جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

UNIVERSITÉ DE MOHAMED BOUDIAF- M'SILA

MEMOIRE

Présentée à la Faculté des Mathématiques et de l'Informatique

Département de Mathématiques

Pour l'obtention du diplôme de master

Spécialité: Mathématiques

Option: Equation aux Dérivées Partielles et Applications

Par:

Mihoune Nasrine

Intitulée:

Résolution numérique des équations aux dérivées partielles par différences finies

Soutenue publiquement le : 10/06/2015, devant le jury :

Mr. A.Memou	**Université de M'sila**	**Président**
Mr. A.Merzougui	**Université de M'sila**	**Rapporteur**
Mr. A.Benyattou	**Université de M'sila**	**Examinateur**

Promotion 2014/2015

Table des matières

Introduction

Notre compréhension des phénomènes du monde réel et notre technologie sont aujourd'hui en grande partie basées sur les équations aux dérivées partielles, qui seront notées en abrégé EDP dans la suite.

C'est en effet grâce à la modélisation de ces phénomènes au travers d'EDP que l'on a pu comprendre le rôle de tel ou tel paramètre, et surtout obtenir des prévisions parfois extrêmement précises.

Rares sont les situations réalistes pour lesquelles on sait calculer une solution analytique à la main. Pour aller plus loin dans la connaissance fine et « quantitative » des solutions d'une EDPs (dont l'analyse mathématique ne fournira en général que l'existence d'une solution, voire l'unicité et quelques propriétes qualitatives), nous sera amené à se tourner vers l'utilisation de méthodes numériques pour calculer une solution approchée. Le second objectif du travail est d'introduire le lecteur à la méthode de discrétisation la plus classique (et la plus simple) : la méthode des **différences finies** qui est la « mère » des méthodes de discrétisation plus élaborées. La mise en oeuvre de cette méthode est en général simple. Leur théorie ne l'est pas forcément et un des buts du cours est d'aborder - dans le cas des différences finies - les aspects théoriques des méthodes numériques, ce que l'on appelle l'analyse numérique. Nous introduirons en particulier les concepts de **consistance**, de **stabilité** et de **convergence** et les liens étroits entre ces trois notions. Le lecteur exigeant pourra s'offusquer de voir que nous avons choisi la plupart du temps de présenter et analyser les méthodes numériques sur les cas simples pour lesquels on saurait par exemple calculer la solution à la main. A nouveau, le but est pédagogique : il est bien clair qu'une méthode numérique doit bien marcher dans ces cas simples si on veut avoir une chance qu'elle marche dans les cas compliqués. Par ailleurs, sur ces cas simples, on arrive assez facilement à obtenir des résultats d'analyse numérique précis.

Notre travail est divisé en quatre chapitres, voici un esquisse du plan de ce travail

Le but de premier chapitre est d'introduire les outiles mathématiques est nécessaire pour une bonne compréhension de la suite des problèmes traités, ce chapitre est divisé en trois section dans la première on donne des définition sur les équations aux dérivées partielles est sont solution classique, la deuxième section parlé sur les méthodes numérique pour résoudre un problème d'EDP et la dernier section étudie l'existance et l'unicité d'un solution d'EDP.

Dans les chapitres qui suivant en traité les trois classes d'EDP avec des exemple à savoir : les équations elliptiques (qui servent typiquement à décrire des phénomènes d'équilibre en physique) pour les problèmes stationnaires, les équations paraboliques (qui permettent de décrire des phénomènes de diffusion) et les équations hyperboliques (qui permettent de décrire les phénomènes de propagation) pour les problèmes d'évolution.

Conclusion

Notre travail est intéressé sur la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. La méthode qui nous appliquant c'est la méthode des différences finies. La mise en œuvre a été faite en utilisant le langage Matlab. Le spectacle de résultat que la méthode de différence finie présente des avantages importants pour résoudre les EDP .

Bibliographie

[1] **A.Taik** : cours d'analyse numérique " Équations aux Dérivées Partielles Méthodes des Différences Finies ". 2008.

[2] **A.Sophie B.BenDhia, S.Fliss:** Introduction aux équations aux dérivées partielles et à leur approximation numérique, April 25, 2012.

[3] **B.Lucquin** : " Équations aux dérivées partielles et leurs approximations ". Niveau M1. Ellipses Édition Marketing S.A, 2004.

[4] **B Anaclet, N Rukundo :** Finite difference method for the resolution of some partial differential equations:a Matlab aproach ,Project submitted to obtain Bachelor's degree in Applied Mathematics, Huye, October 2009.

[5] **B. Helffer:** Introduction aux Equations aux Dérivées Partielles, Université Paris-Sud, Version de Janvier-Mai 2007.

[6] **D.CHRISTIAN** :cours d' EDP " Approximation des équations aux dérivees partielles par differences finies et volumes finies ". (2010/2011)

[7] **D CHRISTIAN:** methods d'approximation des equations aux derivees partielles, mémoire de Magister, Universit ´e de Cergy-Pontoise, Département de mathématique, 95302, Cergy-Pontoise, cedex France.

[8] **D.Manceau:** Résolution pratique des équations aux dérivées partielles.

[9] **D.M.Causon, C.G.Mingham**: Introductory finite difference methods for PDEs, ISBN 978-87-7681-642-1

[10] **E.Goncalvès** : cours d'analyse numérique" Résolution numérique, Discritisation des EDP et EDO ". Septembre 2005

[11] **L.Di Menza** : " Analyse numérique des équations aux dérivées partielles ". Cassini, paris, septembre 2009.

[12] **M.Schäfer** : " Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods ". Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006

Résumé

Dans ce travail on s'intéresse de trouver un solution numérique d'un équation aux dérivées partielles par un méthode rapide et simple c'est la méthode des différences finis qui basée sur la technique du développement en séries de Taylor qui permet d'approximer la valeur d'une fonction en un point et pour relier la solution exacte des équations continues à la solution exacte des équations discrétisées et à la solution numérique obtenue utilisant trois principales sont la convergence, la stabilité et la consistance.

Abstract

In this Works we are interested to find a numerical solution of partial differential equation with a quick and simple method is the finite déffirences method based on the technique development in Taylor series which allows the approximate value of a function at a point and to connect the exact solution of continuos equations to the exact solution of the discretized equations and numerical solution obtained using three main ones are convergence , stability and consistency

تلخيص

في هذا العمل نحن مهتمون لإيجاد الحل العددي للمعادلات التفاضلية الجزئية بطريقة سريعة وبسيطة هي طريقة الفروق المنتهية التي ترتكز على نشر تايلور الذي يسمح بتقريب قيمة دالة عند نقطة وربط الحل الدقيق للمعادلات مستمرة بالحل الدقيق للمعادلات المتقطعة و الحل العددي حيث يتم الحصول عليها باستخدام ثلاثة تقنيات رئيسية هي التقارب والاستقرار و الثبات