

Ministère de l'Enseignement Supérieure
Et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE DE M'SILA

**FACULTE DES MATHÉMATIQUES ET DE
L'INFORMATIQUE**

Département de Mathématique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

*Présenté pour l'obtention du diplôme
De License LMD*

FILIERE : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques Appliquées

THEME :

Différent types des convergences

Dirigé par :

Mr. TOUAHRIA Messoaud

Présenté par :

BOUSSAG Safia

DJELMID Louiza

MOKRANE Nour elhouda

Promotion : 2013/2014

Table des matières

Introduction	1
1 Convergence pour les suites et les séries de fonctions	2
1.1 Suites de fonctions	2
1.1.1 Convergence uniforme (limite et continuité)	5
1.1.2 Convergence uniforme (dérivée et intégrale)	6
1.2 Les séries de fonctions	9
1.2.1 Autres types de convergence	12
2 Convergence des séries entières	14
2.1 Rayon et intervalle de convergence	14
2.2 Méthodes de calcul du rayon de convergence	17
2.2.1 Utilisation directe de la définition	17
2.2.2 Principe de comparaison	17
2.2.3 Critères d'Alembert et de Cauchy	18
2.3 Opérations sur les séries entières	19
2.3.1 Multiplication par un scalaire	19
2.3.2 La somme de deux séries entières	19
2.3.3 Produit de Cauchy	19

3	Convergence des fonctions mesurables	21
3.1	Quelques définitions	21
3.1.1	Égalité presque partout	21
3.1.2	Les espaces L^p	22
3.1.3	Les espaces \mathcal{L}^p	22
3.1.4	Lemme d'Egorov	23
3.1.5	Lemme de Fatou	23
3.1.6	Le théorème de convergence dominée	23
3.2	Convergence en mesure	24
3.2.1	Convergence presque partout sur un intervalle	24
3.2.2	Convergence en moyenne ou dans $L^1(a; b)$	25
3.2.3	Convergence presque uniforme	25
3.2.4	Convergence essentiellement uniforme	25
3.2.5	Convergence en moyenne quadratique ou dans $L^2(a; b)$	26
3.3	Comparaison des différentes notions de convergence	26
	Conclusion générale	30

Introduction

La convergence des suites et séries de fonctions à priori les séries entières et les fonctions mesurables ont un rôle très important dans plusieurs domaines pratiques a savoir la physique , l'électroniques etc. pour se faire nous avons opte pour le plan de travail suivant :

Dans le premier chapitre, nous avons étudié la convergence pour les suites et les séries de fonctions et nous avons défini des notions utiles pour ce mémoire (convergence simple, absolue ,...).

Dans le deuxième chapitre, nous avons étudié la convergence des séries entières et nous avons donné les outils de base des séries entières (rayon et intervalle de convergence et quelques opérations sur les séries entières et les méthodes de calcul du rayon de convergence,...).

Dans le troisième chapitre. d'abord ,nous avons traité la convergence des fonctions mesurables (convergence presque partout, convergence presque uniforme, ...) .ensuite, nous avons donné queleques définitions sur les espaces L^p et l'égalité presque partout,.... et on termine par la comparaison des différentes notions de convergence.

Conclusion générale

Grace à ce travail, nous proposons l'étude théorique et pratique de certains types de convergence qu'applique sur les suites et les séries de fonctions et les séries entières et aussi les fonctions mesurables reste à étudier toutes ces notions dans un cadre plus générale à savoir l'étude sur le corps complexe et tous les résultats qui conviennent

Finalement nous espérons que nous avons réussi dans ce travail.

Bibliographie

- [1] Denis Diderot Français livet domonique matinais à l'université Paris , M8 /1636
Mathématique A'L'université analyse 2^{eme} année
- [2] Zine El Abidine ABDELALI Cours d'Analyse 4
- [3] Bruno Nazaret Université Paris-Dauphine DUMI2E Analyse 3
- [4] S, Friedli Théorie de la mesure
- [5] André Giroux Mesure et integration, notes des cours
- [6] Jean Jacod -Théorie de l'intégration 2002/2003
- [7] [http ://www.ilemaths.net / maths_p-series entieres. php](http://www.ilemaths.net / maths_p-series entieres. php)
- [8] [http ://uel.unisciel.fr / mathematiques/series_ent/series-ent/co/series_ent.html](http://uel.unisciel.fr / mathematiques/series_ent/series-ent/co/series_ent.html)