressant d'étudier l'influence des paramètres géométriques sur les variations de la bande interdite phononique; dans le paragraphe suivant on va étudier l'effet du côté des inclusions d'air « D » et l'effet de la période du réseau « a » sur la position et la largeur de la bande interdite phononique.

#### III.2.2.1. Influence de la période du réseau

Pour étudier l'influence de la période du réseau « a » sur la bande interdite photonique, nous avons considérés la structure décrite précédemment où le côté des inclusions d'air est  $D=0.096\text{mm}$  puis on fait varier la période tout en gardant les mêmes valeurs des paramètres élastiques pour les deux matériaux du cristal phononique.

La figure III .6 donne le diagramme de bande pour deux valeurs de la période du réseau (pour  $a=0.079$  mm et pour  $a= 0.085$ mm).



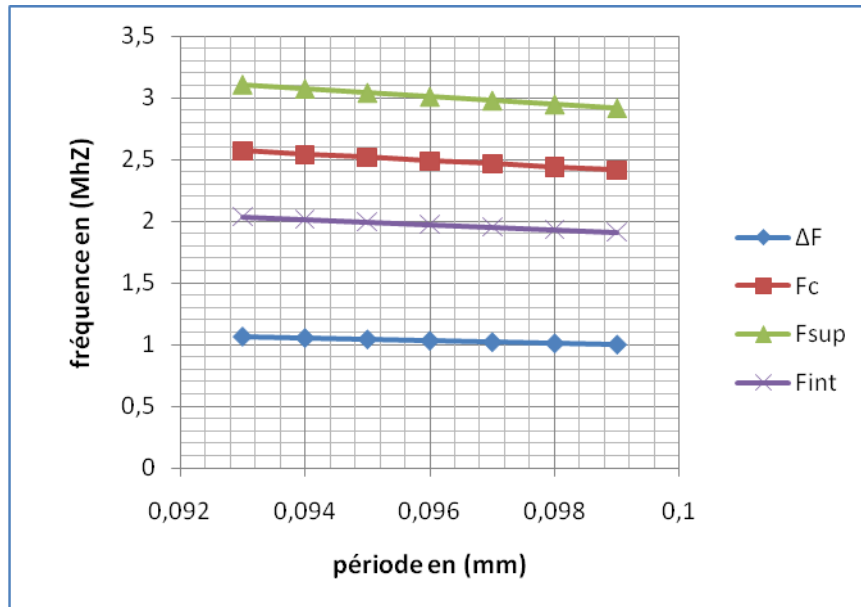
**Figure III. 6:** Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D:  
 (a) Pour  $a= 0.079$ mm, (b) Pour  $a= 0.085$ mm.

Le tableau III.2, représente les variations de la fréquence inférieure, supérieure, centrale et la largeur de la première bande interdite phononique.

Période en (mm)	$f_{int}$ (MHZ)	$f_{sup}$ (MHZ)	$f_c$ (MHZ)	$\Delta f$ (MHZ)
0.093	2.036	3.105	2.57	<b>1.069</b>
0.094	2.014	3.072	2.543	<b>1.058</b>
0.095	1.993	3.04	2.516	<b>1.047</b>
0.096	1.972	3.008	2.49	<b>1.036</b>
0.097	1.952	2.977	2.464	<b>1.025</b>
0.098	1.932	2.947	2.439	<b>1.015</b>
0.099	1.912	2.917	2.414	<b>1.005</b>

**Tableau III.2 :** Influence de la période du réseau « a » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes.

Sur la figure III .7, nous avons présenté les variations de la largeur, la fréquence inférieure, la limite supérieure et la fréquence centrale de la première bande interdite. Les courbes de la figure. III .7, montrent bien que plus la période augmente, la largeur, la fréquence inférieure, la limite supérieure et la fréquence centrale diminuent..

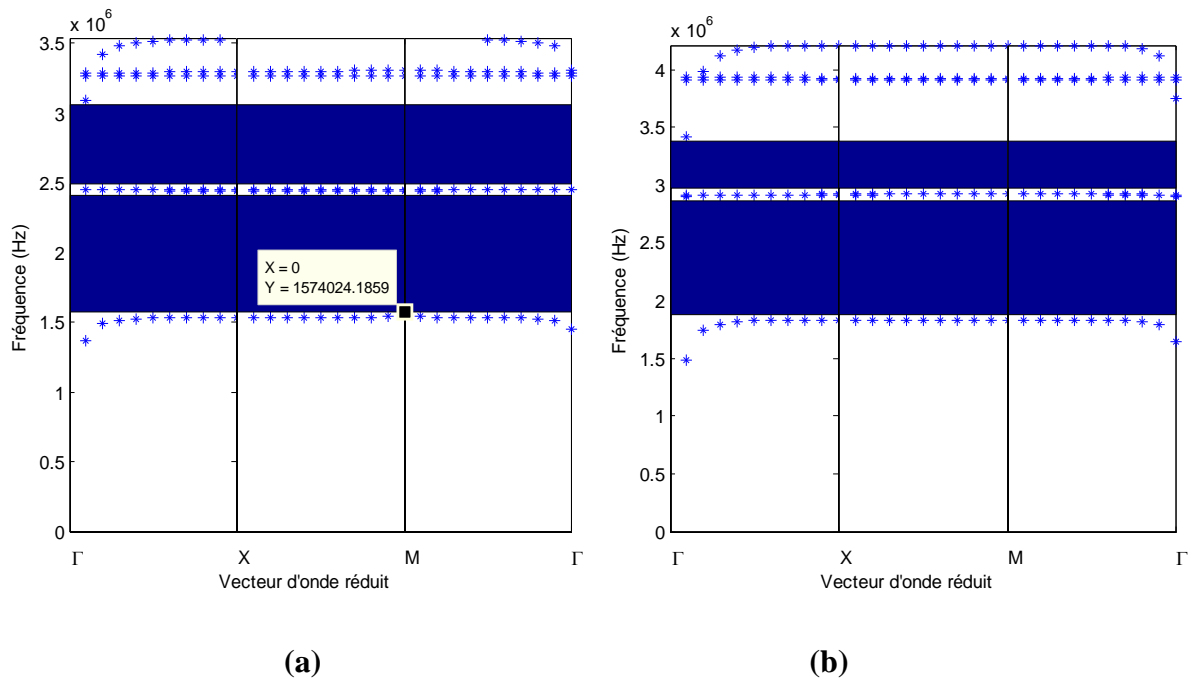


**Figure III.7:** Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la période du réseau carré « a ».

### III.2.2.2. Influence du côté « D » des inclusions

Pour voir l'influence du paramètre D sur les caractéristiques des bandes phononiques ouvertes, on va fixer d'abord la période du réseau à la valeur  $a=0.079$  mm. Ensuite, on va changer le diamètre D des inclusions d'air. Puis, en utilisant le même code de la méthode des ondes planes PWE après modification on va calculer les bandes interdites ouvertes pour chaque valeur du diamètre D.

La figure III. 8(a) et (b), illustre le diagramme des bandes interdites pour deux valeurs du côté des inclusions (carrées) ;  $D= 0.039$  mm et  $D= 0.0348$  mm.

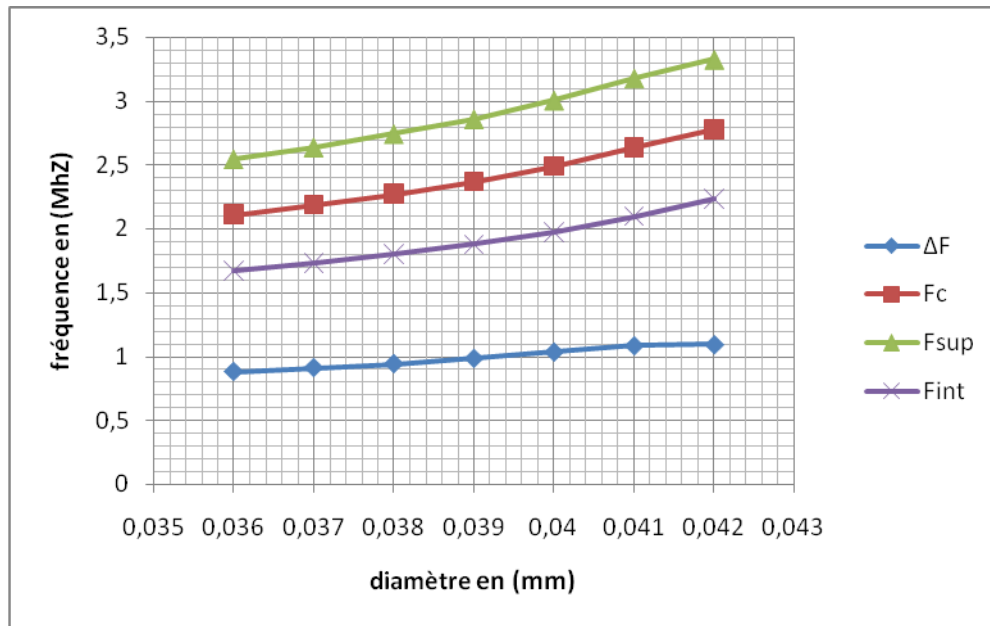


**Figure III.8:** Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :  
 (a) Pour  $D = 0.039$  mm, (b) Pour  $D = 0.0348$  mm

Sur le tableau III.3, nous avons reporté les propriétés de la première bande interdite ouverte que nous avons calculée par la méthode des ondes plane pour la structure connectée.

Côté en (mm)	$f_{int}$ (MHZ)	$f_{sup}$ (MHZ)	$f_c$ (MHZ)	$\Delta f$ (MHZ)
0.036	1.667	2.549	2.108	<b>0.882</b>
0.037	1.728	2.641	2.184	<b>0.913</b>
0.038	1.797	2.745	2.271	<b>0.944</b>
0.039	1.875	2.861	2.368	<b>0.986</b>
0.040	1.972	3.008	2.49	<b>1.036</b>
0.041	2.093	3.179	2.636	<b>1.086</b>
0.042	2.232	3.326	2.779	<b>1.094</b>

**Tableau III.3:** Influence du diamètre des inclusions «D » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes.



**Figure III.9:** Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du diamètre «  $D$  » des inclusions de surface carrée.

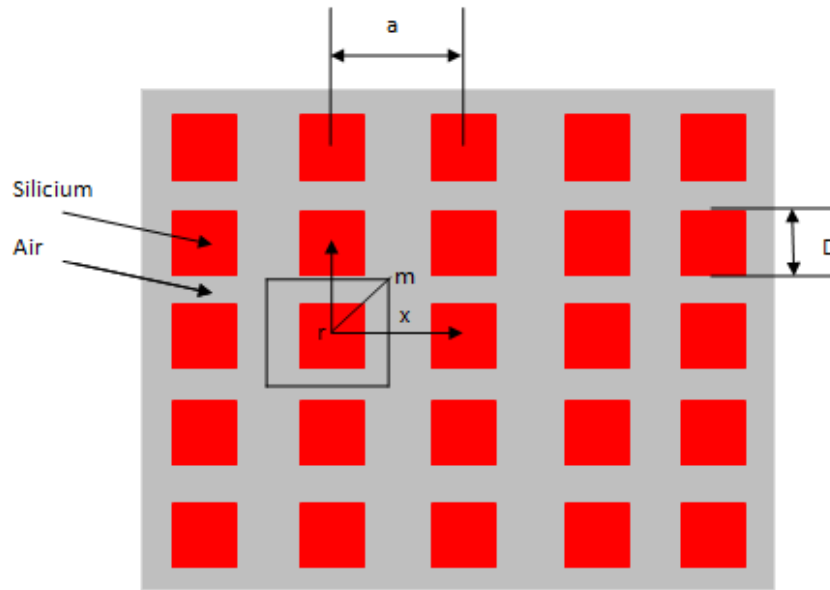
Sur la figure III.9, nous avons reporté les résultats obtenus concernant la variation de la largeur et la position de la première bande en fonction du côté des inclusions pour différentes valeurs. On peut constater que les bandes ouvertes se déplacent vers les fréquences supérieures. C'est à dire les bandes sont proportionnelle au côté des inclusions.

### III.3. DEUXIEME STRUCTURE

#### III.3.1. STRUCTURE DECONNECTEE

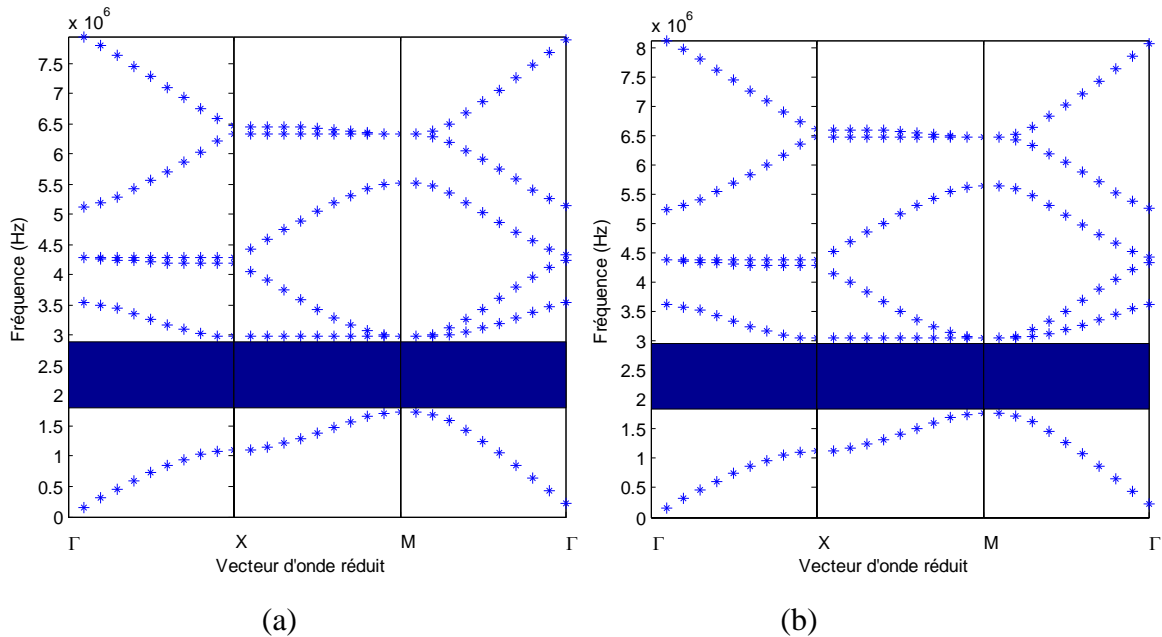
Dans cette section, la structure étudiée est un cristal phononique bidimensionnels à réseau carré de période  $a$  et composé à partir des inclusions de silicium de forme carrée de côté «  $D$  » insérées dans une matrice d'air. La figure III.10 donne un schéma en dessus de la structure considérée avec la cellule élémentaire et sa première zone de brioullin.

Dans cette structure, les constantes d'élasticité de la matrice et des inclusions constituants du cristal 2D sont illustrées par le tableau III.1. D'autre part, le côté des inclusions est  $D = 0.04$  mm, la période du réseau (le paramètre de maille) est  $a = 0.08$  mm.



**Figure III.10:** Structure déconnectée d'un cristal phononique 2D constituée avec des inclusions de silicium insérées dans l'air en un réseau carré.

En appliquant, la méthode des ondes planes PWE programmée en code matlab, nous avons obtenu les deux diagrammes de dispersion représentés sur la figure III.11 pour deux valeurs de la période du réseau: pour  $a=0.08$  mm et pour  $a= 0.082$  mm dans le cas d'une structure à bande interdite phononique bidimensionnels déconnecté.



**Figure III.11 :** Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D formé par des inclusions de silicium dans l'air : (a) Pour  $a= 0.08$  mm, (b) Pour  $a= 0.082$  mm.

### III.3. 2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES

Dans cette section, on va faire le même travail qu'on a fait avec la première structure. C'est-à-dire étudier l'influence des paramètres géométriques sur les caractéristiques des bandes interdites phononiques.

### III.3. 2. 1. Influence de la période du réseau

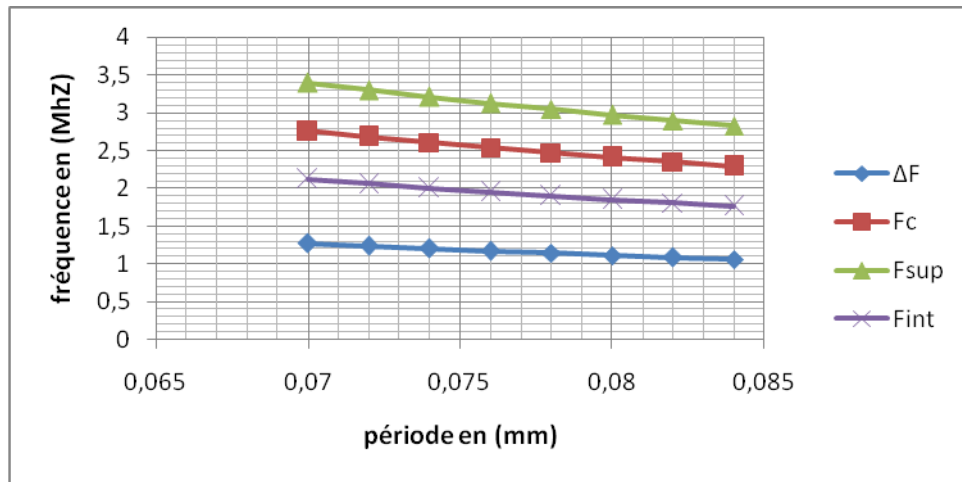
Pour voir l'influence de la période du réseau sur la position et la largeur de la bande interdite on va utiliser un code écrit en Matlab de la méthode PWE pour la structure décrite précédemment. Le tableau ci-dessous, représente les variations de la bande ouverte pour un cristal composé d'inclusions en silicium plongées dans l'air.

Période en (mm)	$f_{int}$ (MHZ)	$f_{sup}$ (MHZ)	$f_c$ (MHZ)	$\Delta f$ (MHZ)
0.070	2.118	3.393	2.755	<b>1.275</b>
0.072	2.059	3.299	2.679	<b>1.24</b>
0.074	2.004	3.210	2.607	<b>1.206</b>
0.076	1.951	3.125	2.538	<b>1.174</b>
0.078	1.901	3.045	2.473	<b>1.144</b>
0.080	1.853	2.969	2.411	<b>1.116</b>
0.082	1.808	2.897	2.352	<b>1.089</b>
0.084	1.765	2.828	2.296	<b>1.063</b>

**Tableau III .4 :** Influence de la période du réseau « a » sur les la largeur et la location des bandes phononiques ouvertes.

Sur la figure III.12, nous avons reporté les variations de la largeur de la bande interdite phononique en fonction de la période pour la structure étudiée. Ces résultats sont obtenus en changeant uniquement la valeur de la période dans le code en Matlab qu'on a utilisé pour calculer les diagrammes de bandes.

D'après les résultats obtenus, on peut constater que plus la période du réseau augmente, les fréquences limites supérieure, inférieure et la fréquence centrale ainsi que la largeur des bandes  $\Delta f$  diminuent.

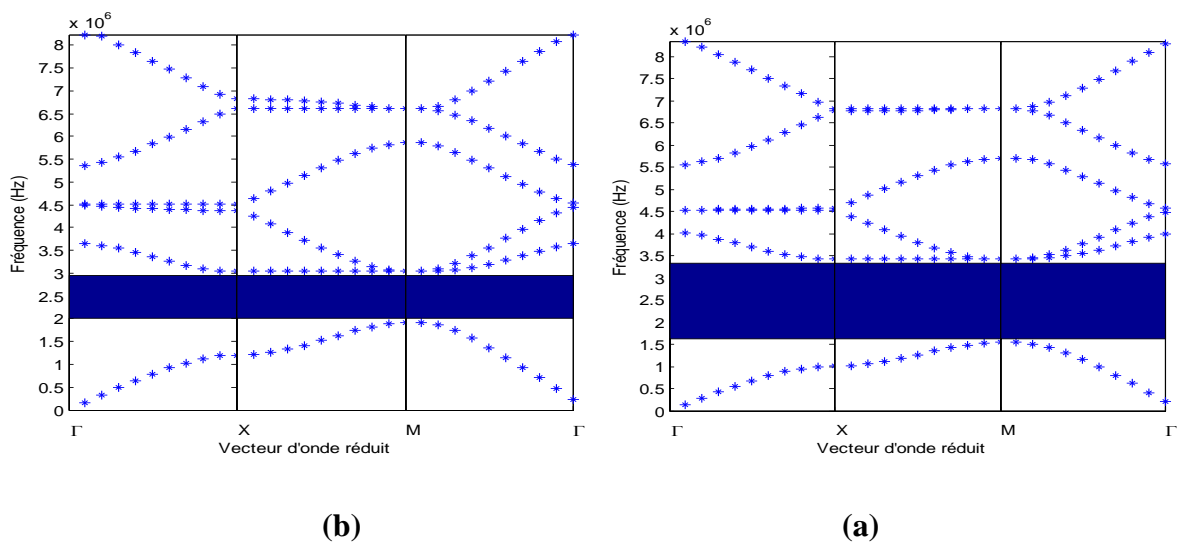


**Figure III.12:** Variations des propriétés des bandes phononiques ouvertes en fonction de la période

**III.3. 2. 2. Influence du Coté des inclusions**

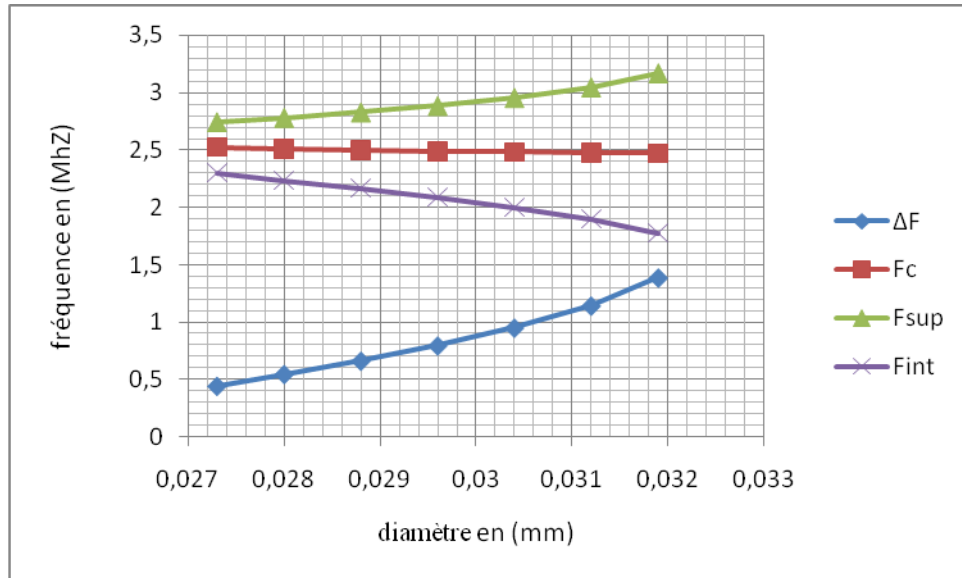
Pour voir l’influence du paramètre D; le côté des inclusions sur les caractéristiques des bandes interdites phononiques ouvertes, on va fixer tous les autres paramètres de la structure précédente, c'est-à-dire on reprend la même structure précédente avec une période  $a=0.0327 \mu\text{m}$ . Ensuite, on va effectuer une série de simulations en changeant uniquement le côté « D » des inclusions entre deux valeurs limites : côté minimale et côté maximale nécessaires pour l’ouverture des bandes.

Puis, en utilisant un code matlab, on va calculer les bandes interdites ouvertes pour chaque valeur du côté D.



**Figure III.13:** Diagramme de bandes dans le cas d’un cristal phononique 2D : (a) Pour  $D= 0.0327 \text{ mm}$ , (b) Pour  $D= 0.0304 \text{ mm}$ .

Sur la figure III.13, nous avons reporté les résultats de simulation qu'on a obtenu pour deux valeurs du cotés D des inclusions ( $D=0.0327\mu\text{m}$  et  $D=0.0304\mu\text{m}$ ). Alors que, sur la figure III.14 nous avons reporté les variations des bandes ouvertes pour différentes valeurs du côté D d'inclusions.



**Figure III.14 :** Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du diamètre « D » des inclusions de silicium.

Le tableau ci-dessous, donne les variations de la bande interdite ; les fréquences limites  $f_{sup}$ ,  $f_{inf}$  et la fréquence centrale  $f_c$  ainsi que la largeur de la bande. D'après les mesures, on peut conclure que plus le diamètre des inclusions d'air joue un rôle important pour l'ouverture des bandes phononiques.

diamètre en (mm)	$f_{int}$ (MHZ)	$f_{sup}$ (MHZ)	$f_c$ (MHZ)	$\Delta f$ (MHZ)
0.0273	2.302	2.745	2.523	<b>0.443</b>
0.028	2.237	2.783	2.51	<b>0.546</b>
0.0288	2.167	2.829	2.498	<b>0.662</b>
0.0296	2.09	2.885	2.487	<b>0.795</b>
0.0304	2.003	2.954	2.478	<b>0.951</b>
0.0312	1.901	3.045	2.473	<b>1.144</b>
0.0319	1.777	3.166	2.471	<b>1.389</b>

**Tableau III.5 :** Influence du diamètre des inclusions «D » Sur les propriétés des bandes

### III.3.3. INFLUENCE DES PARAMETRES PHYSIQUES

Pour étudier l'influence des paramètres physiques ; c'est-à-dire l'influence de la masse volumique et la vitesse de propagation sur les variations des bandes interdites phononiques ouvertes d'un réseau carré dans le cas d'un cristal phononique bidimensionnel, on va modéliser plusieurs structures connectées. Ces structures sont des cristaux phononiques bidimensionnels composés à partir des inclusions en air de section carrée percés dans le Silicium (Figure III.3).

#### III.3.3.1. Influence de la masse volumique

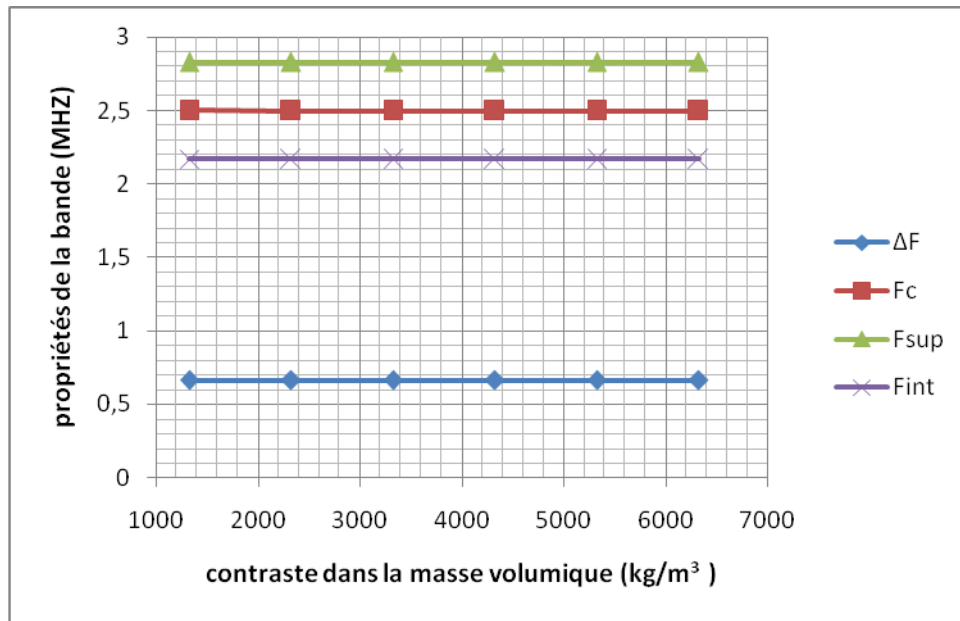
De la même que dans la section III.2.1, on définit le paramètre ( $\rho_{\text{inclusion}}/\rho_{\text{matrice}}$ ) ou ( $\rho_{\text{inclusion}}-\rho_{\text{matrice}}$ ) qui représente le rapport entre la masse volumique ou le contraste dans la masse volumique entre les inclusions et la matrice le tableau III.6.

Les différentes valeurs (limite inférieure, limite supérieure et largeur de la bande) sont obtenues après des modifications apportées au code en matlab de la méthode PWE.

$\Delta\rho(\text{kg/m}^3)$	$f_{\text{int}}$ (MHZ)	$f_{\text{sup}}$ (MHZ)	$f_c$ (MHZ)	$\Delta f$ (MHZ)
1328.7	2.1682	2.8297	2.4989	<b>0.6615</b>
2328.7	2.1676	2.8297	2.4986	<b>0.6621</b>
3328.7	2.1674	2.8297	2.4985	<b>0.6623</b>
4328.7	2.1673	2.8297	2.4985	<b>0.6624</b>
5328.7	2.1672	2.8297	2.4984	<b>0.6625</b>
6328.7	2.1671	2.8297	2.4984	<b>0.6626</b>

**Tableau III .6 :** Influence de la masse volumique sur les propriétés Des bandes interdites ouvertes.

La figure III.15 illustre les propriétés de la bande phononique ouverte en fonction du contraste dans la masse volumique entre les deux constituants du cristal phononique 2D (l'air et le silicium). D'après les résultats obtenus, il est clair que le contraste joue un rôle important sur les propriétés de la bande ouverte (la fréquence inférieure, fréquence supérieure, largeur de la bande et la fréquence centrale).



**Figure III.15 :** Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du contraste dans la masse volumique en  $\text{Kg/m}^3$ .

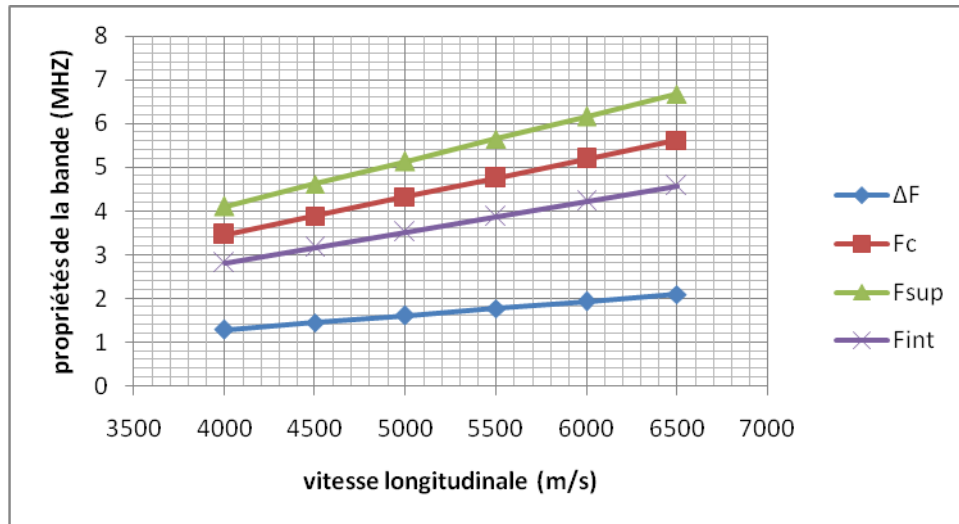
### III.3.3.2. Influence de la vitesse longitudinale

Pour voir l'influence de la vitesse de propagation sur la largeur et la position de la bande interdite ouverte, on va fixer tout d'abord les paramètres géométriques de la structure précédente (Figure III.3). Ensuite, en utilisant un code de la méthode PWE écrit en matlab on va effectuer une série de simulations pour chaque valeur de la vitesse. Dans le tableau III.7, nous avons reporté les variations de la bande interdite phononique en fonction de la vitesse de propagation longitudinale de la matrice semi-conductrice.

VB(S/m)	$f_{int}$ (MHZ)	$f_{sup}$ (MHZ)	$f_c$ (MHZ)	$\Delta f$ (MHZ)
4000	2.815	4.105	3.46	<b>1.29</b>
4500	3.167	4.618	3.892	<b>1.451</b>
5000	3.519	5.131	4.325	<b>1.612</b>
5500	3.871	5.644	4.757	<b>1.773</b>
6000	4.223	6.158	5.190	<b>1.935</b>
6500	4.575	6.671	5.623	<b>2.096</b>

**Tableau III.7:** influence de vitesse longitudinale sur les propriétés des bandes interdites ouvertes.

Les résultats obtenus en modifiant le même code en matlab de la méthode des ondes planes PWE sont reportés sur la figure III.16.



**Figure III.16 :** Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la vitesse de propagation.

D'après les courbes, on peut conclure que plus la vitesse  $V_B$  n'augmente, les fréquences limites supérieures, inférieures et la fréquence centrale  $f_c$  ainsi que la largeur  $\Delta f$  augmentent. Il est noté que la bande interdite se referme pour des masses volumiques équivalentes des deux matériaux, ce qui peut s'expliquer par le fait que la topologie d'un réseau de Bragg est basée sur un contraste élevé des vitesses transverses et longitudinales dans les matériaux.

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons eu l'occasion d'étudier la possibilité d'ouverture des bandes interdites dans le domaine fréquentiel des ondes acoustiques autour de 2.5MHz. Nous nous sommes intéressés à l'influence des paramètres géométriques notamment la période, le diamètre d'une part et d'autre part des paramètres physiques en particulier la masse volumique et la vitesse de propagation longitudinale.

Les différents calculs des bandes interdites pour le modèle d'un cristal phononique 2D démontrent que pour obtenir une bande interdite autour d'une fréquence donnée, il est nécessaire de régler les paramètres géométriques, il faut bien choisir les constituants du cristal et d'autre part, il faut bien choisir la topologie du cristal phononique notamment le type du réseau et la forme des inclusions.

---

## **CONCLUSION GENERALE**

---

## CONCLUSION GENERALE

Les cristaux phononiques sont des matériaux composites constitués de réseaux périodiques d'inclusions à une, deux ou trois dimensions de l'espace. Cette nouvelle classe de matériaux pouvant agir fortement sur la propagation d'ondes élastiques ou acoustiques représente un domaine de recherche d'actualité. Durant ces dernières années un grand nombre de structures a été étudié et plusieurs approches théoriques ont été développées. Toutes ces études ont montré l'existence de propriétés physiques importantes, en particulier l'ouverture de bandes de fréquences interdites où aucune propagation d'onde n'est permise dans ces structures. En effet, du fait que les ondes acoustiques s'étendent sur un large spectre en fréquence. Cela offre de nombreuses applications potentielles allant de l'isolation sonore au filtrage et traitement du signal acoustique en passant par les guides et les capteurs.

Le travail présenté dans ce mémoire, s'inscrit dans le cadre d'une contribution à l'étude théorique et numérique d'ondes élastiques ou acoustiques dans les cristaux phononiques bidimensionnels. En utilisant la méthode des ondes planes en expansion, nous avons étudié la bande interdite phononique à travers les relations de dispersion d'un cristal phononique 2D, constitué d'inclusions carrées en Silicium (respectivement en air) disposés suivant un réseau carré insérés dans l'air (respectivement dans le silicium).

En premier lieu, nous avons étudié l'influence des paramètres géométriques (le côté des inclusions et la période du réseau) sur la largeur et la position des bandes interdites phononiques ouvertes. Les simulations réalisées ont montré clairement l'ouverture des bandes interdites en fréquences au voisinage de 2.5MHz. D'autre part, les variations de ces bandes interdites dépendent fortement de la topologie des structures.

En second lieu, nous avons simulé l'influence des constantes élastiques représentés par le contraste dans la masse volumique des constituants et la vitesse longitudinale sur les propriétés des bandes interdites phononiques. Les différents résultats de simulation ont montré clairement que la largeur et la position des bandes interdites sont liées au contraste dans la masse volumique et le contraste dans la vitesse.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] Jean-Jacques **Rousseau** et Alain **Giraud** : Cristallographie géométrique et radiocristallographie. Sciences Sup , Dunod, 2007.
- [2] S. kheffache : propagation d'onde élastiques dans les critaux phononiques bidimensionnels, TIZI\_ OUZOU,2011.
- [3] B.ali : application du concept des réseaux acoustiques à bondes interdites pour l'isolation sismique d'un site, TIZI\_ OUZOU,2013.
- [4] duclos,A,, "Diffusion multiple en fluide visco-thermique, cas du cristal phononique à deux dimensions" These de doctoral-Ecole doctorale de l'université du Maine, le Mans, France, (juin 2007).
- [5] D.efay Emmanuel et Reinhardt : réalisation de filtres RF à base de cristaux phononique, l'université de Grenoble, 2011
- [6] M. M. Sigalas : Elastic wave band gaps and defect states in two-dimensionnel composites. The Journal of the Acoustical Society of America, 101(3):1256–1261, 1997.
- [7] Fugen Wu, Zhilin Hou, Zhengyou Liu et Youyan Liu : Point defect states in two-dimensional phononic crystals. Physics Letters A, 292(3):198 – 202, 2001.
- [8] A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, M. Wilm, S. Ballandras et V. Laude : Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap ultrasonic Crystal. Phys. Rev. B,68:214301,Dec2003.
- [9] Fugen Wu, Zhengyou Liu et Youyan Liu : Splitting and tuning characteristics of the point defect modes in two-dimensionalphononic crystals. Phys. Rev. E, 69:066609, Jun 2004.
- [10] A. Khelif, M. Wilm, V. Laude, S. Ballandras et B. Djafari-Rouhani : Guided elastic waves along a rod defect of a two-dimensional phononic crystal. Phys. Rev. E, 69:067601, Jun 2004.
- [10] A. Khelif, M. Wilm, V. Laude, S. Ballandras et B. Djafari-Rouhani : Guided elastic waves along a rod defect of a two-dimensional phononic crystal. Phys. Rev. E, 69:067601, Jun 2004.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [11] Toyokatsu Miyashita : Analysis of bandpass spectra of phononic defect-mode waveguides based on mode coupling between point defects. *The Journal of the Acoustical Society of America*,123(5):3039–3039,2008.
- [12] V. Romero-García, J. V. Sánchez-Pérez, L. M. García-Raffi, J. M. Herrero, S. GarcíaNieto et X. Blasco : Hole distribution in phononic crystals : Design and optimization. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(6):3774–3783, 2009.
- [13] Feng Li, Jun Liu et Yihui Wu : The investigation of point defect modes of phononic crystal for high q resonance. *Journal of Applied Physics*, 109(12):124907, 2011.
- [14] M. Torres, F. R. Montero de Espinosa, D. Garc´-Pablos et N. Garc´ : Sonic band gaps in finite elastic media : Surface states and localization phenomena in linear and point defects. *Phys.Rev.Lett.*, 82:3054–3057, Apr1999.
- [15] Toyokatsu Miyashita : Sonic crystals and sonic wave-guides. *Measurement Science and Technology*,16(5):R47,2005.
- [16] Fu-Li Hsiao, Abdelkrim Khelif, Hanane Moubchir, Abdelkrim Choujaa, Chii-Chang Chen et Vincent Laude : Waveguiding inside the complete band gap of a phononic crystal slab. *Phys. Rev.E*,76:056601,Nov2007.
- [17] Xiaochun Li et Zhengyou Liu : Bending and branching of acoustic waves in two-dimensional phononic crystals with linear defects. *Physics Letters A*, 338(35):413 – 419, 2005.
- [18] Xin Zhang, Zhengyou Liu, Youyan Liu et Fugen Wu : Defect states in 2d acoustic band-gap materials with bend-shaped linear defects. *Solid State Communications*, 130(12):67 – 71, 2004.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [19] Zhizhong Yan, Yuesheng Wang et Chuanzeng Zhang : Wavelet method for calculating the defect states of two-dimensional phononic crystals. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 21(2):104-109,2008.
- [20] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec et A-C. Hladky-Hennion : Absolute forbidden bands and waveguiding in two-dimensional phononic crystal plates. *Phys. Rev. B*, 77:085415, Feb 2008.
- [21] Mourad Oudich, M. Badreddine Assouar et Zhilin Hou : Propagation of acoustic waves and waveguiding in a two-dimensional locally resonant phononic crystal plate. *Applied Physics Letters*, 97(19):193503, 2010.
- [22] Jia-Hong Sun et Tsung-Tsong Wu : Propagation of surface acoustic waves through sharply bent two-dimensional phononic crystal waveguides using a finite-difference time-domain method. *Phys. Rev. B*, 74:174305, Nov 2006.
- [23] M. Plihal and A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **44**, 8565 (1991).
- [24] R. D. Meade, K. D. Brommer, A. M. Rappe, and J. D. Joannopoulos, *Appl. Phys. Lett.* **61**, 495 (1992).
- [25] K. M. Leung, and Y. Qiu, *Phys. Rev. B* **48**, 7767 (1993).
- [26] K. Ohtaka, T. Ueta, and K. Amemeya, *Phys. Rev. B* **57**, 2550 (1998).
- [27] Z. Y. Li, and K. M. Ho, *Phys. Rev. B* **68**, 155101 (2003).
- [28] L. M. Li, and Z. Q. Zhang, *Phys. Rev. B* **58**, 9587 (1998).
- [29] Z. L. Liu, A. L. Goertzen, and J. H. Page, *Phys. Rev. B* **62**, 2446 (2000).
- [30] X. Checoury, and J. M. Lourtioz, *Opt. Commun.* **259**, 360 (2006).

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [31] J. B. Pendry, and A. MacKinnon, Phys. Rev. Lett. **69**, 2772 (1992).
- [32] K. Sakoda, and J. Kawamata, Optics Express **3**, 12 (1998).
- [33] K Schmidt, and P. Kauf, Comp. Meth. App. Mech. Engr. **198** 1249 (2009).
- [34] C. Herring, Phys. Rev. **57**, 1169 (1940).
- [35] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, Phys. Rev. Lett. **71**, 2022(1993).
- [36] J. O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, M. S. Kushawaha, and P. Halevi, J. Phys :Condens.Matter, **6**8759-8770(1994).
- [37] M. M. Sigalas, and E. N. Economou, Europhys. Lett. **36** 241-246 (1996).
- [38] Z. Hou, and B. M. Assouar, J. Phys. D : Appl. Phys. **42** 085103 (2009).
- [39] M. M. Sigalas, and E. N. Economou, J. Appl. Phys. **75** 2845 (1994).
- [40] Z. G. Huang, and T-T. Wu, IEEE Ultrason. Symp. **1**, 77 (2005).
- [41] M. M. Sigalas, J. Acoust. Soc. Am. **101**, 1256 (1997).
- [42] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, and A-C. Hladky-Hennion. Phys.Rev.B**77**, 085415(2008).
- [43] T-T. Wu, Z-G. Huang, and S. Lin, Phys. Rev. B **69**, 094301 (2004).
- [44] Y. Tanaka, and S-I. Tamura, Phys. Rev. B **58**, 7958 (1998).
- [45] Y. Tanaka, and S. I. Tamura, Phys. Rev. B **60**, 13 294 (1999).
- [46] B. Manzanares-Martinez, Phys. Rev. B **68** 134303 (2003)78.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [47] V. Laude, M. Wilm, S. Benchabane, and A. Khelif, *Phys. Rev. E* **71**, 036607 (2005).
- [48] J-C. Hsu, and T-T. Wu, *IEEE Trans. Ultrason. Ferro- electr. Freq. Control* **53**, 1169 (2006).
- [49] V. Laude, Y. Achaoui, S. Benchabane, and A. Khelif, *Phys. Rev. B* **80**, 092301 (2009).
- [50] V. Romero-Garcia, J. V. Sanchez-Pérez, and L. M. Garcia-Raffi, *J. Appl. Phys.* **108**, 044907 (2010).
- [51] B. Bonello, C. Charles, and F. Ganot, *Ultrasonics* **44**, 1209 (2006).
- [52] A. Khelif, B. Aoubiza, S. Mohammadi, A. Adibi, and V. Laude, *Phys. Rev. E* **74**, 046610 (2006).
- [53] B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, A. C. Hladky-Hennion, P. Deymier, F. Duval, B. Dubus, and Y. Pennec, *Photonics and Nanostruct. Fundament. and Applic.* **6**, 32 (2008).
- [54] T-C. Wu, T-T. Wu, and J-C Hsu, *Phys. Rev. B* **79**, 104306 (2009).
- [55] M. M. Sigalas, and N. García J. *Appl. Phys.* **87**, 3122 (2000).
- [56] Y. Tanaka, Y. Tomoyasu, and S-I. Tamura, *Phys. Rev. B* **62**, 7387 (2000).
- [57] T. Miyashita, and C. Inoue, *Jpn. J. Appl. Phys.* **40**, 3488 (2001).
- [58] A. Khelif, B. Djafari-Rouhani, V. Laude, and M. Solal, *J. Appl. Phys.* **94**, 7944 (2003).
- [59] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 4400 (2004).
- [60] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, and H. Larabi, *Appl. Phys. Lett.* **87**, 261912 (2005).

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [61] P-F. Heisch, T-T. Wu, and J-H Sun, Trans. Ultrason. Ferro- electr. Freq. Control **53**, 148 (2006).
- [62] J-H. Sun, and T-T. Wu, Phys. Rev. B **74**, 174305 (2006).
- [63] M. Notomi, Phys. Rev. B **62**, 10696 (2000).
- [64] J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. **85**, 3966 (2000)43.
- [65] P. R. Villeneuve, and Michel Piché, Phys. Rev. B **46**, 4969 (1992).
- [66] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami, Phys. Rev. B **58**,10096 (1998).
- [67] Stefan A. Bringuier, acoustic logic gates implemented using a phase-controlling phononic crystal, masters of Science in the graduate college, the University of Arizona, 2011.

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE  
MASTER EN ELECTRONIQUE**

**Option:** S3ER.

**Proposé et dirigé par :** Mr. KAHLOUCH AHMED

**Etudié par :** Boussag Abdellatif et Berra Mohmad Nour Elislam

**Thème:** étude et simulation de la bande interdite d'un cristal phononique 2D structure en réseau carrée

**Résumé :**

La propagation des ondes dans les matériaux composites, désordonnés ou périodiques, est un sujet très général qui se trouve au confluent de nombreuses disciplines de la physique. En particulier, les cristaux phononiques, structures artificielles périodiques (1D, 2D ou 3D) formés d'au moins de deux matériaux élastiques. Ces matériaux présentent en effet sous certaines conditions des bandes de fréquences pour lesquelles la propagation des ondes élastiques ou acoustiques est interdite, dans certaines directions et gammes de fréquences.

Notre travail consiste à l'étude théorique des bandes interdites acoustiques d'un cristal phononique bidimensionnels structuré en un réseau carré afin de contrôler la propagation des ondes acoustiques.

**Mots clés :** Cristal phononique 2D, bande interdite, ondes acoustiques et guidage d'ondes.

**ملخص:**

انتشار الموجات في المواد المركبة، المختلين أو الدوري، هو موضوع واسع جدا التي تقع عند التقاء العديد من التخصصات الفيزياء. على وجه الخصوص، بلورات الفونونية والهياكل الصناعية دورية ( 1بعد2, بعد أو 3بعد) يتكون من اثنين على الأقل من المواد المرنة. هذه المواد لها في الواقع في ظل ظروف معينة من نطاقات التردد الذي يحظر على انتشار الموجات المرنة أو الصوتية في بعض الاتجاهات ونطاقات التردد.

يتكون عملنا من الدراسة النظرية للفرقة المحرمة التركيب البلوري الصوتية-فونون الأبعاد في الشبكة المربعة لسيطرة على انتشار الموجة الصوتية

**الكلمات المفتاحية:** كريستال الطاقة الصوتية ثنائية الأبعاد، فجوة الحزمة، الموجات الصوتية وموجة التوجيهية