REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° : Ph/ENR/05/2020

DOMAINE : Sciences de la matière

FILIERE : Physique
OPTION : PHYSIQUE Energétique et Energies Renouvelables

Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique

Réalisé par :

SEGHIOUR Ikrame **SAADI Khaoula**

Intitulé

Etude de la convection naturelle laminaire dans une quarte ellipse utilisant un chauffage sur des murs adjacents

Soutenu le 01 /09 /2020 devant le jury composé de :

Dr. Razik BENDERRADJI	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Président
Dr. Djedid TALOUB	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Rapporteur
Dr. Farouk TAHROUR	Université Mohamed Boudiaf- M'sila	Examinateur

Année universitaire : 2019/2020

Remerciement

Remerciement

Tout d'abord, nous tiens à remercier le grand dieu, pour nous avoir donnée la force, le courage et la patience pour terminer ce mémoire.

Nous voulons exprimer par ces quelques lignes de remerciement notre gratitude envers tous ceux en qui par leur présence. Leur soutien. Leur disponibilité et leurs conseils. Nous avons eu courage d'accomplir ce mémoire.

Nous tenions à remercier également le Docteur **Djedid TALOUB** pour la qualité du sujet, sont support et les orientations durant tout la réalisation de ce mémoire par ses conseils qui m'ont appris la patience.

Nous le remercions profondément pour son encouragement, son soutien moral et sa preuve de compréhension, ce qui nous a donné la force et le courage d'accomplir ce mémoire.

Nous tenons d'autre part à remercier les respectables membres du jury **Dr. Razik BENDERRADJI**, **Dr. Farouk TAHROUR** pour bien vouloir nous accorder de leur temps précieux pour commenter, discuter et juger notre mémoire.

Nous tenons à remercier nos collègues de master physique énergétique et énergies renouvelables.

En fin, nous ne pouvons achever ce mémoire sans exprimer notre gratitude à tous les professeurs pour leur dévouement et leur assistance tout au long ces années d'études.

Dédécace

SEGHIOUR Ikrame

Je dédie ce travail à toute ma famille, mon père et ma mère. Tous mes amis, et pour tous ce qui m’aiment.

SAADI Khaoula

Je dédie ce travail à toute ma famille, mon père et ma mère. Tous mes amis, et pour tous ce qui m’aiment.

Résumé

Dans ce mémoire, une analyse numérique de la convection naturelle laminaire dans une quarte ellipse remplie d'air ayant des éléments chauffants de longueur variable fixés sur les parois adjacentes a été effectuée pour examiner le flux de chaleur. Les solutions numériques sont obtenues en utilisant un code commercial de dynamique des fluides numérique, FLUENT, en utilisant la méthode des volumes finis. Les effets du nombre de Rayleigh, Ra_t, sur le nombre de Nusselt moyen, Nu_{moy}, ainsi que les champs de vitesse et de température sont étudiés pour la plage de Ra_t de 10^4 à $5x10^6$. Des calculs ont été effectués pour les longueurs de chauffage sur la paroi verticale (m = 0.02, 0.03 et 0.04) et la paroi horizontale (n = 0.02, 0.03 et 0.04). On observe que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et la force d'écoulement augmente avec l'augmentation de la taille du réchauffeur sur la paroi verticale par rapport à la paroi inférieure et les champs de température sont également affectés. En revanche, avec l'augmentation de la taille de l'appareil de chauffage des deux côtés des murs adjacents, la résistance à l'écoulement ne change pas de manière significative.

Mots clés: Quarte ellipse cavité; chauffage ; nombre de Rayleigh thermique ; nombre de Nusselt moyen ; Volume fini ; Convection naturelle.

Abstract

In this memoire, A numerical analysis of laminar natural convection in a quad-ellipse cavity filled with air having variable length heaters attached on the adjacent walls have been made to examine heat and fluid flow. Numerical solutions are obtained using a commercial computational fluid dynamics code, FLUENT, using the finite volume method. Effects of the thermal Rayleigh number, Ra_t, on the average Nusselt number, Nu_{avg}, as well as velocity and temperature fields are investigated for the range of Rat from $10^4$to $5x10^6$. Computations were carried out for the heater lengths on the vertical wall (m = 0.02, 0.03 et 0.04) and horizontal wall (n = 0.02, 0.03 et 0.04). It is observed that heat transfer increases with increase in thermal Rayleigh number and the flow strength increases with increase in size of heater on the vertical wall compared to the bottom wall and temperature fields are also affected. In contrast, with increase in size of heater on both side of adjacent walls flow strength does not changes significantly.

Keywords: Quadrantal cavity, heater, thermal Rayleigh number, average Nusselt number, finished volume; natural convection

ملخص

في هذه الأطروحة، تم إجراء تحليل رقمي للحمل الحراري الطبقي الطبيعي في شكل بيضاوي رباعي مملوء بالهواء به عناصر تسخين متغيرة الطول متصلة بالجدران المجاورة لفحص تدفق الحرارة. يتم الحصول على الحلول العددية باستخدام كود ديناميكيات الموائع الحسابية التجارية، FLUENT، باستخدام طريقة الحجم المحدود. تمت دراسة تأثير عدد رايلي، على رقم نسلت، وكذلك على سرعة التدفق ودرجة الحرارة من اجل عدد رايلي محصور بين 10^4 إلى 5×10^6. تم إجراء حسابات لأطوال التسخين على الجدار العمودي (م = 0.02، 0.03 و0.04) والجدار الأفقي (ن = 0.02، 0.03 و0.04). ويلاحظ أن انتقال الحرارة يزداد مع زيادة عدد رايلي وتزداد قوة التدفق مع زيادة حجم السخان على الجدار العمودي بالنسبة للجدار السفلي وتتأثر مجالات درجة الحرارة أيضًا. في المقابل، مع زيادة حجم التسخين على جانبي الجدران المجاورة، لا تتغير مقاومة التدفق بشكل كبير.

الكلمات الرئيسية: حجم محدود؛ الحمل الحراري الطبيعي؛ تجويف القطع الناقص الرباعي، سخان. رقم رايلي رقم نسلت.

Table des Matières

Remerciement
Dédicace
Résumé
Table des Matières…….....…….……..……..... i
Liste des figures……..……..... iv
Liste des tableaux……..…….... vi
Nomenclature…….……..... x

Introduction Générale……. 1

Chapitre 1 Généralité et synthèse bibliographiques……... 7

1.1. Introduction..... 7
1.2. Modes de transfert de chaleur……... 7
1.2.1. Transfert de chaleur par conduction dans les solides…… 7
1.2.2. Transfert de chaleur par rayonnement……... 8
1.2.3. Transfert de chaleur par convection……... 8
1.3. Types de convection……. 8
1.3.1. Convection forcée…….. 8
1.3.2. Convection mixte……... 9
1.3.3. Convection naturelle…….. 9
1.4. Convection laminaire ou turbulente…… 9
1.5. Domaines d'application de la convection naturelle……. 9
1.6. Convection naturelle dans les cavités fermées …… 10
1.7. Problématique…… 12

Chapitre 2 Formulation Mathématique…….. 16

2.1. Mise en équation du problème…….. 16
2.1.1. Modèles physique……... 16
2.1.2. Modèle mathématique…… 17
2.1.2.1. Equations générales…… 17
2.1.2.1.1Equation de continuité……... 18
2.1.2.1.2 Equation de quantité de mouvement (ou équation de Navier-Stokes)…….. 18
2.1.2.1.3. Equation de l'énergie……... 19
2.1.3. Formulation indicielle…… 19
2.1.4. Equations de bilan…… 20
2.1.5. Equations adimensionnées……. 20
2.1.6. Condition aux limites……. 20
2.1.7. Calcul du nombre de Nusselt…….. 21

Chapitre 3 Méthodes numériques……. 22

3.1. Introduction……... 22
3.2. Maillage……. 24
3.3. Conditions initiales et conditions aux limites…… 24
3.4. Discrétisation et Résolution…….. 25
3.4.1. Calcul de la vitesse sur les faces…… 25
3.4.2. Calcul de la pression sur les faces…….. 26
3.4.3. Couplage pression –vitesse…… 26

3.4.4. Sous-relaxation…….. 27
3.4.5. Résolution…….. 27
3.4.6. Choix du maillage…….. 28
1.5. Conclusion……. 28

Chapitre 4 Résultats et discussions……... 30

4.1. Effet du nombre de Rayleigh ……..….. 30
4.1.1. Isothermes et lignes de courants ……...……..... 31
4.2. Variation des nombres de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh ……...…... 39
4.3. Conclusion…….… 40

Conclusion générale ….……...……. 42

Résumé

Liste des figures

Fig. 2.1. Modèle physique……...……. 17
Fig. 3.1. Etapes de résolution suivies par GAMBIT et FLUENT…… …….. 23
Fig. 3.2. Maillage avec Gambit 2.1……..……..... 24
Fig. 3.3. Système d'itération……...……. 26
Fig. 4. 1. Lignes de courants pour la longueur de l'élément chauffant, *m* = 0,02, différentes longueurs de l'élément chauffant, *n* = 0,02, *n* = 0,03, et *n*=0.04…….. 32
Fig. 4. 2. Isothermes pour la longueur de chauffage, *m* = 0,02, différentes longueurs de chauffage par colonne, *n* = 0,02, *n* = 0,03, *n* = 0,04……..... 33
Fig. 4. 3. Lignes de coutants pour la longueur de l'élément chauffant, *n* = 0,02, différentes longueurs de l'élément chauffant, *m* = 0,02, *m* = 0,03, *m* = 0,04……...…….. 35
Fig. 4. 4. Isothermes pour la longueur de l'élément chauffant, *n* = 0,02, différentes longueurs de l'élément chauffant, *m* = 0,02, *m* = 0,03, *m* = 0,04……... 36
Fig. 4. 5. Lignes de courants, différentes longueurs de chauffe par colonne, *m* = 0,02, *n* = 0,02 ; *m* = 0,03, *n* = 0,03 ; *m* = 0,04, *n* = 0,04…… 37
Fig. 4. 6. Isothermes, différentes longueurs de chauffe par colonne, *m* = 0,02, *n* = 0,02 ; *m* = 0,03, *n* = 0,03 ; *m* = 0,04, *n* = 0,04…… 38
Fig. 4. 7. Variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh thermique (10^4 à $5x10^6$) pour différentes longueurs de chauffage (*n* = 0,02, 0,03, 0,04) pour *m* = 0,02…… 39
Fig. 4. 8. Variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh thermique (10^4 à $5x10^6$) pour différentes longueurs de chauffage (*m* = 0,02, 0,03, 0,04) pour *n* = 0,02……. 40
Fig. 4. 9. Variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh thermique (10^4 à $5x10^6$) pour différentes longueurs de chauffage (*m* = 0,02, *n*=0.02 ; *m*=0,03, *n*=0.03 ; *m*=0,04, *n*=0.04) …… 41

Liste des tableaux

Tableau 3.1 Propriétés de fluide air……..…… 24
Tableau 3.2 Critères de résolution et coefficients de sous-relaxation utilisés ……..……... 27
Tableau 3.3 Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de nœuds pour $Ra_t = 10^4$…… 28

Nomenclature

Cp	Chaleur spécifique à pression constante [J.kg^{-1} .K^{-1}]
g	Accélération de la pesanteur [m .s^{-2}]
H	Hauteur dimensionnelle de l'enceinte [m]
L	Longueur dimensionnelle de l'enceinte [m]
T	Température dimensionnelle [K]
T_0	Température de référence [K]
$T_{interne}$	Température de la paroi chaude [K]
$T_{externe}$	Température de la paroi froide [K]
K	Conductivité thermique [W.m^{-1}. K^{-1}]
u, v	Composantes des vitesses [m .s^{-1}]
U, V	Composantes adimensionnelles des vitesses
x, y	Coordonnées cartésiennes du système [m]
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles du système
ΔT	Différence de température [K]
β_T	Coefficient d'expansion thermique, [K^{-1}]
Γ	Coefficient de diffusion
μ	Viscosité dynamique [kg .m^{-1} .s^{-1}]
ν	Viscosité cinématique [m^2.s^{-1}]
ρ	Masse volumique [kg .m^{-3}]
θ	Température adimensionnelle = $T - T/\ \Delta T$
α	Diffusivité thermique = $k\ \rho/\ Cp$
Gr	Nombre de Grashof
Ra	Nombre de Rayleigh
Nu	Nombre de Nusselt local
Pr	Nombre de Prandtl
$\overline{Nu}$	Nombre de Nusselt moyen
i,j	ième et jème composantes
ϕ	La fonction de dissipation.
λ	Conductivité thermique, [W. m^{-1} K^{-2}]
t	Temps, [s]

*	Valeur estimée
‘	Valeur corrigée
$\vec{F}$	Représente les forces volumiques.
ρ_0	La masse volumique à T_0 .
β	Le coefficient de dilatation à pression constante.
$\frac{dE}{dt}$	La variation de l’énergie interne.
q_s	La source de chaleur interne.
δ_{ij}	Fonction delta de Kronecker.
τ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments dépendent du taux de déformation du fluide soumis au champ de vitesse.
P	Pression, [N/m^2]
δ	Angle d’inclinaison de paroi.
a	rayon petite
b	rayon grande

Introduction générale

Les phénomènes de convection naturelle dans des enceintes remplies de fluides ont été un sujet de recherche intéressant au cours des dernières décennies car ils jouent un rôle important dans de nombreuses applications d'ingénierie. Les domaines d'application incluent la collecte d'énergie solaire, l'énergie nucléaire, le refroidissement de composants électroniques, les systèmes micro électromécaniques, les rainures de lubrification, etc. La littérature existante présente un grand nombre d'études sur la convection naturelle dans les enceintes. Cependant, la plupart de ces études ont été liées à un flux de chaleur imposé verticalement ou horizontalement ou à une différence de température.

Un très grand nombre de travaux sur la convection naturelle dans des cavités de différentes géométrie en passant de la cavité rectangulaire [1] qui est de venu un cas classique au cavité triangulaire [2] en passant par l'étude de la convection naturelle dans une cavité trapézoïdale [3] ou l'étude de l'effet du rapport de forme sur la convection naturelle dans une serre mono chapelle [4]. Des analyses numériques de la convection naturelle laminaire dans une cavité quadrantale remplie d'eau chaude et froide à ailettes sur les murs adjacents ont été effectuées pour examiner le flux de chaleur et de fluide a été étudié par Bose et al. [5] et [6-7]. Pour la cavité demi-cylindrique, nous pouvons citer les travaux de Karki et al. [8] qui ont étudié par voie numérique la convection naturelle laminaire où des solutions sont obtenues pour trois zones chauffées différemment suivant l'axe axial de la cavité. Les travaux de thèse de Khiat et al. [9] et qui représentent des résultats récents où ils ont étudié la convection naturelle thermique et double diffusive dans une cavité demi-cylindrique horizontale pour des valeurs de Rayleigh thermique variant de 10^3 à 10^6. Pour la

cavité demi-elliptique, nous pouvons citer le travail de Bouras et al. [10] ont étudié l'influence du nombre de Rayleigh thermique ($1x10^3 \leq Ra_t \leq 5x10^5$) sur la convection naturelle dans une cavité demi-elliptique horizontale fermée, les deux parois (supérieure et inférieure) sont maintenus à un gradient de température, avec un nombre de Prandtl (=0,71), pour examiner le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide. Des résultats numériques sont obtenus utilisant le code commercial de la dynamique des fluides FLUENT, utilisant la méthode de volume finie. Ses intérêts de voir l'influence de Rayleigh sur la structure de l'écoulement et la distribution de la température. Ils ont observé que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Il y a peu de travail concernant la convection naturelle dans les enceintes avec des murs horizontaux et verticaux voisins chauffés différentiellement. November et Nansteel [11] ont effectué une étude numérique sur la convection naturelle stable dans une enceinte carrée remplie d'eau chauffée par le bas et refroidie à partir du mur adjacent. Il constate que la première contribution au transfert de chaleur par convection se produit à l'ordre Ra^2 et que le transfert de chaleur par convection se révèle être le plus important quand un peu moins de la moitié de la surface inférieure est chauffée. Ganzarolli et Milanez [12] ont simulé numériquement la convection naturelle stable dans une enceinte chauffée par le bas et refroidie symétriquement par les côtés. Le nombre de Rayleigh basé sur la hauteur de la cavité varie de 10^3 à 10^7. Les valeurs de 0,7 et 7,0 pour le nombre de Prandtl sont considérées. Le rapport L / H (longueur / hauteur de l'enceinte) varie de 1 à 9. Les valeurs numériques du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh sont rapportées, et le nombre de Prandtl s'avère avoir peu d'influence sur le nombre de Nusselt. Aydin et al. [13], ont étudié la convection naturelle dans une cavité quadrantale chauffée et refroidie sur les murs adjacents. Les effets du nombre de Rayleigh, *Ra*, sur le nombre de Nusselt, *Nu*, ainsi que les champs de vitesse et de température sont étudiés pour la plage de *Ra* de 10^3 à 10^7. Aydin et al. [14] ont également étudié la convection naturelle dans une cavité quadrantale inclinée chauffée et refroidie sur les parois adjacentes. Les effets de l'angle d'inclinaison, ϕ et du nombre de Rayleigh, *Ra* sur l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur sont étudiés pour la plage d'angle d'inclinaison entre $0^0 \leq \phi \leq 360^0$ et *Ra* de 10^5 à 10^7. Il est divulgué que le transfert de chaleur change considérablement en fonction de l'angle d'inclinaison qui affecte les courants de convection à l'intérieur, c'est-à-dire la physique des écoulements à l'intérieur.

Des recherches antérieures ont indiqué que des changements dans la hauteur affectaient les caractéristiques de l'écoulement de convection naturelle dans les cavités. Jusqu'à présent, la plupart des recherches précédentes se sont principalement concentrées sur la convection naturelle dans des cavités rectangulaires à parois horizontales adiabatiques ou isolées ou conductrices. Il n'y a eu pratiquement aucune étude sur les cavités partitionnées avec des différences de température dans les directions horizontale et verticale, bien que les résultats des cavités avec des parois lisses suggèrent que la différence de température entre les parois horizontales d'une cavité partitionnée entraînerait des changements dans les caractéristiques de la convection naturelle dans la cavité. Oosthuizen and Paul [15] a étudié des cavités chauffées différentiellement avec un rapport d'aspect compris entre 3 et 7 avec une plaque horizontale fixée au centre de la paroi verticale froide. Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur local sur la partie supérieure de la paroi chaude a augmenté, mais le taux de transfert de chaleur près du centre de la paroi chaude a diminué. Wu et Ching [16-17] ont étudié expérimentalement la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée partitionnée remplie d'air avec une différence de température entre les parois supérieure et inférieure. Ils ont découvert que le modèle d'écoulement dans la cavité partitionnée dépendait de la température de la paroi supérieure de la cavité, de la hauteur de la partition et de l'emplacement de la partition.

La convection naturelle dans les enceintes fermées aux grandes valeurs du nombre de Rayleigh et dans beaucoup de travaux, les auteurs s'intéressent à la structure de l’écoulement : monocellulaire ou multicellulaire, même aux faibles valeurs du nombre de Rayleigh, il est souvent possible d'observer des écoulements multicellulaires. Dans ce cas, une augmentation de ce nombre, c'est-à-dire une intensification de la convection naturelle, doit pouvoir entraîner, selon la géométrie des parois, la viscosité du fluide, et la création de tourbillons.

Il convient de noter que de nombreuses études dans la littérature ouverte sont des cavités rectangulaires et carrées. Le but de la présente étude est d'étudier numériquement les mécanismes d'écoulement et de transfert de chaleur induite par la flottabilité dans une cavité quarte ellipse remplie d'air à partir des réchauffeurs fixés sur les parois verticales et horizontales, tandis que la paroi incurvée est froide.

Dans la présente étude, nous nous sommes intéressés à voir l'influence des longueurs de chauffage sur la paroi verticale (m = 0,02, 0,03 et 0,04) et paroi horizontale (n = 0,02, 0,03 et 0,04) de la cavité quarte ellipse sur la structure de l'écoulement et la distribution de la température. Cette cavité est parcourue par un fluide newtonien, incompressible, en régime laminaire et permanent. Les effets des longueurs de chauffage et des nombres de Rayleigh sur l'écoulement du fluide et les performances de transfert de chaleur sont examinés. Le nombre de Rayleigh varie de 10^4 à 5 10^6. L'écoulement, les distributions de la température et de la fonction de courant ainsi que les nombres de Nusselt moyens sont présentés. Ces résultats peuvent être exploités dans les matériaux d'isolation des bâtiments, le refroidissement des équipements électriques, les capteurs solaires, les applications géothermiques, la destruction du pétrole, nous avons choisi un nombre de Prandtl Pr=0.71 qui correspond à l'air.

La présente mémoire se répartit en quatre chapitres. Le premier chapitre consiste à une synthèse bibliographique sur les principales thématiques abordées par les chercheurs sur la convection naturelle dans les enceintes fermées.

Le deuxième et le troisième chapitre sont consacrés à la formulation mathématique et la méthode numérique. En premier, lieu on introduit les équations de conservation qui régissent l'écoulement ainsi que les conditions aux limites. Ensuite, une description de la méthode numérique utilisée est évoquée. Une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes, la discrétisation des équations, l'analyse et le choix du maillage, et les conditions de convergence sont présentées également dans le troisième chapitre.

Une simulation numérique détaillée des champs dynamique et thermique des écoulements de convection naturelle dans la configuration proposée à un nombre de Rayleigh variable dans la gamme de 10^4 à 5 10^6 pour chaque longueurs de chauffage de la paroi verticale (m = 0,02, 0,03 et 0,04) et de la paroi horizontale (n = 0,02, 0,03 et 0,04) de la cavité quarte ellipse fait l'objet du quatrième chapitre résultats et discussions.

Nous terminerons cette thèse par une conclusion générale sur les résultats obtenus au cours de cette étude et par l'énoncé des perspectives à venir.

References

[1] G. D. V. Davis, “Laminar natural convection in an enclosed square cavity”. Int. J. Heat Transfer, Vol. 11, pp. 1675-1693. (1993).

[2] H. Salmun, “Convection patterns in a triangular domain”, Int. J. Heat and Mass Transfer. Vol. 22, pp. 351-361. (1989).

[3] S.W.Lam, R. Gani and J. Symons, “Experimental and numerical studies of natural convection in trapezoïdal cavities”, Journal of Heat Transfer, Vol. 111, pp. 372-377. (1989).

[4] M. Benyamine, B. Draoui and T. Boulard,”Natural convection in transient regime of moon-span greenhouse no cultivated and heated by the stoking flux”, Colloque annuel de la société Française des Thermiciens. pp. 632-647. (1993).

[5] P. K. Bose, D. Sen, R. Panua and A. K. Das, “Numerical Analysis of Laminar Natural Convection in a Quadrantal Cavity with a Solid Adiabatic Fin Attached to the Hot Vertical Wall, Journal of Applied Fluid Mechanics, Vol. 6, No. 4, pp. 501-510, (2013).

[6] O, Aydin, and G. Yesiloz, “Natural Convection in a Quadrantal Cavity Heated and Cooled on Adjacent Walls”, J. Heat Transfer, Vol. 133, (05250), pp. 1–7. (2011).

[7] O, Aydin, and G. Yesiloz, “ Natural Convection in an inclined Quadrantal Cavity Heated and Cooled on Adjacent Walls”, Exp. Therm. Fluid Sci, Vol. 35, pp. 1169–1176. (2011).

[8] K.C. Karki and P.S. Sathyamurthy”, Laminar mixed convection in a horizontal semi-circular duct with axially”, Int. J. Heat and Mass Transfer. Vol.25, pp. 171-189, (1994).

[9] M.A. Khiat, N. RETIEL et L. ADJLOUT. « Etude numérique de la convection thermosolutale dans une cavité demi-cylindrique horizontale ». Thèse de Magister, Univ. Mostaganem. Algérie. (2003)

[10] Abdelkarim Bouras, Djedid Taloub, Abdelhadi Beghidja, Zied Driss. Laminar Natural Convection Study in a Horizontal Half- Elliptical Enclosure Using Heater on Horizontal Wall, Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences, Vol. 53, Issue 2, pp. 223-233. (2019).

[11] M. November, and M. W. Nansteel. Natural Convection in Rectangular Enclosures Heated From Below and Cooled Along One Side, Int. J. Heat Mass Transfer, 30, 2433–2440. (1987).

[12] M. M. Ganzarolli, and L. F. Milanez. Natural Convection in ectangular Enclosures Heated From Below and Symmetrically Cooled from Sides, Int. J. Heat Mass Transfer, 38, 1063–1073. (1995).

[13] O. Aydin and G. Yesiloz. Natural Convection in a Quadrantal Cavity Heated and Cooled on Adjacent Walls, J. Heat Transfer, 133, 052501–7. (2011).

[14] O. Aydin and G. Yesiloz. Natural Convection in an inclined Quadrantal Cavity Heated and Cooled on Adjacent Walls, Exp. Therm. Fluid Sci., 35, 1169–1176. (2011).

[15] P.L. Oosthuizen and J.T. Paul. Free convection heat transfer in a cavity fitted with a horizontal plate on the cold wall, in: S.M. Shenkman et al. (Eds.), Advances in Enhanced Heat Transfer, 43, 101–107. (1985).

[16] W. Wu, D. Ewing, C.Y. Ching. Investigation of a large top wall temperature on the natural convection plume along a heated vertical wall in a square cavity, Int. J. Heat Mass Transfer, 51, 1551–1561. (2008).

[17] W. Wu and C.Y. Ching. The effect of the top wall temperature on the laminar natural convection in rectangular cavities with different aspect ratios, J. Heat Transfer, 131, 1–11. (2009).

Chapitre 1

Généralité et synthèse bibliographiques

1.1. Introduction

Dès qu'un de système présente deux espaces à température différentes, un transfert de chaleur prend naissance. Dans des installations industrielles, le problème est soit de réduire ce transfert (isolation), soit de le canaliser 'échangeur), soit de le transformer (machine thermique). [1]

1.2. Modes de transfert de chaleur

Deux corps à températures différentes échangent de l'énergie sous forme de chaleur jusqu'à disparition complète de leur différence de température. Cet échange peut se faire suivant trois modes de transmission fondamentaux :

- La conduction,
- Le rayonnement,
- La convection,

1.2.1. Transfert de chaleur par conduction dans les solides

Le processus de transfert de chaleur par conduction s'appuie sur un milieu matériel sans mouvement de matière et est dû à des phénomènes physiques microscopiques (agitation des atomes ou des molécules, flux d'électrons libres…). Il peut être vu comme un transfert d'énergie des particules les plus énergétiques (les particules chaudes qui ont une énergie de vibration élevée) vers les particules les moins énergétiques (les particules froides d'énergie de vibration moins élevée), dû aux collisions entre particules. Dans les solides, le transfert d'énergie peut également se produire sous l'effet du déplacement d'électrons libres dans le

réseau cristallin (par exemple pour les métaux). Ainsi les bons conducteurs d'électricité sont en général également de bons conducteurs de la chaleur. [2]

1.2.2. Transfert de chaleur par rayonnement

Tout corps matériel émet et absorbe de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique. Le transfert de chaleur par rayonnement entre deux corps séparés par du vide ou un milieu semi transparent se produit par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques, donc sans support matériel. Le phénomène d'émission d'un corps correspond à la conversion d'énergie matérielle (agitation des électrons constituant la matière dont l'intensité dépend de la température) en énergie radiative. Le phénomène d'absorption est la conversion inverse. [2]

1.2.3. Transfert de chaleur par convection

La convection est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide gazeux ou liquide (écoulement) et échange avec une surface qui est à une température différente. *exemple :* C'est ce qui se passe le long d'un radiateur. L'air froid s'échauffe au contact avec le radiateur, se dilate et monte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Il est alors remplacé par de l'air froid et ainsi de suite ; il ya existence de courants de fluide dans l'air ambiant. On distinguera la convection forcée (due à l'action d'une pompe, ventilateur…) de la convection naturelle dans laquelle le mouvement du fluide est créé par des différences de densité, elles mêmes provoquées par des différences de température. [3]

1.3. Types de convection

1.3.1. Convection forcée

Ce 2eme type de convection se produit quand le mouvement du fluide est impose par une intervention extérieure indépendante de la différence de température. Par exemple : une pompe ou un ventilateur ou un agitateur ou même le vent. En convection forcée, la poussée d'Archimède est négligeable devant les forces servant à mettre le fluide en mouvement. C'est le cas par exemple du refroidissement des moteurs à combustion interne : la pompe à eau pousse le liquide de refroidissement à travers le moteur puis dans l'échangeur. [4]

1.3.2. Convection mixte

Même en convection forcée, les différences de densité créent un écoulement parasite, en général insignifiant par rapport à l'écoulement principal. On parle de convection mixte quand les deux phénomènes coexistent. [5].

1.3.3. Convection naturelle

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions a température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produits pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud. Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégie. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale. Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle. [6]

1.4. Convection laminaire ou turbulente

En régime de convection laminaire la vitesse du fluide et la température ne dépendent pas du temps par opposition, en régime de convection turbulente l'écoulement est composé d'un ensemble de tourbillons de différentes tailles et intensités. La conséquence est que la vitesse et la température son fonction du temps. [7]

1.5. Domaines d'application de la convection naturelle

Les applications de transfert thermique sont variées, dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène le plus dominant. La meilleure compréhension de phénomène augment le nombre d'application et mène à un certain nombre de conception industrielles et environnement sophistiquées. Toutefois, les couts de fonctionnement sont importantes, les petites améliorations d'efficacité sont essentielles et peuvent jouer un grand rôle dans la consommation d'énergie. En outre, les problèmes océanographiques et atmosphériques tels

que les effets de serre, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques, à savoirs les équipements électriques et les réactions nucléaires, les appareils ménagers, les réfrigérations et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes, qui ont donné un intérêt particulier à cette science [8].

1.6. Convection naturelle dans les cavités fermées

La convection naturelle dans des enceintes complexes est un domaine d'intérêt pour plusieurs chercheurs. De simples cavités carrées, rectangulaires ou triangulaires ont été étudiées de manière approfondie, mais l'enceinte quarte ellipse a suscité un intérêt considérable. Ce fait est amplement reflété par l'ampleur des efforts de recherche au cours des dernières décennies consacrés à ce sujet. Une étude détaillée des phénomènes de flux et de transfert de chaleur dans les enceintes quarte ellipse est utile pour comprendre les processus qui se produisent dans les flux de convection naturelle dans les matériaux d'isolation des bâtiments, le refroidissement des équipements électriques, les capteurs solaires, les applications géothermiques, la destruction du pétrole, etc. La littérature existante présente un grand nombre d'études sur la convection naturelle dans les enceintes. Cependant, la plupart de ces études ont été liées à un flux de chaleur imposé verticalement ou horizontalement ou à une différence de température. Il y a peu de travail concernant la convection naturelle dans les enceintes avec chauffage utilisé des murs horizontaux et verticaux voisins. Chu et al. [9] ont étudié l'effet de la taille, de l'emplacement, du rapport d'aspect et de la condition de l'élément chauffant sur la convection naturelle, laminaire et bidimensionnelle dans des canaux rectangulaires à la fois expérimentalement et numériquement. Ils ont constaté que le nombre maximal de Nusselt est obtenu presque pour tous les nombres de Rayleigh lorsque le radiateur est situé au milieu du mur. Dans une autre étude, Turkoglu et Yucel [10] ont effectué une étude numérique en utilisant une approche de volume de contrôle pour l'effet des emplacements des réchauffeurs et des refroidisseurs sur la convection naturelle dans les cavités. Ils ont indiqué que pour une position plus froide donnée ; le nombre moyen de Nusselt augmente à mesure que le radiateur se rapproche de la paroi horizontale inférieure. Une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle dans une cavité quadrantale chauffée et refroidie sur les murs adjacents a été rapportée par Aydin et Yesiloz [11] et pour la cavité quadrantale inclinée a été rapportée par Aydin et Yesiloz [12]. Chu et Hickox [13] ont étudié la convection thermique avec variation de viscosité dans une cavité avec chauffage localisé à la fois expérimentalement et numériquement. En plus de ces études, une convection naturelle peut parfois être observée

dans des cavités avec des sources de chaleur à parois discrètes, comme indiqué dans Deng et al. [14]. Aydin et al. [15] ont mené une étude numérique sur l'écoulement laminaire entraîné par la flottabilité dans une enceinte carrée inclinée chauffée d'un côté et refroidie du côté adjacent en utilisant des méthodes de différences finies. Dans toutes ces études, le domaine de la solution a été choisi comme enceinte carrée. Aydin et Yang [16] ont étudié la convection naturelle dans une enceinte partiellement chauffée à partir de la paroi inférieure et refroidie symétriquement à partir des parois latérales. Ils ont observé que des champs d'écoulement symétriques sont obtenus lorsque l'appareil de chauffage est situé au centre de la paroi inférieure. Certains boîtiers de forme triangulaire ont été étudiés par certains auteurs en raison de leur forme particulièrement utile dans la conception du toit ou dans certains appareils électroniques. Dans l'étude d'Asan et Namli [17], le transfert de chaleur par convection naturelle laminaire dans des toits de forme triangulaire avec différents angles d'inclinaison et nombre de Rayleigh dans des conditions de jour d'hiver est étudié numériquement en utilisant la méthode des volumes finis. Ils ont indiqué que le rapport d'aspect et le nombre de Rayleigh affectent la température et le champ d'écoulement. Ils ont également constaté que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du rapport d'aspect. Akinsete et Coleman [18] ont illustré le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte triangulaire en régime permanent. Moukalled et Acharya [19] ont résolu les équations régissant le transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur d'une géométrie de forme trapézoïdale avec des chicanes pour la construction de toits dans des conditions d'été et d'hiver. Ils ont observé que dans des conditions hivernales, la convection commence à dominer à un nombre de Rayleigh bien inférieur à celui des conditions estivales. Récemment, Tzeng et al. [20] ont proposé la méthode d'analyse paramétrique assistée par simulation numérique pour résoudre les équations de convection naturelle sous forme de tourbillon rationalisé. Dipak et al. [21] Ont analysé numériquement la convection naturelle laminaire dans une cavité quadrantale remplie d'eau ayant des éléments chauffants de longueur variable fixés sur les parois adjacentes a été effectuée pour examiner l'écoulement de chaleur et de fluide. Les solutions numériques sont obtenues en utilisant le code commercial, FLUENT, en utilisant la méthode des volumes finis. Les effets du nombre de Rayleigh, Ra, sur le nombre de Nusselt, Nu, ainsi que les champs de vitesse et de température sont étudiés pour la plage de Ra de 10^3 à 10^7. Des calculs ont été effectués pour les longueurs de chauffage sur la paroi verticale et la paroi horizontale. Il est observé que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et la force d'écoulement augmente avec l'augmentation de la taille du réchauffeur sur la paroi verticale par rapport à

la paroi inférieure et les champs de température sont également affectés. En revanche, avec l'augmentation de la taille du réchauffeur des deux côtés des murs adjacents, la résistance à l'écoulement ne change pas de manière significative. Bouras et al. [22] ont analysé numériquement la convection naturelle laminaire dans un anneau horizontal entre un plan chauffé interne et un semi-elliptique froid externe, en utilisant l'approximation de Boussinesq. Les parois internes et externes sont maintenues à température constante. Les solutions numériques sont obtenues en utilisant le code commercial de dynamique des fluides numérique, FLUENT, en utilisant la méthode des volumes finis. Les effets du nombre de Rayleigh, Ra_t, sur le nombre de Nusselt, Nu, ainsi que les champs de vitesse et de température sont étudiés pour la plage de Ra_t de 10^3 à $5\ 10^5$. Les résultats montrent que pour un petit nombre de Rayleigh thermique, le transfert de chaleur à l'intérieur de l'espace annulaire est essentiellement contrôlé par le processus de conduction. À mesure que le nombre de Rayleigh thermique augmente ($Ra_t \geq 10^4$), le rôle de la convection devient prédominant. Le taux de transfert de chaleur augmente également. Leurs objectif est d'observer les effets du nombre de Rayleigh thermique sur la structure de l'écoulement et la distribution de la température.

Le but de la présente étude est d'étudier numériquement les mécanismes d'écoulement et de transfert de chaleur induite par la flottabilité dans une cavité quarte ellipse remplie d'air à partir des réchauffeurs fixés sur les parois verticales et horizontales, tandis que la paroi incurvée est froide. À la connaissance des auteurs, il s'agit de la première étude de convection naturelle sur cette géométrie avec ces conditions aux limites.

1.7. Problématique

Ces revues nous ont permis d'identifier l'ensemble de thématiques qui a été approché par les chercheurs dans la convection naturelle dans les enceintes fermée.

Dans la présente étude, nous nous sommes intéressés à voir l'influence des longueurs de chauffage sur la paroi verticale (m = 0,02, 0,03 et 0,04) et paroi horizontale (n = 0,02, 0,03 et 0,04) de la cavité quarte ellipse sur la structure de l'écoulement et la distribution de la température. Cette cavité est parcourue par un fluide newtonien, incompressible, en régime laminaire et permanent. Les effets des longueurs de chauffage et des nombres de Rayleigh sur l'écoulement du fluide et les performances de transfert de chaleur sont examinés. Le nombre de Rayleigh varie de 10^4 à $5\ 10^6$. L'écoulement, les distributions de la température et de la fonction de courant ainsi que les nombres de Nusselt moyens sont présentés. Ces résultats peuvent être exploités dans les matériaux d'isolation des bâtiments,

le refroidissement des équipements électriques, les capteurs solaires, les applications géothermiques, la destruction du pétrole, nous avons choisi un nombre de Prandtl Pr=0.7 qui correspond à l'air.

.Références

[1] J. Crabol, livre, transfert de chaleur tome 1 – les principes.

[2] Sophie Mergui, livre, Transferts thermiques.

[3] N. Errien, livre, Transfert thermique, Faculté des Sciences. Département de Physique. Université du Maine.

[4] I. Kélibia . Convection thermique. Département génie des procédés. 2015/2016.

[5] S. Bories, M. Prat, Transferts de chaleur dans les milieux poreux. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.

[6] S. Hicham. Etude numérique de la convection naturelle dans les enceintes : Nanofluide. Thèse doctorat. (2015).

[7] A. Giovannini et B.Bedat livre, Transfert de chaleur, Cépadués - Edition.

[8] S. Bories, A. Mojtabi, M. Prat et M. Quintard, Transferts de chaleur dans les milieux poreux Conduction, convection, rayonnement ». Techniques de l'Ingénieur, 8250 (2008).

[9] H.H.S. Chu, S.W. Churchill, and C.V.S. Patterson, " The Effect of Heater Size, Location, Aspect Ratio, and Boundary Conditions on Two-Dimensional Laminar, Natural Convection in Rectangular Channels," ASME Journal of Heat Transfer, 98, 1194–1201. (1976). http://dx.doi.org/10.1115/1.3450518.

[10] H. Turkoglu, and N. Yucel, " Effect of Heater and Cooler Locations on Natural Convection in Square Cavities," Numerical Heat Transfer Part A : Applications, 27,351–358. (1995). http://dx.doi.org/10.1080/10407789508913705.

[11] O. Aydin, and G. Yesiloz, " Natural Convection in a Quadrantal Cavity Heated and Cooled on Adjacent Walls," ASME Journal of Heat Transfer, 133, 052501–7. (2011). http://dx.doi.org/10.1115/1.4003044.

[12] O. Aydin, and G. Yesiloz, “ Natural Convection in an inclined Quadrantal Cavity Heated and Cooled on Adjacent Walls,” Experimental Thermal and Fluid Science, 35, 1169–1176. (2011). http://dx.doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2011.04.002

[13] T.Y. Chu, and C.E. Hickox, “ Thermal Convection with Large Viscosity Variation in an Enclosure with Localized Heating,” ASME Journal of Heat Transfer, 112,388–395. (1990). http://dx.doi.org/10.1115/1.2910389

[14] Q.H. Deng, and G.F. Tang, “ A Combined Temperature Scale for Analyzing Natural Convection in Rectangular Enclosureswith Discrete Wall Heat Sources,”International Journal of Heat and Mass Transfer, 45,3437–3446. (2002). http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310(02)00060-1

[15] O. Aydin, A. Unal, and T. Ayhan, “ A Numerical Study On Buoyancy-driven Flow in an Inclined Enclosure Heated and Cooled on Adjacent Walls,” Numerical Heat Transfer Part A : Applications, 36, 585–589. (1999). http://dx.doi.org/10.1080/104077899274589

[16] O. Aydin, and W.J. Yang, “ Natural Convection in Enclosures with Localized Heating from Below and Symmetrical Cooling From Sides,” International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, 10, 518–529. (2000). http://dx.doi.org/10.1108/09615530010338196

[17] H. Asan, and L. Namli, “ Numerical Simulation Of Buoyant Flow In A Roof Of Triangular Cross Section Under Winter Day Boundary Conditions,” Energy and Buildings, 33, 753–757. (2001). http://dx.doi.org/10.1016/S0378-7788(01)00063-9

[18] V.A. Akinsete, and T.A. Coleman, “ Heat Transfer by Steady Laminar Free Convection in Triangular Enclosures,” International Journal of Heat and Mass Transfer, 25, 991–998. (1982). http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(82)90074-6

[19] Moukalled, F., and Acharya, S., 2001, “Natural Convection in Trapezoidal Enclosure with Offset Baffles,” Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 15, 212–218. http://dx.doi.org/10.2514/2.6596.

[20] S.C. Tzeng, J.H. Liou, and R.Y. Jou, “ Numerical SimulationAided Parametric Analysis of Natural Convection in a Roof of Triangular Enclosures,” Heat Transfer Engineering, 26, 69–79. (2005). http://dx.doi.org/10.1080/01457630591003899

[21] D. Sen, P. K. Bose, R. Panua, A. K. Das, P. Sen. “ Laminar natural convection study in a quadrantal cavity using heater on adjacent walls." Frontiers in Heat and Mass Transfer (FHMT) 4, no. 1. (2013). doi : 10.5098/hmt.v4.1.3005

[22] A. Bouras, Dj, Taloub, A. Beghidja, Z, Driss, “ Laminar Natural Convection Study in a Horizontal HalfElliptical Enclosure Using Heater on Horizontal Wall, “ Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences, 53 (2), 223-233, (2019). http://dspace.univ-msila.dz:8080//xmlui/handle/123456789/15253

Chapitre 2

Formulation mathématique

Ce chapitre présente la formulation mathématique des équations de conservation qui régissent les écoulements. Ensuite nous présentons la description de la méthodologie numérique à la base de la résolution des équations du mouvement et de l'énergie.

2.1. Mise en équation du problème

2.1.1. Modèles physique

Nous considérons une cavité quarte ellipse fermée caractérisé par l'excentricité (e = 0,7).qui contient un fluide incompressible de viscosité cinématique ν et de diffusivité thermique α. Une partie de la paroi verticale et de la paroi inférieure est composée de radiateurs, la partie restante comprend les parois adiabatiques. La longueur des éléments chauffants dans la paroi verticale et horizontale est représentée par les nombres *m* et *n*, respectivement. La paroi incurvée est considérée comme la paroi froide. L'écoulement est supposé stable et laminaire. Des propriétés de fluide constantes sont supposées, à l'exception des changements de densité avec la température qui induisent des forces de flottabilité, donc l'approximation de Boussinesq est adoptée.

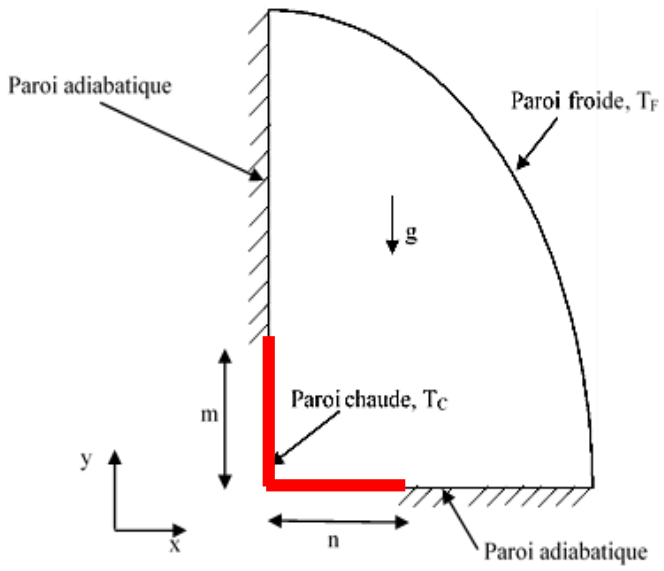

Fig 2.1. Modèle physique

2.1.2. Modèle mathématique

Les équations présentées dans cette partie sont basées sur des hypothèses qu'il convient de rappeler :

- l'écoulement est stationnaire
- l'écoulement est bidimensionnel
- le fluide est supposé newtonien
- le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable
- le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable
- la variation de la masse volumique n'est considérée que dans le terme de la poussée thermique d'Archimède et elle est supposée constante (égale à ρ_0) pour les autres termes des équations
- le volume reste constant sous l'action d'une pression externe (fluide isovolume), alors que sa masse volumique varie linéairement telle que $\rho = \rho_0 [1- \beta(T-T_0)]$ où β est le coefficient d'expansion thermique et ρ_0 la masse volumique à la température de référence T_0 définie par : $T_0 = \frac{T_C+T_F}{2}$

2.1.2.1. Equations générales

Le traitement du problème physique envisagé nécessite l'utilisation d'équations gouvernantes qui sont des équations aux dérivées partielles déduites des principes classiques de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

2.1.2.1.1 Equation de continuité

Elle est déduite du principe de conservation de la masse et s'exprime sous la forme :

$$div\,\vec{V} = \vec{0} \tag{2.1}$$

2.1.2.1.2 Equation de quantité de mouvement (ou équation de Navier-Stokes)

Pour un écoulement incompressible ($\rho = Cte$) à viscosité constante ($\mu = Cte$). L'expression de la conservation de la quantité de mouvement d'un fluide Newtonien incompressible dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ est donnée par l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \overrightarrow{grad}p + \mu.\Delta\vec{v} \tag{2.2}$$

$\vec{F}$: représente les forces volumiques.

Où p est la pression et μ la viscosité du fluide

L'équation (2.2) se simplifie dans le cadre des hypothèses (d'Overbeck- Boussinesq) suivantes :

La densité s'exprime comme une fonction linéaire en température. On peut écrire :

$$\rho = \rho_0.(1 - \beta(T - T_0) \tag{2.3}$$

T_0 : La température de référence.

ρ : La masse volumique

ρ_0: La masse volumique à T_0

Sachant que : $\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p$

β : Le coefficient de dilatation à pression constante.

L'équation (2.2) s'écrit alors :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho\vec{g} - \overrightarrow{grad}p + \mu.\Delta\vec{v} \tag{2.4}$$

$$\rho_0.(1 - \beta(T - T_0).\frac{d\vec{v}}{dt} = \rho_0.(1 - \beta(T - T_0)\vec{g} - \overrightarrow{grad}p^* + \mu.\Delta\vec{v} \tag{2.5}$$

Dans la composition $\rho = \rho_0 - \rho_0.\beta.(T - T_0)$; le premier terme ρ_0 ne contribue pas au mouvement il est simplement pris en compte dans le terme de pression motrice par :

$p^* = p + \rho_0.g.z.$

La deuxième terme est le moteur de mouvement et doit être gardé dans les équations de Navier-Stokes.

Par contre, la décomposition ρ ne fait que modifier légèrement le terme d'inertie par rapport à $\rho_0.\frac{d\vec{v}}{dt}$ et on peut faire l'approximation :

Si $\beta.(T-T_0) \ll 1 \Rightarrow \rho.\frac{d\vec{v}}{dt} \cong \rho_0.\frac{d\vec{v}}{dt}$, le terme $\beta.(T-T_0).\rho_0.\frac{d\vec{v}}{dt}$ étant d'un ordre de grandeur inférieur.

Et finalement :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho_0}\overrightarrow{grad}p^* - \beta.(T-T_0).\vec{g} + \mu.\Delta\vec{v} \tag{2.6}$$

2.1.2.1.3. Equation de l'énergie

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\rho\frac{dE}{dt} = div\left(k.\overrightarrow{grad}.T\right) + T.\beta.\frac{dp}{dt} + \phi + q_s \tag{2.7}$$

Avec : $dE = C_p.dT$

Où :

$\frac{dE}{dt}$: La variation de l'énergie interne.

C_p : La chaleur massique à pression constante.

k : La conductivité thermique.

β : Le coefficient de dilatation à pression constante.

ϕ : La fonction de dissipation.

q_s : La source de chaleur interne.

Si on suppose pour un écoulement à dissipation et l'effet de la pression sont négligeables à conductivité thermique constante, et pas de source de chaleur interne l'équation (2.7) se simplifie en :

$$\frac{dT}{dt} = \alpha.\Delta T \tag{2.8}$$

$\alpha = \frac{k}{\rho.C_p}$: La diffusivité thermique.

2.1.3. Formulation indicielle

Equation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(V_j\right) = 0 \tag{2.9}$$

Equation du mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 V_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho_0 V_i V_j\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho_0\,[1-\beta\,(T-T_0)]\,g \tag{2.10}$$

Equation de la température :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(T\,V_j\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha\frac{\partial T}{\partial x_j}\right) \tag{2.11}$$

τ_{ij} : Tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments dépendent du taux de déformation du fluide soumis au champ de vitesse.

$$\tau_{ij} = -\mu\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right] + \frac{2}{3}\mu\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \tag{2.12}$$

Où :

μ : Viscosité dynamique du fluide.

δ_{ij} : Fonction delta de Kronecker.

2.1.4. Equations de bilan

D'une façon générale, les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, et de l'énergie dans le cas anisotherme, moyennant les hypothèses énoncées ci-dessus s'écrivent :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \tag{2.13}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial U}{\partial y} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) \tag{2.14}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial y} - g\,.\cos(\alpha)\,[\,\beta_T\,\Delta T\,] + \upsilon\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) \tag{2.15}$$

2.1.5. Equations adimensionnées

Les équations de gouvernement à l'intérieur de la clôture quarte ellipse chauffé sont décrites par les équations de Navier- Stokes et d'énergie, respectivement. Les équations de gouvernement sont transformées en formes sans dimensions sous les variables non dimensionnelles suivantes :

$$\theta = \frac{T-T_F}{T_C-T_F}, X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{uH}{\alpha}, V = \frac{vH}{\alpha}, P = \frac{pH^2}{\rho\alpha^2}, Pr = \frac{\vartheta}{\alpha}, et\ Ra_t = \frac{g\beta(T_C-T_F)H^3}{\alpha\vartheta}$$

Les formes sans dimensions des équations de gouvernement dans la condition équilibrée sont exprimées sous les formes suivantes :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{2.16}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \tag{2.17}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + RaPr\theta \tag{2.18}$$

$$U\frac{\partial \theta}{\partial X} + V\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \tag{2.19}$$

2.1.6. Condition aux limites

Grâce à l'introduction des paramètres non dimensionnels dans les conditions aux limites physiques illustrées sur la figure 2.1, les conditions aux limites non dimensionnelles

suivantes sont obtenues :

Sur la paroi incurvée

$$\theta = 0, U = V = 0 \text{ à } 0 < X < 1 \; et \; 0 < Y < 1 \tag{2.20}$$

Sur la paroi de bas,

Pour la partie chauffage :

$$\theta = 1, U = V = 0 \text{ à } Y = 0 \; et \; 0 < X < n \tag{2.21}$$

Pour la partie adiabatique :

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, U = V = 0 \text{ à } Y = 0 \; et \; n < X < 1 \tag{2.22}$$

Sur la paroi verticale,

Pour la partie chauffage :

$$\theta = 1, U = V = 0 \text{ à } X = 0 \; et \; 0 < Y < m \tag{2.23}$$

Pour la partie adiabatique :

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, U = V = 0 \text{ à } X = 0 \; et \; m < Y < 1 \tag{2.24}$$

2.1.7. Calcul du nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt local est défini sur la longueur caractéristique L comme.

$$Nu_L = L \left.\frac{\partial \theta}{\partial \vec{n}}\right|_{wall} \tag{2.25}$$

Où $\vec{n}$ vecteur normal sur la paroi et θ la température sans dimensions.

Les longueurs de la paroi chauffante (P) et le périmètre de quarte ellipse (Pe) ont été choisies en tant que longueur caractéristique L.

Le nombre de Nusselt moyen pour la paroi chauffante et la paroi froide (incurvée) peut être évalué par :

$$\overline{Nu}_{quarte\ ellipse} = \frac{1}{Pe} \int_0^{P_e} Nu_L \, dP_e \tag{2.26-a}$$

$$\overline{Nu}_{paroi\ chauffante} = \frac{1}{P} \int_0^{P} Nu_L \, dP \tag{2.27-b}$$

Où P est le périmètre de la paroi chauffante.

Le nombre de Nusselt moyen pour les deux surfaces est :

$$Nu_{moy} = \frac{\overline{Nu}_{quarte\ ellipse} + \overline{Nu}_{paroi\ chauffante}}{2} \tag{2.28}$$

Chapitre 3

Méthodes Numériques

3.1. Introduction

Le but de cette partie, est d'évaluer le comportement d'un écoulement laminaire, en régime stationnaire. Cette partie est consacrée principalement aux différentes étapes numériques pour la résolution de l'écoulement dans une cavité quarte ellipse fermée : le maillage, la méthode de résolution, le choix des conditions aux limites, et le post-traitement des résultats. Le développement des techniques numériques a servi à mettre au point des codes traitant tous les problèmes de mécanique des fluides, notamment : le transfert de chaleur.

Dans la présente étude, le logiciel de CFD utilisé, pour la réalisation de la simulation numérique en mécanique des fluides (**C**omputational **F**luid **D**ynamics CFD) se nomme FLUENT 6.2 peut simuler le transfert de chaleur. Il utilise la méthode des volumes finis, nécessitant un maillage conçu par le logiciel « GAMBIT 2.1».

GAMBIT est le modeleur associé à FLUENT où l'on décrit la géométrie et le maillage du problème à traiter ainsi que le type des conditions aux limites. Il permet aussi de définir le type des différentes frontières du système ainsi que la nature du (des) domaine(s) décrit(s) globalement (solide ou fluide). Dans notre étude les deux frontières sont considérées comme des parois indépendantes, donc on les nomme et on leur donne un type (ici Wall «paroi »).

FLUENT est écrit en langage C et globalement la démarche numérique utilisée s'initie par la lecture de la géométrie et le maillage, on passe après au type de solveur, pour notre cas c'est un solveur « segregate » avec une formulation implicite pour un cas bidimensionnel

en régime stationnaire, puis la discrétisation des équations modélisantes dans le menu « Solve », la résolution des systèmes d'équations discrétisées et enfin le post-traitement.

On initialise l'ensemble des quatre variables à calculer sur tous les points du maillage, c'est à dire la pression, les deux composantes de la vitesse et la température. Ensuite on gère la progression du calcul itératif par le biais du suivi des résidus des équations se rapportant à chacune des variables.

Donc sous FLUENT, le travail va consister à assurer successivement

- Le choix des équations traitées
- La description des conditions aux limites
- La gestion de la résolution
- L'analyse des résultats

Les étapes pour le déroulement des simulations sur les deux logiciels Gambit (2.1) et FLUENT (6.2) sont résumées sur la Figure 3.1.

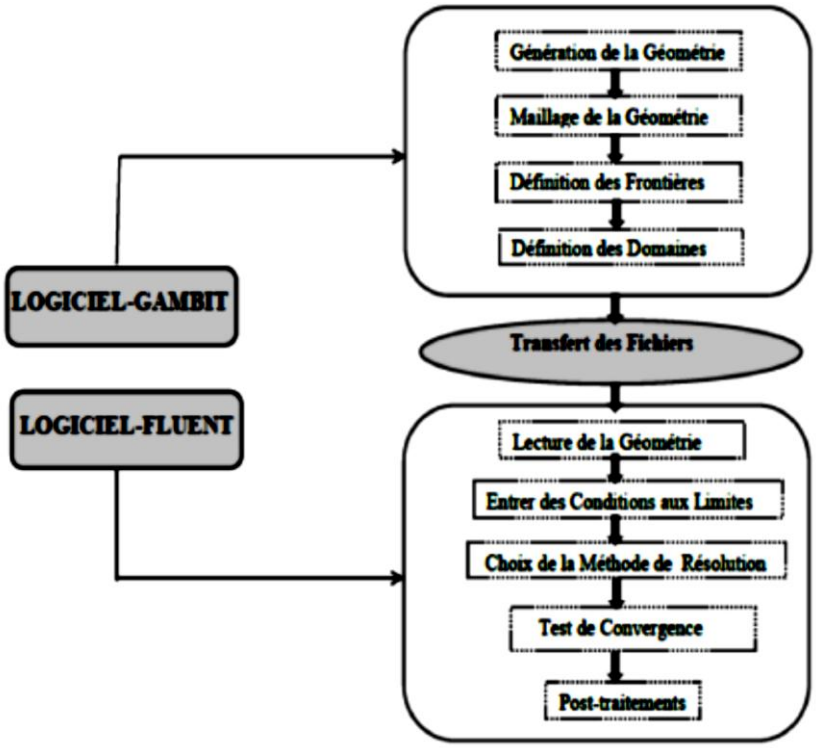

Fig. 3.1. Etapes de résolution suivies par GAMBIT et FLUENT.

3.2. Maillage

Dans notre étude, on a choisi un maillage bidimensionnel structuré. Ce maillage a été réalisé avec des cellules dont la taille variait progressivement, fin sur les parois pour assurer une bonne résolution dans les régions à fort gradient de température et vitesse.

La figure 3.2 montre une partie de la cavité en maillage structuré non uniforme serré près des frontières des parois.

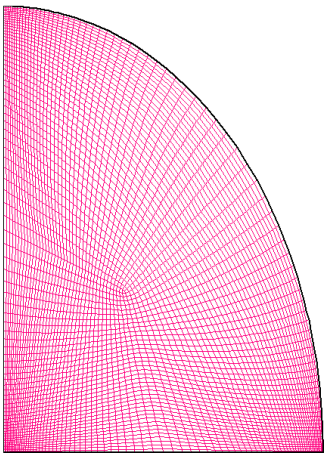

Fig. 3.2. Maillage avec Gambit 2.1.

3.3. Conditions initiales et conditions aux limites : CL (CFD FLUENT)

Pour résoudre les équations, on a besoin de définir les conditions aux limites aux parois. Cinq types de conditions aux limites thermiques sont disponibles sur FLUENT:

1- Un flux de chaleur imposé

2- Une température imposée

3- Transfert thermique convectif

4- Transfert thermique radiatif externe

5- Combinaison du transfert thermique radiatif et convectif (condition mixte)

FLUENT prend par défaut la valeur de la pression atmosphérique. Pour le domaine fluide on utilise l'air, les propriétés du fluide sont tabulées dans le tableau suivant, ils ont été pris à la température initiale T= 283K.

Tableau 3.1 Propriétés de fluide air

$\rho\ (Kg/m^3)$	$C_p (J/Kg.K)$	$k\ (W/m.K)$	$\mu\ (Kg/m.s)$
1.244575	1005.816	0.0249085	$1.7714\ 10^{-5}$

Dans notre étude les conditions aux limites qui peuvent être rencontrées :

1. L'élément chauffant et la paroi incurvée sont maintenus chaque fois à un gradient de température différentes, et on impose une condition dynamique d'adhérence aux parois (u = v = 0 m/s).

3.4. Discrétisation et Résolution

Les équations sont traitées séquentiellement (méthode segregated), la procédure numérique retenue par FLUENT pour la résolution des équations gouvernant la convection naturelle avec les conditions aux limites imposées, est basée sur la méthode des volumes finis. Cette méthode a l'avantage de satisfaire la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans tous les volumes finis ainsi dans tout le domaine de calcul. Elle consiste en :

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets.
- Intégration des équations qui régissent sur les volumes de contrôle élémentaires pour construire des équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes telles que vitesses, pression, température, et les scalaires conservées.
- Linéarisation des équations discrétisées et la solution du système d'équations linéaires résultant pour obtenir des valeurs actualisées des variables dépendantes.

Par défaut FLUENT stocke les valeurs discrètes de la pression, de la vitesse et de la température au centre des cellules, schéma collocatif décrite par Rhie et Chow [1]. Comme le calcul de la pression, de la vitesse et de la température sur les faces est nécessaire pour exprimer le terme de convection et de pression. Ces valeurs vont être interpolées à partir des valeurs au centre des cellules. Ceci est accompli en utilisant un schéma décentré. FLUENT dispose de plusieurs schémas décentrés : 1er ordre, second ordre, loi de puissance, schéma type Quick. Nous développerons dans cette partie les schémas utilisés lors de notre étude.

3.4.1. Calcul de la vitesse sur les faces

Le schéma utilisé est le schéma « upwind », ce schéma prend en considération la direction de l'écoulement pour déterminer les grandeurs convective sur les faces des volumes de contrôles. Le schéma amont d'ordre un permet une certaine stabilité mais il est responsable de diffusion numérique, donc on a choisi le schéma du 2nd ordre (schéma décentré amont), ce dernier minimise la diffusion numérique mais peut faire diverger le calcul. Pour ce type de schéma, la grandeur sur la face est calculée en interpolant par rapport aux valeurs des cellules les plus proches par un schéma décentré amont du second ordre.

3.4.2. Calcul de la pression sur les faces

En utilisant le schéma force de volume pondéré « Body Force Weighted » ce type de schéma est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume.

3.4.3. Couplage pression-vitesse

L'algorithme le plus universel et le plus utilisé est l'algorithme SIMPLE de Patankar et Spalding [2]. Il est employé pour le couplage vitesse-pression dans le cas instationnaire l'algorithme le plus recommandé est l'algorithme PISO, il fait partie de la famille des algorithmes de SIMPLE. Le principe de cet algorithme est d'effectuer deux corrections sur la procédure requises par SIMPLE à l'intérieur et au niveau de l'équation de correction de pression [3]. La discrétisation des termes convectifs et l'interpolation de la pression respectivement. En plus des résidus de calcul, l'évolution de la pression statique a été suivie dans des endroits donnés pour assurer la convergence et la stabilité de la solution. Les résidus étaient dans la gamme de 10^{-4} à 10^{-5}. Une moyenne de 105 itérations était nécessaire pour obtenir la convergence.

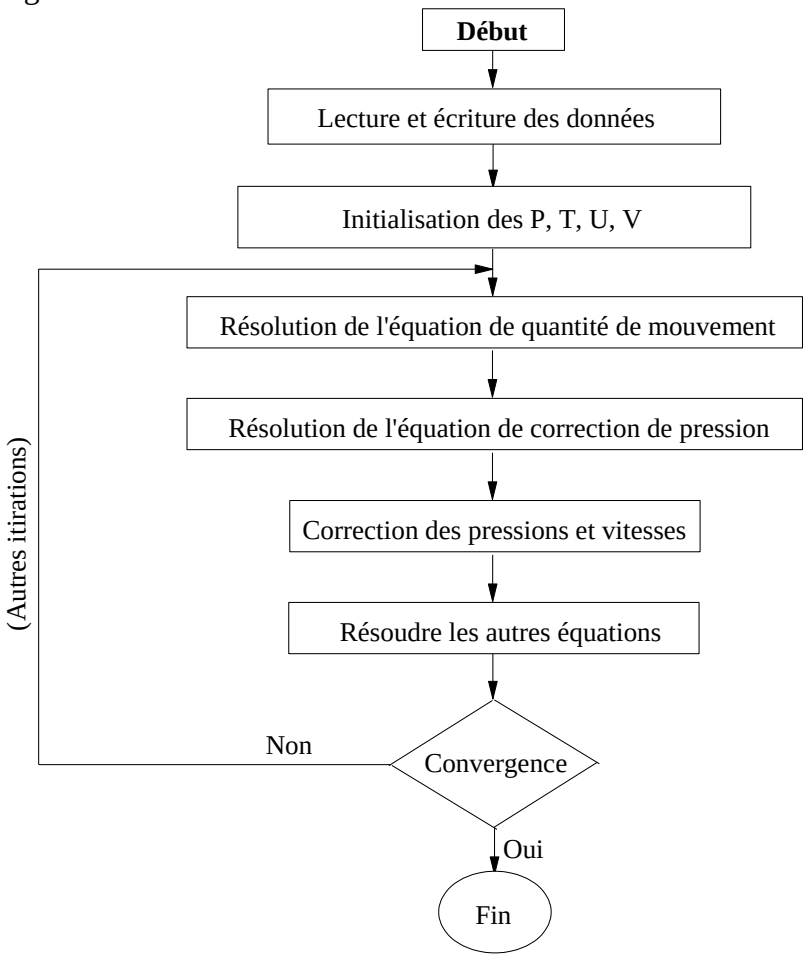

Fig. 3.3. Système d'itération

3.4.4. Sous-relaxation

La non-linéarité des équations impose la sous-relaxation des valeurs obtenues à chaque itération. Pour les différents cas simulés, les critères de résolution (préconisés par FLUENT dans le cas de la convection naturelle) et les coefficients de sous-relaxation utilisés sont présentés dans le tableau 3.2.

Tableau 3.2 Critères de résolution et coefficients de sous-relaxation utilisés

	Facteur de Relaxation	Type de Discrétisation
Pression	0.3	Body force weighted
Masse volumique	1	-
Force de gravité	1	-
Quantité de mouvement	0.7	2nd order upwind
Energie	1	2nd order upwind
Couplage Pression-Vitesse	-	SIMPLE

3.4.5. Résolution

La discrétisation des équations différentielles régissant les phénomènes d'écoulement permet de transformer les équations différentielles en un système d'équations linéaires avec une équation par cellule. Le système d'équations linéaires s'écrit sous forme matricielle
A X = B où les inconnues qui constituent la matrice colonne X sont les variables au centre des cellules. Ces équations algébriques peuvent être résolues par n'importe quelle méthode de résolution. Pratiquement les méthodes les plus utilisées pour la résolution des problèmes tridimensionnels sont :

- La méthode de Gauss-Seidel (résolution point par point).
- La méthode de résolution ligne par ligne d'élimination de Gauss (la méthode TDMA).

Pour résoudre ce système d'équation, FLUENT utilise un solveur d'équations linéaires implicites (Gauss-Seidel) en conjonction avec une méthode multi grille algébrique (AMG) pour accélérer la convergence. Cette méthode permet de réduire le nombre d'itérations, et le temps nécessaire à la convergence de CPU.

3.4.6. Choix du maillage

L'influence de la taille et du nombre des nœuds sur la solution exprimée par le transfert thermique à la partie active « chauffée » de la paroi est illustrée par le nombre de Nusselt moyen dans le tableau 3.3. Un maillage irrégulier resserré près des parois a été utilisé pour résoudre plus précisément les phénomènes physiques présents notamment dans la zone de couche limite caractérisée par l'existence de forts gradients dans les zones pariétales.

Afin d'obtenir une solution indépendante du maillage, une étude de raffinement de la grille est réalisée pour une enceinte quarte ellipse où la paroi verticale a une température plus élevée que la paroi horizontale par contre la paroi curviligne est adiabatique à nombre de Rayleigh thermique d'ordre $Ra_t = 10^4$, $Pr = 0{,}71$. Dans le présent travail, huit combinaisons (40 × 40, 60 × 60, 80 × 80 et 100 × 100) de volumes de contrôle sont utilisées pour tester l'effet de taille de la grille sur la précision des résultats prévus. Le tableau 3.3, nous montre donc, la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de nœuds, et nous a permis de choisir le maillage 80 x 80 dans toutes les simulations, où l'erreur relative aux valeurs des nombres de Nusselt moyens, entre les deux maillages est minimal [4].

Tableau .3.3 Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de nœuds pour $Ra_t = 10^4$

Nœuds	40x40	60*60	80*80	100*100
Nu (moy)	3.871	4,078	4,223	4,335
Erreur Relative (%)		5.08	3.43	2.58

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à décrire l'approche numérique que nous avons utilisée. Nous avons décrit la résolution numérique adoptée qui permettra d'aboutir aux résultats qui seront présentés par la suite.

Références

[1] W.L. Chow, and C.M. Rhie, “Numerical study of the turbulent past an airfoil with trailing edge separation,” American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA journal). Vol. 21, 1525-1532. (1983).

[2] S. Patankar, and D. Spalding, “A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows,” Int. J. heat and Mass transfer. Vol. 15, 1787-1806. (1972).

[3] S. Patankar, “Numerical heat transfer and fluid flow,” Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. McGraw-Hill, New-York. (1980).

[4] Abdelkarim Bouras, Djedid Taloub, Abdelhadi Beghidja, Zied Driss, “Laminar Natural Convection Study in a Horizontal Half- Elliptical Enclosure Using Heater on Horizontal Wall,” Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences, Vol. 53, Issue 2, 223-233. (2019).

Chapitre 4

Résultats et discussion

Dans ce chapitre une analyse numérique du transfert de chaleur par convection naturelle laminaire et de l'écoulement des fluides est effectuée pour obtenir les effets du nombre de Rayleigh dans une enceinte qui est chauffée par des éléments chauffants fixés à la fois dans les parois horizontales et verticales. La paroi incurvée est considérée comme la paroi froide, c'est-à-dire qu'elle a une température inférieure à celle du radiateur. La partie des éléments chauffants dans le fond et la paroi verticale a une température plus élevée. La partie inférieure et la paroi verticale autre que le radiateur sont considérées comme adiabatiques. Les résultats des champs d'écoulement et de la distribution de température pour différents nombres de Rayleigh thermique, Ra_t, longueur du réchauffeur dans la paroi verticale m, longueur de l'ailette sur la paroi inférieure n, ont été tracés dans cette partie de l'étude. La longueur du radiateur sur la paroi verticale variait de 0,02, 0,03 et 0,04. De plus, la longueur de l'ailette mince sur la paroi horizontale variait de 0,02, 0,03 et 0,04. La plage du nombre de Rayleigh thermique, Ra_t, a été prise de 10^4 à $5x10^6$

Nous considérons une cavité quarte ellipse fermée caractérisé par l'excentricité (e = 0,7). Cette cavité est fermée qui contient un fluide incompressible de viscosité cinématique ν et de diffusivité thermique α.

4.1. Effet du nombre de Rayleigh

L'effet de différents nombres de Rayleigh sur la convection naturelle des transferts de chaleur dans une enceinte délimitée par deux parois, rempli d'air (Pr = 0.71) a été étudié

pour quatre nombres de Rayleigh différents. Des résultats ont été présentés sous forme de lignes de courants ; isothermes, nombres de Nusselt moyens.

4.1.1. Isothermes et lignes de courants

Afin de réaliser une étude paramétrique, quatre différents nombres de Rayleigh sont utilisés (Ra_t = 10^4, 10^5, 10^6 et $5x10^6$), dans le régime dominé par convection laminaire, alors que le nombre de Prandtl est fixe à Pr = 0.71 dans toute la présente étude.

Les figures 1, 2 et 3 montrent les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Rayleigh à m = 0,02 et n = 0,02 à 0,04. Lorsque la valeur du nombre de Rayleigh thermique, Ra_t est augmentée à 10^6 ou plus, deux cellules sont formées sur la partie supérieure et la partie médiane inférieure de l'enceinte respectivement dans le sens antihoraire et dans le sens horaire. Une différence marquée dans le modèle de ligne de courant a lieu pour un nombre Rayleigh particulier ayant des géométries différentes dans la taille du réchauffeur. Comme il n'y a pas d'obstruction de l'écoulement à l'intérieur de la cavité quadrantale, le transfert de chaleur des éléments chauffants vers la paroi courbe froide se produit par des phénomènes de flottabilité. Avec des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh, il y a un encombrement des lignes de courant sur les parois verticales indiquant la formation de la couche limite. Le diagramme de température statique montre la concentration d'isothermes près de la paroi incurvée froide, suggérant que le taux de transfert de chaleur est élevé à proximité de la paroi incurvée. Des isothermes moins emballés se forment dans la partie centrale de l'enceinte, ce qui indique un transfert de chaleur plus faible. Au nombre de Rayleigh thermique le plus bas (Ra_t = 10^4), un écoulement convectif relativement faible existe dans la cavité. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente, le centre elliptique se déplace vers la paroi verticale et la taille du centre elliptique augmente également avec la déformation du centre elliptique. Avec des nombres de Rayleigh de 10^6 et plus, deux cellules sont générées à l'intérieur de l'enceinte fermée. Les isothermes présentent presque le même schéma pour tous les nombres de Rayleigh. Les effets de la présence du réchauffeur sur les isothermes deviennent plus forts à mesure que le nombre de Rayleigh augmente. Pour les nombres de Rayleigh inférieurs, l'intensité de convection dans l'enceinte est très faible. Cela signifie que les forces visqueuses sont plus dominantes que les forces de flottabilité à des nombres de Rayleigh, Ra_t inférieurs.

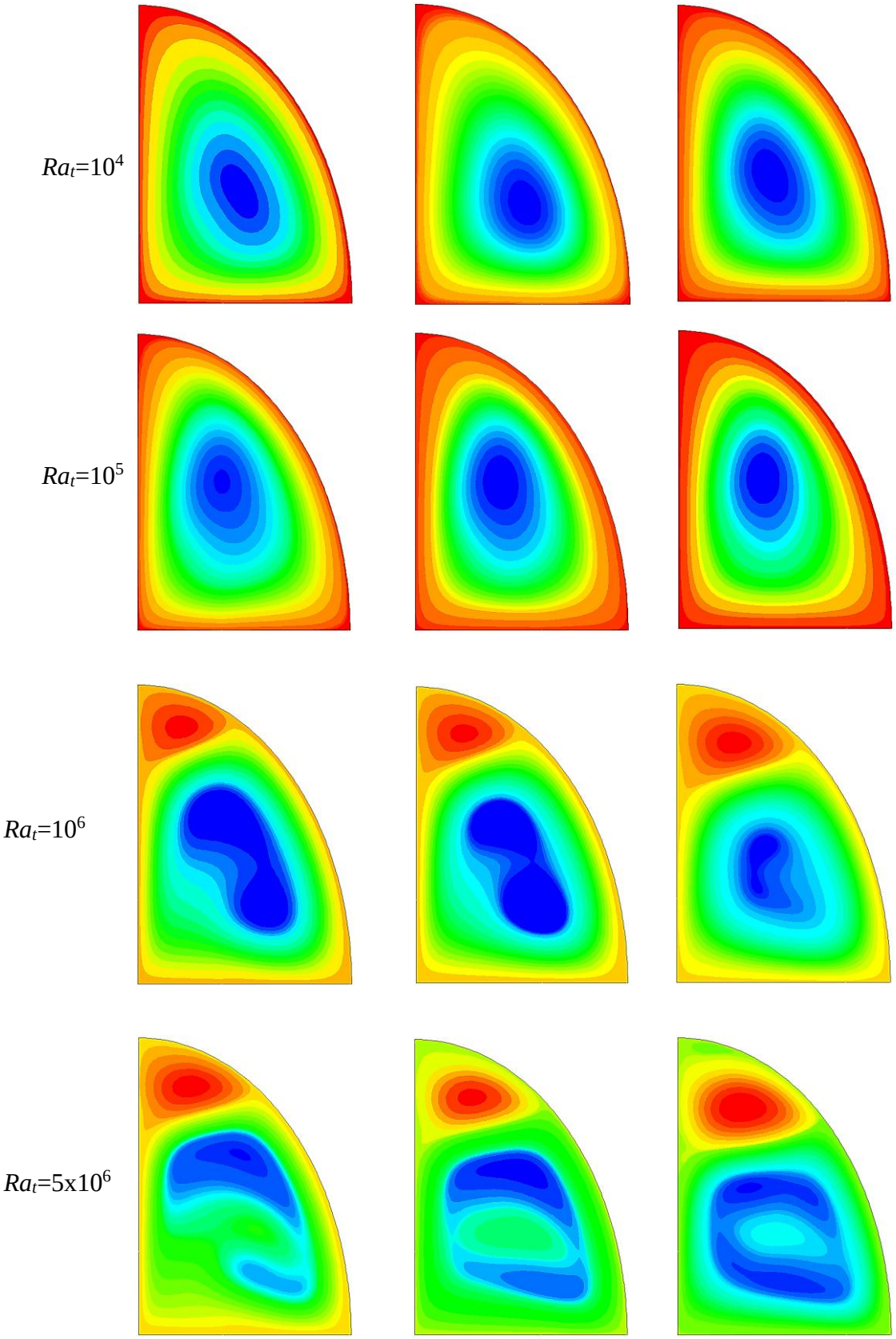

Fig. 4. 1. Lignes de courants pour la longueur de l'élément chauffant, *m* = 0,02, différentes longueurs de l'élément chauffant, *n* = 0,02, *n* = 0,03, et *n*=0.04

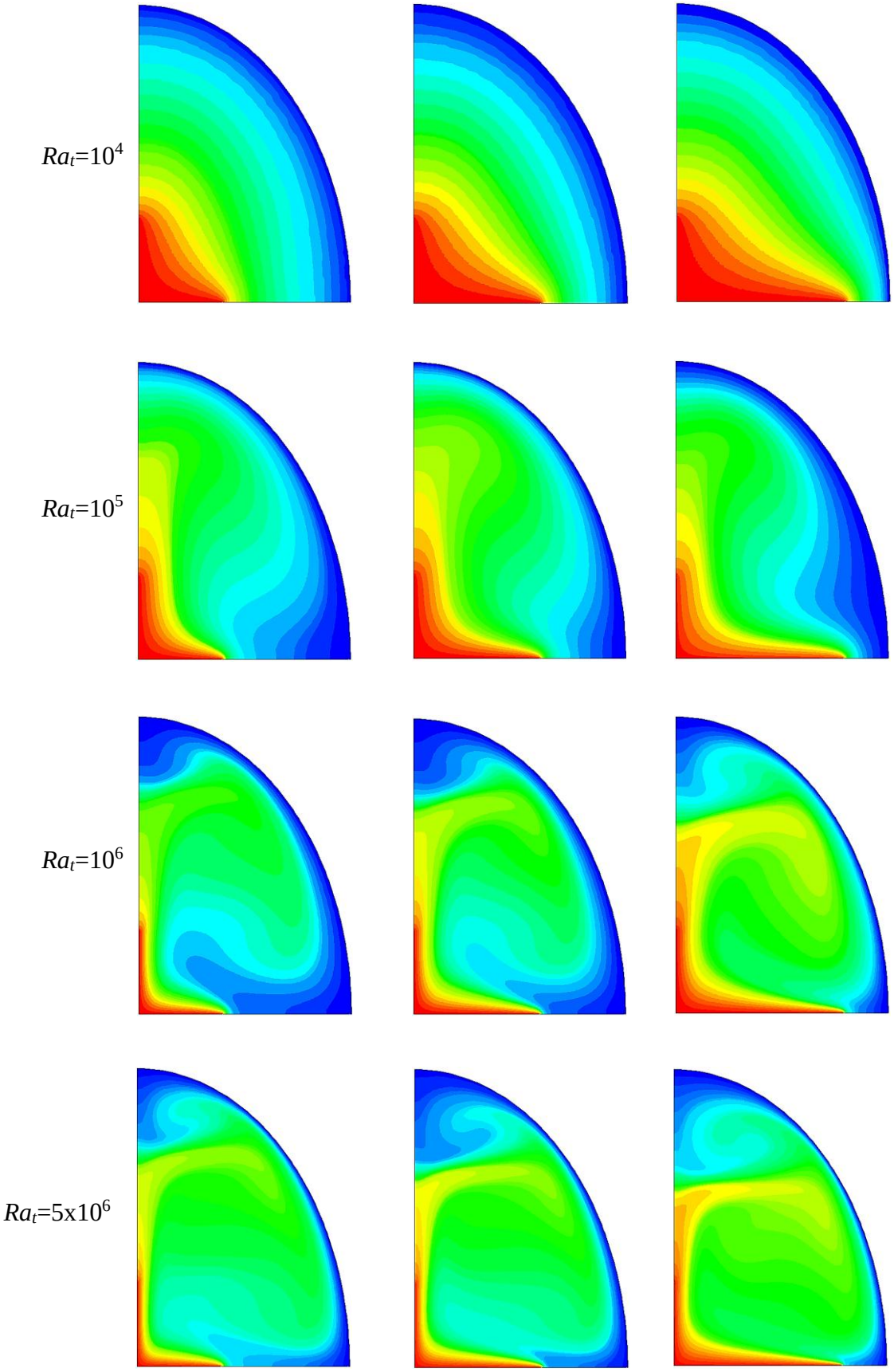

Fig. 4. 2. Isothermes pour la longueur de chauffage, *m* = 0,02, différentes longueurs de chauffage par colonne, *n* = 0,02, *n* = 0,03, *n* = 0,04.

Différentes longueurs de réchauffeurs sont données sur les figures 3 et 4 pour $Ra_t = 10^4$ à $5x10^6$, $n = 0,02$ et $m = 0,02$, 0,03 et 0,04. Au nombre de Rayleigh le plus bas $Ra_t = 10^4$, les lignes de courant forment une cellule unique située presque au centre, formant une forme elliptique, et les isothermes correspondants présentent les caractéristiques de la quasi-conduction. La couche de fluide chaud chauffée autour du réchauffeur monte vers le haut en raison de la densité décroissante et de la faible circulation dans l'enceinte. D'autre part, à proximité de la paroi de la courbe, la couche fluide avec une densité accrue se déplaçant vers le bas balaie la couche fluide chaude vers l'avant. Puisque la paroi incurvée est la paroi froide, le fluide chaud échange ici de la chaleur avec la paroi incurvée froide et le fluide plus froid ici forme une couche de fluide froid. Ces effets mutuels des couches de fluide chaudes et froides provoquent un élargissement des isothermes. Des augmentations supplémentaires du nombre de Rayleigh, l'intensité de recirculation augmente à un degré tel que des formations de couche limite sont observées à côté de la surface du réchauffeur et des parois refroidies. Le flux chauffé frappe la paroi incurvée pour échanger de la chaleur. Pour toutes les configurations de chauffage, c'est-à-dire $n = 0,02$ et $m = 0,02$, 0,03 et 0,04, une seule cellule de forme elliptique s'est formée au nombre de Rayleigh le plus bas $Ra_t = 10^4$. À mesure que le nombre de Rayleigh augmente, deux cellules se forment et la formation d'une couche limite se produit également près de la partie supérieure de l'enceinte et la cavité est divisée en deux parties. Les parcelles isothermes sont concentrées vers le mur courbe.

Les figures 5 et 6 montrent les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Rayleigh à $m = 0,02$, $n = 0,02$; $m = 0,03$, $n = 0,03$ et $m = 0,04$, $n = 0,04$. Dans le cas de $m = 0,04$ et $n = 0,04$, les lignes de courant sont encombrées près du fond et de la surface verticale avec l'augmentation du nombre de Rayleigh provoquant ainsi la formation d'une couche limite près des parois horizontales et verticales. Les isothermes du boîtier ci-dessus sont également encombrées près de la surface du radiateur et de la paroi incurvée. Cela indique qu'un transfert de chaleur maximal a lieu à proximité de la surface du radiateur et également près de la surface de la paroi incurvée à froid.

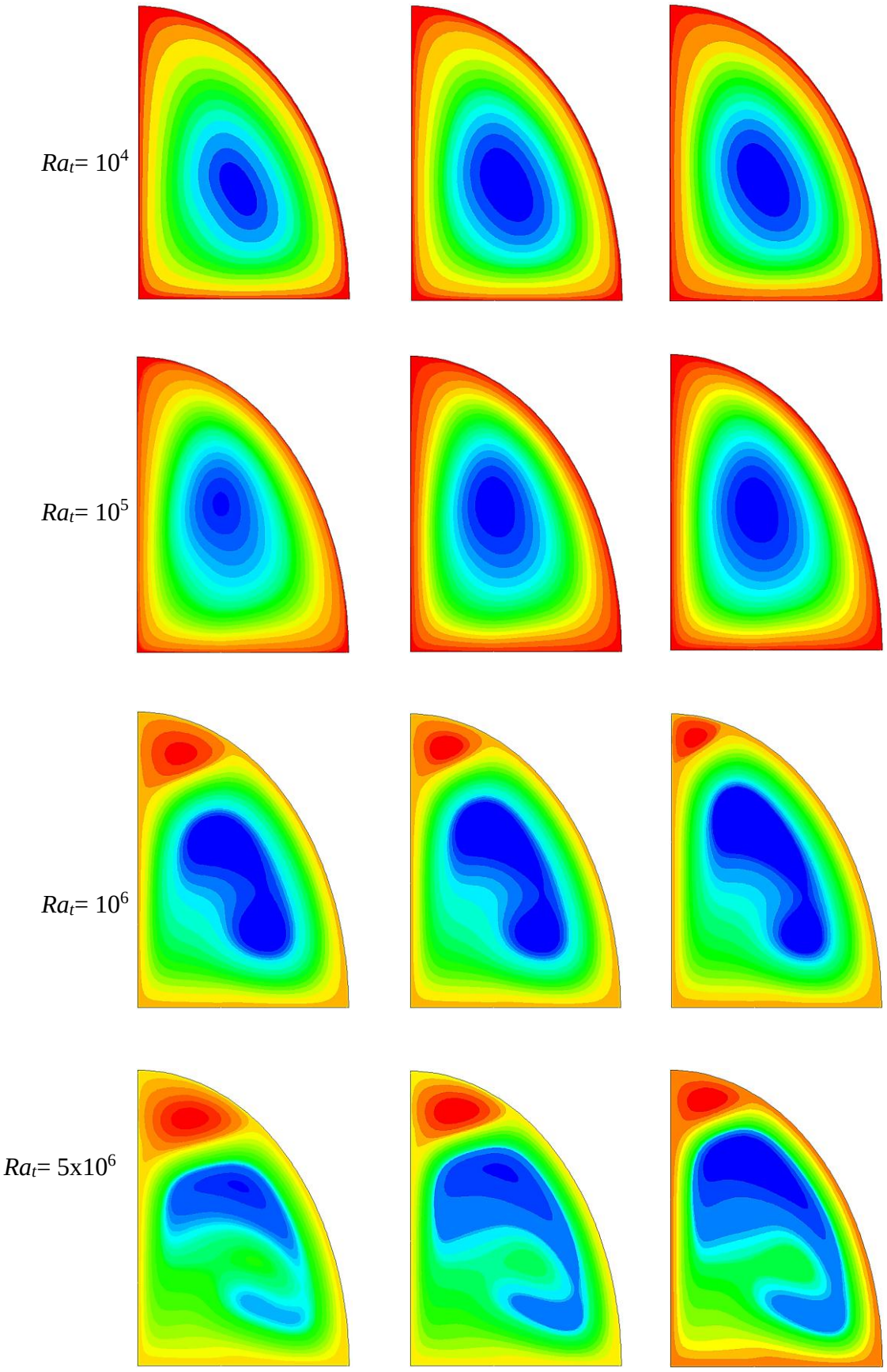

Fig. 4. 3. Lignes de coutants pour la longueur de l'élément chauffant, n = 0,02, différentes longueurs de l'élément chauffant, m = 0,02, m = 0,03, m = 0,04.

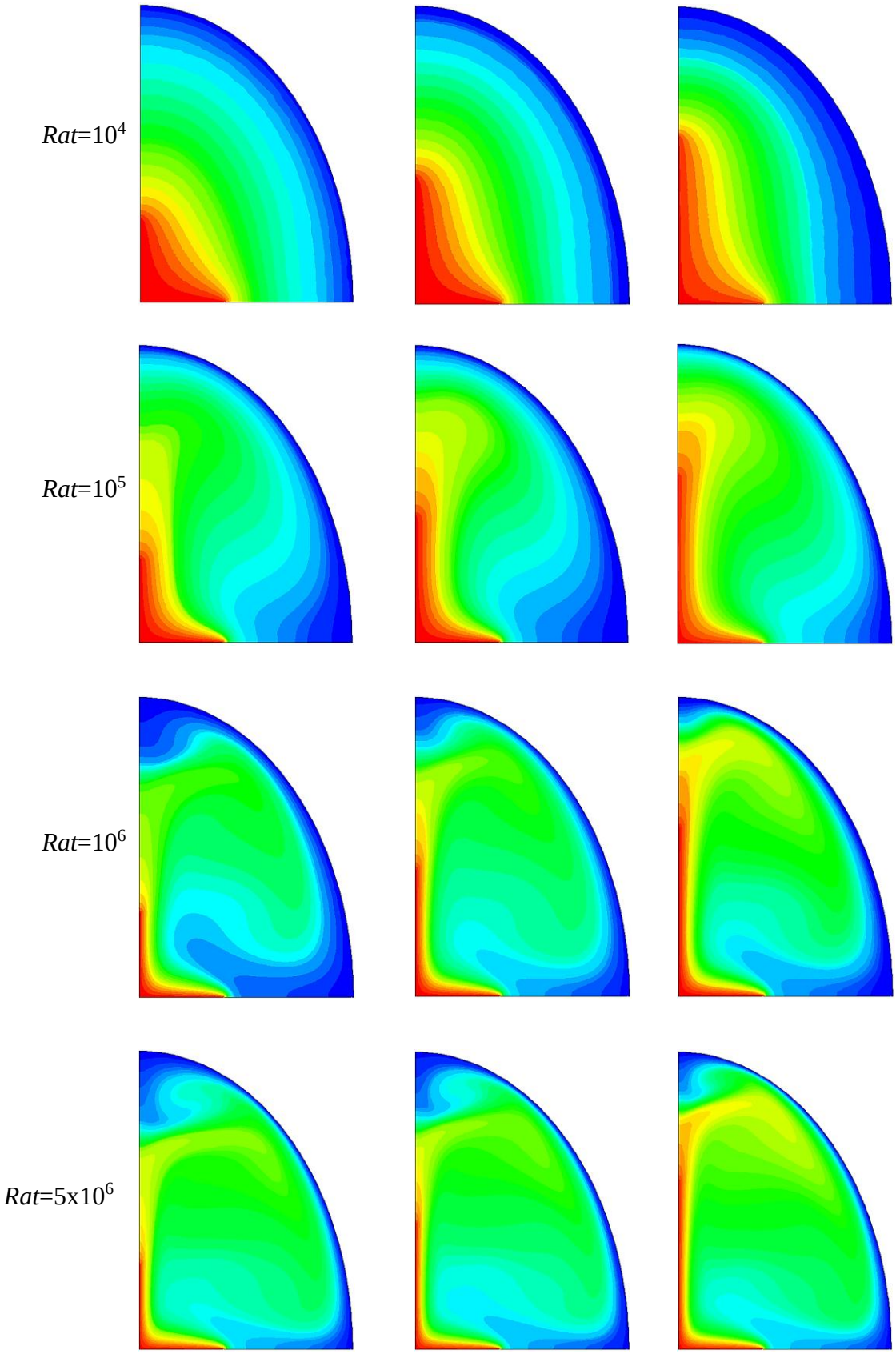

Fig. 4. 4. Isothermes pour la longueur de l'élément chauffant, *n* = 0,02, différentes longueurs de l'élément chauffant, *m* = 0,02, *m* = 0,03, *m* = 0,04.

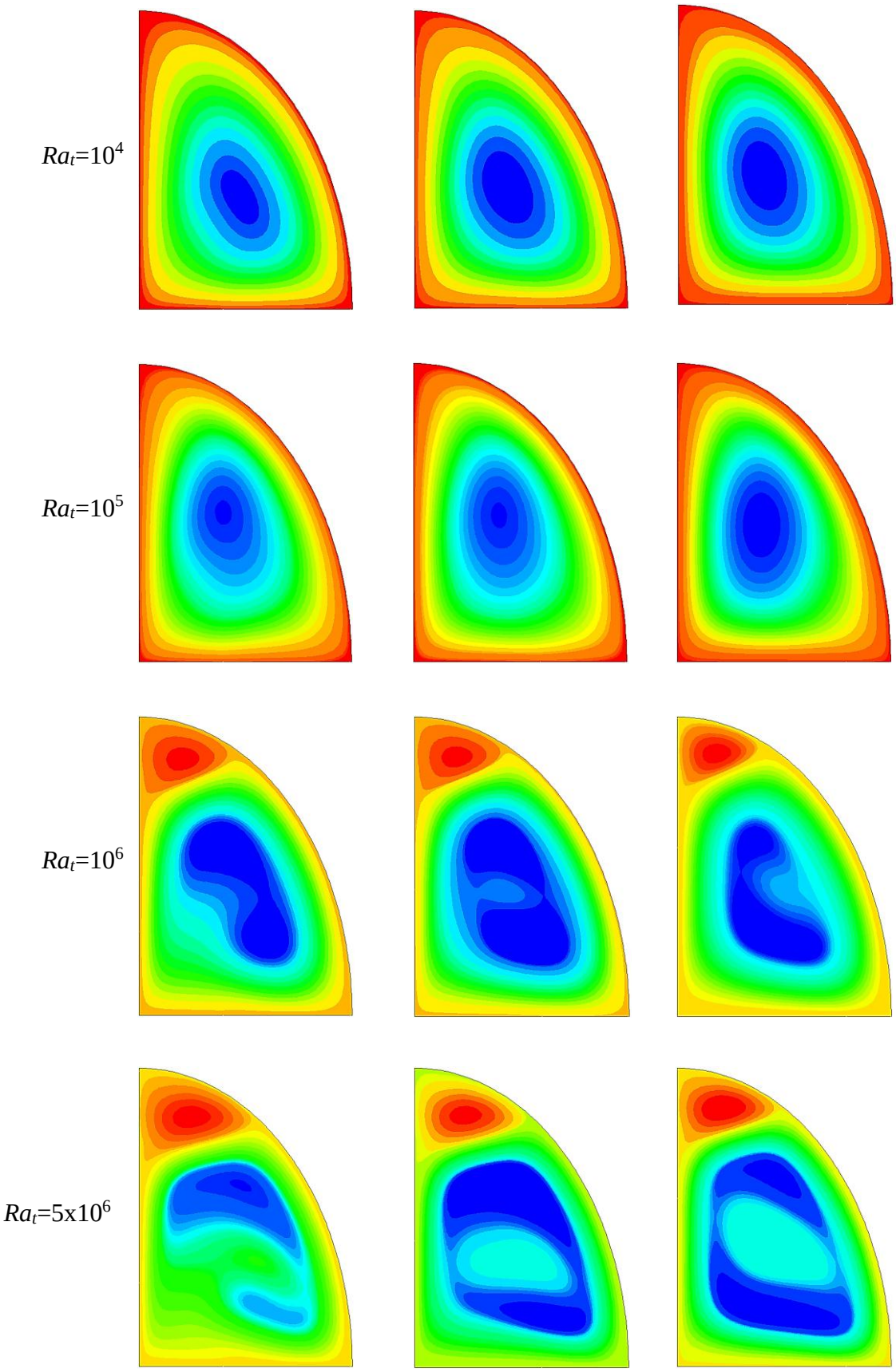

Fig. 4. 5. Lignes de courants, différentes longueurs de chauffe par colonne, *m* = 0,02, *n* = 0,02 ; *m* = 0,03, *n* = 0,03 ; *m* = 0,04, *n* = 0,04.

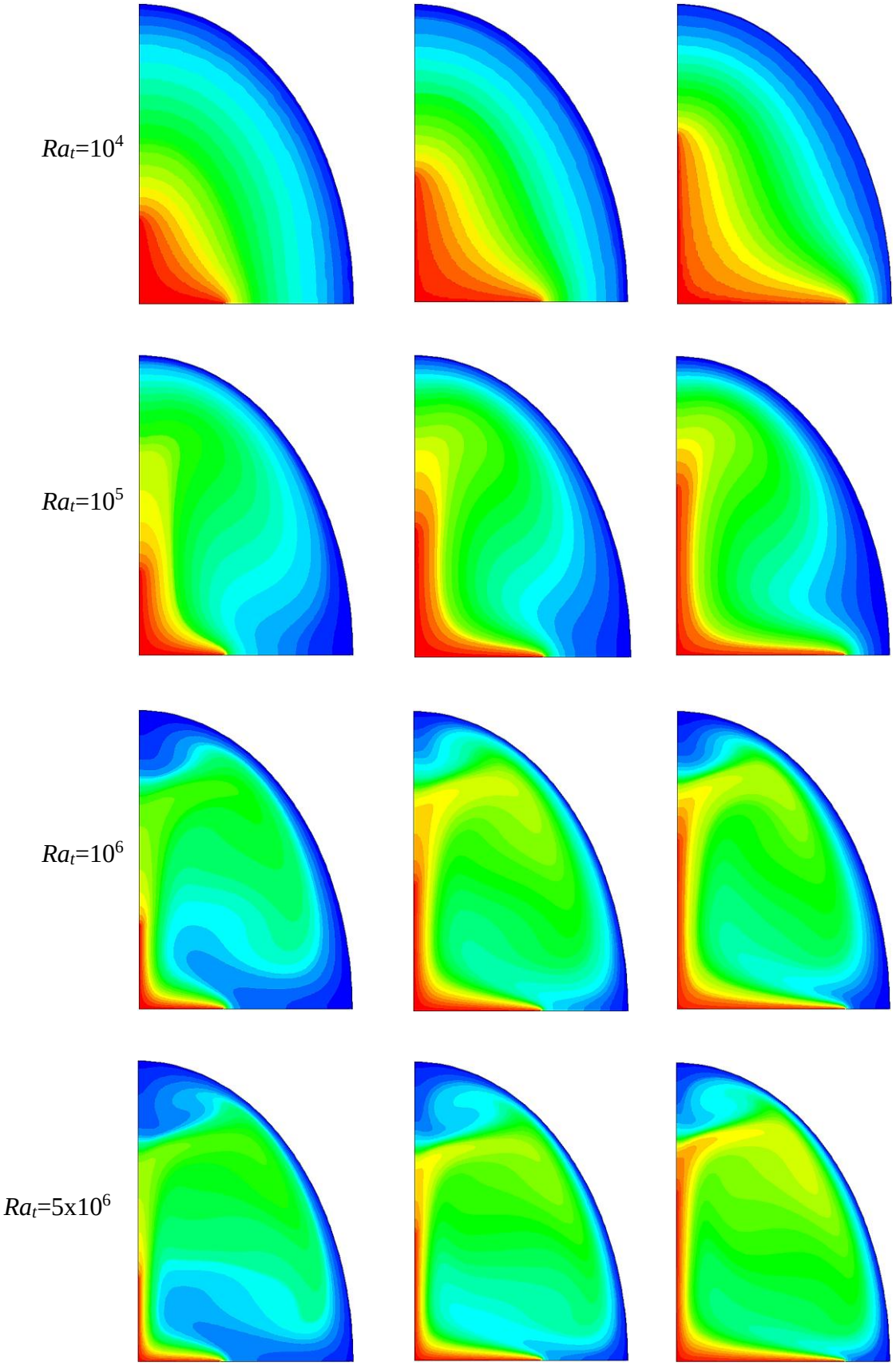

Fig. 4. 6. Isothermes, différentes longueurs de chauffe par colonne, *m* = 0,02, *n* = 0,02 ; *m* = 0,03, *n* = 0,03 ; *m* = 0,04, *n* = 0,04.

4.2 Variation des nombres de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh

La figure 7 montre l'effet des longueurs de l'élément chauffant sur le nombre de Nusselt moyen. La longueur de l'élément chauffant sur la paroi verticale est maintenue constante tandis que celle de la paroi horizontale inférieure varie de 0,02, 0,03 et 0,04. On peut observer que pour un nombre de Rayleigh thermique Ra_t faible, le nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} pour les trois cas est très proche. Mais quand le nombre de Rayleigh thermique, Ra_t augmente, il y a une grande variation dans le nombre de Nusselt moyen Nu_{moy}. Et lorsque la longueur de l'élément chauffant est la plus petite, la valeur de nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} est maximale.

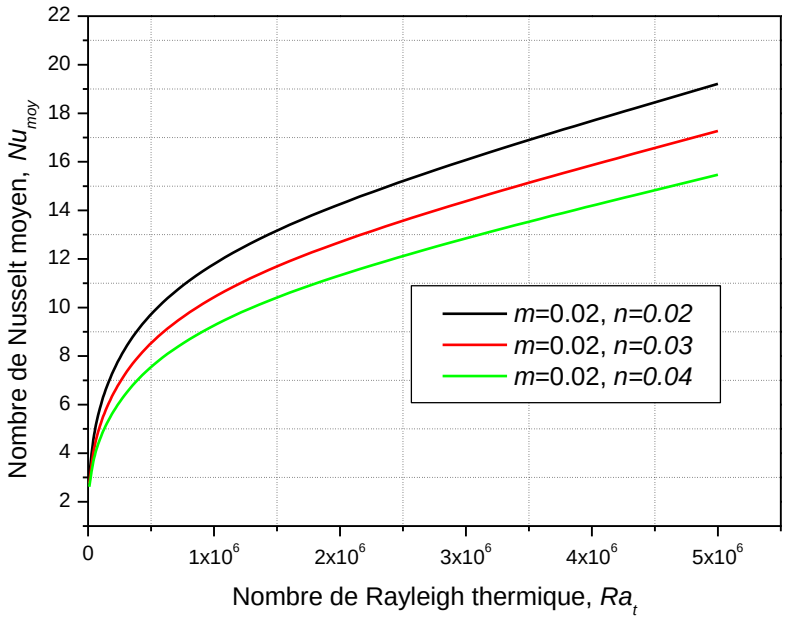

Fig. 4. 7. Variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh thermique (10^4 à $5x10^6$) pour différentes longueurs de chauffage (n = 0,02, 0,03, 0,04) pour m = 0,02.

La figure 8 est le cas où la longueur de l'élément chauffant sur la paroi horizontale minimale est maintenue constante à 0,02 et celle de la paroi verticale varie de 0,02, 0,03 et 0,04. Comme dans le cas ci-dessus, la valeur du nombre de Nusselt moyen, Nu_{moy} pour un nombre de Rayleigh thermique, Ra_t faible est presque la même pour les trois cas en raison du régime quasi statique (identique), mais le nombre de Nusselt moyen, Nu_{moy} devient plus fort à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

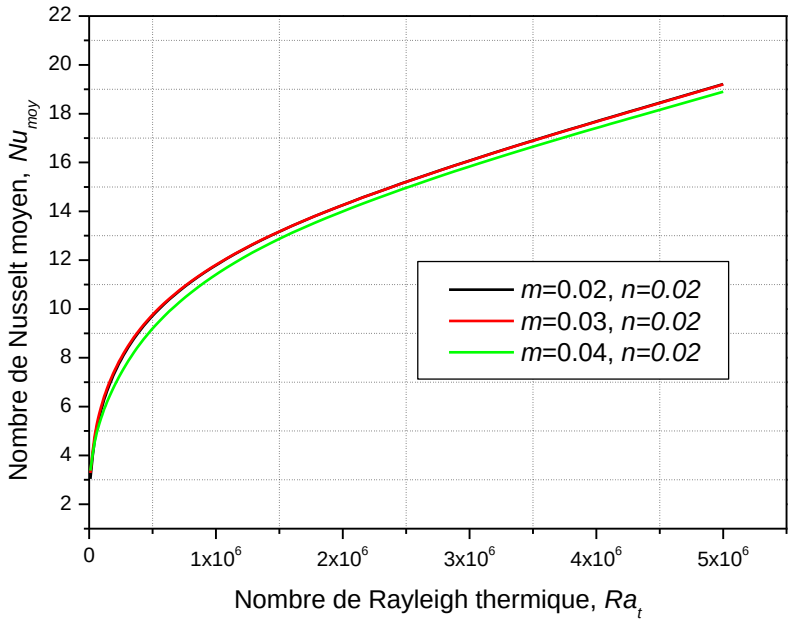

Fig. 4. 8. Variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh thermique (10^4 à $5x10^6$) pour différentes longueurs de chauffage (m = 0,02, 0,03, 0,04) pour n = 0,02

La figure 9 représente notre troisième cas d'étude où l'augmentation des longueurs de chauffage dans les parois horizontale et verticale est la même. D'après les figures 7, 8 et 9, il est observé que l'écart du nombre de Nusselt moyen dépend des longueurs des éléments chauffants. Si la longueur de l'élément chauffant sur la paroi verticale est supérieure ou égale à celle de la paroi horizontale, le nombre de Nusselt moyen est élevé par rapport aux cas où la longueur de l'élément chauffant sur la paroi verticale est inférieure ou égale à celle de la paroi horizontale. Le nombre de Nusselt moyen est également élevé pour les cas où les longueurs du radiateur sur les deux parois sont petites, et il diminue avec l'augmentation simultanée des longueurs du radiateur.

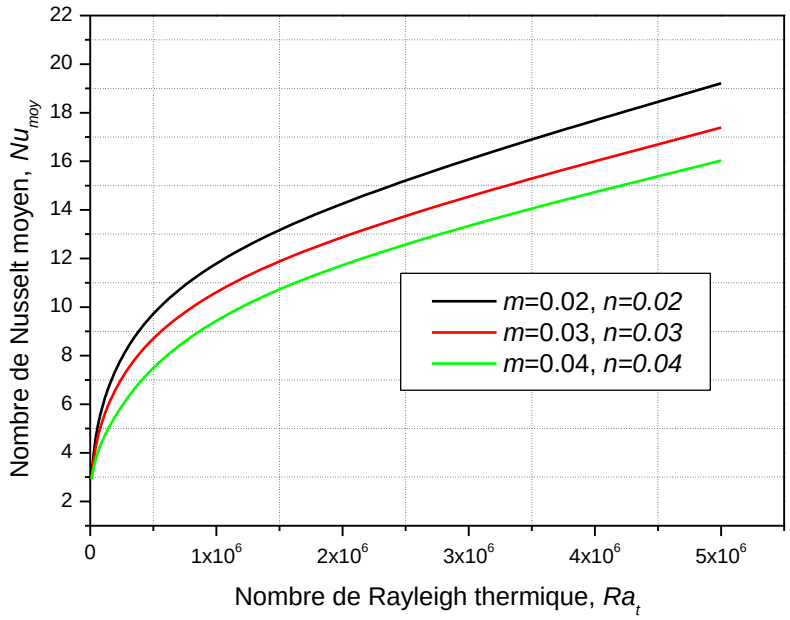

Fig. 4. 9. Variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh thermique (10^4 à $5x10^6$) pour différentes longueurs de chauffage (*m* = 0,02, *n*=0.02 ; *m*=0,03, *n*=0.03 ; *m*=0,04, *n*=0.04)

4.3 Conclusions

Le résultat de l'analyse numérique conduit aux conclusions suivantes : -

1) Le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique.
2) Aux petits nombres de Rayleigh thermique, le transfert de chaleur est presque le même quelles que soient les longueurs de chauffage.
3) Avec l'augmentation de la longueur de chauffage sur la paroi verticale, le transfert de chaleur augmente par rapport aux petites longueurs de chauffage.
4) À mesure que la longueur du radiateur dans la paroi horizontale augmente, le transfert de chaleur augmente comparativement à des longueurs de radiateurs inférieures pour le même nombre de Rayleigh, indépendamment du changement des longueurs de radiateur de la paroi verticale.

Conclusion générale

Nous avons présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité quarte ellipse fermée remplie par un fluide newtonien de propriétés thermodynamiques constantes à l'exception de la densité qui varie avec la température selon l'approximation de Boussinesq. Les équations de transport pour un fluide newtonien sont discrétisées par la méthode des volumes finies et sont résolues numériquement en utilisant un code CFD. Pour déterminer les champs de température, la distribution de la fonction de courant au sein du fluide, ainsi que les nombres adimensionnels de Nusselt, en fonction des grandeurs caractérisant l'état du système.

Une étude numérique a été réalisée pour analyser les champs d'écoulement et de température ainsi que le taux de transfert de chaleur sur convection naturelle laminaire dans une cavité quarte ellipse remplie d'air ayant des réchauffeurs de longueurs variables à la fois sur la paroi verticale et la paroi horizontale.La paroi incurvée est considérée comme la paroi froide. Les effets du nombre de Rayleigh thermique (10^4 à $15x0^6$), des longueurs de chauffage sur la paroi verticale (m = 0,02, 0,03 et 0,04) et la paroi horizontale (n = 0,02, 0,03 et 0,04) sont étudiés.

Le résultat de l'analyse numérique conduit aux conclusions suivantes : -

1) Le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique.

2) Avec des longueurs de chauffage plus grandes, un transfert de chaleur plus élevé est obtenu à des nombres de Rayleigh thermique plus élevés.Aux petits nombres de Rayleigh, le transfert de chaleur est presque le même quelles que soient les longueurs de chauffage.
3) Avec l'augmentation de la longueur du réchauffeur sur la paroi verticale, le transfert de chaleur diminue par rapport aux petites longueurs de réchauffeur. Cette diminution du transfert de chaleur est moindre si la longueur de l'élément chauffant sur la paroi inférieure est petite et devient drastique pour de plus grandes longueurs de l'élément chauffant inférieur.
4) À mesure que la longueur du radiateur dans la paroi horizontale augmente, le transfert de chaleur augmente comparativement à des longueurs de radiateurs inférieures pour le même nombre de Rayleigh thermique, indépendamment du changement des longueurs de radiateur de la paroi verticale.
5) Si la longueur de l'élément chauffant sur la paroi verticale est supérieure ou égale à celle de la paroi horizontale, le taux de transfert de chaleur est élevé par rapport aux cas où la longueur de l'élément chauffant sur la paroi verticale est inférieure ou égale à celle de la paroi horizontale. le taux de transfert de chaleur est également élevé pour les cas où les longueurs du radiateur sur les deux parois sont grandes, et il augmente avec l'augmentation simultanée des longueurs du radiateur.

Pour ce qui est des perspectives qu’on peut envisager comme suite logique à ce travail, on peut citer :

- L’étude d’un écoulement en 3D.
- Une analyse numérique de la convection naturelle laminaire dans une cavité quarte ellipse remplie d’autre fluide.
- L’étude d’un écoulement en régime turbulent.
- Applications d’autres conditions pariétales thermiques et massiques.

Résumé

Dans ce mémoire, une analyse numérique de la convection naturelle laminaire dans une quarte ellipse remplie d'air ayant des éléments chauffants de longueur variable fixés sur les parois adjacentes a été effectuée pour examiner le flux de chaleur. Les solutions numériques sont obtenues en utilisant un code commercial de dynamique des fluides numérique, FLUENT, en utilisant la méthode des volumes finis. Les effets du nombre de Rayleigh, Ra_t, sur le nombre de Nusselt, Nu, ainsi que les champs de vitesse et de température sont étudiés pour la plage de Ra_t de 10^4 à $5x10^6$. Des calculs ont été effectués pour les longueurs de chauffage sur la paroi verticale (m = 0,02, 0,03 et 0,04) et la paroi horizontale (n = 0,02, 0,03 et 0,04). On observe que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et la force d'écoulement augmente avec l'augmentation de la taille du réchauffeur sur la paroi verticale par rapport à la paroi inférieure et les champs de température sont également affectés. En revanche, avec l'augmentation de la taille de l'appareil de chauffage des deux côtés des murs adjacents, la résistance à l'écoulement ne change pas de manière significative.

Mots clés : Volume fini ; Convection naturelle ; cavité quarte ellipse ; chauffage ; nombre de Rayleigh ; Nombre de Nusselt.

Abstract

In this memoire, A numerical analysis of laminar natural convection in a quad-ellipse cavity filled with air having variable length heaters attached on the adjacent walls have been made to examine heat and fluid flow. Numerical solutions are obtained using a commercial computational fluid dynamics code, FLUENT, using the finite volume method. Effects of the thermal Rayleigh number, Ra_t, on the average Nusselt number, Nu_{avg}, as well as velocity and temperature fields are investigated for the range of Rat from $10^4$to $5x10^6$. Computations were carried out for the heater lengths on the vertical wall (m = 0.02, 0.03 et 0.04) and horizontal wall (n = 0.02, 0.03 et 0.04). It is observed that heat transfer increases with increase in thermal Rayleigh number and the flow strength increases with increase in size of heater on the vertical wall compared to the bottom wall and temperature fields are also affected. In contrast, with increase in size of heater on both side of adjacent walls flow strength does not changes significantly.

Keywords: Quadrantal cavity, heater, thermal Rayleigh number, average Nusselt number, finished volume; Natural convection

ملخص

في هذه الأطروحة، تم إجراء تحليل رقمي للحمل الحراري الطبقي الطبيعي في شكل بيضاوي رباعي مملوء بالهواء به عناصر تسخين متغيرة الطول متصلة بالجدران المجاورة لفحص تدفق الحرارة. يتم الحصول على الحلول العددية باستخدام كود ديناميكيات الموائع الحسابية التجارية، FLUENT، باستخدام طريقة الحجم المحدود. تمت دراسة تأثير عدد رايلي، على رقم نسلت، وكذلك على سرعة التدفق ودرجة الحرارة من اجل عدد رايلي محصور بين 10^4 إلى 5×10^6. تم إجراء حسابات لأطوال التسخين على الجدار العمودي (م = 0.02، 0.03 و0.04) والجدار الأفقي (ن = 0.02، 0.03 و0.04). ويلاحظ أن انتقال الحرارة يزداد مع زيادة عدد رايلي وتزداد قوة التدفق مع زيادة حجم السخان على الجدار العمودي بالنسبة للجدار السفلي وتتأثر مجالات درجة الحرارة أيضًا. في المقابل، مع زيادة حجم التسخين على جانبي الجدران المجاورة، لا تتغير مقاومة التدفق بشكل كبير.

الكلمات الرئيسية: حجم محدود؛ الحمل الحراري الطبيعي؛ تجويف القطع الناقص الرباعي، سخان. رقم رايلي رقم نسلت.