

1985



جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد بوضياف - المسيلة -

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم الفلسفة

1985



جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

الموضوع

منزلة الرياضيات في النسق الأفلاطوني

إشراف الأستاذ:

- أحمد حسن

إعداد الطالبة:

- حرايز شهرة

السنة الجامعية: 2019 - 2020



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



شكر وعرفان

قال رسول الله صلى الله عليه وسلم: «من لم يشكر الناس لم يشكر الله».

الحمد لله والشكر لله عزّ وجلّ لتوفيقه لي في إتمام هذا البحث.

أتوجه بجزيل الشكر وفائق التقدير والاحترام إلى الأستاذ الفاضل "أحمد حسن" لما

قدمه لي من نصائح وتوجيهات في إثر هذا البحث، خاصة في اختيار المراجع، وعلى

مساعدته في إنجاز هذا العمل.

مع تحيات:

حرايز شهرة

مقدمة

لقد ظهرت الرياضيات منذ وجود الإنسان، إذ تعتبر من أقدم العلوم وأعرقها، كما ينظر لها على أنها النموذج الأمثل للمعرفة البشرية، ولغة كل علم ينشد الدقة واليقين، ارتبط ظهورها بحاجة الإنسان لها وارتباطها بحياته اليومية وواقعه العلمي، وقد ساهمت الكثير من الحضارات المختلفة في تقدم الرياضيات، بيد أن التأثير الكبير في تطور العلم الرياضي يعود إلى الحضارة الإغريقية، وذلك من خلال وصول مفكرها إلى أبرز النظريات ومختلف المفاهيم التي مازالت مستعملة حتى في الوقت الراهن.

ومن أشهر هؤلاء نجد المفكرين الأوائل "طاليس" و"فيثاغورس"، بالإضافة إلى الفيلسوف "أفلاطون" الذي ترك في الفكر الفلسفي بصمة رياضية، حيث اعتقد أنّ الرياضيات هي الطريق الوحيد للوصول إلى الحقيقة المطلقة، وأسس عليها نسقه الفلسفي الذي لم يتشكل مباشرة بل تدخلت هناك معطيات لعبت من خلالها الرياضيات دور المنهج الذي أسس عليه نظريته في المعرفة والوجود، ولأنّ الرياضيات كان لها مكانة كبيرة داخل النسق الفلسفي الأفلاطوني فإنّ الغاية التي نهدف إليها من خلال دراستنا هذه هي الإجابة على الإشكالية التالية:

إلى أي حد أسهمت الرياضيات في بناء النسق الفلسفي الأفلاطوني؟ بمعنى آخر: هل استند تأسيس أفلاطون في نظريته للمعرفة والوجود على مرتكزات المنهج الرياضي؟

وإن كان الأمر كذلك فما هي تجليات هذا المنهج في الفلسفة الأفلاطونية؟

تندرج تحت هذه الإشكالية الأسئلة الفرعية التالية:

- فيما تكمن ماهية الرياضيات؟ وفيما تتمثل نشأتها التاريخية؟

- ما هو أثر الرياضيات في الفلسفة الأفلاطونية؟

- أين تكمن امتدادات الفلسفة الأفلاطونية الرياضية؟

واستجابة لهذه الإشكالية وأسئلتها الفرعية تم تقسيم البحث إلى ثلاثة فصول:



الفصل الأول: قدّمنا فيه مقارنة تاريخية مفاهيمية لنشأة الفكر الرياضي، حيث تحدثنا فيه عن مفهوم الرياضيات وموضوعها ومنهجها ونشأتها التاريخية، وذلك وفق ثلاث مباحث:

المبحث الأول: ماهية الرياضيات، وذلك ضمن ثلاثة مطالب:

المطلب الأول: مفهوم الرياضيات.

المطلب الثاني: موضوع الرياضيات.

المطلب الثالث: منهج الرياضيات.

أما المبحث الثاني فكان بعنوان "الفكر الرياضي في الحضارات الشرقية"، وهنا بحثنا عن منزلة الرياضيات في الحضارات الشرقية، وبالضبط عند أهم الحضارات، وأدرجنا ذلك ضمن ثلاث مطالب:

المطلب الأول: تطرقنا فيه إلى الرياضيات عند المصريين القدماء.

والمطلب الثاني: بحثنا فيه عن الرياضيات عند البابليين وذكرنا إسهاماتهم في هذا الميدان.

والمطلب الثالث: قمنا بالبحث فيه عن الرياضيات في الحضارة الهندية، وكذلك الحضارة الصينية.

أما المبحث الثالث فكان بعنوان " المنهج الرياضي عند اليونان "، حيث عمدنا فيه إلى ذكر إسهامات علماء وفلاسفة الإغريق الرياضية في هذه الحقبة، وذلك وفق ثلاثة مطالب وهي:

المطلب الأول: طالع وميلاد العلم الرياضي في بعده النظري.

المطلب الثاني: فيثاغورس والتفسير الرياضي للأصل الكون (الكسموس).

والمطلب الثالث: تضمن الرياضيات عند علماء الإغريق المتأخرين.

أما الفصل الثاني: فقد كان موسوما بـ "الخلفية الرياضية في بناء النسق الفلسفي الأفلاطوني"، وفيه حاولنا إبراز أثر الرياضيات في بناء الفلسفة الرياضية الأفلاطونية، حيث قسمناه إلى ثلاث مباحث رئيسية هي:

المبحث الأول: التعريف بأفلاطون وفلسفته، حيث قمنا بعرض السيرة الذاتية لأفلاطون وكذا فلسفته، وذلك وفق ثلاث مطالب:

المطلب الأول: تمثّل في الحديث عن حياة أفلاطون.

المطلب الثاني: وفيه ذكرنا أهم مؤلفاته.

المطلب الثالث: تطرقنا فيه إلى المنهج الذي طبع فلسفته.

أما المبحث الثاني فكان بعنوان "أثر الرياضيات في النسق الأفلاطوني"، حيث بينا كيف استطاع أفلاطون بناء نسقه الفلسفي وفق منهج الرياضيات، ثم عرض ذلك من خلال ثلاث مطالب:

المطلب الأول: تأثير الأوائل في الفكر الرياضي عند أفلاطون.

والمطلب الثاني: أثر المنهج الرياضي في تأسيس نظرية المعرفة عند أفلاطون.

أما المطلب الثالث: الأثر الأفلاطوني في العلم الرياضي.

أما المبحث الثالث: الرياضيات بين العالم المعقول والعالم المحسوس، وفيه تم إبراز مكانة الرياضيات بين العالمين الآنف ذكرهما، ونظرة أفلاطون إليها وفق مطلبين:

المطلب الأول: التمييز بين العالم المحسوس والعالم المعقول.

المطلب الثاني: نظرة أفلاطون للرياضيات بين العالمين.

الفصل الثالث: امتدادات الفلسفة الرياضية الأفلاطونية، وذلك كون أنّ قيمة الفلسفة الأفلاطونية لا تظهر إلا من خلال الفلسفات التي لاحقتها، وتم عرض ذلك في ثلاث مباحث:

المبحث الأول: نزعة أفلاطون الرياضية وأثرها في الرياضيات الكلاسيكية، وتناولناه

وفق ثلاث مطالب:

المطلب الأول: بحثنا فيه عن أصول الرياضيات عند "أقليدس".

والمطلب الثاني: تناولنا فيه الرياضيات عند "ارثيمدس".



أما المطلب الثالث: فتناولنا فيه العلم الرياضي عند "أبولينيوس".

أما المبحث الثاني: فكان عنوانه "منزلة الأفلاطونية في فلسفة الرياضيات المعاصرة" وتم عرض ذلك وفق ثلاثة مطالب:

المطلب الأول: أزمة الأسس الرياضية والحلول المقترحة لها، حيث تحدثنا عن الأزمة التي وقعت فيها الرياضيات، بداية بظهور الهندسات اللاقليدية، وانهايار فكرة الاتصال، والكثير من القضايا والمشاكل الرياضية التي تولدت عنها أزمة الأسس، إضافة إلى التحدث عن بعض الحلول التي اقترحت لحل هذه الأزمة، والتي تمثلت في النزاعات الفلسفية الثلاث: المنطقية، الحدسية، والأكسيوماتية.

أما المطلب الثاني: فكان موسوما بـ "الأفلاطونية والنزعة المنطقانية عند "فريجة" كنموذج حيث تحدثنا فيه عن أهم أفكار "فريجة" المنطقية.

والمطلب الثالث: الأفلاطونية والنزعة الحدسانية الجديدة، حيث اخترنا "كارت غودل" كأ نموذج لها، كما عمدنا إلى عرض أفكار هذه النزعة.

أما المبحث الثالث: فقد كان عنوانه موسوما بـ "أفلاطون والمثالية الرياضية في الفكر الفلسفي المعاصر - جيمس جينس - نموذجا"، حيث تناولنا ذلك وفق مطلبين هما: المطلب الأول: مفهوم المثالية وتطورها التاريخي، وفيه حاولنا تحديد تعريف للمثالية وعرض تطورها التاريخي.

أما المطلب الثاني: فقد عنوانه بالمثالية الرياضية عند "جيمس جينس"، حيث قمنا بعرض ما تضمنته مثالية "جينس" الرياضية.

أخيرا الخاتمة اجتهدنا فيها على أن نسجل ونصوغ أهم النتائج التي توصلنا إليها من خلال هذا البحث، وذلك بغية الوصول إلى إجابة شافية للإشكالية المطروحة.



وتبعاً لطبيعة الموضوع فقد اعتمدنا المنهج التحليلي، كونه المنهج المناسب لتحليل أفكار أفلاطون، وكذلك اعتمدنا المنهج التاريخي، وذلك من خلال العودة إلى المراحل الفكرية لظهور الرياضيات ونشأتها التاريخية وتتبع مسارها عبر الأزمنة.

مستعنيين في ذلك بأبرز مصادر أفلاطون والتي منها "الجمهورية"، حيث واجهتنا في قراءتها، أو بالأحرى قراءة أفكار أفلاطون من خلالها العديد من الصعوبات، أبرزها صعوبة فهم أسلوبه لاعتماده على أسلوب الحوار في عرض أفكاره، كما اعتمدنا أيضاً على مجموعة من المراجع التي كانت بمثابة قراءات لأفكار أفلاطون وفلسفته، فضلاً عن أهم الكتب التي تطرقت للرياضيات بوجه عام ولعلاقتها بالفلسفة - خاصة عند أفلاطون - بوجه خاص.

أما عن أسباب اختيارنا للموضوع فتمثل في:

- الرغبة في التعرف على الفلسفة الأفلاطونية.

- الرغبة في معرفة دور الرياضيات في تأسيس النسق الفلسفي الأفلاطوني، وذلك

كون الرياضيات تتمتع بالدقة واليقين.

وكان هدفنا في ذلك هو إضافة هذه الدراسة إلى مجال البحوث الأكاديمية من أجل إثراء جانب من جوانب فلسفة العلم وتاريخه، وكذلك إبراز أهمية الفلسفة الأفلاطونية، ومما لا شك فيه أنّ هناك صعوبات واجهتنا في هذا البحث، تمثلت في صعوبة ودقة المصطلحات في الرياضيات، وصعوبة فهم نظرياتها، إلا أنّه من خلال توفر العديد من المصادر والمراجع التي زودني بها الأستاذ المشرف - والذي يرجع له الفضل في ذلك - تم تجاوز هذه الصعوبات، كما أنّ هناك صعوبة أخرى تمثلت في صعوبة التواصل المباشر مع الأستاذ المشرف في المرحلة الأخيرة من بحثنا هذا بسبب وباء كورونا، وقد حاولته رفقته محاولة التغلب على ذلك عن طريق وسائل التواصل التي أتاحتها لنا التكنولوجيا الحديثة.

وفي الأخير نتمنى بكل تواضع أنّنا قد وفقنا في إنجاز هذا البحث، ونسأل الله أن

يكون هذا البحث مساعدة متواضعة في ميدان البحث العلمي.



الفصل الأول

مقاربة تاريخية مفاهيمية لنشأة الفكر
الرياضي

المبحث الأول: ماهية الرياضيات

المبحث الثاني: الفكر الرياضي في الحضارات الشرقية

المبحث الثالث: المنهج الرياضي عند اليونان

تمهيد:

لقد احتلت الرياضيات مكانة عظيمة منذ أقدم العصور، إذ لا يوجد علم يضاهاها في العراق، وتعود نشأة الرياضيات إلى قيام الإنسان بتغيير ما يشاهده من ظواهر في الطبيعة ولحاجتهم لها في حياتهم الاجتماعية والفكرية، فشهدت الرياضيات بذلك تطورا ملحوظا منذ ظهورها إلى يومنا هذا، حيث إن المتتبع لتاريخ الرياضيات يجد أنها ظهرت في بداية الأمر في الحضارات الشرقية القديمة وعرفت بالرياضيات العملية، في حين الرياضيات المحضة كان مهدها اليونان، ومن هنا فإن الرياضيات تعنى من العلوم التي تحمل ثنائياها الكثير من المسائل والأمور، كما تعد أيضا مدخل أساسي للعلوم الأخرى، وبالتالي لا يمكن الاستغناء عنها، وبذلك كانت الرياضيات تحتل مكانة هامة ومميزة، إذ تعتبر النموذج الأمثل للمعرفة البشرية ولغة كل علم يبحث عن الدقة واليقين، فما هو مفهوم الرياضيات؟ وفيما تمثلت نشأتها التاريخية؟

المبحث الأول: ماهية الرياضيات

تعتبر الرياضيات من أهم العلوم التي عرفها الإنسان وعمل على تطويرها، عبر الكثير من الحضارات الإنسانية التي عملت على الاهتمام بالرياضيات وتقديمها قصد الاستفادة منها بدءاً من الحضارة المصرية والبابلية والهندية وكذلك الصينية مروراً بالحضارة اليونانية وغيرها، وعلى الرغم من وجود الكثير من العلوم إلا أن العلم الرياضي يعتبر أهم هذه العلوم جميعاً، وفي هذا المبحث سوف نعرض تعريف هذا العلم والمنهج المعتمد فيها وكذلك الموضوعات التي تدرسها. فما هي الرياضيات؟ وما هو منهجها وموضوعها؟

1- مفهوم الرياضيات:

تعرف الرياضيات عامة بأنها لغة العلوم حيث يطلق عليها علم الحساب والجبر، أما من الناحية اللغوية فهي مأخوذة من الفعل روض يروضه ترويضاً أي جعله تمريناً أي بمعنى تمرن وتعلم، هذا ويعد علم الرياضيات شكلاً خاصاً للرياضي حيث "يأتي الرياضي (*das Mathematische*) في صيغته اللفظية من اللفظ اليوناني *ta mathémata*، ما هو قابل للتعلّم وبالتالي أيضاً للتعليم (...). تعني *màthesis* التعلّم؛ *mathémata* ما يقبل التعلّم"¹.

والتعلم يقصد به "هيدغر" التملك والتمرن والتدريب، فالرياضيات تعني كل ما هو قابل للتعلم والتمرن التملك.

أما من الناحية الاصطلاحية فالرياضيات هي علم المقاييس والكميات المتمثلة في الحساب والهندسة والجبر، حيث "يطلق هذا الاسم على الحساب والجبر ونحوها وموضوعها الكم، فإذا كان الكم متصلاً كالامتداد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم الهندسة، وإذا كان منفصلاً كالعدد، سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم العدد وهو يشمل الحساب والجبر"².

¹ مارتن هيدغر، السؤال عن الشيء، تر: إسماعيل المصدق، مر: موسى وهبة، المنظمة العربية للترجمة، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، لبنان، ط1، 2012، ص ص 109-110.

² جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت، لبنان، د ط، 1982، ص 631.

ومنه فالرياضيات يعني بها علم المقادير والرياضيات، حيث يطلق هذا اللفظ على علوم مختلفة تتفق كلها في موضوعات بحثها التي هي الأعداد والكميات، لكن لا بد من التمييز بين الكم المنفصل (العدد) والكم المتصل (المقدار) الذي هو موضوع الهندسة¹.

إن الرياضيات هي علم يكون موضوعه العدد والمقدار والنسبة فالتمييز بين الكم المنفصل والكم المتصل في الرياضيات فهو كان سائد في الفكر القديم بينهم تمييز فقط مع ديكارت كان يعرف بالهندسة التحليلية.

كما تعرف الرياضيات على أنها دراسة الأعداد وأنماطها حيث يكون موضوعها العدد والمقدار*، أي الأعداد والأشكال الهندسية "وقد عرف إنجلز** الرياضيات على أنها كل ما يتناول أشكال المسافة وعلاقة الكم للعالم الواقعي" وقد نشأت الرياضيات في الماضي السحيق تلبية لمتطلبات التطبيق ومن الناحية المبدئية فإن موضوع مادة الرياضيات هو الأعداد البسيطة والأشكال الهندسية وقد ساد هذا الموقف حتى القرن السابع عشر وحتى منتصف القرن التاسع عشر"².

وعلاوة على ذلك فإن الرياضيات تعد لغة العلوم لاعتمادها على الدقة "ينظر بعض التربويين للرياضيات على أنها لغة، ولهذه اللغة خواص ميزتها على اللغات الأخرى، وجعلتها أفضل من غيرها لتناول العلوم، فلكل كلمة فيها معنى واحد محددًا واضحًا لا يقبل التأويل

¹ جلال الدين سعيد، معجم المصطلحات والشواهد الفلسفية، دار الجنوب للنشر، تونس، د ط، 2004، ص 227.

* المقدار في الرياضيات مفهوم أساسي نشأ كالتجريد للتخصصات العددية للصفات الفيزيقية ومفهوم المقدار يستخدم للتعريف الحقيقي للعلاقات الكمية بين الأشياء والعمليات في الواقع. ينظر: روزنتال ويودن، المرجع السابق، ص 48.

** إنجلز فريديش Engels Friderish (1820-1895م) منظر اشتراكي ألماني وعالم اجتماع وفيلسوف تميزت فلسفته بغرض المبادئ الرئيسية للمادية الجدلية بتناوله للنزاعات المادية الجدلية والمادية الآلية والتوجه المادي الجديد - الجدل الهيجلي - فلم ينشر جانب من مؤلفات ماركس بعد وفاته ولا سيما الجزء الثاني والثالث من مؤلفاته: "رأس المال". ينظر: رحيم أبو رغيف الموسوي، الدليل الفلسفي الشامل، ج 1، دار الحجة البيضاء، بيروت، لبنان، ط 1، 2013، ص 147-148.

² روزنتال ويودين، الموسوعة الفلسفية، تر: سمير كرم، مر: صادق جلال العظم وجورج طرابيشي، دار الطليعة، بيروت، لبنان، د ط، د س، ص 233.

وهي تتصف بالدقة التامة في التعبير عن الأفكار والمعاني كما أنها تستخدم الرموز مما يوفر لها الاختصار ويجعلها لغة عالمية تسهم في التواصل بين الحضارات والشعوب"¹.
إن الرياضيات أصبحت تعتبر لغة لكل العلوم وكآلة تستند عليها بقية العلوم لاتصافها بالدقة والوضوح أثناء التعبير عن الأفكار إضافة إلى استعمالها الرموز من أجل الاختصار ساهم في ازدهارها وجعلها لغة عالمية تحقق التواصل بين الحضارات.
إضافة إلى ذلك نجد أن الرياضيات تعتبر طريقة وأسلوباً في التفكير "فهي تزودنا باستراتيجيات لتنظيم وتحليل وتركيب البيانات والمعلومات كبيرة العدد وليست بالضرورة أن تكون عددية في الفرد المالك لقدرة من المعرفة الرياضية يستخدمها في مواجهة الكثير من المواقف اليومية"².

إن العلم الرياضي أصبح يؤخذ كطريقة للتفكير لتحليل وتركيب وتنظيم جملة المعلومات والأفكار التي يتلقاها الفرد حتى يكتسب معرفة رياضية يستعملها في مواجهة مختلف المواقف التي يتعرض لها يومياً.

2- موضوع الرياضيات:

لو نعود إلى موضوع الرياضيات في الفكر الرياضي الكلاسيكي لوجدنا أن موضوعها كان المقادير القابلة للقياس بمعنى المقادير الكمية، حيث نستطيع أن نعين ونحدد ونحلل نوعاً من الوقائع التي قامت عليها هذه الدراسة، ومنه فموضوع الرياضيات هو الكم "وللكم نوعان: كم منفصل وهو العدد الذي يتكون أساساً من وحدات، وكم متصل أو مقدار، ويمكننا أن نلاحظ فيه وحدات اخترناها بإرادتنا ويتكون العدد مؤقتاً على الأقل من وحدات لا تقبل الانقسام، أما المقدار فهو ينقسم إلى ما لا نهاية له"³.

¹ فاضل سلامة شطناوي، أسس الرياضيات والمفاهيم الهندسية الأساسية، دار المسيرة، عمان، الأردن، ط1، 2008، ص15.

² المرجع نفسه، ص15.

³ بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، تر: فؤاد زكريا، دار النهضة، القاهرة، مصر، د ط، د س، ص ص 95-98.

ومنه موضوع الرياضيات يتنوع ويتعدد نتيجة طبيعة هذا العلم، وعلى هذا الأساس كان موضوع الرياضيات هو المقدار أي الكم "والكم في الرياضيات هو المقدار وهو ما يقبل القياس، والكم إما متصل **Continu** وإما منفصل **Discontin**: فالمتصل هو الذي يوجد لأجزائه بالقوة حد مشترك تتلاقى عنده وتحدد به كالنقطة للخط والمنفصل هو الذي لا يوجد لأجزائه بالقوة، ولا بالفعل حد مشترك، كالعديد فإنك إذا انتقلت من عدد إلى آخر يليه لم تجد بينهما حد مشترك بخلاف النقطة في الخط، فإنها مشتركة بين قسمين" ¹.

وبهذا الرياضيات تدرس الكم الذي يقبل القياس وبدوره ينقسم إلى كم متصل نعني به الهندسة وكم منفصل نعني به العدد.

إن الرياضيات من خلال موضوعها الذي هو الكم بنوعيه نلاحظ أنهما تنقسم إلى نوعين هما: علم الهندسة الذي يتناول الكم المتصل وعلم الحساب أو الجبر الذي يتناول الكم المنفصل، "إن الرياضيات موضوعها الكم فإذا كان الكم متصلاً كالامتداد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم الهندسة* وإذا كان منفصلاً كالعدد، سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم العدد وهو يشمل الحساب والجبر" ².

إن انقسام الكم إلى نوعين كم متصل وكم منفصل أدى إلى انقسام الرياضيات إلى علم الحساب وعلم الهندسة، هذا ما أدى إلى التعبير عن نوعين من الرياضيات: رياضيات المقدار ورياضيات العدد "فالرياضيات من حيث موضوعها هو القياس تنقسم إلى رياضة المقادير (الهندسة والميكانيكا) ورياضة العدد (الحساب والجبر) ورياضة العدد الذي يطبق على المقادير وعلى الحجوم (الهندسة والميكانيكا التحليليتان) ³، بمعنى أن الرياضيات من

¹ جميل صليبا، **المعجم الفلسفي**، ج2، المرجع السابق، ص ص240-241.

* **علم الهندسة** (Géométrie): فرع من الرياضيات يبحث في العلاقات والأشكال المكانية وعلم الهندسة عند القدماء كان مرادف للعلم الرياضي، أما عند المحدثين فرع من فروعها في أوضاع الأجسام وأشكالها. ينظر: - جميل صليبا، ج2، المرجع السابق، ص ص523-524.

² جميل صليبا، **المعجم الفلسفي**، ج1، المرجع السابق، ص631.

³ بول موي، المرجع السابق، ص95.

خلال الموضوع الذي تدرسه تنقسم إلى رياضيات مقدار نقصد بها الهندسة، حيث كان موضوع الهندسة هو المكان مع اليونان من طرف فيثاغورس، ومع إقليدس اتخذت صورتها بشكل أكمل في حين نقصد برياضيات العدد التي كانت تعني الحساب والجبر أما بخصوص العدد الذي يطبق على المقادير فهو الهندسة التحليلية التي جاء بها ديكارت من خلال التعبير عن المقادير الكمية بلغة العدد مثلما كان يفعل القدماء من قبل بتعبيرهم عن الأعداد بأشكال هندسية تعبر عن معنى العدد.

إن الرياضيات من خلال دراستها لموضوع الكم بنوعيه المتصل والمنفصل لا تهدف إلى دراسته في طابعه الحسي وفي تمثلاته الحسية وإنما تدرسه باعتباره موضوع عقلي مجرد عن كل طابع حسي ذلك دون مراعاة تلك الصفات الحسية التي قد يتصف بها، وبالتالي فالأعداد هنا لا تدرسها على أنها تعبر عن شيء من الأشياء الحسية بل تدرسها في ذاتها باعتبارها رموز عقلية مجردة "ومثال ذلك أننا إذا أجرينا بعض العمليات الحسابية من جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة لم نفكر في مدلولات الأعداد التي تستخدم في كل عملية من هذه العمليات؛ وإنما ننظر إلى هذه الأعداد على أنها مجرد معان ذهنية يمكن الاستعانة بها على معرفة العلاقات التي توجد بين أجزاء الكم"¹.

ونقصد بذلك أننا عند القيام بعمليات حسابية سواء كانت جمع أو طرح أو قسمة أو ضرب فإننا لا ننظر إلى العدد من حيث مدلوله إنما نعتبره مجرد رموز عقلية نستعين بها لمعرفة العلاقة بين أجزاء الكم الذي يقصد به الكم المنفصل الذي هو الحساب والجبر والكم المتصل الذي هو الهندسة.

وفي الأخير يمكن القول أن موضوع العلم الرياضي من حيث أنه علم قائم بذاته هو الكم بنوعيه المنفصل والمتصل، المنفصل الذي يطلق على العدد والمتصل الذي يطلق على الزمان والمكان والحركة ويسمى بالكم المنفصل لوجود قوة تفصل بين كل عدد

¹ بول موي، مرجع سابق، ص ص 230-231.

والعدد الذي قبله أو بعده أما بالنسبة للكم المتصل يطلق على المقادير التي تزيد أو تنقص على نحو غير محسوس وينطبق هذا الكم على المكان والزمان والحركة التي لا تتركب من أجزاء وإنما نحن من يقوم بتجزئتها فنقسم الزمان مثلا إلى ساعات أو أيام أو دقائق أو المكان إلى أمتار وغيرها وهذا التقسيم اعتباري فقط¹.

ومن هنا فموضوع الرياضيات هو الكم المنفصل والكم المتصل وكل موضوع يتناول كملة من العناصر، وكل نوع من الكم يطلق على علم ما.

3- منهجها:

إن المنهج يعد أمر ضروري في البحث العلمي والمناهج تتعدد وتتنوع طبقا للمواضيع وأي علم له موضوع ومنهج خاص به والرياضيات كغيرها من العلوم لها موضوعها ومنهجها فالرياضيات الكلاسيكية كانت تقوم على نتيجة لطبيعة موضوعها على آيتين هما: الحدس والاستنباط (الاستنتاج)، "حدس الحقائق البديهية" و"الأفكار الفطرية" واستنتاج الحقائق الجديدة من تلك، الحدس يمد الرياضيات بعنصر الخصوبة، والاستنتاج يمنحها التماسك المنطقي².

وعلى هذا الأساس فإن الرياضيات منهجها يقوم على آلية الحدس والاستنتاج اللذان لهما دور ضروري في العلم الرياضي.

1- الحدس: إن الحدس نعني به تلك المعرفة المباشرة التي لا تحتاج أو برهان أو دليل لوجودها ومن ثمة فالحدس معرفة تضع الباحث إزاء موضوعه وعلى هذا الأساس يعرف الحدس على أنه اطلاع النفس المباشر على ما يمثله لها الحس الظاهر أو الباطن من صور حسية أو على كشف العقل عن بعض الحقائق بوحى مفاجئ غير متوقع وله أربعة أنواع الحدس التجريبي والعقلي والحدس كشفي إضافة إلى الحدس الفلسفي³.

¹ بول موي، مرجع سابق، ص234.

² محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص53-54.

³ رحيم أبو رغيف الموسوي، ج1، المرجع السابق، ص450. ينظر أيضا: جميل صليبا، ج1، المرجع السابق، ص454.

2- الاستنباط: هو تلك العملية التي تتمثل في استخلاص النتائج والأفكار انطلاقاً من المقدمات والمبادئ وبالتالي استخلاص قضية من قضية أو مجموعة من القضايا والصفة الأساسية التي يتصف بها الاستنتاج هي لزوم النتيجة المقدمات اضطراراً سواء كان استنتاج ضروري كالقياس أو تحليلي أو تركيبياً كالبرهان الرياضي، وانطلاقاً من هذا يوجد ثلاثة أنواع للاستنباط: الاستنتاج الصوري، والتحليلي وكذلك التركيبي، ومنه الاستنتاج يقوم من خلاله باستخراج الأفكار من المقدمات لتصل إلى نتائج¹.

وعلى هذا الأساس فإن الاستدلال هو الانتقال من مقدمات واستخلاص أفكار إلى أن نصل إلى نتائج سواء كان عن طريق التحليل أو التركيب وهذا ما نسميه بالمنهج التحليلي والمنهج التركيبي أو الإنشائي.

أ. المنهج التحليلي: وهو إرجاع الكل إلى أجزائه وبالتالي الانتقال من البسيط إلى المركب. والتحليل هو تفكيك الكل إلى أجزائه أو بعبارة أخرى رد المعقد إلى ما هو أبسط منه والتحليل إما أن يكون عقلياً وإما أن يكون واقعياً، "فالعقلي هو الذي ينطبق على أفكار الأشياء ومعانيها وعلى الأشياء ذاتها، أما التحليل الواقعي فهو الذي يعزل العناصر المكونة للشيء بعضها من بعض فإذا كان موضوع التحليل موضوعاً مجرداً كان التحليل عقلياً صرفاً، مثلما يحدث في الرياضيات وإذا كان الموضوع محسوساً كان التحليل تجريبياً، مثلما يحدث في العلوم التجريبية"².

بمعنى أنه من خلال التحليل نستطيع أن نرجع الكل إلى عناصره الجزئية والموضوع هو الذي يحدد طبيعة التحليل الذي نستخدمه عقلياً أو واقعياً، وما دمنا نتكلم عن الرياضيات فإن نوع التحليل المستخدم هو التحليل العقلي.

إن المنهج التحليلي يقوم منطقياً على تقسيم الموضوع وتجزئته وتبسيطه لحل مركب إلى البسائط التي تألف منها "يقوم التحليل منطقياً على تقسيم الموضوع الجاري دراسته إلى

¹ جلال الدين سعيد، المرجع السابق، ص35-38. ينظر أيضاً: جميل صليبا، ج1، المرجع السابق، ص79.

² المرجع نفسه، ص98.

أجزائه المكونة له، وهو منهج الحصول على معرفة جديدة، ويتخذ التحليل أشكالاً مختلفة، طبقاً لطبيعة الموضوع الجاري دراسته، وتقسيم الموضوع إلى أجزائه المكونة يكشف عن بنياته، وتقسيم عناصر معقدة إلى عناصر أبسط¹.

ومن هنا فمن خلال النشاط التحليلي ينتقل الذهن من المركب إلى البسيط، وذلك من خلال الانطلاق من معطى حسي أو عقلي حتى يتسنى لنا الوصول إلى عناصره وأجزائه المكونة له حسب طبيعة الموضوع.

ب. **المنهج التركيبي:** إن التركيب يأتي مباشرة بعد التحليل فبعد قيامنا بتحليل الكل إلى عناصره الجزئية قمنا بتبسيطها وجعلها بسيطة يقوم بإعادة التوليف بين تلك العناصر حتى نصل إلى نتائج صحيحة وبالتالي فالتركيب هو عملية الجمع بين العناصر المبسطة وجمعها في كل واحد "فالتركيب هو مسيرة العقل الذي ينطلق من قضايا يقينية إلى قضايا أخرى هي نتيجتها الواجبة، يكمن هذا المنهج بوصفها نتائج واجبة تم الاستخلاص من هذه القضايا الجديدة، وهكذا دواليك حتى الوصول إلى القضية التي تكون معروفة بصحتها"². مهمة العقل هنا تكون في الانطلاق من القضايا اليقينية إلى قضايا ناتجة عنها بالضرورة واستخلاص قضايا أخرى منها ودور العقل يتمثل في الانتقال من البسيط إلى المركب حتى يتمكن من الوصول إلى قضايا واضحة في ذاتها.

إضافة إلى ذلك فمن خلال التركيب وإعادة بناء تلك العناصر التي تم تبسيطها في التدايل تصل إلى بناء مركب جديد "فالتركيب هو الوصول بالموقف المركب القديم مركب جديد، يصل إليه بفرض، والذي هو معطيات يبدأ منها وقد تكون هذه المعطيات تلك العناصر التي وصل إليه تحليله ثم يطلق لخياله بعض الحرية ليصل إلى فكرة مركزية وتصور أساسي"³.

¹ روزنتال ويودين، المرجع السابق، ص98.

² أندري لا لاند، المرجع السابق، ص1411.

³ الطاهر وعزيز، **المناهج الفلسفية**، المركز الثقافي العربي، بيروت - لبنان، ط1، 1990، ص124.

وبالمناسبة لا يمكن إعادة بناء الكل ما لم نقل من قبل بتحليله إلى عناصره الجزئية فالتركيب يقوم من خلال تلك العناصر التي ميزناها في التحليل وفي العودة من البسيط إلى المركب والمعقد، ويمكن للتركيب أن يكون فكريا (في بناء النظريات مثلا) أو واقعا وماديا كالتركيب الكيميائي، وقد يكون عقلا (كالاستنتاجات التأليفية في الرياضيات) أو تجريبيا كالعلوم التجريبية"¹.

كما أنه لا يمكن أن يوجد تركيب دون أن يكون هناك تحليل من قبل حتى نستطيع تحليل نتائج جيدة.

¹ جلال الدين سعيد، المرجع السابق، ص98.

المبحث الثاني: الفكر الرياضي في الحضارات الشرقية

لقد أسس الإنسان العديد من الحضارات على ضفاف الأنهار في كل من مصر والعراق والهند والصين، كانت هذه البداية بمثابة إرهابات مهدت لتطور الفكر الإنساني، حيث قَدّمت هذه الحضارات إنجازات كبرى مازالت آثارها تشهد لعظمتها إلى يومنا هذا، إذ كانت الحضارات الشرقية القديمة بارعة في الاستعمال العلمي لمختلف المعارف التي توصلت إليها، ومن هنا فلقد حققت الحضارات الشرقية القديمة إرثا حضاريا رائعا في الفلسفة ومختلف العلوم كالرياضيات والطب وغيرها واهتمامها بالرياضيات كان اهتمام عظيم لحاجتهم إليها. فيما تمثلت نشأة الرياضيات في الحضارات الشرقية القديمة؟

1- الرياضيات عند المصريين:

إن الحضارة المصرية طرحت مجموعة من الأفكار ومن أهمها فكرة الخلود حيث عني الإنسان المصري القديم بفكرة الموت كثيرا إضافة إلى اعتقادهم أن النفس منفصلة عن الجسد وبالتالي فالموت عندهم يعني انفصال النفس عن الجسد والنفس تبقى، ومن هنا حاول المصريون في البحث عن طريقة للحفاظ على الجسد، فاخترعوا لذلك التحنيط الذي ساهم في الإبقاء على الجسد في حالته الطبيعية، كما نجد أن المصريين أيضا كانت لهم عبقرية تمثلت في المعمارية الهندسية من خلال بناء الأهرامات التي صممت بمعايير علمية تتميز بالدقة وذلك من أجل المحافظة فيها على جسد الملك فرعون الإله¹.

وقد اشتهرت الحضارة المصرية بجملة من العلوم أبدع فيها المصريون القدماء، حيث أحرزوا تقدما ملحوظا في علوم كثيرة كالرياضيات والفلك والطب والجراحة وغيرها، ويعود ذلك بتمتع علماء كهنة مصر بالراحة والطمأنينة نتيجة بعدهم عن صخب الحياة وضجيجها هذا ما جعلهم يضمون أسس العلوم المصرية رغم وجود بعض الخرافات والأساطير في عقائدهم ومنه "فكانت العلوم الرياضية هي أهم العلوم تقدما لدى المصريين منذ بداية التاريخ

¹ مصطفى النجار، مدخل لقراءة الفكر الفلسفي، دار قباء، القاهرة، مصر، د ط، 1998، ص ص 34-35.

المدون لمصر ويشهد ذلك أن تصميم الأهرام وتشبيدها كان يتطلبان دقة في القياس تقتضي معرفة ودراية كبيرة لمثل هذه العلوم" ¹.

ومنه فقد كانت الرياضيات عندهم من بين تلك العلوم التي اهتموا بها نتيجة لإبداعهم في هذا المجال.

إن العلوم الرياضية في مصر كان متقدما بشكل كبير والدليل على ذلك الأهرامات التي تعتبر خير دليل على تطور الرياضيات المصرية حيث كانت "تتضمن العمال المعمارية والهندسية في مصر قدرا كبيرا من المعرفة بالحساب والهندسة، وأول ذلك أنهم كانوا في حاجة ضرورية لمعرفة الطرق البسيطة لمسلك الحسابات المعقدة رصدوا مثل هذه الحاجة منذ القدم، أما الحاجة إلى الهندسة فواضحة حتى بناء آثار بسيطة في مظهرها الخارجي كالأهرامات تحتم عليهم أن يقطعوا كتل الحجر الجيري على مقاسات مضبوطة" ².

وعلى هذا الأساس فإن الحاجة هي التي دفعت بالرياضيات المصرية إلى التطور لإيجاد طرق بسيطة لحل بعض الحسابات التي تبدو معقدة إضافة إلى استعمالها في بناء الأهرامات وذلك من خلال قطع الأحجار على مقاسات متعددة هذا ما دفع بالرياضيات نحو طريق التطور ومنه فالرياضيات عند المصريين جاءت لسد حاجاتهم اليومية والعملية وبالتالي تمثلت في الجانب التطبيقي لها.

لقد كان وراء تطور الرياضيات عند المصريين عاملين أساسيين، يمثل العامل الأول والقديم في "اهتداء أصحابها إلى تصوير مفردة بسيطة عبر واجها من العشرات ومضاعفاتها، أي المائة والألف وعشرات الآلاف منذ أوائل عصورهم التاريخية من أجل تسهيل الضرب والقسمة للعشرات ومضاعفاتها، وسهولة تسجيل المجاميع العددية الكبيرة في وحدة مركبة

¹ حربي عباس عطيتو محمود وحسان حلاق، العلوم عند العرب أصولها وملاحها الحضارية، دار النهضة العربية، بيروت، لبنان، د ط، 1995، ص ص 11-12.

² جورج سارتون، تاريخ العلم القديم في العصر الذهبي لليونان الأصول الشرقية واليونانية، ج 1، تر: محمد خلف الله وآخرون، المركز القومي للترجمة، القاهرة، مصر، ط 1، 2010، ص ص 97-98.

متصلة، ثم تعويضهم بعض الشيء عدم اهتدائهم إلى تصوير الأصفار واستخدامها في تغيراتها المكتوبة"¹.

ويعني هذا أن العامل الأول تمثل في لجوء المصريين إلى استخدام الرموز البسيطة لتسهيل عملية الحساب أثناء قيامهم بالمبادلات التجارية وتوزيع الضرائب، أما بالنسبة للعامل الثاني الذي كان وراء تطور الرياضيات المصرية فتمثل في "تعدد المشكلات الحسابية والمساحية التي استمرت تشغل الكتبة المصريين خلال مسح الحدود الزراعية ومساحاتها عند بيعها، وتأجيرها وتقسيمها باسم الدولة، وعند تقدير الضرائب عليها وعلى محاصيلها، ثم تعدد المشكلات الهندسية التي استمرت تشغل المهندسين الفنيين عند تصميم المنشآت المعمارية الضخمة الكثيرة"².

لقد تمثل العامل الثاني في تطوير الرياضيات المصرية في ظهور مجموعة من المشكلات الحسابية والمساحية مما دفع بهم إلى البحث عن حل لهذه المشكلات خصوصا عند فيضانات نهر النيل سنويا إضافة إلى بعض المشكلات واجهتهم في بناء وتشديد المنشآت المعمارية، هذه المشكلات ساهمت في تطوير الرياضيات المصرية.

وعلى هذا الأساس فإن الرياضيات عند المصريين ارتبطت في نشأتها منذ الوهلة الأولى خاصة الهندسة بحدوث فيضان نهر النيل الذي أدى إلى ضرورة دراسة المساحات للأراضي وكذلك تحديدها وبالتالي أدى ذلك إلى تقديرهم للدورة السنوية بـ360 يوما، كما ظهر معها أيضا التقويم المصري³.

ومنه فما وصلت إليه الرياضيات المصرية إنما يرجع إلى فيضان نهر النيل الذي كان يفسد الحدود في كل مرة يفيض فيها.

¹ محمد شفيق غربال وآخرون، تاريخ الحضارة المصرية، العصر الفرعوني، مج1، تق: ثروت عكاشة، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، مصر، د ط، د س، ص587.

² المرجع نفسه، ص ص587-588.

³ حسن بدور، الطبيعة والفلسفة في تاريخ الرياضيات، دار المرساة، اللاذقية، سورية، ط1، 2013، ص28.

لقد كان لفيضان نهر النيل دور كبير في تطور الرياضيات عند المصريين، حيث دفعهم إلى ابتكار طرق وأساليب من أجل تحديد مساحات الحقول، وكذلك ترتيب وتنظيم الزراعة والري، إضافة إلى ذلك نجد أن اهتمامهم ببناء الأهرامات كان له دور أيضا، حيث جعلتهم يتقدمون ويهتمون في استخدام الخطوط والحساب، هذا ما أدى إلى نشوء علم الحساب والهندسة في مصر وذلك تحت ضغط ودافع الحاجات سواء كانت الاقتصادية أو الاجتماعية¹.

وعلى هذا الأساس فإن الرياضيات المصرية بلغت درجة عالية من التقدم منذ بداية تاريخ مصر، ويظهر ذلك بشكل أوضح في تصميم وبناء الأهرام بدقة في القياس، وذلك من خلال إلهامهم الشامل والواسع بالعلوم الرياضية، ومنه فإن المصدر الوحيد لمعظم المعلومات حول الرياضيات المصرية هي البرديات* التي دونها المصريون وخصوصا البرديتان المعروفتين ببردية موسكو وبردية احمس².

إن البرديات تضمنت إنجازات المصريين حول هذا العلم وتناولت مجموعة من المسائل وطريقة حلها، وسنبدأ ببردية احمس باعتبارها أقدم وثيقة في الرياضيات المصرية حيث تشير الدراسات إلى أن بردية احمس تعتبر أقدم رسالة في الرياضة، عرفت في التاريخ إذ يرجع تاريخها إلى ما بين عام ألف وسبعمائة قبل الميلاد³.

حيث إن هذه البردية ترجع لفترة قديمة عمرها أكثر من 4000 سنة، وأول من وضع هذه البردية هو احمس في 1650 ق.م، وتعد بردية احمس ورقة هامة حول الرياضيات، تم

¹ محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، لبنان، ط5، 2002، ص57.
* البرديات: ورق صالح للكتابة اخترعه المصريون من لب السيقان الطويلة لنبات البردي، حيث يقطع اللب إلى شرائح طويلة توضع في طبقتين أو ثلاث، تبلل بالماء ثم تضغط وتصل. ينظر في هذا الصدد:

- جورج سارتون، تاريخ العلم، ج1، المرجع السابق، ص81.

² المرجع نفسه، ص28.

³ حربي عباس عطيتو محمود وحسان حلاق، المرجع السابق، ص12.

شراؤها من قبل تاجر اسكتلندي وهي الآن في متحف اوكسفورد، ومن ثمة أصبح يطلق على هذه البردية ببردية "ريند" نسبة إلى "هينري ريند"¹.

تمثلت هذه البردية في طرح مجموعة من التمرينات الحسابية وطرائق حلها المختلفة، وتعتبر هذه البردية أشهر ما كتب عند المصريين فيما يخص الرياضيات حيث "تحتوي هذه البردية (أحمس) على سلسلة من المسائل الرياضية الأولية، حيث نلاحظ في هذه البردية مثالا هندسيا: حقل دائري قطره "9" ما هي مساحته؟

وبهدف الحل استخدموا الصيغة الآتية (لحساب مساحة الدائرة التي نصف قطرها r)

$$A = (4/3)^4 r^2$$

نستنتج من ذلك أنهم عرفوا العدد R بقيمة تقريبية هي $R = (4/3)^4 = 3.16$ ².

إن بردية ريند تبين لنا من خلال الأمثلة التي طرحت فيها على أن المصريين عرفوا خاصية وتر المثلث القائم الزاوية أيضا الذي أضلاعه هي 3، 4، 5، حيث توصل المصريون إليها بدون أي علم هندسي ودون دراية بالهندسة عموما، ومنه فتوصل هذه الخاصية بطريقة بسيطة هي الطريقة العملية التي يستعملها البنائون حتى إلى يومنا هذا.³ هذا من أهم ما جاء في البردية (ريند) فيما يخص الجانب الهندسي الذي برعوا فيه نتيجة إلمامهم بكل ما يتعلق بهذا الجانب.

إضافة إلى ذلك نجد أن المصريين اهتموا في هذه البردية أيضا بالكسور، حيث نجد الدارسين لهذه البردية يرون أن الجزء الأول من هذه البردية قد خصص لرد الكسور التي على الشكل $1/2^e$ إلى مجموع من الكسور البسيطة في كل منهما هو العدد واحد، أي أنه عند المصريين لم يكن موجود عندهم من الكسور إلا ما يكون أبسط فيه والعدد واحد، ماعدا

¹ حسن بدور، مرجع سابق، ص ص30-31.

² المرجع نفسه، ص ص31-32.

³ كامل محمد عويضة، إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان، ط1، 1994، ص28.

الكسرين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ وذلك لأن تقسيم أي شيء إلى أجزاء سهل ويمكن إجراءه لكن عندما نقوم بعملية الجمع والطرح والضرب والقسمة بواسطة الكسور ذلك يحتاج إلى جود كبيرة للتجريد¹.

إن ما يلاحظ على المصريين أنهم كانوا يحاولون دائما رد الكسور إلى كسور بسطها يكون دائما العدد واحد، ثم يقومون بجمع تلك الكسور وهذا كله من أجل تسهيل عملية الحساب التي كانوا يقومون بها ومنه فالمصريين لم يكتفوا بحل المسائل الحسابية بطرائقها المختلفة وإنما مارسوا الكسور وأبدعوا فيها.

إضافة إلى بردية ريند نجد كذلك بردية أخرى تعتبر من أهم البرديات التي دونها المصريون هي بردية موسكو، حيث نجد أن المصريين في هذه البردية دونوا مجموعة من المسائل الرياضية حيث بلغت 18 مسألة، إلا أنه من أكثر تلك المسائل إثارة واهتماما هي المسألة الرابعة عشر التي تمثلت في: إذا كانت القاعدة السفلى في جذع الهرم مربعا طول ضلعه a وكانت القاعدة العليا مربعا طول ضلعه b وكان ارتفاع جذع الهرم h فإن الحجم هو: $V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$.

ومنه فإن هذا ما عالجه المصريون في هذه المسألة حول حجم الهرم ومنه فإنه غير معروف كيف استطاع المصريون التوصل إلى هذه العلاقة إلا أنهم عرفوا وكحالة خاصة لها أنه عندما يكون $b = 0$ أن حجم الهرم يساوي جداء ثلث مساحة قاعدته في ارتفاعه كما نجد أن المصريين عندما بنوا الهرم الأكبر عام 2600 ق.م تبين منه أن نسبة محيط القاعدة إلى الارتفاع تساوي تقريبا 3.14².

وعلى هذا الأساس فإن المصريين في بنائهم للأهرامات والممرات بداخلها كانوا على معرفة كبيرة بالرياضيات خاصة من الناحية الهندسية حيث بنوها بمقاييس مضبوطة من ناحية الحجم والارتفاع.

¹ عبد الرحمن البديوي، مناهج البحث العلمي، وكالة المطبوعات، شارع فهد السالم، الكويت، ط3، 1976، ص26.

² حسن بدور، المرجع السابق، ص30.

ومنه فإن العلماء والدارسين الذين درسوا هذه البرديات المصرية أكدوا على أن المصريين توصلوا إلى إيجاد مساحة الأشكال الهندسية لكن بطرق تجريبية تطبيقية وهذه الطرق بقيت حتى استخدامها مساحوا روما ثم بعدها مساحوا أوروبا¹.

انطلاقاً من هذا نستطيع القول إن المصريين عرفوا بالرياضيات التطبيقية مجسدة على أرض الواقع وبعيدة كل البعد عن الطابع التجريدي.

وكإضافة إلى البرديتين السابقتين اللتين سبق ذكرهما فيما يخص الرياضيات المصرية نذكر أيضاً بردية أخرى تساهم في إثراء معلوماتنا عن العلم الرياضي لدى المصريين وهي بردية كاهون التي يتوصل فيها المصريين "إلى معرفة مساحة المثلث بضرب طول قاعدته بنصف ضلعه، وهذا صحيح فقط في حالة المثلث متساوي الأضلاع المستطيل ذي القاعدة الضيقة، كما عرفوا حجم صومعة أسطوانية قطرها "ق" وارتفاعها "ع" هو (ق- $\frac{1}{9}$ ق)ع²، وهذا قريب جداً من مساحة الدائرة 79.2 ق² بدلاً من 7854، ق² كما لو كانت السنة التقريبية تساوي 3.16 بدلاً من 3.14"².

هذا أهم ما توصل إليه قدماء المصريين من حساب مساحات وأحجام وغيرها من الناحية الهندسية أما فيما يتعلق بخاصية المثلث القائم فقد توصلوا إليه بطرق تجريبية من خلال وضع جدار التأكد من ارتفاع مثلث كما يفعل البنائون بخيط البناء الذي يأتي على شكل وحدات متساوية 5، 4، 3.

وانطلاقاً من هذا فإن المصريين الهندسة عندهم لم تقتصر فقط على حساب مساحات المربعات والدوائر والمكعبات، وإنما كانت تتجه دائماً لقياس الأحجام خاصة أحجام الأسطوانات، إضافة إلى ذلك فقد استخدم المصريين معادلات من الدرجة الأولى ومن الدرجة الثانية³.

¹ كامل محمد عويضة: المرجع السابق، ص 26.

² جورج سارطون، ج 1، المرجع السابق، ص 105.

³ حربي عباس عطيتو محمود وحسان حلاق، المرجع السابق، ص 12.

وهذا يعني أن المصريين في دراستهم للهندسة وقيامهم بحساب الأشكال الهندسية بمختلف أنواعها، قاموا بترجمتها ووضعها في شكل معادلات جبرية.

كما نجد أن المصريين قد عرفوا المتواليات العددية والهندسية، إضافة إلى أنه كان لديهم وحدة للقياس ووحدة للميزان وكذلك للمكيال ثم أجزاء ومضاعفات لهذه الوحدات، ومنه فإن العلوم الرياضية لدى المصريين كانت دراستها من أجل استعمالها في الحياة اليومية والعملية قصد الاستفادة منها كاستخدامها لتقسيم المأكولات التي كانت تمنح كمرتبات وأجور وكذلك تحديد المقدار الذي يعادل من حيث القيمة المقايضة بين مادتين ومن تحديد مساحة الأرض الزراعية كذلك¹.

ومنه فلقد درس المصريون العلم الرياضي واهتموا به لأهميته في حياتهم اليومية واستخدموه لسد حاجاتهم في الحياة العملية وذلك من خلال القيام بتوفير مجموعة من الأدوات تمكنهم من الحساب والقياس وتسهيل عملية القيام به، هذا ما جعل الرياضيات عندهم تبقى متعلقة بالجانب التطبيقي وخالية من الجانب النظري إلا أن هذا لا يمنع من وجود بعض الجانب النظري عندهم حيث أنهم "تمكنوا من وضع بعض المعادلات الجبرية البسيطة وحلها من دون أن يستعملوا الرموز الحديثة، ولا بد أنهم في سبيل ذلك بذلوا جهوداً مضنية لا تقل عن تلك التي يبذلونها في بناء الأهرام بلا آلات أو أدوات تضاهي تلك التي نستعملها اليوم"².

أي أن المصريين مارسوا المعادلات والجبر في ذلك الوقت لكن دون العلم بمسمياته الحديثة فقد بذلوا في ذلك جهوداً كبيرة في هذا الجانب واهتموا بالمعادلات البسيطة من الدرجة الأولى والثانية والقيام بحلها أما فيما يخص الأعداد عند المصريين فكان نظام العداد عندهم قائم على النظام العشري وكذلك قوى العشرة، وانطلاقاً من هذا النظام استعملوا

¹ حربي عباس عطيتو محمود وحسان حلاق، المرجع السابق، صص 12-13.

² حسن بدور، المرجع السابق، ص 29.

العمليات الأربعة على الأعداد، حيث كانت لهم طريقة خاصة في ضرب الأعداد وذلك من خلال مضاعفة المضروب ومضاعفة المضروب به ¹.

وهذا يعني أن المصريين اعتمدوا النظام العشري وقوى العشرة وقاموا باستخدامها على العمليات الحسابية أي الطرح والضرب والقسمة والجمع إلا أنهم قاموا برد الضرب إلى الجمع والقسمة إلى الطرح وذلك كله حسب طرائقه المختلفة في عملية الحساب.

إن اهتمام المصريين بالمبادلات التجارية وتوزيع الضرائب والبضائع والأراضي كان سببا في تطور الحساب لدى المصريين، وكذلك حاجتهم إلى التشييد والبناء كل هذا ساهم في تطور الرياضيات المصرية وهذا ما تمثل في الأبحاث الأولى للهندسة المصرية أما بالنسبة للعلم النظري فقد كان حكرا على الكهنة فقط ولا مجال فيه للكتابة والحسابون وإنما اقتصروا فقط على الحساب العادي ².

ومنه فالحاجة هي التي دفعت بالمصريين إلى ممارسة الحساب والهندسة وذلك يظهر من خلال مسح الراضي وبناء الأهرامات الذي يدل على وجود فن الهندسة عندهم أما الحساب والهندسة فتمثل عندهم في المبادلات التجارية في ذلك الوقت وذلك من خلال استخدام رموز بسيطة تسهل عليهم عملية الحساب عند القيام بهذه المبادلات التجارية وتوزيع الضرائب.

2- الرياضيات عند البابليين:

إن الحضارة البابلية تميزت باهتمامها بالعلوم، حيث اتجه البابليين نحو العلوم خاصة علوم الحساب والفلك وبرعوا فيهم خاصة علم الفلك مما أدى إلى اعتراف اليونانيين بتأثرهم بالبابليين والأخذ عنهم فيما أبدعوا وبرعوا فيه ³.

¹ حسن بدور، المرجع السابق، ص32.

² كامل محمد محمد عويضة، المرجع السابق، ص26.

³ مصطفى النشار، مدخل لقراءة الفكر الفلسفي، المرجع السابق، ص50.

ولقد أحدث البابليون تقدما كبيرا في العلم وذلك نتيجة أنهم كانوا تجارا وبالتالي التجارة أوجدت علوم الرياضة، إضافة إلى ذلك تعاونت مع الدين وذلك من أجل إيجاد علم الفلك ومنه فالعلوم الرياضية تمثلت عندهم في تقسيم الدائرة إلى 360 درجة وتقسيم السنة إلى 360 يوما، كما كانوا يستعملون في العد إلى ثلاث أرقام منها كعلامة للواحد حيث تتكرر حتى تشكل تسع علامات متماثلة للرقم تسعة وعلامة ثانية للرقم عشرة تتكرر حتى تصل إلى سبعون وعلامة للرقم مائة¹.

إن البابليون عنوا كثيرا بالعلوم وأحرزوا فيها تقدما ملحوظا نتيجة لاختراعهم مهنة التجارة التي أدت إلى ظهور العلم الرياضي عندهم لا لشيء سوى لأن الرياضة والتجارة يشتركان في الحساب والعد وهذا ما جعل الحساب يتطور عندهم.

ومن ثمة فإن البابليون قاموا بتبني طريقة السومريين في كتابة الأحرف والأعداد وتمثل ذلك في آلاف الألواح من عهد حمورابي، عندها ظهر نظام العد الستيني الذي قام بتبنيه في ذلك الوقت، حيث كان السبب في ظهوره هو أسباب حسابية تمثلت في كون أن العدد 60 يقبل القسمة على أعداد كثيرة هامة مثل 2، 3، 4، 5 ...².

ويرجع استعمال نظام الأساس ستون لدى البابليين الذي يقوم على أساس الوضع إلى كون هذا النظام يعد أفضل وأحسن من جميع النظم القديمة، إضافة إلى أنه هو المستعمل الآن في الهندسة وحساب المثلثات، كما أنهم استعملوا أيضا النظام العددي العشري الذي نستعمله الآن³.

وهذا يعني أن معظم الطرق والقواعد الموجودة في الحساب والهندسة الآن نأخذ بها كانت موجودة من قبل عند البابليين كالنظام الستيني والنظام العددي العشري وغيرهما.

¹ حربي عباس عطيتو محمود وحسان حلاق، المرجع السابق، ص 16.

² حسن بدور، المرجع السابق، ص 22.

³ كامل محمد محمد عويضة، المرجع السابق، ص 22.

إن الرياضيات البابلية ظهرت بدافع الحاجة لما تعلق بحياتهم اليومية وما يواجهها من مشكلات تحتاج إلى حل حيث "أن الرياضيات البابلية اقتصرت على معالجة مسائل تتعلق بالحياة اليومية والعملية وعالجت مسائل كثيرة ومتنوعة وآثار هذه الرياضيات بقيت لمدة طويلة ولا يمكن تفسير الإنتاج العبقري لليونانيين بغير اطلاعهم على الرياضيات البابلية ووعيهم لها".¹

وبالتالي فالرياضيات البابلية ظهرت لحاجات البابليين في الحياة اليومية لحل جل المسائل التي تواجههم في الحياة اليومية بصفة عامة والحياة العملية بصفة خاصة. ومنهم ظهرت عندهم الرياضيات بطريقة بدائية حيث كانوا يستخدمون أدوات بسيطة للعد والحسابات، "فلقد استخدم الكالدانيون* أصابعهم في عمليات الجمع والطرح والضرب، كما أجروا حسابات ذهنية بالإضافة إلى الحسابات المحسوسة في حالة العمليات المعقدة فقد استعملوا أيضا لعمليات الجمع والطرح الآلات الحسابية، ولكنهم استخدموا بالنسبة للضرب والقسمة جداول عددية وضعوها لتستخدم دائما"².

يتبين لنا هنا أن طريقة الحساب لدى البابليين كانت بدائية نوعا ما من خلال الاستعانة بالأصابع للعد والحساب، ثم تطورت بعد ذلك من خلال ابتكارهم للآلات الحسابية كطريقة أسهل تسهل لهم طريقة العد.

إضافة إلى ذلك وضع الجداول لتسهيل عملية العد والحساب وهذه الجداول التي وضعوها تقتصر فقط على ضرب العداد الصحيحة وقسمتها بل تشمل هذه الجداول أيضا أنصاف العداد الرئيسية وأثلاثها ومربعاتها وكذلك مكعباتها³.

¹ حسن بدور، المرجع السابق، ص22.

* الكالدانيون: يسمى البابليون بهذا الاسم نسبة إلى بلادهم "أكاد" بيد أن هذه التسمية ثقيلة وهي بوجه عام أقل دلالة من تسميتها بالحضارة البابلية. ينظر: - جورج سارتون، تاريخ العلم، ج1، المرجع السابق، ص162.

² كامل محمد عويضة، المرجع السابق، ص22.

³ حسن بدور، المرجع السابق، ص23.

وكل هذا من أجل حل مختلف العقبات والمسائل التي تعترضهم في القيام بعملهم خصوصا التجارة لاشتهارهم بها.

إن النظام العددي الذي ابتكره البابليين لحل معظم المسائل المتعلقة بالحياة اليومية اعتبر عامل أساسي "ساعدهم كي يدرسوا لأول مرة في التاريخ المسائل الجبرية، ولقد أوضحت ترجمة حديثة قام بها الأستاذ بترو دانجان لعدد كبير من اللوحات الرياضية البابلية، أن البابليين توصلوا دون أن يعرفوا الجبر بالمعنى العادي، إلى حل مسائل جبرية من الدرجة الأولى وأحيانا الثالثة¹.

وهذا يعني أن البابليين قاموا بحل جملة من المعادلات من الدرجة الأولى والثانية والثالثة ومارسوها دون أن تكن معروف عندهم بالمعنى العادي الموجود الآن أي دون مسمياتها التي سميت بها الآن وبالتالي مارسوا الجبر.

إننا عندما نرجع إلى الرياضيات نلاحظ أنها ترجع في بداياتها في الكثير من المواضيع إلى الحضارة البابلية وذلك بدءا من الأعداد وصولا إلى الهندسة، حيث كانت لهم إنجازات كثيرة وعظيمة في هذه المواضيع حيث نجد أنه كان للبابليين في الهندسة ثوابت لحساب الأشكال كالمثلث وشبه المنحرف والدائرة وغيرها².

وهذا يعني أن البابليون كان لهم في الهندسة جملة من القواعد يستخدمونها ويستندون إليها عند القيام بحساب الأشكال الهندسية* بمختلف أنواعها.

إن البابليين قد اخترعوا الكثير من الموضوعات في العلم الرياضي من صيغ رياضية واستدلالات إضافة إلى الاستعانة بالرسومات الهندسية ومنه فإن هذا إن دل على شيء فإنه

¹ كامل محمد عويضة، المرجع السابق، ص 22-23.

² حسن بدور: المرجع السابق، ص 23.

* الشكل الهندسي: كل تركيب في النقط والمنحنيات والخطوط المستقيمة والدوائر والمستويات. ينظر: - عطية عبد السلام عاشور وآخرون، معجم الرياضيات، ج1، مجمع اللغة العربية، جمهورية مصر العربية، د ط، 2001، ص 18.

الفصل الأول مقارنة تاريخية مفاهيمية لنشأة الفكر الرياضي

يدل على أن البابليين قد مارسوا الرياضيات على أنها بحث نظري إلى جانب تلك التطبيقات الحسابية والهندسية التي كانت طاغية بشكل كبير عندهم نتيجة براعتهم فيها¹.
ومنه فالبابليين قدموا إنجازات هندسية لفروع العلم الرياضي تمثلت في جملة القواعد العملية التي استخدموها.

حيث نجد أن البابليين في الجانب الهندسي كانوا "مهتمين بالشكل الخاص للمثلثات التي تتناسب أوضاعها مع (3، 4، 5) بل حاولوا إقامة صيغة جبرية تتيح الانتقال من أضلاع المستطيل إلى خط الزاوية (Diagonale)².

فالبابليون قد تمكنوا من استخراج مساحة المثلث انطلاقاً من أطوال أضلاعه إضافة إلى قيام صيغ جبرية تعبر عن ذلك.

كما نجد أن البابليين قد اهتموا أيضاً بمسألة حساب مساحة الدائرة ومحيطها وذلك من خلال ذهابهم إلى أن محيط الدائرة يساوي $3\frac{1}{8}$ أمثال القطر، كما نجدهم أيضاً قد عرفوا الزاوية المرسومة في نصف الدائرة والتي بدورها زاوية قائمة. كما درس البابليون حجم الهرم الذي هو عبارة عن صومعة لتخزين الحبوب، وخصوصاً الهرم المعروف عندهم باسم الهرم ذي الرأس الخطي حيث أنهم عرفوا طريقة حساب حجم الهرم وسعته³.

ومنه فالبابليين قاموا بإضافة مجموعة من القواعد الهندسية ظلت مستعملة إلى يومنا هذا، فالبابليين حققوا نجاحات في هذا الجانب وبرعوا فيه.

إن الرياضيين البابليين إلى جانب الهندسة التي عرفوا بها، عرفوا أيضاً المعادلات الخطية* والتربيعية والجذور التربيعية والمعادلات التكعيبية حيث "كانت هذه ترجع أولاً إلى

¹ محمد عابد الجابري: المرجع السابق، ص58.

² روني تاتون، تاريخ العلوم العام، العلم القديم والوسيط، مج1، تر: علي مقلد، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، ط1، 1988، ص114.

³ حسن بدور، الرجوع السابق ص24.

* معادلة خطية (تعبير خطي): معادلة وتعبير من الدرجة الأولى في متغير أو أكثر. ينظر: عطية عبد السلام عاشور وآخرون، مرجع سابق، ص130.

أنماط معيارية، وعلى سبيل المثال كان هناك ستة أنماط من المعادلات التربيعية لكل منها نموذج حل معياري، وتقدم المسألة التالية نمطا نموذجيا: طرحت ضلعا من المربع، فكانت النتيجة **14.30**، أوجد الضلع إذا أدرك الطالب أنه في صدد معادلة من الدرجة الثانية (معادلة تربيعية)، فإنه سيطبعها على طين رطب على النحو التالي: إن المربع بعد أن ت طرح منه الضلع يساوي **14.30** وحدة (ونحن نكتب: س-2=س=870). وهذه كانت واحدة من الأنماط المعيارية الستة" ¹.

وهذا يعني أن البابليين مارسوا الجبر دون أن يعلموا ذلك وتمثل ذلك في حلهم لمعادلات تربيعية وتكعيبية وغيرهما، وعندما يعود التلميذ إلى هذه التعليمات المعيارية لحل هذا النمط من المعادلات من الدرجة الثانية فإنه يكتب كالتالي: يكتب عدد الأضلاع (تجاهل الناقص!): 1 ثم يكتب نصف هذا أي $1/2$ ، بعد يكتب الربع أي $1/4$ ، ثم يقوم بإضافة هذا إلى المربع مطروحا منه ضلع ومنه فإن العدد الذي هو المربع مطروحا منه ضلع مضاف إليه $1/4$ فإنه يعطي لنا **870** مع $1/4$ ، وعندما يعود إلى جدول الجذور التربيعي لأقل من $1/4$ **870** فإنه يجد $1/2$ **29**، وبهذا فإننا نكون قد وجدنا أن الضلع مطروحا منه $1/2$ هو نفسه العدد $1/2$ **29**، ومنه فالضلع يجب أن يكون **30** إذن هذا هو الجواب.

ومنه فإن هذه الطريقة لحل هذه المعادلة التربيعية الآن، إلا أننا نقوم بالاستعاضة بحروف بدلا عن الكلمات مثل "ص" للدلالة على الضلع وانطلاقا من هذا فإن هذه الخوارزمية تعرف بطريقة الإتمام إلى المربع وهذه الطريقة هي مألوقة إلينا ويمكن لنا استخدامه في أي نمط من المعادلات التربيعية لحلها ².

لقد وضع البابليون هذه الطريقة لحل المعادلات التربيعية التي هي معروفة عندنا الآن لكن بطريقة مختصرة ذلك من خلال الاستبدال الكلمات بحروف ورموز إضافة إلى

¹ جون ماكليش، العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكمبيوتر، تر: خضر الأحمد، موفق دعبول، مر: عطية عاشور، عالم المعرفة المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، د ط، 1978، ص ص55-56.

² المرجع نفسه، ص56.

ذلك نجد أن البابليين عرفوا أيضا المتسلسلات العددية الحسابية والهندسية وكما كانوا مهتمين بما يصطلح عليه بالأعداد الفيثاغورية* التي هي عبارة عن مجموعات ثلاثية الأعداد تمثل أضلاع مثلث قائم الزاوية¹.

ومنه فالبابليين اهتموا أيضا بالجانب الحسابي ودرسوا في ذلك مجموعة من المعادلات والمتسلسلات العددية وكذلك الأعداد وغيرها.

وانطلاقا من هذا كنتيجة للعدد الهائل من المسائل والعمليات بتنوعها واختلافها قد جعل روني تاتون يرى بان البابليين هم أول من طبقوا المنهج النظري في الرياضيات وخصوصا الجبر².

ومنه فتاتون أكد على أن البابليين طبقوا المنهج النظري في دراستهم للعلم الرياضي، وبالتالي فالرياضيات عندهم قد تمثلت في جانبين جانب نظري تمثل في الجبر وجانب تطبيقي تمثل في الهندسة.

إن البابليين قد حققوا تقدما كبيرا فيما عرف فيما بعد بالرغم من صعوبة الحساب بالنظام الستيني الذي وضعوه، حتى أمكن القول عنهم بأن عبقريتهم في هذا الجانب تضاهي عبقرية اليونان في الهندسة وذلك من خلال معرفته لحلول المعادلات سواء كانت من الدرجة الأولى أو الثانية أو الثالثة وذلك رغم افتقارهم لأي رموز أو معادلات إلا أن هذا لم يمنع من تحقيق نجاح في هذا المجال، حيث ساعدتهم حساباتهم المجردة والجداول الرياضية التي وضعوها على اكتساب الصيغة الجبرية³.

ومن هنا فإنه رغم الصعوبات التي واجهت البابليين في الحساب إلا أن هذا لم يمنعهم من تحقيق تقدم ملحوظ في فروع العلم الرياضي.

* أعداد فيثاغورس (ثلاثيات فيثاغورس): كل ثلاثة أعداد صحيحة موجبة $x.y.z$ تحقق العلاقة: $x^2+y^2=z^2$ وهي تشكل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية، طول وتره z ينظر: عطية عبد السلام عاشور وآخرون، المرجع السابق، ص210.

¹ جون ماكليش: المرجع السابق، ص57.

² كامل محمد محمد عويضة، المرجع السابق، ص23.

³ حسن بدور، الرجوع السابق ص25.

3- الرياضيات عند الصينيين والحضارة الهندية:

إن حضارتي الهند والصين أحرزوا تقدما وشهرة كبيرة في مختلف العلوم كالرياضيات والهندسة والطب والفلك وغيرها.

لقد كانت الحضارة الصينية في ظهورها متزامنة مع العهود المتأخرة للحضارة المصرية حيث كان كتاب التغيرات أهم ما قدمه التراث الصيني، إضافة إلى المفكر "كونفشيوس"* الذي كان يعتبر من أشهر مفكري الصين القديمة حيث دعا إلى أخلاق الوسط وكان يرى بأن استقامة الخلق إنما يعني في ذات الوقت تحقيق السعادة للإنسان¹.

كما كان عند الصين أيضا تراث في المعرفة العلمية من تجربة علمية وتحليل شبه نظري، حيث كان العلماء الصينيين مدربين على التفكير المجرد التحليلي ومنه فإن الصينيين قبل ميلاد المسيح بنحو أربعة قرون قاموا باختراع نظام عددي عشري وكذلك طرائق حسابات يمكن استخدامها في هذا النظام، إذ إن الصينيين اكتشفوا الصفات الأساسية للأعداد، وذلك قبل أوروبا بما يقارب 2000 سنة، كما نجد كذلك أن الصينيون قد تمكنوا من حل معادلات تربيعية أنية بسيطة وكذلك معادلات من درجات تصل حتى إلى الدرجة العاشرة، كما نجد أن الصينيون قد اخترعوا أو استخدموا بعض الآلات الحسابية القيمة كالمعداد ولوح العد كذلك².

ومنه فهذا يعني أن الصين عرفت الرياضة وحققوا فيها إنجازات قيمة وابتكروا وسائل عدة لتسهيل عملية الحساب.

(*) **كونفشيوس**: اسم كونفشيوس صيغة لاتينية للاسم اللاتيني كونج فوتزو: Kong fu tzu ويعني الأستاذ أو المعلم فو وهو واحد من قلائل الحكماء الذين طبعوا البشرية بطبائعهم، وأثروا في الفكر الإنساني تأثيرا سيضل أبد الدهر، تقلد كونفشيوس عددا من المناصب وهو بعد في نحو العشرين، ثم انصرف إلى تعليم الشباب، ووصف كونفشيوس بأنه حامل لتراث سلفه. ينظر: - عبد المنعم الحفني، **موسوعة الفلسفة والفلاسفة**، ج1، مكتبة مدبولي، القاهرة، مصر، ط2، 1999، ص1137.

¹ مصطفى النشار، **مدخل لقراءة الفكر الفلسفي**، المرجع السابق، ص ص30-31.

² جون ماكليش، المرجع السابق، ص80.

إن اهتمام الصين بالعدد جعلهم يضعون له طابع سحري حيث أنه كان يلعب عندهم دور الإشارة والرمز ومن هنا فإن الحساب عندهم كان له طابع عملي، حيث "أن أقدم كتاب رياضي صيني وصل إلينا هو **Theonpei** ويرجع إلى الألف الثاني قبل الميلاد، وهذا الكتاب الذي نشر ترجمته الفرنسية إدوار بيوت **Biot** سنة 1841، يبين هذا الطابع العملي في الحساب والهندسة الصينية ويشير إلى أن الصينيين عرفوا خاصية المثلث القائم الزاوية في حالة كون أضلاعه 5، 4، 3 المستطيل الذي أضلاعه 4، 3 إلى قسمين بتوصيل القطر يكون طول هذا القطر" ¹.

إن الرياضيات الصينية تميزت بالطابع العملي في ممارستها، وبذلك عرف الصينيون خاصية المثلث القائم الزاوية وغيرها، وفضلا عن ذلك فإن ما حققته الصين من تفوق ونجاح في العلم الرياضي يرجع إلى ثلاث أسباب رئيسية، تمثل الأول في أن الصينيون كانوا ينظرون إلى الحسابات على أنها محض مهارات، والثاني فتمثل في أنيقة اللغة الصينية وبساطتها حيث تتكون من كلمات تكون وحيدة المقطع، وهذه اللغة لا تجمع الكلمات كما يحدث مثلا في لغة الإسكيمو أو الألمانية وغيرها، أما فيما يخص السبب الثالث في تطوير الرياضيات لدى الصين تمثل في طبيعة الكتابة الصينية، حيث إنها كتابة صورية كما هو الحال في الكتابة الهيروغليفية المصرية، فكل رمز فيها يمثل شيء أو فكرة، وبهذا كان المتعلمون الصينيون يستخدمون لغة مشتركة فيما بينهم هي لغة الأفكار ².

ومنه فإن هذه الأسباب الثلاث التي سبق ذكرها كانت وراء تفوق الصينيين في الرياضيات وكانت وراء تحقيق إنجازات ونجاحات قيمة من طرف الصينيين في هذا المجال. إن قوة الرياضيات الصينية وتطورها يظهر من خلال النظام العددي المستعمل والذي لم يجر عليه أي تغيير إلى أن جرى التحول عنه في القرن الحالي إلى النظام العددي

¹ كامل محمد عويضة، المرجع السابق، ص 32.

² جون ماكليش، المرجع السابق، ص 80-81.

العربي، الذي يستعمل الآن في جميع أنحاء المعمورة حيث أن أكمل وصف للرياضيات الصينية القديمة كتب في القرن الثالث عشر وليس في الأزمنة القديمة، وذلك من طرف العلامة "شين شيو - شاو"، والذي كان مدرسا للفك والرياضيات، وفي سنة 1947م كتب "شوشو شين شيبانك" الذي هو رسالة رياضياتية في تسعة أقسام، وكانت تعالج هذه الرسالة المسائل العلمية، المقايضة والشراء، وكذلك علم الحساب وأعمال البناء، والنقود والحبوب وفرض الضرائب ومسح الأراضي وقياسها إضافة إلى الحسابات والمعادلات غير المحددة وغيرها¹.

وهذه الرسالة التي كتبها المفكر شين شيو-شاو تضمنت مجموعة من المسائل والأمور الحسابية، وهذا إن دل على شيء فإنه يدل على قوة الصين الرياضية واهتمامهم بالحساب والعدد من أجل ضمان استقرار الرياضيات عندهم لاستخدامها في الحياة اليومية وحل مختلف المسائل التي تعترضهم وتشكل لهم عائق في حياتهم.

إن الرياضيات الصينية ازدهرت وتطورت كثيرا حيث "كان القرن الثالث عشر هو العصر الذهبي للرياضيات الصينية، ويقول "شين": إنه كان هناك أكثر من ثلاثين مدرسة للرياضيات في الصين، وكان مستوى النشاطات والإنجازات في الرياضيات في ذلك الوقت يبرز ما حدث في أي فترة أخرى وفي أي مكان من العالم حتى طول العصور الحديثة"².

وهذا يعني أن تطور الرياضيات عند الصين في القرن الثالث عشر جعلهم يصفون هذا القرن بالعصر الذهبي للرياضيات الصينية نتيجة ازدهارها من خلال جملة النشاطات والإنجازات التي حدثت فيها.

إن الحسابات التي كانت عند الصينيين كانت تحدث ذهنيا، كما استخدم الصينيون في قيامهم بهذه الحسابات أيضا "أدوات مثل لوح العد لإجراء الحسابات، وإنما لحفظها

¹ جون ماكليش، المرجع السابق، ص81.

² المرجع نفسه، ص82.

وتتبعها، كان لوح العد مصنوعا من الخشب، ومعلما بمربعات كرقعة كبيرة من الشطرنج، وكان الشخص الذي يقوم بعملية الجمع يضع عصيا للعد على اللوح إلى أن يصل إلى الأعداد المطلوبة وفي المربعات المناسبة ومن الواضح أن استعمال العصي الموضوعة في المربعات كان أساس نظام المنازل أي موقع كل رقم في العدد وقد يفسر أيضا سمات أخرى للنظام العشري الذي ابتكره وصاغه علماء الرياضيات الصينيون¹.

وهذا يعني أن الصينيين أثناء قيامهم بالحسابات الرياضية تكون ذهنيا، لكن يقومون بتدوينها من أجل حفظها لرجوع لها وقت الحاجة، وكانت عملية التدوين والحفظ تقوم على لوح مصنوع من الخشب ويتم رسم عليه جدول وإضافة تلك الحسابات في الخانات، كل عدد في الربع المناسب له.

إن الرياضيات عند الصينيين كانوا ينظرون إليها على أنها دعم لشؤون السلالة الحاكمة وذلك من خلال استعمالهم لها في تقسيم الوراثة وغيرها، مما جعلها تؤكد أفضل السبل لوراثة العرش كما نجد الصينيين اهتموا أيضا بالنسبة التقريبية للعدد "باي" π وأعطوا له قيمة، حيث أن "باي" هو النسبة بين محيط الدائرة وقطرها، يعتبر ثابت أساسي في الكثير من الحسابات العملية ولكي تقوم بحساب قيمته الدقيقة فإن ذلك يعتبر واحدة من المسائل الأكثر بروزا في الرياضيات.

ومنه فإن "باي" عدد أصم أي أنه عدد لا يمكن حسابه بالدقة الكاملة، وأحد السباب التي دعت الرياضياتيين للاهتمام بالعدد "باي" هو أنه شأنه شأن قمة إفرست، موجود أمانا، وحساب باي مؤشر على المستوى المعرفة الرياضياتية السائدة في أي زمان ومكان محددين، وعلى سبيل المثال فإن كون العبرانيين القدماء راضيين بالقيمة 3 على أنها أفضل تقدير لباي (المستعمل في تقييد هيكل سليمان) يشير إلى افتقارهم إلى الدقة في الأعداد وكانت قيمة باي عند المصريين القدماء هي $22/7$ ²²، وهي القيمة التي اعتمدها فيثاغورس، والتي

¹ جون ماكليش، المرجع السابق، ص 84.

نستعملها اليوم على أنها أفضل تقريب للحسابات العملية اليومية، وقد استعملها قدماء المصريين حتى في مسح الأراضي الشاسعة وعمليات البناء الضخمة¹.

لقد كان ينظر إلى الرياضيات كأساس تقوم عليه السلالة الحاكمة، كما أن اهتمامهم بالحسابات والأعداد جعلهم يهتمون بالعدد باي ويعطون له قيمة تقريبية كونه عدد أصم لا يمكن حسابه بدقة كاملة وإنما إعطاء له قيمة تقريبية فقط.

أما بالنسبة للرياضيات عند قدماء الهنود نجد أن حضارتهم أحرزت تقدم كبير في هذا العلم بصفة خاصة وبقية العلوم بصفة عامة كالفلك وغيره، حيث إن الحضارة الهندية اهتمت كذلك في البحث في اللاهوت والميتافيزيقا لكن لم تقتصر على ذلك فقط وإنما نجد أنها بحثت أيضا في المنطق والنحو والبلاغة وكذلك الطب والفلك وكل فروع العلم من الحساب إلى الحيوان².

ومنه فالحضارة الهندية أحرزت تقدما كبيرا في مختلف العلوم من الرياضة والهندسة والفلك وغيرها.

إن الجهود التي قام بها الهنود في جانب الرياضيات تمثلت في اكتشافهم للنظام العشري في الترقيم، الذي من خلاله نبغ العلماء وبرزوا في الحساب والجبر، حيث تقدموا في علم الحساب، وقطعوا فيه شوطا كبيرا، وكتبوا في ذلك كتب تناولت الحساب، إذ تضمنت هذه الكتب مجموعة من الطرق كحل المسائل، كما اتبعوا في بعضها طرقا متنوعة فيها ابتكار وطرافة، إضافة إلى اشتغالهم بالمتواليات الهندسية، كما اكتشف الهنديون طرقا لبحوث التباديل والتوافيق إضافة إلى تفننهم في المربعات السحرية وغيرها³، كما أن للهنود جهود كبيرة في جانب الفكر الرياضي وكتبوا في ذلك كتباً تضمنت مجموعة من الطرق لحل مسائل مختلفة إضافة إلى اكتشافهم للنظام العشري في الترقيم وغيره من المكتشفات.

¹ جون ماكليش، المرجع السابق، ص 102.

² مصطفى النشار، مدخل لقراءة الفكر الفلسفي، المرجع السابق، ص 47.

³ حربي عباس عطيتو محمد وحسان حلاق، المرجع السابق، ص 18.

لقد كان قدماء الهنود لهم موهبة في الحساب، نتيجة حبهم له وانغماسهم في عالم الأعداد التي كانوا يكتبونها ويركبونها إضافة إلى أنهم توصلوا إلى فن المساحة والإنشاء وكذلك براعتهم في الحساب جعلهم يسهمون في تطوير العلم الرياضي، وذلك من خلال صفاتهم العملية التي مكنتهم من أن يدفعوا بالعلم الرياضي وخصوصا الحساب دفعة جديدة في أوائل عصرنا من خلال إنجازاتهم القيمة¹.

وهذا يعني أن انغماس الهنود في عالم العداد والبحث فيهم جعلهم يبدعون في الحساب ويسهمون في تطور العلوم الرياضية عندهم.

إن الحاجة هي التي دفعت بالهنود للاهتمام بالرياضيات التي كانت عندهم عملية وبالتالي بحث الهنود وساروا في الطريق الذي يؤدي إلى جعلها طريقة لكن كانت عملية مثلهم مثل المصريين والصينيين، "فلم يستطع قدماء الهنود أن يرتفعوا إلى النظرية في عمومها، إذ عرفوها عمليا محصورة في حالة واحدة، هي حين تكون أطوال أضلاع المثلث خمس وحدات واثنى عشر وثلاث عشر على التوالي"².

أي أن الرياضيات عند الهنود عرفوها بأنها عملية حيث أنها محصورة في حالة واحدة فقط حين تكون أطوال أضلاع المثلث خمس وحدات واثنى عشر وحدة وثلاث عشر وحدة.

إن الحضارة الهندية عرفت بنبوغها في الجبر حتى قيل عنهم بأن الجبر جاء إلينا من الهند وليس من اليونان فلقد ظهر فيه ثلاث علماء بارزين هما آريا باهاتا وبراهما جوبتا وكذلك بهكسار، حيث أن الهنود حسبوا الجذر التربيعي للعدد (2) إضافة إلى حلهم للمعادلات من الدرجة الثانية، ومنه فقد برعوا في الجبر "أما الهندسة فلم تكن منزلتهم فيها بالقدر الذي كان لهم في الحساب والجبر، واقتصرت محاولتهم في هذا الميدان على معرفة

¹ كامل محمد عويضة، المرجع السابق، ص33.

² محمد الثابت الفندي، فلسفة الرياضيات، دار النهضة العربية، بيروت، لبنان، ط1، 1969، ص30.

ما يتعلق بإنشاء المربعات والمستطيلات بين الأقطار والأضلاع، وكذلك نجد أن لهم إلهاما بالأشكال المتكافئة؛ ومن المسائل التي وردت في مؤلفاتهم هي إنشاء مربع يساوي مربعين أو الفرق بين مربعين وكذلك إنشاء مربع يساوي دائرة معلولة¹.

لقد برع الهنود في الجبر والحساب وحققوا في ذلك إنجازات كبيرة أما بالنسبة للهندسة فلم يبرعوا فيها كالجبر والحساب وإنما اهتموا فيما يتعلق بإنشاء المربعات وغيرها.

إن معلم الرياضيات الهندي آريا باهاتا في دراسته للجبر استخدم بالنسبة لجداول الأعداد، الترقيمات حددها بأعداد مرتفعة أعطى لها قيم اتفاقيه للمقاطع، حيث أن الخمس وعشرينات المقفلة إذا ذكرت مع حرف المد آ(a)، فإنها توصف مع الصوتيات وذلك وفقا للتحليل العلمي الصوتي الماهر جدا، الذي برع فيه الهنود، حيث أن هذه الـ 25 يتم إرفاقه بقيم من الواحد إلى الخمس وعشرين أما بالنسبة للمديات النصفية والحروف المصوفرة والنهائية كذلك التي وضعها في جداول الأعداد أيضا، فإنها تعني العشرات من الثلاثون إلى المائة، أما المديات والمصوتات المزدوجة التي تكون في محل حرف المد آ في المقاطع نفسها، فهي تضرب العدد الذي تعبر عنه بـ 10^2 و 10^{16} ومثال ذلك:

(ga=3,gi =300,gu =30.000etc)

كما نجد أن آريا باهاتا في دراسته للجبر قام بحل معادلتين غير محدودتين من الدرجة الأولى بواسطة الكسر المتتالي².

إن المعادلة غير المحدودة كانت مسألة شائكة اشتغل عليها العديد من الرياضيين فهي لم تكن عند الصينيين فقط بل عرفت أيضا عند الهنود، ومنه فإن هذه المعادلة لم يكن لها حل واحد فقط وإنما حلول متعددة، وأنت الذي يختار الحل المناسب والإشارة إلى وجود حلول أخرى و"اشتغل الرياضياتيون الهنود منذ زمن مبكر في مثل هذه المسائل، وأعطى

¹ حربي عباس عطيتو محمد وحسان حلاق، المرجع السابق، ص ص18-19.

² روني تاتون، مج1، مرجع سابق، ص167.

معلم الرياضيات الهندي الأول ذو الشهرة العالمية آريا باهاتا (475-550) طريقة لحل المعادلات غير المحددة من الدرجة الأولى، تعرف بالطريقة الكوتاك (الساحق)، وتشير هذه الطريقة إلى أنك عندما تعمل بعددين فإنك تضربهما معا بقوة إلى أن يطحنا أو يسحقا، يضم الحطام ثانية لنحصل على حل المعادلة الأصلية¹.

إن آريا باهاتا معلم الرياضيات الهندي لم يتوقف فقط عند الطريقة التي اكتشفها لحل المعادلة التي هي الكوتاك، وهي طريقة متطورة تدل على فهم العميق لنظرية العداد وإنما نجد أنه اهتم أيضا بدراسات معمقة مماثلة لها في حقول أخرى حيث أنه "في الهندسة توصل إلى أن £ تساوي 3.1416 وقد عبر عنها ب 62832، وهي تقريبا محيط الدائرة الذي قطره 20 ألف أي أن £ = 62832 / 20000 = 3.1416.

ويعطي أحيانا مثلا يمكن أن نستخلص منه قاعدة عامة بدلا من أن يعطي قاعدة عامة بالذات وفي البعض الآخر القاعدة العامة، مثلا يجب طرح مجموع المربعات من مربع المجموع ونصف هذا هو حاصل ضرب عناصرها بعضها ببعض، أي:

$$\frac{ab = (a + b)^2 - (a^2 + b^2)}{2}$$

وهذا أن آريا باهاتا توصل إلى قيمة £ وذلك من خلال قسمة 62832/20000 الذي يساوي تقريبا 3.1416، إضافة إلى إعطاء قاعدة عامة في ذلك².

كما نجده قد وضع أيضا أساسا لعلم المثلثات وذلك من خلال وضعه لجدول للجيب، حيث حل محل جدول بطليموس المتعلق بالأوتار في الحسابات الفلكية³.

ويظهر هنا أن الرياضي آريا بهاتا برع وبرز كثيرا في الجبر على عكس الهندسة الذي كان اهتمامها أقل من الجبر وذلك لأن الهنديون نبغوا في الجبر والحساب.

¹ جون ماكليش، المرجع السابق، ص 136.

² روني تاتون، مج 1، مرجع سابق، ص 162.

³ جون ماكليش، المرجع السابق، ص 139.

أما بالنسبة للمعلم الرياضي الذي برز في الهند هو براهما غوتيا، حيث نجد في القرن السابع سجل فلكي لبراهما غوتيا بعض النقاط الفلكية أثناء إقدامه على مسابقة قدم فيها طريقة لحل المعادلة غير المحدودة من الدرجة الثانية وكشفه عن الحلول الكاملة لها، ومن ثم استمرت الرياضيات بعده في التطور والتقدم¹.

لقد اهتم براهما غوتيا أيضا بالمعادلة غير المحدودة من الدرجة الأولى، وساهم في تقديم جملة من الحلول لها مثله مثل سابقه آريا باهاتا.

كما نجد براهما غوتيا في دراسته لعالم الأعداد واهتمامه بها أنه قدم "المعالجة المنهجية الأولى للأعداد السالبة وللصفر، بما في ذلك القواعد الدقيقة لضرب الأعداد الموجبة السالبة وللضرب بالصفر والقسمة عليه قدم ذلك حلا عاما للمعادلة التربيعية وأدرك أن لها جذرين حتى ولو كان أحدهما سالبا (فالمعادلة $x^2-4=0$ مثلا الحلان $x=2$ و $x=-2$)"².

لقد قام براهما غوتيا بمعالجة العداد السالبة الموجبة كما اهتم أيضا بالصفر وكيفية الضرب فيه والقسمة عليه، إضافة إلى تقديمه لحل المعادلة التربيعية التي بين فيها بأنها تحمل جذرين سواء كان سالبا أو موجبا ومنه فحتى أن يكون أحد هذين الجذرين سالبا فإن المعادلة تكون تحمل حلين حل موجب وحل سالب.

¹ جون ماكليش، المرجع السابق، ص 139-140.

² المرجع نفسه، ص 139-140.

المبحث الثالث: المنهج الرياضي عند اليونان

لقد كان للحضارات الشرقية أثر كبير على اليونان وذلك من خلال ثقافتهم المتعددة وعلومها المختلفة، إلا أنّ البداية الحقيقية للتطور العلمي كان مع الحضارة اليونانية، حيث نشأ المنظور الفلسفي للرياضيات عند اليونان على يد العديد من الفلاسفة من أشهرهم طاليس الذي كان معه ميلاد العلم الرياضي النظري، وفيثاغورس ومدرسته التي اهتمت بعلوم كثيرة خاصة الرياضيات والموسيقى، إضافة إلى بعض الفلاسفة اليونانيون اهتموا بالعلم الرياضي أيضا في الحقبة الأخيرة قبل ظهور أفلاطون وفلسفته، ففيما تمثل المنهج الرياضي النظري عند اليونان؟

1- طاليس وميلاد العلم النظري والرياضي:

ينتمي طاليس* إلى المدرسة الملطية عرف باهتمامه بالبحث في الطبيعة وعن أصل الوجود، إضافة إلى العناية ببعض العلوم التي عرفت في عصره كالرياضيات والفلك. هذا ويعد طاليس أول فيلسوف يوناني قام بالبحث في الفلسفة مما جعله يلقب بالحكيم، ويذكر في قائمة الحكماء السبعة فضلا عن كونه أحد رواد المدرسة الملطية الطبيعية، وقد قام طاليس بالجمع بين النظر العلمي والرؤية الفلسفية إضافة إلى قيامه بوضع طريقة يتم بها قياس الزمن كما درس الأشكال المتشابهة في الهندسة خصوصا المثلثات المتشابهة، ومنه فإن طاليس "قد اكتشف البرهان الرياضي في التعامل مع الظواهر الهندسية والجبرية أو ما يسمى بالكم المتصل والكم المنفصل، وإذا كان هناك من ينسب ظهور الرياضيات إلى فيثاغورس، فإن الفيلسوف "كانط" يعد طاليس أول رياضي في كتابه نقد العقل النظري¹.

(*) طاليس: (546-624 ق.م) من ملطية تلقى معظم تعليمه في مصر والشرق الأدنى أحد ثغور اليونان في آسيا الصغرى، وهو حكيم من الحكماء السبع. عرف بأنه مؤسس الفلسفة اليونانية من خلال تفسير عقلي تمثل في رد كل شيء إلى الماء يحصل من خلاله على طبيبات الحياة العادية. ينظر: إبراهيم الزيني، تاريخ الفلسفة من قبل سقراط إلى ما بعد الحداثة كنوز القاهرة، مصر، د ط، د س، ص 88.

¹ إبراهيم الزيني، المرجع السابق، ص 102.

إن بحث طاليس في الطبيعة عن أصل الوجود وتفسيره جعله يصبح أول فيلسوف اهتم واشتغل بالبحث الفلسفي، كما أن اكتشافه لبعض النظريات الرياضية خلافا لما كان سائدا، حيث كانت الرياضيات مرتبطة بالجانب العملي فقط.

واعتبار طاليس من الحكماء السبعة يعود إلى انفراده بالاهتمام بالعلم إضافة إلى السياسة والأخلاق حيث يعود الفضل في ذلك إلى زيارته لاتجاه الشرف والتبحر في علم مهم وعلاوة على ذلك فقد قام طاليس بالبرهنة على أن الزوايا المرسومة في نصف الدائرة زوايا قائمة وكان يحبس فوق برج أبعاد السفن في البحر وقد قام طاليس بوضع "تقويم للملاحين من أهل وطنه ضمنه إرشادات فلكية وجوية منها. إن الدب الصغر أدق الكواكب دلالة على الشمال ولما جاء مصر أخذ علم المساحة وشغل بمسألة فيضان النيل، ودل أساتذته المصريين على طريقة لقياس ارتفاع الأهرام وكانوا قد تعبوا في البحث عنها فيهم إلا أنه في الوقت الذي يكون فيه ظل الشيء مساويا للمقدار الحقيقي، فإن طول ظل الأهرام هو مقدار ارتفاعها وان النسبة تبقى محفوظة بين طول الظل وارتفاع الشيء في أي وقت في النهار" ¹.

فطاليس أول من أدرك طريقة قياس ارتفاع الهرم من قياس ظله، إضافة إلى معرفته لبعده السفينة وهي في وسط البحر، كما أن طاليس كان عالما فلكيا هو تنبؤه بكسوف الشمس عام 585 ق.م، وهذا إن دل على شيء فإنه يدل على أن طاليس كان ملم ببعض المعلومات الفلكية التي ساعدته على التنبؤ بمثل هذه الحالة واستعماله للدب الأصغر في اكتشاف خط سير السفن ومادتها في البحر، والدليل على أنه كان مهندسا هو أنه استطاع أن يحول مجرى نهر "هاليس"، فضلا عن أنه عالم مناخ والجغرافيا والجيولوجيا من خلال بحثه في الظواهر الجوية التي توصل من خلالها إلى التنبؤ بوفرة محصول الزيتون ².

¹ يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، دار هنداوي، القاهرة، مصر د ط، 2012، ص 25.

² عبد الجليل كاظم الوالي، الفلسفة اليونانية، دار الوراق، القاهرة، مصر، ط1، 2003، ص 59.

لقد واصل طاليس عندما عاد من مصر إلى أيونا دراسة الهندسة النظرية التي خلبت لبه بمنطقها السليم وما تحتويه من استبدال علمي، كما عرف طاليس العديد من النظريات التي جمعها إقليدس فيما بعد، وكان الأساس الذي قام عليه علم الهندسة النظرية اليونانية، كما نجد أيضا أن طاليس من خلال دراسته لعلم الفلك كان الأساس الذي قام عليه هذا العلم في الحضارة العربية¹.

إن طاليس من خلال رحلته إلى مصر والبابليين أخذ عنهم الفلسفة ونقلها إلى بلاد اليونان ولقد تمثلت نظرية طاليس في إرجاع العالم إلى عنصر واحد وهو الماء، فطاليس يرى أن الماء هو العنصر الذي انبثقت منه الموجودات أي أنه هو المادة الأولى التي صدرت عنها الكائنات وإليها يعود، هذا ما جعل طاليس يصبح عالما بالرياضة وعالما بالفلك كذلك من خلال تنبؤه بالكسوف².

ولقد اختار من خلال ملاحظته للطبيعة العنصر الأهم الذي تتشكل منه هذه الموجودات وتتكون؛ فاختر الماء ليكون الأصل والمصدر لهذا العالم الطبيعي مقدما في ذلك دليله الحسي والعقلي على اختياره لهذا العنصر، "حيث وجد من ملاحظاته أن مساحة الأرض في دلتا أنهار أيونية ونهر النيل تتسع شيئا فشيئا على حساب الماء فقد خرجت الأرض إذن من الماء بتراكم الطمي عاما بعد عام وصارت قرصا طافيا على وجهه كجزيرة كبيرة في بحر عظيم (...). كما وجد أن النباتات والحيوانات تولد في البيئة الرطبة، فالماء إذن هو سر حياة الكائنات الحية لمكونها"³.

ومنه فطاليس أخذ عنصر الماء كمبدأ تنطلق منه الحياة بأشكالها المختلفة وترجع إليه، حيث "يفسر اريستو رأي طاليس القائل أن الماء هو الجوهر الأوحده الذي تتشكل منه

¹ إبراهيم الزيني، المرجع السابق، ص 88.

² أحمد أمين زكي نجيب محمود، القصة الفلسفية اليونانية، مطبعة دار الكتب المصرية، القاهرة، مصر، ط2، 1935، ص20.

³ مصطفى النشار، مدخل لقراءة الفكر الفلسفي، المرجع السابق، ص59.

الأشياء والموجودات جميعا، بأن طاليس كان يرى أن النبات والحيوان كلاهما يتغذيان بالرطوبة، ومبدأ الرطوبة هو الماء وما منه يتغذى الشيء فهو يتكون بالضرورة"¹.
أي أن طاليس أرجع مصدر الرطوبة إلى الماء وبالتالي أصبح الماء هو الجوهر الوحيد الذي تتبع منه كل الموجودات.

لقد حقق طاليس إنجازات عظيمة في مجال الرياضيات بالرغم من امتلاكه لأدوات بسيطة حيث: "تؤكد الدراسات أن طاليس استطاع بواسطة أدوات قديمة ومتواضعة وحسابات بسيطة وصف نشاطات تطبيقية كمسألة حساب بعد السفينة في البحر عن الشاطئ وحساب ارتفاع الهرم"².

وكل ما توصل إليه طاليس كان أثناء رحلته إلى مصر حيث تعلم منهم كثيرا وأبدع أيضا في بعض المسائل: "فقد كتب بليني Pliny نقلا عن ديوجين Diogenes أن طاليس كان أثناء إحدى زيارته إلى مصر مسألة الكاهن الأعظم عن طريق لحساب ارتفاع الهرم ما كان من طاليس إلا لأن غرز عصاه في الرمل وقال: نستطيع حساب ارتفاع الهرم في أي وقت من يوم مشمس بمقارنة ظل هذه العصا المعروف طولها بظل رأس الهرم، وإذا انتظرنا أن يكون ظل العصا مساويا إلى طول ظلها فسيكون ارتفاع الهرم مساويا إلى ظله في هذه اللحظة وطبعاً من مركز الهرم"³.

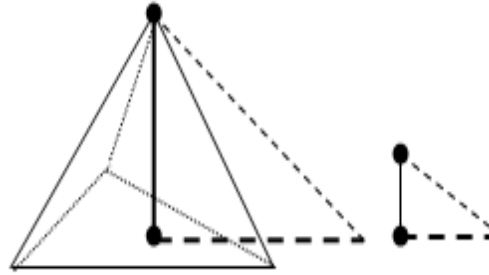
بمعنى أن طاليس قام بقياس ارتفاع الهرم من خلال ظله بمعنى ان طاليس قام بقياس ارتفاع الهرم من خلال ظله في اللحظة التي يكون فيها الظل يساوي الارتفاع، وهذا إن دل عن شيء فإنه يدل على أن طاليس كان مهندساً بارعاً وكان ملماً بكل ما يحيط بهذا العلم. إن طاليس من خلال اهتمامه بالهندسة أسس بذلك نظريات نظرية أكثر من ان تكون تطبيقية أي عملية كما كان سائد حضارة بابل ومصر حيث نجده قد استطاع باستخدام

¹ حربي عباس عطيتو محمد، حسان حلاق، المرجع السابق، ص25.

² حسن بدور، المرجع السابق، ص38.

³ المرجع نفسه، ص38.

تشابه المثلثات أن يحسب ومن بعيد المسافة التي تفصل السفينة في عرض البحر عن الشاطئ، ومن المؤكد أن هذه المسألة تشكل أولى المحاولات للتحكم بالطبيعة عن بعد.¹



خاصية التناسب

هذا يعني أن طاليس أدرك تلك المثلثات المتشابهة والقائمة والتي نعني بها أن المثلث الذي يكون له ساقين متساويين سيكون حتما قائما مع وجود زاويتين، وكل هذه المثلثات التي في الشكل السابق هي مثلثات متشابهة، لقد اعتبر طاليس بالنظر إلى إنجازاته العلمية بأنه الرياضيات الأول في التاريخ وأنه هو المؤسس للتنظيم الاستقرائي في الهندسة وذلك من خلال إضافة لأربع نظريات برهن عليها طاليس التي جمعها فيما بعد إقليدس.² وطاليس توصل إلى نظريات وقام بالبرهنة على صحتها التي تعتبر طائفة من القضايا الهندسية نذكرها فيما يلي:

- (1) "يقسم قطر الدائرة إلى قسمين متساويين.
- (2) زوايا المثلث متساوي الساقين متساويتان.
- (3) إذا تقاطع مستقيمان فالزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان.
- (4) الزاوية المرسومة في نصف الدائرة مرسومة قائمة.

¹ حسن بدور، المرجع السابق، ص38.

² المرجع نفسه، ص38-39.

5) أضلاع المثلث متشابهة متناسبة.

6) تطابق المثلثان إذا تساوت فيهما زاويتان و"ضلع".

ومن هنا فإن طاليس قام بتفسير هذه النظريات علميا لا أسطوريا ويرجع ذلك إلى الروح العلمية التي كان يتصف بها وكان لها الأثر الكبير في محاولاته لتفسير حقيقة الأشياء والموجودات علميا¹.

وبالتالي هنا فهذه القضايا التي وضعها طاليس يمكن لنا البرهنة عليها انطلاقا من مجموع زوايا المثلث، ومنه فهي قضايا ساهمة في تقدم الرياضيات.

2- التفسير الرياضي للعالم عند فيثاغورس:

إن فيثاغورس(*) جعل من النفس إلهية بفعل قوة معرفة الحقيقة الأبدية التي تغير عنصر الشكل والنظام والتناسب والحد والانسجام في الكون بالإضافة إلى أنه يتمثل في تناغم الموسيقى، وكذلك التناسبات الثانية للقياس ونظام الأجرام السماوية "وهما أمران يرتبطان ارتباطا حميميا من خلال تأمل هذا، تتطهر النفس وتعود إلى حالتها الإلهية ويتم إدراك هذا النظام الشكلي، "فالأشياء أعداد" وهو المذهب الفيثاغوري الأساس، الذي كان دائما يعني أن الواقع الجوهرى للأشياء يمكن التعبير عنه بطريقة ما تعبيرا كاملا من خلال الأعداد"².

ومنه فإن فيثاغورس واضع حجر الأساس الذي تأسس عليه علم الرياضيات في بلاد اليونان وذلك من خلال تأسيسه لنظام جديد مبني على الإيمان بدراسة الرياضيات المتمثلة

¹ حربي عباس عطيتو محمد، حسان حلاق، المرجع السابق، ص24.

(*) فيثاغورس: (550-500 ق.م) سام هي موطنه الأصلي في ساموس إلى إيطاليا الجنوبية، حيث أسس طائفة تميزت بمعتقدات وملاحظات تنسب إليه كما اشتملت على قواعد سلوكية، والحفاظ على المعرفة الخاصة، اهتم بالرياضيات وعلم الفلك وبمغزاها الكوني أو السري واعتقد أن الكون بأسره قابل لأن يفسر ويفهم رياضيا/ينظر في هذا الصدد: تدهوندرتش، دليل اكسفورد للفلسفة، ج2، المرجع السابق، ص26.

² أ. ه. أرمسترونغ، مدخل إلى الفلسفة القديمة، تر: سعيد الغانمي، دار كلمة أبو ظبي، الإمارات العربية المتحدة، ط1، 2009، ص27.

في العداد التي اتخذها كمفتاح يفهم به لغز الكون، واعتبارها أداة لتطهير النفس وهذا النظام عرف بالنظام الفيثاغورسي الأعداد من وجهة نظر الفيثاغورسيين تمثل المادة الحقيقية التي يتكون ويتشكل منها العالم، وبالتالي فالأعداد هي كل شيء في الوجود على حد قول فيثاغورس "كل شيء عدد" ¹.

هذا يعني أن المؤسس الحقيقي لعلم الرياضيات في اليونان باعتباره أن العدد هو أساس ومنبع كل شيء في الكون والمادة المكونة للعالم مثله مثل طاليس عندما أرجع الكون إلى الماء وغيره من المفكرين الأوائل.

إن الفيثاغوريين أثناء تفسيرهم للكون وطبيعة الأشياء والموجودات لاحظوا في ذلك أنه مادام العدد يعتبر الحقيقة المعقولة التي تفسر بها ظاهرة الصوت المحسوسة فإنه يمكن للعدد أيضا أن يكون المفسر لجميع الأشياء سواء كانت معقولة أو محسوسة؛ بعدها وصل الفيثاغوريين وراء وجود الموجودات هي العدد الذي نستطيع التعبير عنه بشكل هندسي أو بما يعرف باليونانية بالأيدوس **Eidos** يعني الصور المرئية ومن هنا كان الفيثاغوريين أول من افترض بأن مبادئ الرياضيات مبادئ جميع الأشياء؛ وبما إن العدد بينه وبين الموجودات نشأ به كبير هذا ما دفعهم إلى الإقرار بأن العدد هو المصدر الوحيد للكون والمفسر له ². وانطلاقا من اعتبار العدد جوهر الأشياء جميعا فهو أعلى منها مرتبة وكأن الأعداد هي المادة المكونة للكون مهما اختلفت الأشياء والموجودات المكونة لهذا العالم وصوره فالعدد مبدأ وأصل لكل الموجودات، وذلك لأن الأشياء مكونة من أعداد وذلك كون العدد يمثل الهولى والصورة للأشياء والموجودات، إضافة إلى ذلك كون الموجودات المعدة أيضا مكونة ومشكلة، كالأعداد المشاركة لها في صفة عددية يتصف ذلك أيضا الشكل الهندسي المعبر لها ³.

¹ حسن بدور، المرجع السابق، ص 40-41.

² أميرة حلي مطر، الفلسفة اليونانية تاريخها ومشكلاتها، دار قباء، القاهرة، مصر، طبعة جديدة، 1995، ص 73.

³ عبد الجليل كاظم الوالي، المرجع السابق، ص 86-87.

ومنه فالعدد هو العنصر المهم لوجود العالم وذلك لكونه يعتبر جوهر الموجودات ومصدر انبعاثها.

إن فيثاغورس هو أول من استخدم كلمة فيلسوف التي تعني حب الحكمة علما أن الحكمة للآلهة فقط وإلى جانب ذلك فإن فيثاغورس رأى العالم على أنه عبارة أعداد رياضية وكذلك الموجودات أعداد، وعلى هذا الأساس اعتبر العالم عدد ومن بين العلوم التي اهتمت بها المدرسة الفيثاغورية هي أم الرياضيات والفلك والطب والموسيقى، ولقد قام الفيثاغوريين بطرح مجموعة من القضايا الهندسية والحسابية وتحليلها¹.

ومنه فهذه المدرسة عنيت بالعدد وصلت به إلى درجة التصوف الرياضي وبرعوا في الهندسة.

لقد اعتبر فيثاغورس الأشكال كلها أعداد "حيث كانت ترد في ذهنه على هيئة أشكال كما تتجلى في زهر اللعب وورق اللعب إلى يومنا هذا نقول إلى يومنا هذا نقول "مربع العدد" و"مكعب العدد" وهي مصطلحات ورثناها عنه كذلك كان فيثاغورس يتحدث عن أعداد مستطيلة وأعداد مثلثة وأعداد هرمية حرا، وكان يقصد بذلك عدد الحصى المطلوب بتكوين هذه الشكال؛ وأرجح الظن أنه تصور العالم مؤلفا من ذوات والأجسام من تشكيلات لذيريات رتبت على أشكال مختلفة؛ وبهذا أراد أن يجعل علم الحساب هو الدراسة الرئيسية في علم الطبيعة وفي علم الجمال"².

وبما أن موضوع علم الحساب يتناول دراسة العدد فقد جعل منه فيثاغورس الدراسة الرئيسية في علم الطبيعة وكذلك علم الجمال.

ولقد قام الفيثاغوريين بتجسيد العدد على جوانب مختلفة كالجانب الأخلاقي من خلال اعتبارهم العدد خمسة الزواج والعدد سبعة الذي تنقسم به الحياة الإنسانية، وكذلك العدد

¹ إبراهيم الزيني، المرجع السابق، ص 104.

² برترند راسل، تاريخ الفلسفة الغربية، ج1، تر: زكي نجيب محمود، مر: أحمد أمين، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، مصر، د ط، 2010، ص 77.

عشرة الذي يعتبر أكمل الأعداد والعدد الكوني الذي يشمل كل الأشياء، أما بالنسبة للصفات الحسابية فقام الفيثاغوريين فيها بالبحث في ماهية كل عدد من الواحد إلى الذي يؤدي إلى انقسام إلى زوجي وفردي، فالعدد اثنان عدد زوجي في حين العدد ثلاثة عدد فردي، أما العدد أربعة فهو حاصل ضرب أول عدد في نفسه.

أما فيما يخص الحقائق الذهنية فلقد اعتمد الفيثاغوريين العدد ثلاثة بأنه يطابق المكان بأبعاده الثلاثة أما العدد عشرة فيحوي الأعداد كلها، كما نجد أنهم جسدوا العدد أيضا على العناصر فهي تناظر الأشكال المنتظمة كالمكعب الذي يقابل التراب والشكل الهرمي الذي يقابل النار، في حين المثلث المنتظم يقابل الهواء، أما ذو العشرين وجها منتظما يقابل الماء، أما العنصر الخامس والأخير وهو ذو الاثني عشر وجها منتظم الذي يضم كل هذه العناصر الأربعة وهو يعتبر عندهم أكمل الأشياء المنتظمة¹.

إن فيثاغورس قام بمطابقة العدد على جوانب مختلفة كالجانب الأخلاقي والجانب الحسابي والجانب العقلي وغيرهم، إضافة إلى أن المدرسة الفيثاغورية قامت بالربط بين الشكل الهندسي من جهة العدد ومن جهة أخرى تلك الجوانب المختلفة التي جسد عليها العدد، كما نجده أعطى لكل عدد ما يماثله ويقابله من الشكل "حيث نجد أن الواحد يماثله نقطة والاثني عشر خط وثلاثة مثلث وأربعة مربع وغيرها، إضافة إلى قيام فيثاغورس بالتوحيد بين الأعداد والأشكال الهندسية"².

وبالتالي فالفيثاغوريين لم يكن غرضهم رياضيا فقط، وإنما أيضا إضافة صفات إلى الأعداد كصفات أخلاقية واجتماعية حيث نجد أنهم يرون أن العدد سبعة يمثل وحدة الوقت الكاملة: والعدد أربعة يمثل العدالة، أما العدد ثلاثة فيقابل الزواج بعدما قاموا بوصف العقل بالواحد، ومنه فالفيثاغوريين ربطوا العدد بأشكال هندسية وصفات أخلاقية واجتماعية فكان

¹ عبد الجليل كاظم الوالي، المرجع السابق، ص 89.

² جعفر آل ياسين، فلاسفة يونانيون العصر الأول، مطبعة الإرشاد، بغداد، ط1، ص 42.

عندهم كل شيء عدد وما يقابله من أشكال وصفات وعلى هذا الأساس نظر الفيثاغوريين إلى الموجودات المادية من أنها تتشكل من أعداد بصيغة ويرجع ذلك إلى روعة أسلوبهم في تناول الهندسة ولنأخذ على سبيل المثال الطريقة التالية: ارسم شكلا من أربع نقاط مثل ذلك الموجود على زهر النرد، ثم قم بتوصيل تلك النقاط عن طريق خطوط لتكون مربعا، ثم ارسم المزيد من النقاط والخطوط لتكون مكعبا، في هذا التدريب البسيط كونت النقاط خطوط وكونت الخطوط شكلا هندسيا، وكونت الأشكال الهندسية مجسما، وهذا تقريبا هي نظرة فيثاغورس ذوي العقلية الهندسية للأشياء المادية، فهي لديهم تتكون من نقاط وخطوط وهكذا" ¹.

ومنه يظهر لنا أن فيثاغورس تفتن إلى وجود صلة بين الحساب والهندسة فالفيثاغوريين أقروا بأن هناك علاقة اتصال بين الحساب والهندسة حيث الحساب عنده قائم في استعمال النقطة المرسومة في الرمل والحصى والتي يمكن لنا أن نجعلها بسهولة في مجموعات مختلفة وانطلاقا من هذا طور الفيثاغوريين الحساب وبنوا الطريقة التي يمكن لنا بواسطتها أن نكشف عن مثلثات من خلال ترتيب الحصى في سطوح مختلفة كل هذا كان غرضه ربط وعقد الصلة بين الحساب والهندسة من خلال هذه الأشكال وذلك من خلال تبين أن الواحد نقطة والاثني خط في حين الثلاثة مثلث ².

وجد الفيثاغوريين بين عالم العدد وعالم الأشكال ولكل عدد شكل يمثله، حيث أعطى لنا مثال يبين لنا كيفية الكشف عن المثلثات انطلاقا من ترتيبه للحصى في أماكن مختلفة. لقد اهتم فيثاغورس بالهندسة حيث وضع عبارة تعبر عن معنى الهندسة عندهم وهي "تشكيل قاعدة ارتقاء، لا شكل ولا مال" وقد قصدوا بذلك أن الهندسة التي تستحق الدراسة

¹ أنتوني جوتليب، علم العقل، تاريخ الفلسفة من عصر اليونان إلى عصر النهضة، تر: محمد طلبة تضار، دار هنداوي، القاهرة، مصر ط1، 2005، ص52-53.

² عبد الجليل كاظم الوالي، المرجع السابق، ص90.

التي تقيم مع كل نظرية جديدة للارتقاء عليها وتسمو بالروح عاليا بدلا من تركها تتدنى إلى مرتبة الأشياء المادية التي تدركها الحواس ومن ثم تصبح تالية على الضروريات العامة للحياة الفنية" ¹.

ويعني هذا أن الهندسة عند فيثاغورس لم يقتصر على الأشياء المادية فقط بل شملت الأشياء العقلية المجردة وبالتالي فالرياضيات تتطهر بها الروح وتنمو بها عاليا إذن "فالهندسة استخدمت لأغراض مادية وديوية فحسب، كما فعل المصريون القدماء على سبيل المثال لحساب مساحة الأرض فسوف تكون روحك رهينة الحس في السجن المادي فالهندسة بوسعها أيضا أن تقدم للروح وسيلة للغزار، إذا استخدمت كموضوع للدراسة الموضوعية المجردة أي إذا درست أولا الاكتشاف الصحيح من النظريات وهي سلوى لا تجدر إلا بالروح الظاهرة" ².

وهذا يعني أن فيثاغورس ضبط الرياضيات خاصة الهندسة باللاهوت وذهب بها بعيدا إلى درجة التصوف الرياضي ومنه فالفيثاغوريين في دراستهم للرياضيات قاموا باستعمالها في وضع النسب الحسابية بين الأصوات المختلفة في السلم الموسيقي حيث حددها بالنسبة 12:9:8:6 وقاموا بتفسير الإئتلاف الموسيقي الذي يعود إلى وجود وسط رياضي بين نوعين من النغم ³.

ففيثاغورس من خلال إقراره بوجود تشابه بين الأعداد والأشياء وأن العدد واحد تفرعت عنه بقية الأعداد وسبب تنوع الأشياء حسب فيثاغورس يرجع إلى ائتلاف النسب العددية الداخلية في تكوين هذه الأشياء، من أجل الكشف عن ذلك الوسط الرياضي بينهم الذي هو العدد.

¹ جعفر آل ياسين، المرجع السابق، ص42.

² أنتوني جوتليب، المرجع السابق، ص49.

³ عبد الجليل كاظم الوالي، المرجع السابق، ص91.

على هذا الأساس تعتبر الرياضيات بالنسبة للفيثاغوريين مفتاح النظام والجمال في الكون، حيث تقع مسؤولية اكتشافها على عاتق الفلسفة، وقد كان فيثاغورس هو الذي بدأ بالاكشاف العظيم الذي تمثل بين العداد والأصوات الموسيقية إضافة إلى ذلك نجد أن الفيثاغوريين قاموا بعملية المطابقة بين أعداد محددة وأفكار مجردة حيث أنهم يرون في العقل أنه يمثل العدد واحد والذكورة تمثل العدد 2 والأنوثة تمثل العدد 3 والزواج يمثل العدد 5 والفرحة تمثل العدد 7 وهكذا¹.

وبالتالي فالفيثاغوريين وضعوا لكل فكرة مجردة عدداً يمثلها وقاموا بتقديم تفسيرات عددية للموجودات سواء الحسية أو العقلية إضافة إلى تقديسهم للأعداد حيث "كان العدد عشرة" عندهم منذ البداية له وضع مقدسا، واعتبروا مثلث العشرة، وكانوا يقسمون به لأنه يضم الأعداد كلها، وبالتالي فإن طبيعة الكون مكونة من مجموع الأعداد الأربعة الأولى وهي: 1، 2، 3، 4، 5².

هذا يعني أن الفيثاغوريين قدسوا العدد عشرة لاحتوائه على الأعداد كلها، وبالتالي كانوا يقومون بعملية القسمة للأعداد الموجودة داخل العدد عشرة ويقومون بوضعها في شكل هرم لتوضيحها.

من هنا نلاحظ أن فيثاغورس من بين تلك الأشكال الهندسية اتخذ شكل هندسي وميزه عن باقي الأشكال للدلالة الخاصة عندهم وهو مثلث العشرة الذي كانوا يطلقون عليه **Te Tractys**³.

لقد أعطى الفيثاغوريون مثلث العشرة أهمية خاصة لكونه يضم كل الأعداد ويحتويها مما أدى ذلك إلى الإقسام به وتقديسه.

¹ أنتوني جوتليب، المرجع السابق، ص 49.

² فاروق عبد المعطي، فيثاغورس فيلسوف علم الرياضيات، دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان، ط1، 1994، ص 23.

³ حربي عباس عطيتو محمد، حسان حلاق، المرجع السابق، ص 51.

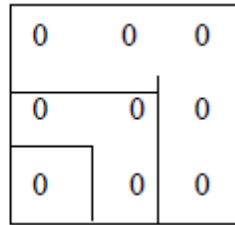
الفصل الأول مقارنة تاريخية مفاهيمية لنشأة الفكر الرياضي

كما نجد أن الأعداد عند فيثاغورس تمتاز بخاصتين الزوجية والفردية فنعتت الأولى باللامحدود، ووصفت الثانية بالمحدود لقبول الأولى صفة القسمة وعدم جواز العكس¹.

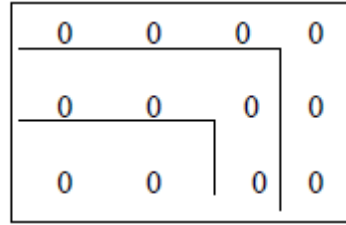
ويعني هذا أن العدد عندهم ينقسم إلى عدد فردي محدود وعدد زوجي لا محدود ويرجع ذلك إلى أن العدد الفردي لا يمكن أن ينقسم بل يقف عند حده هو، أي بلا قسمة بينهما العدد الزوجي فهو قابل للقسمة لأنه غير محدود².

إن العدد ينقسم إلى عدد فردي وعدد زوجي وإلى عدد محدود ولا محدود وهنا ربط فيثاغورس بين المحدود واللامحدود وكل ما ينشأ عن هذين المتعارضين من صفات، وأقر فيثاغورس أن الوجود مبني على التعارض ويرجع ذلك إلى العدد عشرة المقدس عندهم³. أي أن هذا التعارض موجود بين العدد الفردي والعدد الزوجي سببه هو العدد عشرة الذي يضم الأعداد كلها.

وبالتالي فإن انقسام العداد إلى فردي وزوجي يرتبط بأشكال هندسية تماثلها، كما عبر فيثاغورس "عن الأعداد الثلاثية والرابعة والخامسة بأشكال مختلفة أيضاً، وأضاف بأن الأعداد الشكلية أو الهندسية منها المربعة ومنها المستطيلة وكلما أضيفت الأعداد الفردية على هيئة الزاوية إلى الشكل أنتج الأعداد الرباعية وكلما أضيفت الأعداد الزوجية أنتجنا الأعداد المستطيلة كما في الشكل⁴.



الأعداد المربعة



الأعداد المستطيلة

¹ جعفر آل ياسين، المرجع السابق، ص 41.

² حربي عباس عطيتو محمد وحسان حلاق، المرجع السابق، ص 49.

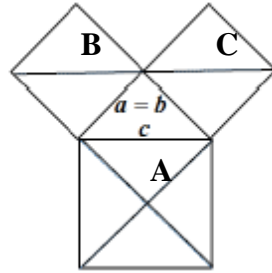
³ المرجع نفسه، ص ص 49-50.

⁴ عبد الجليل كاظم الوالي، المرجع السابق، ص 90.

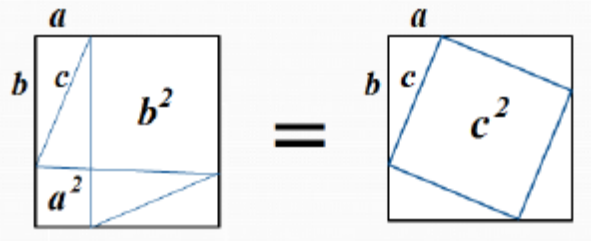
الفصل الأول مقارنة تاريخية مفاهيمية لنشأة الفكر الرياضي

إن هذا الانقسام للأعداد يرتبط ارتباطا وثيقا بأشكال هندسية وكلما توضع أعداد سواء كانت زوجية أو فردية تنتج أشكالا مختلفة إضافة إلى ما تم ذكره عن الرياضيات عند فيثاغورس فإن له أيضا نظريات هندسية أخرى أهمها نظرية متمثلة في المثلثات قائمة الزوايا حيث: "أن أعظم كشف قام به فيثاغورس هو النظرية الخاصة بالمثلثات قائمة الزوايا وهي مجموع المربع القائم على الضلعين المجاورين للزاوية القائمة على الضلع الثالث وهو وتر المثلث¹."

إن هذه النظرية تتمثل في أن مربع الوتر المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربع الضلعين القائمين، حيث "c" الذي هو الوتر تمثل في العبارة التالية $a^2+b^2=c^2$ ومنه ففيثاغورس برهن على هذه النظرية من الحالة الخاصة الذي يكون فيها المثلث قائم الزاوية هذه النظرية مباشرة من الرسم الموضح في الصفحة.



ومن هذا الرسم برهن فيثاغورس على هذه النظرية من الحالة الخاصة ومن الحالة العامة فبرهن عليها بشكل لا تدل حالة من الأول برهن عن طريقة صحة هذه النظرية.²



¹ برترند راسل، المرجع السابق، ص 77.

² حسن بدور، المرجع السابق، ص 49.

ومن هنا انطلاقاً من هذه النظرية فإنه إذا كان ABC مثلث قائم فإن مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طول الضلعين أي $A^2+B^2=C^2$ ومنه فبرهن عليها فيثاغورس بأشكال هندسية من خلالها صحة هذه النظرية.

وعلى هذا الأساس فإن المثلث الذي أضلاعه ABC وتحقق فيه فيثاغورس من صحة عرف بمثلث فيثاغورس أما مجموعة الأعداد $(A.B.C)$ ما تعرف بثلاثية فيثاغورس حيث نجد قد وجد أكثر من طريقة لإيجاد ثلاثياته وعلى سبيل المثال من المطابقة:

$$(n+1)^2+(n)=2n+1$$

استنتج عن طريق هذه المطابقة أن الأعداد $n + 1, n\sqrt{2n+1}$ تمثل ثلاثيات فيثاغورس، وذلك عندما يكون المجموع $(n+1)+(n)=2n+1$ عند وجود عددين متتاليين يكون مجموعهما يمثل ثلاثية فيثاغورس مثل: (5، 12، 13).¹

ومن هنا ففيثاغورس اهتم بالأشكال الرياضية كالمثلثات والأعداد وذلك من أجل الوصول إلى طريقة نستطيع بها الربط بين الحقائق والمفاهيم الرياضية التي بعدها تحصل على براهين في مختلف القضايا التي تحصل عليها بهذا أهم ما جاء في نظرية فيثاغورس الرياضية والتي جمعها فيما بعد إقليدس كأسس وبراهين يتم بها البرهنة على مختلف النظريات الهندسية.

3- الرياضيات عند الطبيعيين المتأخرين:

إن تطور الرياضيات عند اليونان في هذه المرحلة يرجع إلى مجموعة من الشخصيات برزت في هذا المجال من خلال تحقيق إنجازات في العلم الرياضي نذكر منها: "تياتيتوس" "يودكسوس"، "كانيدي"، و"أبقراط الخيوسي"، حيث إن "تياتيتوس" وضع أساس المعلومات التي تضمنها الكتاب العاشر من كتاب إقليدس، إضافة إلى أنه قام بالكشف عن ثمان أوجه وذا العشرين وجهاً من نظرية المجسمات المنتظمة، ويعتبر تاتيتوس أول من كتب عن

¹ حسن بدور، المرجع السابق، ص 50.

المجسمات المنتظمة الخمسة، حيث يمثل المجسم الأول في "أن مجموع الزوايا مستوية لأي زاوية مجسمة محدبة أقل من أربع قوائم، ولا يمكن أن نصل إلى النهاية العظمى (أي أربع قوائم) إلا إذا أفردت الزاوية مجسمة حول رأسها وعند إذن تصبح الزاوية المجسمة لا وجود لها"، في حين أن المجسم منتظم المحذب الثاني تمثلت قاعدته في أنه "إذا كانت الأوجه مثلثات فيمكن أن يوجد حول النقطة:

أ. ويكون المجسم رباعي الأوجه أي هرم.

ب. أربعة مثلثات ويكون المجسم ثماني أوجه.

ج. خمسة مثلثات ويكون المجسم ذو العشرين وجهاً".

هذه القاعدة تتعلق بالمجسم الثاني من المجسمات المنتظمة المحدبة، أما قاعدة المجسم الثالث فتمثلت في انه إذا كانت الأوجه عبارة عن مربعات فإنه يمكن أن تكون هناك ثلاثة أوجه فقط حول النقطة، وبالتالي يكون المجسم الناتج عن هذا هو سداسي الأوجه أي مكعب. في حين القاعدة الرابعة التي تتعلق بالمجسم الرابع فتمثلت في أنه إذا كانت الأوجه عبارة عن مجسمات فإنه يمكن حينها أن توجد ثلاثة أوجه فقط، وبالتالي يكون المجسم ذا الاثنتي عشر وجهاً، أما المجسم الخامس والأخير فتمثلت قاعدته في أنه لا يمكن أن يوجد غير ذلك لأن زاوية المسدس $\frac{4}{3}$ قائمة وثلاث زوايا منها تساوي أربع قوائم¹.

ومنه فإن الرياضيات عند "تيايتيوس" تمثلت في اكتشافه لنظرية المجسمات المنتظمة التي اهتم بها أفلاطون فيما بعد، إضافة إلى أنه يعتبر صاحب المعلومات التي تضمنها الكتاب العاشر من كتاب الأصول إقليدس.

أما بالنسبة للشخصية الرياضية الثانية هو "يودكسوس الكنيدي" حيث يعده المؤرخون أكبر وأعظم رياضي في عصره، وتمثلت إنجازاته في العلم الرياضي في إقامة النظرية العامة في التناسب والقسمة الذهبية وطريقة الاستنفاد أو الاستغراق التي هي طريقة صادقة

¹ حربي عباس عطيتو محمد وحسان حلاق، المرجع السابق، ص ص 112-113.

للكميات اللانهائية الصفر إضافة إلى قيامها على أساس التصور فكرة النهائية تصورا دقيقا. ومن خلال اكتشاف هذه الطريقة أصبح يودكسوس يعتبر من أقدم الرواد لنظرية حساب التكامل، ومنه فهذه الطريقة التي وضعها يودكسوس يمكن تبينها من خلال البحث في مسألة مساحة الدائرة، حيث إنه يمكن لنا رسم سداسي منتظم داخل الدائرة عندها تقع رؤوس المسدس الذي رسمناه، كما أنه يمكن لنا أيضا رسم مضلع سداسي منتظم آخر خارج الدائرة فتكون أضلاعه تلامس الدائرة، وعلى هذا الأساس فإن مساحة الدائرة توجد بين مساحة المضلع الأول الموجود داخل الدائرة ومساحة المضلع الثاني الموجود خارج الدائرة.

ومنه فمساحة الدائرة تعتبر أكبر من مساحة المضلع الأول، وأصغر من مساحة المضلع الثاني وبالتالي مساحة المضلعات هنا معروفة، ومنه فكلما زاد عدد أضلاع المضلع الداخلي فإن مساحة المضلع المنتظم تتناسب مع مربع قطر الدائرة وبالتالي كلما زاد عدد الأضلاع كلما كانت مساحة المضلع قريبة من مساحة الدائرة وكذلك الأمر نفسه وكذلك الأمر نفسه ينطبق على المضلعات التي في الخارج، وكلما كان عدد الأضلاع في تزايد كلما كانت مساحة المضلع الخارجي قريبة من مساحة الدائرة وذلك كونها دائما أكبر منها عكس المضلعات الداخلية التي تكون دائما أصغر منها وعلى هذا الأساس يمكن لنا أن نستخلص أنه كلما كان عدد الأضلاع في تزايد سواء كان المضلع الداخلي أو الخارجي فإننا نقرب أكثر من مساحة الدائرة في كلا الجانبين من الأعلى والأسفل، وهذا ما يعني طريقة الاستنفاد والاستغراق التي جاء بها يودكسوس¹.

لقد اكتشف يودكسوس الكنيدي نظرية التناسب والقسمة الذهبية إضافة إلى طريقة الاستنفاد أو الاستغراق فأصبح من خلال هذه النظريات أعظم رياضي في ذلك العصر إضافة إلى هؤلاء الفلاسفة نجد كذلك أبقراط الخيوسي يعتبر أعظم الرياضيين حيث كان عالما في الهندسة وقبل أن يكون رياضيا، كان تاجرا ثم بعد ذلك تفرغ للاهتمام بالرياضيات،

¹ حربي عباس عطيتو محمد وحسان حلاق، المرجع السابق، ص ص 113-114.

عندها كتب أول كتاب في الهندسة واكتشف طريقة التنسيق الهندسي التي هي الانتقال من قضية أو نظرية إلى أخرى وذلك كوننا نعتمد في حل القضية اللاحقة على حل القضية السابقة لها¹.

إن الرياضيين في أثينا كان اهتمامهم مركزا على ثلاث مسائل رياضية هي: تربيع الدائرة، وتثبيت الزاوية، ومضاعفة المكعب وقد كانت المسألة الأولى المتعلقة بتربيع الدائرة مسألة قديمة لم يجد لها الرياضيين حلا صحيحا، أما المسألة الثانية والثالثة فيعتبر ظهورهم في نظرهم ليس طبيعيا كما هو الحال بالنسبة للمسألة الأولى، وانطلاقا من هذا عامل أبقراط الخيوسي على حل المسألة الأولى المتعلقة بتربيع الدائرة ومن خلال محاولته في حل هذه المسألة توصل أبقراط إلى الكشف عن بعض الهلاليات التي يمكن لها في نظره أن تربيع. ومنه كشف أبقراط عن ثلاثة أنواع من الهلاليات الخمسة التي يمكن تربيعها بطريقة سهلة وبسيطة، وقد قام أبقراط بحل هلالية من الهلاليات التي اكتشفها وذلك من خلال اعتبار أن نصف المربع أ، ب، ج محاط بنصف الدائرة التي مركزها م، حيث نقوم برسم نصف دائرة قطرها أ، ب، ومنه فبالنسبة بين مساحتي نصفي دائرتين هي في نظره كالنسبة بين مربعي قطريهما، وبالتالي هنا نصف الدائرة الكبرى يساوي نصف الدائرة الصغرى، ومنه فعندما نطرح قطعة مشتركة بين مساحتي نصفي الدائرة فإننا نجد أن مساحة الهلالي هو مساحة المثلث أ، ب، م متساويتان، ومنه نلاحظ أن أهمية هذه القضية البسيطة التي وضعها أبقراط تكمن في معرفة النظرية الهندسية القائلة بأن النسبة بين مساحتي دائرتين كالنسبة "س" مربعي قطريهما².

إن محاولة أبقراط الخيوسي في حل مسألة تربيع الدائرة التي كانت تشغل الرياضيين قبله أدت إلى اكتشاف ثلاث أنواع من الهلاليات واهتم بحل هذه الهلاليات وتوضيحها.

¹ جورج سارطون، ج2، المرجع السابق، ص103-108.

² حربي عباس عطيتو محمد، حسان حلاق، المرجع السابق، ص115-116.

وتمثلت إسهامات أبقراط الخيوسي في العلم الرياضي في محاولته لحل مسألة مضاعفة المكعب التي يقال أنها ظهرت تاريخيا من طرف كهان أحد المعابد، حيث يروى بأنه قيل لأحد هؤلاء الكهان في منامه أم الله يريد تمثالا يكون ضعف التمثال الموجود بمعبدهم ومن هنا اتجه الكهان إلى مضاعفة كل أبعاد التمثال ليتضح لهم أن النتيجة تتمثل في ثمانية أمثال للحجم الأصلي الموجود في المعبد، إلا أن هذا الأمر يؤدي في نظرهم إلى تكلفة مالية كبيرة وبالتالي ذهبوا يبحثون عن حل لهذه المسألة، فبدأ رجال الهندسة يبحثون عن حل لهذه المشكلة من الناحية الهندسية وكان من بينهم أبقراط الخيوسي وعندما لجؤوا إلى حلها بطريقة جبرية تمثلت في أنه إذا كان طول ضلع هذا المكعب يساوي "أ"، فإن المسألة في رأيهم تتطلب منا أن نعين "س"، حينها يكون "س³=2³أ³"، إضافة إلى ذلك فنجدهم وضعوا له حلا آخر تمثل في إيجاد وسطين متناسبين في تناسب مستمر بين الطول "أ" والطول 2،

س/أ = ص/12 = ص عندنا ينتج لنا من هذا "أ"، ن س²=2أس، ص²=2أس، إذن س³أ⁴=2³س أو س³أ³=2³.

فلقد استخدم أبقراط هذه الطريقة لحل مسألة مضاعفة المكعب التي كانت تشغل اهتمام المهندسين، وانطلاقا من هذا نلاحظ أن أبقراط الخيوسي كان على علم كبير بالنسب المركبة ولقد استعمل من تلك المعرفة من صفات الأعداد بعدها طبقها على المستقيمات بطريقة حدسية ويعتبر أبقراط أول من استخدم حروف الهجاء في الأشكال الهندسية والتعبير عنها، إضافة إلى اكتشافه أيضا لطريقة التنسيق الهندسي من هنا لقب أبقراط بأبي الهندسة من خلال إسهاماته وإنجازاته العظيمة في مجال الرياضيات¹.

إن أبقراط الخيوسي يستحق أن يسمى بـ "أبي الهندسة" لإنجازاته جديرة وجيلية، ساهمت في تقدم العلم الرياضي وتطوره.

¹ حربي عباس عطيتو محمد وحسان حلاق، المرجع السابق، ص116.

الفصل الثاني

الخليفة الرياضية للفلسفة الأفلاطونية

المبحث الأول: التعريف بأفلاطون وفلسفته

المبحث الثاني: أثر الرياضيات في النسق الأفلاطوني

المبحث الثالث: الرياضيات بين العالم المعقول والعالم المحسوس

يعتبر أفلاطون من أشهر الفلاسفة عبر التاريخ، حيث أسس خلال حياته أكاديميته التي عمل فيها على تدريس مختلف العلوم خصوصا العلوم الرياضية، حيث شهدت فترة ما قبل أفلاطون تطورا علمي ملحوظا في مختلف العلوم كالتب والرياضيات وغيرها، ومن أشهر فلاسفة هذه الحقبة الزمنية هو طاليس الذي عمل على تطور العلم الرياضي والفلك أيضا، إضافة إلى فيثاغورس ومدرسته من خلال اهتمامه بالرياضيات والأعداد وتفسيره للعالم على نحو رياضي، برده الكون إلى العدد، وهذا الأخير كان له تأثير شديد على أفلاطون ومهد له الطريق في بناء نسقه الفلسفي الرياضي من خلال الاعتماد على الرياضيات كمنهج للوصول إلى الحقيقة الأبدية، وبالتالي كان لهم تأثير شديد في بناء الخلفية الفلسفية لأفلاطون، فما الخلفية الرياضية لبناء النسق الفلسفي الأفلاطوني؟

المبحث الأول: التعريف بأفلاطون وفلسفته.

إن أفلاطون عاش في فترة شهد فيها تطور علمي ملحوظ في مختلف الأقطاب التي زارها، إذ أن قيامه برحلات عديدة إلى كل من ميجارا وإيطاليا وغيرها، كان بهدف الالتقاء بفلاسفة والاحتكاك بهم، فأدى ذلك إلى زرع حب الاهتمام لدى أفلاطون، فاهتم بالكثير من العلوم وعلى رأسهم الرياضيات، وعرف بجمله من الأفكار المثالية مستعينا في ذلك بالمنهج الرياضي الذي كان له دور في بناء صرحه الفلسفي، فمن هو أفلاطون وما هي فلسفته ومنهجه؟

1- حياته: (427-347 ق.م)

إن أفلاطون فيلسوف مثالي يوناني ولد "في السنة الثامنة والثمانين للأولمبياد (27.427 ق.م) وتوفي سنة 108 (47.348 ق.م) عن عمر يناهز الثمانين، وكان ينحدر من أقرع الأسر الأثينية إذ كان والده أريستون يرقى بنسبه إلى الملك كودرس **Codrus** آخر ملوك أثينا، ووالدته بريكتيوني **Perictionne** ترقى بنسبها إلى صولون واضع النواميس"¹.

فأفلاطون ابن أريستون وبريكتيوني ولد في أثينا وعاش فيها معظم حياته التي بلغت الثمانين سنة وتوفي فيها، كما أن البيئة التي نشأ فيها أفلاطون هي التي أثرت في شخصيته إذا اعتبر العامل الأساسي الذي أدى إلى ظهور نظرية المثل عنده وظهوره كفيلسوف، احتل مكانة سامية في تاريخ الفلسفة بصفة عامة وتاريخ الفلسفة اليونانية خاصة هو "المحيط الذي عاش فيه والبيئة العائلية والاجتماعية التي ترعرع فيها فقد كان محظوظا إذ نشأ وسط أسرة أرستقراطية ملكت ثروة كافية مكنته من أن يحيا الفراغ اللازم لحياة مكرسة للفلسفة، ومنه التعرف على العديد من علماء ومكري وفلاسفة عصره التي كان لهم دورا هاما في بلورة أهم أفكاره"².

¹ ماجد فخري، تاريخ الفلسفة اليونانية من أفلاطون وبرقليس، دار العلم للملايين، بيروت، لبنان، ط1، 1991، ص76.

² فاطمة حيمان، النزعة الأفلاطونية في نظرية المعنى والدلالة عند جوتلوب فريجة، مذكرة لنيل شهادة الماجستير في الفلسفة، إشراف: حياة بن بوزيد، تخصص فلسفة قديمة، المدرسة العليا للأساتذة في الآداب والعلوم الإنسانية، بزريرة-الجزائر، 2005-2006، ص31.

لقد نشأ أفلاطون في هذه البيئة تنشئة عالية مكنته من احتلال مكانة هامة في الفكر الفلسفي إضافة إلى النسب العائلي الذي ساهم في تكوين ذلك من خلال نشوءه في وسط ملئ بالعلماء والمفكرين والفلاسفة.

إن أفلاطون كان يمتاز بثقافة واسعة وذلك من خلال اهتمامه بالشعر والفكر، أما بالنسبة لدراسته للفلسفة فقد ذكر أريستو أن أفلاطون اتصل في مطلع شبابه بأقراطيلوس^(*) الذي كان فيلسوفا على مذهب هيرقليطس فتعلم منه مبادئ الفلسفة.¹

لقد كان أفلاطون مهتما بثقافة عصره من شعر وفكر وفلسفة، لذلك كان ملما بكل ما أحاط به في عصره.

لما بلغ أفلاطون سن العشرين التقى بأستاذه سقراط الذي كان له الفضل الحقيقي في تنشئته فلسفياً، حيث "ظل أفلاطون الصديق والتلميذ المخلص لسقراط في الثماني سنوات الأخيرة من حياة سقراط"، ولقد شكلت آراءه وشخصية الأستاذ الدافع الثقافي الأكبر لحياة أفلاطون وكانت هي الملهم لكل تفكيره².

كان سقراط هو الأستاذ والملهم وصاحب الفضل الحقيقي لأفلاطون في تكوين مجمل أفكاره وكان له الفضل في تغيير حياته وبالتالي كان لسقراط تأثير كبير على أفلاطون خصوصاً من ناحية المنهج الذي اعتمده سقراط وكذلك توجهه الفلسفي.

لقد كان أفلاطون في بداية حياته له ميل بالسياسة كباقي الشبان الذين ينحدرون من أسر عريقة كأسرة أفلاطون، أن يكرس نفسه للسياسة إلى أن ما وصلت للحكومة إلى حد

^(*) هيرقليطس: فيلسوف يوناني سابق على سقراط يقول بالتغير الدائم، عاش في أواخر القرن السادس ق.م ويقر هيرقليطس بأن النار هي المبدأ الأول واللوعوس أثار جدلاً عند هيرقليطس فهو يراها "نسباً فحسب، نسباً مادياً" ويتصوره الآخرون أنه مبدأ عقلي. ينظر: رحيم أبو رغيغ الموسوي، الدليل الفلسفي الشامل، ج3، المرجع السابق، ص606-607.

¹ عبد الرحمن بدري، موسوعة الفلسفة، ج1، المؤسسة العربية للدراسات والنشر بيروت، لبنان، ط1، 1984، ص154.
^{*} سقراط: فيلسوف يوناني، 470 ق.م-399 ق.م، لا نعرف سقراط مباشرة لأنه لم يكتب شيئاً بل نعرفه من خلال مؤثرات كثيرة ترسم لنا وجوهاً مختلفة له، ومنه فلسفة سقراط تناظر على ما يفترض فلسفة محاورات أفلاطون الشباب، حيث نقل أفلاطون ما تضمنته فلسفة سقراط وكتبها في شكل محاورات سقراطية. ينظر: جورج طرابيشي، معجم الفلاسفة، دار الطليعة، بيروت، لبنان، ط3، 2006، ص365-366.

² ولتر تيبس، تاريخ الفلسفة اليونانية، تر: مجاهد عبد المنعم مجاهد، دار الثقافة، القاهرة مصر، ط1، 1920، ص144.

انحدارها من الحكومة الإقليدية إلى الغوغائية والجرائم السياسية، وبدأت في مطاردة سقراط، مما أدى إلى كره أفلاطون للسياسة، رغم أنه جاء بعدهم أصحاب الديموقراطية إلا أنهم كانوا أسوء من سابقهم بكثير، حيث أنهم قاموا بتدبير حكومة سقراط والحكم عليه بالإعدام والقتل من خلال تجرع السم الذي كان ذلك في سنة 399 ق.م.¹

إن ما حدث مع سقراط من طرف الحكومة الحاكمة في أثينا آنذاك جعل أفلاطون يغير وجهة نظره نحو السياسة وبالتالي أدى ذلك إلى كرهه الشديد للسياسة وللحكومة الجائرة والطاغية.

وعلى هذا الأساس فإن سقراط كان هو السبب وراء رفض أفلاطون العمل بالسياسة وذلك أدى إلى تلقي أفلاطون أشد صدمة من طرف الحكومة وهو في حوالي الثامنة والعشرون عندما رأى أستاذه يتم الحكم عليه بالإعدام باطلاً وبأنه مفسد الشباب ولا يعترف بأهله المدينة، ومنه فهذه الواقعة في نفس أفلاطون أثرا عميقا.²

إن محاكمة سقراط كانت بمثابة أكبر صدمة تلقاها أفلاطون وهو في سن الثامنة وعشرين، حيث حضر أفلاطون هذه المحاكمة التي كانت وراء كرهه للسياسة بصفة عامة والديمقراطية بصفة خاصة فالتهمة الباطلة التي لفتت لسقراط كانت باطلاً رغم أن الحكومة كانت ديمقراطية إلا أن حكمها كان حكم جائر وظالم في حق سقراط.

إن أفلاطون بعد وفاة أستاذه سقراط سلك حياة الترحال، حيث أنه رحل إلى مدينة ميغارا (Me gara) ولاذ بالفيلسوف إقليدس الميغاري*، ثم سافر إلى قورينا في إقليم برقا بليبيا ثم بعد ذلك إلى إيطاليا ثم إلى مصر حيث تعلم منهم الرياضيات المصرية وخصوصا الهندسة، كانت

¹ عبد الرحمن بدوي، موسوعة الفلسفة، ج1، المرجع السابق، ص155.

² جوناثان ركاج، الموسوعة الفلسفية المختصرة، تر: فؤاد كامل وآخرون، مر: زكي نجيب محمود، المركز القومي للترجمة، القاهرة، مصر، ط1، 2013، ص45.

* إقليدس الميغاري: فيلسوف يوناني (450-380 ق.م) أسس المدرسة المغارية التي تردد عليها أفلاطون، فلسفته نظير فلسفة الإبلين تنكر الحركة، وتمهد السبل أمام نظرية المثل الأفلاطونية، كان يهاجم خصومه لا في مقدمات استدلالاتهم بل في النتائج، التي كانوا يستخلصونها منها. ينظر: جورج طرابيشي، معجم الفلاسفة، المرجع السابق، ص81.

رحلته إلى مصر سنة 395 ق.م، والذي كان وراء رحلاته إلى خارج بلاد أثينا لصقلها وكذلك لجنوبي إيطاليا هو اتصاله بالمدرسة الفيثاغورية المزدهرة في هذه المنطقة حيث كان على رأسها أرخوطاس الترنتي، وكذلك رحل إلى صقليا تلبية لدعوة طاغية صقليا المدعو ديونيسيوس الأول¹.

وهذا يعني أن أفلاطون بعد مصرع أستاذه سلك طريق السفر والترحال وراح يجول في البلدان ويتعلم من علومهم وأخذ عنهم خاصة المدرسة الفيثاغورية وكذلك الرياضيات المصرية. ولقد دامت فترة ترحال وسفر أفلاطون ما يقارب عشرة أعوام، حيث زار فيها ميغاليا التي أسس فيها صديقه إقليدس المدرسة المغارية، قام فيها بجمع كل من فكر "سقراط" وفكر "الإيليين"، وبرحلته إلى ميغاليا درس أفلاطون حينها فلسفة الإيليين خصوصا تعاليم "ميندس" الذي كان له أثر كبير على أفلاطون في الاتجاه الفلسفي بعدها قام بالسفر إلى قورينا ومصر وإيطاليا وصقلية، أين درس هناك في قورنيا الفلك الموسيقى عند عالمها الرياضي "ثيودورس" بعدها انتقل إلى مصر وبقي فيها زمانا طويلا، ذلك نتيجة إعجابه بحكمتهم وعلومهم خاصة علم الفلك والهندسة.

أما بالنسبة لإيطاليا فأفلاطون أثناء إقامته فيها كان على اتصال بالفيثاغوريين، مما أدى إلى تأثره بهم حيث نجد بعض العناصر الفيثاغورية ظهرت في فلسفة أفلاطون خصوصا عقيدة خلود النفس وتناسخ الأرواح والنزعة الصوفية بعدها مباشرة انتقل إلى صقلية وانضم هناك إلى بلاط الملك ديونيسيوس الأول حاكم منطقة سيراكوسة، إلا أن الملك ديونيسيوس لم تعجبه آراء أفلاطون الإصلاحية الأخلاقية والسياسية وكان غاضبا منه مما أدى إلى عرضه في سوق العبيد، إلا أن أفلاطون نجى من العبودية من طرف أنيكارس القوريني الذي افتداه وحرره من تلك العبودية، بعدها مباشرة عاد إلى بلاده أثينا واستقر فيها عام 388 ق.م وكان يبلغ من العمر أربعين سنة².

¹ عبد الرحمن بدوي، موسوعة الفلسفة، ج1، المرجع السابق، ص155.

² فاطمة حيمان، المرجع السابق، ص32.

إن هذه الرحلات التي خاضها أفلاطون وتعلم منها الكثير من خلال تكوينه لأصدقاء واتصاله بفلاسفة ومفكرين، ومنه هذه الرحلات التي قام بها أفلاطون مثلت المرحلة الثانية من مراحل حياة أفلاطون.

وبعودة أفلاطون إلى أثينا واستقر فيها التي كانت حوالي سنة 388 ق.م حيث تفرغ إلى التدريس والتعليم وتلقين كل ما تعلمه من رحلات طيلة حياته فأنشأ مدرسة وهي: "الأكاديمية*" حوالي 367/388 ق.م بالقرب من ضريح البطل أكاديموس، ومن هنا سميت بهذا الاسم "الأكاديمية" وهذه الأكاديمية يمكن أن تعد أول جامعة علمية أنشئت في أوروبا، إذ فيها شملت الدراسة جميع فروع العلم: من فلسفة ورياضيات، وفلك، فيزياء... الخ، وقد أمّ هذه الأكاديمية شباب من كل أنحاء بلاد اليونان، وحتى من خارج بلاد اليونان، وهذا هو ما ميزها عن سائر المدارس التي كانت موجودة في بلاد اليونان آنذاك وقبل ذلك، لقد كانت أكاديمية تدرس لطلابها الرياضيات، الموسيقى، الفلك وتتوج التعليم بتدريس الفلسفة بمختلف فروعها (فيزياء، نظرية المعرفة، الجدال، علم الوجود... الخ) لتكوين السياسي الناجح والمتقف الكامل¹.

إن المدرسة التي أسسها أفلاطون كانت أول مدرسة اهتمت بكل فروع العلم المختلفة وكانت تركز في تدريسها على الفلسفة والرياضيات والفلك والموسيقى وكل ذلك من أجل إنشاء فرد سياسي ناجح كلما ومتقفا بشكل كامل.

لكن أفلاطون قام بعدها برحلة ثالثة كانت حوالي سنة 361 قبل الميلاد، وكانت تلك الرحلة "تلبية لدعوة ملحة من ديونوسيوس الثاني الذي رغب في مواصلة دراسة الفلسفة، وإبان هذه الرحلة وضع أفلاطون مسودة دستور الاتحاد الكنفدرالي بين المدن اليونانية لمواجهة الخطر القرطاجي غير أنه لم يفلح أيضا رأب الصدع بين ديونوسيوس الثاني، وعاد

(*) الأكاديمية: Academie وهي المدرسة التي أسسها أفلاطون عام 387 ق.م درس فيها الرياضيات والفلسفة وكتب على بابها: من لم يكن مهندسا فلا يدخل علينا، لعبت هذه الأكاديمية دورا هاما في تعليم الرياضيات والفلك حيث كان المذهب الأفلاطوني. ينظر: جميل صليبا، ج1، المرجع السابق، ص113. وأيضا: مصطفى حسيبة، المعجم الفلسفي، دار أسامة للنشر والتوزيع، الأردن، عمان، ط1، 2009، ص83.

¹ عبد الرحمن بدوي، موسوعة الفلسفة، ج1، المرجع السابق، ص155-156.

أفلاطون في العام التالي، أي سنة 360 ق.م إلى أثينا، واستأنف نشاطه في الأكاديمية، واستمر في عمله هذا حتى وفاته في سنة 348-347 ق.م¹.

إن الرحلة الثالثة والأخيرة التي خاضها أفلاطون كانت من أجل تلبية دعوة دونوسيوس الثاني لتعليمه الفلسفة بعده في العام الموالي رجع أفلاطون وواصل عمله في التدريس والتعليم في أكاديميته في فترة دامت عشر سنوات إلى أن وافته المنية وتوفي عن عمر يناهز الثمانين سنة، تاركا وراءه إرثا فلسفيا تمثل في محاوراته ومؤلفاته ونظرياته وأفكاره، توفي دون أن يجسد تلك المدينة والجمهورية الفاضلة التي لا طالما حلم بها وتناولها في جل مؤلفاته، توفي أفلاطون لكن أفكاره وإرثه الفلسفي مازال حيا يذكر إلى يومنا هذا.

2- مؤلفاته:

يعد أفلاطون من الفلاسفة الموسوعيين، فهو مؤلف مكثارا ترك لنا عددا كبيرا من المؤلفات وصلت إلينا كاملة، فهو فيلسوف محظوظ لأنه يعتبر فيلسوف من بين الفلاسفة القدماء تظل جميع مؤلفاته في الحفظ والصون دون أن يشوبها الضياع والاندثار، ولقد صاغ أفلاطون جميع مؤلفاته بأسلوب الحوار إلا مقالة "الحدود" وكذلك مقالة "الخير" التي ذكرها أرسطو* وكذلك الرسائل الثلاث عشر التي كتبها بطريقة الكلام المرسل وليس بطريقة الحوار².

إن أفلاطون هو من الفلاسفة المحظوظين وكل مؤلفاته وكتبه التي دونها وأفكاره التي عالجها وصلت إلينا كما وضعها أفلاطون، ولم تسطو عليها يد الضياع.

وما دفع بأفلاطون أن يختار أسلوب الحوار في كتابة مؤلفاته هو أن الحوار كان عنده هو الطريقة المثالية لاكتشاف الحقيقة، مثلما كان عند أستاذه سقراط، وذلك باعتبارهم بأن

¹ عبد الرحمن بدوي، موسوعة الفلسفة، ج1، المرجع السابق، ص156.

* أرسطو: يعرف باللغة الإغريقية بأرسطو طاليس، تتلمذ على أفلاطون ما يقارب عشرين عاما، كان عضوا في الأكاديمية، كان أرسطو مشتهرا بنزعه الواقعية خلافا لأفلاطون المثالي. ينظر: رحيم أبورغيف الموسوي، الدليل الفلسفي الشامل، ج1، المرجع السابق، ص ص75-81.

² محمد عبد الرحمن مرحبا، الموسوعة الفلسفية الشاملة، عويدات للنشر والطباعة، بيروت، لبنان، مج1، ط1، 2007، ص114.

الحقيقة هي كامنة في نفس الإنسان مثل كمن النار في الحجر وهي معروفة للنفس حينما كانت في عالم المثل إلا أنها لما هبطت غشتها الغواشي وبالتالي لا سبيل لإظهارها وبيانها إلا باتباع أسلوب الحوار واحتكاك الآراء وكذلك إخضاع هذه الأفكار للنقد من طرف الآخرين واختبارهم، وقد يكون لأفلاطون دوافع أخرى إلا أن هذا هو الدافع الأساسي لاختياره للحوار¹. إن أسلوب الحوار كان ظاهرا في معظم مؤلفات أفلاطون ومعظم كتبه كانت على شكل محاورات عالج فيها أفكاره الفلسفية.

تعتبر المحاوراة الأفلاطونية كنوع خاص من أنواع الكتابة التي عكس فيها أفلاطون العصر الذي عاش فيه بمختلف جوانبه السياسية والثقافية والعلمية وغيرها، حيث قام فيها بتصوير دقيق للظروف التي تم فيها الحوار وللزمان والمكان مبينا فيها أبرز الشخصيات التي عرفها المجتمع الإغريقي، في تلك الفترة كسقراط والسفسطائيون وكذلك الشعراء والسياسيين وغيرهم.

ولقد كان حاضرا فيها العنصر العقلي والعلمي الرياضي وعنصر الجدل والمناقشة، وكذا العنصر الأسطوري والعنصر الفني والشعري، وقد قام أفلاطون في محاوراته بالمزاوجة بين هذه العناصر كلها التي ورثها عن الذين سبقوه حيث اعتمد في ذلك منهج سقراط التوليدي* الذي كان على شكل مرحلتين: مرحلة التهكم ومرحلة التوليد، وقد قام أفلاطون باختيار سقراط وجعله لسان ناطق في فلسفته مستخدما في ذلك أسلوب سقراط أي الحوار وذلك نتيجة تأثيره الكبير بأستاذه سقراط في تصوره للفلسفة وذلك باعتبار الحوار كما كان عند أستاذه سقراط بأنه الطريقة المثلى لاكتشاف الحقيقة وذلك يتم عن طريق احتكاك الآراء والأفكار وإخضاعها للنقد والمناقشة².

¹ محمد عبد الرحمن مرحبا، المرجع السابق، ص115.

* المنهج التوليدي: هي طريقة اتخذها سقراط مبنية على إشعار النفس بما تنطوي عليه من المعرفة الفطرية، فقد كان كما يقول انه يشهد بحواره مخاض النفس عند ولادة الأفكار كما كانت أمه القابلة تشهد مخاض النساء عند ولادة الأطفال. ينظر: جميل صليبا، ج1، المرجع السابق، ص368.

² فاطمة حيمان، المرجع السابق، ص35.

ومنه فالمحاورات التي ألفها أفلاطون عكست مختلف جوانب عصره وعكسته مجمل أفكاره وفلسفته التي صاغها على منهج وأسلوب أستاذه سقراط.

وعلى هذا الأساس فإن أفلاطون في كتابته لمؤلفاته لم يكن بذلك فيلسوف فقط، وإنما كذلك أديب وفنان يلتقي فيه بذلك الفيلسوف الكاتب القصصي والشاعر حيث كان أسلوبه خياليا لا علميا حيث كان يشرح أفكاره عن طريق الاستعارات والقصص الأسطورية، فهو يقدم لنا في محاوراته صورة من الحياة أكثر مما يقدم منها في التفكير واضح المعالم سليم الخطوات خاليا من العيوب المنطقية والمقتضيات المنهجية، ولهذا: "ذهب أحد النقاد قديما إلى القول إن مذهب أفلاطون لو كتب بأسلوب غير أسلوب أفلاطون لما فهم أحد منه شيئا"¹.

وبهذا أفلاطون لم يكن فيلسوفا فقط وإنما أديبا وفنان، وبذلك قدم لنا محاوراته بأسلوب سليم الخطوات وخالي من العيوب المنطقية وكان أسلوبا واضحا.

إن المحاورات الأفلاطونية أثارت خلاف كبير حول ترتيبها الزمني وبذلك اختلف الدارسين لأفلاطون في دراستهم لهذا الترتيب، حيث نجد أن المحاورات التي عالجت القضايا الأخلاقية واهتمت بكيفية مجادلة الوصول إلى تعريف الفضائل وفق المنهج السقراطي، وهذه المحاورات سميت بالمحاورات السقراطية التي كتبها أفلاطون وهو في شبابه، حيث تمثلت في محاوره "الدفاع" وأيضا محاوره "أوطيغرون" التي كان سقراط فيها في محاولة إيقاظ الناس وذلك من خلال استعمال الفكر وإعمال العقل وكذلك عدم قبول أي شيء دون أي إقامة بحث والتحقيق فيه، وكذلك منها محاوره "فيدون" التي دارت حول خلود النفس.

بعدها تأتي مرحلة الشباب هذه المحاورات: "هيبياس الأصغر" و"الكيبياديس" و"هيبياس الأكبر" و"لاخيس" و"بارمينيدس" و"ليسييس" و"بروتا جوراس" و"أيون" و"جورجياس" والمقالة الأولى من "الجمهورية"، وقد اهتم أفلاطون في هذه المرحلة بالريطوريقا والبيان في محاوره "مينيكسينون"، وبالنسبة للغة وأصلها كان في محاوره "كاراتولوس"، وبالمرحلة والفضيلة والهجوم

¹ المرجع نفسه، ص35-36.

على السفسطائيين في محاوره "أوتيديموس" وبالحب الفلسفي في محاوره "المادية"، بعدها رسم في الأخير معالم الجمهورية الفاضلة أي المدينة الفاضلة في بقية مؤلف الجمهورية أما فيما يخص نظرية المثل فعالجها في محاوره "بارمينيدس" ثم حدد مفهوم العلم والخطأ في "تاتوس" وبالتالي هنا نجده اهتم بالمنطق واللغة والميتافيزيقا.

أما المرحلة الأخيرة من عمره أي مرحلة الشيخوخة فلقد اشتغل أفلاطون بمواضيع عديدة اتصفت بالجدل الدقيق، حيث أنه يعالج تحديد مفهوم السفسطائيين وكذلك يتناول موضوع الفن وأقسامه كما حدد كذلك المفهوم السياسي وماهيته وما يجب أن يكون عليه السياسي، ومنه فهذه المرحلة الأخيرة من حياته، تميزت بأنها فترة النضوج وتراكم التجربة لدى أفلاطون حيث أن موضوع تطبيقه لجملة الأفكار في الجمهورية وما وجد من خيبة أمل في صقلية، إلا أنه قد جعله يعدل الكثير من الأفكار التي وضعها، حيث أن هذا ما يمكن قوله عن طابع محاوره "كريتياس" و"القوانين" وكذلك محاوره السياسي، حيث نجد أفلاطون في هذه المرحلة تناول موضوع الفن وخصائصه، إضافة إلى أقسامه في محاوره "السفسطائي" وكذلك محاوره "فيلابوس"¹.

إن المحاورات التي ألفها أفلاطون تم تقسيمها انطلاقاً من مراحل عمره، وبالتالي تمثلت في ثلاث مراحل، وقام أفلاطون طيلة حياته بمعالجة جملة من المواضيع وعالج فيه أفكار ونظرياته، حيث عكس أفلاطون في مؤلفاته جملة الجوانب في عصره كالجانب السياسي والعلمي وغيرهما، التي صاغها بلسان أستاذه متبعاً فيها المنهج السقراطي.

ويمكن أن نلخص محاورات أفلاطون في الجدول التالي:

اسم المحاوره	موضوعها
هيبباس الكبرى	في الجميل
هيبباس الصغرى	في الحق والباطل

¹ عبد الله حسن المسلمي، أفلاطون محاوره منكسنوس أو عن الخطابة، دار التعلم، بيروت، لبنان، ط1، 1972م ص21-ص22.

أيون	في شعر هوميروس
منكسينوس	خطبة رثاء
حزميتس	في الجنة
لاخيس	في الشجاعة
ليسيس	في الصداقة
أقراطيلوس	في اللغة
أوثيديموس	في الحياة الفلسفية
جورجياس	في الأخلاق والسياسة
مينون	في أن العلم تذكرة
أوطيفرون	في التقوى
الدفاع	دفاع سقراط
أقرايطون	الخضوع لقوانين الدولة
فيدون	في خلود النفس
المأدبة	في الحب
بروتاغوراس	في السفطائيين
الجمهورية	في المدينة الفاضلة
فايدروس	في البلاغة
تياتيتوس	نظرية المعرفة
بارمينيدس	في المنطق
السفطائي	في التعريفات
السياسي	وظيفة السياسي
فيلابوس	في اللذة والخير
طيماسوس	في أصل العالم
أفريتاس	في أصل العالم في أصل الإنسان
القوانين	في تنظيم المدينة

يمثل هذا الجدول أهم مؤلفات أفلاطون بمواضيعها المختلفة التي تعبر عن فلسفته وأفكاره¹.

3- منهجه الذي طبع فلسفته:

لقد وفق أفلاطون بين الآراء المتعارضة وعمل على المزوجة بينهما ضمن إطار نسق شامل حيث أن منهج أفلاطون لم يكن مقتصر على حشد الآراء المتعارض، بل عمل على إخضاع هذه الآراء إلى منهج عرف بالجدل أي الديالكتيك فظهرت عبقرية أفلاطون في هذا المنهج الذي هو ذلك "الحوار المنهجي الهادئ المنظم والهادف الذي ينشد بلوغ الحقيقة من خلال تبادل الأفكار والنقد الذاتي، والتصحيح المتبادل بين المتحاورين، الطريق الوحيد للبحث عن الحقيقة والكشف عنها، فلا يمكن حسب أفلاطون أن يحصل الإنسان على العلم بمعناه الحقيقي إلا عن طريق الديالكتيك"².

عرف منهج أفلاطون بالمنهج الجدلي الذي هو حوار بين متحاورين أو أكثر، الهدف منه هو الوصول إلى الحقيقة، وبالتالي لا يمكن الحصول على العلم الحقيقي إلا من خلال الديالكتيك أي إتباع المنهج الجدلي.

يعد أفلاطون باتخاذ المنهج الجدلي أنه أول من قام بصياغة الجدل صياغة فلسفية ربط فيها المنهج بالمذهب، حيث نجد الجدل عند أفلاطون منهج وعلم، "فهو المنهج الكلي للمعرفة يتضمن كل مراحل المعرفة وهو العلم الذي ندرك بواسطته علة المثل ويتلخص المنهج الجدلي عنده في وضع فرض من الفروض يتفق عليه المتحاورون، ويترتب على هذا الفرد من نتائج لازمة عنه"³.

ومنه فالمنهج الديالكتيكي هو منهج يتضمن المعرفة بمراحلها ويتم من خلاله الوصول إلى عالم المثل الإدراكي.

¹ عبد الجليل كاظم الوالي، المرجع السابق، ص 158-159.

² فاطمة حيمان، المرجع السابق، ص 38.

³ المرجع نفسه، ص 39.

لقد وضع أفلاطون تعريفا لمنهجه الديالكتيكي في كتابه الجمهورية بأنه "المنهج الذي به يرتفع من المحسوس إلى المعقول دون أن يستخدم شيئا محسوسا وإنما الانتقال من فكرة إلى فكرة بواسطة فكرة"¹.

وهذا يعني أن المنهج الجدلي يكون الانتقال فيه من فكرة إلى أخرى وليس من شيء محسوس إلى آخر، ومنه فالمنهج الجدلي يهتم بالأفكار من أجل الارتفاع من المحسوس إلى المعقول.

إن المنهج الجدلي عند أفلاطون ينقسم إلى مرحلتين مرحلة استقراء ومرحلة قسمة، "فالاستقراء هو ملاحظة الوقائع الجزئية ثم الارتفاع منها إلى الصفات المشتركة التي تربط بعضها ببعض، أما القسمة فتأتي بعد تبين الصفات المشتركة فيرتفع العقل من الأفراد إلى الأنواع وإلى الأجناس، وإلى أجناس الأجناس أو الأجناس العليا، ولا يتوقف الديالكتيك بل يكتمل بعملية أخرى ينزل فيها العقل من الأجناس العليا إلى الأجناس ثم إلى الأنواع والفرد وبهذا تكتمل مهمته، وهذا ما يعرف بالجدال الأفلاطوني بمرحلتين الجدال الصاعد والجدال النازل"².

ويعني هذا أن المنهج الديالكتيكي الأفلاطوني يسير وفق مرحلتين مرحلة الجدال الصاعد ومرحلة الجدال النازل ومن ثم فالأفكار يتم معالجتها وفق هذين المرحلتين للوصول إلى الحقيقة والكشف عنها وبالتالي فإنه يتم الانتهاء في الجدال الأفلاطوني إلى الاكتشاف والوصول إلى حقائق جديدة موجودة في عالم المثل، أي يتم من خلاله إدراك المثل.

¹ أميرة حلمي مطر، المرجع السابق، ص 178.

² فاطمة حيمان، المرجع السابق، ص 39.

المبحث الثاني: أثر الرياضيات في النسق الفلاطوني

تعتبر فلسفة أفلاطون من الفلسفات ذات الإرث الفلسفي العظيم، لطالما سعى أفلاطون إلى تخليدها في مجتمعه اليوناني ومازالت هذه الفلسفة تتناقل وتدرّس إلى يومنا هذا، وبالتالي فأفلاطون أرسى دعائم فلسفته على علم يعتبر نموذج الدقة واليقين هو العلم الرياضي، فكان له أثر كبير في بناء الفلسفة الأفلاطونية، فكان أفلاطون متأثراً بالرياضيات تأثراً شديداً، فما هو أثر الرياضيات في الفلسفة الأفلاطونية؟

1- تأثير الأوائل في أفلاطون:

إن أفلاطون كان شديد التأثير بمن سبقه خصوصا الفيثاغوريين في عدة جوانب خاصة الجانب الرياضي، "فلقد صبغت فلسفته بالآراء الرياضية التي استمدتها من أصحابه الفيثاغوريين ولاسيما ثيودورس البرماوي، من أرخيتاس التاريني، تلقى أفلاطون تدريباً رياضياً جيداً ويبدو غريباً أن يكون قد تلقى جزءاً أساسياً من هذا التدريب الرياضي عن سقراط الذي لم يكن رياضياً قطعاً، لكن سقراط وإن لم يكن يحفل بالرياضيات كان يستعمل في حوارهِ ضرباً من الحجج يمكن أن تصلح في ميدان الرياضيات"¹.

لقد بنى أفلاطون فلسفته على جملة من الآراء والفلاسفة كان شديد التأثير بهم، واستمد منهم منهجه الرياضي، فكانت فلسفته ذات طابع رياضي تضمنت جملة من النظريات مبنية على أساس رياضي، وبالتالي فأفلاطون من خلال توفيقه وتنسيقه بين جملة والآراء والأفكار السابقة عليه أقام فلسفة رياضية شاملة لكل الآراء.

حيث أننا نجد عند أفلاطون التي الرياضيات التي كانت لدى الفيثاغوريين وكذلك عقائدهم من تناسخ الأرواح وخلود النفس، كما نجد عنده أيضاً عقل "انكساغوراس" ومنهج معلمه سقراط الذي كان على اتصال مباشر به وبتعاليمه².

¹ جورج سارطون، تاريخ العلم، العلم القديم في العصر الذهبي لليونان، ج3، تر: توفيق الطويل وآخرون، اشراف: ابراهيم مذكور وآخرون، المركز القومي للترجمة، القاهرة، مصر، د ط، 2010، ص82.

² فاطمة حيمان، المرجع السابق، ص38.

هذا ما جعل "أفلاطون" يصر على الفيلسوف بضرورة دراسة الجانب العقلي الذي يتمثل في الرياضيات، والجانب الروحي الذي تمثل في الفلسفة: وهذا ما يدل على ان أفلاطون كان متأثراً بالنزعة الفيثاغورية التي كانت منتشرة في جنوب إيطاليا وصقلية وانطلاقاً من هذا نجد أن أفلاطون كان على معرفة بأحدث النظريات الرياضية كذلك على معرفة بكثير من علماء الرياضة الذين عاصروه، أمثال "ثيودورس القورينائي"، و"بوديكسوس الكنيدي" و"ثياتيتوس" وغيرهم¹.

ومنه فأفلاطون في تناوله لمجال الرياضيات كان متأثراً بجملة من النظريات وعلى اتصال بكثير من باحثين الرياضة معاصرين له، كل هذا ساعده على بناء فلسفة رياضية مثالية.

وعلى هذا الأساس فإن اثر المدرسة الفيثاغورية التي صبغت فلسفة أفلاطون خاصة في آخر مرحلة من مراحل حياته فأثرها كان واضحاً من خلال قوله بأن "الرياضيات ضرورية يجب تعلمها، لأنها مصدر الانسجام والانسجام مصدر الخير فيجب إذن من أجل هذا أن يعلم الناس شيئاً من الهندسة والفلك والحساب"².

ومنه فالرياضيات عند أفلاطون تعتبر ضرورية يجب تعلمها والاشتغال بها لتحقيق الائتلاف.

إضافة إلى ذلك نجد أن أفلاطون في فلسفته التي بناها لم يكن مصدرها الفيثاغورية فقط وإنما نجد كذلك أن أفلاطون امتازت طفولته "بالتدين العميق" ولهذا فإنه اتجه عن البحث عن المثل الأعلى أي عن عالم أسمى في ما وراء العالم الحسي عالم تنطلق فيه النفس في صفاتها وتطهرها، فكان أن اكتشف له التجربة الروحية عن آفاق عالم المثل"³.

¹ حربي عباس عطيتو محمد، حسان حلاق، المرجع السابق، ص155.

² عبد الرحمن بدوي موسوعة الفلسفة، ج1، المرجع السابق، ص185.

³ محمد علي أبو ريان، تاريخ الفكر الفلسفي، الفلسفة اليونانية من طاليس إلى أفلاطون، دار الوفاء، الإسكندرية، مصر، ط2، 2014، ص127-128.

فأفلاطون منذ بداية حياته نشأ في بيئة مكنته من بداية بحثه عن المثل وعن عالم مثالي إضافة إلى اتصاله وتأثره ببعض المدارس والفلاسفة في عصره.

ولقد كان أفلاطون متأثراً بما سبقه تأثراً شديداً خصوصاً الفيثاغورية التي تأثر بها "إلى حد التوحيد بين المثل والتصورات الرياضية بل أصبحت المثل أقرب من نماذج مجردة ليس لها فعل مباشر في العالم الطبيعي، وعلى هذا الأساس يمكن أن تشبه المثل بالقوانين الرياضية التي تسيطر على حركة الطبيعة وحركة النفوس وبالتالي يمكن أن نبحت في نظرية متأخرة توحد بين المثل والأعداد المثالية التي هي موضوع دروس أفلاطون الشفهية التي تظهر لنا مدى تأثير أفلاطون بالفلسفة الفيثاغورية وهو تأثر لم يظهر بوضوح إلا بعد أن اتجه إلى تفسير الطبيعة " ¹.

لقد اهتم أفلاطون في فلسفته بما يسمى بالمثل التي هي عبارة عن نماذج مجردة موجودة في عالم أزلي هو عالم المثل إضافة إلى تشبيهه للمثل بالقوانين الرياضية والتوحيد بينها وبين التصورات الرياضية.

لقد كانت الموجودات لدى الفيثاغورية لها شكل ومن هذا الشكل بالنسبة لأفلاطون يدل على المثل، أما عند أريستو فدل على الصورة، وانطلاقاً من هذا يرى فيثاغورس أن الهيئة الرياضية للأشياء هي الأصل فيها، وعلى ذلك فالفيثاغورية لها فضل كبير في اختراع تصور مفهوم أمثال من طرف أفلاطون ولقد اعتبر الفيثاغوريين العدد والشكل الهندسي حقيقة الأشياء، ومن ثم فتفسيرهم الرياضي كان له أثر عظيم في فكر وفلسفة أفلاطون.

ثم إن العلاقة التي كانت تربط "فيثاغورس" و"أفلاطون" علاقة وطيدة، وبالتالي فلقد كان فيثاغورس محظوظاً، وذلك لأن تأملاته وصلت إلينا من خلال أفلاطون ومنه فعالم المثل عند أفلاطون يعتبر تعذيباً وصورة منقحة لمبدأ فيثاغورس يعتبر العدد كأساس للعلم الحقيقي ².

¹ أميرة حلمي مطر، المرجع السابق، ص 169-170.

² بوعزة ساهل، فيثاغورس بين اللاهوت وسمو الرياضيات مبادئ وأصول، الدار البيضاء، مطبعة النجاح الجديدة، ط1، 2008، ص ص 43-44.

كما نجد أفلاطون في مغادرته لأثينا إلى مصر ومن ثم إلى إيطاليا عندما أعدم أستاذه سقراط كان لهذه المغادرة دور في تعرفه على حضارات العالم المختلفة وفرصة مناسبة لمشاهدة العالم وبالتالي بعد مكوته 12 عام عاد إلى أثينا وعندها أسس أكاديميته وذلك عام 385 ق.م كاتباً على بابها عبارته المعروفة "لا يدخل المدرسة من يجهل الهندسة"¹. ومنه فإن الرحلات التي قام بها أفلاطون ساعدته على نقل أفكار ونظريات من عاصروه مما ساعده ذلك في بناء فلسفته الذي كان فيها متأثراً بجملة من النظريات وعلماء عصره. إلا أن أفلاطون كان شديد التأثر بفيثاغورس إلى درجة أن ما يبدو أفلاطونياً نجده فيثاغورياً عند القيام بتحليله.

2- أثر المنهج الرياضي في تأسيس نظرية المعرفة عند أفلاطون:

لقد كان تأثير الرياضيات واضحاً على أفلاطون في العصر الذي كان يعيش فيه ويظهر ذلك من خلال "تلك المقولة التي دونها على مدخل أكاديميته التي تمثلت في قوله: لا يدخل الأكاديمية إلا من كان ملماً بالهندسة، وعلى هذا الأساس جعل أفلاطون دراسة العلوم الرياضية تمهيداً لدراسة الفلسفة في نظام تربيته للحكام الفلاسفة"².

ومنه فإن أفلاطون تأثر بالرياضيات تأثيراً شديداً جعله يجعل من الرياضيات مدخلاً تمهيدياً لدراسة الفلسفة في أكاديميته التي أسسها، ولقد تمثلت العلوم الرياضية التي اهتم بها في نظامه التربوي في أكاديميته وهي الحساب والهندسة والفلك والموسيقى، وأفلاطون لا يقصد بالحساب فن العد الذي يستعمله التاجر أو القائد، وإنما يقصد به الدراسة النظرية للأعداد وخصائصها، أما بالنسبة للهندسة فهي عنده ليست قياس المساحات وإنما هي دراسة للنسب المعقولة، أما فيما يخص علم الفلك فإنه الدراسة للنظام البادي في حركة الكواكب، إضافة إلى ذلك نجد أن علم الموسيقى كان مرتبطاً بعلم الفلك عند أفلاطون، وذلك لأن الموسيقى تبحث في الائتلاف وكذلك النسب الرياضية التي تدخل في نظرياتها³.

¹ حسن بدور، المرجع السابق، ص 68-69.

² أميرة حلمي مطر، المرجع السابق، ص 174.

³ المرجع نفسه، ص 174.

ومنه فالعلوم الرياضية التي كانت تدرس في الأكاديمية الأفلاطونية كانت تتضمن أربع علوم متصلة فيما بينها وهي الحساب والهندسة والفلك والموسيقى.

وعلى هذا الأساس فأفلاطون وسع في دائرة بحوثه، فهو لم يكتفي بالبحث في الإنسان فقط وإنما امتد اهتمامه وبحثه إلى الزيادة في كل صورها المختلفة، وخصوصا في مجال المسائل الرياضية التي تمثلت في الأحجام والأعداد، ومنه أفلاطون يمنح مجال الأعداد مكانة متميزة كونه يتصف بالوضوح، ومنه فأفلاطون كان شديد الاهتمام بالجانب الرياضي وجعل الرياضيات أول العلوم ومدخلا لها¹.

إن أفلاطون اهتم بالعلم الرياضي اهتماما بالغاً وأعطى للرياضيات مكانة هامة وبارزة على باقي العلوم كونها تتميز بالوضوح والدقة وكل ذلك نتيجة تأثيره الشديد والبالغ بالرياضيات. لقد اعتبر أفلاطون الرياضيات مدخلا طبيعيا لجل الدراسات النظرية إضافة إلى كونها أساس منطقي لجميع العلوم، وكذلك اعتبره كنموذج نظري ترتب الموجودات جميعا مما خلال مما أدى ذلك إلى جعل الرياضيات أولى الدراسات العليا عنده فتوح بذلك باب أكاديميته بقول يدل على أهميتها وضرورتها تمثل في "لا يدخل هذا المعهد من لم يكن يتقن علم الهندسة"². ومنه فمن لم يكن يعرف الرياضيات ولا يتقنها لا يستطيع دراسة الفلسفة وبذلك أصبحت الرياضيات مدخلا أساسيا لباقي العلوم بما فيها الفلسفة.

وعلى هذا الأساس استخدم أفلاطون المنهج الرياضي في منهجه الجدلي الصاعد والنازل في تأسيس نظريته في المثل في بناء المعرفة الحقيقية في مقابل المعرفة الظنية، حيث أن أفلاطون في قيامه بافتراض فرضا كمثل للخير يقوم بالبرهنة عليه باستعمال منهجه الصاعد ويطلق عليه حكما يكون عقليا³.

¹ أفلاطون، فيدون في خلود النفس، تر: عزت قرني، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، ط3، 2002، ص 78-39.

² ماجد فخري، المرجع السابق، ص 77.

³ بوعزة ساهل، المرجع السابق، ص 130.

إن أفلاطون يرى بأن الباحث الفيلسوف لا بد له من منهج يستطيع من خلاله الوصول إلى الحقيقة، وذا المنهج موجود في نظره في العلم الرياضي ويسمى هذه المنهج بمنهج الفروض، وتفرض القاعدة فيه كالتالي: "إذا كان المثلث كذا وكذا، ينتج كذا وكذا" يفرض الرياضي هذه النظرية دون أن ينشغل بما إذا كان المثلث فعلا موجودا أو غير موجود" ¹.
ومنه فالرياضي يقوم بفرض هذه القاعدة وتطبيقها دون أن يهتم بوجود المثلث أو عدم وجوده، حيث يرى أفلاطون أنه ما من شيء يمكن الوصول إليه إلا من خلال ملكة الديالكتيك في عقل تمرن بالعلوم والهندسة وغيرهما، "فالمنهج الديالكتيكي هو وحده الذي يمكنه أن يرتفع إلى المبدأ الأول ذاته، بعد أن ينبذ الفروض واحدا بعد الآخر فيما يضمن سلامة نتائجه، وهو وحده القادر بحق على أن يخلص عين النفس من وهدة الجهل الفادح التي تردت فيها، ويرفعها إلى أعلى، مستخدما في هذا العمل ما عددناه من العلوم" ².

وهذا يعني أنه من خلال المنهج الديالكتيكي نستطيع الارتقاء إلى المبدأ الأول ذاته، ومن خلال المنهج الديالكتيكي نتفحص الفروض واحدا تلو الآخر من أجل الوصول إلى نتائج صحيحة وبالتالي من خلاله تستطيع النفس أن ترتقي إلى المثل الأعلى مستخدما في ذلك بعض العلوم كالحساب والهندسة وغيرهما.

لقد كان في المنهج الرياضي دور في تأسيس نظرية المعرفة عند "أفلاطون"، وذلك كون الهدف منه هو الوصول إلى المعرفة أي أن الرياضيات هدفنا من معرفتها هو من أجل المعرفة ذاتها، حيث إنه على سبيل المثال علم الأعداد له قدرة كبيرة تمثلت في مساهمته في الارتقاء في النفس إلى العالي ودفعها إلى التأمل، وبالتالي فالرياضيات هي مران للعقل وذلك كون الموهوبين في الحساب نجدهم يفهمون بسرعة فائقة كل العلوم تقريبا، ومنه فأفلاطون يرى أن الحساب يعتبر نوع من المعرفة لا يمكن الاستغناء عنه، بالإضافة إلى الهندسة التي لها أهمية

¹ محمد غلاب، الفلسفة الإغريقية، ج1، طبع بالقاهرة، مصر، ط1، 1938، ص237.

² أفلاطون، الجمهورية، تر: فؤاد زكريا، دار الوفاء لندنيا للطباعة والنشر، الإسكندرية، مصر، الكتاب السابع، د.ط، 2004، ص428.

كبيرة في العمليات الحربية كل ما يقوم به القائد في معسكراته دليل على مدى معرفته بعلم الهندسة¹.

وهذا يعني أن الهدف من دراسة العلم الرياضي هو الوصول إلى المعرفة وفق المنهج الرياضي.

إن الرياضيات عند أفلاطون لها دور في الحصول على المعرفة والكشف عنها وذلك كون "الرياضة عند أفلاطون مران للعقل على فهم التصورات العقلية المجردة، كما أنها تعتمد على الاستدلال العقلي فتقدم نموذج تفكير الذي لا يتأثر بالخبرة الحسية فضلا عن أن الحقائق الرياضية هي حقائق ثابتة مطلقة لا تتغير بتغير الأمثلة المحسوسة التي تصفها، فبالعقل نعرف الحقيقة الأولية ونستخرج بالاستدلال كل الصفات والخصائص المرتبة عليها، أما الخبرة الحسية والمشاهدة فإنما هي وسائل مضللة عن معرفة الحقيقة لأنها لا تقدم سوى الأمثلة التقريبية أو ظلالها"².

ومنه فالرياضيات وسيلة لمران العقل من أجل فهم التصورات العقلية المجردة، إضافة إلى كونها تتمتع بحقائق مطلقة ثابتة.

يرى أفلاطون أن للمعرفة مراحل لا بد من المرور بها للوصول إلى العلم الحقيقي اليقيني، "ويقيم تصنيفه لأنواع المعرفة في العلوم المختلفة على أساس تفرقة الميتافيزيقية بين العالم المرئي والعالم المعقول فيسمى المعرفة التي تتناول العالم الحسي بالظن، أما المعرفة التي تتناول اللامرئي والمعقول بالعالم أو بالتعقل"³.

لقد صنف أفلاطون المعرفة بأنواعها المختلفة انطلاقا من تقسيمه الثنائي للعالم المحسوس والعالم المعقول، وعلى هذا الأساس تنقسم المعرفة حسب العالمين إلى معرفة ظنية ومعرفة يقينية.

¹ المرجع نفسه، ص417-ص119.

² حربي عباس عطيتو محمد، حسان حلاق، المرجع السابق، ص156.

³ مصطفى حسن النشار، فكرة الألوهية عند أفلاطون وأثرها في الفلسفة الإسلامية والغربية، مكتبة مديولي، القاهرة، مصر، ط2، دس، ص174.

إن أفلاطون لكي يوضح أنواع المعرفة أعطى تصورا يشرح هذه الأنواع، حيث يقول: "لتصور مستقيما نفسه أربعة أقسام يرمز القسم الأول منه للأشباح والظلال المنعكسة عن العالم المحسوس والمعرفة التي يتناولها يسميها وهم **eikasia** والقسم الذي يليه يشير لموجودات العالم الحسي المرئي (الكائنات الحية) ومعرفتها ظن **doxa** أو اعتقاد **pistis** القسم الذي يليه يشير إلى التصورات الرياضية ومعرفتها فكرا استداليا **dianois** والقسم الأخير يشير إلى المعقولات التي هي أقرب إلى المبادئ والموجودة بغير حاجة للمحسوس، فهي عالم المثل ومعرفتها تعقل" ¹.

يشرح هذا المثل أنواع المعرفة وهي كالتالي: معرفة وهمية ومعرفة ظنية، ومعرفة استدالية وأخيرا معرفة عقلية يقينية.

إن العالم المعقول عند أفلاطون يضم جزئين جزء يخص المفاهيم الرياضية وجزء يمثل الأشياء في ذاتها أي المثل، وكون وجود نوعان من الموضوعات للعالم المعقول فإنهما بالضرورة تقابلهما نوعان من المعرفة وهما: "المعرفة الرياضية والمعرفة الفلسفية على الدقة، والفرق بين الاثنين يكمن في نقطتين:

1- المعرفة الأولى تضطر إلى استخدام الأشكال المحسوسة على الأقل كمساعد لها في براهينها، أما الثانية فإنها لا تلجأ إلى المحسوس في أية لحظة.

2- المعرفة الأولى تبدأ من فروض لتنتهي إلى نتائج، أما الثانية فإنها تنتهي إلى مبدأ أول مطلق لا يفترض شيئا بل يفترضه كل شيء" ².

إن العالم المعقول يضم المعرفة الرياضية والمعرفة الفلسفية التي أعطى لهما أفلاطون مكانة في فلسفته.

يعتبر أفلاطون المنهج الديالكتيكي هو الطريقة المناسبة للحصول على المعرفة سواء كانت رياضية أو فلسفية، ولهذا المنهج طريقان: طريق صاعد، طريق هابط، ومن الطبيعي

¹ مصطفى حسن النشار، المرجع السابق، ص174.

² عزت قرني، الفلسفة اليونانية حتى أفلاطون، مجلس النشر العلمي، جامعة الكويت، دط، 1993، ص211.

بعد كل هذا أن تكون المعرفة الديالكتيكية أوثق المعارف وأكثرها يقينا ثم تتبعها أنواع المعارف الأخرى من رياضية وفنية وتصور للخيالات، وذلك بحسب درجة حقيقية كل من موضوعاتها.¹ يعد المنهج الديالكتيكي هو المنهج الموصل إلى المعرفة وفق طريقين: جدل صاعد وجدل نازل، وبذلك كان للرياضيات ومنهجها دور في تأسيس نظرية المعرفة والوصول إلى المعرفة الحقة.

3- الأثر الأفلاطوني في العلم الرياضي:

يعتبر أفلاطون في نظر البعض صانعا للرياضيات، بالرغم من أنه لم يكن رياضيا بالمعنى المعروف للكلمة، ومن ثم اكتملت على يده العملية الجدلية والمنطقية التي تعتبر الأداة الرئيسية التي يستخدمها الرياضي، وانطلاقا من هذا قدم بذلك أفلاطون في محاوراته نماذج عن الاستدلال العقلي الذي يسير وفق المنهج العلمي، علاوة على ذلك فأفلاطون كان يمتلك ما لدينا من أفكار عن المنهج وكذلك عن العقلية الهندسية، ومنه كان يرى بأن العلوم المضبوطة لديها أثر عظيم على التقدم العقلي وبالتالي فهي مدخل لا بد منه في الفلسفة لذلك اهتم أفلاطون بالرياضة ومنهجها اهتماما كبيرا.²

إن اهتمام أفلاطون بالرياضيات جعله يصبح في نظر البعض رياضيا دون أن يكون رياضيا بالمعنى المعروف وإنما اهتمامه البليغ بها وجعلها أولى العلوم ومدخلا رئيسيا لباقي العلوم واشتغاله عليها نتيجة تأثره بجملة من العلماء والنظريات جعله رياضيا.

لقد كان لأفلاطون في تقدم الرياضيات أثرا عظيما حيث جعل الرياضيات هي أعلى الفنون الثقافية، ومن ثم انتقل تحمسه إلى الرياضيات من أفلاطون إلى غيره وبالتالي لا بد لمن يريد تعلم الرياضيات أن يكون محبا ومولعا بها، لكي يستطيع تحصيلها وهذا يعتبر نوع من الإيمان الذي نشره أفلاطون فيمن حوله، ذلك لأنه لم يكن رياضيا ولم يخلق رياضيا ولكن كون خلق رياضيين.³

¹ عزت قرني، المرجع السابق، ص212.

² محمد أحمد مصطفى السرياقوسي، المنهج الرياضي بين المنطق والحدس، رسالة دكتوراه، اش: محمد فتحي الشنطي، قسم الفلسفة، 1982، ص52.

³ جورج سارطون، ج3، الرجع السابق، ص91.

ويلح أفلاطون في كتابه الجمهورية على ضرورة الرياضيات مبرهنا في ذلك "إن العدد هو موضوع فن الحساب والعد، فهما علمان من شأنهما أن يقودانا إلى الوجود الحقيقي، فهما من بين العلوم التي تتشدهما ذلك لأن دراستهما ضرورية للمحارب من أجل تنظيم الجيش وللفيلسوف أيضا لكي يصل إلى الوجود الحق، ويعلو على عالم التغيير، وهو الشرط الضروري لإجادة معرفة الحساب"¹.

لقد بين أفلاطون في كتابه الجمهورية أهمية الرياضيات سواء كان ذلك في الجانب العسكري بالنسبة للمحارب، أو في الجانب المعرفي بالنسبة للفيلسوف، وبالتالي فهي ضرورية لمعرفة الحساب والعد.

هذا وكان تأثير أفلاطون على العلم الرياضي عدة نواحي، فقد أثر في العلم الرياضي وترك فيه أثر عظيمًا. "فالناحية الأولى لتأثير أفلاطون على الهندسة وتقدمها هي إصراره على قيام الرياضيات على الأشكال المثالية المختلفة من المحسوسات"².

فأفلاطون أثر على الهندسة من خلال الإلحاح على بناء الرياضيات على أشكال وصور مثالية بعيدة كل البعد عن العالم الحسي.

أما بالنسبة للناحية الثانية من تأثيره على الرياضيات فتمثلت في عنايته بالتحليل، حيث أن أفلاطون الجديد الذي قدمه على سابقه هو اكتشافه لمنهج كلي هذا المنهج امتاز بمرحلتين: الأولى تمثلت في مرحلة التراجع والأخرى مرحلة التقدم وبالتالي كلاهما ضروري في المنهج الأفلاطوني الذي يتضمن التحليل التراجعي الذي يظهر خلال الخطوات المنهجية لنظرية المعرفة تقدم النشاط العقلي، حيث نجد افلاطون جعل التحليل عملية للبرهنة يتم فيها الانتقال من القضية المذكورة إلى مبادئ أولية تسبب اليقين، "فأفلاطون يشير علينا أن نقوم بمجهود جديد للتحليل يصعد من الفروض إلى المبادئ المطلقة التي تعتبر أساسا لها وهذا ما يسمى الجدل التركيبي في مقابل الجدل التحليلي".

¹ أفلاطون، الجمهورية، الكتاب السابع، المصدر السابق، ص417.

² كامل محمد عويضة، المرجع السابق، ص59.

ولقد نظر أفلاطون للموضوعات الحقة للتأملات الحسابية والهندسية على أنها أعداد صحيحة وأنها أشكال هندسية، حيث أنها "الحساب كالهندسة يسمو بالروح ويجبرها على الاستدلال* على أعداد دون أن تتكبد وأن تجري حساباتها على أعداد مرئية أو محسوسة، وعلى ذلك فإن العلم الرياضي له دور أساسي هو أن يسهل على الروح الطريق الذي يجب أن تتبعه لتأمل الحقيقة"، حيث أن المثلثات التي يبرهن عليها الهندسيون ليست هذه التي تتركها حواسنا حيث أنه ليس هنا مثلث مادي في الواقع ويكون دقيقا في الآن عينه، بمعنى أنه مستوي وأضلاعه مستقيمة وليس له سمك، ومنه فالمثلث الذي نقوم بعملية البرهنة عليه هو المثلث الذي يوجد في فكرنا وليس المثلث الذي نرسمه على السبورة أو الورق وغيرها¹.

إن التحليل الذي اهتم به أفلاطون يقوم على الانتقال من الفروض إلى المبادئ المطلقة التي تعتبر الأساس الذي تنطلق منه الفروض، إضافة إلى اعتباره الهندسة والحساب كوسيلة تسمو بها الروح لترتقي لتأمل الحقيقة الموجودة في عالم المثل.

أما الناحية الثالثة التي أثر بها أفلاطون على العلم الرياضي ومنهجه تمثلت في اهتمامه وعنايته بالإنشاء العقلي، وبما أن الهندسة تخالط المحسوسات لذا يجب أن نقيم هندسة على أسس متينة وذلك من خلال إيجاد معيار دقيق يسمح لنا بأن نميز بين الأفكار التي يتضمنها العلم الرياضي، "وهذا المعيار هو نظرية الإنشاء*، وهي عملية (...) عقلية تسمح بتحقيق الوجود النظري للأشكال التي نستدل عليها، ولكي نصل إلى هذا الهدف فإن أسهل طريقة هي الإنشاء العقلي للشكل باستخدام المسطرة والبرجل، فإذا حددنا الطريقة التي من الممكن أن ننشئ بها هذا الشكل برسم سلسلة من المستقيمات والدوائر بمعرفة نقطتين أو نقطة ومركز نكون قد برهننا على وجود الشكل"².

* الاستدلال: هو عبارة عن عملية عقلية ينتقل فيها الفكر من أشياء مسلم بصحتها إلى أشياء أخرى ناتجة عنها بالضرورة.

¹ كامل محمد محمد عويضة، المرجع السابق، ص 59-61.

* الإنشاء: هو البناء وهو الخلق والإيجاد ومعنى الخلق إيجاد الشيء الذي يكون مسبقا بمادته. ينظر: جميل صليبا، ج1، المرجع السابق، ص162.

² كامل محمد محمد عويضة، المرجع السابق، ص61.

هذه الناحية التي أثر بها أفلاطون في الرياضيات تمثلت في الإنشاء العقلي الذي يعتبر عملية عقلية نستطيع من خلالها إثبات وجود نظري للأشكال الهندسية التي تبرهن عليها. أما فيما يخص الناحية الرابعة لتأثيره على الرياضيات فتمثلت في تناوله لموضوعات رياضية تخص الهندسة وتلقي ضوءاً على منهجها وكذلك توضح اعتماده على الحدس خصوصاً العقلي "الذي أكد أفلاطون دوره في الوصول إلى الحقائق الرياضية فلكي تكتشف الأفكار علينا أن ننظر بفكرنا فإذا أخطأنا، فما ذلك إلا لأننا لم نستخدم أن نصل إلى كشف الأفكار وحل المسائل إذا أمعنا التفكير وكان أفلاطون يشبه البحث عن الأفكار بالصيد، وهذا يصدق بالأخص على البحث الرياضي وهذه مقارنة مضبوطة تماماً"¹.

نمثل تأثير أفلاطون من الناحية الرابعة في اهتمامه بموضوعات رياضية هندسية ومعالجتها وذلك من خلال الإمعان في التفكير للتمكن من حلها والكشف عن الأفكار التي تتضمنها أما فيما يخص الناحية الخامسة والأخيرة نجد أن أفلاطون قد استعمل محاوراته على نطاق واسع ما يسمى بالبرهان بالخلف (*).

إن أفلاطون يعتبر أحد الأوائل الذين منهجوا قواعد البرهان الدقيق كما بين لنا كذلك أن العلم يجب أن يعتمد على تحليل وتركيب، إضافة إلى أنه أكد في محاورته الجمهورية أن الرياضيات يجب أن تكون معروضة في شكل صورة سلسلة غير منفصلة من القضايا وعلى هذا الأساس أصبح منهج التحليل التراجعي الذي قدمه أفلاطون في مجال التفكير التأملي المقياس المباشر للتقدم العلمي، كما أصبح منهجاً مستقلاً يوافق طبيعة الفكر الذي وظيفته تحليل النسيج المتشابك للنظريات فيصل إلى اكتشاف العلاقات الرياضية².

لقد قدم أفلاطون إسهامات في ميدان الرياضيات حيث قام بوضع منهج تحليلي تراجعي يتم من خلاله تحليل الأفكار والنظريات قصد الوصول إلى العلاقات الرياضية التي تحكمها.

¹ كامل محمد عويضة، المرجع السابق، ص 63.

(*) البرهان بالخلف: وهو قياس برهاني يتضمن كذب النقيض في القضية وصدق التالي فيها أي إثبات القضية بإبطال إحدى النتائج اللازمة عن نقيضها. ينظر: رحيم أبو رغيغ الموسوي، ج 1، المرجع السابق، ص 199.

² كامل محمد عويضة، المرجع السابق، ص 63.

وتتمثل أهمية أفلاطون في العلم الرياضي من خلال مدى تأثيره على الآخرين، حيث أنه كان صانعا للرياضيين دون أن يكن هو رياضيا بفعل، حيث كان يهدف من خلال دراسة الرياضيات إلى تحقيق الانسجام وتسامي الروح نحو الحقيقة والفضيلة، وقيمة الرياضيات وبالخصوص الهندسة لا تتمثل في الأشكال المرئية وإنما تتمثل قيمتها في الأفكار المطلقة التي تحملها وتتضمنها ولمعرفة المثل لا بد من دراسة ومعرفة الرياضيات من أجل الوصول إلى الفضيلة وذلك من خلال تعلم التلميذ في بادئ الأمر على الأشكال الهندسية ثم بعد ذلك يفهم الدائرة ويستوعبها فيرتقي بذلك إلى وعي الدائرة الذي يرتفع من خلالها إلى الفضيلة¹.

وبهذا يكون أفلاطون قد أعطى للتصورات الرياضية في مكانة فلسفته إضافة إلى منحها معاني ميتافيزيقية نتيجة تأثيره بالمدرسة الفيثاغورية.

¹ حسن بدور، المرجع السابق، ص ص 67-69.

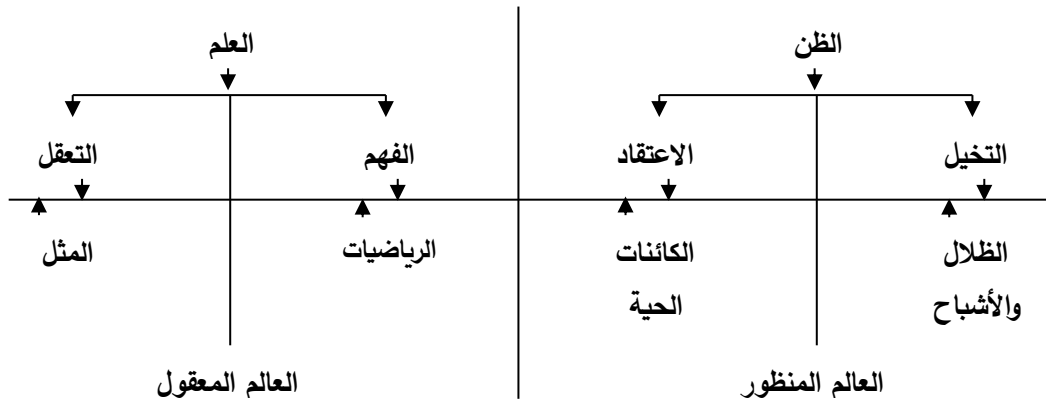
المبحث الثالث: الرياضيات بين العالم المعقول والعالم المحسوس

لقد قسّم أفلاطون العالم إلى عالم معقول وعالم محسوس، وعلى هذا الأساس صنّف أفلاطون المعرفة في شتى العلوم، فالمعرفة التي يتناولها العالم المحسوس يسميها بالظن أما المعرفة التي يتناولها العالم المعقول بالعلم اليقيني، الذي هو في نظر أفلاطون الرياضيات، فأخذها كمنهج أسّس عليه نظريته في المعرفة والوجود، فرأى أنّ العلم الدقيق مدخل ضروري للفلسفة، فاهتم بالرياضيات ومنهجها، فكيف اتخذها أفلاطون كوسيلة للانتقال من العالم المحسوس إلى العالم المعقول؟ وكيف يتم الانتقال من خلالها من العالم المحسوس إلى المعقول؟

1- التمييز بين العالم المحسوس والعالم المعقول.

يقر أفلاطون بوجود عالمين: "العالم المنظور ويدرك بالظن، والعالم المعقول وهو وحده علم الموضوع الحقيقي، يستطرد في تفصيل هذه المسألة، فيستقصي أنواع المعرفة حيث يجعلها أربعة: الأول التخيل، وهو إدراك ضلال الأشياء المحسوسة وأشباحها. الثاني الاعتقاد أو الإيمان، وهو إدراك المحسوسات المحيطة بنا بما هي كذلك، الثالث الفهم، وهو علم الماهيات الرياضية المتحققة في المحسوسات، والرابع التعقل، وهو ادراك المثل"¹.

يُميز أفلاطون بين العالم المحسوس والعالم المعقول: انطلاقاً من المعرفة التي يتضمنها، ويرى أن المعرفة التي يتضمنها العالم المعقول هي أرقى المعارف وأوثقها. ويشرح أفلاطون العالمين من خلال وضع تقسيم تمثيلي يوضح من خلاله ما يعبر عنه كل العالم:



¹ أحمد شمس الدين، أفلاطون سيرته وفلسفته، دار الكتب العلمي، بيروت لبنان، د ط، د س، ص 52.

ويوضح أفلاطون هذا العالم التمثيلي من خلال تبيينه أن القسم لأول من العالم المحسوس هو قسم يعبر عن الضلال أولاً ثم بعد ذلك الأشباح أما القسم الثاني فيعبر عن الكائنات الحية، في حين القسم الثاني وهو العالم المعقول فينقسم إلى قسم يضم المثل الرياضية وقسم يضم المثل التي يدركها العقل من خلال المنهج الديالكتيكي¹.

وهذا يعني أن أفلاطون وضع هذا المخطط التمثيلي للتمييز بين العالمين والتفرقة بينهما انطلاقاً من المعرفة التي يمثلها كل عالم بغية الوصول إلى المثل الأعلى والمعرفة الحقة.

وانطلاقاً من هذا التمييز الموجود بين العالم المحسوس والعالم المعقول نستخلص إلى أن "هناك حقائق سماوية ثابتة تفرض نفسها على العالم الفلسفي، وأن هناك حقائق غير ثابتة مصدرها العالم المحسوس، بمعنى أن هناك تقابل بين العالمين: العالم العقلي والعالم المحسوس: وهو العالم المنظور وأنا المعرفة الحقيقية هي التي توجد في العالم الأول التي لم يدركها إلا الرياضي الفيلسوف، فنسبة إدراك الفيلسوف [الرياضي] إلى العالم كسنة إدراك الخارج عن الكهف إلى داخله، كنسبة عالم المثل إلى عالم الفساد"².

ويعني هذا أن تقسيم أفلاطون للعالم وتميزه بين العالم نتج عنه بالضرورة لوجود حقائق ثابتة وحقائق غير ثابتة، ومنه فالمعرفة الحقيقية موجودة في العالم المعقول، بينما المعرفة الظنية فموجودة في العالم المحسوس يدركها عامة الناس، بينما المعرفة الحقيقية تختص بالفيلسوف والرياضي. فمثلاً "المربعات، والمثلثات، وجميع الأشكال الهندسية التي ترسم على السبورة، والورق أو الرمل، ما هي إلا صور عقلية، فالرياضي عندما يتكلم عن الأعداد إنما يتكلم عن الأعداد ذاتها، وعندما يتكلم عن الأشكال إنما يتكلم عن الأشكال ذاتها"³.

وهذا دليل على أن معرفة الأشياء في ذاتها تختص بالرياضي والفيلسوف وليس عامة الناس.

¹ أحمد شمس الدين، المرجع السابق، ص 53.

² ساهل بوعزة، نحن والرياضيات الموقف والسؤال، مطبعة سوما كرام، الدار البيضاء، ط2، 2006، ص 17.

³ المرجع نفسه، ص 17.

2- نظرة أفلاطون للرياضيات بين العالمين المعقول والمحسوس:

لقد كان أفلاطون معجبا بالرياضيات، وكان ينظر إليها على أنها نموذج للدقة واليقين في الفلسفة من خلال المنهج المعتمد عليها، حيث "كان يضع الإبداعات في بع الشيء من عمره، ولم يتوقف عن التفكير الرياضي بصفة مباشرة إذ كان دائما يهتم لإيجاد طرق جديدة للبحث الرياضي، فأفلاطون كان مولعا بالرياضيات دون أن يكون مبدعا في الميدان، حيث كان مطالعا على الاكتشافات الرياضية المعاصرة فكثير منهم كانوا تلاميذه أو أصدقاءه"¹. إن انبهار أفلاطون بالرياضيات جعله في بحث دائم عن طرق جديدة في مجال الرياضيات، إضافة إلى اطلاعه على كل علماء الرياضيات الذين عاصروهم قصد التعرف على اختراعات جديدة في هذا المجال.

لقد أكد أفلاطون على ضرورة تدريس الرياضيات في النظام التربوي، كونها تساهم حسب أفلاطون في تدريب وتمرن دراستها على استعمال الاستدلالات العقلية والتأمل إضافة إلى كونها تنمي فيهم القدرة على تلقي باقي العلوم خصوصا الفلسفة وتساعدهم على فهمها². ولقد اتصف بحق أفلاطون في ميدان الرياضيات بطابع مزدوج تمثل في أن الرياضيات ترتفع عن كل موضوع له علاقة بالعالم الحسي، إلا أننا نجد لها من جهة أخرى تعمل على تهيئة الذهن من أجل الصعود والارتقاء إلى العالم المعقول، ومنه فالرياضيات بالنسبة للعالم المنظور تعتبر غاية في ذاتها يجب أن تحتفظ باستقلالها عن كل الموضوعات التي تتعلق بالعالم المحسوس، أما بخصوص العالم المعقول فتعد الرياضيات كوسيلة لتدريب العقل وتمرنه من أجل التعامل مع عالم الأفكار المجردة التي لا تدرك إلا بالعقل³.

وهذا يعني أن الرياضيات هي وسيلة يستطيع من خلالها الفيلسوف والرياضي الوصول إلى العالم المعقول وإدراكها، كونها تساهم في تنمية العقل.

¹ زيات فيصل، المنطق والرياضيات عند برتراند راسل، إشراف: دراس شهرزاد، أطروحة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه LMD، في الفلسفة الموسومة، كلية العلوم الاجتماعية، قسم الفلسفة، جامعة وهران 2، محمد بن محمد 2016-2017، ص 18.

² مصطفى النشار، مدخل لقراءة الفكر الفلسفي، المرجع السابق، ص 99.

³ زيات فيصل، المرجع السابق، ص 16-17.

وبالتالي فأفلاطون اعتبر الرياضيات وسيلة للوصول إلى الحقائق الثابتة المطلقة، ويعدها وسيلة للانتقال من العالم المحسوس إلى العالم المعقول.

ينظر أفلاطون إلى التصورات الرياضية على أنها مثال لا بتعبير ولا بتعدد، وذلك كونها تمتلك وجود موضوعي "فعلى الرغم من تعدد المثلاث المشاهدة في الواقع يوجد مثلث مثالي خالد تتمثل فيه كل الخصائص الجوهرية في سائر المثلاث المحسوسة، ولعل تأثر أفلاطون بمنهج الرياضيات المزدهرة في عصره هو الذي يسر له اختراع نظرية المثل، لذلك رأى أفلاطون أن في الرياضة مران للعقل على فهم التصورات المجردة، كما أنها تعتمد على الاستدلال في اكتشاف الحقيقة في العلوم الرياضية لا يحتاج لاستخدام الحواس بل يعتمد على صحة الاستدلال واتساق النتائج مع المقدمات"¹.

إن أفلاطون يعتبر الرياضيات مثال أعلى ثابت نتيجة لوجودها الموضوعي، ولقد ساهمت الرياضيات في بناء فلسفة أفلاطون من خلال تدريبها للعقل ومرانه على فهم التصورات الرياضية المجردة.

ويقصد أفلاطون بالعلوم الرياضية التي وضعها في نظامه التربوي وألح على ضرورة تعلمها هي "الحساب والهندسة والفلك والموسيقى، وهو لا يعني بالحساب في العدد الذي استخدمه التاجر أو القائد ولكنه يعني به دراسة نظرية للأعداد ولخصائصها، أما الهندسة فهي ليست قياس المساحات ولكنها دراسة للنسب المعقولة، أما علم الفلك فهو دراسة للنظام البادي في حركة الكواكب، وقد ارتبط علم الموسيقى عند أفلاطون بعلم الفلك لأن الموسيقى تبحث في الائتلاف والنسب الرياضية التي تدخل في نظرياتها"².

ومنه العلوم الرياضية عند أفلاطون تتضمن أربعة علوم: علم الحساب وعلم الهندسة وعلم الفلك والموسيقى.

¹ أميرة حلمي المطر، المرجع السابق، ص 163-164.

² المرجع نفسه، ص 174.

يرى أفلاطون أن دراسة العلم الرياضي تساهم في تكوين الطبع الفلسفي في النفس، وقصد بذلك "تحويل الذهن من الاهتمام بالمحسوسات إلى الاهتمام بالمعقولات ومن عالم التغير إلى عالم الثبات، فالرياضة عند أفلاطون وأتباعه كانت وسيلة لغاية، والغاية هي الفلسفة فهم ينظرون إلى الجوانب الفنية من الرياضيات على أنها مجرد وسيلة لتقوية الذهن، فالرياضيات لا تؤدي بنا في نظر أفلاطون إلى عتبة المعقول وإن كان موضوعها هو الماهيات اللامادية إلا أنها مضطرة على الدوام إلى تأييد موضوعها بأشكال محسوسة"¹.

وهذا يعني أن الرياضيات توجه العقل عن الاهتمام بالمحسوسات إلى الاهتمام بالمعقولات كونها وسيلة لتقوية الذهن، كما أنها تبقى متصلة بالمحسوسات وذلك من خلال الاستدلال بها للوصول إلى العالم المعقول وإدراك المعقولات.

إن أفلاطون يمنح للرياضيات مكانة وأعطى لها قيمة عظيمة على باقي العلوم الأخرى وهذا التقدير الذي منحه أفلاطون للعلم الرياضي هو تقدير مرهون باستقلالها عن عالم الخبرة الحسية وبقائها في مستوى التجريد العقلي والنظر الخالص"².

بمعنى أن الرياضيات بعيدة كل البعد عن العالم الحسي وهي مرتبطة بالعالم العقلي فهي معرفة عقلية مجردة خالية من كل تجربة حسية.

وينظر أفلاطون للرياضيات على أنها التدريب الملائم الخاص برتب الجيش والحكام وكذلك رجال الإدارة ولذلك عليهم دراسة الرياضيات مع دراسة الصور المجردة للصور ثم صورة الخير، وأعطى في ذلك حجة وهي "إن أولئك الذين عليهم أن يحافظوا على المدينة الفاضلة بقدر الإمكان يجب فوق كل شيء أن يعرفوا ما هو (الخير) المطلق الخالص ذاته، وهي غاية لا يوصل إليها إلا إذا عرفوا قبل ذلك شيئاً عن (الصور المطلقة الخالصة ذاتها) وتلك بدورها غاية لا يوصل إليها إلا إذا أسبقوا تلك بمعرفة الرياضيات"³.

¹ مصطفى حسن النشار، فكرة الألوهية عند أفلاطون وأثرها في الفلسفة الإسلامية والغربية، المرجع السابق، ص182.

² أميرة حلمي المطر، المرجع السابق، ص182.

³ جوناثان ركاج، المرجع السابق، ص49.

وهذا يعني أن أفلاطون قد اهتم بالرياضيات ووضعها في النظام التربوي في أكاديميته التي أسسها وألح على ضرورة تدريسها وذلك لما لها من أهمية في نظره في ترتيب رتب الجيش والحكام وغيرهم ومنه فالمعرفة الرياضية تساهم في الوصول إلى الخير المطلق.

وعلى هذا الأساس يرى أفلاطون ان الرياضيات بين العالم المحسوس والعالم المعقول وسيلة يتم الانتقال من خلالها بين العالمين، "فالرياضيات تزودنا بالقنطرة التي تنقلنا من العالم محسوس إلى العالم المعقول لأننا في الرياضيات إنما نرسم مربعات ومثلثات محسوسة مع ذلك نهتم بالمربعات والمثلثات التي تدرك العقل؛ أي أننا نستخدم المحسوس ليوحى إلينا بالمعقول وهكذا نصل بالتدرج إلى الرغبة والقدرة على دراسة المعقول ذاته عن طريق الكلمات وحدها دون أن تصحبها صور مرئية تماما كما يفعل الفيلسوف الأديب¹.

ويعني هذا أن افلاطون ينظر إلى الرياضيات على انها بمثابة حلقة وصل بين العالمين المحسوس والمعقول وبالتالي فالرياضيات تمنح لنا القدرة على الانتقال بين العالمين وكذلك نأخذها كوسيلة لمعرفة المحسوس الذي يوحى إلينا بالمعقول من خلال الكلمات فقط، بلا صور مرئية إنما صورها موجودة في عالم المثل.

إن الرياضيات تأخذ بنا في نظر أفلاطون إلى معرفة المعقول بالرغم من أن الموضوعات التي تعالجها هي الماهيات اللامادية، لكنها تبقى دائما مضطرة بأن تأييد هذه الموضوعات بأشكال محسوسة من العالم المحسوس، ومنه فالعلوم الرياضية "تتدرج عن طريق هذه الفروض الأولية من مقدمات إلى ما يلزم عنها حتى تنتهي إلى نتائج تزداد تعقيدا، وبدلا من ان يتوقف الفيلسوف عن هذه الدرجة الوسطى يتخذ منها معينا يسوقه إلى مراحل أخرى فيرقى من هذه المبادئ التي تسلم بها الرياضة في سير الماهيات العقلية الخالصة عن طريق الفكر الخالص ودون استخدام أي شكل من الأشكال وأخيرا يرقى درجة درجة إلى المبدأ الذي صدرت عنه والذي هو مصدر لنفسه، أعنى مثال للخير"².

¹ جوناثان ركاوج، المرجع السابق، ص 49-50.

² مصطفى حسن النشار، فكرة الألوهية عند أفلاطون وأثرها في الفلسفة الإسلامية والغربية، المرجع السابق، ص 182.

ومن هنا فالدارس للرياضيات يبدأ من مقدمات لازمة عنها إلى أن يصل في النهاية إلى نتائج معقدة، إلا فيلسوف لا يتوقف هنا وإنما يأخذ منها معيناً يأخذه إلى مراحل أخرى فيرتقي بذلك درجة الذي صدرت عنه كل هذه الماهيات العقلية، وعلى ذلك "فالرياضيات وما يرتبط بها من طهارة للنفس والعقل هي وسيلة للديالكتيك الصاعد إلى العلم الحقيقي الذي يصب كما أشرنا على مثال الخير" ¹.

أي أن الرياضيات في نظره هي وسيلة للجدال الصاعد نجد من خلالها إلى العلم الحقيقي الذي يحتوي على مثال الخير، وذلك كون الحقيقة موجودة في عالم المثل وليس عالم المحسوسات، "فالرياضة عند أفلاطون وأتباعه كانت وسيلة لغاية، والغاية هي الفلسفة فهم ينظرون إلى الجوانب الفنية من الرياضيات على أنها مجرد وسيلة لتقوية الذهن، أو على أكثر تقدير برنامج دراسي تدريبي يمهّد الطريق لمعالجة المشاكل الفلسفية، وينعكس ذلك في لفظ **Mathematica** يترجم حرفياً بعبارة (مقرر دراسي) أو (منهج) وبهذا المعنى كانت الرياضيات تستخدم في الأكاديمية" ².

لقد كانت غاية أفلاطون من دراسة العلم الرياضي هي معرفة الفلسفة، فكانت تستعمل في الأكاديمية على أنها منهج لدراسة باقي العلوم.

¹ مصطفى حسن النشار، فكرة الألوهية عند أفلاطون وأثرها في الفلسفة الإسلامية والغربية، المرجع السابق، ص 182.

² المرجع نفسه، ص 181.

الفصل الثالث

امتدادات الفلسفة الرياضية الأفلاطونية

المبحث الأول: نزعة أفلاطون الرياضية وأثرها في الفكر الحديث

المبحث الثاني: منزلة الأفلاطونية في فلسفة الرياضيات المعاصرة

المبحث الثالث: أفلاطون والمثالية الرياضية في الفكر الفلسفي المعاصر "جيمس

جينس

تمهيد:

إنّ الفلسفة الرياضية الأفلاطونية كان لها أثر شديد على الفلسفات التي لاحقتها، إذ أحدث أفلاطون وفلسفته أثرا عظيما على الفلاسفة أدّى إلى اهتمامهم بالرياضيات والعمل على تطويرها فظهرت بذلك نزعات وفلسفات تأثرت بأفلاطون وذلك كونه أخذ الرياضيات كطريق لتحقيق المعرفة اليقينية، وبالتالي فأفلاطون بنى فلسفته وفق المنهج الرياضي باعتباره أرقى العلوم وأدقها، فكان الهدف من الفلسفة الأفلاطونية هو الوصول إلى المعرفة اليقينية والحقيقة الأبدية، وهذا ما طمح إليه الفلاسفة الذين تأثروا بأفلاطون وعملوا على إعادة بعث الفلسفة الأفلاطونية من جديد تحت مسمى الأفلاطونية الجديدة أو المحدثّة، ففيما تكمن امتدادات الفلسفة الأفلاطونية الرياضية؟

المبحث الأول: نزعة أفلاطون الرياضية وأثرها في الرياضيات الكلاسيكية.

إن قيمة الفلسفة الأفلاطونية لا تظهر إلا من خلال الأثر الذي تركته على الفلسفات التي جاءت بعد أفلاطون، حيث أدركوا أهمية الرياضيات في الفلسفة لاعتباره كمنهج يتم الاستناد عليه في بناء مختلف الفلسفات، حيث عمل أفلاطون على تطوير العلم الرياضي والاهتمام به فكان صانعا للرياضيين دون أن يكون رياضيا، فترك بذلك بصمة رياضية في الفكر الحديث من خلال تأثير على بعض الفلاسفة والعلماء في الفكر الحديث والذين عملوا على إعادة بعث الفلسفة الرياضية الأفلاطونية من أمثال "ديكارت" و"سبينوزا" و"كانط"، وكذلك العلماء من أمثال "كبلر" و"غاليلي"، بيد أن ما يهمنا هنا هو الأثر الكبير الذي كان على الرياضيات ذاتها، حيث تلت المرحلة الأفلاطونية بزوغ علماء رياضيين إغريق من طراز عالي ما زالنا إلى يومنا هذا نشهد بعبقريتهم، فمن هم هؤلاء؟ وماذا قدموا للعلم الرياضي؟

1- إقليدس:

إن لإقليدس(*) مكانة عظيمة تمثلت في إقامته لشق استنباطي في الهندسة، ويعود نجاح كتاب "الأصول" الذي ألفه إلى المنهج الذي اتبعه في عرض النظريات المبعثرة التي كانت عند الفيثاغوريين وقام بتنظيم هذه النظريات في نسق علمي موحد حلقاته محكمة، وهذا المنهج يتوقف فيه عملية البرهنة على كل نظرية على نظريات أخرى قد سبق لنا إثبات صحتها، ومنه فإن جميع القضايا تستند إلى أسس ومقدمات أي أصول محددة تكون قليلة العدد، ووثيقة الصلة فيها تبقى خارج البرهان¹.

ولقد عرف إقليدس بكتابه "الأصول" الذي يعتبر أقدم وأوسع كتاب في الهندسة وينقسم هذا الكتاب حسب "جورج سارتون" إلى ثلاثة عشر كتاب حيث أن الكتب الستة تناولت الهندسة

(*) إقليدس: فيلسوف يوناني (450-380 ق.م)، أسس المدرسة الميغارية، فلسفته، نظير فلسفة الإيليين، تنكر الحركة، وتمهد السبيل أمام نظرية المثل الأفلاطونية، وكان يهاجم خصومه، لا في معدمات استدلالاتهم بل في النتائج التي كانوا يستخلصونها منها، وهذه الطريقة في الجدل تذكر بطريقة سقراط وقد رفض أيضا قياس التمثيل. ينظر: جورج طرابيشي، المرجع السابق، ص81.

¹ محمد محمد قاسم، المدخل إلى فلسفة العلوم، دار المعرفة الجامعية للنشر والتوزيع، الإسكندرية، مصر، 1996، ص344.

المستوية من خلال تعريف المسلمات ثم الجبر الهندسي بعد ذلك كتاب عن هندسة الدائرة وكتاب عن كثيرات الأضلاع المنتظمة ثم كتاب خامس تناول نظرية جديدة في النسب ثم الكتاب السادس طبق فيه هذه النظرية في النسب على الهندسة المستوية، أما الكتب من السابع إلى العاشر فاهتم فيها بالحساب ونظريات الأعداد، ويعتبر الكتاب العاشر أهمها من المستقيمات الجذرية، في حين الكتب رقم 11 إلى 13 فشملت الهندسة الفراغية. ويستعمل الكتاب الثاني عشر طريقة الاستنفاد في قياس الدوائر والكرات والأهرام، أما الكتاب الآخر فعالج المجسمات المنتظمة¹.

إن كتاب الأصول لإقليدس تناول فيه إقليدس موضوعات مختلفة في ميدان الرياضيات حيث نظر جورج سارطون إلى هذا الكتاب على أنه يتألف إلى ثلاثة عشر كتاب. في حين نجد إقليدس يبدأ أيضا هذا الكتاب بسلسلته من التعريفات باعتبارها مبادئ ومن بين تلك التعريفات التي ذكرها: الخط طول دون عرض، وكذلك إن النقطة هي ما ليس له أجزاء وهي ما ليس له مقدار وغيرها من التعريفات.

أما بالنسبة للمسلمات فهي في نظره قضايا تخص بعض التصورات التي سبق أن عرفت، ومن بين تلك المسلمات نجد أن الممكن لنا رسم دائرة من أي مركز وعلى أي بعد من هذا المركز، وكذلك المسلمة التي تمثلت في أنه من الممكن لنا رسم مستقيم بين نقطتين، ومسلمة أخرى تمثلت في أنه من الممكن مد مستقيم محدود إلى أي طول ومن هنا فمسلمات إقليدس هي خمس مسلمات، حيث تكون المسلمة تساوي الزوايا القائمة تعتبر هي المسلمة الرابعة ومسلمة التوازي هي المسلمة الخامسة. في حين البديهيات تعتبر قضايا نقبلها بدون أن نطلب بالبرهنة عليها وذلك لأنها واضحة ومن بين تلك البديهيات هي: أنه إذا طرحنا أشياء متساوية من أشياء متساوية فبواقي الطرح تكون متساوية والعكس صحيح. وغيرها من البديهيات وانطلاقا من هذه البديهيات عرف إقليدس تساوي المقادير وعدم تساويها في الهندسة².

¹ محمد محمد قاسم، المدخل إلى فلسفة العلوم، المرجع السابق، ص345.

² كامل محمد عويضة، المرجع السابق، ص76-77.

من هنا فإن إقليدس قد وضع مجموعة من التعريفات والمسلمات والبيديهيات في كتابه وظلت مقبولة تفرض نفسها لزمن طويلا أن أثارت المسلمة الخامسة الشك وأدت بدورها إلى ظهور الهندسات الاقليدية.

ولقد تجلت الإسهامات التي قدمها إقليدس في الهندسة المستوية وكذلك الأشياء المنحنية للأضلاع. إضافة إلى المسلمات والهندسة الاقليدية وكذلك الجبر ونظرية العداد. بالإضافة إلى تقديمه حلول لبعض المسائل في الهندسة الفراغية كالعلاقة بين حجم المخروط وحجم المنشور أو الاسطوانة المقامة حول هذا المخروط، ومن هنا فإقليدس قدم انجازات عظيمة من خلال كتاب أصول الهندسة حيث عرف بمحاولته التعبير عن المساحات التي تحدد خطوة منحنية بدلالة أشكال تحددها خطوط مستقيمة، حيث تمثلت ابسط صورة لهذه المحاولة التي قام بها إقليدس هي تربيع الدائرة وتعتبر مسألة اهتم بها إقليدس اهتمام عظيم. في حين المسلمة الخامسة تعتبر هي أعظم ما قدمه حيث كانت سببا في تخليد اسمه¹.

من هنا فإن إقليدس حقق نجاحا في الهندسة وظل اسمه خالدا في التاريخ وكان له دور في ظهور الهندسات الاقليدية وتقدم في الرياضيات المعاصرة.

2- ارشيميدس:

لقد اهتم ارشيميدس* بالهندسة وكتب فيه اثنا عشر مصنف تمثلت في الكرة والاسطوانة، الذي يعرف انه أطول كتاباته حيث اهتم في بمعالجة مساحة سطح الكرة وعلاقتها بالاسطوانة، كما حقق مهارة فائقة في تحديده للسطوح والأحجام. أما كتاب أشباه المخروطات وأشباه الدوائر فتناول فيه السطوح المتكافئة والسطوح الزائدة الوراثة وكذلك الأجسام الناتجة عن دوران القطوع الناقصة حول محاورها الكبرى والصغرى. أما بالنسبة إلى كتاب تربيع القطع المكافئ حيث

¹ حربي عباس عطيتو محمود، حسان حلاق، المرجع السابق، ص 189.

* أرشيميدس: أعظم رياضي وكذلك أعظم ميكانيكي في الأزمنة القديمة، ولد في سراقوسة حوالي 987 ق.م، وكان والده فيدياس فلكيا، وكان على صلة بالملك، هيرو الثاني الملك سراقوسة وولده جيلو، كانت بحوثه تتسم بنزعة إنسانية سامية قلما نجدها بين علماء الرياضيات. ينظر: - حربي عباس عطيتو محمود وحسان حلاق، المرجع السابق، ص 201.

تناول ارشيميدس في كل مؤلف منها حساب بالمساحات المركبة ضمن طريقة الاستنفاد التي وضعها يودكس¹.

إن ارشيميدس وضع مؤلفات عديدة في الهندسة وعالج فيها قضايا متعددة ولقد استعمل فيها طرق حاسمة. حيث تمكن من إيجاد مساحة السطوح المنحنية وأحجامها، وكذلك تمكن من استعمال طريقة تكافئ وريقة التكامل من أجل إيجاد مساحات القطع المكافئية والحلزونات، وكذلك حجوم الكرات والقطع الكروية إضافة إلى إيجاد مساحات قطع من مجسمات الدرجة الثانية، كما نجده قد عرض جملة آرائه في كتاب "القواعد" وكتاب "عداد الرمل"، فارشيميدس اهتم بفكرة الإعداد الهائلة وانغمس فيها، وتعتبر فكرة فلسفية ابعده من أن تكون رياضية.

حيث تذكرنا بعلماء الكون في البوذية حيث عذبوا أنفسهم من أجل رؤية مالا نهاية وعرفوا أعدادا مختلفة واكتشفوا فترة زمنية هائلة تتبع كل فترة من فتر أخرى، بحيث إذا كان الفرد قادرا على أن يدرك فكرة مالا نهاية فيمكنه أيضا أن يتصور مالا نهاية ما لا نهاية. وهكذا وبالتالي فهذا التفكير هو تفكير يخص فيما وراء الطبيعة وليس تفكير رياضي،² يظهر ارشيميدس على أنه كان على اطلاع بثقافة الحضارات الشرقية وكان مهتم بانجازاتهم سواء كانت في مجال الرياضيات والمجالات الأخرى. ومن هنا فان بل أفكاره الرياضية نابعة من حضارات الفكر الشرقي القديم. وعمل على تجسيدها في ميدان الرياضيات وحقق بذلك إسهامات عظيمة في الهندسة والجبر.

3- أبو للونيوس:

يعد أبو للونيوس (*) عالم هندسة عمل على التفرغ لمجال اتصف بالاتهام به وهو نظرية القطوع المخروطية، وقام بتقديم دراسات في القطع المكافئ والقطع الناقص، والقطع الزائد

¹ محمد محمد قاسم، المرجع السابق، ص346.

² جورج سارطون، ج4، المرجع السابق، ص143-144.

(*) أبو للونيوس: ولد أبو للونيوس في برجا حوالي 262 ق.م ولا نكاد نعرف اسم والديه ولكن كان له ولد يحمل اسمه أبو للونيوس الصغير، ذهب إلى الاسكندرية في وقت مبكر من حياته أثناء حكم بطليموس الثالث وبطليموس الرابع، اطلع على أعمال ارشيميدس وإن لم يكن تلميذا له، وعاش أغلب عمره بالاسكندرية، وارتاد معهد العلوم. ينظر: حربي عباس عطيتو محمود وحسان حلاق، المرجع السابق، ص208، وأيضا: محمد محمد قاسم، المرجع السابق، ص348.

وتتمثل إسهامات أبو للونيوس في مجال المخروطات هو إعادة تنظيم ما تم التوصل إليه من نتائج والعمل على تقديمه في إطار جديد، إلا انه اكتشف نظريات أيضا. حيث يتكون عمله الأساسي القطوع المخروطية من ثمانية كتب. تمثلت مواضيعها في مجالات مختلفة من بينها: توليد القطوع المخروطية الثلاثة المكافئ والناقص والزائد. وكذلك الخطوط التقريبية، المحاور والأقطار وغيرها من المواضيع¹.

لقد كان ارشيميدس قبل أبو للونيوس على اهتمام بالقياس كعمليات الترتيب، وتمكن أن يحقق بمهارته تكاملا في المستويات أو السطوح ذات الأبعاد الثلاثة المحوطة بمنحنيات. وكذلك المجسمات. في حين نجد أبو للونيوس المؤكد فهو نظرية القطوع المخروطية التي عمل على فهم أشكالها وموضعها ولم يقسمها إضافة إلى إدراك ما بين القطوع المخروطية من علاقات يمكن من خلالها أن نميز بينهم وبالتالي هنا هندسة أبو للونيوس تعتبر هندسة للأشكال والأوضاع أما ارشيميدس فهي هندسة القياس. وتعتبر هذين الهندستين متداخلتين فيما بينهم إلا أنهم يختلفان في مواضع فقط. والأشكال عند أبو للونيوس أما ارشيميدس فاهتم بالقياس².

إن أبو للونيوس من خلال إسهاماته في الهندسة احتل المرتبة الثانية بعد أرشيميدس وكلاهما اشتغل في هذا المجال وقدم إسهامات قيمة تساهم في تقدم العلم الرياضي تمثلت هندسة كل منهما في هندسة القياس وهندسة الأشكال.

¹ جورج سارطون، ج4، المرجع السابق، ص348-349.

² المرجع نفسه، ص160.

المبحث الثاني: منزلة الأفلاطونية في الرياضيات المعاصرة

لقد كان لأفلاطون مكانة هامة في الفلسفة الرياضية المعاصرة، وذلك من خلال اعتماده للرياضيات كوسيلة للوصول إلى الحقيقة المطلقة، والعمل على تطوير هذا العلم، فأدى بذلك هذا التطور الفكري للرياضيات إلى ظهور أزمة الأسس الرياضية التي أحدثت ضجة كبيرة في ميدان العلم الرياضي، مما أدى الأمر إلى البحث عن حل لهذه الأزمة فظهرت بذلك نزعات فلسفية، نزعة منطقية تعمل على إرجاع الرياضيات على أساس فروض، وبالتالي أحدث هذا الأمر تغييرا في الرياضيات، وكل ذلك كان تحت تأثير النزعة الأفلاطونية، ففيما تمثلت منزلة الأفلاطونية في فلسفة الرياضيات المعاصرة؟

1- أزمة الأسس الرياضية:

لقد اتسم القرن التاسع عشر ببروز أزمة الأسس الرياضية التي أدت إلى تغيير جذري في العلم الرياضي الكلاسيكي، من حيث تعريفه وموضوعه ومنهجه، وذلك من خلال إحداث قطيعة في البداية، فالرياضيات منذ القديم كانت تتميز بالدقة واليقين وذلك كون الأسس التي بني عليها أسس حدسية ثابتة غير متغيرة ويقينية. أي أن العالم الرياضي كان يفسر من خلال الرجوع إلى الحدس، والي إلى التجربة الحسية.

وبالتالي هذا ما أدى إلى أن يصبح العلم الرياضي عبارة عن تجربة للعالم الخارجي الذي نعيش فيه، وما دام الرياضيات هنا حدسية مطلقة فلا بد لها من أن يمسها الشك، وبذلك طرحة أزمة الأسس الرياضية، حيث أن الصدق في الرياضيات يرجع إلى الحدس الحسي الذي أصبحت الرياضيات من خلاله لا معقولة، متناقضة. من خلال خضوع الرياضيات إلى المنطق ومبادئه إلا أن التطور العلمي الذي أدى إلى تغيرات جذرية أصبحت من خلالها المبادئ تحمل في طياتها التناقض، ومن بين هذه المبادئ البديهيات التي هي قضايا واضحة بذاتها لا تحتاج إلى برهان وذلك كونها صادقة عند كل من يفهمها، أما المسلمات التي تصادر عليها من أجل تأسيس العلم وإقامة البرهان، أما بالنسبة إلى للتعريفات فهي مصادرات للحدود المستخدمة.

ومنه فإن الشك في هذه المبادئ الخاصة بالعلم الرياضي، يعتبر هذا الشك مؤسس بأسس الرياضيات القديمة، وبذلك ظهرت اكتشافات في العلم الرياضي خلال التمرن التاسع عشر تمثلت في ظهور الهندسة الاقليدية مع كل من ريمان ولوبا تشوفسكي¹.

لقد أدت الهندسة الاقليدية إلى بروز نموذجان هما: "هندسة الرياضي الروسي لوبا تشوفسكي، وهندسة الرياضي الألماني ريمان، لكن الهندسات الاقليدية لم تنحصر في هذين النموذجين بل ظهر للرياضيين انه يمكن إقامة عدد لأمتاه من الأنساق الاقليدية، حيث تحولت الهندسة المعاصرة إلى انساق اكيومية (فرضية استنباطية) وذلك بعد ظهور المنهج الأكيومي أي بعد وضع أسس النسق الاستنباطي في الهندسة"².

ويعني هذا أن الهندسة الاقليدية تمثلت في ظهور هندسات متعددة وذلك من خلال ظهور المنهج الفرضي الذي أدى إلى ظهور انساق اقليدية غير منتهية.

1- مسلمة التوازي وظهور الهندسات الاقليدية:

لقد بنى إقليدس هندسته الاقليدية على جملة من الفروض يتوقف عليها صدق النظريات ونتائجها، وكل فرض يتوقف صدفة على الفروض الأخرى، هذه الفروض هي عناصر أولية واضحة بذاتها لا تحتاج إلى برهان لأنها تعتبر أساس البرهان، هذا ما جعلها تسمى "مبادئ" ومنه فإقليدس في هندسته ميز بين ثلاثة أنواع من المبادئ: البديهيات والمسلمات والتعاريف. حيث أن البديهية هي قضية واضحة بذاتها لا تحتاج أن نبسطها.

بينما المسلمة هي قضية غير واضحة بذاتها إلا أنها يسلم لها بدون برهان، أما بالنسبة إلى للتعاريف فهي مجموعة من الحدود التي لا بد لنا من الأخذ بها. وعلى هذا الأساس بنى إقليدس هندسته على هذه المبادئ وبالرغم من أن البديهيات كانت مقبولة والتعريفات كذلك إلا أن المسلمة كانت دائما مجالا للشك فيه وذلك كون إقليدس طلب التسليم بها دون البرهنة عليها. ومن بين المسلمات التي كانت محل شك وأثارت كثيرا من الترددات هي المسلمة

¹ زيات فيصل، المرجع السابق، ص ص72-74.

² فاطمة حيمان، المرجع السابق، ص214.

الخامسة المعروفة بمسلمة التوازي التي تصاغ كالتالي: من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط موازي له ¹.

إن الهندسة الاقليدية التي شيدها إقليدس أثارت شكوك حول مسلمة التوازي أدى البحث في هذه المسلمة إلى الخروج من هذه الهندسة وبروز هندسته أخرى. ومن خلال بحثه في هذه المسلمة من طرف الرياضيين ومحاولة إثباتها باستعمال المسلمات الأخرى، حينها افترضوا بأن السطح الغير مستوي بمعنى عكس هندسة إقليدس، هذا ما أدى إلى ظهور الهندسات الاقليدية تمثلت في هندسة لوبا تشوفسكي وريمان ².

إن المسلمة الخامسة لإقليدس هي مسلمة واضحة وغير بديهية. حيث أن الرياضيين أدركوا أن هذه المسلمة لا بد من إقامة البرهان على صحتها، فبرز الكثير من الرياضيين من بينهم ثابت بن قره حيث للخطوط المتوازية تمثل في أنها خطوط لا تقترب ولا تبتعد بعضها عن بعض، ومن ثم عوض هذه المسلمة بمصادرة تمثلت في "إذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين وكان هذان الخطان المستقيمان يتقاربان في إحدى جهتيهما وتباعدهما من جهة التباعد يزيد بينهما" ³.

تمثلت كمحاولة ثابت بن قره في اقتراض مصادرة من اجل إثبات مسلمة التوازي والبرهنة عليها. فوجد نفسه في مصادرة أخرى.

كما أن هناك أيضا عالم آخر كانت له محاولة في هذا المجال وهو "عمر الخيام" الذي كان اهتمامه منصب على شرح كتاب الأصول لإقليدس، واستعمل في كتابه شرح ما كان غير معروف في كتاب الأصول مصادرة مكافئة لها، وتمثلت في أن "الخطيين المتقاطعين يتباعدان، والخطيين القريبين يتقاطعان"، كانت هذه المصادرة التي وضعها عمر الخيام كبديل لمسلمة التوازي، بالإضافة لذلك هناك أيضا لنصر الدين الطوسي الذي استعمل البرهان بالخلف من

¹ محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 74-75.

² زيات فيصل، المرجع السابق، ص 74.

³ المرجع نفسه، ص 75.

اجل البرهنة على صحة هذه المسلمة لإثبات استحالة بطلان هذه المصادرة، وهذا ما يتضمن التأكيد على صحة مسلمة التوازي¹.

أما بالنسبة للعصر الحديث فوجد المحاولة التي قام بها العالم الرياضي الإيطالي "ساكيري"، حيث أقام برهانا لهذه المسلمة، إلا أن هذا البرهان كان سبيلا لظهور الهندسات الاقليدية، وتمثل برهان ساكيري في "أن عدم استطاعة إثبات بطلان تلك المسلمة يتضمن في ذاته صحتها"، وانطلاقا من هذا القول قام "ساكيري" بامتحان النتائج التي تنتج عن هذا البرهان الذي أقامه، من أجل بطلان من أجل مسلمة التوازي. فلجأ "ساكيري" إلى الشكل أ ب ج الذي يساوي فيه أ د، ب ج ويسقطان عموديا على أ ب، بعد امتحان "ساكيري" الفروض الثلاثة الممكنة التي نتجت عن هذا القول ان الزاويتين ج، د قائمتان أو حادثان أو منفرجتان، هذا ما يؤكد عدم إثبات بطلان المسلمة التوازي يحتوي في ذاته صحتها.

إضافة إلى ساكيري نجد هناك الكثيرون الذين كانت لهم محاولة حول البرهنة على صحة المسلمة الخامسة أمثال لوجاند لود المبير ولوجرانج، إلا أن كل هذه المحاولات باءت بالفشل المتكرر الذي تمثل في محاولات الرياضيون البرهنة على صحة المسلمة أن يؤدي في آخر الأمر إلى افتراض الرياضيون بإمكانية قيام هندسات الاقليدية، حيث نجد الرياضي "هالستد" (halsted) كان محقا عندما لاحظ بان ابتكار تلك الهندسة أصبح أمرا يجب تحقيقه في بداية القرن التاسع عشر².

إن المحاولات التي قام بها الرياضيون في العصر الحديث كانت محاولات في القمة من أجل بطلان مسلمة التوازي خصوصا ساكيري بافتراضه للفروض الثلاثة من أجل إثبات بطلان هذه المسلمة الذي يتضمن في ذاته صحتها، ورغم فشل كل هذه المحاولات ظهور الهندسات الاقليدي أصبحت صورة لابد منها.

¹ زيات فيصل، المرجع السابق، ص76.

² ثابت الفندي، المرجع السابق، ص56.

لقد ضلت المسلمة الخامسة لإقليدس تشغل بال الرياضيين سواء كان يونانيون أو عرب أو أوروبيين الذين كانت لهم محاولات في البرهنة على هذه المسلمة، إلا أن هؤلاء لم يتمكنوا من البرهنة على صحة هذه المسلمة هذا ما أدى إلى رفضها، وانطلاقاً من هذه المحاولات العديدة توصل العالم الروسي "لوبا تشوفسكي" إلى إقامة أول عرض منهجي متكامل تمثل في إقامة هندسة إقليدية متناقضة يتم من خلالها رفض مسلمة التوازي حيث افترض لوبا تشوفسكي "أن السطوح ليس مستويا بل مقعر"، وانطلاقاً من هذا الافتراض اثبت لوبا تشوفسكي بطلانه لهذه المسلمة، ويصبح أن من نقطة خارج مستقيم، يمكن رسم عدد لا متناهي من المستقيمت المتوازية لهذا المستقيم.

ومنه هذه الهندسة الاقليدية التي جاء بها لوبا تشوفسكي، وبعده جاء ريمان واكتشف هندسة أخرى غير اقليدية، من خلال كتابه لمقال تمثل عنوانه في "فرضيات تساعد على تأسيس الهندسة"، ومنه افترض ريمان أن السطح محدب. وبالتالي أسس ريمان نس هندسة لا اقليدية تمثلت في انه "لا يوجد فيه خطوط موازية" بمعنى انه من نقطة خارج مستقيماً يمكن رسم أي موازي، ومنه هذه الهندسة الاقليدية التي جاء بها ريمان¹.

وهكذا انطلاقاً من هندسة ريمان ولوبا تشوفسكي، أصبح هناك تعدد في الهندسات واختلاف بينهما، تمثلت في هندسة كل من إقليدس ثم لوبا تشوفسكي ثم ريمان.

إن مسلمة التوازي لإقليدس مستقلة منطقياً عن باقي المسلمات لإقليدس وهذا الاستقلال، تستطيع من خلاله أن نغير هذه المسلمة ونضع لها بديل سواء كان هذا البديل نقضاً لها أو يكون نفيها لها مع ريمان أو مختلفاً فقط مع لوبا تشوفسكي، ومنه فهندسة ريمان تعتبر نقياً لمسل إقليدس من خلال قوله "بأن كل متوازيين لا بد أن يلتقيان عند امتدادهما، إذ هما مجرد مستقيمين على سطح كروي واحد" أما إقليدس هنا فيقول بأنهما "لا يلتقيان مهما امتدا" أما هندسة لوبا تشوفسكي فإن البدي الذي جاء به هو بديل مختلف فقط عن مسلمة إقليدس، وذلك

¹ زيات فيصل، المرجع السابق، ص76-77.

كون لوبا تشوفسكي يقول "أنه من نقطة ما خارج مستقيم يمكن إقامة عدد لا ينتهي من المتوازيات أما إقليدس فيرى بأنه يمكن رسم موازي واحد فقط¹.

ومن هنا كان وراء محاوله إثبات مسلمة التوازي لإقليدس ظهور هندسات لإقليدس مع كل من ريمان ولوبا تشوفسكي.

ب- انهيار فكرة الاتصال:

لقد بات الحدس الهندسي يشغل حيزا في الرياضيات ويفرض نفسه، كما كانت الدوال أيضا قائمة على أساس فكرة الاتصال الهندسي، إلا أن في بداية القرن التاسع عشر نشأت اكتشافات جديدة أدت إلى إدخال الريب لدى الرياضيين في قيمة هذا الحدس الهندسي الذي تقوم عليه الدوال. ومن خلال البحث في التحليل وتقدمه إضافة إلى الإنشاءات الرياضية التي قام بها الرياضيون، أدى هذا الأمر إلى اكتشاف دالة منفصلة وانهارت بذلك فكرة الاتصال. كان هذا الاكتشاف من طرف "كوشي" الذي رأى بأن هناك دوال متصلة ودوال منفصلة، أدى هذا الأمر إلى زعزعة الحدس الهندسي للاتصال وانعدام الثقة فيه، حيث أصبح في كل دالة نطرح التساؤل إن كانت هذه الدالة متصلة أو منفصلة؟

بهذا فتح كوشي الطريق نحو تحرير التحليل من تلك الحدود الضيقة التي ألصقها به الحدس الهندسي الذي كان سائد في الجانب الهندسي منذ زمن طويل. ومن خلال البحث في التحليل ظهرت الأعداد التخيلية أو المركبة في الدوال، ويعني هذا أن كوشي من خلال وضعه لإحداثيات الدوال تمثلت في أعداد تخيلية الأمر الذي أدى إلى اتساع أفق نظرية الدوال، ومنه سميت هذه الدوال "بالدوال التحليلية"، كما كان أبسط عدد تخيلي من الأعداد التخيلية هو جذر المعادلة $x^2 = -1$ ، من هنا انطلق الرياضيون في البحث في علم العدد في حد ذاته، حيث أنه من خلال نبذ فكرة الاتصال الهندسي، ووضع الأعداد في مكانه والاهتمام بنظرية الأعداد أدى إلى التصادم بمشكلة أخرى تمثلت في فكرة اللانهائي².

¹ ثابت الفندي، المرجع السابق، ص59.

² زيات فيصل، المرجع السابق، ص80-81.

وهذا يعني أن الاهتمام بالتحليل ودراسته أدى إلى اكتشاف دالة منفصلة بعدما كان الحدس الهندسي للاتصال سائداً، وبالتالي ظهرت هنا دالة منفصلة ووضع لها إحداثيات تتكون من أعداد تخيلية وأصبح في الهندسة نوعين من الدوال دالة منفصلة ودالة متصلة.

ج- أزمة اللانهائي في الرياضيات.

لقد اتجه الرياضيون إلى البحث في نظرية الأعداد والاهتمام بالعدد في حد ذاته، هنا وجد الرياضيون أنفسهم في مشكلة وهي وجود العدد اللانهائي داخل سلاسل الأعداد، فظهرت في ذلك أزمة أخرى في الرياضيات سميت بأزمة اللانهائي في الرياضيات، "هنا برز اسم جورج كانتور الذي ارتبط اسمه بنظرية المجموعات التي تعد من نتائج أزمة الرياضيات، والذي قام بدراسات رياضية هامة من بينها "ألا متناهي" أو "مالا نهاية" وهو بمثابة اللغز الذي جبر الكثير من المفكرين فلاسفة كانوا رياضيين في مختلف العصور، فهو من أهم المشاكل قديماً وحديثاً، ويقصد بأزمة ألا متناهي أزمة الرياضيات التي ترتبط بأزمة ألا متناهي¹.

اهتم "كانتور" بدراسة الأعداد خصوصاً الأعداد اللانتهية، وذلك كون العدد اللانتهائي* شكل مسألة شغلت بال رياضيين قديماً وحديثاً. إضافة إلى إرسائه لدعائم نظرية المجموعات. إن الفكرة اللانتهائي أثارت نقاشات وأبحاث منذ ظهورها حين حيث أنها قسمت الأعداد إلى أعداد متناهية وأخرى لا متناهية، وبالتالي ظهرت فروق شاسعة بين العددين خصوصاً في العمليات الحسابي كالضرب والجمع، ولحل هذه الأزمة المتمثلة في ظهور اللانتهائي ظهرت نظرية المجموعات مع كانتور التي تعتبر في نظره أنها تعبر عن التصور الواقعي اللانتهائي ووجودها مرهون بوجود المجموعات ألا متناهية فعلاً عند كانتور².

¹ زيات فيصل، المرجع السابق، ص84.

* اللانتهائي: هو تصور مرتبط بكل ما ليس له حد كالعدد والقياس، ورمزه ∞ الذي استعمل أول مرة من طرف جونواليس وذلك سنة 1656، إذ استمده من الرومان الذي كانوا يستعملونه للإشارة إلى العدد 100. ينظر: -زبيدة مونية بن ميسى حرم بن عيسى، فلسفة الرياضة عند جان كفايسيس، إيش: الزواوي بغورة رسالة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه العلوم في الفلسفة، كلية العلوم الإنسانية والعلوم الاجتماعية، قسم الفلسفة جامعة منتوري، قسنطينة، 2007، 2008، ص48.

² زيات فيصل، المرجع السابق، ص84.

إن محاولة حل أزمة ألا متناهي في الرياضيات اهتم به الكثير من الرياضيين من بينهم كانتور الذي أرسى دعائم نظرية المجموعات كحل لهذه الأزمة.

نظرية المجموعات ونقائضها:

تعد نظرية المجموعات نظرية رياضية تهتم بالتأليف والانسجام بين الأعداد وتنطلق في ذلك من ثلاثة حدود أولية غير معرفة تمثلت في: المجموعة، العنصر، ينتمي، ومنه فالمجموعة مفهوم أولي بدل حشد من الأشياء المتناهية أو ألا متناهية للعدد، مهما كانت طبيعة هذه الأشياء "فالمجموعة بهذا الاعتبار هي جملة من العناصر تربطها رابط ما، رابطة هي عبارة عن خاصية ما مشتركة بين العناصر¹.

وهذا يعني أن المجموعة تضم مجموعة من العناصر التي تربطهم رابطة ما في بعضهم البعض.

ولقد ظهرت نظرية المجموعات مع الرياضي جورج كانتور، وتعتبر من أحدث النظريات الرياضية التي دخلت التحليل وذلك من خلال النظر إلى الدوال على أنها مجموعة لتؤسس الرياضيات، وذلك كونها تعبر عن التصور الواقعي للامتناهي، وبالتالي استطاع كانتور بناء دراسة جديدة للامتناهي الرياضي. إضافة إلى ذلك تعرف المجموعة بأنها تقوم بجمع المواضيع المختلفة والمحدودة عن طريق الحدس أو عن طريق تفكيرنا إلا أن مفهوم المجموعة عند كانتور صار أكثر اتساعاً لأنه قصد بالمجموعة أنها تقوم بتجميع المواضيع المحدودة المختلفة أي انه لا يمكن تكرار عنصر واحد مرتين داخل المجموعة، ومنه تقوم بتجميع المواضيع في أطار مجموع، وهذه المواضيع تتعلق بإحساسنا وإدراكنا².

إن العدد في نظر كانتور يعتبر فكرة أولي، وبالتالي فكل مجموعة لها عدد بمثلها فتعتبر قضية أولية. هذا ما جعل كانتور يحقق الوحدة والاتساق في الرياضيات. ألا أن نظرية المجموعات هذه أثارت العديد من النقاشات والصعوبات وذلك كونها تحتوي على نقائض أدت

¹ محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 95.

² زيات فيصل، المرجع السابق، ص 88.

الى طرح مشكلة الأسس الرياضية بشدة في شكل أزمة حقيقية حيث أنه رغم مشكلة ألا نهائية التي ارتبطت بهذه النظرية هناك أيضا مشكلة أخرى اكتشفها الرياضيون تمثلت في النقائض التي تنطوي داخل هذه النظرية¹.

ويعني هذا أن المجموعة تضع مجموعة من العناصر أي أعداد وهذه العناصر تتصف بالوحدة والاتساق رغم كل هذا أظهرت مفارقات داخل نظرية المجموعات.

يعد الشك بداية الوصول إلى النقائض، حيث ظهرت نقائض في نظرية المجموعات التي أثارت أزمة الأسس، إضافة إلى مساهمتها في تقدم وتطور النظريات في مختلف العلوم، ومن بين تلك النقائض التي زعزت الأسس الرياضية وشغلت بال الكثير من الرياضيين هي نقيضة بوارلي فورتى حيث تعتبر أول النقائض الحديثة ظهور وهذه المفارقة تبين لنا أنه كلما حددنا أكبر الأعداد الترتيبية، وبالتالي يمكن لنا إضافة "1"، عندها نحصل على عدد ترتيبي جديد يكون هو الأكبر، وهذا يعتبر بناقض في النظرية التاسعة والأربعون، في حين نقيضة كانتور تمثلت في إمكانية نظرية المجموعات على توزيع عناصر مجموعة ما إلى مجموعات جزئية تكون أكثر عددا من عناصر تلك المجموعة.

ومن خلال هذه المجموعتين نلاحظ أن عناصر المجموعة أكثر عددا من عناصر المجموعة الثانية، وهذا يعني أن الجزء أكبر من الكل وهذا في حد ذاته تناقض، أما بالنسبة لمفارقة راسل متعلقة بالتعبير عن الدالة وتميزها عن القضية وتتعلق بمجموعة جميع المجموعات وبالتالي هنا نجد أنفسنا أمام مجموعتين: المجموعة التي تشمل على نفسها والمجموعة التي تشمل على نفسها كانت النتيجة هي أن هذه المجموعة لا تشمل على نفسها. هذا يعني مفارقة في القضية وعكسها كلاهما تؤدي إلى تناقض. ومن هنا كانت هذه أهم المفارقات التي ظهرت في نظرية المجموعات وزعزت الأسس الرياضية².

¹ زيات فيصل، المرجع السابق، ص 91.

² المرجع نفسه، ص 91-101.

لقد أدى البحث في نظرية المجموعات لكانتور إلى الشك في أسس هذه النظرية وبالتالي وصلوا إلى وجود نقائص داخل هذه المجموعة وكانتور في حد ذاته اكتشف نقیضة داخل المجموعات بالتالي محاولة حل هذه أدى إلى البحث في الأسس التي بنيت عليها الرياضيات. **الحلول المقترحة لأزمة الأسس:**

إن أزمة الرياضيات ظهرت من خلال البحث في مسلمة التوازي ومحاولة إثبات بطلانها الذي أدى إلى قيام هندسات إقليدية، ومن خلال ظهور هندسات متعددة فتحت أفقا واسعة أمام الرياضيين. وعندها اتجه الرياضيون في البحث في الجانب الهندسي وتقدم التحليل الذي أدى بدوره إلى اكتشاف دالة منفصلة وبذلك تم تقويض فكرة الحدس الهندسي للاتصال الذي كان سائدا، ولحل هذه الأزمة لجأ الرياضيون إلى العدد كحل لهذه الأزمة، وبالتالي نجحت في استيعاب مختلف فروع العلم الرياضي من خلال تحقيق الوحدة والانسجام بين أجزائه بين أجزائه، إلا أن نظرية المجموعات نفسها تضمنت نقائص، وكحل لهذه الأزمة المتمثلة في أزمة الأسس ظهرت ثلاث نزاعات رئيسية كحل لهذه الأزمة تمثلت في النزعة المنطقية والنزعة الحدسية والنزعة الاكسيومية¹.

إن هذا النزاعات ظهرت كحل لأزمة الأسس فكل مجموعة ترد الأساس الذي بنيت عليه الرياضيات إليها، حيث نجد النزعة المنطقية ترجع أساس الرياضيات إلى المنطق، حيث كان "لينز" أول من أظهر التشابه بين المنطق والرياضيات، فلينز انتبه إلى أن الرياضيات كلها هي عبارة عن عمليات استنتاج تتم انطلاقا من مبادئ منطقية وبواسطتها أيضا، في حين "راسل" يرى بأن هناك تطابق بين المنطق والرياضيات، حيث ينظر إلى الرياضيات على أنها جزء من المنطق أو امتدادا له، فلقد برهن على ذلك بعمليتين تمثلت الأولى في تحليله للرياضيات تحليلا منطقيا بإرجاعها إلى أصولها المنطقية أما الثانية فتمثلت في تحليله للمبادئ المنطقية نفسها تحليل نصل من خلاله إلى عدد قليل من الفروض التي من خلالها نتمكن من

¹ محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 103-104.

تبسيط قواعد المنطق. والرياضيات معا ومنه فالنزعة المنطقية لم تتجح النجاح الكامل في حلها لمسألة النقائض، رغم نجاحها في إظهار الصلة الوثيقة بين الرياضيات والمنطق¹. إن النزعة المنطقية حاولت حل أزمة الأسس من خلال إرجاعه إلى المنطق واعتباره للأسس الذي انطلقت منه من خلال الصلة القوية والوثيقة الموجودة بين المنطق والرياضيات. أما النزعة الحدسية فيرى أصحابها أمثال "بوانكاريه" و"لوبينغ" و"بيرر" و"بوريل" وغيرهم، إن الرياضيات لا تشتق من المنطق كما رأى راسل، وإنما الرياضيات في نظرهم إلى مادة مقابل الصورة وتحتاج إلى تجلابة من نوع خاص وهي الحدس التجريبي، أما بالنسبة للمنطق والأكسيوماتيكي فينظرون لهم على أنهم وسيلة لشرح وتبسيط الكشوف الهندسية التي تقوم على الحدس دائما استعراضها. فالرياضي دائما عندما يكون يصدد عرض هذه الكشوف التي توصل إليها عن طريق الحدس.

من هنا فإن الحل الذي يرويه الحدسيون مناسباً لحل مشكلة النقائض هو أنه يجب رفض صلاحية مبدأ الثالث المرفوع وذلك كون نقائض نظرية المجموعات ترد كلها إلى مبدأ ثالث المرفوع الذي نعرف من خلاله القضية إن كانت صادقة أم كاذبة، وبالتالي لمكان لقيمة ثالثة بمعنى حل ثالث تتمثل في القول إن القضية صادقة وكاذبة معا. وعلى هذا الأساس يرى أصحاب النزعة الحدسية الجديدة أن جميع أنواع ألا متاهي نقلت من قبضة مبدأ الثالث المرفوع، وبالتالي فهو غير صالح فيها إلا في المقادير النهائية، زمن هنا فإن النزعة الحدسية حققت نجاحا تمثل في كونها كسرت قلوب المنطق القديم وبالتالي فتحت المجال أمام ظهور أنواع أخرى من المنطق متعدد القيم².

لقد عملت النزعة الحدسية على رد الأساس الذي بنيت عليه الرياضيات إلى الحدس عكس النزعة المنطقية التي أرجعتها المنطق إلى المنطق، وبالتالي فالمنطق الاكسيوماتيكي هما مجرد وسيلة لتبسيط ما توصلنا إليه عن طريق الحدس.

¹ محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص104-111.

² المرجع نفسه، ص112-116.

أما بالنسبة للنزعة الأكسيومية فتري أن المجموعة لا تستطيع تعريفها إلا كما نعرف المجاهل في المعادلات الرياضية متعددة المجاهل. وبالتالي نصيح امام مجموعات تقبل أن تكون في مكان المجاهل، ومجموعات أخرى لا تقبل أن تكون محلها، وعلى هذا الأساس يرى زيرميلو أحد أنصار النزعة الأكسيومية أن الوسيلة في التخلص من النقائص والتغلب عليها هي أن ننطلق من عدد من المسلمات نستطيع من خلالها تحديد تعريف المجموعة بشكل لا يسمح لنا بإنشاء المجموعة المتناقضة¹.

إن النزاعات ظهرت كحل نهائي لازمة الأسس الرياضيات وبالتالي كل نزعة ترجع أساس الرياضيات إليها، إلا أن النزعة الأكسيومية بقيت الأكثر اعتمادا من بين تلك النزاعات.

2- الأفلاطونية والنزعة المنطقانية "فريجه":

يعد غوتلوب فريجه* أول من اهتم بالعلاقة بين الرياضيات والمنطق وهو ما أصبح يسمى الآن بالوجيستيقا، حيث يقوم هذا المذهب بإرجاع الرياضيات الخالصة بأكملها بالمنطق الصوري، وذلك لاعتبارها جزء منه وامتداد لقضاياها، وقد "أضاف فريجه كذلك نظريات عن الحساب التحليلي ثم واصل دراسة التحليلية فأسهم بأبحاث كثيرة لإستخلاص المسلمات (الحدود الأولية) والقضايا الأولى في العلوم الرياضية مستكلا أبحاث ديدكند وهلبرت فاستنبط الثوابت المنطقية مثل التضمن الصوري، كما تؤدي إلى إدخال التغيرات المنطقية في القضايا المنطقية البحث على نسق الرياضة"².

ففريجة اهتم بعلم الحساب ودرس التحليل فيه، فكانت له إسهامات في هذا المجال أكمل من خلالها أبحاث كل من ديدكند وهلبرت، واكتشف الثوابت المنطقية، وبهذا فإن فريجة اكتشف

¹ محمد عابد الجابري، المرجع السابق، 116-117.

* غوتلوب فريجة: رياضي ومنطقي وفيلسوف ألماني (1848-1925م)، أكبر منطقي ورياضي في أواخر القرن التاسع عشر ووائل القرن العشرين شارك في حركة تحسيب التحليل أي رد التحليل إلى حساب، كما أدى به بحثه عن "مثال نهج علمي صرف في الرياضيات" إلى تجديد عميق في المنطق الرياضي الحديث. ينظر: - زيات فيصل، المرجع السابق، ص 65. وأيضا: - جورج طرابيشي، المرجع السابق، ص 463.

² زيات فيصل، المرجع السابق، ص 67-68.

الصلة الوثيقة بين المنطق والرياضيات، حيث يعتبر نظرية الأعداد الطبيعية التي تشكل القاعدة الرئيسية لعلم الحسابات بأنها امتداد للمنطق، من خلال هذه النظرية توصل فريجه إلى أنه يمكن إرجاع الرياضيات بأكملها إلى المنطق، حيث يرى بأن الأعداد تشير إلى تصورات أي أن الأعداد في نظره عبارة عن مفاهيم مجردة عقلية للأشياء، وبالتالي علينا تصور هذه الأشياء على أنها فئات لكي يصبح لدينا تصور عددي لهذه الفئات¹.

وهذا يعني أن فريجه يرى بأن العلاقة بين المنطق والرياضيات علاقة ضرورية فكلاهما يكمل الآخر. حيث أشهر فريجه بإرجاع مختلف التصورات والمباحث الرياضية إلى المنطق بمختلف تصوراته ومباحثه وهذا ما يؤكد العلاقات بين المنطق والرياضيات، ومن خلال تأثره بالأفلاطونية عمل على التوفيق بين الأفلاطونية والمنطقانية من خلال الاهتمام في أبحاثه العملية بأن قضايا علم الحساب يمكن لنا معرفتها معرفة تحليلية قبلية.

ومنه فإن الاهتمام بتبرير معرفة علم الحساب أدى به إلى ضرورة الاهتمام أيضا بوجود الأعداد والأفكار الموضوعية بأكملها ومناقشتها، هذا ما أدى إلى أن يصبح فريجه ذو موقف انطولوجي واستمولوجي يشبه الانطولوجيا الأفلاطونية وعلى هذا الأساس أصبح هناك موقف انطولوجي وموقف استمولوجي في فلسفة غوتلوب فريجه من خلال الانسجام بين الموضوعات الرياضية والتصورات المنطقية نتيجة استقلالها عن الذات العارفة وعن المعرفة الحدسية، ولقد بين "جون لارجو" في كتابه «المنطق والفلسفة عند فريجه» عن موقفه حول فريجه وفلسفته قائلا "فريجه أفلاطوني: حين أكد مثلا أن تصور العدد وجد قبل أن يوجد بشر لاهتمام يعلم الحساب، وأن كل التصورات موهوبة بوجود موضوعي نستقل مثلما أن بديهية صادقة قبل وضعها، أو بالأحرى قبل الاعتراف بصدقها. ومن هنا نتأكد أفلاطونية فريجه بمقدار ما أن اهتمامه بالأطروحة الأفلاطونية حول وجود كائنات رياضية أقل من ما هو بنتائج هذه الأطروحة، الموضوعية التي تضمنها للكائنات أو الحقائق الرياضية"².

¹ زيات فيصل، المرجع السابق، ص 69.

² فاطمة حيمان، المرجع السابق، ص 319-320.

ومنه فريجه ذو نزعة أفلاطونية من خلال اهتمامه بنظرية الأعداد وإن الحقائق الرياضية حقائق موضوعي مستقلة تماما عن الذات العارفة وعن العالم الخارجي وذلك كونها حسب أفلاطون حقائق موجودة في عالم المثل.

إن فريجه استطاع من التوفيق بين الأفلاطونية والمنطقانية من خلال تخصيص جزء كبير من أبحاثه لاهتمام بالعدد الطبيعي والعدد الحقيقي حيث كان الرياضيين اهتمامهم مركز تعريف الأعداد وذلك من خلال اعتقادهم أن الأعداد الطبيعية يمكن لها أن تقدم لنا قاعدة ننتقل منها إلى تعريف الأعداد الحقيقية في العلم الرياضي¹.

وكان اهتمام الرياضيين عامة وفريجه خاصة مركزا على علم الحساب ودراسة العدد والاهتمام بتعريفه، وجعل العدد الطبيعي كمنطلق نستطيع من خلاله الوصول إلى العدد الحقيقي.

لقد بين فريجه وجهه نظره حول الدقة في العلم الرياضي في كتابه أسس علم الحساب، حيث يرى بأن هذا الاتجاه أي الدقة في العلوم الرياضية التي تشمل الرياضيات المعاصرة يجب أن يكون واسع يشمل تعريف العدد الطبيعي، ويعتقد فريجه بأن المسألة لا تتعلق بتحققنا من صدق الرياضيات بقدر ما تتعلق بمسألة فهم النتيجة المتبادلة لحقائق العلم الرياضي في بعضها البعض، حيث "أن البحث عن الدقة عند فريجه يسير مع إرادة الوصول إلى تنظيم كاف للمعرفة الرياضية، وهنا نلاحظ التطابق بين كل من فريجه وأفلاطون في موضوع المعرفة الرياضية، تكون نسقا من الحقائق ولكن فريجه يخالف أفلاطون في أن الحقائق الرياضية ليست كذلك بسبب مطبقتها معالم غير قابل لتناول مكون من موضوعات متعالية"².

وهذا يعني أن أفلاطون وفريجه يلتقيان في فكرة المعرفة الرياضية باعتبارها نسقا من الحقائق، إلا أن فريجه يظهر أفلاطوني من الناحي الأنطولوجية وذلك كونه يبحث عن الأساس اذي بنيت عليه الرياضيات وهذا الأساس هو المنطق، وهنا يكون فريجه ذو أفلاطونية

¹ أحمد موساوي، مدخل جديد إلى فلسفة الرياضيات، دار هومو، الجزائر، د ط، ص 64.

² المرجع نفسه، ص ص 65-66.

منطقانية، ومنه فالنسق الصوري عند غوتلوب فريجه يتألف من لغة صورية وقوانين الاستنباط التي نستطيع من خلالها استنباط العبارات التي تسمى مبرهنات متغايرة تخضع لقوانين وقواعد التركيب، ومنه فالنسق الصوري الذي أسسه فريجه هو نسق مبرهن يلجأ إلى تعريفات صريحة تدخل في عملية استنباط المبرهنات. إضافة إلى ذلك نجد تعريف العدد الطبيعي الذي وضعه فريجه يحتوي نسقا من التعريفات الصريحة التي صرح عنها في إطار نسق صوري مناسب، إلا أن ما يجب معرفته هو أن فريجه في اقتراحه لهذا النسق الذي خصصه لتعريف الأعداد الطبيعية، يعتبر نسق يختلف تماما عن الأنساق الأخرى التي سادت في الوقت الحاضر، وهذا ما جعل فوتلوب فريجه ذو نزعة أفلاطونية منطقانية¹.

ويعني هذا أن فريجه من خلال اهتمامه بمسألة تعريف الأعداد الطبيعية التي تدخل ضمن المنطق جعله يصبح أفلاطونيا ذو نزعة منطقانية ويدافع عنها.

3- الأفلاطونية والنزعة الحدسانية (كارت غودل)

يعتبر "غودل" رأي أفلاطون الذي يقر بأن الرياضيات هي التي "ترسم حقيقة وواقع غير محسوس له وجود مستقل عن أي نشاط أو استعدادات الذهن الإنساني والذي يدرك فقط، ومن المحتمل أنه مدرك بكيفية غير مكتملة بواسطة الذهن الإنساني"².

وهذا يعني أن "غودل" دافع عن هذا الموقف الأفلاطوني الذي يرى بأنه الرياضيات هي الطريق الذي نصل من خلاله إلى الحقيقة النهائية وذلك عن طريق العقل الذي يدرك هذه الصور الرياضية المجردة.

وتتمثل هذه الحجة التي وضعها "غودل" في دفاعه عن فكرة الواقع المستقل للموضوعات الرياضية عن العقل الإنساني. في أن الموضوع الذي يمتلك خصائص لا نعلمها وغير معروفة لا يمكن لنا أن نحدثه بطريقة واعية، وبالتالي فنحن لا نعلم إلا ما نقوم بإنتاجه من أجل غاية محددة ومن خلال هذه الحجة التي اعتمدها "غودل" في إثباته للوجود المستقل عن العقل

¹ أحمد موساوي، مدخل جديد إلى فلسفة الرياضيات، المرجع السابق، ص 66.

² المرجع نفسه، ص 77.

الإنساني للمفاهيم الرياضية نلاحظ أنه ذات نزعة أفلاطونية أنطولوجية وليس ذات نزعة إبستمولوجية، حيث استخدم كبديل لذلك مفهوم الحدس الذي يظهر من خلال هذا المفهوم مبرهنته التي سماها بمبرهنة عدم الاكتمال، ومنه فرغم أن البرهان عليها يحتاج إلى مراحل معقدة يمكن لنا صياغة نتائجها:

1. "إتساق الرياضيات لا يمكن أن يبرهن عليه داخل الرياضيات.
2. كل نسق للبديهيات يتضمن قضايا غير قابلة للبت أي لا يمكن أن نثبت صدقها ولا كذبها.
3. كل نسق للبديهيات لا يمكن أن يكون في آن واحد مكتملا ومتسقا.
4. كل نسق للبديهيات يتضمن الحساب (نظرية الأعداد الحسابية) يتضمن قضايا يمكن معرفة صدقها ولكنها غير قابلة للبرهان"¹.

يرى "غودل" بأن النقطة الهامة في فلسفة الرياضيات هي وجود قضايا صادقة ولكنها غير قابلة للبرهان نتعرف عليها من خلال الاتصال المباشر بعالم المثل الأفلاطونية، والحدس الرياضي هو الذي نستطيع من خلاله الاغناء عن عملية البرهان الذي يعتبر أكثر واقعية من الإدراك الحسي².

وهذا يعني أن "غودل" يعتبر القضايا الصادقة في الرياضيات لا نستطيع البرهنة عليها وهذه القضايا ندركه من خلال الاتصال المباشر بعالم المثل والحدس الرياضي هو الذي يمنع لنا القدرة على الاستغناء على عملية البرهنة.

إن غودل يرى بأننا "نملك نمط غير حسي يسمح لنا باستعراف لواقع الرياضي الذي هو ليس صنعة إنسانية بأي شكل من الأشكال، رأي غودل في وجود نمط غير حسي لإدراك الأشياء الرياضية"³.

¹ أحمد موساوي، المرجع السابق، ص 77-78.

² المرجع نفسه، ص 78.

³ باديس بدري، الواقع والزمن والفيزياء الأساسية، معهد الفيزياء، جامعة عنابة، الجزائر، د ط، 2018، ص 176.

المبحث الثالث: أفلاطون والمثالية الرياضية (جيمس جينس):

لقد اشتهر أفلاطون بالمثالية، والتي يرى من خلالها أنّ كل ما في الواقع الحسي ما هو إلا صور أو نسخ عنما هو موجود في عالم المثل، وبالتالي كان لأفلاطون ومثاليته أثر على الفكر الفلسفي المعاصر خصوصا عند "جيمس جينس"، الذي عرف بمثاليته الرياضية وعمل على الاهتمام بالجانب الرياضي والتركيز إعادة إحياء المثالية الأفلاطونية نتيجة تأثره الشديد بها إلى درجة التشابه الشديد بينهما، فكيف أثر أفلاطون ومثاليته الرياضية على الفكر الفلسفي المعاصر وبالخصوص عند "جيمس جينس"؟

1- مفهوم المثالية وتطورها التاريخي:

إن المثالية يعرفها "جميل صليبا" بأنها اسم يطلق بوجه عام على النزعة الفلسفية التي تقوم على رد كل وجود إلى الفكر بأوسع معانية. وهي بهذا المعنى مقابلة للواقعية الوجودية التي تقرر أن هناك وجودا مستقلا عن الفكر. ولهذه المثالية صورتان: أو لا هما تريد أن ترد الوجود إلى الفكر الفردي، وتسمى بالذاتية، أو بالمثالية الشخصية، وثانيتها تريد أن ترد الوجود إلى الفكر بوجه عام فرديا كان، أو جماعيا، أو كليا¹.

لقد عرف "جميل صليبا" المثالية بأنها ذلك المذهب الفلسفي الذي يعمل على ارجاع كل شيء إلى الفكر بمعانيه المختلفة وهذه المثالية لها صورتان: صورة ذاتية وأخرى موضوعية. إن الفلاسفة ينظرون إلى المثالية على أنها تشكل مذهبين: مذهب قديم وهو مذهب أفلاطون الذي صدر على يد سقراط أبي الفلسفة القديمة، بعدها ثبت دعائم هذا المذهب على يد تلميذة أفلاطون، "ويرى هذا المذهب أن الأفكار والمعقولات أو المثل موجودة وجودا هو أسمى من الوجود المحسوس، لأنها هي المبادئ الأصلية النموذجية للأشياء".

أما بالنسبة للمذهب فهو المذهب الكانطي "الذي مهد له أبو الفلسفة الحديثة ديكارتر في المبدأ الذي أرساه المسمي الكوجيتو (أن أفكر إذن أنا موجود)، وأبرزه "باركلي" في تقريره

¹ جميل صليبا، ج2، المرجع السابق، ص22.

أو الوجود وهو كون الشيء مدركا، ثم بشدة كانت بناء شامخا على أساس من نقد العقل في جوانب ثلاثة انظر والعمل والذوق"، هذا المذهب يرى بأن الموضوعات هي انطباعات حسية أو أفكار. هذه الانطباعات "لا يمكن لها أن تتحقق في الوجود إلا على نحو ما. باعتبارها تمثلات ذهنية، والأشياء ليست موجودة بذاتها وجودا مستقلا عن القوة العاقلة التي تذكرها، حيث وجودها مستفاد من هذه القوة ذاتها"¹.

لقد تمثلت المثالية في مذهبين: مذهب قديم كان مع سقراط وأفلاطون ومذهب حديث ظهر مع "ديكارت" و"كانط" و"باركلي"، وبذلك كانت المثالية من أهم المصطلحات التي برزت في الأوساط الفكرية والفلسفية.

إن المثالية في تطورها التاريخي مرت بالعديد من الأطوار عبر تاريخ الفكر الفلسفي الإنساني، حيث ظهرت المثالية في البداية عند الفراعنة، فكانت المثالية الفرعونية "تكتشف عن بواصر مثالية كان لها كيائها وحظوظها الفكرية فهذه المثالية قامت على فكرة ثنائية الروح والبدن، فقد أدركت بذلك طبيعة الإنسان، لأنها كانت تدرك وجود عالمين: عالم مادي محسوس وعالم روحي، الأول منها فاسد فان، والثاني خالد، وهذه الفكرة المثالية ترتبط لفكرة أخرى تطرق باب الفلسفة المثالية بقوة، وهي فكرة البحث"².

لقد كانت المثالية الفرعونية قائمة على فكرة ثنائية، الروح والبدن التي ترتبط بفكرة البعث، ومنه فإن المثالية عند الفراعنة لم تتمكن من قيام نظرية فلسفية مثالية مثل الفلسفات المثالية التي ظهرت. كما ظهرت المثالية أيضا في الفكر الشرقي في القديم وكانت تتصف بأنها مثالية خلقية. وكان يمثل هذه المثالية "كونفوشيوس"، حيث "تتعلق المثالية الخلقية عند من أساس مهم، وهو أن الفاضل هو الذي يعمل قبل أن يتكلم وفق ما يعمل. في إشارة واضحة إلى أن العمل يسبق النظر، والفعل يسبق القول"³.

¹ محمود كيشانا، المثالية مفهومها وأنواعها وفلاسفتها، المركز الإسلامي للدراسات الإستراتيجية، الغنية، العباسية المقدسة، ط1، 2018، ص ص20-21.

² المرجع نفسه، ص ص27-28.

³ المرجع نفسه، ص28.

ويعني هذا أن المثالية في الفكر الشرقي القديم وخصوصا عند الكونفوشيوسية هي مثالية خلقية فعلية أساسها الفعل والعمل.

كما ظهرت المثالية أيضا في الفلسفة اليونانية، حيث أنه "إذا كانت المثالية الأخلاقية هي سمة الفكر الشرقي القديم، وتعد أول مرحلة من مراحل الفكر المثالي، فإن هناك مثالية أخرى كانت أعلى من حيث القيمة الفكرية والتنظيم المنهجي وهي المثالية اليونانية، وهي المثالية التي ظهرت على يد اثنين من أعلامها الكبار هما: سقراط وتلميذة أفلاطون وإن في طبيعة هذه المثالية، والموضوعات التي تندرج تحتها"¹.

كما نجد المثالية ظهرت أيضا عند باركلي الذي يرى بأنها " تلك التي تعتمد العقل في الإدراك، والربط بين العقل ووجود الشيء، فما يدركه العقل فهو غير موجود حقيقي، وما لا يدركه العقل فهو عدم غير موجود، مستندا في ذلك إلى فكرته عن إنكار المادة، في نظريته الشهيرة عن اللامادية"².

في حين مثالية كانط فيؤسسها على الربط بين المقولات العقلية والمعرفة، حيث هذه المقولات تعتبر شرط ضروري من أجل بناء معرفي متناسق، إضافة إلى أنها تعتمد على إقامة البناء الأخلاقي على مبدأ الواجب والإرادة الطيبة الخيرة³. ومنه فكانت أسس مثالية مبنية على فكرة الواجب الأخلاقي بمعنى الواجب من أجل الواجب إضافة إلى إرادة الخير، وبالتالي فمثاليته مثالية عقلية وأخلاقية.

إضافة إلى ذلك نجد المثالية أيضا عند فيشته الذي يرى بأن "المثالية تربط العقل بالمطلق؛ حيث ذهب فيشته* إلى أن الأنا عبارة عن المطلق الحقيقي، الأنا عملية مقابلة بين

¹ محمود كيشانا، المرجع السابق، ص30-31.

² المرجع نفسه، ص21.

³ المرجع نفسه، ص22.

(*) فيشته: "يوحنا غوتليب" (1762-1814) ألماني، كانت فلسفته جماع شخصية أو أن شخصيته عكست فلسفته ببسط فيشته نظريته في المعرفة في مجموعة كتب ومحاضرات منها (مقدمة لنظرية المعرف والمبادئ الأساسية لنظرية المعرفة ويعتقد بوجود منهجين ممكنين في الفلسفة أحدهما هو القطيعة والثاني هو المثالية. ينظر: عبد المنعم الحنفي، ج1، المرجع السابق، ص973.

ذاتين: ذات وذات، أي ذات وغير ذات، لكن هل هذا الأنا له درجة الجوهر الإلهي عند فيشته؟ المتأمل في فكر فيشته يجده يرفض رفضا قاطعا أن يرتفع بالأنا الإنساني النسبي إلى درجة الجوهر الإلهي¹.

وهذا يعني أن العملية ارتبط العقل فيها بالمطلق الحقيقي الذي هو عبارة عن أنا يستطيع أن يأسس ذاته. وبالتالي فمثالته قائمة على العقل والأنا الذي هو المطلق الحقيقي.

أما المثالية عند "شيلنج" نجد أنه عرفها "إجباء العناصر الواقعية من خلال إحداث نوع من الوئام بين الطبيعة والمثالية، فالطبيعة تنتج المثالية من خلال روحنة قوانين الطبيعة، فتخلع الصوري على المادي، والمثالية تضفي الجانب المادي على قوانين العقل، فنجعل المادي صوريا"².

ويعني هذا أن مثالية "شيلنج" تعمل على عملية إحياء العناصر الواقعية وذلك من أجل إحداث الانسجام بين المثالية والطبيعية فكلاهما يحتاج الآخر.

أما "هيغل" فنظر إلى مفهوم المثالية تحدد فيما يعرف الروح المطلق الذي يشكل حقيقة الكون، و"هيغل" ينظر إلى "العلاقة بين العقل والمطلق، نظرة فيها الكثير من المثالية، وتقوم على أساس الاعتماد بأن هناك عقلا مطلقا، أو عقلا إلهيا موجودا في الطبيعة، بما يعني أن الطبيعة عنده هي المطلق، والفكر صورة أو مظهر لهذا المطلق وتعد هذه المثالية ردا على مثالية "باركلي" الذاتية التي تقوم على ربط الوجود شرطية إدراكه"³.

إن "هيغل" ربط المثالية بالروح المطلق وهذا يعني أن العلاقات بين العقل والمطلق فيها نوعا من المثالية، ومثالية هيغل هي مثالية جاءت كردا على مثالية باركلي التي تقوم على الربط بين إدراك العقل ووجود الشيء.

¹ محمود كيشانا، المرجع السابق، ص 22.

² المرجع نفسه، ص 22.

³ المرجع نفسه، ص 23.

2- المثالية الرياضية عند جيمس جينس:

تعد الرياضيات عند جيمس* بمثابة المنهج الذي نستطيع من خلاله الكشف عن ظواهر العالم الحقيقي، ونشأة العالم الرياضي تعود إلى ذلك الوجود الرياضي الخالص الذي كان وراء وجود العالم، فالمذاهب الفلسفية القديمة انتهجت أفكارها من خلال التأثر بالعلم في ذلك الوقت إضافة إلى تأملها في الظواهر الطبيعية خصوصا الغامضة، "المدرسة الفيثاغورية اعتبرت الرياضيات الوسيلة لتنقية الروح، وكشف ماهية العالم وطبيعته، فكانت نظريتهم في العدد بمثابة صيغ رياضية تمثل حقيقة العالم (...). ومحاولة أفلاطون في فهم العالم تدل كذلك على حقيقة اهتمامه بالرياضيات والاستعانة بها في كشف الحقائق، ونظرية المثل التي صاغها أفلاطون ما هي إلا صيغة فلسفية تعتمد على الرياضيات"¹.

لقد كان "جيمس جينس" متأثر بالعلم الرياضي وذلك نتيجة تأثره بالمذاهب الفلسفية القديمة المتأثرة بالعلم الرياضي، ومن بين تلك الفلسفات المدرسة الفيثاغورية وأفلاطون، حيث كانت الرياضيات عندهم تعتبر وسيلة لتنقية الروح، إضافة إلى مساهمتها في تحليل ظواهر العالم. ومنه فالرياضيات كان لها أثر واضح في الفلسفات القديمة فكانت نظرياتهم ذات صيغة رياضية.

لقد عرض "جينس" فلسفته المثالية في كتابه الفيزياء والفلسفة، حيث مثاليته تفسر العالم تفسير رياضي يقترب من نظرية المثل عند أفلاطون ويقصد جينس بالتفسير الرياضي أن أساس العالم هو الفكر المحض، ويتميز هذا العالم بالطابع الرياضي، فمثلا يرى أفلاطون أننا نعيش داخل كهف لا نرى فيه الأشباح الحقيقية، وأن العقل هو الوسيلة التي نستطيع من خلالها الانتقال من العالم المحسوس إلى العالم المعقول الذي يتصف بالتجريد فكذلك جينز يرى أن الفعل نستطيع من خلاله الوصول إلى قضايا ومفاهيم رياضية واستدلالية من خلال

(*) جيمس جينس: (1746-1877م) عالم رياضي وفلكي إنجليزي، كان أستاذ في الرياضيات التطبيقية وأستاذ في الفلك بالمعهد الفلكي، وكانت شهرته ذائعة حتى انتخب زميلا بالجمعية الملكية في الثامنة والعشرين ومن بين مؤلفاته الفيزياء والفلسفة. ينظر: عبد المنعم الحنفي، ج1، المرجع السابق، ص500.

¹ عبد المنعم الحنفي، ج1، المرجع السابق، ص158.

مجازة المحسوسات والانتقال إلى المعقولات، وقصد جينز بقوله "أن مظهر الكون رياضي فإنه يعني بذلك أن قوامه هو الفكر الخالص أن أبجديته رياضية، وأن الرياضيات لم تهبط إلى الكون من أعلى، ولم تجئه من أسفل ولكنها تخلته نازلة من هذا العقل الرياضي الكلي، لتخيل الطبيعة إلى صور رياضية¹.

إن أساس الكون عند جينز هو فكر رياضي خالص بحث، والطبيعة في نظره على شكل صورة رياضية.

لقد كان أفلاطون على اهتمام كبير بالعلم الرياضي وذلك لاعتباره الوسيلة التي يتم الانتقال من خلالها من العالم المحسوس إلى العالم المعقول، ومنه فإن أفلاطون وجينس بينهما تشابه كبير نتيجة النقاء أرائهما من بينهم أن اعتبار العالم المحسوس مجرد ضل أو أشباح للحقيقية الأزلية الثابتة وأن الرياضيات هي الطريق الذي يوصلنا إلى معرفة هذه الحقيقة الأبدية والكشف عن وجود عقل كلتي إضافة إلى ذلك نجد كذلك نظرية المعرفة عند أفلاطون ونظرية المعرفة لجينس أيضا هناك تشابه وتطابق، حيث يعتقد أفلاطون بوجود عالم معقول وراء العالم المحسوس حيث العالم المعقول توجد فيه الحقيقة الثابتة لأن الطفل عندما يولد في وسط "يجد في أجساما مادية يحسها ويبصرها ويحكم عليها على أساس أنها حقائق مادية ممتدة في المكان، ولكن الحس ما هو إلا مرحلة ابتدائية نستعين به إلا لأدراك العالم الخالد، وهذه المرحلة لا تمدنا إلا بمعرفة الظواهر المتغيرة وهي معرفة ليست يقينية"².

وهذا يعني أن أفلاطون أعطى لنا مثال على معرف الطفل في المرحلة الابتدائي وهي معرفة حسية ثم بعد ذلك يحاول أن يرتقي لهذه المعرفة إلى أن يصل إلى عالم تكون فيه المعرفة دقيقة وبتقنية.

لقد اعتبر جينس القوانين الرياضية أنها نزلت من عالم العقل أو الله، وبالتالي الكون هنا يصبح مجرد نموذج لهذه القوانين الرياضية حيث يقول: "إنه يلوح بأن الطبيعة ملمة بقواعد

¹ عبد المنعم الحنفي، ج1، المرجع السابق، ص158.

² ياسين خليل، مقدمة في الفلسفة المعاصرة، المرجع السابق، ص158.

الرياضيات بحته كما وصفها علماءنا الرياضيون في أثناء دراساتهم، فأخرجوها من خبايا وعيهم من غير أن يلجئوا كثيرا في صلاتهم بالعالم الخارجي" ¹.

ويعني ذلك أن الطبيعة تضم القواعد الرياضية الخالصة، والكون ما هو إلا نموذج أو صورة عن هذه القوانين.

والرياضيات في نظر جينس ليست من صنع الإنسان وإنما هي مجموعة من القوانين والأطر التي تخللت الطبيعة، تلك القوانين نزلت من العقل الكلي من أجل إخراج الطبيعة من أجل صورة رياضية وذلك لكي يصبح الإنسان له القدرة على تفسير الطبيعة على أسس وقواعد رياضية بحته ².

إضافة إلى هذا فإن هناك مبادئ فلسفية مشتركة بين كل من فلسفة "أفلاطون" وفلسفة "جينس"، حيث إن العلم الرياضي والاستدلال عند أفلاطون مرتبة تتوسط بين العالم المرئي والعالم غير المرئي، في حين الحقائق النهائية تعتبر المرتبة الأخيرة التي يمكن للعقل أن يصل إليها، وبالتالي فلسفة أفلاطون تشبه فلسفة جينس في العلم الرياضي بحته، ومنه فالحقائق الرياضية عند أفلاطون تعتبر المبادئ الأساسية التي أسس الله الكون بموجبها، "قاله عند أفلاطون مهندس عظيم نظم الكون على هيئة أشكال هندسية، فالنا مؤلفة من ذرات هرمية، والهواء من ذرات ذات ثمانية أوجه والماء من ذرات عشرين وجها والتراب من ذرات على هيئة مكعبات هندسية" ³.

هذا ويميز جينس بين نوعين من الرياضة: الرياضة التطبيقية والرياضة البحتة، ويرى أن الرياضة التطبيقية من عمل الإنسان لملائمة أعمال الطبيعة، أما الرياضة البحتة فإنها بعيدة عن كل عنصر طبيعي، أي أنها هابطة عن عالم غير العالم المادي" ⁴.

¹ ياسين خليل، مقدمة في الفلسفة المعاصرة، المرجع السابق، ص161.

² المرجع نفسه، ص162.

³ المرجع السابق، ص161.

⁴ ياسين خليل، المنطق وفلسفة العلوم في التراث الغربي، تق: مشهد العلق، دار نينوى، دمشق، سورية، ج2، د ط، 2014،

الختامة

إنّ النتائج الأساسية التي يمكن أن نستخلصها من خلال هذا البحث حول "منزلة الرياضيات في النسق الفلسفي الأفلاطوني"، وذلك بعد تحليل ومناقشة أفكار وعناصر الإشكالية الرئيسية، عبر الفصول التي يتضمنها هذا البحث، حيث بحثنا عن الدور الذي لعبته الرياضيات في تأسيس الفلسفة الأفلاطونية، وبالتالي فالرياضيات مكنت أفلاطون من تأسيس نسق فلسفي رياضي، ويمكن إيجاز النتائج التي تم التوصل إليها فيما يلي:

– أنّ الرياضيات ظهرت في القديم في الحضارات الشرقية من أجل تلبية حاجياتهم الضرورية، فكانت الرياضيات عندهم مرتبطة بالواقع العلمي وكذلك بالممارسة اليومية للإنسان كالتجارة وتقسيم المساحات وغيرها، وبالتالي كانت تطبيقية أكثر من نظرية.

– أصبحت الرياضيات نظرية مع فلاسفة اليونان وبلغت قمة النضج بداية من طاليس الذي كان معه ميلاد هذا العلم النظري الرياضي من خلال تنبئه لقياس الأهرامات في مصر وغيرها من الإسهامات في هذا المجال.

– كذلك نجد فيثاغورس من خلال تفسيره الرياضي للعالم وتقديمه لنظريات مازالت تعتمد إلى يومنا هذا، أما الطبيعيون المتأخرون فاهتموا بالرياضيات ووضعوا نظريات هندسية تم العمل بها إلى الوقت الراهن.

– أنّ أفلاطون استعمل المنهج الرياضي في بناء نسقه الفلسفي وفي تأسيس نظرية المعرفة والوجود وذلك كون أنّ الرياضيات تدخل في عملية الجدل وكذلك أنّ المفاهيم الرياضية مستقلة عن العالم الواقعي، وأنّها تملك وجودا خاصا ترجع إليه.

– أنّ الرياضيات كانت بالنسبة لأفلاطون بمثابة الآلة التي تحرك نسقه الفلسفي من الخلف.

– أنّ الرياضيات في نظره تعتبر وسيلة تعمل على تقليص الهوة التي تفرّق بين العالم المحسوس والمعقول، حيث تلعب الرياضيات دورا انتقاليا تمثل في انتقالها من العالم المحسوس إلى عالم المثل، وذلك من خلال تحريك الجدل من المحسوس إلى المعقول، وبالتالي فالرياضيات اتّخذت عند أفلاطون كوسيلة للارتقاء إلى العالم المعقول.

- أن أفلاطون من خلال اهتمامه بالرياضيات قدّم لنا جديدا تمثل في تطعيم المنهج الرياضي بطريقة التوليد السقراطية من أجل التركيز على المعرفة التي يتضمنها العقل في داخله.
- أن الرياضيات عند أفلاطون ليست مستوحاة من الواقع الحسي، وإنما عملية التجريد العقلي هي التي تضع لنا مختلف الأشكال الهندسية.
- كما أن أفلاطون عمل على التوحيد بين المثل والأعداد الفيثاغورية في فلسفته، وطبّق المنهج الرياضي على فلسفته وألح بضرورة دراسة الفيلسوف للرياضيات لما لها من دور أساسي في بناء النسق الفلسفي.
- أن الفلسفة الأفلاطونية الرياضية كانت لها امتدادات حيث عمل الفلاسفة بعد أفلاطون على الاهتمام بالرياضيات ومنهجها، نتيجة تأثرهم بأفلاطون الذي كان صانعا للرياضيين دون أن يكون هو نفسه رياضيا بالمعنى المعروف للكلمة، واعتبارها كمدخل أساسي لباقي العلوم بوجه عام والفلسفة بوجه خاص.
- أن أزمة الأسس الرياضية ظهرت من خلال ظهور الهندسات اللاقليدية وانهايار فكرة الاتصال وظهور الدالة المنفصلة، وكذلك مشكلة اللانهائيات في سلاسل الأعداد الطبيعية إضافة إلى نظرية المجموعات ونقائضها، وبالتالي عندما بد للرياضيين حل هذه الأزمة أمر عويص، أدى إلى عودة النظر في الأساس الذي أسس عليه هذا العلم من أجل بناء رياضيات متناسقة لا تحتوي على أزمات. فظهرت بذلك ثلاث نزعات فلسفية، النزعة المنطقية والحدسية والأكسيوماتيكية، كل نزعة تعمل على رد أساس الرياضيات إليها.
- إن الاتجاه المنطقي وبالخصوص فريجة حاول تأسيس الرياضيات على المنطق، أي إرجاع الرياضيات إلى المنطق.
- في حين كورت غودل يرى بأن الرياضيات لا يمكن أن يكون لها أساس منطقي، وإنها مستقلة عن أي نشاط في الذهن الإنساني الذي لا يدرك فقط، وإنما يرى أن الحدس الرياضي

هو أكثر واقعية من الإدراك الحسي وبالتالي فالمفاهيم الرياضية يتم اكتشافها عن طريق الحدس.

- أن المثالية يقصد من خلالها أن العالم يتكون من مجموعة أفكار وصور عقلية، والمعرفة فيها يكون العقل مصدوماً، والعالم المثالي العقلي يعتبر نموذج العالم الحسي.

- أن جيمس جينس ينظر إلى الرياضيات على أنها الطريق الذي اكتشف من خلاله الظواهر التي يتضمنها العالم الواقعي، وبالتالي هناك شبه كبير بين أفلاطون وجينس خصوصاً في اعتماده الرياضيات كمنهج للوصول إلى الحقائق النهائية.

- ومن هنا نستخلص أن أفكار الفلسفة الأفلاطونية هي أفكار عقلية خالصة ذات صفة رياضية، لا تفصل بين الفلسفة والرياضيات وهذا يبين لنا أهمية الرياضيات في بناء النسق الفلسفي الأفلاطوني.



قائمة المصادر والمراجع

المصادر:

1- أفلاطون، فيدون في خلود النفس، تر: عزت قرني، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، ط3، 2002.

2- أفلاطون، الجمهورية، تر: فؤاد زكريا، دار الوفاء لندنيا للطباعة والنشر، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، الكتاب السابع، د ط، 2004.

المراجع:

3- مارتن هيدغر، السؤال عن الشيء، تر: إسماعيل المصدق، مر: موسى وهبة، المنظمة العربية للترجمة، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، لبنان، ط1، 2012.

4- فاضل سلامة شنطاوي، أسس الرياضيات والمفاهيم الهندسية الأساسية، دار المسيرة، عمان، الأردن، ط1، 2008.

5- بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، تر: فؤاد حسين زكريا، دار نهضة مصر، القاهرة د ط، د س.

6- محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت لبنان، ط5، 2002.

7- الطاهر وعزيز، المناهج الفلسفية، المركز الثقافي العربي، بيروت، لبنان، ط1، 1990.

8- إبراهيم الزيني، تاريخ الفلسفة من قبل سقراط إلى ما بعد الحداثة، كنوز القاهرة، مصر، د ط، د س.

9- يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، دار هنداوي، القاهرة، مصر، د ط، 2012.

10- عبد الجليل كاظم الوالي، الفلسفة اليونانية، دار الوراق، القاهرة، مصر، ط1، 2003.

11- مصطفى النشار، مدخل لقراءة الفكر الفلسفي، دار قباء، القاهرة، مصر، د ط، 1998.

12- حربي عباس عطيتو محمود وحسان حلاق، العلوم عند العرب أصولها وملاحها الحضارية، دار النهضة العربية، بيروت، لبنان، د ط، 1995.

- 13- جورج سارتون، تاريخ العلم القديم في العصر الذهبي لليونان الأصول الشرقية واليونانية، ج1، تر: محمد خلف الله وآخرون، المركز القومي للترجمة، القاهرة، مصر، ط1، 2010.
- 14- محمد شقيق غريال وآخرون، تاريخ الحضارة المصرية، العصر الفرعوني، مج1، تق: ثروات عكاشة، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، مصر، د ط، دس.
- 15- حسن بدور، الطبيعة والفلسفة في تاريخ الرياضيات، دار المرساة، سورية، اللاذقية، ط1، 2013.
- 16- كامل محمد محمد عويضة، إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان، ط1، 1994.
- 17- عبد الرحمن بدوي، مناهج البحث العلمي، وكالة المطبوعات، شارع فهد السالم، الكويت، ط3، 1977.
- 18- روني تاتون، تاريخ العلوم العام، العلم القديم والوسيط، مج1، تر: علي مقلد، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، ط1، 1988.
- 19- جون ماكلش، العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكمبيوتر، تر: خضر الأحمد، موفق دعبول، مر: عطية عاشور، عالم المعرفة المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، د ط، 1978.
- 20- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، لبنان، ط1، 1969.
- 21- أحمد أمين وزكي مجيب محمود، قصة الفلسفة اليونانية، مطبعة دار الكتب المصرية، القاهرة، مصر، ط2، 1935.
- 22- أ - هـ - آرسترونغ، مدخل إلى الفلسفة القديمة، تر: سعيد الغانمي، دار كلمة، أبو ظبي، الإمارات العربية المتحدة، ط1، 2009.
- 23- أميرة حلمي مطر، الفلسفة اليونانية تاريخها ومشكلاتها، دار قباء، القاهرة، مصر، طبعة جديدة، 1998.

- 24- برتراند راسل، تاريخ الفلسفة الغربية، ج1، تر: زكي نجيب محمود، مر، أحمد أمين، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، مصر، د ط، 2010.
- 25- جعفر آل ياسين، فلاسفة يونانيون، العصر الأول، مطبعة الإرشاد، بغداد، ط1، دس.
- 26- أنتوني جوثليب علم العقل، تاريخ الفلسفة من عصر اليونان إلى عصر النهضة، تر: محمد طلبة نصار، دار هنداوي، القاهرة، مصر، ط1، 2015.
- 27- فاروق عبد المعطي، فيثاغورس فيلسوف علم الرياضيات، دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان، ط1، 1994.
- 28- ماجد فخري، تاريخ الفلسفة اليونانية من طاليس إلى أفلاطون وبرقلس، دار العلم للملايين، بيروت، لبنان، ط1، 1991.
- 29- ولتر ستيس، تاريخ الفلسفة اليونانية، تر: مجاهد عبد المنعم مجاهد، دار الثقافة، القاهرة، مصر، ط1، 1920.
- 30- محمد عبد الرحمن مرحبا، الموسوعة الفلسفية الشاملة، من الفلسفة اليونانية إلى الفلسفة الإسلامية، مج 1، عويدات للنشر والطباعة، بيروت، لبنان، ط1، 2007.
- 31- عبد الله حسن المسلمي، أفلاطون محاورة منكيسنوس أو عن الخطابة، دار القلم، بيروت، لبنان، ط1، 1972.
- 32- جورج سارتون، تاريخ العلم القديم في العصر الذهبي لليونان، ج3، تر: توفيق الطويل وآخرون، إش: إبراهيم مذكور وآخرون، المركز القومي للترجمة، القاهرة، مصر د ط، 2010.
- 33- محمد علي أبو ريان، تاريخ الفكر الفلسفي، الفلسفة اليونانية من طاليس إلى أفلاطون دار الوفاء، الإسكندرية، ط2، 2014.
- 34- بوعزة ساهل، فيثاغورس بين اللاهوت وسمو الرياضيات مبادئ وأصول، الدار البيضاء، مطبعة النجاح الجديدة، ط1، 2008.
- 35- محمد غلاب، الفلسفة الإغريقية ج1، طبع بالقاهرة، مصر، ط1، 1938.

- 36- **مصطفى حسن النشار**، فكرة الألوهية عند أفلاطون وأثرها في الفلسفة الإسلامية والغربية، مكتبة مدبولي، القاهرة، مصر، ط2، دس.
- 37- **عزت قرني**، الفلسفة اليونانية حتى أفلاطون، مجلس النشر العربي، جامعة الكويت، دط، 1993.
- 38- **أحمد شمس الدين**، أفلاطون سيرته وفلسفته، دار الكتب العلمية، بيروت، لبنان، دط، دس.
- 39- **ساهر بوعزة**، نحن والرياضيات الموقف والسؤال، مطبعة سوما كرام، الدار البيضاء، ط2، 2006.
- 40- **محمد محمد قاسم**، المدخل إلى الفلسفة العلوم، دار المعرفة الجامعية للنشر والتوزيع، الإسكندرية، مصر، 1996.
- 41- **أحمد موساوي**، مدخل جديد إلى فلسفة الرياضيات، دار هومة، الجزائر، دط، 2019.
- 42- **باديس بدري**، الواقع والزمن والفيزياء الأساسية، معهد الفيزياء، جامعة عنابة، الجزائر، دط، 2018.
- 43- **محمود كيشانة**، المثالية مفهومها وأنواعها وفلاسفتها، الممرز الإسلامي للدراسات الاستراتيجية، العتبة العباسية المقدسة، ط1، 2011.
- 44- **ياسين خليل**، مقدمة في الفلسفة المعاصرة، دار الشروق، عمان، ط1، 2011.
- 45- **ياسين خليل**، المنطق وفلسفة العلوم في التراث الغربي، ج2، تق: مشهد العلاف، دار نينوى، سورية، دمشق، دط، 2014.
- المعاجم والموسوعات:**
- 46- **جميل صليبا**، المعجم الفلسفي، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت، لبنان، دط، 1982.
- 47- **جلال الدين سعيد**، معجم المصطلحات والشواهد الفلسفية، دار الجنوب، للنشر، تونس، دط، 2004.

- 48- رديم أبو رديم الموسوي، الدليل الفلسفي الشامل، ج1، دار الحجة البيضاء، بيروت، لبنان، ط1، 2013.
- 49- روز نتال بودين وآخرون، الموسوعة الفلسفية، مر: سمير كرم، مر: صادق جلال العظيم وجورج طرابيشي، دار الطليعة، بيروت، لبنان، د ط، د س.
- 50- جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج2، دار الكتاب اللبناني، بيروت، لبنان، د ط، 1982.
- 51- أندري لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية، تر: خليل أحمد، منشورات عويدات، بيروت، لبنان، ط2، 2001.
- 52- عبد المنعم الحنفي، موسوعة الفلسفة والفلاسفة، ج2، مكتبة القاهرة، مصر، ط2، 1999.
- 53- تدهوندرتش، دليل أكسفورد للفلسفة، ذ2، تر: نجيب حصادي، مر: عبد القادر الطلحي، المكتب الوطني للبحث والتطوير، د ط، د س.
- 54- عطية عبد السلام عاشور وآخرون، معجم الرياضيات، مجمع اللغة العربية، جمهورية مصر العربية، د ط، 2001.
- 55- رديم أبو رديم الموسوي، الدليل الفلسفي الشامل، ج3، دار الحجة البيضاء، بيروت، لبنان، ط1، 2015.
- 56- عبد الرحمن بدوي، موسوعة الفلسفة، ج1، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، لبنان، ط1، 1984.
- 57- جورج طرابيشي، معجم الفلاسفة دار الطليعة، بيروت، لبنان، ط3، 2006.
- 58- جوناثان، الموسوعة الفلسفية المختصرة، تر: فؤاد كامل وآخرين، مر: زكي نجيب محمود، المركز القومي للترجمة، القاهرة، مصر، ط1، 2013.
- 59- مصطفى حسيبة، المعجم الفلسفي، دار أسامة للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ط1، 2009.

- 60- جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج2، دار الكتاب اللبناني، بيروت، لبنان، دط، 1982.
- 61- عبد المنعم الحنفي، موسوعة الفلسفة والفلاسفة، ج1، مكتبة القاهرة، مصر، ط2، 1999.

الرسائل الجامعية

- 62- فاطمة حيمان، النزعة الأفلاطونية في نظرية المعنى والدلالة عند جو تلوب فريجة، مذكرة لنيل شهادة ماجستير في الفلسفة، إشراف: حياة بن بوزيد، تخصص فلسفة قديمة، المدرسة العليا للأساتذة في الآداب والعلوم الإنسانية، بوزريعة، الجزائر، 2005، 2006.
- 63- محمد أحمد مصطفى السرياقوسي، المنهج الرياضي بين المنطق والحدس، رسالة دكتوراه، إشراف: محمد فتحي الشنطي، قسم الفلسفة، 1982.
- 64- زيات فيصل، المنطق والرياضيات عند برتراند راسل، إشراف: دراس شهرزاد، أطروحة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه ل م د في الفلسفة الموسومة، كلية العلوم الاجتماعية، قسم الفلسفة، جامعة وهران 02، محمد بن أحمد، 2016، 2017.
- 65- زبيدة مونية بن ميسي حرم عيسى، فلسفة الرياضة عند جان كفاييس، إشراف: الزاوي بغورة، رسالة مقدمة لنيل شهادة دكتوراه العلوم في الفلسفة، كلية العلوم الإنسانية والعلوم الاجتماعية، قسم الفلسفة، جامعة منتوري، قسنطينة، 2007، 2008.



فهرس المحتويات

الصفحة	فهرس الموضوعات
	شكر وعران
أ-هـ	مقدمة
	الفصل الأول: مقارنة تاريخية مفاهيمية لنشأة الفكر الرياضي
8	المبحث الأول: ماهية الرياضيات
8	1- مفهوم الرياضيات
10	2- موضوع الرياضيات
13	3- منهج الرياضيات
17	المبحث الثاني: الفكر الرياضي في الحضارات الشرقية
17	1- الرياضيات عند المصريين
25	2- الرياضيات عند البابليين
32	3- الرياضيات عند الصينيين والحضارة الهندية.
41	المبحث الثالث: المنهج الرياضي عند اليونان.
41	1- طاليس وميلاد العلم الرياضي النظري.
46	2- التفسير الرياضي للعالم عند فيثاغورس.
55	3- الرياضيات عند الطبيعيين المتأخرون.
	الفصل الثاني: الخلفية الرياضية للفلسفة الأفلاطونية
62	المبحث الأول: التعريف بأفلاطون وفلسفته
62	1- حياته
67	2- مؤلفاته
72	3- منهجه الذي طبع فلسفته
74	المبحث الثاني: أثر الرياضيات في النسق الأفلاطوني
74	1- تأثير الأوائل في الفكر الرياضي عند أفلاطون
77	2- أثر المنهج الرياضي في تأسيس نظرية المعرفة عند أفلاطون

82	3- الأثر الأفلاطوني في العلم الرياضي
87	المبحث الثالث: الرياضيات بين العالم المعقول والعالم المحسوس
87	1- التمييز بين العالم المعقول والعالم المحسوس
89	2- نظرة أفلاطون للرياضيات بين العالمين المعقول والمحسوس
الفصل الثالث: امتدادات الفلسفة الرياضية الأفلاطونية	
96	المبحث الأول: نزعة أفلاطون الرياضية وأثرها في الرياضيات الكلاسيكية
96	1- اقليدس
98	2- أرشميدس
99	3- أبولونيوس
101	المبحث الثاني: منزلة الأفلاطونية في فلسفة الرياضيات المعاصرة
101	1- أزمة الأسس الرياضية والحلول المقترحة لها
112	2- الأفلاطونية وأزمة المنطقانية "فريجة"
115	3- الأفلاطونية والنزعة الحدسانية "غودل"
117	المبحث الثالث: أفلاطون والمثالية الرياضية عند "جيمس جينس"
117	1- مفهوم المثالية وتطورها التاريخي.
121	2- المثالية الرياضية عند جيمس جينس.
125	الخاتمة
128	قائمة المراجع
135	فهرس المحتويات

