N° d'ordre :………………

جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

République **A**lgérienne **D**émocratique et **P**opulaire
Ministère de l'**E**nseignement **S**upérieur et
De la **R**echerche **S**cientifique

Université Mohamed Boudiaf **- M**'sila

Faculté des **S**ciences

Département de **P**hysique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

MASTER

Domaine : **Sciences de la matière**

Filière : **Physique**

Option **: Physique des particules a haute énergies**

Par

Djenaoui Imane

THEME

Les niveaux d'énergie atomique produit par le potentiel de Cornell au Quarkouniom dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions

Soutenue le : 04/06/2016

Devant le jury composé de :

Ali. GHOUMAID	MAA	Univ. de M'sila	Président
Abdelmadjid MAIRECHE	Prof	Univ. de M'sila	Rapporteur
Mourad. DEBBABI	MAA	Univ. de M'sila	Examinateur

Promotion Juin 2016


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيمِ

Table de matière

Introduction générale

Chapitre I :

La structure quantique de l'espace-phase non commutative

Chapitre II :

Etude d'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell dans l'espace ordinaire à 3 dimensions

Chapitre III :

L'étude de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel de Cornell dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions

Avant propos :

Mes remerciement vont tout premièrement , à ***ALLAH*** *le tout puissant de m'avoir donné courage et patience durant toutes ces années d'études .*

Je suis heureuse d'exprimer à Monsieur le professeur ***Abdelmadjid MAIRECHE****, Doyen de la Faculté des sciences, ma gratitude pour la confiance qu'il m'a accordé. Je le remercie d'avoir accepté la direction de ce travail ainsi que pour sa disponibilité et pour ces conseils et je remercie de m'avoir fait l'honneurs d'accepté d'évaluer mon travail de mémoire j'ai également été honoré de votre participation à mon jury de soutenance .*

Je souhaite également remercier les enseignants de département de physique ayant assurés mes années d'études

Aussi , je ne saurais jamais suffisant remercier ***mon père*** *,* ***ma mère ,mon époux****,* ***mes sœurs****,* ***mes frères****,* ***et tous ma famille Djenaoui et Charik*** *que je porte toujours avec moi dans ma pensée. Sans leurs confiances immenses en moi ,sans leurs aides et leurs amours ,je n'aurais pas pu aller au bout de mes projet.*

Imane DJENAOUI

Dédicaces:

A ma chère mère, la personne qui a beaucoup sacrifié pour moi

sans elle je n'aurais eu la volonté d'atteindre ce niveau ;

A qui j'ai appris le sens la persistance et l'ambition.

A qui m'a éduqué l'amour du travail et la patience pour obtenir le vœux.

A mon cher père que Dieu le tout puissant prolonge son âge.

A mon époux et mes frères et mes sœurs et tout la famille Djenaoui et la famille Charik.

A mes collègues de département de physique promotion

2015-2016

A tous mes amies surtout : Mouna, Abla, souhila, Assma, Meriem, Zahia et tous.

.. .. .. je dédie ce modeste travail

Imane DJENAOUI

Introduction générale

1- Généralité

La description du comportement de la matière et de la lumière, à l'échelle microscopique -l'échelle de Planck- fait par la mécanique quantique, ce qui est considéré comme une révolution scientifique majeure comme la relativité d'Eisenstein. Les études approfondi sur le comportement microscopique de la matière, durant le premier quart du dernier siècle, ont données des informations très importantes sur la façon dont la matière se comporte et a conduit ensuite à la formulation de la théorie quantique par Schrödinger, Heisenberg et Dirac [1-2].

Il existe des plusieurs phénomènes physiques à l'échelle microscopique ou la mécanique quantique, basé sur l'équation de Schrödinger, satisfait un grand sucées, par exemples : l'atome d'hydrogène, pour un potentiel purement Coulombien, et l'Oscillateur Harmonique. Actuellement, l'équation de Schrödinger développé par plusieurs méthodes : la méthode de Nikiforov-Uvarov, super-symétrique mécanique quantique, calcule numérique, intéraction asymptotique, l'approché de l'intégrale de chemin …etc. pour étudier les différents un modèles quantique, dans les différents domaines de la science atomique, nucléaire, moléculaire….etc [3-31].

En cas particulière l'équation de Schrödinger peut être décriée «Quarkouniom», qui considéré comme méson constitué d'un quark lourd $(u, d \text{ et } s)$ et son anti quark, $(\bar{u}, \bar{d} \text{ et } \bar{s})$ en basé sur le potentiel de Cornell à trois dimensions [32].

2 Le but principal :

L'objectif principal de ce travail est d'étudier l'équation de Schrödinger modifiée de Quarkouniom avec un potentiel de Cornell dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions pour approfondie l'étude S. M. Kuchin et N. V. Maksimenko présente dans l'article [32].

3- Représentation du mémoire :

Ce mémoire est constitué de trois chapitres sont structuré comme suit :

- **Chapitre I :**

Nous avons exposé quelques notions et hypothèses caractérisé la structure quantique et physique de l'espace-phase non commutatif,

- **Chapitre II :**

Nous avons présenté les résolutions de l'équation de Schrödinger sur le potentiel central de Cornell dans l'espace ordinaire à 3 dimensions.

- **Chapitre III :**

Nous avons étudié l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel de Cornell dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions, on plus on va calculer la correction en énergie.

Et en termine par une conclusion qui résume les résultats obtenus de notre travail.

Chapitre I :

La structure quantique de l'espace-phase non commutative

I.1. Introduction:

Dans ce chapitre on traité les postulats et les hypothèses caractérisé la structure quantique et physique de l'espace-phase non-commutatif, les éléments principales sont :

1-Rappelle sur la structure quantique ordinaire,

2-Les nouveaux postulats de l'espace-phase non-commutatif,

3- Produit star et ces propriétés, la formule de Moyal-Weyl

4-La méthode de Boopp's Shift et ces application pour un potentiel centrale spéciale de la forme $V(r) = ar - \frac{b}{r}$ qui connait par le potentiel de Cornell.

I.2. Rappelle sur la structure physique de la mécanique quantique ordinaire:

La naissance de la physique quantique environ 1900, lorsque Planck introduit la notion d''énergie $E = h\nu$ d'un quanta, ce bas est la première marche dans ce route de quantification, qui caractérisée par le constante $h \approx 6{,}6262.10^{-34}\, joul - seconde$. Actuellement, la mécanique quantique ordinaire est formulée sur l'espace des coordonnées et des moments qui sont considéré comme des opérateurs hermétiques (x_i, p_j) suivants **[1,2]** :

$$\begin{cases} [x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij} \\ [x_i, x_j] = 0 \\ [p_i, p_j] = 0 \end{cases} \qquad \text{(I-1)}$$

Ou $\hbar = \frac{h}{2\Pi}$ et δ_{ij} sont la constant de Planck réduit et le symbole ordinaire de Kronecker, respectivement, la structure présenté par (I-1) connue par les relations des commutations canonique (canonical commutation relations CCRs), les procédures de quantification satisfait par les deux principes fondamentales concernant l'énergie el l'impulsion E et p_i :

$$\begin{aligned} E &\to i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \\ p_i &\to \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^i} \end{aligned} \qquad \text{(I-2)}$$

En mécanique classique l'énergie d'une particule de masse m_0 soumise des forces produit par potentiel extérieurs $V(\vec{r}, t)$ est donnée par :

$$E = \frac{\vec{P}^2}{2m_0} + V(\vec{r}, t) \qquad \text{(I-3)}$$

Maintenant on applique les deux principes de quantification canonique présentée dans l'équation (I-2), on trouve directement:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta+V\left(\vec{r},t\right)\right]\Psi\left(\vec{r},t\right)=i\hbar\frac{\partial\Psi\left(\vec{r},t\right)}{\partial t} \qquad \text{(I-4)}$$

L'équation (I-4) connait par l'équation de Schrödinger dans l'espace-temps ordinaire, cette équation fondamentale basée sur les postulats présentés par (I-1). $\Psi\left(\vec{r},t\right)$ Est connue par la fonction d'onde, qui déterminer la probabilité de trouver d'une particule à l' instant t dans un volume d^3r entourant le point $\vec{r}$:

$$dP=\left|\Psi\left(\vec{r},t\right)\right|^2 d^3r \qquad \text{(I-5)}$$

Et Δ est l'opérateur Laplacien, en trois dimensions prendre l'expression suivant:

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad \text{(I-6)}$$

Le point fondamentale qui représente la déférence entre la mécanique classique et la mécanique quantique ordinaire est appelée relation d'incertitude d' Heisenberg :

$$\begin{aligned}\Delta x\Delta p_x &\geq \frac{\hbar}{2}\\ \Delta y\Delta p_y &\geq \frac{\hbar}{2}\\ \Delta z\Delta p_z &\geq \frac{\hbar}{2}\end{aligned} \qquad \text{(I-7)}$$

Une valeur très important caractérisée la mécanique quantique ordinaire, connait par la valeur moyenne d'un operateur $\hat{A}$ noté par $\langle a\rangle$, prendre les deux expressions dans le cas à deux et trois dimensions, respectivement :

$$\langle a\rangle=\int\Psi\left(\vec{r},t\right)^*\hat{A}\Psi\left(\vec{r},t\right)d^2r \qquad \text{(I-8)}$$

Et

$$\langle a\rangle=\int\Psi\left(\vec{r},t\right)^*\hat{A}\Psi\left(\vec{r},t\right)d^3r \qquad \text{(I-9)}$$

Avec l'élément de surface d^2r et l'élément de volume d^3r .

En mécanique quantique le moment angulaire global $\vec{J}$ est la somme des deux moments angulaire $\vec{L}$ et le moment de spin $\vec{S}$, donc [30,31]:

$$\vec{J}=\vec{L}+\vec{S} \qquad \text{(I-10)}$$

Ce qui permit de trouver le couplage spin-orbite $\vec{L}\vec{S}$ de la façon suivante [30,31]**:**

$$\vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2}[\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2] \qquad \text{(I-11)}$$

Les valeurs propres des operateurs $\vec{J}^2, \vec{L}^2$ et $\vec{S}^2$ en mécanique quantique $(c = \hbar = 1)$ **:**

$$\begin{aligned} \vec{J}^2\Psi &= j(j+1)\Psi \\ \vec{L}^2\Psi &= \ell(\ell+1)\Psi \\ \vec{S}^2\Psi &= s(s+1)\Psi \end{aligned} \qquad \text{(I-12)}$$

Les relations (I-11) et (I-12) permettent d'obtenir :

$$\vec{L}\vec{S}\Psi = \frac{1}{2}[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)]\Psi \qquad \text{(I-13)}$$

Avec $\left|l-\frac{1}{2}\right| \le j \le \left|l+\frac{1}{2}\right|$, ce qui permit de donnée deux valeurs possible :

$$\begin{cases} j = l + \frac{1}{2} \\ j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \qquad \text{(I-14)}$$

Si $j = l + \frac{1}{2}$ on dit que l'électron de spin up et si $j = l - \frac{1}{2}$, l'électron de spin down.

I.3. La structure quantique de l'espace-phase non-commutatif :

L'idée principale de la noncommutativité de l'espace introduit par H. Syndre en 1947, satisfait par nouveaux structure algébrique, connait par : les relations non commutatif canoniques des commutations suivant [33-36]:

$$\begin{aligned} [\hat{x}_i, \hat{p}_j] &= i\hbar\delta_{ij} \\ [\hat{x}_i, \hat{x}_j] &= i\hbar\theta_{ij} \\ [\hat{p}_i, \hat{p}_j] &= i\hbar\overline{\theta}_{ij} \end{aligned} \qquad \text{(I-15)}$$

Ou $(i, j = \overline{1, D})$ et D la dimensions de l'espace. Les deux paramètres $\left(\theta^{\mu\nu} =, \overline{\theta}^{\mu\nu}\right) \equiv -\left(\theta^{\nu\mu} =, \overline{\theta}^{\nu\mu}\right) = \varepsilon^{\mu\nu}\left(\theta, \overline{\theta}\right)$ sont deux tenseurs antisymétriques induits par la noncommutativité position-position et impulsion-impulsion, respectivement. Il est très important de noter les dimensions $\left(\theta^{\mu\nu} =, \overline{\theta}^{\mu\nu}\right)$ est

$\left((Lenngth)^2 = (\mathrm{Im}\, pulsion)^2\right)$ respectivement. L'espace –phase non commutatif est définie en terme d'un ensemble des générateur ($\hat{x}_i$ et $\hat{p}_i$) dits coordonnées et moments non commutatif:

$$\begin{aligned} x_i &\to \hat{x}_i = f(x_i, p_i) \\ p_i &\to \hat{p}_i = g(x_i, p_i) \end{aligned} \qquad \text{(I-16)}$$

Dans ce mémoire de master on sintérisé par l'espace-phase a trois dimensions *N=3*, donc les indices prendre les valeurs $\left(i, j = \overline{1,3}\right)$), dans ce cas particulière, les règles de commutations canonique devient :

$$\begin{cases} [\hat{x}_1, \hat{p}_2] = [\hat{x}_1, \hat{p}_3] = [\hat{x}_2, \hat{p}_3] = 0 \\ [\hat{x}_1, \hat{x}_2] = i\theta_{12} \\ [\hat{x}_1, \hat{x}_3] = i\theta_{13} \\ [\hat{x}_2, \hat{x}_3] = i\theta_{23} \end{cases} \qquad \text{(I-17)}$$

Et

$$\begin{cases} [\hat{x}_1, \hat{p}_1] = [\hat{x}_2, \hat{p}_2] = [\hat{x}_3, \hat{p}_3] = i, \\ [\hat{p}_1, \hat{p}_2] = i\bar{\theta}_{12} \\ [\hat{p}_1, \hat{p}_3] = i\bar{\theta}_{13} \\ [\hat{p}_2, \hat{p}_3] = i\bar{\theta}_{23} \end{cases} \qquad \text{(I-18)}$$

Remarque :

Les relations (I-17) et (I-18) écriées en système d'unité naturelle (*c=ħ=1*).

Dans l'espace-phase non commutatif la construction des théories de jauge se fait de la même manière qu'en théorie de jauge sur un espace ordinaire,

1 -Les champs ordinaires remplacés par les champs non commutatifs,

2-Le produit ordinaire remplacé par le nouveaux produit connait par le produit de Moyal-Weyl (produit star).

Il très important de noter que les relations de commutation dans l'espace non commutatif, satisfait par nouveaux produit connue par le produit star.

I.4.La théorie de jauge

En 1919, le terme 'jauge' est introduit a la première fois par Harman Weyl dans le cadre d'unifier l'électromagnétisme et la gravitation. Mais par la suite, Weyl donna en 1929 le premier exemple d'une théorie de jauge locale basée sur le groupe $U(1)$. L'idée a été généralisée par Dirac, puis Yang et Mills en utilisant des groupes plus grands que $U(1)$, ce sont les groupes $SU(2)$ et $SU(3)$.

I.4.1. Rappelle sur les groupes :

La théorie des groupes joue un rôle fondamental en théorie quantique des champs, parce que toutes les transformations considérées forment des groupes. Le plus souvent même des groupes de Lie. Soit G un ensemble, et * une application de $G \times G$ [34-38]:

$$\begin{cases} * : G \times G \to G, \\ (g_1, g_2) \to g_1 * g_2 \end{cases} \quad \text{.........(I-19)}$$

Le couple $(G,*)$ est construit un groupe si les axiomes suivants sont satisfaits :

a-La relation de L'associativité :

$$(g_1 * g_2) * g_3 = g_1 * (g_2 * g_3) \quad \text{.........(I-20)}$$

b- La relation de L'élément neutre :

$$\exists\, e \in G, \quad e*g = g*e = g \quad ; \ \forall g \in G \quad \text{.........(I-21)}$$

c- La relation de L'élément inverse :

$$\forall g \in G, \exists g^{-1} \in G, g^{-1} * g = g * g^{-1} = e \quad \text{.........(I-22)}$$

Si g_1 et g_2 sont des éléments de G, le groupe sera qualifiée abélienne si la relation suivant est satisfait :

$$g_1 * g_2 = g_2 * g_1 \quad \text{.........(I-23)}$$

I.5.Le produit star :

I.5.1.Formule de Moyal-Weyl :

Le formalisme du produit star initie pour Harman Weyl et Wigner pour permettre une description de la mécanique quantique en termes d'espace phases **[9].** La quantification de Weyl est une technique utilisée pour décrire la mécanique quantique à partir de l'espace de phase de la mécanique classique, c'est une prescription qui nous permet d'associer un opérateur quantique à une fonction classique qui dépend des variable de l'espace de phase (variable canonique).

Soit f(x) une fonction quelconque définie sur l'espace phase**,** pour chaque fonction f(x) on note $\widetilde{f}$ (k) transformation de Fourier **[11, 5,6] :**

$$\begin{cases} f(x) = (2\pi)^{\frac{-D}{2}} \int d^D\, k\, e^{ik_m x_m} \widetilde{f}\,(k) \\ \tilde{f}(k) = (2\pi)^{\frac{-D}{2}} \int d^D l e^{il_m \hat{x}_m}\, f(x) \end{cases} \quad \text{.........(I-24)}$$

f devient en opérateur de Weyl :

$$w(f) = (2\pi)^{\frac{-D}{2}} \int d^D k e^{ik_m \hat{x}_m} \tilde{f}\ (k) \quad \text{.........(I-25)}$$

$$w(g) = (2\pi)^{\frac{-D}{2}} \int d^D l e^{il_n \hat{x}_n} \tilde{g}\ (l) \quad \text{.........(I-26)}$$

On multiplie les opérateurs w(f) et w(g) pour donnée d'autres opérateurs :

$$w(f).w(g) = w(f * g) \quad \text{.........(I-27)}$$

$$w(f).w(g) = (2\pi)^{-D} \int d^D k d^D l\, e^{ik_m \hat{x}^m} e^{il_n \hat{x}^n} \tilde{f}\,(k)\tilde{g}(l) \quad \text{.........(I-28)}$$

En utilisant la formule de Campbell-Baker-Hausdorff **[8, 1,2] :**

$$e^A e^B = e^{A+B+\frac{1}{2}[A,B]+\frac{1}{12}[[A,B],B]-\frac{1}{12}[[A,B],A]\ldots\ldots}$$

Valable pour les opérateurs A et B tel que **[1] :**

$$[A,[A,B]] = [B,[A,B]] = 0 \quad \text{.........(I-29)}$$

Donc :

$$w(f).w(g) = (2\pi)^{-D} \int d^D k d^D l\, e^{i(k_m + l_n)\hat{x}^m - \frac{i}{2}k_m l_n \theta^{mn}} \tilde{f}\,(k)\tilde{g}(l)$$

$$= w(f * g) \quad \text{.........(I-30)}$$

Et (f*g) c'est la fonction de $Moyal - Weyl$:

$$w(f * g) = w\left[(2\pi)^{-D} \int d^D k d^D l [e^{\frac{i\theta^{mn}}{2}\frac{\partial}{\partial x^m}\frac{\partial}{\partial y^n}} e^{ik_m \hat{x}^m + il_n y^n}]\tilde{f}(k)\tilde{g}(l)\right]$$

$$= w\left[e^{\frac{i}{2}\theta^{mn}\frac{\partial}{\partial x^m}\frac{\partial}{\partial y^n}} f(x)g(y)\right] \quad \text{.........(I-31)}$$

$$(f * g) = \left[e^{\frac{i}{2}\theta^{mn}\frac{\partial}{\partial x^m}\frac{\partial}{\partial y^n}} f(x)g(y)\right]|_{Y\to X} \quad \text{.........(I-32)}$$

Donc

$$(f * g)(\mathrm{x,p}) = (fg)(x,p) + \frac{i}{2}\theta^{mn}\frac{\partial}{\partial x^m} f(x,p)\frac{\partial}{\partial x^n} + O(\theta^2) \quad \text{.........(I-33)}$$

$$+\frac{i}{2}h\bar{\theta}^{mn}\frac{\partial}{\partial p^m} f(x,p)\frac{\partial}{\partial p^n} g(x,p) + 0(\bar{\theta}^2)$$

$\left(f(x,p) * g(x,p)\right)$ Représenté le nouveaux produit en mécanique quantique non commutatif.

I.5.2.Propriétés du produit star:

Le produit star vérifie les déférentes propriétés suivant **[9, 5] :**

a)-Non commutatif :

$f(x,p) * g(x,p) \neq g(x,p) * f(x,p)$ ……………………………………………….…………...….(I-34)

b)-Associatif :

$\big(f(x,p) * g(x,p)\big) * h(x,p) = f(x,p)(g(x,p) * h(x,p))$ ………………………….…………(I-35)

c)-La relation du complexe conjugué

$(f(x,p) * g(x,p))^* = f(x,p)^* * g(x,p)^*$ ……………………………………………………(I-36)

d)-La relation d'intégrale :

$\int d^D x(f * g)(x,p) = \int d^D\, x\, (g * f)(x,p) = \int d^D x f(x,p) g(x,p)$ ……………………………..(I-37)

e)-Permutation cyclique :

$\int d^D x(f * g * h)(x,p) = \int d^D\, (h * f * g) = \int d^D\, x(f * h * g)$ ……………………...……(I-38)

f)-Satisfait la règle de Leibniz :

$\partial_\mu(f * g) = \partial_\mu f * g + f \partial_\mu g$ ………...…………………………………………………..(I-39)

I.6. La Méthode de Boopp's Shift:

Pour écrire l'équation de Schrödinger dans l'espace-phase non-commutatif, on applique les étapes suivant :

1-On remplace la fonction d'onde ordinaire $\Psi(\vec{r},t)$ par nouveaux fonction d'onde $\hat{\Psi}(\hat{\vec{r}},t)$,

2- On remplace l'operateur d'Hamiltonien ordinaire $H(p_i, x_i)$ par nouveaux opérateur $\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$,

3- On remplace l'énergie ordinaire E par nouveaux valeur E_{nc},

4-On remplace le produit ordinaire par le produit star.

Les quatre étapes permirent d'obtenteur l'équation de Schrödinger dans l'espace-phase non-commutatif

$\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) * \hat{\Psi}(\hat{\vec{r}},t) = E_{nc} \hat{\Psi}(\hat{\vec{r}},t)$ ………………………………………………………………............(I-40)

La fonction d'onde $\hat{\Psi}(\hat{\vec{r}},t)$ est peut être écrié

$\hat{\Psi}(\hat{\vec{r}},t) = \hat{\Psi}(\hat{\vec{r}}) f(t)$ ……………………………………………………………………………(I-41)

Ce la permit de simplifier l'équation (I-40) :

$\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) * \hat{\Psi}(\hat{\vec{r}}) = E_{nc} \hat{\Psi}(\hat{\vec{r}})$ ……….……………………………………………………..……(I-42)

La méthode Boopp's Shift permit de traité l'équation de Schrödinger déformée (I-42) comme une équation ordinaire a condition d'appliquée les deux translations :

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i)\Psi(\vec{r}) = E_{nc}\Psi(\vec{r}) \quad \text{...(I-43)}$$

Avec l'operateur d'Hamiltonien $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$ peut être écrié en trois variétés :

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_i = p_i - \frac{\bar{\theta}^{ij}}{2} x_j \,,\, \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right) \quad \text{pour} \quad \text{NC-ND:RSP} \quad \text{.........................(I-44)}$$

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_i = p_i, \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right) \quad \text{pour} \quad \text{NC-ND:RS} \quad \text{.........................(I-45)}$$

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_i = p_i - \frac{\bar{\theta}^{ij}}{2} x_j \,,\, \hat{x}_i = x_i\right) \quad \text{pour} \quad \text{NC-ND:RP} \quad \text{.........................(I-46)}$$

C'est-à-dire, les variétés (I-44), (I-45) et (I-46) correspond :

$$\begin{cases} p_i \to \hat{p}_i = p_i - \dfrac{\bar{\theta}^{ij}}{2} x_j \\ x_i \to \hat{x}_i = x_i - \dfrac{\theta^{ij}}{2} p_j \end{cases} \quad \text{...(I-47)}$$

Et

$$\begin{cases} p_i \to \hat{p}_i = p_i \\ x_i \to \hat{x}_i = x_i - \dfrac{\theta^{ij}}{2} p_j \end{cases} \quad \text{...(I-48)}$$

Et

$$\begin{cases} p_i \to \hat{p}_i = p_i - \dfrac{\bar{\theta}^{ij}}{2} x_j \\ x_i \to \hat{x}_i = x_i \end{cases} \quad \text{...(I-49)}$$

Notre travaille est fait dans l'espace-phase non commutatif a trois dimensions, on introduit les notations :

$$\begin{cases} i = 1 & \hat{x}_1 = \hat{x} & p_1 = p_x \\ i = 2 & \hat{x}_2 = \hat{y} & p_2 = p_y \\ i = 3 & \hat{x}_3 = \hat{z} & p_3 = p_z \end{cases} \quad \text{...(I-50)}$$

Et la relation (I-47) peut être écrierai explicitement dans l'espace-phase non commutatif a trois dimensions

$$\begin{cases}\hat{x}_1 = x_1 - \frac{\theta^{12}}{2}p_2 - \frac{\theta^{13}}{2}p_3\\ \hat{x}_2 = x_2 - \frac{\theta^{21}}{2}p_1 - \frac{\theta^{23}}{2}p_3\\ \hat{x}_3 = x_3 - \frac{\theta^{31}}{2}p_1 - \frac{\theta^{32}}{2}p_2\end{cases} \qquad \text{(I-51)}$$

Et

$$\begin{cases}\hat{p}_1 = p_1 - \frac{\bar{\theta}^{12}}{2}x_2 - \frac{\bar{\theta}^{13}}{2}x_3\\ \hat{p}_2 = p_2 - \frac{\bar{\theta}^{21}}{2}x_1 - \frac{\bar{\theta}^{23}}{2}x_3\\ \hat{p}_3 = p_3 - \frac{\bar{\theta}^{31}}{2}x_1 - \frac{\bar{\theta}^{32}}{2}x_2\end{cases} \qquad \text{(I-52)}$$

Avec la carré de $\hat{r}^2$ et $\hat{p}^2$ sont donné par :

$$\begin{aligned}\hat{r}^2 &= \sum_{i=1}^{3}\hat{x}_i^{\,2}\\ \hat{p}^2 &= \sum_{i=1}^{3}\hat{p}_i^{\,2}\end{aligned} \qquad \text{(I-53)}$$

La méthode de Boopp's Shift est considéré comme une conséquence direct du produit star elle permit de traité l'équation de Schrödinger déformé comme une équation ordinaire, de la façon suivant :

$$\left(\frac{\overset{\leftrightarrow}{\hat{p}}^2}{2m_0} + \hat{V}(\hat{x})\right) * \hat{\Psi}(\hat{x}) = E_{nc}\hat{\Psi}(\hat{x}) \rightarrow \left(\frac{\overset{\leftrightarrow}{\hat{p}}^2}{2m_0} + V(\hat{x})\right)\Psi(x) == E_{nc}\Psi(x) \qquad \text{(I-54)}$$

On basé sur les travaux scientifique [48-53], pour écriée les deux opérateurs $\hat{r}^2$ et $\hat{p}^2$ dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions:

$$\begin{cases}\hat{r}^2 = r^2 - \vec{L}\vec{\Theta}\\ \frac{\hat{p}^2}{2m_0} = \frac{p^2}{2m_0} + \frac{\vec{L}\vec{\bar{\theta}}}{2m_0}\end{cases} \qquad \text{(I-55)}$$

Avec les notations :

$$\begin{cases}L\Theta = L_x\Theta_1 + L_y\Theta_2 + L_z\Theta_3\\ \vec{L}\vec{\bar{\theta}} = L_x\bar{\theta}_{12} + L_y\bar{\theta}_{23} + L_z\bar{\theta}_{13}\end{cases} \qquad \text{(I-56)}$$

et $\Theta = \frac{\theta}{2}$.

I.7. Application sur le potentiel de Cornell :

On applique les notions du paragraphe précédent sur le potentiel $V(r) = ar - \frac{b}{r}$, ce potentiel connait par le potentiel de Cornell, ce potentiel composé en deux termes :

-Terme colombien $V_1(r) = -\frac{b}{r}$

-Terme linéaire $V_2(r) = ar$

L'opérateur Hamiltonien $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i} = p_i - \frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j, \hat{x}_\mathrm{i} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right)$ correspond, dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions :

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i} = p_i - \frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j, \hat{x}_\mathrm{i} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right) = \frac{\hat{p}^2}{2m_0} + \mathrm{V}(\hat{\mathrm{r}}) \qquad \text{.......................................(I-57)}$$

Avec :

$$V(\hat{r}) = a\hat{r} - \frac{b}{\hat{r}} \qquad \text{...(I-58)}$$

Et

$$\frac{\hat{p}^2}{2m_0} = \frac{p^2}{2m_0} + \frac{\vec{L}\vec{\overline{\theta}}}{2m_0} \text{...(I-59)}$$

Les résultants de l'équation (I-55) permit de calculer les deux termes $a\hat{r}$ et $\frac{b}{\hat{r}}$:

$$\begin{aligned} a\hat{r} &= ar + a\frac{\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}}{2r} \\ \frac{b}{\hat{r}} &= \frac{b}{r} + b\frac{\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}}{2r^3} \end{aligned} \qquad \text{...(I-60)}$$

Donc le potentiel $\mathrm{V}(\hat{\mathrm{r}})$ est :

$$\mathrm{V}(\hat{\mathrm{r}}) = \mathrm{V}(\mathrm{r}) + \left(\frac{a}{2r} - \frac{b}{2r^3}\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} \text{...(I-61)}$$

La combinaison entre deux équations (I-59) et (I-61) permit d'obtenir donné $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i} = p_i - \frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j, \hat{x}_\mathrm{i} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right)$ de la façon suivant:

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i} = p_i - \frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j, \hat{x}_\mathrm{i} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right) = ar - \frac{b}{r} + \frac{p^2}{2m_0} + \frac{\vec{\mathbf{L}}\vec{\overline{\boldsymbol{\theta}}}}{2m_0} + \left(\frac{a}{2r} - \frac{b}{2r^3}\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} \text{..........................(I-62)}$$

L'opérateur $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i} = p_i - \frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j, \hat{x}_\mathrm{i} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right)$ est la somme deux operateurs $H(p_i, x_i)$ et $H_{pert}(p_i, x_i)$

$$H(p_i, x_i) = \frac{p^2}{2m_0} + ar - \frac{b}{r} \qquad \text{(I-63)}$$

Et

$$H_{pert} = \frac{\vec{\mathbf{L}}\vec{\vec{\boldsymbol{\theta}}}}{2m_0} + \left(\frac{a}{2r} - \frac{b}{2r^3}\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} \qquad \text{(I-64)}$$

Chapitre II :

Etude d'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell dans l'espace ordinaire à trois dimensions

II.1.Introduction :

Il est bien connu que pour étudier un modèle quantique, dans les différents domaines de la science atomique, nucléaire, moléculaire, nous avons besoin de résoudre l'équation non relativiste de Schrödinger par différents méthodes : la méthode de Nikiforov-Uvarov, mécanique quantique super-symétrique, calcule numérique, interaction asymptotique, l'approché de l'intégrale de chemin …etc.

Dans ce chapitre on va résumer les solutions de l'équation de Schrödinger pour un potentiel central de «Quarkonium», qui connue par ((potentiel de Cornell)) à trois dimensions et on déduit les fonctions d'ondes et les énergies correspondants à l'état fondamentales et le premier état excité.

Le Quarkonium est un méson constitué d'un quark lourd $(u, d \text{ et } s)$ et son anti quark, $(\bar{u}, \bar{d} \text{ et } \bar{s})$, donc pour modéliser les potentiels d'interaction des systèmes quark-antiquark on utilise généralement les potentiels de « Hold-type » mais dans ce mémoire on va utiliser l'un de ces potentiels c'est le potentiel de Cornell.

II.2. Etude de l'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell dans l'espace -ordinaire à trois dimensions :

En générale l'équation de Schrödinger est une équation de deuxième ordre par rapport aux coordonnées du système et de premier ordre par rapport au temps, peut être obtenir, si on applique les principes de quantification canonique[1-2] :

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{Et} \quad p_i \rightarrow \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x^i} \quad \text{(II-1)}$$

L'équation de Schrödinger, donc:

$$H\psi(\vec{r}, t) = E\psi(\vec{r}, t) \quad \text{(II-2)}$$

Ou E repèrent l'énergie total du system et H est l'opérateur Hamiltonien, qui donnée par :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta + V(r, t) \quad \text{(II-3)}$$

L'operateur Laplacien Δ s'écrit dans les coordonnées sphériques (r, θ, φ):

$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \quad \text{(II-4)}$$

Et μ est la masse réduit du système physique étudie, composé par quark et anti quark de masses m_q *et* $m_{\bar{q}}$, respectivement [32] :

$$\mu = \frac{m_q m_{\bar{q}}}{m_q + m_{\bar{q}}} \quad \text{(II-5)}$$

Le potentiel de Cornell est un potentiel central décrie les interactions entre quark et anti quark sous la forme suivante [32] :

$$V(r) = ar - \frac{b}{r} \quad \text{(II-6)}$$

Où a et b sont des constantes positives, ar est le terme linéaire et $-\frac{b}{r}$ est le terme coulombien. Dans l'espace ordinaire à trois dimensions la formulation mathématique plus facile dans l'étude actuelle est

II.2.1.Le moment orbital :

Les trois composantes (L_x, L_y, L_z) de l'expression analytique du moment cinétique orbital $\vec{L}$:

$$\vec{L} = \begin{cases} L_x = yp_z - zp_y \\ L_y = zp_x - xp_z \\ L_z = xp_y - yp_x \end{cases} \quad \text{(II-7)}$$

On remplace les composantes p_x, p_y et p_z par $\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y}$ et $\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z}$, respectivement, pour trouver :

$$\begin{cases} L_x = \frac{\hbar}{i}\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right) \\ L_y = \frac{\hbar}{i}\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right) \\ L_z = \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) \end{cases} \quad \text{(II-8)}$$

Les composantes L_x, L_y, L_z de $\vec{L}$ en coordonnées sphérique (r, θ, φ)

$$\begin{cases} L_x = i\hbar\left(\sin\theta\dfrac{\partial}{\partial\theta}+\dfrac{\cos\varphi}{tg\theta}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\right) \\ L_y = -i\hbar\left(-\cos\varphi\dfrac{\partial}{\partial\theta}+\dfrac{\sin\varphi}{tg\theta}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\right) \\ L_z = \dfrac{\hbar}{i}\left(\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\right) \end{cases} \quad \text{...} \text{(II-9)}$$

Ce qui donne L^2 en coordonnées sphériques:

$$L^2 = -\hbar^2\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{(\sin\theta)^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right) \text{...} \text{(II-10)}$$

$$\hat{L}^2\psi(r,\theta,\varphi) = \hbar^2 l(l+1)\psi(r,\theta,\varphi)$$

Alors :

$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)-\frac{\hat{L}^2}{\hbar^2 r^2} \text{...} \text{(II-11)}$$

Donc l'équation de Schrödinger devient :

$$\left\{\frac{-\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]-V(r)\right\}\psi(r,\theta,\varphi) = E\psi(r,\theta,\varphi) \text{....................} \text{(II-12)}$$

Ou bien :

$$\left\{\frac{-\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{r^2\sin\theta}\left[\sin\theta\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]-ar+\frac{b}{r}\right\}\psi(r,\theta,\varphi) = E\psi(r,\theta,\varphi) \text{.........} \text{(II-13)}$$

On peut maintenant écrire les solutions sous la forme d'un produit d'une fonction radiale $R_{n,l}(r)$ et d'une fonction angulaire $Y_l^{m_l}(\theta,\varphi)$:

$$\psi_{n,l,m_l}(r,\theta,\varphi) = R_{n,l}(r)Y_l^{m_l}(\theta,\varphi) \text{..} \text{(II-14)}$$

$R_{n,l}(r)$: Fonction radiale dépend seulement de rayon

$Y_l^{m_l}(\theta,\varphi)$: Fonction angulaire appelée aussi harmonique sphérique dépend de θ et φ

Le potentiel de Cornell est un potentiel de symétrie sphérique, on remplace la fonction d'onde présenté par (II-14) dans l'équation (II-13) pour l'équation de Schrödinger en fonction de $R_{nl}(r)$ [32]:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR_{n,l}}{dr}\right)+\left[2\mu\left(E-V(r)\right)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]R_{n,l}(r)=0 \quad \text{(II-15)}$$

On introduit une nouvelle fonction d'onde radiale $X_{nl}(r)$:

$$X_{nl}(r)=rR_{nl}(r) \quad \text{(II-16)}$$

Qui satisfait la condition de normalisation:

$$\int_0^\infty |X_{nl}(r)|^2\,dr=1 \quad \text{(II-17)}$$

On réécrire l'équation (II-15) comme suit :

$$X''_{nl}(r)+\left[2\mu(E-V(r))-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]X_{nl} \quad \text{(II-18)}$$

Avec:

$$X''_{nl}(r)=\frac{d^2}{dr^2}X_{nl}(r) \quad \text{(II-19)}$$

On introduit maintenant le potentiel Cornell dans l'équation (II-18) on obtient :

$$X''_{nl}(r)+2\mu\left[\left(E-ar+\frac{b}{r}\right)-\frac{l(l+1)}{2\mu r^2}\right]X_{nl}(r)=0 \quad \text{(II-20)}$$

On pose le changement de variable $x=\frac{1}{r}$ dans l'équation (II-20) on trouve alors :

$$\frac{d^2X_{n,l}(x)}{dx^2}+\frac{2x}{x^2}\frac{dX_{n,l}}{dx}+\frac{2\mu}{x^4}\left(E-\frac{a}{x}+bx-\frac{\gamma}{2\mu}x^2\right)X_{n,l}(x)=0 \quad \text{(II-21)}$$

Et $\gamma=l(l+1)$. L'énergie et la fonction d'onde obtiennent par la méthode Nikiforov-Uvarov [32]:

$$E_{n,l} = \frac{3a}{\delta} - \frac{2\mu\left(b+\frac{3a}{\delta^2}\right)^2}{\left[(2n+1)\pm\sqrt{1+4l(l+1)+\frac{8\mu}{\delta^3}}\right]^2} \quad \text{...(II-22)}$$

Et

$$\mathrm{X}_{n,l}(x) = N_{nl}\, x^{\frac{B}{\sqrt{2A}}} e^{\frac{\sqrt{2A}}{x}} \frac{d^n}{dx^n}\left(x^{2n} x^{\frac{-2B}{\sqrt{2A}}} e^{-\frac{2\sqrt{2A}}{x}}\right) \quad \text{...(II-23)}$$

Donc la fonction radiale $R_{nl}(r)$ devient de la forme suivant :

$$R_{nl}(r) = N_{nl}\, r^{-\frac{B}{\sqrt{2A}}-1} e^{\sqrt{2A}r}\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)^n\left(r^{-2n+\frac{2B}{\sqrt{2A}}} e^{-2\sqrt{2A}r}\right) \quad \text{... (II-24)}$$

Tel que :

$$\begin{aligned} A &= -\mu\left(E-\frac{3a}{\delta}\right) \\ B &= \mu\left(b+\frac{3a}{\delta^2}\right) \end{aligned} \quad \text{... (II-25)}$$

Avec $\delta = \frac{1}{r_0}$, r_0 est le rayon caractéristique de méson et $n = 0,1,2, \ldots$

<u>Remarque</u> : Si $a = 0$ on obtient la solution d'équation de Schrödinger pour potentiel coulombien.

Maintenant, on résume les différents résultats obtenir pour l'étal fondamental et le premier état excité

II.2.2 La fonction d'onde et l'énergie pour l'étal fondamental :

La fonction d'onde $\psi^{(0)}(\vec{r})$ et l'énergie E_{0l} correspondant l'état fondamental est résumé par, respectivement :

$$\psi^{(0)}(\vec{r}) = N_{0l}\, r^{\frac{B}{\sqrt{2A}}-2} e^{-2\sqrt{2A}r} Y_l^m(\theta,\varphi) \quad \text{... (II-26)}$$

Et

$$E_{0l}=\frac{3a}{\delta}-\frac{2\mu\left(b+\frac{3a}{\delta^2}\right)^2}{\left[\pm\sqrt{1+4l(l+1)+\frac{8\mu a}{\delta^3}}\right]^2}\qquad \text{(II-27)}$$

II.2.3 La fonction d'onde et l'énergie pour le premier état excité :

La fonction d'onde $\psi^{(1)}(\vec{r})$ et l'énergie E_{1l} correspondant premier état excité est résumé par :

$$\psi^{(1)}(\vec{r})=N_{1l}\left(-\eta r^{\frac{B}{\sqrt{2A}}-3}+\sigma r^{\frac{B}{\sqrt{2A}}-1}\right)e^{-2\sqrt{2A}r}Y_l^m(\theta,\varphi)\qquad \text{(II-28)}$$

Et

$$E_{1l}=\frac{3a}{\delta}-\frac{2\mu\left(b+\frac{3a}{\delta^2}\right)^2}{\left[3\pm\sqrt{1+4l(l+1)+\frac{8\mu a}{\delta^3}}\right]^2}\qquad \text{(II-29)}$$

Ou $\eta=\left(-2+\frac{2B}{\sqrt{2A}}\right)$ et $\sigma=2\sqrt{2A}$.

Chapitre III :

L'étude de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel de Cornell dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions

III.1 Introduction :

L’objectif de ce chapitre, est l’étude de l’équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel de Cornell dans l’espace-phase non commutatif à trois dimensions, on applique la méthode de Boopp’s Shift au lieu de résoudre l’équation de Schrödinger modifiée directement en utilisant le produit star et le théorème de perturbation pour trouver les corrections des énergies correspondant aux états excité fondamentale et première état excité

III.2. L’opérateur d’ Hamiltonien pour le potentiel de Cornell dans l’espace-phase non commutatif (NC : 3D-RSP) :

On a vu dans le premier chapitre, que le potentiel de Cornell $V(r)=ar-\frac{b}{r}$ peut être considéré la somme des deux parties[32]:

-$V_1(r)=ar$: Cette partie est responsable aux interactions des quarks à grandes distances,

-$V_2(r)=-\frac{b}{r}$: Cette partie est responsable aux interactions des quarks à petite distances.

Ce potentiel traité dans le cadre de l’équation de Schrödinger modifiée en utilisant la méthode de Boopp’s Shift, présenté par l’équation (I-43) dans le chapitre I, au lieu de résoudre directement l’équation de Schrödinger modifiée par le produit star (I-44). Donc L’expression explicite de l’équation de Schrödinger devient maintenant sous la forme suivant :

$$H_{nc-cp}\left(\hat{p}_i=p_i-\frac{\bar{\theta}^{ij}}{2}x_j\,,\hat{x}_i=x_i-\frac{\theta^{ij}}{2}p_j\right)\Psi(\vec{r})=E_{nc-cp}\Psi(\vec{r}) \quad \text{(III-1)}$$

L’opérateur de Hamiltonien $H_{nc-cp}\left(\hat{p}_i=p_i-\frac{\bar{\theta}^{ij}}{2}x_j\,,\hat{x}_i=x_i-\frac{\theta^{ij}}{2}p_j\right)$ dans l’espace-phase non commutatif à trois dimensions peut être écrit sous la forme suivant :

$$H_{nc-CP}\left(\hat{p}_i=p_i-\frac{\bar{\theta}^{ij}}{2}x_j\,,\hat{x}_i=x_i-\frac{\theta^{ij}}{2}p_j\right)=ar-\frac{b}{r}+\frac{p^2}{2m_0}+\left(\frac{b}{2r^3}-\frac{a}{2r}\right)\vec{L}\vec{\Theta}+\frac{1}{2m_0}\vec{L}\vec{\bar{\theta}} \quad \text{(III-2)}$$

On peut diviser l’équation (III-2) en deux termes principaux :

1-Le première terme est L’Hamiltonien $H_{cp}(\hat{p}_i=p_i\,,\hat{x}_i=x_i)$ correspond le potentiel $V(r)=ar-\frac{b}{r}$ dans l’espace ordinaire commutatif.

$$H_{cp}\left(\hat{p}_{i}=p_{i}, \hat{x}_{i}=x_{i}\right)=ar-\frac{b}{r}+\frac{p^{2}}{2m_{0}} \quad \text{(III-3)}$$

2- la deuxième terme est L'Hamiltonien noté par $H_{pert-cp}\left(\hat{p}_{i}=p_{i}-\frac{\bar{\theta}^{ij}}{2}x_{j}, \hat{x}_{i}=x_{i}-\frac{\theta^{ij}}{2}p_{j}\right)$, est représente les contrebutions produit par les propriétés induit par de l'espace-phase non commutatif :

$$H_{pert-cp}\left(\hat{p}_{i}=p_{i}-\frac{\bar{\theta}^{ij}}{2}x_{j}, \hat{x}_{i}=x_{i}-\frac{\theta^{ij}}{2}p_{j}\right)=\left(\frac{b}{2r^{3}}-\frac{a}{2r}\right)\vec{L}\vec{\Theta}+\frac{1}{2m_{0}}\vec{L}\vec{\bar{\theta}} \quad \text{(III-4)}$$

D'après l'équation (I-55), on rappeler par les deux-couplages $\mathbf{L}\Theta$ et $\vec{\mathbf{L}}\vec{\bar{\boldsymbol{\theta}}}$, qui sont donnée par [48-53]:

$$\mathbf{L}\Theta \equiv L_{x}\Theta_{12}+L_{y}\Theta_{23}+L_{z}\Theta_{13} \quad \text{(III-5)}$$

Et

$$\vec{\mathbf{L}}\vec{\bar{\boldsymbol{\theta}}} \equiv L_{x}\bar{\theta}_{12}+L_{y}\bar{\theta}_{23}+L_{z}\bar{\theta}_{13} \quad \text{(III-6)}$$

Et le paramétrer $\Theta \equiv \frac{\boldsymbol{\theta}}{\mathbf{2}}$, et les composantes L_{x}, L_{y} et L_{z} :

$$\begin{cases} L_{x}=yp_{z}-zp_{y} \\ L_{y}=\mathrm{z}\mathrm{p}_{\mathrm{x}}-\mathrm{x}\mathrm{p}_{\mathrm{z}} \\ L_{z}=xp_{y}-yp_{x} \end{cases} \quad \text{(III-7)}$$

III.3. L'opérateur Spin-Orbite d' Hamiltonien pour le potentiel de Cornell dans l'espace-phase Non Commutatif (NC: 3D-RSP):

D'après, les formes mathématiques du 2-couplages $\mathbf{L}\Theta$ et $\vec{\mathbf{L}}\vec{\bar{\boldsymbol{\theta}}}$, observé dans les équations (III-5) et (III-6), elle est possible physiquement de remplacé $\vec{L}\vec{\Theta}$ et $\vec{L}\vec{\bar{\theta}}$ par $\alpha\Theta\vec{S}\vec{L}$ et $\alpha\bar{\theta}\vec{S}\vec{L}$:

$$\begin{aligned} &\mathbf{L}\Theta \rightarrow \alpha\Theta\vec{S}\vec{L} \\ &\vec{\mathbf{L}}\vec{\bar{\boldsymbol{\theta}}} \rightarrow \alpha\bar{\theta}\vec{S}\vec{L} \end{aligned} \quad \text{(III-8)}$$

Avec $\vec{S}$ et α sont le spin de système quarkonium et constante ordinaire de proportionnalité, respectivement. Ce qui permit de réécrire l'équation (III.4) comme suivant :

$$H_{pert-cp}\left(\hat{p}_i = p_i - \frac{\overline{\theta}^{ij}}{2} x_j \,, \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right) \equiv H_{pert-cp}\left(r, \Theta, \overline{\theta}\right) = \alpha\left[\Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\overline{\theta}}{2m_0}\right]\vec{L}\vec{S} \quad \text{...............(III-9)}$$

En mécanique quantique ordinaire, les ensembles d'operateurs $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ ...qui forment un ensemble complet d'observables complet sont commutent (ECOC). En applique ce règle sur les ensembles d'operateurs ($\overleftrightarrow{J}^2$, $\overleftrightarrow{L}^2$, $\overleftrightarrow{S}^2$ et J_z) , c'est-à-dire [1-2]:

$$\begin{aligned} \left[\overleftrightarrow{J}^2, \overleftrightarrow{L}^2\right] &= 0 \\ \left[\overleftrightarrow{J}^2, \overleftrightarrow{S}^2\right] &= 0 \\ \left[\overleftrightarrow{J}^2, J_z\right] &= 0 \end{aligned} \quad \text{..(III-10)}$$

Et les valeurs propres correspondent sont $j(j+1)$, $\ell(\ell+1)$, $s(s+1)$ et $m(-l \le m \le +l)$ dans le système $(c = \hbar = 1)$, donc :

$$\begin{aligned} \vec{J}^2\Psi &= j(j+1)\Psi \\ \vec{L}^2\Psi &= \ell(\ell+1)\Psi \\ \vec{S}^2\Psi &= s(s+1)\Psi \\ J_z\Psi &= m\Psi \end{aligned} \quad \text{..(III-11)}$$

Avec $\vec{J}$ est la somme géométrique des moments $\vec{L}$ et $\vec{S}$:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad \text{..(III-12)}$$

Ce qui permit de trouver le couplage spin-orbite $\vec{L}\vec{S}$ de la façon suivante [30,31]:

$$\vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2}[\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2] \quad \text{..(III-13)}$$

Les relations (III-11) et (III-13) permettent d'obtenir :

$$\vec{L}\vec{S}\Psi = \frac{1}{2}[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)]\Psi \quad \text{..(III-14)}$$

Avec $|l-s| \le j \le |l+s|$, alors :

$$j = |l-s|, |l-s|+1, ..., 0, ...|l+s| \quad \text{..(III-15)}$$

Pour les deux valeurs extrémale du moment cinétique totale, on peut écrierai :

$$\vec{L}\vec{S}\Psi = \begin{cases} \frac{1}{2}\left\{(l+s)(l+\frac{1}{2}+1)+l(l+1)-s(s+1)\right\}\Psi \equiv p_{+}\Psi : \; Si \quad j=\left|l+s\right| \\ \frac{1}{2}\left\{(l-s)(l-\frac{1}{2}+1)+l(l+1)-s(s+1)\right\}\Psi \equiv p_{-}\Psi : \; Si \quad j=\left|l-s\right| \end{cases} \qquad \text{(III-16)}$$

Ou p_+ et p_- sont donnée par $\frac{1}{2}\left\{(l+s)(l+\frac{1}{2}+1)+l(l+1)-s(s+1)\right\}$ et $\frac{1}{2}\left\{(l-s)(l-\frac{1}{2}+1)+l(l+1)-s(s+1)\right\}$, respectivement.

Maintenait, on peut former une matrice d'ordre (3×3) pour représenté l'operateur spin-orbite d' Hamiltonien pour le potentiel Cornell dans l'espace-phase non commutatif (NC : 3, RSP) :

$$\left(\hat{H}_{so-cp}\right) \equiv \begin{pmatrix} \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{11} & \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{12} & \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{13} \\ \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{21} & \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{22} & \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{23} \\ \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{32} & \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{32} & \left(\hat{H}_{so-cp}\right)_{33} \end{pmatrix} \qquad \text{(III-17)}$$

III.4. Le spectre exacte de Spin-orbite pour le potentiel de Cornell en (NC : 3D-RSP):

Nous avons observé que le potentiel modifié $H_{pert-cp}(r,\Theta,\bar{\theta})$ est proportionnel au deux paramètres infinitésimale $(\Theta,\bar{\theta})$ et cela signifie que $H_{pert-cp}(r,\Theta,\bar{\theta})$ prend une valeur très petite par rapport à la partie principale $H_{cp}(\hat{p}_i = p_i , \hat{x}_i = x_i)$, Donc on peut appliquer le théorème de perturbation pour obtenir les modifications exacte d'énergie E_{nc-per} au premier ordre en $(\Theta,\bar{\theta})$. L'énergie totale dans l'espace-temps non commutatif E_{nc-cp} est la somme de l'énergie correspondant à l'espace ordinaire E et les corrections E_{nc-per} :

$$E_{nc-cp} = E + E_{nc-per} \qquad \text{(III-18)}$$

Le théorème de perturbation permet d'obtenir les corrections au premier ordre de la façon suivante [1-2]:

$$E_{nc-per} = \left\langle n\left|H_{pert-cp}(r,\Theta,\bar{\theta})\right|n\right\rangle \qquad \text{(III-19)}$$

On peut récrire l'équation (III-19) sous la forme :

$$E_{nc-per}(\Theta,\bar{\theta}) = \int \Psi^{(p)*}(\vec{r}) H_{pert-cp}(r,\Theta,\bar{\theta}) \Psi^{(p)}(\vec{r}) d\tau \qquad \text{(III-20)}$$

Ou $d\tau$ représenté l'élément de volume en coordonnées sphériques (r,θ,φ), qui est donnée par :

$$d\tau = r^2 dr d\Omega \qquad \text{(III-21)}$$

Avec l'angle solide $d\Omega = \sin(\theta) d\theta . d\varphi$ et $\Psi^{(p)}(\vec{r})$ la fonction d'onde qui est définie par :

$$\Psi^{(p)}(\vec{r}) = \Psi^{(p)}(r) Y_l^m(\theta,\varphi) \qquad \text{(III-22)}$$

Donc, on peut écrire l'équation (III-20), de la forme :

$$E_{nc-per}(\Theta,\bar{\theta}) = \int \Psi^{(p)*}(r) \left[\Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\bar{\theta}}{2m_0} \right] \vec{L}\vec{S} \Psi^{(p)}(r) r^2 dr \int Y_l^m(\theta,\varphi) Y_l^m(\theta,\varphi) d\Omega \qquad \text{(III-23)}$$

La fonction d'onde $\Psi^{(p)}(\vec{r})$ normalisée, cela permet d'écrire :

$$\int Y_l^m(\theta,\varphi) Y_l^m(\theta,\varphi) d\Omega = 1 \qquad \text{(III-24)}$$

Ce qui permit de réduit les corrections trouvées par l'équation (III.24) sont réduites sous la forme:

$$E_{nc-per} = \int \Psi^{(p)*}(r) \alpha \left[\Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\bar{\theta}}{2m_0} \right] \vec{L}\vec{S} \Psi^{(p)}(r) r^2 dr \qquad \text{(III-25)}$$

On remplace le terme de couplage spin-orbite $\left\{ \Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\bar{\theta}}{2m_0} \right\} \vec{L}\vec{S}$ par :

$$\left\{ \Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\bar{\theta}}{2m_0} \right\} \vec{L}\vec{S} = \tfrac{1}{2} \{ j(j+1) + l(l+1) - s(s+1) \} \left\{ \Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\bar{\theta}}{2m_0} \right\} \qquad \text{(III-26)}$$

En compagne entre les équations (III-25) et (III-26) pour trouver les corrections au premier ordre :

$$E_{nc-per}(\Theta,\bar{\theta}) = \tfrac{1}{2} \{ j(j+1) + l(l+1) - s(s+1) \} \int \Psi^{(p)*}(r) \alpha \left[\Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\bar{\theta}}{2m_0} \right] \Psi^{(p)}(r) r^2 dr \qquad \text{(III-27)}$$

III.4.1 Le spectre exacte d'état fondamentale de spin-orbite pour le potentiel de Cornell en (NC : 3D-RSP):

Maintenant on applique le théorème de perturbation pour trouver les corrections d'énergie pour d'état fondamentale $E_{nc0-per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)$, en utilisant la fonction d'onde présenté (II-26) et l'équation (III-27) :

$$E_{nc0-per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)=\tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^{2}\left\{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)\right\}\int r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2}e^{-2\sqrt{2A}r}\left[\Theta\left(\frac{b}{2r^{3}}-\frac{a}{2r}\right)+\frac{\bar{\theta}}{2m_{0}}\right]dr \quad \text{(III-28)}$$

On peut simplifiée (III.28) pour trouver :

$$E_{nc0-per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)=\tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^{2}\left\{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)\right\}\left(\Theta\sum_{i=1}^{2}T_{i}+\frac{\bar{\theta}}{2m_{0}}T_{3}\right) \quad \text{(III-29)}$$

Avec les trios termes $T_i\left(i=\overline{1,3}\right)$:

$$\begin{aligned}
T_{1}&=\frac{b}{2}\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-5}e^{-2\sqrt{2A}r}dr\\
T_{2}&=-\frac{a}{2}\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-3}e^{-2\sqrt{2A}r}dr \quad \text{(III-30)}\\
T_{3}&=\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2}e^{-2\sqrt{2A}r}dr
\end{aligned}$$

Pour obtenir les résultants d'intégrales, on appliqué l'intégrale spéciale suivant [49]:

$$\int_{0}^{+\infty}x^{m}\exp\left(-\beta x^{n}\right)dx=\frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{n},\beta x^{n}\right)}{n\beta^{\frac{m+1}{n}}} \quad \text{(III-31)}$$

Avec $\Gamma\left(\frac{m+1}{n},\beta x^{n}\right)$ repesent la fonction de Gamma non complète, pour appliqué l'intégrale (III-31), les values $\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-5,\ \ n=1\ \text{ and }\ \beta=2\sqrt{2A}\right)$, $\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-3,\ \ n=1\ \text{ and }\ \beta=2\sqrt{2A}\right)$ et $\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2,\ \ n=1\ \text{ and }\ \beta=2\sqrt{2A}\right)$, correspondant les 3-termes $T_i\left(i=\overline{1,3}\right)$, respectivement, donc on a les résultants suivants

$$T_1 = \frac{b}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}} - 4, 2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4}}$$

$$T_2 = -\frac{a}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}} - 2, 2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2}} \quad \text{...(III-32)}$$

$$T_3 = \frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}} - 1, 2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-1}}$$

Ce qui permit d'obtenir les corrections $E_{nc-per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)$ on fonctions des paramètres $\left(\Theta,\bar{\theta}\right)$ et les paramétrées de potentiels a , b , $A = -\mu\left(E - \frac{3a}{\delta}\right)$ et $B = \mu\left(b + \frac{3a}{\delta^2}\right)$:

$$E_{nc0-per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right) = \tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^2\{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)\}\left(\Theta L_o + \frac{\bar{\theta}}{2m_0}T_3\right) \quad \text{...(III-33)}$$

Avec L_o est donnée par :

$$L_o = \frac{b}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}} - 4, 2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4}} - \frac{a}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}} - 2, 2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2}} \quad \text{...(III-34)}$$

L'énergie totale dans l'espace-phase non commutatif pour d'état fondamentale E_{nc0-cp} est la somme de l'énergie de 'état fondamentale E_{0l} présenté par l'équation (II-27) et les corrections $E_{nc0-per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)$ déterminée par (III-33):

$$E_{nc0-cp} = \frac{3a}{\delta} - \frac{2\mu\left(b + \frac{3a}{\delta^2}\right)^2}{\left[\pm\sqrt{1 + 4l(l+1) + \frac{8\mu a}{\delta^3}}\right]^2} + \tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^2\{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)\}\left(\Theta L_o + \frac{\bar{\theta}}{2m_0}T_3\right) \quad \text{...(III-35)}$$

III.4.2 Le spectre exacte de première état excité produit par l'effet de spin-orbite pour le potentiel de Cornell en (NC : 3D-RSP):

Dans ce sous paragraphe on applique aussi le théorème de perturbation pour trouver les corrections d'énergie $E_{nc1-per}\left(\Theta,\overline{\theta}\right)$ pour première état excité produit par l'effet de Spin-orbite pour le potentiel de Cornell, en utilisant la fonction d'onde présenté (II-28) et l'équation (III-27) :

$$E_{nc1-per}\left(\Theta,\overline{\theta}\right)=\tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^{2}\{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)\}\int_{0}^{+\infty}\left(-\eta^{2}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-6}+\sigma^{2}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2}-2\eta\sigma r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4}\right)e^{-2\sqrt{2A}r}\left(\frac{b}{2r^{3}}-\frac{a}{2r}+\frac{\overline{\theta}}{2m_{0}}\right)dr \text{ (III-36)}$$

On peut simplifiée (III-28) pour trouver :

$$E_{nc-per}\left(\Theta,\overline{\theta}\right)=\tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^{2}\{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)\}\left(\Theta\sum_{i=1}^{6}T_{i}+\frac{\overline{\theta}}{2m_{0}}\sum_{i=7}^{9}T_{i}\right)\text{..(III-37)}$$

Avec les 9- termes $T_i\left(i=\overline{1,9}\right)$:

$$T_{1}=-\frac{b}{2}\eta^{2}\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-9}e^{-2\sqrt{2A}r}dr$$

$$T_{2}=-\frac{a}{2}\eta^{2}\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-7}e^{-2\sqrt{2A}r}dr\text{ ....(III-38)}$$

$$T_{3}=\frac{b}{2}\sigma^{2}\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-5}e^{-2\sqrt{2A}r}dr$$

$$T_{4}=-\frac{a}{2}\sigma^{2}\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-3}e^{-2\sqrt{2A}r}dr$$

$$T_{5}=-b\eta\sigma\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-7}e^{-2\sqrt{2A}r}dr\text{ ....(III-39)}$$

$$T_{6}=-a\eta\sigma\int_{0}^{+\infty}r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-5}e^{-2\sqrt{2A}r}dr$$

$$T_7=\eta^2\int_0^{+\infty} r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-6}e^{-2\sqrt{2A}r}dr$$

$$T_8=\sigma^2\int_0^{+\infty} r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2}e^{-2\sqrt{2A}r}dr \qquad \text{(III-40)}$$

$$T_9=-2\eta\sigma\int_0^{+\infty} r^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4}e^{-2\sqrt{2A}r}dr$$

Pour appliqué l’intégrale (III-31), les values :

$$\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-9,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right), \qquad \text{(III-41)}$$

$$\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-7,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right), \qquad \text{(III-42)}$$

$$\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-6,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right) \qquad \text{(III-43)}$$

$$\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-5,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right) \qquad \text{(III-44)}$$

$$\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-3,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right) \qquad \text{(III-45)}$$

$$\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right) \qquad \text{(III-46)}$$

$$\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-7,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right), \qquad \text{(III-47)}$$

$$\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-5,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right) \qquad \text{(III-48)}$$

et $\left(m=\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4,\quad n=1\quad \text{and}\quad \beta=2\sqrt{2A}\right)$ ....(III-49)

Correspondant les 9-termes $T_i\left(i=\overline{1,9}\right)$, respectivement, donc on a les résultants suivants :

$$T_1=-\frac{b\eta^2}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-8,2\sqrt{2Ar}\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-8}}, \qquad \text{(III-50)}$$

$$T_2 = -\frac{a\eta^2}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-6,2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-6}},\qquad \text{(III-51)}$$

$$T_3 = \frac{b\sigma^2}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4,2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4}},\qquad \text{(III-52)}$$

$$T_4 = \frac{b\sigma^2}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2,2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-2}},\qquad \text{(III-53)}$$

$$T_5 = -\sigma^2\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-1,2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-1}},\qquad \text{(III-54)}$$

$$T_6 = -c\eta\sigma\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-6,2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-6}},\qquad \text{(III-55)}$$

$$T_7 = \eta^2\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-5,2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-5}},\qquad \text{(III-56)}$$

$$T_8 = -b\eta\sigma\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4,2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-4}},\qquad \text{(III-57)}$$

$$T_9 = 2\eta\sigma\frac{\Gamma\left(\frac{2B}{\sqrt{2A}}-3,2\sqrt{2A}r\right)}{\left(2\sqrt{2A}\right)^{\frac{2B}{\sqrt{2A}}-3}},\qquad \text{(III-58)}$$

Ce qui permit d'obtenir les corrections $E_{nc1-per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)$ on fonctions des paramètres $\left(\Theta,\bar{\theta}\right)$ et les paramétrées de potentiels a, b, $A=-\mu\left(E-\frac{3a}{\delta}\right)$ et $B=\mu\left(b+\frac{3a}{\delta^2}\right)$:

$$E_{nc1-per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)=\tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^2\{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)\}\left(\Theta L_{1-s}+\frac{\bar{\theta}}{2m_0}T_{1-p}\right)\qquad \text{(III-59)}$$

Avec L_{1-s} et T_{1-p} sont donnée par :

$$L_{1-s} = \sum_{i=1}^{6} T_i \qquad T_{1-p} = \sum_{i=7}^{9} T_i \quad \text{...(III-60)}$$

L'énergie totale dans l'espace-phase non commutatif pour premier états excité E_{nc1-cp} est la somme de l'énergie de 'état fondamentale E_{1l} présenté par l'équation (II-29) et les corrections $E_{nc1-per}(\Theta,\bar{\theta})$ déterminée par (III-59):

$$E_{nc1-cp} = \frac{3a}{\delta} - \frac{2\mu\left(b+\frac{3a}{\delta^2}\right)^2}{\left[3\pm\sqrt{1+4l(l+1)+\frac{8\mu a}{\delta^3}}\right]^2} + \tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^2\{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)\}\left(\Theta L_{1-s} + \frac{\bar{\theta}}{2m_0}T_{1-p}\right) \text{...(III-61)}$$

Conclusions et interprétations Physique

D'après les résultants représenté par les équations les (III.37) et (III.61), les énergies correspondant à l'état fondamental (E_{nc0-cp}) et le premier état excité (E_{nc1-cp}), sont produits par le potentiel modifié ($V_{nc-CP}\left(\hat{p}_{\mathrm{i}} = p_i - \frac{\bar{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j \,,\, \hat{x}_{\mathrm{i}} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right) = ar - \frac{b}{r} + \alpha\left[\Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\bar{\theta}}{2\,m_0}\right]\vec{L}\vec{S}$):

$$E_{nc0-cp} = \frac{3a}{\delta} - \frac{2\mu\left(b + \frac{3a}{\delta^2}\right)^2}{\left[\pm\sqrt{1 + 4l(l+1) + \frac{8\mu a}{\delta^3}}\right]^2} + \tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^2\left\{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)\right\}\left(\Theta L_o + \frac{\bar{\theta}}{2\,m_0}T_3\right) \text{………(III.35)}$$

$$E_{nc1-cp} = \frac{3a}{\delta} - \frac{2\mu\left(b + \frac{3a}{\delta^2}\right)^2}{\left[3 \pm\sqrt{1 + 4l(l+1) + \frac{8\mu a}{\delta^3}}\right]^2} + \tfrac{1}{2}\alpha\left|N_{0k}\right|^2\left\{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)\right\}\left(\Theta L_{1-s} + \frac{\bar{\theta}}{2\,m_0}T_{1-p}\right) \text{…(III.61)}$$

On remarque que chaque niveaux énergétique devient $(2j+1)$nivéaux, dans l'espace-phase non commutatif a 3 dimensions, cette dégénérescence d'énergie se produit sous l'effet du terme ($\alpha\left[\Theta\left(\frac{b}{2r^3} - \frac{a}{2r}\right) + \frac{\bar{\theta}}{2\,m_0}\right]\vec{L}\vec{S}$), physiquement, ce terme est connu par l'interaction spin-orbite.

L'interaction spin-orbite, qu'elle a été vue dans le potentiel déforme se produit automatiquement, cet effet des propriétés de la non commutativité de l'espace -phase, donc la symétrie de l'espace-ordinaire est prolongée d'inclure une nouvelle symétrie qui égale l'ancienne symétrie et le couplage spin-orbite.

Références Bibliographiques

[01] J. L. Basidevant, Mécanique Quantique, ellipses, ISBN 2-7298-8614-1 (1986), Paris, France.

[02] E. Elbaz, Quantum, The quantum theory of particles, Fields, and Cosmology, Springere, ISBN 3-540-62093-1 (1995), New York, USA.

[03] Shi-Hai Dong and Guo-Hua Sun, The Schrödinger equation with a Coulomb plus inverse-square potential in D dimensions, Physica Scripta, Vol. 70-73, Number 2-3 (2004) 94-97. Doi http://dx.doi.org/10.1088/0031-8949/70/2-3/004.

[04] J J Pena, G Ovando and J Morales, D-dimensional Eckart+deformed Hylleraas potential:

Bound state solutions, Journal of Physics: Conference Series **574** (2015) 012089, doi:10.1088/1742-6596/574/1/012089

[05] L. Buragohain and S. A. S .Ahmed, Exactly solvable quantum mechanical systems generated from the anharmonic potentials, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 4, No. 1, 79-83 (2010).

[06] A. Niknam, A. A. Rajab and M. Solaimani, Solutions of D-dimensional Schrödinger equation for Woods-Saxon potential with spin-orbit, coulomb and centrifugal terms through a new hybrid numerical fitting Nikiforov-Uvarov method, J Theor App Phys, (2015) DOI 10.1007/s40094-015-0201-9.

[07] Sameer M. Ikhdair1 and Ramazan Sever, Exact solutions of the radial Schrödinger equation for some physical potentials, CEJP. 5(4) (2007) 516–527.

[08] M. M. Nieto: “Hydrogen atom and relativistic pi-mesic atom in N-space dimension”, Am. J. Phys. Vol.47 (1979), pp. 1067–1072.

[09] S. M. Ikhdair and R. Sever, Exact polynomial eigensolutions of the Schrödinger equation for the pseudoharmonic potential, J. Mol. Struc.-Theochem. Vol. 806, (2007), pp. 155–158.

[10] Ahmed, A. S. and Buragohain, L., Generation of new classes of exactly solvable potentials, Phys.Scr.80. (2009) 1-6.

[11] Bose, S. K., Exact solution of non-relativistic Schrödinger equation for certain central physical potentials, Nouvo Cimento B. 113 (1996) 299- 328.

[12] Flesses, G. P. and Watt, A., An exact solution of the Schrödinger equation for a multiterm potential, J. Phys. A: Math. Gen. 14, (19981) L315-L318.

[13] M. Ikhdair and R. Sever, Exact solution of the Klein–Gordon equation for the PT symmetri generalized Woods–Saxon potential by the Nikiforov–Uvarov method, Ann.

Phys. (Leipzig), Vol. 16, (2007), pp. 218–232.

[14] S. H. Dong, Schrödinger equation with the potential V(r) =r*−4+r*−3+r*−2+r*−1, Physica Scripta. Vol. 64, no. 4 (2001) pp. 273–276.

[15] S. H. Dong and Z. Q. Ma, Exact solutions to the Schrödinger equation for the potential V(r) =r*2+r*−4+r*−6 in two dimensions, Journal of Physics A, Vol. 31, No. 49 (1998) pp. 9855–9859.

[16] S. H. Dong, A new approach to the relativistic Schrödinger equation with central potential: Ansatz method, International Journal of Theoretical Physics. Vol. 40, No. 2 (2001) pp. 559–567.

[17] Ali Akder et al., A new Coulomb ring-shaped potential via generalized parametetric Nikivforov-Uvarov method, Journal of Theoretical and Applied Physics, 7 (2013) 17.

[18] Sameer M. Ikhdair and Ramazan Sever, Relativistic Two-Dimensional Harmonic Oscillator Plus Cornell Potentials in External Magnetic and AB Fields, Advances in High Energy Physics. Volume 2013, Article ID 562959, 11 pages.

[19] Shi-Hai Dong, Guo-Hua San, Quantum Spectrum of Some Anharmonic Central Potentials: Wave Functions Ansatz, Foundations of Physics Letters. 16, Issue 4 (2003) pp 357-367.

[20] L.Buragohain1, S. A. S. Ahmed, Exactly solvable quantum mechanical systems generated from the anharmonic potentials, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 4, No. 1 (2010) 79-83.

[21] S. M. Ikhdair, Exact solution of Dirac equation with charged harmonic oscillator in electric field: bound states, Journal of Modern Physics. vol. 3, no. 2 (2012) pp. 170–179.

[22] H. Hassanabadi et al., Exact solution Dirac equation for an energy-depended potential, Tur. Phys. J. Plus. 127 (2012) 120.

[23] H. Hassanabadi, M. Hamzavi, S. Zarrinkamar and A. A. Rajabi, Exact solutions of N-Dimensional Schrödinger equation for a potential containing coulomb and quadratic terms, International Journl of the Physical Sciences, Vol. 6(3), pp. 583-586, 2011.

[24] Shi-Hai Dong, Zhoung-Qi Ma, and Giampieero Esposito, Exact solutions of the Schrödinger equation with inverse-power potential, Foundations' of Physics Letters. Vol, 12, N, 5, 1999.

[25] D. Agboola, Complte Analytical Solutions of the Mie-Type Potentials in N-Dimensions, ACTA PHYSICA POLONICA A, Vol. 120 (2011) 371-377.

[26] D. Shi-Hai, Exact solutions of the two-dimensional Schrödinger equation with certain central potentials, Int J Theor Phys. 39 (2000) 1119-1128.

[27] B. I. Ita, Solutions of the Schrödinger equation with inversely quadratic Hellmann plus Mie-type potential using Nikiforov-Uvarov Method, International Journal of Recent advances in Physics (IJRAP), Vol. 2, No, 4, 2013.

[28] Shi-Hai Dong, Schrödinger Equation with the Potential V(r) = Ar-4 + Br-3 + Cr-2 + Dr-1; Physica Scripta, Volume 64, 273-276 (2001).DOI http://dx.doi.org/10.1238/Physica.Regular.064a00273

[29] B. I. Ita and A. I. Ikeuda, Solutions of the Schrödinger equation with inversely quadratic Yukawa plus inversely quadratic Hellmann potential using Nikiforov-Uvarov Method, Journal of Atomic and Molecular Physics, Vol. 2013, Article ID 582610, 4 Pages http://dx.doi.org/10,1155/2013/582610

[30] B. I. Ita, A. I. Ikeuba and A. N. Ikot, Solutions of the Schrödinger Equation with Quantum Mechanical Gravitational Potential Plus Harmonic Oscillator Potential, Commun. Theor. Phys. 61 (2014) 149.

[31] Shi-Hai Dong, Zhoung-Qi Ma, and Giampieero Esposito, Exact solutions of the Schrödinger equation with inverse-power potential, Foundations of Physics Letters, Vol, 12, N, 5, 1999.

[3**2**] S. M. Kuchin and N. V. Maksimenko, Theoritical Esitimations of the Spin-Averaged Mass Spectra of Heavy Quarkonia and Bc Mesons, Universal Journal of Physics and Applications, 1(3):295-298, 2013.

[33] H. Snyder, The Quantization of space time, Phys. Rev. 71 (1946) 38-41.

[34] Mémoire de master préparé par: Gharbi Noura et dirigé par Dr : Maireche Abdelmadjid, L'atome

d'Hydrogène sous l'action d'un potentiel Coulombien dans l'espace non commutatif a deux dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[35] Mémoire de master préparé par: Elbahi Fatima et dirigé par Dr : Maireche Abdelmadjid, L'atome d'Hydrogène sous l'action d'un multi-potentiels dans l'espace non commutatif a deux dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[36] Mémoire de master préparé par: Zellagui Asma et dirigé par Dr : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergies atomique produit par le Mie-type potentiel dans l'espace non commutatif à deux dimensions : 2014-2015, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[37] Mémoire de master préparé par: Delaldja HANANEet dirigé par Dr : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergie atomique produit par le Mie-type potentiel dans l'espace non-commutatif à trois dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[38] Abdelmadjid Maireche, Spectrum of Schrödinger Equation with H.L.C. Potential in Non-Commutative Two-dimensional Real Space, The African Rev. Phys. 9: 0060, 479-483 (2014).

[39] Abdelmadjid Maireche, Deformed Quantum Energy Spectra with Mixed Harmonic Potential for Nonrelativistic Schrödinger equation, J. Nano- Electron. Phys. 7 No 2, (2015) 02003.

[40] Abdelmadjid Maireche, A Study of Schrödinger Equation with Inverse Sextic Potential in 2-dimensional Non-commutative Space, The African Rev. Phys. 9:0025, (2014) 185-193.

[41] Abdelmadjid Maireche Deformed Bound States for Central Fraction Power Potential: Non Relativistic Schrödinger Equation, The African Rev. Phys. 10:0014, (2015) 97-103.

[42] Abdelmadjid. Maireche, Nonrelativistic Atomic Spectrum for Companied Harmonic Oscillator Potential and its Inverse in both NC-2D: RSP, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy, Vol. 56, pp. 1-9, Jul. 2015.

[43] Abdelmadjid Maireche, Atomic Spectrum for Schrödinger Equation with Rational Spherical Type Potential in Non-commutative Space and Phase, The African Review of Physics, Vol. 10:0046, 373-381(2015).

[44] Abdelmadjid Maireche, New exact bound states solutions for (C.F.P.S.) potential in the case of Non-commutative three dimensional non relativistic quantum mechanics, Med. J. Model. Simul. 04 (2015) 060-072.

[45] Abdelmadjid. Maireche, New Exact Solution of the Bound States for the Potential Family V(r)=A/r2-B/r+Crk (k=0,-1,-2) in both Noncommutative Three Dimensional Spaces and Phases: Non Relativistic Quantum Mechanics, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy, Vol. 58, pp. 164-176, Sep. 2015.

[46] Abdelmadjid Maireche, New Quantum atomic spectrum of Schrödinger equation with pseudoharmonic potential in both noncommutative three dimensional spaces and phases, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol.09, March, Year 2015, 1301-1--1301-8.

[47] Abdelmadjid Maireche, A New Approach to the Non Relativistic Schrödinger equation for an Energy-Depended Potential $V(r, E_{n,l}) = V_0(1+\eta E_{n,l})r^2$ in Both Noncommutative three Dimensional spaces and phases, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy, Vol. 60, pp. 11-19, Sep. 2015.

[48] Abdelmadjid Maireche, A Recent Study of Quantum Atomic Spectrum of the Lowest Excitations for Schrödinger Equation with Typical Rational Spherical Potential at Planck's and Nanoscales, J. Nano- Electron. Phys. 7 No 3, (2015) 02003.

[49] Abdelmadjid Maireche, A New Study to the Schrödinger Equation for Modified Potential V(r)=ar2+br-4+cr-6 in Nonrelativistic Three Dimensional Real Spaces and Phases, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy, Vol. 61, pp. 38-48, Nov. 2015.

[50] Abdelmadjid Maireche, Quantum Hamiltonian and Spectrum of Schrödinger Equation with companied Harmonic Oscillator Potential and its Inverse in three Dimensional Noncommutative Real Space and Phase, J. Nano- Electron. Phys. Vol. 7 N0 4, (2015) 04021-1 0402, 1-7 (7pp).

[51] Abdelmadjid Maireche, Spectrum of Hydrogen Atom Ground State Counting Quadratic Term in Schrödinger Equation, The African Rev. Phys. Vol.10, (2015) 177-183.

[52] Abdelmadjid Maireche, New Bound State Energies for Spherical Quantum Dots in Presence of a Confining Potential Model at Nano and Plank's Scales, NanoWorld J, 1(4): (2016) 120-127.

[53] Abdelmadjid Maireche, New Relativistic Atomic Mass Spectra of Quark (u, d and s) for Extended Modified Cornell Potential in Nano and Plank's Scales, J. Nano- Electron. Phys. 8 No 1, (2016) 01020.

[54] Abdelmadjid Maireche, The Nonrelativistic Ground State Energy Spectra of Potential Counting Coulomb and Quadratic Terms in Non-commutative Two Dimensional Real Spaces and Phases, J. Nano- Electron. Phys. 8 No 1, (2016) 01021.

[55] A. E. F. Djemei and H. Smail, On Quantum Mechanics on Noncommutative Quantum Phase Space, Commun. Theor. Phys. (Beijinig, China). 41 (2004) pp.837-844.

[56] Shaohong Cai, Tao Jing, Guangjie Guo, Rukun Zhang, Dirac Oscillator in Noncommutative Phase Space, International Journal of Theoretical Physics. 49 (8) (2010) pp 1699-1705.

[57] Joohan Lee, Star Products and the Landau Problem, Journal of the Korean Physical Society, Vol. 47, No. 4, (2005) pp. 571-576.

[58] A. Jahan, Noncommutative harmonic oscillator at finite temperature: a path integral approach, Brazilian Journal of Physics, vol. 37, no. 4 (2007) 144-146.

[59] Anselme F. Dossa, Gabriel Y. H. Avossevou, Noncommutative Phase Space and the Two Dimensional Quantum Dipole in Background Electric and Magnetic Fields, Journal of Modern Physics. 4 (2013) 1400-1411.

[60] Yang, Zu-Hua et al., DKP Oscillator with spin-0 in Three dimensional Noncommutaive Phase-Space, Int. J. Theor. Phys. 49 (2010) 644-657.

[61] Y. Yuan e al. Spin ½ relativistic particle in a magnetic field in NC Ph, Chinese Physics C, 34(5) (2010) 543.

[62] Jumakari-Mamat; Sayipjamal Dulat and Hekim Mamatabdulla, Landau-like Atomic Proplem on a Non-commutative Phase Space, Int J Theor Phys; DIO 10.1007/s10773-016-2922-1 (2016).

[63] Behrouz Mirza et al., Relativistic Oscillators in a Noncommutative space in a Magnetic field, Commun. Theor. Phys. 55 (2011) 405-409.