

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE
N° :



DOMAINE : SCIENCE ET
TECHNOLOGIE
FILIERE : TELECOMMUNICATIONS
OPTION : SYSTEMES DES
TELECOMMUNICATIONS

Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique

Par :
RAIA Amani
KOURZI Radhia

Intitulé

Filtrage du Signal Electrocardiogramme par la Décomposition en Ondelettes
et l'Exposant de Hurst

Soutenu devant le jury composé de:

BEN NACER Hamza	Université Mohamed Boudiaf M'sila	Président
OUALI Med Assam	Université Mohamed Boudiaf M'sila	Rapporteur
LADJAL Mohamed	Université Mohamed Boudiaf M'sila	Co-Rapporteur
KHENNOUF Saleh	Université Mohamed Boudiaf M'sila	Examineur

Année universitaire : 2022 / 2023

Remerciements

Au terme du travail présenté dans ce mémoire nous tenons à exprimer nos gratitudee et nos sincères remerciements à :

Nous remercions tout d'abord le Grand Dieu le Tout-Puissant pour le courage et la volonté qu'il nous a accordés tout au long de ce parcours.

Nous souhaitons également exprimer notre profonde reconnaissance envers notre encadreur, **Dr. OUALI Mohammed Assam**, pour son suivi attentif et pour toutes les idées qu'il a proposées afin d'enrichir ce projet de fin de cycle. Sa précieuse expertise et son soutien indéfectible a grandement contribué à la réalisation de ce travail.

Nous remercions vivement notre Co-encadrant **Pr. LADJAL Mohamed** pour sa disponibilité et son suivi.

Enfin, nous tenons à remercier chaleureusement toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce projet. Leur participation, leurs conseils et leur soutien ont été inestimables tout au long de ce parcours académique.

Nos sincères remerciements vont à tous ceux qui ont été impliqués dans cette aventure, car c'est grâce à leur collaboration que nous avons pu mener à bien ce mémoire.

Dédicace

Avec tous les sentiments de respect et d'expérience que j'ai acquis au cours de ma formation, Je dédie mon diplôme et ma joie à ma mère, mon paradis, la source de ma joie et de mon bonheur.

J'en profite également pour exprimer ma reconnaissance envers mes sœurs Amira, Ouissam et Nour, qui n'ont cessé de me conseiller, encourager et soutenir tout au long de mes études.

À tous les membres de ma grande famille, mes oncles Kamel et Toufik, mes tantes Yamina et Houria, ainsi que mes cousins Maria, Chafia, Soulaf, Joumana, Soufiane et Ramzi, je vous adresse mes remerciements chaleureux.

Je souhaite également exprimer ma gratitude envers mon encadreur, Monsieur OUALI Mohamed Assam, pour avoir accepté de me guider dans la conception et l'élaboration de ce travail malgré ses nombreuses occupations.

Une mention toute particulière d'admiration et de respect à Youcef, dont la contribution immense a permis la réalisation de cette œuvre, ainsi que son soutien constant tout au long de ma formation. Que Dieu seul vous récompense.

Je tiens également à remercier l'ensemble du corps professoral pour m'avoir offert un enseignement de qualité.

Mes frères, sœurs, amis et connaissances, ainsi que mes camarades et compagnons de lutte, je vous adresse mes remerciements sincères pour le bon moment de collaboration que nous avons partagé malgré les difficultés rencontrées sur notre parcours.

À tous ceux qui ont participé à ma réussite et à tous ceux qui m'aiment, je vous remercie du fond du cœur.

Dédicace

Avec tous mes sentiments de respect et l'expérience de ma reconnaissance, je dédie cette œuvre à la première personne de ma vie, à celui sous les pieds duquel le paradis n'a pas hésité à prier pour moi tout au long des jours de ma vie, à la source de ma joie et de mon bonheur, à ma chère mère.

Je la dédie également à cette grande montagne qui n'a pas hésité à aider mon père, le grand homme, et à mes chers frères Hakim et Soufiane. Je n'oublie pas non plus la copie miniature pour ma mère, ma chère grande sœur Nadjet.

À ma sœur Bisma, qui n'a pas cessé de me conseiller, d'encourager et de soutenir tout au long de mes études. À mes encadreurs Dr. OUALI Mohammed Assam et Pr. LADJAL Mohamed, ainsi qu'à ma compagne de travail, Amani, pour son soutien moral, sa patience et sa compréhension tout au long de ce projet.

Et bien sûr, à mes amis et mes sœurs avec qui nous avons passé les plus belles années de notre vie ici (Fatima, Amani, Amira) et à la longue liste de ceux qui nous ont accompagnés toutes ces années, source de joie, bonheur et soutien. À tous ceux que j'ai rencontrés ici et qui étaient ma deuxième famille.

À tous les membres de la grande famille, mes tantes et mes cousines Rouida.

À tous ceux qui ont participé à ma réussite et à tous ceux qui m'aiment.

KOURZI Radhia

Sommaire

Contents

<i>Remerciements</i>	<i>II</i>
<i>Dédicace</i>	<i>III</i>
<i>Liste des Figures</i>	<i>X</i>
<i>liste des tableau</i>	<i>XI</i>
<i>Liste des Abréviations</i>	<i>XII</i>
<i>Introduction Générale :</i>	<i>XIV</i>
 <i>CHAPITRE I : Généralités sur L'Electrocardiogramme</i> 	
<i>Introduction</i>	<i>16</i>
<i>1.2 L'Anatomie du cœur</i>	<i>166</i>
<i>1.3 Fonctionnement électrique du cœur</i>	<i>177</i>
<i>1.4 L'électrocardiogramme</i>	<i>188</i>
<i>1.4.1 Description du signal électrocardiogramme</i>	<i>188</i>
<i>1.4.2 Dérivations cardiaques</i>	<i>190</i>
<i>1.4.2.1 Dérivations sur le plan frontal</i>	<i>200</i>
<i>1.4.2.2 Dérivations sur le plan horizontal (précordiales)</i>	<i>212</i>
<i>1.4.3 Les types de bruit des signaux ECG</i>	<i>222</i>

1.4.3.1 Interférences de ligne électrique.....	223
1.4.3.2 Contact de l'électrode et le mouvement.....	245
1.4.3.3 Bruit de l'électromyogramme (EMG).....	256
1.4.3.4 Bruit des instruments.....	266
1.5 Conclusion.....	267

CHAPITRE II : Théorie des Ondelettes et Méthodes de Débruitage

Introduction.....	29
II.2 Principe de transformation en ondelette.....	29
II.3 Propriétés des ondelettes.....	30
II.4 Différentes types d'ondelettes.....	31
II.4.1 L'ondelette de Daubechie :.....	31
II.4.2 L'ondelette de Symlet.....	323
II.4.3 L'ondelette de Coiflet.....	323
II.4.4 L'ondelette de Biorthogonal.....	334
II.5 Types de la transformée en ondelette.....	334
II.5.1 La transformée en ondelette continue (TOC).....	345
II.5.2 La transformée en ondelette discrète (TOD) :.....	356
II.6 Analyse multi-résolution.....	367
II.7 Architecture pyramidale.....	367
II.8 Principe général de débruitage par seuillage des coefficients d'ondelettes.....	378

II.9	Types de seuillage	39
II.9.1	Seuillage Dur	39
II.9.2	Seuillage Doux	401
II.10	Méthodes de seuillage	412
II.10.1	Le seuillage universel	412
II.10.2	Le seuillage SURE (Stein's Unbiased Risk Estimate)	423
II.10.3	La Méthode HEURISTIC SURE	423
II.10.4	La Méthode Minimax	434
II.11	Conclusion	434

CHAPITRE III : Analyse et Evaluation des Résultats

III.1	Introduction	47
III.2	Décomposition en ondelette	47
III.3	Exposant de Hurst	48
III.3.1	C'est quoi l'exposant de Hurst ?	48
III.3.2	Comment calculer l'exposant de Hurst ?	48
III.4	Métriques d'évaluations	50
III.4.1	Erreur quadratique moyenne (MSE)	50

<i>III.4.2 Erreur moyenne absolue (MAE)</i>	50
<i>III.4.3 Rapport signal sur bruit (SNR)</i>	50
<i>III.4.4 Rapport signal sur bruit de crête (PSNR)</i>	51
<i>III.4.5 La corrélation croisée (CC)</i>	51
III.5 Expérience 1 : (Application de 4 types d'ondelette avec 4 niveaux)	51
<i>III.5.1 Résultats et discussions</i>	52
III.6 Expérience 2 : (Application d'exposant de Hurst)	54
<i>III.6.1 Résultats et discussions</i>	55
III.7 Conclusion :	58
Conclusion Générale :	61
Références bibliographiques	63

Liste des Figures

CHAPITRE I : Généralités sur L'Electrocardiogramme

Figure 1: Anatomie du Cœur.	17
Figure 2: Nœuds électrique du cœur.	18
Figure 3: Ondes standard d'un électrocardiogramme (ECG) normal.	19
Figure 4: Montage d'Einthoven pour l'enregistrement des dérivations	20
Figure 5: Montage de Gold berger pour l'enregistrement des dérivations.....	21
Figure 6: Placements d'électrodes recommandés pour l'enregistrement du système de sonde unipolaire précordiale.	22
Figure 7: Différents types de bruit dans l'électrocardiographie [4].	23
Figure 8: Les interférences de ligne électrique de 60 Hz [4].	233
Figure 9: Déformation de la ligne de base du signal ECG.	255
Figure 10: Bruit EMG.	266

CHAPITRE II : Théorie des Ondelettes et Méthodes de Débruitage

Figure 11: Exemple de l'ondelette Daubechie.	311
Figure 12: Exemple de l'ondelette Symlet.	322
Figure 13: Exemple de l'ondelette Coiflet.	333
Figure 14: Exemple de l'ondelette Biorthogonal.	333
Figure 15: L'analyse multi-résolution [2].	366
Figure 16: Fonctionnement de l'analyse multi résolution [17].	377
Figure 17: Débruitage des coefficients d'ondelettes par seuillage [2].	388
Figure 18: Seuillage Dur.	400
Figure 19: Seuillage Doux.	411

CHAPITRE III : Analyse et Evaluation des Résultats

Figure 20: Signal ECG Bruité.	53
Figure 21: Signal ECG Débruité par Coiflet Niveau 3.	54
Figure 22: Méthode de filtrage proposée.	55
Figure 23: Signal ECG bruité et débruité avec $H = 0.8$	57
Figure 24: Signal ECG bruité et débruité avec $H = 0.5$	57

Liste des tableaux

Tableau 1: Comparaison des performances de débruitage du signal ECG par décomposition en ondelettes en utilisant différents types d'ondelettes mère.	52
Tableau 2: Évaluation des métriques de débruitage du signal ECG en fonction du facteur H de l'exposant de Hurst.	55

Liste des Abréviations

AV : Auriculo-Ventriculaire.

aVR : Dérivation Augmentée du **B**ras **D**roit

aVL : Dérivation Augmentée **B**ras **G**auche

aVF : Dérivation Augmentée de la **J**ambe

ECG: Electrocardiogramme

F: Jambe

IEEE: Institute of **E**lectrical and **E**lectronics **E**ngineers

L: Gauche

MIT: **M**assachusetts **I**nstitute of **T**echnology

NAV : Auriculo-Ventriculaire

QRS : Trois ondes **Q**, **R** et **S**

R : Droite

TF : Transformée de Fourier

T.O : Transformée en Ondelettes

TOC : Transformée en **O**ndelettes **C**ontinue

TOD : Transformée en **O**ndelettes **D**iscrete

VG : **V**entricule **G**auche

VD : **V**entricule **D**roite

V1, V2, ..., V6 : Dérivations **P**récordiales

SNR: **S**ignal to **N**oise **R**atio

Liste des Abréviations

PSNR: Peak to Signal Noise Ratio

MSE: Mean Squared Error

MAE: Mean Absolute Error

CC: Cross Correlation

Introduction Générale :

Le débruitage des signaux électrocardiogrammes (ECGs) constitue un axe de recherche essentiel dans le domaine de la cardiologie et de la biophysique. Les signaux ECG sont des enregistrements électriques qui permettent d'évaluer l'activité électrique du cœur. Ils jouent un rôle crucial dans le diagnostic des affections cardiaques, la surveillance des patients et la prise de décisions médicales. Les signaux ECGs possèdent plusieurs caractéristiques distinctives qui les rendent précieux pour les professionnels de la santé. Ils fournissent des informations précises sur la fréquence cardiaque, la morphologie des ondes et la régularité du rythme cardiaque. De plus, les signaux ECG sont largement utilisés pour détecter les anomalies cardiaques telles que les arythmies, les infarctus du myocarde et les troubles de la conduction cardiaque.

Cependant, les signaux ECG sont souvent sujets à des interférences et à des bruits provenant de diverses sources, tels que les mouvements musculaires, les activités électromagnétiques environnementales et les artefacts de l'équipement d'enregistrement. Ces bruits peuvent altérer la qualité des signaux et compromettre l'interprétation précise par les professionnels de la santé. Le principal problème consiste à débruiter ces signaux ECG de manière efficace tout en préservant les informations diagnostiques essentielles. Le contexte de cette étude vise à explorer une approche basée sur la décomposition en ondelettes et l'exposant de Hurst pour un débruitage optimal des signaux ECG.

Le premier chapitre de ce mémoire expose quelques généralités sur les signaux ECG, offrant ainsi une compréhension approfondie de leur nature, de leurs applications et de leurs avantages cliniques. Il met en évidence l'importance de ces signaux dans le diagnostic des affections cardiaques, la surveillance des patients et l'évaluation de l'efficacité des traitements. De plus, ce chapitre souligne l'utilité de débruitage des signaux ECG en améliorant leur qualité, en facilitant l'interprétation précise par les professionnels de la santé et en optimisant les décisions médicales.

Le deuxième chapitre se concentre sur la décomposition en ondelette, une technique puissante largement utilisée dans le traitement des signaux ECG. Différents types d'ondelettes et leurs propriétés spécifiques sont présentés, mettant en évidence leur capacité à capturer les caractéristiques temporelles et fréquentielles des signaux ECG. De plus, les différentes méthodes de filtrage et de seuillage utilisées dans le processus de débruitage sont discutées en détail, notamment les seuils doux, durs, ainsi que d'autres approches avancées.

Le troisième et dernier chapitre de ce mémoire se concentre sur les résultats obtenus à travers l'application de la méthode de décomposition en ondelette et de l'exposant de Hurst au débruitage des signaux ECG. Une analyse générale des résultats est réalisée, mettant en évidence l'efficacité des paramètres utilisés tout au long du processus de débruitage. Différentes mesures d'évaluation sont présentées pour quantifier la qualité du débruitage, et les résultats sont présentés graphiquement pour une meilleure compréhension des performances de la méthode proposée.

En conclusion, ce mémoire propose une approche novatrice basée sur la décomposition en ondelette et l'exposant de Hurst pour le débruitage des signaux ECG. Les chapitres présentés toute au long de ce mémoire fournissent une base solide en termes de connaissance théorique et de techniques pratiques nécessaires à la compréhension approfondie de cette approche. Les résultats obtenus et leur analyse permettront de démontrer l'efficacité de cette méthode et de mettre en évidence son potentiel dans l'amélioration du diagnostic des affections cardiaques, en permettant aux professionnels de la santé de bénéficier de signaux ECG de meilleure qualité pour des décisions médicales plus précises.

Chapitre I : Généralités sur L'Electrocardiogramme

Introduction

Le cœur joue un rôle crucial dans le maintien de la vie humaine car il est le principal organe responsable du pompage du sang dans tout le corps. En tant que pompe, il propulse le sang dans les artères et les veines, créant ainsi un circuit unidirectionnel qui facilite la distribution d'oxygène et de nutriments aux organes, tissus et cellules. Les contractions rythmiques continues du cœur rendent ce processus possible, permettant le mouvement perpétuel du sang. Cette fonction est essentielle pour fournir à l'organisme les ressources nécessaires à sa survie. Essentiellement, la capacité du cœur à faire circuler le sang et à fournir les nutriments essentiels et l'oxygène est indispensable à la vie humaine.

Dans ce chapitre, nous allons explorer en profondeur le mécanisme, l'anatomie et le fonctionnement électrique du cœur, qui sont tous essentiels pour comprendre la génération des signaux ECG. Nous examinerons le fonctionnement complexe du cœur et la manière dont ses systèmes complexes facilitent la circulation du sang. De plus, nous discuterons du rôle des signaux électriques du cœur dans la génération des enregistrements ECG, en examinant les modèles et les formes d'onde qui sont produits. De plus, nous explorerons les différents types de bruits qui peuvent interférer avec les signaux ECG, et comment ils peuvent avoir un impact sur la précision des interprétations ECG. À la fin de ce chapitre, nous aurons une compréhension approfondie des mécanismes impliqués dans la génération et l'interprétation des signaux ECG.

1.2 L'Anatomie du cœur

Le sang circule dans tout le corps, permettant l'apport d'oxygène et de nutriments. Ce processus s'effectue par le système cardiovasculaire. C'est le cœur, une sorte de double pompe, qui le provoque. Dans le corps humain, le cœur est situé sous le sternum, un peu à gauche du centre du thorax (*voir figure 1.1*) [1].

Le cœur est un organe vital chargé de pomper le sang dans tout le corps. Il est situé dans la poitrine, derrière le sternum, et entre les poumons. Le cœur a la taille d'un poing et est divisé en quatre chambres : l'oreillette droite, le ventricule droit, l'oreillette gauche et le ventricule gauche. Les oreillettes reçoivent le sang des veines, tandis que les ventricules pompent le sang hors du cœur par les artères. Le cœur est entouré d'un sac à double épaisseur appelé péricarde, qui contribue à le protéger et à le lubrifier. Le cœur possède également un tissu musculaire spécialisé appelé myocarde, qui se contracte et se détend pour pomper le sang dans le système circulatoire.

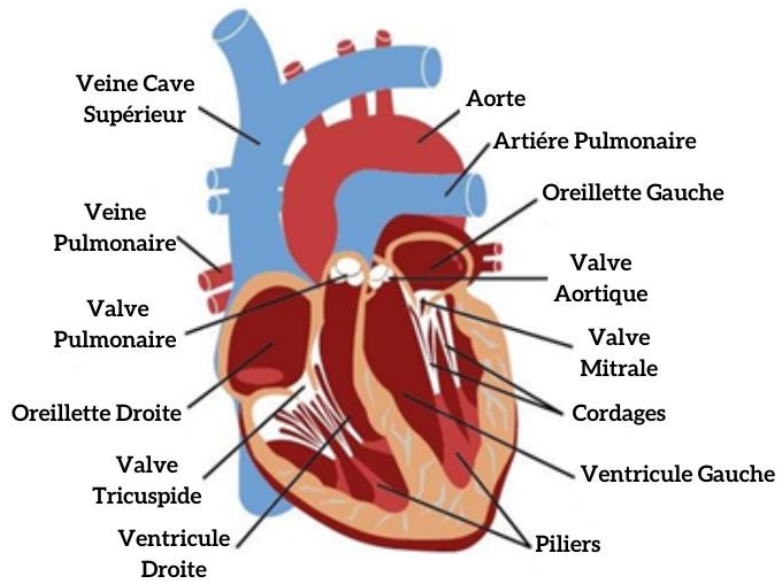


Figure 1: Anatomie du Cœur.

Le cœur est alimenté par un système électrique qui coordonne les battements du cœur, lesquels sont contrôlés par un groupe de cellules appelé le nœud sinusal (nœud SA) situé dans l'oreillette droite. Dans l'ensemble, l'anatomie du cœur est un système complexe et compliqué qui fonctionne sans relâche pour que le corps soit alimenté en oxygène et en nutriments [2] [3].

I.3 Fonctionnement électrique du cœur

Le fonctionnement électrique du cœur est un processus complexe qui est essentiel pour maintenir la capacité du cœur à pomper le sang dans tout le corps. Ce processus commence par le nœud sinusal (SA), un petit groupe de cellules situé dans l'oreillette droite du cœur. Le nœud SA génère des impulsions électriques qui provoquent la contraction des oreillettes, ce qui pompe le sang dans les ventricules. De là, les impulsions électriques sont transmises au nœud auriculo-ventriculaire (AV), où elles sont brièvement retardées pour permettre aux ventricules de se remplir de sang. Les impulsions circulent ensuite dans un réseau de fibres spécialisées appelé faisceau de HIS et fibres de Purkinje, ce qui provoque la contraction des ventricules et pousse le sang hors du cœur vers le système circulatoire.

Ce processus complexe est contrôlé par un équilibre de charges positives et négatives qui se déplacent à travers les membranes cellulaires, créant ainsi un courant électrique. Toute perturbation de ce processus peut entraîner des rythmes cardiaques irréguliers ou arythmies, qui peuvent avoir de graves conséquences sur la santé d'une personne.

Par conséquent, la compréhension du fonctionnement électrique du cœur est cruciale pour le diagnostic et le traitement des maladies cardiaques.

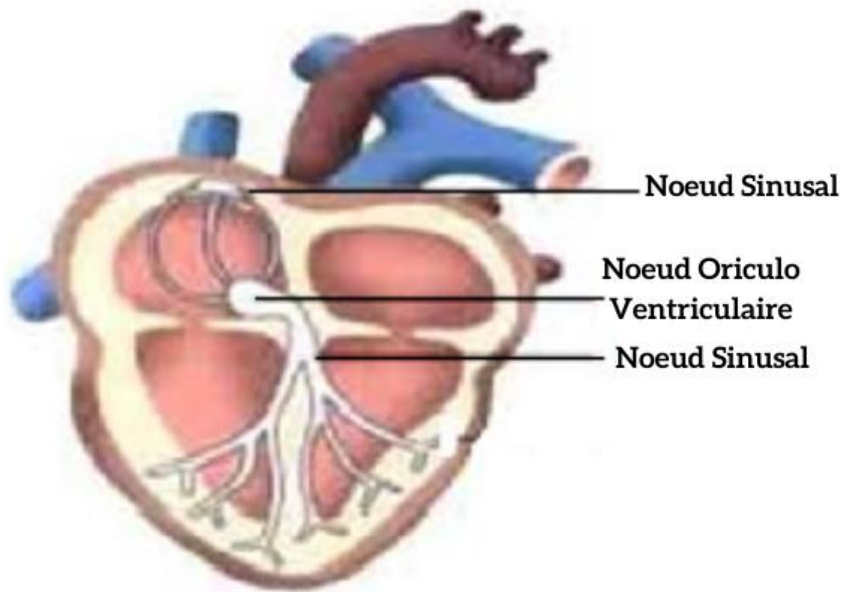


Figure 2: Nœuds électrique du cœur.

I.4 L'électrocardiogramme

I.4.1 Description du signal électrocardiogramme

Un électrocardiogramme (ECG) est un test de diagnostic non invasif qui enregistre l'activité électrique du cœur. Il s'agit d'une procédure simple et indolore qui consiste à placer des électrodes sur la poitrine, les bras et les jambes, lesquelles sont reliées à une machine ECG. L'appareil enregistre les signaux électriques générés par le cœur à chaque battement et produit une représentation visuelle de ces signaux, appelée tracé ECG [4].

Le tracé ECG est une série d'ondes qui correspondent à l'activité électrique du cœur lorsqu'il se contracte et se relâche à savoir :

- **L'onde P :** représente la dépolarisation des fibres musculaires auriculaires, ce qui entraîne la contraction des oreillettes et l'initiation du flux sanguin dans les ventricules.
- **Le complexe QRS :** représente l'activité électrique des ventricules lors de leur contraction. Le complexe QRS se compose de trois ondes : Q, R et S. L'onde Q représente la dépolarisation initiale du septum inter ventriculaire (la paroi entre les ventricules), l'onde R représente la dépolarisation de la masse principale des ventricules et l'onde S représente la dépolarisation finale des ventricules. Ensemble, ces ondes

représentent la contraction des ventricules, qui entraîne l'éjection du sang du cœur vers les circulations systémique et pulmonaire.

- **L'onde T** : représente la récupération des ventricules alors qu'ils se préparent au prochain battement cardiaque. Pendant la contraction ventriculaire, les fibres du muscle cardiaque se dépolarisent et, à mesure que les ventricules se relâchent, elles se repolarisent progressivement. L'onde T représente cette repolarisation des ventricules, qui les prépare à la contraction suivante [5].

L'ECG est un outil de diagnostic important pour évaluer un large éventail de pathologies cardiaques, notamment les arythmies, les maladies coronariennes et les crises cardiaques. Il peut également être utilisé pour surveiller l'efficacité de traitements tels que les stimulateurs cardiaques, les médicaments et les changements de mode de vie.

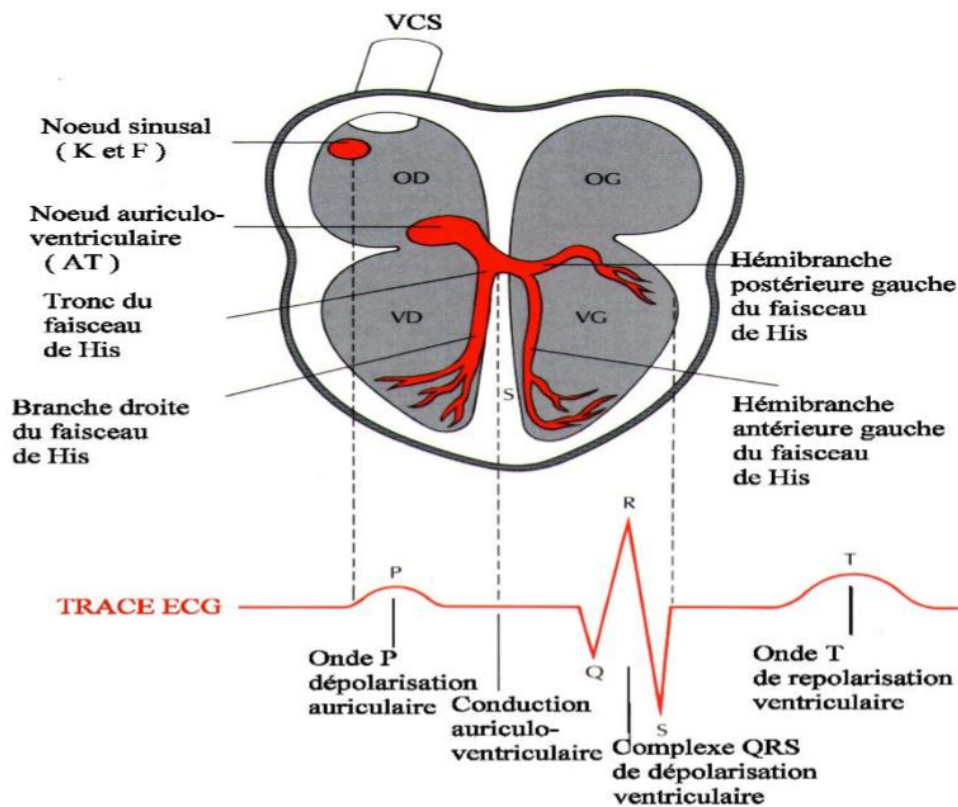


Figure 3: Ondes standard d'un électrocardiogramme (ECG) normal.

1.4.2 Dérivations cardiaques

Les conduits cardiaques se réfèrent aux différents points sur le corps où les électrodes sont placées pour enregistrer une forme d'onde électrocardiogramme (ECG). L'ECG se compose

généralement d'une onde P, du complexe QRS et de l'onde T, chacune ayant une morphologie différente selon l'emplacement des électrodes. Il existe deux types d'électrodes utilisées [6] [7] :

- ✓ *Les électrodes périphériques (dénommés D) : qui sont placés sur les membres pour explorer le plan frontal du cœur.*
- ✓ *Les électrodes précordiales (déterminés comme V) : qui se trouve sur la poitrine du patient pour explorer le plan transversal du cœur.*

L'ECG standard est enregistré sur douze leads, composés de six leads membres et de six précordiaux [8] [9].

I.4.2.1 Dérivations sur le plan frontal

A. Dérivations bipolaires des membres

Ces dérivations enregistrent l'activité électrique du cœur entre deux points du corps, en particulier les bras droit et gauche et la jambe gauche. En mesurant les différences de potentiel électrique entre ces points, nous pouvons obtenir des informations sur l'activité du cœur. Einthoven a créé ces sondes au début du 20e siècle et elles sont toujours utilisées aujourd'hui. Les trois dérivations bipolaires sont connues sous le nom de D1 (dérivation I), D2 (dérivation II) et D3 (dérivation III). Elles sont déterminées en mesurant les potentiels du bras gauche (VL), du bras droit (VR) et de la jambe gauche (VF). Les équations pour ces dérivations sont les suivantes :

- $DI = VL - VR$
- $DII = VL - VF$
- $DIII = VR - VF$

Ensemble, ces dérivations forment le triangle d'Einthoven, chaque dérivation représentant un côté du triangle [6].

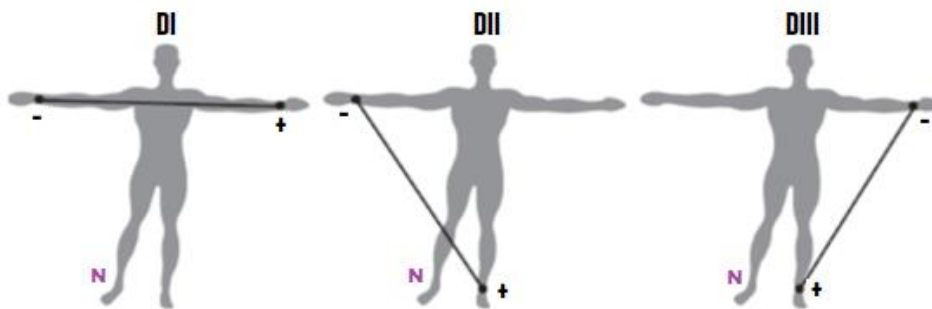


Figure 4: Montage d'Einthoven pour l'enregistrement des dérivations

B. Dérivations unipolaires des membres

Ces fils sont constitués de trois pôles désignés aVR, aVL et aVF, avec "a" représentant "Augmented", "R" représentant "Right", "L" représentant "Left" et "F" représentant "Foot". Chacune de ces dérivation a une ligne qui va d'un pôle positif à un pôle négatif, formant un triangle avec le point central. Dans ces dérivation, chaque électrode est considérée comme le pôle positif tandis que les deux autres électrodes servent de points de référence négatifs [4].

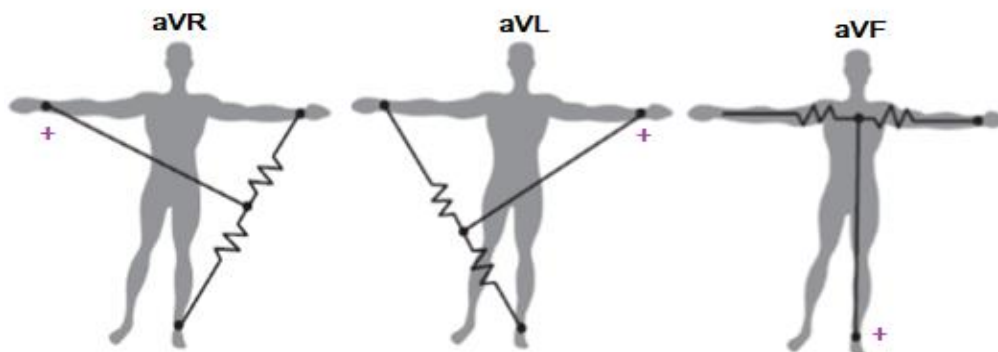


Figure 5: Montage de Goldberger pour l'enregistrement des dérivation

- $aVL = (VL - VR + VF)/2 = 1.5VL$ (Loi de Kirchhoff : $VL + VR + VF = 0$).
- aVR : avec $aVR = 1.5VR$.
- aVF : avec $aVF = 1.5VF$.

I.4.2.2 Dérivations sur le plan horizontal (précordiales)

En électrocardiographie, le plan horizontal est généralement enregistré à l'aide des six dérivation de Wilson, qui sont des dérivation unipolaires désignées par les lettres V_1 à V_6 . Ces dérivation sont constituées d'une partie positive et d'une partie négative, l'électrode exploratrice étant placée sur la partie positive et la partie négative correspondant à la région opposée. L'électrode exploratrice est placée sur différents points précordiaux du thorax afin d'obtenir différentes vues de l'activité électrique du cœur.

Dans certains cas, des sondes supplémentaires peuvent être utilisées pour évaluer plus précisément le fonctionnement du cœur. Par exemple, les sondes du côté droit (V_{1R} à V_{4R}) et du côté

gauche (V_5 à V_6) peuvent fournir des informations supplémentaires sur l'activité électrique du cœur dans des régions spécifiques. Ces sondes sont particulièrement utiles pour diagnostiquer certaines pathologies cardiaques, telles que l'infarctus du ventricule droit, qui peuvent être manquées en utilisant uniquement les sondes standard. Par conséquent, l'utilisation de ces dérivations supplémentaires peut améliorer la précision et la valeur diagnostique de l'ECG (voir figure I.7) [8].

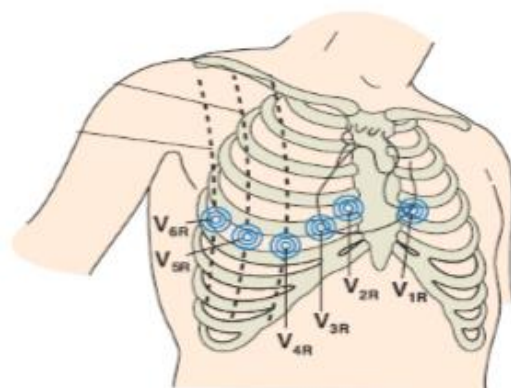


Figure 6: Placements d'électrodes recommandés pour l'enregistrement du système de sonde unipolaire précordiale.

1.4.3 Les types de bruit des signaux ECG

Le signal ECG est acquis en plaçant des électrodes sur la peau, près du cœur. Au cours du processus d'enregistrement, diverses sources de bruit peuvent affecter le signal ECG, bien que les principales sources de bruit englobent [10] :

- Interférences de ligne électrique ;
- Contact de l'électrode et le mouvement ;
- Bruit de l'électromyogramme (EMG) ;
- Bruit des instruments.

Dans cette partie, les différents types de bruit illustrés dans la figure I.8 seront décrits de façon plus approfondie.

1.4.3.1 Interférences de ligne électrique

Les interférences sur les lignes électriques peuvent se produire par deux mécanismes : le couplage capacitif et le couplage inductif. Le couplage capacitif implique le transfert d'énergie entre

deux circuits par l'intermédiaire d'une capacité de couplage qui existe entre eux. La valeur de cette capacité diminue avec l'augmentation de la séparation entre les circuits. Le couplage inductif, en revanche, résulte de l'inductance mutuelle entre deux conducteurs. Ainsi, en circulant dans les fils, le courant génère un flux magnétique qui peut induire un courant dans les circuits voisins. Le degré de couplage inductif est déterminé par la géométrie des conducteurs ainsi que par leur distance de séparation.

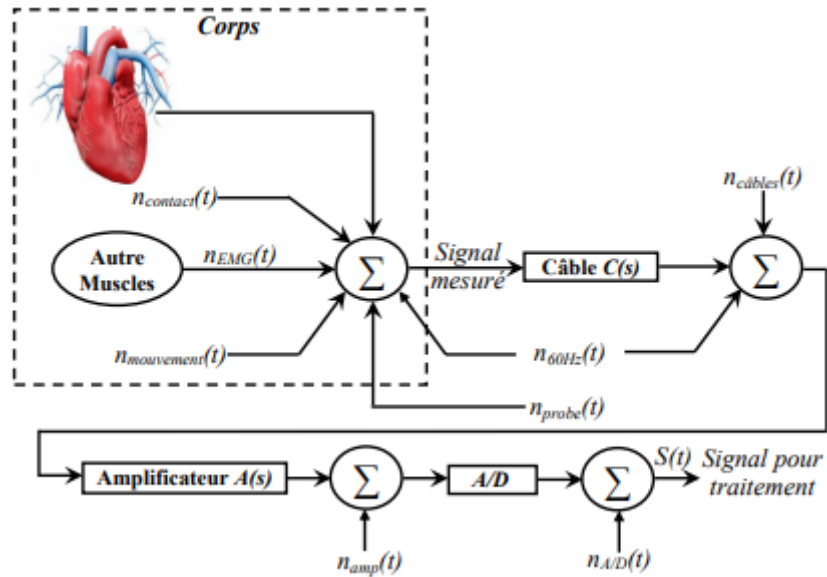


Figure 7: Différents types de bruit dans l'électrocardiographie [4].

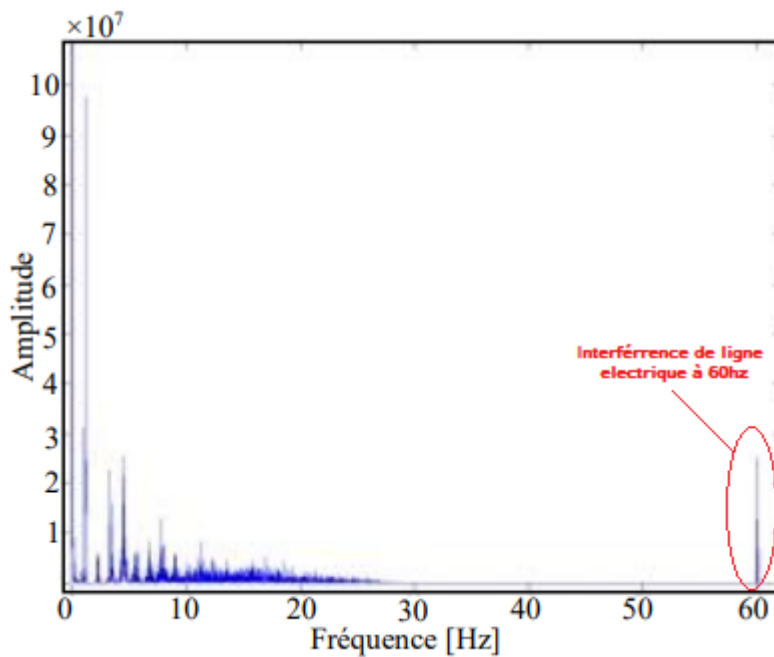


Figure 8: Les interférences de ligne électrique de 60 Hz [4].

Le couplage capacitif provoque généralement un bruit de haute fréquence, tandis que le couplage inductif introduit un bruit de basse fréquence. Par conséquent, le couplage inductif est la principale cause d'interférence par ligne électrique dans les électrocardiogrammes. Pour minimiser les interférences de ligne électrique, il est essentiel d'appliquer correctement les électrodes et de s'assurer que tous les composants ont un blindage adéquat. En outre, l'artefact de bruit de ligne électrique peut être simulé par un modèle qui peut être écrit comme suit :

$$n_{60hz}(t) = A \times \sin(2\pi \cdot 60 + \Omega) \quad \text{I.1}$$

La valeur de crête moyenne A , du bruit dépend de l'importance du couplage entre l'équipement ECG et les lignes électriques. Pendant la mesure, la valeur crête à crête est également susceptible de fluctuer en raison de l'évolution des conditions environnementales, qui influent sur la quantité de couplage inductif ou capacitif entre les lignes électriques et l'équipement ECG. La phase de la sinusoïde, représentée par Ω dans l'équation I.1, est une variable aléatoire avec une distribution uniforme dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$. Ce modèle simpliste suppose que le bruit ne se produira qu'à 60 Hz, mais en réalité le bruit des lignes électriques aura une largeur de bande finie autour de sa fréquence centrale nominale, ce qui suggère que le bruit total est composé de nombreuses sinusoïdes de fréquence similaire [4].

1.4.3.2 Contact de l'électrode et le mouvement

Le bruit de contact des électrodes est dû aux fluctuations de la position du cœur par rapport aux électrodes et aux variations du milieu de propagation entre le cœur et les électrodes. Il en résulte des changements soudains de l'amplitude du signal ECG, ainsi que des décalages à basse fréquence de la ligne de base. Une faible conductivité entre les électrodes et la peau peut réduire l'amplitude du signal ECG et augmenter la probabilité de perturbations, ce qui entraîne des perturbations de la ligne de base causées par les variations de l'impédance des électrodes de la peau. Une impédance plus élevée des électrodes cutanées entraîne une plus grande variation de l'impédance relative, ce qui entraîne des modifications importantes de la ligne de base du signal ECG. En présence de mouvements corporels, si l'impédance cutanée est excessivement élevée, une détection fiable du signal peut être impossible. Le bruit de contact est représenté par $n_{contact}(t)$ dans la figure I.8 [10]. Les artefacts de mouvement dans les signaux ECG sont causés par le mouvement des électrodes dû à l'activité du patient. L'amplitude et la durée de ces artefacts dépendent des propriétés des électrodes, de l'impédance cutanée et des mouvements du patient. Ils peuvent affecter de manière significative la qualité du

signal ECG et doivent être pris en compte lors de l'acquisition et du traitement du signal. La figure I.9 représente un segment de signal ECG de 70 secondes avec une dérive de la ligne de base entre -400 mV et 400 mV, causée par des changements très lents de l'impédance de l'électrode cutanée (environ 0,014 Hz). Le spectre de puissance de Fourier de la figure I.8 montre ce bruit sous la forme du grand pic le plus proche du courant continu, résultant du décalage basse fréquence de la ligne de base [4] [11].

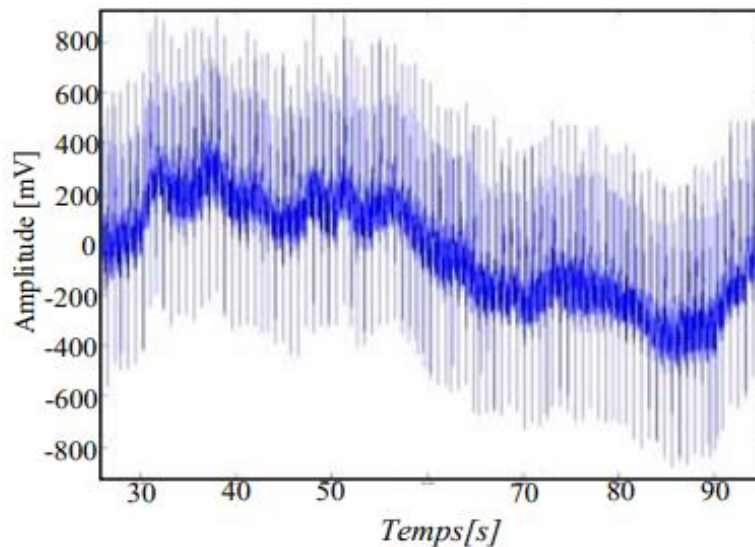


Figure 9: Déformation de la ligne de base du signal ECG.

I.4.3.3 Bruit de l'électromyogramme (EMG)

Le bruit EMG est généré par la contraction des muscles à l'extérieur du cœur, qui génèrent des ondes de dépolarisation et de repolarisation pouvant interférer avec le signal ECG. Le niveau d'interférence dépend de l'importance de la contraction musculaire et de la qualité des dérivation. L'amplitude du signal EMG est stochastique et peut être modélisée par une fonction de distribution gaussienne, avec une variance qui dépend des variables environnementales. L'activité électrique des muscles pendant la contraction peut générer des potentiels de surface comparables à ceux du cœur et peut éliminer complètement le signal ECG désiré. Les effets du bruit EMG sont visibles dans le signal ECG et sont modélisés par $n_{EMG}(t)$ dans la figure I.8 [10] [12]. Un exemple du bruit EMG est illustré dans la figure ci-dessous.

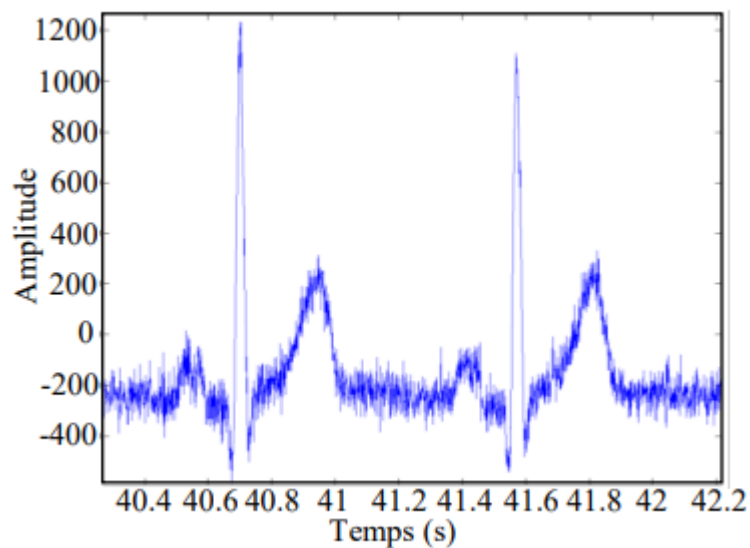


Figure 10: Bruit EMG.

I.4.3.4 Bruit des instruments

L'équipement électrique utilisé pour enregistrer les signaux ECG ajoute du bruit, qui provient de diverses sources telles que les sondes d'électrodes, les câbles, le processeur, l'amplificateur de signal et le convertisseur analogique-numérique. Ces sources sont représentées par $n_{probe}(t)$, $n_{cables}(t)$, $n_{amp}(t)$, et $n_{A/D}(t)$, sur la figure I.8. Ce type de bruit suit généralement une distribution gaussienne blanche et ne peut pas être entièrement éliminé, mais il peut être minimisé par l'utilisation d'un meilleur équipement et une conception soignée des circuits [4].

I.5 Conclusion

Le corps humain présente diverses activités électriques telles que l'électrocardiogramme (ECG), l'électromyogramme (EMG) et l'électroencéphalogramme (EEG). Dans notre étude, nous nous concentrons sur le signal ECG qui représente l'activité électrique du cœur. Le signal ECG a une valeur immense dans le domaine médical car il peut être utilisé pour détecter des anomalies dans la fonction cardiaque et aider au diagnostic. Pour comprendre le signal de l'électrocardiogramme, ce chapitre offre un aperçu complet de l'électrophysiologie cardiaque. L'objectif est de simplifier et de diffuser tous les concepts liés à l'interprétation du signal ECG. En outre, le chapitre aborde également les différents types de bruit qui peuvent contaminer le signal ECG, garantissant ainsi un diagnostic plus précis.

Chapitre 2 : Théorie des Ondelettes

Introduction

Les signaux l'électrocardiogrammes (ECGs) sont essentiels pour diagnostiquer divers troubles cardiaques. Cependant, ces signaux sont souvent affectés par le bruit, ce qui peut nuire à la précision des diagnostics. Les techniques basées sur les ondelettes sont devenues une approche populaire pour le débruitage des signaux ECG. Les ondelettes sont des fonctions mathématiques qui peuvent être utilisées pour analyser les signaux dans les domaines temporel et fréquentiel, ce qui en fait un outil flexible pour le traitement des signaux.

Dans ce chapitre, nous donnerons un aperçu de la théorie des ondelettes et de ses principales utilisations pour le débruitage des signaux ECG. Nous commencerons par présenter le principe de fonctionnement des ondelettes et leurs types, notamment les ondelettes continues et discrètes. Nous discuterons ensuite des transformées en ondelettes continues et discrètes et les différentes méthodes de seuillage utilisées pour le débruitage des signaux ECG. Dans l'ensemble, ce chapitre permettra aux lecteurs d'acquérir une compréhension complète de la théorie des ondelettes et de ses applications pratiques dans le débruitage des signaux ECG.

II.2 Principe de transformation en ondelette

La transformée en ondelettes (TO) est définie comme une projection du signal sur une base de fonctions d'ondelettes. Pour ce faire, on utilise une fonction de base appelée l'ondelette mère, notée $\psi(t)$, qui est ensuite dilatée et translatée pour recouvrir le plan temps-fréquence et analyser le signal. La dilatation ou la compression de la fonction d'ondelette $\psi(t)$ permet d'analyser les basses et les hautes fréquences contenues dans le signal. Ce processus est contrôlé par un paramètre appelé facteur d'échelle, noté a . De même, la translation de la fonction d'ondelette $\psi(t)$ dans le temps est contrôlée par un autre paramètre appelé facteur de translation, noté b . En utilisant ces deux paramètres, on peut construire une famille de fonctions d'ondelettes, notées $\psi_{ab}(t)$, qui sont des "ondes filles" ayant la même forme que l'ondelette mère, mais de taille variable [1].

Pour chaque valeur de l'échelle $a \in \mathbb{R}^+$ et de la position $b \in \mathbb{R}$, on peut définir un atome de la transformée en ondelettes comme suit :

$$\Psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{t-b}{a} \right) \quad (\text{II.1})$$

Où $\psi_{ab}(t)$ est l'ondelette fille dilatée et translatée, $\psi(t)$ est l'ondelette mère, a est le facteur d'échelle et b est le facteur de translation.

Cette formule permet de générer une famille d'ondes filles orthogonales et localisées dans le temps et la fréquence. En utilisant la transformée en ondelettes, on peut représenter les signaux avec une résolution en fréquence variable et localiser les caractéristiques du signal dans le temps et la fréquence [2].

Nous pouvons conclure qu'il existe une correspondance entre les échelles d'ondelettes et la fréquence comme suit :

- ✓ Les échelles inférieures permettent une analyse temporelle très localisée (changements rapides dans les détails), ce qui implique une bonne résolution temporelle mais une mauvaise résolution de fréquence.
- ✓ Les échelles plus élevées permettent un horizon d'analyse plus large (changements lents dans les détails), ce qui implique une mauvaise résolution temporelle mais une bonne résolution de fréquence.

II.3 Propriétés des ondelettes

Les ondelettes sont des fonctions mathématiques qui ont été largement utilisées dans le traitement des signaux et l'analyse des données, y compris le débruitage des signaux ECG. Les principales propriétés des ondelettes qui présentent un intérêt sont les suivantes :

- a. *Sélectivité de fréquence* : Les ondelettes ont un spectre de fréquence localisé, ce qui signifie qu'elles peuvent isoler des composantes de fréquence spécifiques d'un signal avec une grande précision. Pour ce faire, on fait varier l'échelle et la translation de la fonction d'ondelette, ce qui lui permet de capturer à la fois les composantes haute et basse fréquence d'un signal. La transformée en ondelettes décompose un signal en un ensemble de coefficients d'ondelettes, qui représentent le contenu fréquentiel du signal à différentes échelles [3].
- b. *Similitude* : Les ondelettes sont conçues pour être similaires aux signaux qu'elles analysent. Cela signifie que la fonction d'ondelette est choisie pour avoir une forme et une structure similaires à celles du signal, ce qui lui permet de capturer les détails et les caractéristiques du signal à différentes échelles. La propriété de similarité est essentielle pour les applications de débruitage, car elle garantit que la transformée en ondelettes peut séparer efficacement le signal du bruit [3].
- c. *Symétrie* : De nombreuses ondelettes sont symétriques, ce qui signifie qu'elles ont des amplitudes égales de part et d'autre de l'origine.

Les ondelettes symétriques sont particulièrement utiles pour analyser les signaux qui présentent eux-mêmes un degré élevé de symétrie, tels que les signaux ECG. Cette propriété garantit que les coefficients d'ondelettes capturent avec précision les caractéristiques du signal, même s'ils sont asymétriques [4].

- d. *Orthogonalité* : Les ondelettes sont souvent conçues pour être orthogonales, ce qui signifie qu'elles sont perpendiculaires l'une à l'autre lorsqu'elles sont tracées. L'orthogonalité est une propriété mathématique qui garantit que les coefficients des ondelettes sont uniques et non redondants. Cette propriété est importante pour la décomposition et la reconstruction par ondelettes, car elle garantit que chaque composante de fréquence du signal peut être représentée par un ensemble unique de coefficients d'ondelettes [4].
- e. *Régularité* : Les ondelettes sont souvent conçues pour avoir des réponses en fréquence régulières ou lisses, ce qui les rend particulièrement utiles pour les tâches de traitement des signaux telles que le débruitage. La régularité garantit que les coefficients d'ondelettes se comportent bien et sont faciles à interpréter [4]. Elle garantit également que la transformée en ondelettes peut capturer avec précision les caractéristiques du signal à différentes échelles sans introduire d'artefacts ou de distorsions.
- f. *Facteur d'échelle minimal* : C'est la plus petite valeur du paramètre d'échelle dans une famille d'ondelettes, qui détermine la plus petite taille possible de la fonction d'ondelette. Il est déterminé par le nombre minimum de points de discrétisation nécessaires pour capturer avec précision les caractéristiques des ondelettes. Le facteur d'échelle minimum est essentiel pour la précision de la transformée en ondelettes dans la capture des caractéristiques d'un signal, car il détermine la résolution de fréquence de l'ondelette. Le facteur d'échelle minimal est souvent exprimé en termes de puissances de deux pour une décomposition en ondelettes efficace, où le signal est itérativement divisé en deux. Le facteur d'échelle minimal a_{min} est défini par :

$$a_{min} = N_{min}/N \quad (II.2)$$

Avec : N représente le nombre d'échantillons de l'ondelette mère $\psi(t)$ et N_{min} est le nombre minimal d'échantillons de $\psi_a(t)$.

En résumé, les ondelettes possèdent plusieurs propriétés qui les rendent utiles pour le débruitage des signaux ECG. En tirant parti de la sélectivité fréquentielle, de la similarité, de la symétrie, de

l'orthogonalité et de la régularité de la transformée en ondelettes [2].

Les algorithmes de débruitage peuvent séparer efficacement le signal du bruit et préserver les caractéristiques importantes du signal.

II.4 Différentes types d'ondelettes

Il existe plusieurs familles d'ondelettes qui peuvent être utilisées pour décomposer tout signal $x(t)$ en un ensemble de coefficients d'ondelettes, qui sont caractéristiques du signal considéré. Chaque type d'ondelette possède ses propres propriétés, telles que le nombre de moments de perte ou le degré de régularité, qui lui permet de s'adapter à différentes applications. Parmi les types d'ondelettes couramment utilisés figurent les ondelettes de Daubechies, de Symlet, de Coiflet et biorthogonales. Le choix du type d'ondelette dépend des exigences spécifiques de l'application et des caractéristiques du signal analysé.

II.4.1 L'ondelette de Daubechie :

Les ondelettes de Daubechies sont une famille d'ondelettes orthogonales discrètes, largement utilisées dans le traitement des signaux et l'analyse des données. Elles ont été introduites par la mathématicienne belge Ingrid Daubechies dans les années 1980 [5].

L'idée de base des ondelettes de Daubechies est de décomposer un signal en une série de fonctions d'ondelettes, afin d'obtenir une représentation plus compacte du signal. Cette décomposition est effectuée à l'aide d'une série de filtres, qui sont appliqués successivement au signal pour extraire différentes échelles de détails et de basses fréquences. Les coefficients de décomposition sont ensuite utilisés pour reconstruire le signal à partir de ses composantes en ondelettes. Les ondelettes de Daubechies sont largement utilisées dans le domaine biomédical, en particulier pour le débruitage des signaux ECG [2][6].

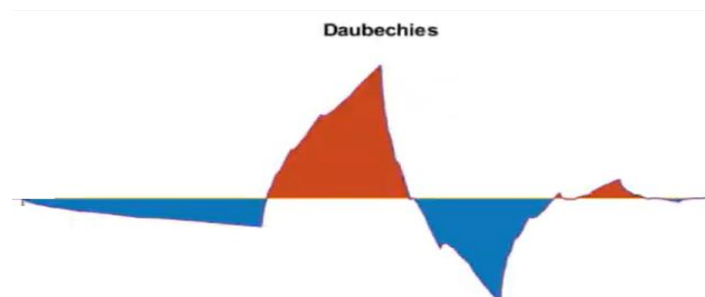


Figure 11: Exemple de l'ondelette Daubechie.

II.4.2 L'ondelette de Symlet

Les ondelettes Symlet, également connues sous le nom d'ondelettes symétriques, sont une famille d'ondelettes discrètes très similaires aux ondelettes de Daubechies, avec un degré de symétrie supplémentaire. Elles ont été introduites par le mathématicien américain Stéphane Mallat dans les années 1980 [7].

Les ondelettes de Symlet ont des propriétés similaires à celles des ondelettes de Daubechies, mais elles ont une plus grande liberté de forme, ce qui peut les rendre plus adaptées à certaines applications. Plus particulièrement, les ondelettes de Symlet sont souvent utilisées pour le débruitage des signaux ECG en raison de leur capacité à conserver les caractéristiques importantes du signal tout en éliminant le bruit [8].

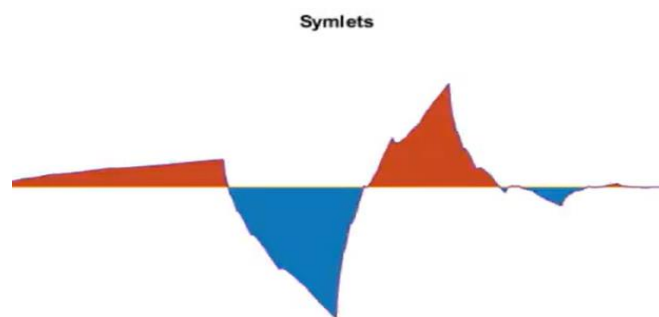


Figure 12: Exemple de l'ondelette Symlet.

II.4.3 L'ondelette de Coiflet

Les ondelettes de Coiflet, également connues sous le nom d'ondelettes de Coifman-Feauveau, sont une famille d'ondelettes discrètes dont la structure est similaire à celle des ondelettes de Daubechies, mais dont la forme est plus asymétrique. Elles ont été introduites par Ronald Coifman et Yves Meyer dans les années 1990 [9].

Les ondelettes de Coiflet ont des propriétés similaires à celles des ondelettes de Daubechies et de Symlet, mais elles ont un ordre plus élevé et une forme plus asymétrique, ce qui peut les rendre plus adaptées à certaines applications. En particulier, les ondelettes de Coiflet sont souvent utilisées pour le débruitage des signaux ECG en raison de leur capacité à conserver les caractéristiques importantes du signal tout en éliminant le bruit [10].

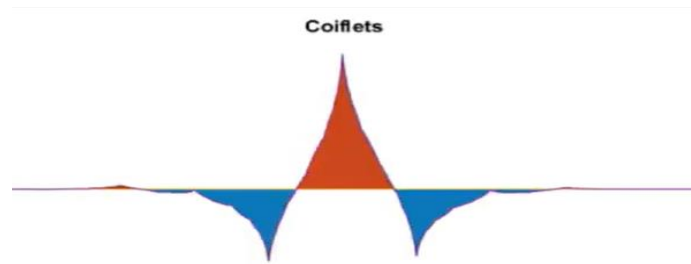


Figure 13: Exemple de l'ondelette Coiflet.

II.4.4 L'ondelette de Biorthogonal

Les ondelettes biorthogonales, également appelées bio-ondelettes, sont une famille d'ondelettes discrètes construites à l'aide de deux filtres, un filtre de décomposition et un filtre de reconstruction, qui ne sont pas nécessairement identiques. Les bio-ondules sont particulièrement adaptées à la décomposition d'un signal en ondelettes présentant des propriétés de quasi-symétrie.

Les ondelettes biorthogonales sont largement utilisées pour la compression et la décomposition des signaux, en particulier pour le débruitage des signaux ECG. L'utilisation d'ondelettes biorthogonales pour le débruitage de signaux ECG s'effectue en décomposant le signal en ondelettes à l'aide d'une transformée en ondelettes discrète biorthogonale (DBWT) [11].

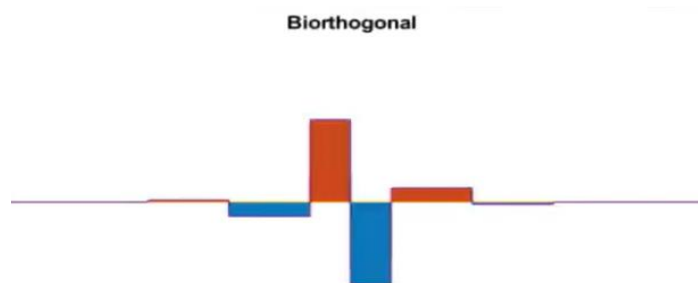


Figure 14: Exemple de l'ondelette Biorthogonal.

II.5 Types de la transformée en ondelette

La transformée en ondelettes est un outil mathématique puissant utilisé dans le traitement des signaux et l'analyse des données. Il existe différents types de transformée en ondelettes qui peuvent être utilisés en fonction de l'application et de la nature du signal analysé. Les types de transformée en ondelettes les plus courants sont la transformée en ondelettes continue (TOC), la transformée en ondelettes discrète (TOD).

II.5.1 La transformée en ondelette continue (TOC)

La TOC utilise des fonctions d'ondelettes qui varient en échelle et en position pour décomposer le signal en différentes composantes. Dans cette situation, les coefficients de décalage et d'échelle de l'ondelette sont continus. En d'autres termes, pour calculer la transformée en ondelette continue d'un signal à énergie finie $x(t)$ à une position b et à une échelle a donnée, on utilise la corrélation entre le signal $x(t)$ et l'ondelette correspondante $\psi_{a,b}(t)$ [2]. Elle permet donc le calcul d'une famille des coefficients d'ondelettes $T(a,b)$ exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} T(a, b) &= \langle x, \psi_{a,b} \rangle : a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi_{a,b}^*(t) \cdot dt \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Donc :

$$T(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \Psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) \cdot dt \quad (\text{II.4})$$

Pour calculer la TOC, on ajuste l'échelle de la fenêtre d'analyse en la faisant varier et en la décalant dans le temps, avant de multiplier la fenêtre par le signal et d'effectuer une intégration sur la durée totale. Les grandes échelles permettent une vue globale du signal, sans fournir de détails, tandis que les faibles valeurs d'échelle permettent une vue détaillée. Du point de vue fréquentiel, les grandes échelles correspondent aux basses fréquences et fournissent des informations globales sur le signal, tandis que les faibles échelles correspondent aux hautes fréquences et permettent de détecter les informations détaillées sur des événements cachés dans le signal, souvent de courte durée [12].

La TOC, telle qu'elle est définie, est une transformation temporelle qui permet d'analyser le signal $x(t)$ afin de détecter des singularités ou un comportement non stationnaire. Pour que cette transformation soit réversible, elle doit satisfaire une condition très importante connue sous le nom de condition d'admissibilité, qui est décrite dans l'équation ci-dessous :

$$C_{\Psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(f)|^2}{|f|} df < +\infty \quad (\text{II.5})$$

Avec $\Psi(f)$ est la transformée de Fourier de $\Psi(t)$.

La condition d'admissibilité permet l'analyse du signal $x(t)$ et sa reconstruction sans perte d'information. En outre, elle spécifie que la transformée de Fourier de l'ondelette à la fréquence continue $f=0$ doit être nulle :

$$\Psi(0) = \Psi(f)|_{f=0} = 0 \quad (\text{II.6})$$

L'équation susmentionnée implique que les fonctions d'ondelettes doivent avoir un spectre de type passe-bande. On peut également en déduire que la fonction $\psi(t)$ doit avoir une moyenne nulle car :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t). dt = 0 \quad (\text{II.7})$$

La formule précédente suggère que l'ondelette mère $\psi(t)$ est une fonction de largeur temporelle finie et de caractère oscillatoire [2]. La formule de synthèse ou de reconstruction du signal est définie par [13] :

$$x(t) = \frac{1}{c_{\Psi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} T(a, b) \Psi_{(a,b)}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (\text{II.8})$$

La contribution énergétique du signal à l'échelle "a" et à la translation "b" est représentée par une fonction bidimensionnelle appelée fonction de densité d'énergie des ondelettes, communément appelée scalogramme :

$$E(a, b) = |T(a, b)|^2 \quad (\text{II.9})$$

Par conséquent, une ondelette doit avoir une énergie finie :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(t)|^2 dt < \infty \quad (\text{II.10})$$

II.5.2 La transformée en ondelette discrète (TOD) :

Contrairement à la transformée en ondelettes continue, où l'ondelette est continuellement dilatée, la transformée en ondelettes discrète (DWT) implique la translation et la dilatation (ou contraction) de l'ondelette par des valeurs discrètes [14]. Par conséquent, la DWT est obtenue par une discrétisation de la CWT à l'aide d'un facteur d'échelle dyadique "a" et d'un facteur de translation "b" qui varient selon les formules suivantes :

$$a = a_0^j \quad \text{et} \quad b = kb_0 a_0^j \quad (j, k \in \mathbf{Z}) \quad (\text{II.11})$$

Avec : $a_0 > 1$ et $b_0 > 0$ et j, k : sont les paramètres de discrétisation qui contrôlent respectivement la dilatation et la translation.

Le théorème d'échantillonnage de Shannon dicte la sélection commune de $a_0= 2$ et $b_0= 1$. Par conséquent, la famille d'ondelettes utilisée pour la transformation discrète est décrite par l'équation suivante :

$$\Psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \Psi^*(2^{-j}t - k). dt \quad (\text{II.12})$$

La transformée en ondelette discrète du signal x(t) est alors définie par l'équation suivante :

$$T(a = 2^j, b = 2^j k) = 2^j \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \Psi^*(2^{-j}t - k) \cdot dt \quad (\text{II.13})$$

Si la base d'ondelettes est orthonormée, la transformée inverse de cette équation peut être exprimée comme suit :

$$x(t) = \sum_j \sum_k T_{j,k} \cdot \Psi_{j,k}(t) \quad (\text{II.14})$$

II.6 Analyse multi-résolution

L'analyse multi-résolution est un cadre fonctionnel qui permet de représenter une fonction comme une approximation à différents niveaux de résolution ou échelles successives. Ce concept est étroitement lié à l'analyse temps-fréquence ou temps-échelle utilisée en traitement du signal. La représentation temps-fréquence obtenue à partir de cette analyse permet d'observer un signal dans un espace intermédiaire entre les domaines du temps et de la fréquence. Dans le contexte de l'imagerie, la notion d'espace-échelle est également utilisée [15]. Cette technique consiste à décomposer le signal à l'aide de la transformée en ondelettes via deux filtres : un filtre passe-bas pour obtenir des approximations représentant la forme générale du signal, et un filtre passe-haut pour en extraire les détails. Le schéma de la figure (II.15) illustre ce processus [16].

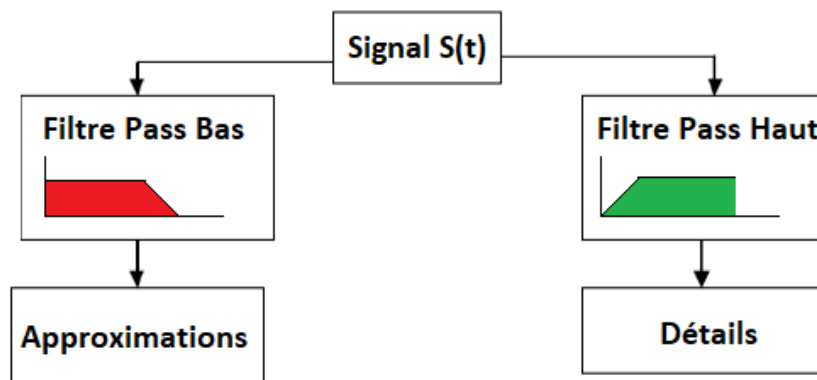


Figure 15: L'analyse multi-résolution [2].

II.7 Architecture pyramidale

L'architecture pyramidale est basée sur la décomposition du signal en deux signaux : Approximations (A_k) et Détails (D_k). Le signal d'approximation A_k est ensuite décomposé en signal d'approximation A_{k+1} et en signal de détail D_{k+1} , et ainsi de suite.

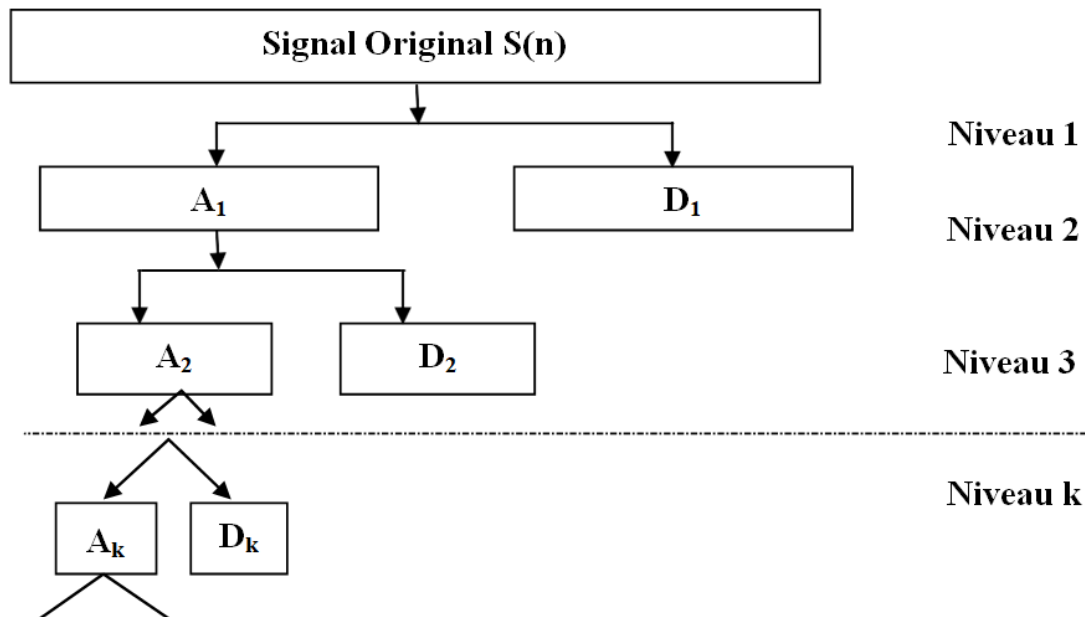


Figure 16: Fonctionnement de l'analyse multi résolution [17].

$$\text{Ou : } S(n) = D_1 + D_2 + \dots + D_k + A_k$$

II.8 Principe général de débruitage par seuillage des coefficients d'ondelettes

Le processus consistant à effectuer une décomposition en ondelettes sur un signal et à le reconstruire à partir de ses coefficients d'ondelettes peut généralement être mis en œuvre. Toutefois, cette technique n'est pas particulièrement utile si les coefficients sont non modifiés, étant donné que le signal résultant serait identique au signal d'origine [18]. Les coefficients d'ondelettes représentent essentiellement les discontinuités présentes dans le signal, appelées détails. Le seuillage de ces coefficients permet d'éliminer les détails les plus fins du signal, ce qui a pour effet de lisser le signal. Par conséquent, cette technique de seuillage des ondelettes a deux applications principales : la compression des signaux et le débruitage [19].

Notre travail se concentre sur cette dernière application, où l'objectif est d'éliminer le bruit du signal par le seuillage des coefficients d'ondelettes. Plus précisément, seuls les coefficients les plus importants sont conservés, tandis que les autres sont mis à zéro, et le signal est ensuite reconstruit [20]. Comme le bruit correspond généralement à des détails faibles dans le signal, il peut être

efficacement éliminé par le seuillage des coefficients d'ondelettes. Le résultat final est un signal plus lisse avec moins de bruit.

La figure II.17 illustre le processus de débruitage des coefficients d'ondelettes par seuillage.

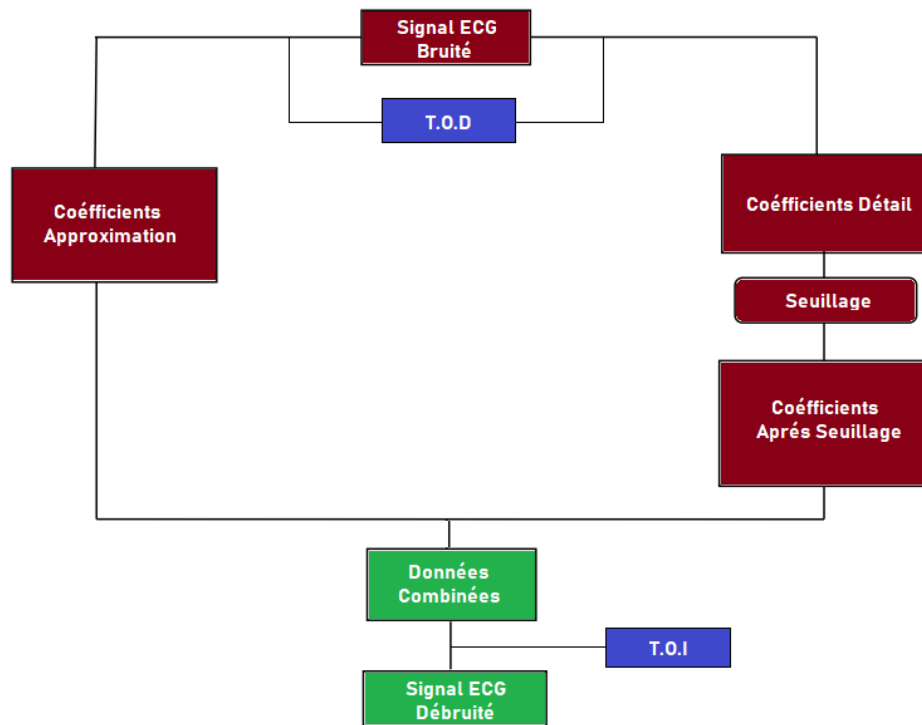


Figure 17: Débruitage des coefficients d'ondelettes par seuillage [2].

II.9 Types de seuillage

Les méthodes traditionnelles de débruitage impliquent souvent le seuillage des coefficients d'ondelettes. Deux types de fonctions de seuillage ont été proposés par Donoho et Johnstone. Ces fonctions sont connues sous le nom de seuillage dur et de seuillage doux, respectivement. Le seuillage dur consiste à mettre à zéro les coefficients d'ondelettes dont la magnitude est inférieure à un certain seuil, ce qui les élimine effectivement du signal [2].

En revanche, le seuillage doux réduit les amplitudes de ces coefficients, au lieu de les mettre à zéro. Pour ce faire, on applique une fonction spécifique qui tient compte à la fois du seuil et de l'ampleur du coefficient. Dans les deux cas, l'objectif est d'éliminer le bruit du signal en supprimant ou en réduisant la contribution des coefficients d'ondelettes associés aux détails faibles.

II.9.1 Seuillage Dur

Le seuillage dur est une technique de débruitage qui consiste à mettre à zéro les coefficients d'ondelettes dont la magnitude est inférieure à un certain seuil. Ce seuil est généralement déterminé

en fonction du niveau de bruit dans le signal. En mettant ces petits coefficients à zéro, le signal résultant est effectivement lissé, car les détails fins associés aux petits coefficients sont éliminés. Le seuillage dur est qualifié de "dur" en raison de l'existence d'un seuil précis entre les coefficients qui sont conservés et ceux qui sont éliminés. En d'autres termes, la fonction de seuillage appliquée aux coefficients est une fonction en escalier qui met brusquement à zéro tous les coefficients inférieurs au seuil, tout en laissant les autres inchangés [12].

L'un des problèmes potentiels du seuillage dur est qu'il peut entraîner une perte d'informations importantes si le seuil est trop élevé. En outre, il risque de provoquer des artefacts dans le signal si le seuil est trop faible, car il ne parvient pas à éliminer tout le bruit. Néanmoins, le seuillage dur peut être une technique utile pour débruiter les signaux, en particulier lorsque le bruit est bien caractérisé et que le seuil approprié peut être sélectionné [20].

La fonction de seuillage dur peut être définie mathématiquement comme suit :

$$T(x) = \begin{cases} x & \text{si } |x| > \lambda \\ 0 & \text{si } |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

Où $T(x)$ représente la valeur du coefficient seuillé, x est la valeur du coefficient original et λ est la valeur seuil.

Dans cette équation, si la magnitude de x est inférieure à la valeur seuil λ , la valeur du coefficient seuillé est fixée à zéro, tandis que si la magnitude de x est supérieure ou égale à λ , la valeur du coefficient seuillé est fixée à x .

Cette fonction en escalier permet d'obtenir un seuil très net entre les coefficients conservés et ceux qui sont éliminés, d'où le nom de seuillage "dur" [14]. La représentation du seuillage dur est illustrée à la figure III.18 :

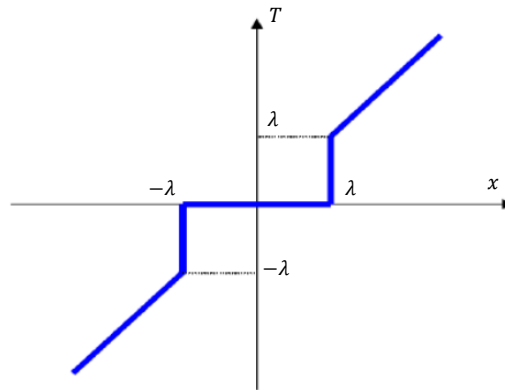


Figure 18: Seuilage Dur.

II.9.2 Seuilage Doux

Dans le cas du seuillage doux pour le débruitage des signaux ECG à l'aide de coefficients d'ondelettes, les coefficients inférieurs à un certain seuil T sont mis à zéro, tandis que les coefficients supérieurs à T sont conservés. Toutefois, pour les coefficients supérieurs à T , leurs amplitudes sont atténuées par un facteur proportionnel à la valeur du seuil T . Cela garantit que même les coefficients élevés sont affectés par le seuil et que le bruit dans le signal est effectivement éliminé [12].

La règle de seuillage doux peut être exprimée comme suit :

$$T(x) = \begin{cases} x - \text{sign}(x) \cdot \lambda & \text{si } |x| > \lambda \\ 0 & \text{si } |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

La méthode de seuillage doux est préférée au seuillage dur car elle permet un débruitage plus doux du signal ECG. Le seuillage dur met à zéro les coefficients inférieurs au seuil, mais n'atténue pas les coefficients supérieurs au seuil. Cela peut entraîner une perte d'informations importantes dans le signal. Le seuillage doux, en revanche, permet une élimination plus progressive du bruit tout en préservant les caractéristiques importantes du signal [20].

La représentation du seuillage doux est illustrée à la figure 19

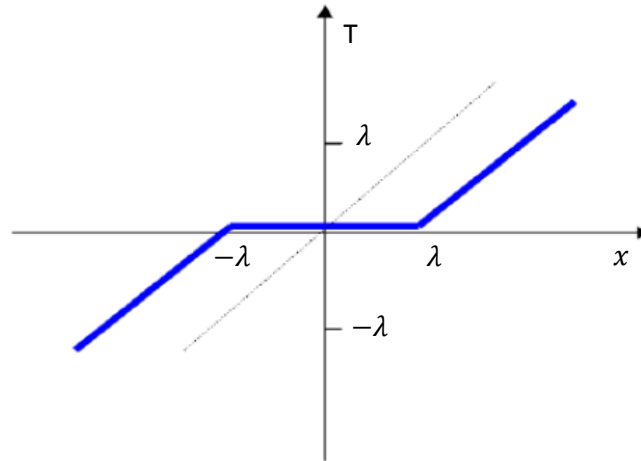


Figure 19: Seuilage Doux.

II.10 Méthodes de seuillage

Le seuillage est une technique couramment utilisée pour estimer un signal. Toutefois, il est généralement impossible de calculer l'estimation qui minimise le risque d'écart par rapport au signal, car cela nécessite une connaissance précise de la distribution du bruit. C'est pour cette raison que plusieurs méthodes d'estimation ont été développées afin de contourner ce phénomène. Il s'agit notamment du seuillage universel, du seuillage RIGSURE, du seuillage Minimax et du seuillage HEURSURE [21]. Chacune de ces méthodes a ses avantages et ses inconvénients, et il est important de choisir la méthode la mieux adaptée au débruitage des signaux ECG.

II.10.1 Le seuillage universel

Le seuillage universel est une technique proposée par Donoho et Johnstone en 1995 pour le débruitage des signaux en présence de bruit blanc additif gaussien. L'approche vise à approcher les performances obtenues par un oracle qui suppose une connaissance parfaite des coefficients inconnus ξ_i . En choisissant judicieusement la valeur seuil T , l'erreur quadratique moyenne peut être minimisée. La valeur seuil universelle T est déterminée comme suit :

$$T = \sigma \sqrt{2 \log_2(N)} \quad (\text{II.17})$$

Où σ est l'écart-type du bruit, n est la longueur du signal et \log est le logarithme naturel. La valeur seuil T est choisie en partant de l'hypothèse que le signal a une représentation éparsée dans une certaine base, telle que les ondelettes ou Fourier. En adoptant le seuil universel, nous pouvons nous rapprocher de la performance obtenue par l'oracle. En effet, le seuil est choisi en fonction des propriétés statistiques du signal et du bruit, plutôt que d'être adapté à un signal spécifique. Il en résulte une approche plus générale qui peut être appliquée à un large éventail de signaux et de niveaux de bruit.

II.10.2 Le seuillage SURE (Stein's Unbiased Risk Estimate)

La méthode de seuillage SURE (Stein's unbiased risk estimation) est une approche de débruitage des signaux utilisant des coefficients d'ondelettes à plusieurs niveaux, différente du seuil universel qui utilise une seule valeur de seuil pour tous les coefficients d'ondelettes. Le principe du seuillage SURE, proposé par Donoho et Johnstone en 1994, consiste à choisir la valeur seuil T en minimisant le risque estimé à l'aide d'une méthode impartiale. Le risque est défini comme l'erreur quadratique moyenne attendue entre le signal réel et le signal estimé [22]. L'estimateur de risque SURE est défini par la somme des erreurs quadratiques entre les coefficients d'ondelettes vrais et estimés sur tous les niveaux :

$$risk_T = \sum_{i=0}^{N-1} E\{(\tilde{x}_i(T) - x_i)^2\} \quad \text{II.18}$$

Où $\tilde{x}_i(T)$ est l'estimateur de x_i et T la valeur seuil. Pour choisir la valeur seuil T , le seuillage SURE utilise une méthode simple et élégante consistant à classer les coefficients d'ondelettes par ordre croissant. L'estimateur de risque sans biais pour un seuil particulier est défini comme suit :

$$risk = N - 2n \frac{cumsum(n) - (n)x}{N}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad \text{II.19}$$

Où $cumsum$ est la somme cumulative des coefficients d'ondelettes réservés x et x_N est le coefficient seuillé au niveau N . La valeur seuil qui minimise le risque est donnée par :

$$TH_{SURE} = \sqrt{x(n)} \quad \text{II.20}$$

Où x_n est le coefficient d'ondelette réservé au n ème niveau. Toutefois, le seuillage SURE peut ne pas donner de bons résultats lorsque la représentation en ondelettes à différents niveaux est trop dispersée. Pour surmonter cette limitation, une modification appelée RIGSURE (Risk-Informed Grouping of Sure) est proposée. RIGSURE utilise un seuillage doux au lieu d'un seuillage dur et regroupe les coefficients d'ondelettes ayant des amplitudes similaires avant d'appliquer le seuillage. Cette approche peut améliorer les performances de débruitage du seuillage SURE dans les cas où la représentation en ondelettes est trop dispersée.

II.10.3 La Méthode HEURISTIC SURE

la méthode d'Heuristic Sure est une technique de détection de seuil pour le débruitage des signaux ECG qui utilise une approche heuristique pour choisir le seuil optimal qui minimise le coût total de la reconstruction du signal débruité. Cette méthode est basée sur la théorie de l'estimation de

la densité spectrale de puissance et utilise une transformée en ondelettes pour décomposer le signal en des bandes de fréquences différentes [23].

La méthode Heuristic Sure pour le débruitage des signaux ECG utilise plusieurs niveaux de résolution pour mesurer la dispersion à différents niveaux. Pour déterminer la valeur du seuil, la méthode Sure ou universelle est utilisée. Les valeurs de ε et de crit sont utilisées pour déterminer la dispersion à différents niveaux [2] :

$$\varepsilon = \frac{\|x\|^2 - N}{N}, \quad \text{crit} = \frac{(\log_2(N))^{3/2}}{\sqrt{N}} \quad (\text{II.21})$$

Si la valeur de ε est plus petite que la valeur du crit , les coefficients sont considérés comme étant dispersés. Dans ce cas, la valeur du seuil universel est utilisée comme la valeur finale. En revanche, si la valeur de ε est supérieure à la valeur du crit , une valeur de seuil est choisie en faisant un compromis entre les méthodes Sure et Heuristic Sure [2].

II.10.4 La Méthode Minimax

Une autre méthode fréquemment utilisée pour débruiter les signaux ECG est la méthode Minimax. Cette méthode est basée sur l'estimation de la variance du bruit dans le signal et utilise un seuil fixe pour supprimer les coefficients d'ondelettes dont la valeur absolue est inférieure au seuil. Le seuil est choisi pour minimiser le maximum de l'erreur quadratique moyenne par rapport à un cas idéal.

Les performances de cette méthode peuvent être comparées à celles de la méthode Heuristic Sure. Dans une étude comparative réalisée par Donoho et Johnstone (1995), la méthode Minimax a été comparée à la méthode de Sure et à d'autres méthodes de débruitage. Les résultats ont montré que la méthode Minimax avait des performances similaires à celles de la méthode de Sure [24].

En ce qui concerne le choix du seuil optimal, il a été démontré que le seuil universel $TH_n^* = \sqrt{2 \log_2(n)}$ était une bonne approximation pour de nombreuses valeurs de n . Cependant, il est important de noter que les seuils optimaux TH_n ne peuvent pas être déterminés analytiquement.

II.11 Conclusion

En conclusion, la théorie des ondelettes a révolutionné le domaine du traitement du signal en offrant une méthode de décomposition multirésolution permettant d'analyser les signaux à différentes échelles de temps et de fréquences. Cette approche a été largement utilisée dans le domaine du

débruitage des signaux ECG, qui est un domaine critique dans le diagnostic des maladies cardiovasculaires.

Dans ce chapitre, nous avons mentionné certains des types d'ondelettes les plus couramment utilisés dans le domaine du débruitage des signaux ECG, ainsi que les transformées en ondelettes continues et discrètes, et les différents types de seuillage des coefficients d'ondelettes, tels que le seuillage doux, le seuillage dur, le seuillage Sur, le seuillage Heuristic sur et le seuillage Minimax. La méthode de seuillage des ondelettes est une approche simple mais efficace pour débruiter les signaux ECG en supprimant les coefficients d'ondelettes dont la valeur absolue est inférieure à un certain seuil. Les différentes méthodes de seuillage ont été présentées et comparées, montrant que chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients en fonction des caractéristiques du signal.

En résumé, la théorie des ondelettes offre une méthode puissante pour l'analyse et le débruitage des signaux ECG, qui jouent un rôle crucial dans le domaine de la santé cardiovasculaire.

Chapitre 3 : Méthode et Résultats

III.1 Introduction :

Ce chapitre est dédié à la présentation des résultats obtenus à travers nos expériences sur la méthode de débruitage par décomposition en ondelette basée sur l'exposant de Hurst, dans le cadre de l'analyse et du traitement des signaux ECG (électrocardiogramme). L'objectif de cette méthode est d'améliorer la qualité des enregistrements en réduisant le bruit indésirable. Nous examinerons en détail les performances de ces deux approches et les comparerons afin de mieux comprendre leur applicabilité dans le domaine du traitement des signaux ECG. L'analyse comparative nous permettra de dégager leurs avantages respectifs, leurs limitations et les situations dans lesquelles elles sont les plus efficaces.

Ce chapitre de résultats offre une analyse détaillée et comparative des performances de la méthode de débruitage par décomposition en ondelette et par l'exposant de Hurst, contribuant ainsi à une meilleure compréhension de leur applicabilité dans le domaine du traitement des signaux ECG.

III.2 Décomposition en ondelette

La décomposition en ondelette est une méthode d'analyse des signaux qui permet de les décomposer en une série de composantes d'échelle et de fréquence différentes. Elle repose sur l'utilisation d'une famille d'ondes appelées "ondelettes", qui sont des formes d'ondes oscillantes et localisées dans le temps. Cette approche est particulièrement adaptée à l'analyse des signaux non stationnaires, tels que les signaux ECG, qui présentent des variations rapides dans le temps.

Dans notre étude, nous avons utilisé l'outil MATLAB pour appliquer la décomposition en ondelette discrète sur les signaux ECG. Cette technique nous a permis de séparer le signal d'origine en différentes sous-bandes fréquentielles, représentant chacune une échelle spécifique. Chaque sous-bande est caractérisée par des composantes d'ondes de différentes fréquences et amplitudes. La décomposition en ondelette offre plusieurs avantages dans le contexte du débruitage des signaux ECG. Elle permet une représentation plus précise des structures temporelles du signal, en capturant à la fois les variations rapides et les variations lentes. De plus, elle permet de localiser et de supprimer sélectivement les composantes de bruit indésirable présentes dans le signal, tout en préservant les informations pertinentes liées à l'activité cardiaque [1].

III.3 Exposant de Hurst

III.3.1 C'est quoi l'exposant de Hurst ?

L'exposant de Hurst est une mesure statistique qui permet de quantifier la régularité fractale d'un signal. Il est nommé d'après Harold Edwin Hurst, un hydrologue britannique qui a introduit pour la première fois cette mesure dans le contexte de l'analyse des séries temporelles hydrologiques. L'exposant de Hurst est souvent utilisé pour caractériser la propriété de persistance à long terme d'un signal. Il permet de mesurer la corrélation à long terme des fluctuations du signal, autrement dit la tendance du signal à conserver une certaine cohérence et à conserver des schémas au fil du temps [2].

L'exposant de Hurst, appelé H , est en général compris entre 0 et 1. Une valeur de H voisine de 0 dénote une forte anti-persistance, où des fluctuations opposées se suivent fréquemment. Inversement, une valeur de H proche de 1 indique une forte persistance, lorsque des fluctuations similaires persistent sur de longues périodes. L'exposant de Hurst est souvent utilisé pour analyser des séries temporelles dynamiques, telles que les signaux financiers, les données météorologiques, et les signaux physiologiques, tels que les signaux ECG. Dans le contexte du débruitage, l'exposant de Hurst permet de distinguer les fluctuations réellement pertinentes des fluctuations indésirables ou bruyantes.

La méthode de débruitage par l'exposant de Hurst consiste à estimer l'exposant de Hurst pour le signal original et le signal bruité, puis à utiliser ces informations pour réduire le bruit et restaurer les caractéristiques essentielles du signal.

III.3.2 Comment calculer l'exposant de Hurst ?

L'exposant de Hurst est une mesure couramment utilisée pour évaluer la persistance ou l'auto-corrélation fractale d'un signal. Dans le domaine du débruitage des signaux ECG par décomposition en ondelettes, le calcul de l'exposant de Hurst permet de caractériser les propriétés fractales du signal et d'évaluer l'efficacité du processus de débruitage. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour calculer l'exposant de Hurst, mais deux approches populaires sont la méthode de la plage-régression (R/S) et la méthode de la variance-régression. Ces méthodes sont basées sur l'analyse de l'évolution de la plage ou de la variance en fonction de la taille des segments de signal. La méthode de la plage-régression (R/S) consiste à diviser le signal ECG en segments de taille N , puis à calculer la plage (Range) de chaque segment en soustrayant la valeur minimale de la valeur maximale [3].

Ensuite, on calcule la moyenne des plages R pour chaque taille de segment N et on divise cette moyenne par l'écart-type correspondant.

$$R = \frac{(\max(\text{Valeurs}) + \min(\text{Valeurs}))}{2} \quad (\text{III.1})$$

$$S = \frac{(\max(\text{Valeurs}) - \min(\text{Valeurs}))}{2} \quad (\text{III.2})$$

La plage R (Range) de chaque segment est calculé par :

$$R = \max(\text{Valeurs}) - \min(\text{Valeurs}) \quad (\text{III.3})$$

Le rapport R/S est calculé par :

$$\text{Rapport } (R/S) = \left(\frac{1}{N}\right) \times \sum R/S \quad (\text{III.4})$$

Ce rapport R/S est ensuite tracé en fonction du logarithme de la taille des segments ($\log N$). En effectuant une régression linéaire sur les points obtenus, la pente de la droite de régression donne l'exposant de Hurst (H).

La méthode de la variance-régression implique également de diviser le signal ECG en segments de taille N , puis de calculer la variance de chaque segment. Ensuite, on calcule la variance cumulée en additionnant les variances des segments jusqu'au segment courant. Les logarithmes de la taille des segments ($\log N$) et de la variance cumulée ($\log CV$) sont ensuite tracés, et une régression linéaire est effectuée sur les points obtenus. La pente de la droite de régression donne l'exposant de Hurst (H). Il est important de noter que ces méthodes sont des approximations et peuvent être sensibles aux propriétés spécifiques du signal ECG étudié.

De plus, pour un débruitage efficace, il est recommandé d'intégrer le calcul de l'exposant de Hurst dans une approche de décomposition en ondelettes, permettant d'extraire les caractéristiques pertinentes du signal à différentes échelles. L'exposant de Hurst peut ainsi être utilisé comme un outil d'évaluation pour mesurer l'efficacité du débruitage des signaux ECG par décomposition en ondelettes. Une diminution de la valeur de l'exposant de Hurst après le processus de débruitage peut indiquer une réduction de la persistance fractale, suggérant une amélioration de la qualité du signal ECG débruité [2].

III.4 Métriques d'évaluations

III.4.1 Erreur quadratique moyenne (MSE)

La métrique de l'erreur quadratique moyenne (MSE - Mean Squared Error) est couramment utilisée pour évaluer la performance des algorithmes de débruitage des signaux ECG (électrocardiogramme). Elle mesure la différence moyenne au carré entre le signal ECG d'origine (signal non bruité) et le signal débruité. Elle peut être calculée par :

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (\text{III.5})$$

Le MSE est une métrique largement utilisée car il prend en compte toutes les différences entre le signal original et le signal débruité, en accordant une importance plus grande aux erreurs plus importantes en les élevant au carré. Plus le MSE est faible, meilleure est la performance de l'algorithme de débruitage, car cela signifie que les deux signaux sont très similaires [4].

III.4.2 Erreur moyenne absolue (MAE)

La métrique de l'erreur moyenne absolue (MAE - Mean Absolute Error) est utilisée pour évaluer la performance des algorithmes de débruitage des signaux ECG. Elle mesure la différence moyenne absolue entre le signal ECG d'origine (signal non bruité) et le signal débruité. Elle s'exprime par :

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i - \hat{X}_i| \quad (\text{III.6})$$

Le MAE est faible, meilleure est la performance de l'algorithme de débruitage, car cela signifie que les deux signaux sont très similaires en termes de valeurs absolues [5].

III.4.3 Rapport signal sur bruit (SNR)

Le SNR (Signal-to-Noise Ratio), également appelé rapport signal sur bruit, est une mesure couramment utilisée pour évaluer la qualité d'un signal ECG débruité. Il quantifie la quantité de signal utile par rapport au bruit indésirable présent dans le signal.

Le SNR est calculé en comparant la puissance (ou l'énergie) du signal ECG d'origine (signal sans bruit) à la puissance du bruit résiduel après le débruitage.

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\left| \frac{S}{B} \right| \right) \quad (\text{III.7})$$

Pour obtenir le SNR, on divise la puissance du signal par la puissance du bruit. Plus le SNR est élevé, meilleure est la qualité du signal débruité, car cela indique que le signal utile est plus fort par rapport au bruit [6].

III.4.4 Rapport signal sur bruit de crête (PSNR)

Le PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) est une mesure couramment utilisée pour évaluer la qualité de l'image ou du signal débruité par rapport à l'image ou au signal original.

Le PSNR est calculé en comparant la puissance maximale du signal original à l'erreur quadratique moyenne (MSE - Mean Squared Error) entre le signal original et le signal débruité.

$$PSNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{MAX_i^2}{MSE} \right) \quad (III.8)$$

Il fournit une mesure de la fidélité de la reconstruction ou de la restauration d'une image ou d'un signal. Le PSNR est généralement exprimé en décibels (dB), ce qui permet de représenter les différences de puissance de manière logarithmique. Plus le PSNR est élevé, meilleure est la qualité de la reconstruction, car cela indique que l'erreur entre le signal original et le signal débruité est faible par rapport à la puissance du signal original [7].

III.4.5 La corrélation croisée (CC)

La corrélation croisée (CC - Cross Correlation) est une mesure utilisée pour quantifier la similarité entre deux signaux, souvent utilisée dans le domaine du traitement des signaux et de l'analyse de données.

La corrélation croisée compare les valeurs des deux signaux à chaque instant et mesure à quel point il est similaires. Elle calcule le degré de corrélation entre les deux signaux en effectuant une opération de convolution entre eux.

$$Autocorr(k) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x_i - mx)(x_{i+k} - mx)}{\sum_{i=0}^{N-1} (x_i - mx)^2} \quad (III.9)$$

La valeur maximale de la corrélation croisée correspond au meilleur alignement entre les signaux, indiquant leur similarité maximale. Une corrélation croisée élevée indique une forte correspondance entre les signaux, tandis qu'une corrélation croisée faible indique une faible correspondance [8].

III.5 Expérience 1 : (Application de 4 types d'ondelette avec 4 niveaux)

Avant d'appliquer notre approche de filtrage basée sur la décomposition en ondelettes et l'exposant de Hurst, nous avons fait une étude comparative entre les différents types d'ondelettes mère utilisées pour décomposer le signal ECG, à fin de choisir la meilleure ondelette mère qui

convient notre application qui est le filtrage des signaux électrocardiogrammes. Un signal électrocardiogramme réel pris de la base de données MIT-BIH physio Bank est utilisé, ce signal a été contaminé par un bruit blanc gaussien artificiel, après ce signal a été décomposé en ondelette à 4 niveaux en utilisant 4 types d'ondelettes mère (Haar, Daubechie, Symlet et Coiflet). Dans cette expérience nous avons considéré la première approximation comme étant le signal désiré (signal ECG sans bruit).

III.5.1 Résultats et discussions

Les résultats obtenus lors de l'expérience de débruitage du signal ECG par décomposition en ondelette fournissent des informations importantes sur les performances des différents types d'ondelettes mère à différents niveaux en point de vue rapport signal sur bruit (SNR) (voir *tableau III.1*).

Tableau 1: Comparaison des performances de débruitage du signal ECG par décomposition en ondelettes en utilisant différents types d'ondelettes mère.

Ondelette	Haar	Daubechie				Symlet				Coiflet			
Niveau	-	2	3	4	5	2	3	4	5	1	2	3	4
SNR (dB)	9.99	11.24	13.02	13.79	13.46	11.24	13.02	13.91	13.45	11.97	14.31	14.61	14.51

Lors de l'utilisation de la décomposition Haar, on observe un SNR relativement faible de 9.88, indiquant une capacité limitée à supprimer le bruit du signal ECG. En revanche, les résultats obtenus avec les ondelettes de type Daubechies, Symlets et Coiflets montrent une amélioration progressive des performances avec l'augmentation du niveau de décomposition.

Pour les ondelettes de type Daubechies, les résultats indiquent que le débruitage du signal ECG s'améliore à mesure que le niveau de décomposition augmente. Le SNR passe de 11.24 au niveau 2 à 13.79 au niveau 4, ce qui suggère une capacité accrue à supprimer le bruit à des niveaux de décomposition plus élevés. Cependant, une légère diminution du SNR est observée au niveau 5, soulignant l'importance de trouver un équilibre optimal entre la complexité de la décomposition et la qualité du débruitage.

De manière similaire, les résultats obtenus avec les ondelettes de type Symlets montrent une amélioration progressive des performances avec l'augmentation du niveau de décomposition. Le SNR

augmente de 11.239 au niveau 2 à 13.905 au niveau 4, ce qui suggère une bonne capacité à réduire le bruit dans le signal ECG. Cependant, une légère diminution du SNR est également observée au niveau 5, indiquant une possible saturation des performances de débruitage.

Les ondelettes de type Coiflets ont donné les meilleurs résultats parmi les techniques évaluées, avec une augmentation significative du SNR à mesure que le niveau de décomposition augmente. Les valeurs de SNR augmentent progressivement de 11.79 au niveau 1 à 14.508 au niveau 4. Ces résultats suggèrent que la décomposition en Coiflets est particulièrement efficace pour supprimer le bruit du signal ECG, offrant des performances supérieures aux autres techniques d'ondelettes évaluées (*voir figure III.20 et III.21*).

En conclusion, les résultats de cette étude indiquent que l'augmentation du niveau de décomposition améliore généralement les performances de débruitage, mais il existe un point d'optimalité où les gains supplémentaires sont minimales. Les techniques d'ondelettes Daubechies, Symlets et Coiflets montrent toutes des performances comparables, mais la décomposition en Coiflets semble offrir les meilleures performances en termes de SNR. Cependant, il est important de noter que l'évaluation complète des performances de débruitage devrait inclure d'autres mesures et considérations, telles que l'erreur quadratique moyenne ou une évaluation visuelle du signal débruité par rapport au signal original.

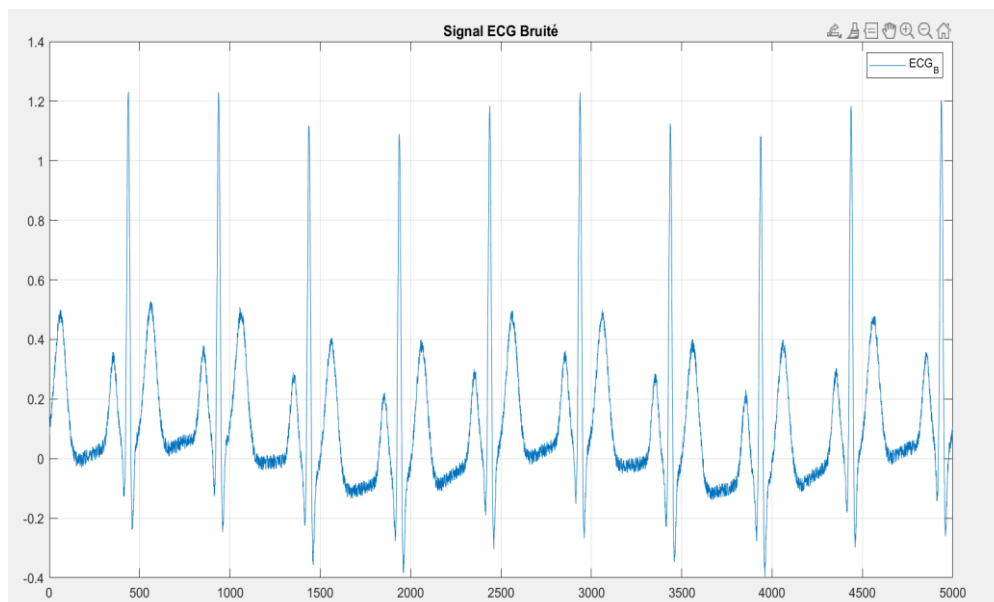


Figure 20: Signal ECG Bruité.

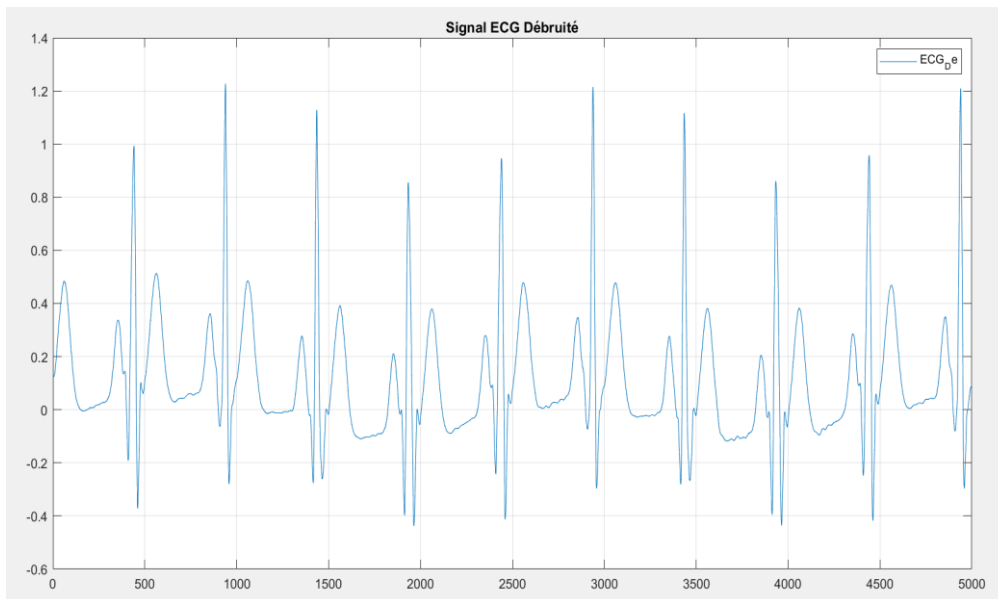


Figure 21: Signal ECG Débruité par Coiflet Niveau 3.

III.6 Expérience 2 : (Application d'exposant de Hurst)

Dans cette deuxième expérience nous allons automatiser le processus de filtrage par décomposition en ondelettes à 4 niveaux et en utilisant l'ondelette mère Coiflet. Donc comme l'expérience précédente, nous avons pris un signal ECG réel de la base de données MIT-BIH Physio Bank, et après un bruit blanc gaussien artificiel a été utilisé pour contaminer ce signal. Le processus de filtrage commence par la décomposition du signal ECG bruité en ondelettes, après l'exposant de Hurst sera calculé pour chaque approximation et détail de la décomposition en ondelettes. L'exposant de Hurst donne une idée sur la mémoire de la série temporelle, plus que l'exposant de Hurst est proche de 1 plus la série temporelle est de longue mémoire (signal désiré), plus que l'exposant de Hurst est proche de 0 plus la série temporelle est sans mémoire (signal parasite). Donc si l'exposant de Hurst de chaque approximation et détail est inférieur à un seuil, cette approximation \ détail sera supprimé. Finalement le signal ECG débruité est égal à la somme des approximations et des détails ayant un exposant de Hurst supérieur à un seuil prédéterminé. La figure suivante présente le schéma bloc de la méthode de filtrage proposée.

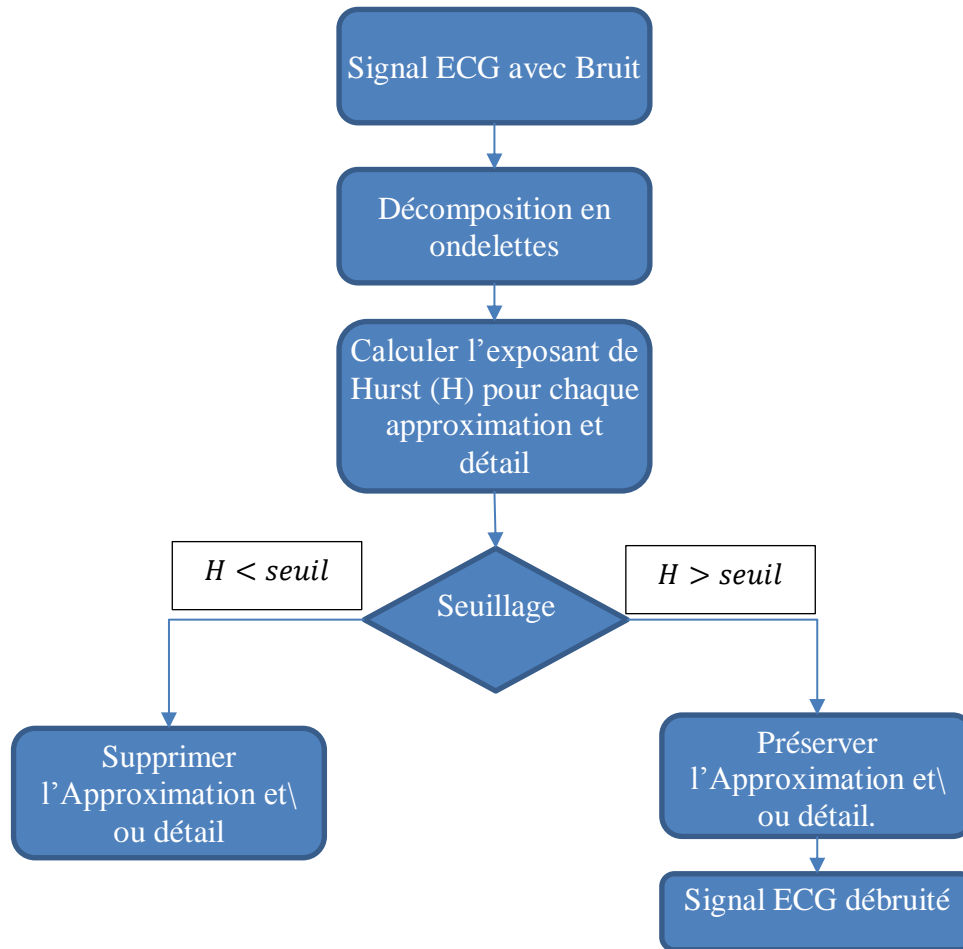


Figure 22: Méthode de filtrage proposée.

III.6.1 Résultats et discussions

Les résultats obtenus lors de la deuxième expérience, où l'exposant de Hurst a été appliqué à différentes valeurs du filtre H pour le débruitage du signal ECG, sont résumés dans le tableau ci-dessous (voir *tableau III.2*).

Tableau 2: Évaluation des métriques de débruitage du signal ECG en fonction du facteur H de l'exposant de Hurst.

H	MSE	MAE	SNR (dB)	PSNR (dB)	CC
1	0.0021	0.0327	19.3028	30.1454	0.9866
0.9	0.0021	0.0327	19.3028	30.1454	0.9866

0.8	0.0021	0.0327	19.3028	30.1454	0.9865
0.7	0.0001	0.0086	31.8849	42.7276	0.9993
0.6	0.0001	0.0086	31.8849	42.7276	0.9993
0.5	0.0001	0.0086	31.8849	42.7276	0.9993
0.4	0.0001	0.0086	31.8849	42.7276	0.9993
0.3	0.0001	0.0086	31.8849	42.7276	0.9993
0.2	0.0001	0.0086	31.8849	42.7276	0.9993
0.1	0.0001	0.0086	31.8849	42.7276	0.9993
0	0.0001	0.0086	31.8849	42.7276	0.9993

Les métriques d'évaluation utilisées dans cette expérience comprennent le MSE (Mean Squared Error), le MAE (Mean Absolute Error), le SNR (Signal-to-Noise Ratio), le PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) et la corrélation croisée (CC). Analysons ces résultats de manière détaillée :

1. Pour les valeurs d'H comprises entre 1 et 0.8 :

- ✓ Les métriques d'évaluation (MSE, MAE, SNR, PSNR et CC) restent constantes, indépendamment des différentes valeurs de H dans cette plage.
- ✓ Cela suggère que le débruitage du signal ECG n'est pas affecté par les variations de l'exposant de Hurst dans cette plage spécifique.
- ✓ Il est intéressant de noter que les métriques d'évaluation maintiennent une certaine stabilité, indiquant que le choix de l'exposant de Hurst dans cette plage n'a pas d'impact significatif sur les performances de débruitage.

2. Pour les valeurs d'H comprises entre 0.7 et 0 :

- ✓ Les métriques d'évaluation restent constantes et conservent les mêmes valeurs que celles obtenues pour les valeurs de H entre 1 et 0.8.
- ✓ Cela peut indiquer une saturation des performances de débruitage, où des valeurs d'exposant de Hurst plus basses n'apportent pas d'amélioration supplémentaire.

Dans le but de visualiser le processus de débruitage et de comparer le signal ECG bruité et débruité, les figures correspondant aux valeurs de H égales à 0.5 et 0.8 ont été choisies comme exemples représentatifs (*voir figure III.4 et III.5*). Ces figures permettent une comparaison visuelle entre les deux signaux, mettant en évidence l'efficacité du processus de débruitage.

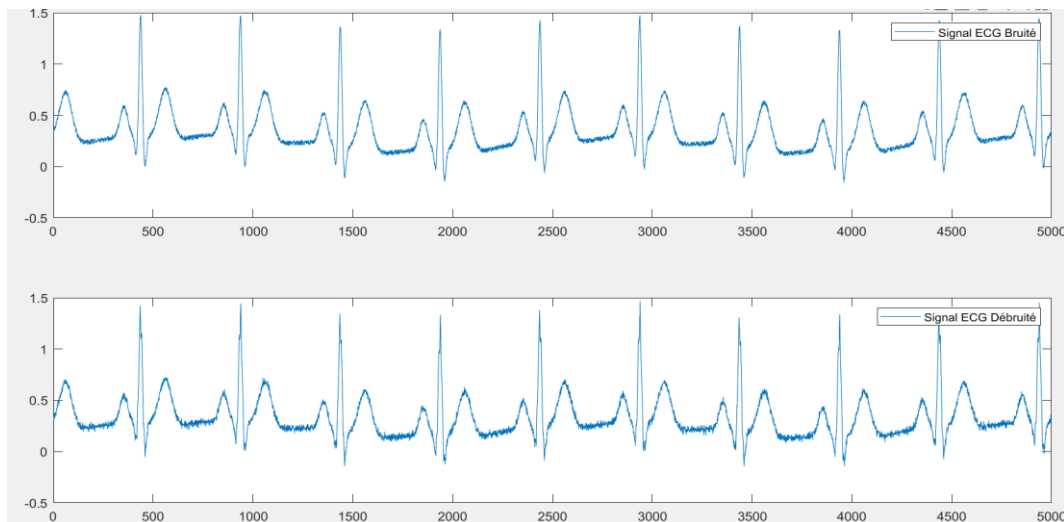


Figure 23: Signal ECG bruité et débruité avec $H = 0.8$.

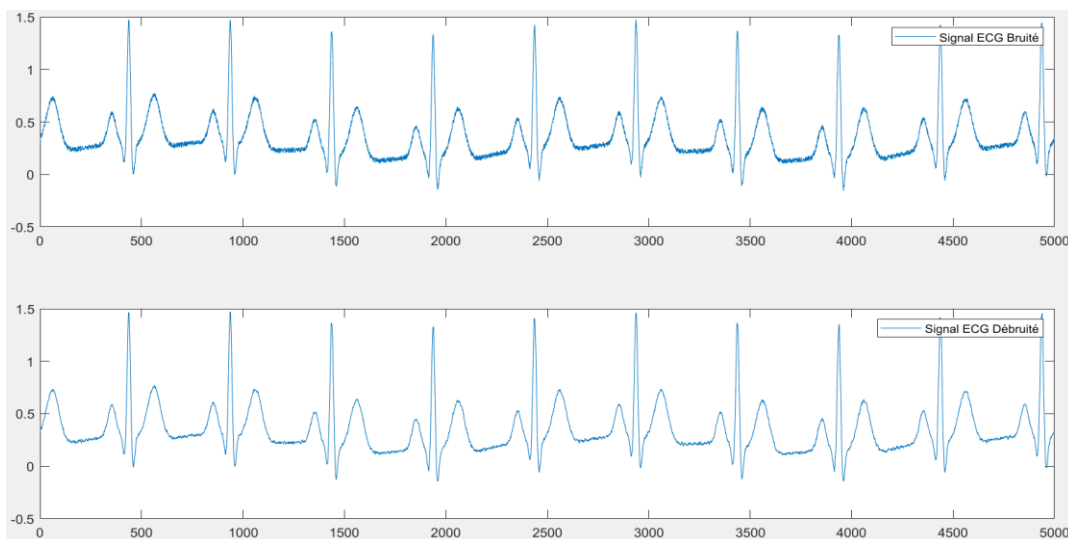


Figure 24: Signal ECG bruité et débruité avec $H = 0.5$.

En conclusion, grâce à l'application de différentes valeurs de l'exposant de Hurst du filtre, nous avons atteint notre objectif en obtenant des résultats de débruitage plus performants.

Les métriques d'évaluation ont démontré une stabilité dans la plage de valeurs de H de 1 à 0.8, tandis que des valeurs plus basses de l'exposant de Hurst ont montré une saturation des performances de débruitage. En utilisant les figures du signal ECG bruité et débruité pour les valeurs de H de 0.5 et 0.8, nous avons pu visualiser le processus de débruitage et comparer les améliorations obtenues. Ces résultats renforcent notre conclusion selon laquelle l'application de l'exposant de Hurst dans le débruitage du signal ECG a un impact significatif sur les performances et permet d'obtenir des résultats plus performants.

III.7 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons réalisé une analyse approfondie des résultats obtenus dans le cadre du débruitage du signal ECG en utilisant la décomposition en ondelettes et l'exposant de Hurst. Nous avons examiné les performances de débruitage à l'aide de différentes métriques d'évaluation et discuté des observations importantes.

Tout d'abord, nous avons exploré la décomposition en ondelettes, une méthode largement utilisée pour le débruitage du signal ECG. Nous avons examiné trois types d'ondelettes - Haar, Daubechie et Symlet, avec différents niveaux de décomposition. Les résultats obtenus ont révélé des variations significatives des performances de débruitage en fonction de l'ondelette utilisée et du niveau de décomposition.

Nous avons discuté des avantages et des limitations de chaque ondelette dans le deuxième chapitre, mettant en évidence l'importance de choisir judicieusement l'ondelette et le niveau de décomposition pour obtenir les meilleurs résultats de débruitage. Ensuite, nous nous sommes concentrés sur l'exposant de Hurst et son rôle dans le débruitage du signal ECG. Nous avons expliqué ce qu'est l'exposant de Hurst et comment le calculer. À travers une expérience dédiée, nous avons appliqué différentes valeurs de l'exposant de Hurst pour évaluer son impact sur les performances de débruitage.

Les résultats ont révélé que des valeurs spécifiques de l'exposant de Hurst, comprises entre 1 et 0.8, ont abouti à des performances de débruitage similaires et stables. Cependant, des valeurs inférieures à 0.8 ont montré une saturation des performances de débruitage, indiquant que des améliorations supplémentaires étaient limitées. En analysant les résultats de manière approfondie, nous avons mis en évidence les implications des performances de débruitage obtenues à travers les différentes méthodes.

Nous avons souligné l'importance de prendre en compte à la fois la décomposition en ondelettes et l'exposant de Hurst lors du choix des techniques de débruitage pour le signal ECG. De plus, nous avons proposé l'utilisation de mesures d'évaluation supplémentaires et la prise en considération d'autres aspects, tels que la sensibilité aux artefacts et la robustesse aux variations de l'exposant de Hurst, pour une évaluation plus complète des performances de débruitage.

En conclusion, ce chapitre d'analyses et de discussions des résultats a permis de mettre en lumière les performances de débruitage du signal ECG en utilisant la décomposition en ondelettes et l'exposant de Hurst. Nous avons atteint notre objectif en obtenant des résultats plus performants, en identifiant les meilleures configurations d'ondelettes et en examinant l'impact de l'exposant de Hurst

sur les performances de débruitage. Ces résultats offrent une base solide pour la suite de notre étude, ouvrant la voie à de nouvelles perspectives pour le débruitage efficace du signal ECG et l'amélioration des diagnostics médicaux.

Conclusion Générale

Conclusion Générale :

En conclusion, ce mémoire a présenté une approche novatrice basée sur la décomposition en ondelettes et l'exposant de Hurst pour le débruitage des signaux ECG. Les résultats obtenus ont démontré l'efficacité de cette méthode dans l'amélioration de la qualité des signaux, facilitant ainsi une interprétation précise par les professionnels de la santé et optimisant les décisions médicales. Les chapitres précédents ont fourni une base solide de connaissances théoriques et de techniques pratiques nécessaires à la compréhension approfondie de cette approche.

Cette étude a souligné l'importance des signaux ECG dans le diagnostic des affections cardiaques, la surveillance des patients et l'évaluation de l'efficacité des traitements. Cependant, ces signaux sont souvent perturbés par des interférences et des bruits provenant de diverses sources. Le débruitage des signaux ECG revêt donc une grande importance pour préserver les informations diagnostiques essentielles. La méthode proposée, basée sur la décomposition en ondelettes et l'exposant de Hurst, a démontré sa capacité à réduire efficacement les bruits tout en préservant les caractéristiques diagnostiques des signaux ECG. Les mesures d'évaluation utilisées ont quantifié la qualité du débruitage et ont montré des performances encourageantes.

Cependant, il existe encore des perspectives d'amélioration et d'exploration futures. Tout d'abord, il serait intéressant d'explorer l'impact de différents choix de paramètres dans la méthode de débruitage, tels que le type d'ondelette utilisée ou les seuils de filtrage et de seuillage. Cela pourrait permettre d'optimiser davantage les performances de la méthode et d'adapter son application à des scénarios spécifiques. De plus, l'évaluation de l'efficacité de cette approche pourrait être étendue en utilisant des bases de données plus vastes et diversifiées, comprenant des signaux ECG provenant de différents groupes de patients et présentant une variété d'anomalies cardiaques. Cela permettrait de valider la robustesse et la généralisation de la méthode proposée. Enfin, il serait intéressant d'explorer d'autres techniques de débruitage et de fusionner différentes approches pour améliorer encore plus la qualité des signaux ECG débruités. Des méthodes telles que l'apprentissage profond ou l'utilisation de modèles statistiques avancés pourraient être investiguées dans ce contexte.

En résumé, ce mémoire a contribué à la recherche sur le débruitage des signaux ECG en proposant une approche basée sur la décomposition en ondelettes et l'exposant de Hurst. Les résultats obtenus sont prometteurs et offrent des perspectives intéressantes pour améliorer le diagnostic des affections cardiaques.

Les travaux futurs dans ce domaine pourront approfondir les aspects mentionnés précédemment, permettant ainsi aux professionnels de la santé de bénéficier de signaux ECG de meilleure qualité pour des décisions médicales plus précises et une prise en charge plus efficace des patients.

Références bibliographiques

- [1] S. BOUKHOBZA, « DEBRUITAGE DU SIGNAL ELECTROCARDIOGRAMME (ECG) PAR LES OPERATEURS MORPHOLOGIES », Mémoire, Université Abou Bekr Belkaïd-Tlemcen, Tlemcen, 2012.

- [2] A. HARKAT, « Contribution à l'élaboration et au développement d'un système de classification automatique de pathologie cardiaques, par analyse de signaux ECG, utilisant l'association des transformées et des stratégies de l'intelligence artificielle », doctoral, Université de Batna 2, 2021.

- [3] D. R. B. A. Rhoades, *Medical Physiology: Principles for Clinical Medicine*, Wolters Kluwer. 2018.

- [4] O. M. Assam, « Modélisation, Débruitage, Extraction des caractéristiques et Classification des signaux électrocardiogrammes ECG », doctoral, Université de Batna 2, 2018.

- [5] H. J. A. M. Heijmans, « Composing morphological filters, Journal of Mathematical Imaging and Vision », 1995.

- [6] Portet. François, « Pilotage d'algorithmes pour la reconnaissance en ligne d'arythmies cardiaques. », PhD thesis, Université Rennes 1, Rennes, 2005.

- [7] Antoni Bayés de Luna, *Basic Electrocardiography: Normal and Abnormal ECG Patterns*, Wiley Online Library. 2007.

- [8] Shirley Jones., « ECGsuccess : Exercises in ECG interpretation. », 2007.

- [9] M Gabriel Khan., *Rapid ECG interpretation.*, Springer Science&Business Media. 2008.

- [10] G. M. Friesen, T. C. Jannett, M. A. Jadallah, S. L. Yates, S. R. Quint, et H. T. Nagle, « A comparison of the noise sensitivity of nine QRS detection algorithms », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 37, n° 1, p. 85- 98, janv. 1990, doi: 10.1109/10.43620.
- [11] P. Tikkanen, « Characterization and application of analysis methods for ECG and time interval variability data ».
- [12] C. J. D. Luca, « SURFACE ELECTROMYOGRAPHY : DETECTION AND RECORDING », 2002.
- [13] V. Perrier, « Application de la théorie des ondelettes », Laboratoire de Modélisation et Calcul de l'IMAG, Grenoble, 2005.
- [14] I. Hella et F. (Encadreur) Bouaziz, « Application de l'analyse en ondelettes pour le débrouillage des signaux électrocardiographiques (ECG). », Thesis, Université de Jijel, 2022.
- [15] P. Robi, « The Wavelet Tutorial ». Consulté le: 8 avril 2023. [En ligne]. Disponible sur: <https://users.rowan.edu/~polikar/WTtutorial.html>
- [16] P. S. Addison, « Wavelet transforms and the ECG: a review », *Physiol. Meas.*, vol. 26, n o 5, p. R155- R199, oct. 2005, doi: 10.1088/0967-3334/26/5/R01.
- [17] M. Stephane, « A Wavelet Tour of Signal Processing », *Academic Press*, 1999.
- [18] D. L. Donoho, « De-noising by soft-thresholding », *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 41, n o 3, p. 613- 627, mai 1995, doi: 10.1109/18.382009.
- [19] M. Stéphane, « A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way », *Academic Press*, 2008.

- [20] A. Mounaim, J. Atman, et B. Abdennacer, « (PDF) ECG Signal Denoising by Discrete Wavelet Transform », *International Journal of Online Engineering (iJOE)*, septembre 2017.
- [21] R. R. Coifman et M. V. Wickerhauser, « Entropy-based algorithms for best basis selection », *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 38, n° 2, p. 713- 718, mars 1992, doi: 10.1109/18.119732.
- [22] School of Mechatronics Engg Universiti Malaysia Perlis, Malaysia, P. Karthikeyan, M. Murugappan, School of Mechatronics Engg Universiti Malaysia Perlis, Malaysia, S. Yaacob, et School of Mechatronics Engg Universiti Malaysia Perlis, Malaysia, « ECG Signal Denoising Using Wavelet Thresholding Techniques in Human Stress Assessment », *Int. J. Electr. Eng. Inform.*, vol. 4, n° 2, p. 306- 319, juin 2012, doi: 10.15676/ijeei.2012.4.2.9.
- [23] A. Kumar, H. Tomar, V. K. Mehla, R. Komaragiri, et M. Kumar, « Stationary wavelet transform based ECG signal denoising method », *ISA Trans.*, vol. 114, p. 251- 262, août 2021, doi: 10.1016/j.isatra.2020.12.029.
- [24] Stephane, *Une exploration des signaux en ondelettes*, Librairie Eyrolles. 2001. [En ligne]. Disponible sur: <https://www.eyrolles.com/Sciences/Livre/une-exploration-des-signaux-en-ondelettes-9782730207331/>
- [25] C. Jean-Christophe, « Analyse des signaux non-stationnaires par Transformation de Huang, Opérateur de Teager-Kaiser, et Transformation de Huang-Teager (THT) », Université de Rennes, Rennes, 2005.
- [26] D. L. Donoho, « De-noising by soft-thresholding », *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 41, n° 3, p. 613- 627, mai 1995, doi: 10.1109/18.382009.
- [27] N. BAILEK, « Résolution de l'équation de Schrödinger sur une base d'ondelettes – Cas des systèmes unidimensionnels », Tlemcen, Tlemcen, 2012.

- [28] I. Touafek, « Extraction d'indicateurs robustes pour le diagnostic des défauts mécaniques : Comparaison de L'EMD et des ondelettes (WT) », Mémoire, Université Ferhat Abbas-Setif, Setif, 2018.
- [29] H. AMARA, « Débruitage de Signal Electrocardiogramme (ECG) par la Transformée de Walsh-Hadamard et la Transformée des Ondelettes : Applications dans le Domaine de la Diagnostic des Maladies Cardiaques », Mémoire, Dr. Moulay Tahar Saida, Saida, 2016.
- [30] A. Cohen, *Ondelettes et traitement numérique du signal*, Masson. Paris: Masson, 1992.
- [31] M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, et J.-M. Poggi, « Méthodes d'ondelettes en statistique : introduction et exemples ».
- [32] D. L. Donoho et I. M. Johnstone, « Ideal Denoising in an orthonormal basis chosen from a library of bases ».
- [33] C. Stein, « Estimation of the Mean of a Multivariate Normal Distribution », *Annals of Statistics (Institute of Mathematical Statistics)*, Stanford University, 1981.
- [34] C. Chesneau, « Quelques contributions à l'estimation fonctionnelle par méthodes d'ondelettes », Université pierre et Marie curie, Paris.
- [35] M. Aqil, A. Jbari, et A. Bourouhou, « ECG Signal Denoising by Discrete Wavelet Transform », *Int. J. Online Eng. IJOE*, vol. 13, n° 09, p. 51, sept. 2017, doi: 10.3991/ijoe.v13i09.7159.
- [36] D. L. Donoho et Lain. M. Johnstone, « Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage »:, *Journal of the American Statistical Association*, p. 432.

- [37] V. Seena et J. Yomas, « A review on feature extraction and denoising of ECG signal using wavelet transform », in *2014 2nd International Conference on Devices, Circuits and Systems (ICDCS)*, mars 2014, p. 1- 6. doi: 10.1109/ICDCSyst.2014.6926190.
- [38] P. Bansod et R. Lambhate, « A new approach for removal of baseline wande in ECG signal using Empirical Mode Decomposition & Hurst Exponent », in *2016 InternationalConference on Recent Advances and Innovations in Engineering (ICRAIE)*, déc. 2016,p. 1- 6. doi: 10.1109/ICRAIE.2016.7939578.
- [39] « Adjusted Hurst exponent evaluations for equity and energy markets: Journal of Statistics and Management Systems: Vol 18, No 1-2 ». <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09720510.2014.986923>
- [40] « Mean squared error matrix comparisons between biased estimators — An overview of recent results | SpringerLink ». <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02924687>
- [41] « Mean Absolute Percentage Error for regression models - ScienceDirect ». <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0925231216003325>.
- [42] « Improving the time-resolution and signal-to-noise ratio of ultrasonic NDE signals | Article Information |J-GLOBAL ».
- [43] J. Korhonen et J. You, « Peak signal-to-noise ratio revisited: Is simple beautiful?: 4th International Workshop onQuality of Multimedia Experience (QoMEX) », *2012 Fourth Int. Workshop Qual. Multimed. Exp. QoMEX*, p. 37- 38, 2012, doi: 10.1109/QoMEX.2012.6263880.
- [44] S. Arianos et A. Carbone, « Cross-correlation of long-range correlated series », *J. Stat. Mech. Theory Exp.*, vol. 2009, n° 03, p. P03037, mars 2009, doi: 10.1088/1742- 5468/2009/03/P03037.