

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ MOHAMED BOUDIAF - M'SILA  
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT DE GENIE ÉLECTRIQUE



Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de

**MASTER**

**Spécialité : Automatique et système**

---

*Stabilisation d'un pendule inversé par la logique floue*

---

Proposé et dirigé par :

**Aib ABDELGHANI**

Présenté par :

**Morechta ABDELGHAFAR**

**Bakhi LAMINE**

**2019/2020**



# Dédicaces

Avant tout ; nous tenons à remercier le bon dieu, et l'unique qui nous offre le courage.

Nous dédions ce modeste travail :

A nos parents la source du succès.

A nos frères.

A nos sœurs.

A toute nos familles.

A nos collègues de la promotion « Automatique ».

A nos féaux amis.

## *Remerciements*

Tout d'abord nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à nos familles, et spécialement nos parents qui nous accompagnés tout au long de la vie, et qui nous ont toujours soutenues.

Nous adressons le grand remerciement à notre encadreur **Mr aib ABDELGHANI** pour avoir d'abord proposé ce thème, pour ces conseils du début jusqu'à la fin de ce mémoire.

Nos vifs remerciements vont aussi aux membres du jury qui ont accepté de juger ce modeste travail.

Nous adressons aussi nos remerciements à tous nos amis et collègues.

Enfin nous ne pourrons terminer ces remerciements sans penser à l'ensemble de nos enseignants qui sont à l'origine de tous nos savoirs.

## ملخص:

يعتبر الذكاء الاصطناعي من بين الأدوات القيمة في ميادين التحكم لمختلف الأنظمة خاصة منها غير خطية و متعددة المتغيرات. لقد قمنا في هذا العمل بدراسة التحكم في الناوقس المقلوب. بعد وصف وتقديم الجهاز قمنا بدراسة تدقيقية للجهاز التي سمحت لنا بالحصول على نموذج متعدد المتغيرات وغير خطي طريقتين طرق لتحكم في هذا النظام تم تقديمها: المتحكم الضبابي والمتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي. كما أننا قمنا بإجراء مقارنة لهذه التقنيات بعد الدراسة و المحاكاة بواسطة ماتلاب أظهرت النتائج فعالية المتحكم الضبابي أفضل من المتحكم تناسبي تكاملي تفاضلي

**كلمات المفاتيح:** الناوقس المقلوب , المتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي, المتحكم الضبابي

## Résumé :

L'intelligence artificielle par sa définition, elle exprime le savoir-faire humain, elle est devenue actuellement un outil précieux de commande dans divers domaines. Ce mémoire présente la commande d'un pendule inversé. Après avoir décrit et présenter le pendule inversé, nous avons développé la partie modélisation de ce procédé, qui a permis d'obtenir un modèle multi-variables, non-linéaire par la représentation d'état. Deux structures de commande ont été présentées qui sont régulateurs flou et PID ainsi nous avons fait une étude comparative entre ces deux techniques. Les résultats de simulation par Matlab seront présentés, ils ont montré l'efficacité du régulateur flou par rapport à la commande PID.

**Mots clés :** pendule inversé, logique floue, régulateur PID.

## Abstract:

Artificial intelligence by definition, expresses the expertise human, it has now become a valuable tool control in various fields. This paper presents the control of an inverted pendulum. After describing and presenting the inverted pendulum, we have developed the modeling part of this process, which enables a multivariate model, non-linear by state representation., two control structures have been presented that are fuzzy controllers, PID controllers, and we made a comparative study of these two techniques. The simulation results will be presented by MATLAB, they have shown the effectiveness of the fuzzy controller

**Keywords:** inverted pendulum, fuzzy logic, PID controller.

## Listes des acronymes et abréviations :

### Symboles :

$m$  : masse du pendule.

$b$  : frottement de déplacement du chariot.

$M$  : masse du chariot.

$l$  : demi longueur du pendule.

$F(t)$  : force exercée sur le chariot.

$g$  : intensité de pesanteur.

$d$  : frottement du pendule.

$T$  : énergie cinétique.

$V$  : énergie potentielle.

$\mathcal{E}$  : degré de liberté (dans notre cas  $x(t)$  et  $\theta(t)$ ).

$D$  : énergie dissipée par frottement.

$F_j$  : force généralisée dans le sens de degré de liberté

$T_M$  : énergie cinétique de chariot

$T_m$  : énergie cinétique de pendule

$r_c$  : position de centre de gravité de pendule

$v_c$  : la vitesse de centre de gravité de pendule

$\theta$  : l'angle entre la barre et le verticale.

$\dot{\theta}$  : la vitesse de rotation de la barre.

$x$  : la position du chariot.

$\dot{x}$  : la vitesse linéaire du chariot.

Min : minimum

Max : maximum

GN : grand négatif

PN : petit négatif

ZR : zéro

PP : petit positif

GP : grand positif

**Acronymes :**

LF : logique floue

PID : proportionnel, intégral, dérivé

SIMO : Single Input Multiple Output

# SOMMAIRE

<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
<b>Chapitre I Modélisation et description du pendule inversé</b> .....	<b>3</b>
I.1 Introduction .....	4
I.2 État de l'art de la commande d'un pendule inversé .....	4
I.3 Présentation du pendule inversé .....	5
I.3.1 Description de la maquette .....	5
I.3.2 Dispositif de contrôle et de commande .....	5
I.3.3 Armoire de commande À l'arrière de l'armoire on trouve les différentes connectiques.....	6
I.3.4 L'adaptateur (SCSI).....	7
I.3.5 Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711 [pci1711].....	7
I.4 Environnement de développement .....	8
I.4.1 Principe de fonctionnement .....	9
I.4.2 Particularités du système .....	10
I.4.3 Coordonnées généralisées du système .....	10
I.5 Modélisation d'un pendule inversé .....	11
I.5.1 Énergie cinétique du système en mouvement .....	11
I.5.2 L'énergie potentielle du système .....	12
I.5.3 Équation de Lagrange .....	12
I.5.4 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\mathcal{E}(t) = x(t)$ .....	12
I.5.5 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\mathcal{E}(t) = \theta(t)$ .....	12
I.6 Linéarisation du modèle autour des points d'équilibres .....	13
I.6.1 Position d'équilibre instable ( $\theta = 0$ ) .....	13
I.6.2 Position d'équilibre stable ( $\theta = \pi$ ) .....	14
I.6.3 Représentation d'état .....	14
I.7 Conclusion .....	15
<b>Chapitre II Le contrôleur flou</b> .....	<b>16</b>
II.1 Introduction .....	17
II.2 Historique.....	17
II.3 Domaines d'application .....	18
II.4 La logique floue .....	18
II.4.2 Les concepts de bases .....	18
II.4.2.1 L'ensemble flou .....	18
II.4.2.2 Univers de discours .....	19
II.4.2.3 Les variables et les valeurs linguistiques .....	19
II.4.2.4 Fonction d'appartenance .....	20
II.4.2.5 Opérateurs de la logique floue .....	21
II.4.2.6 Règles linguistiques .....	21
II.5 Structure d'un régulateur flou .....	22
II.5.1 Fuzzification .....	22
II.5.2 Base de règle .....	23
II.5.3 Mécanisme d'inférence flou .....	24
II.5.4 Défuzzification .....	24
II.6 Avantages et inconvénients du régulateur par logique flou .....	25

II.7 Conclusion .....	26
<b>Chapitre III Application à la commande d'un pendule inversé .....</b>	<b>27</b>
III.1 Introduction .....	28
III.1.1 Analyse de problème .....	28
III.2 La commande classique PID et leur application sur le pendule inversé .....	28
III.2.1 La commande classique PID .....	28
III.2.2 Actions du régulateurs PID .....	29
III.2.3 Méthodes de Ziegler et Nichols .....	30
III.2.3.1 Méthode de la réponse indicielle : .....	30
III.2.3.2 Méthode du point critique .....	30
III.2.4 Application le contrôleur PID sur le pendule inversé .....	32
III.3 Application de la commande floue sur le pendule inversé .....	36
III.3.1 Énoncé de la méthode .....	37
III.3.2 Choix des éléments des régulateurs flous .....	37
III.3.2.1 Choix de la forme des classe .....	37
III.3.2.2 Définition des classes pour les deux variables d'entrées .....	37
III.3.2.3 Définition des classes de sortie .....	38
III.3.2.4 Matrice d'inférence .....	39
III.3.3 Résultats de simulation.....	40
III.4 Test de de robustesse .....	42
III.5 Comparaison des résultats obtenus .....	46
III.6 Conclusion .....	47
<b>Conclusion Général .....</b>	<b>48</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>49</b>

# Liste des figures

Figure I.1 : synoptique de la maquette du pendule inversé.....	5
Figure I.2 : Diagramme de connexion du dispositif .....	7
Figure I.3 : Processus de génération du code exécutable .....	9
Figure I.4 : Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé.....	10
Figure II.1 : Exemple d'une variable linguistique.....	19
Figure II.2 : Schéma synoptique d'un contrôleur flou .....	22
Figure III.1 : la structure de PID .....	28
Figure III.2 : la Schéma d'asservissement .....	31
Figure III.3 : schéma fonctionnel de PID pour le pendule inversé .....	32
Figure III.4 : Schéma fonctionnel de contrôleur PID .....	33
Figure III.5 : Résultat de commande PID pour le pendule inverse sans perturbation.....	34
Figure III.6 : Résultat de commande PID pour le pendule inversé avec perturbation .....	36
Figure III.7 : Schéma fonctionnel de contrôleur FL pour le pendule inversé .....	36
Figure III.8 : Schéma fonctionnel de contrôleur logique floue .....	37
Figure III.9 : définition des classes de l'angle .....	38
Figure III.10 : définition des classes de la vitesse angulaire du pendule .....	38
Figure III.11: Définition des classes de la commande .....	39
Figure III.12 : Résultats de commande LF pour pendule inverse sans perturbation.....	41
Figure III.13: Résultats de commande LF pour pendule inverse avec perturbation .....	42
Figure III.14: : Résultats de test robustesse la commande PID sur pendule inverse .....	44
Figure III.15: : Résultats de test robustesse la commande LF sur pendule inverse .....	45
Figure III.16 : comparaisons les résultats de l'angle entre les deux contrôleurs sans perturbation .....	46
Figure III.17: comparaisons les résultats de l'angle entre les deux contrôleurs avec perturbations.....	46

# Liste des tableaux

Tableau I.1 : Les paramètres du système du pendule inversé .....	10
Tableau II.1 : fonctions d'appartenance de la logique floue .....	20
Tableau II.2 : Matrice d'inférence floue .....	23
Tableau III.1 : Paramètres PID obtenus à partir d'une réponse indicielle (ZNt) .....	30
Tableau III.2 : Paramètres PID selon Ziegler-Nichols .....	31
Tableau III.3 : Tableaux de Routh .....	32
Tableau III.4: Les gains de la commande PID .....	33
Tableau III.5 : la matrice d'inférence du contrôleur floue .....	39
Tableau III.6 : les nouveaux paramètres de pendule inversé .....	43

# Introduction Générale

L'industrie moderne à besoin d'obtenir les meilleurs résultats pour la commande des systèmes travaillant toujours aux limites des contraintes, les savants proposent plusieurs méthodes de commande comme éventuelle solution, l'une de ces méthodes est la commande floue.

La logique floue, introduite par LOTFI ZADEH en 1965, s'adapte [1]. Le principe de la régulation floue a été expérimenté avec succès sur une turbine à vapeur dès 1974, par l'équipe du professeur E.H. Mamdani, au Queen Mary College de Londres. Ces résultats étaient bientôt confirmés et développés par plusieurs équipes en Europe de l'Ouest dont celle des professeurs D. Willaëys et N. Malvache à l'université de Valenciennes, puis ensuite par l'institut de Technologie de Tokyo [2] et de quelques autres universités japonaises. Citons notamment la première application industrielle d'envergure de la société Hitachi, en 1986, après plusieurs années d'études, d'un organe de conduite pour un système de transport ferroviaire à Sendai, dans le nord du Japon, dont les performances (précision d'arrêt, confort des passagers, énergie consommée) rivalisent avec celles d'un système de commande classique [1],[3].

Le pendule inversé est l'un de ces systèmes non linéaires qui occupe une place importante dans l'industrie comme un outil de transport, qui a fait l'objet d'une grande discussion tout au long de ces dernières années. Cet intérêt est dû au fait que le problème de la commande du pendule inversé est fondamentalement le même que ceux impliqués dans plusieurs autres systèmes tels que le lancement des fusées, la propulsion des missiles et la stabilisation des satellites. Le pendule inversé a toujours été utilisé pour tester les nouvelles méthodes de commande, car il possède plusieurs caractéristiques attrayantes : c'est un système non linéaire, intrinsèquement instable et il possède plusieurs implications pratiques [4].

L'objet de ce travail est l'étude et l'application d'une commande avec la logique floue pour la stabilisation d'un pendule inversé qui est un système non linéaire, instable, SIMO (Single Input Multiple Output). Pour cela, Le présent mémoire est organisé en trois chapitres qui sont résumés comme suit :

Dans le premier chapitre, nous avons commencé par aborder en détail la description et la modélisation de pendule inversé, donc on a abouti à un modèle non-linéaire multi variable.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté la théorie de base de la logique floue : définitions, opérations sur les ensembles flous, ainsi nous avons étudié la structure des contrôleurs flous

Dans le dernier chapitre, nous avons présenté le contrôleur PID, ainsi l'application de la commande de PID et LF sur le pendule inverse avec leurs résultats de simulations

- Dans la première partie du chapitre, le régulateur classique PID
- Dans la deuxième partie, le régulateur flou avec des fonctions triangulaire et trapézoïdale, et une taille de base de 25 règles, est appliqué
- Dans la dernière partie, nous avons fait une étude comparative des deux techniques, qui ont assuré à stabilité du système, mais de point de vue de rapidité, la commande par la logique floue

# Chapitre I

## Modélisation et description du pendule inversé

I.1. Introduction

I.2. État de l'art de la commande d'un pendule inversé

I.3. Présentation du pendule inversé

I.4. Environnement de développement

I.5. Modélisation d'un pendule inversé

I.6. Linéarisation du modèle autour des points d'équilibres

I.7. Conclusion

## I.1. Introduction :

Nous présentons dans ce chapitre en premier lieu, la description de pendule inversé. Par la suite, nous développerons un modèle dynamique qui sera présenté sous forme d'équations différentielles déduites à partir du formalisme d'Euler Lagrange qui constitue une approche systématique simple à mettre en œuvre.

## I.2 État de l'art de la commande d'un pendule inversé :

Le pendule inversé est un système instable, SIMO (Single Input Multiple Output) et possède des non-linéarités non négligeables dues à sa structure dynamique et aux forces de friction. C'est un outil didactique et un problème classique utilisé en automatique. C'est pourquoi il est souvent utilisé pour tester les performances et la robustesse de nouvelles lois de commande [5]. Par ailleurs, on peut trouver dans la littérature plusieurs travaux appropriés à la commande d'un simple pendule inversé par des lois basées sur:

Un problème de contrôle de l'énergie [6] associées à une séquence de balancement qui permet de relever le pendule de sa position d'équilibre stable [7], [8].

L'application de réseaux neuronaux [9]

La méthode des moments

La commande non linéaire [7].

La commande floue, soit en utilisant la notion des ensembles flous et un régulateur du type Mamdani [12] [10] [8] [11]. Soit par la commande adaptative floue [15] ou encore en utilisant les modèles de type Takagi Seguno [7]

## I. 3 Présentation du pendule inversé

### I.3.1 Description de la maquette

Le but de la manipulation consiste à maintenir en équilibre vertical une tige en aluminium à l'extrémité de laquelle est vissée une masse lotte de forme cylindrique. Cette tige est fixée par une articulation pivotante sur un chariot qui peut se déplacer en glissant le long d'un rail de guidage horizontale. Le mouvement de rotation d'un moteur électrique est transformé en mouvement de translation du chariot par l'intermédiaire d'un ensemble de deux poulies et d'une courroie crantée. Le déplacement du chariot dans un sens ou dans un autre assure par réaction l'équilibre vertical du bras du pendule. En fait, ce genre de mécanisme est très fréquent. On en trouve dans toutes les imprimantes à jet d'encre ou dans toutes les machines à écrire électriques. Voici le schéma du dispositif :

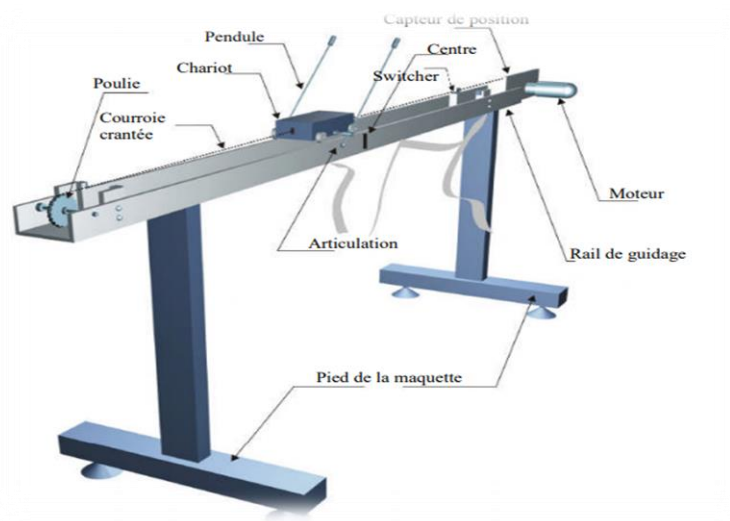


Figure I.1 : synoptique de la maquette du pendule inversé

### I.3.2 Dispositif de contrôle et de commande :

Un ensemble de capteurs et d'actionneur est installé sur la maquette. Deux capteurs sont disponibles : Un capteur de position délivre une image de la position du chariot sur son rail de guidage par rapport au centre de ce dernier. Si le chariot est situé à droite du centre, une valeur positive est mesurée. Le capteur utilisé est un potentiomètre multi-tours solidaire sur l'axe du moteur. Un capteur de position angulaire fournit l'angle entre le bras du pendule et la verticale. Si le pendule penche vers la droite, un angle positif est mesuré. Le capteur est constitué d'un potentiomètre fixé sur le pivot du pendule.

Les informations délivrées par les deux capteurs sont conditionnées par une électronique associée et les tensions de sortie varient dans une plage de -10V à +10V. On notera qu'un filtre passe-bas est intégré dans la chaîne de conditionnement de chaque entrée, ce filtre ayant pour fonction de limiter la largeur de bande des signaux de mesure et d'éviter le repliement du spectre qui risque de se produire lors de l'opération d'échantillonnage.

De plus, la course du chariot est limitée respectivement à gauche et à droite par deux butées mécaniques. Par sécurité pour le moteur d'entraînement du chariot, deux interrupteurs de fin de course sont placés en avant des butées mécaniques. Le passage du chariot entraîne la fermeture d'un interrupteur provoquant la coupure de l'alimentation du moteur électrique.

L'actionneur est un moteur électrique à courant continu et à aimant permanent commandé par l'induit.

La commande du moteur entraînant le chariot est effectuée par un signal variant entre 0 et +5V. L'amplification de puissance par montage push-pull est assurée, de la même façon, par l'électronique associée

**I.3.3 Armoire de commande** À l'arrière de l'armoire on trouve les différentes connectiques suivantes figure (I.2):

- **Connecteur ON / Off** : fiche DIN pour connecter la boîte de l'intercepteur ON/OFF du moteur.
- **Sélecteur 110/220v**
- **Fiche d'alimentation 110/220 V**
- **Connecteur CN3** : il se branche avec le PL1 de la boîte d'adaptation, avec une large nappe 40 pistes. Les signaux sont ceux des deux capteurs de position, c'est des signaux digitaux sur 16 bits.
- **Connecteur CN2** : il se branche avec PL3, avec une nappe 20 pistes. Les signaux sont les tensions de commande du moteur.
- **Connecteur CN1** ; il se branche avec la partie mécanique. Les signaux sont ceux du moteur.

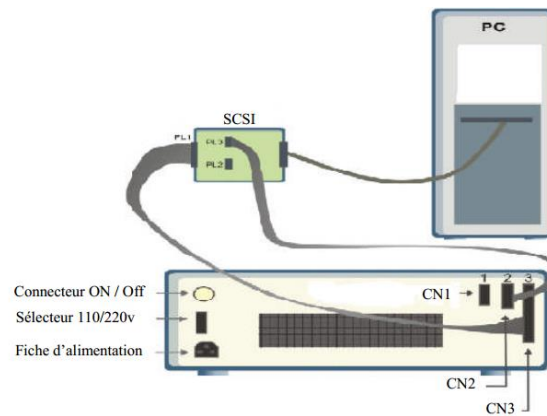


Figure I.2 : Diagramme de connexion du dispositif

### I.3.4 L'adaptateur (SCSI)

L'adaptateur SCSI donné à la figure (I.2) a comme rôle d'adapter les signaux entre la carte d'acquisition et les différents connecteurs de la base d'alimentation, et aussi séparer ces différents signaux en fonction de leurs types. La boîte dispose de quatre connecteurs:

- Un connecteur 68 pins pour connecter le câble global 68 pin SCSI de la carte d'acquisition.
- Un grand connecteur PL1 pour les entrées digitales des capteurs de positions (deux encodeurs optiques).
- Un petit connecteur PL2 ou PL3 pour la sortie analogique (tension de commande du moteur).

### I.3.5 Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711 [pci1711]

C'est une carte d'acquisition universelle qui est installée sur le port PCI du PC de commande et dispose de connecteurs extérieurs pour des entrées/sorties analogiques et digitales.

Ces principales caractéristiques sont :

- La fonction Plug & Play
- 16 entrées analogiques configurables simples (single-ended) ou source flottante
- Convertisseurs A/D industriels normalisés à approximations successives
- 12 bits utilisés pour la conversion des entrées analogiques
- La fréquence maximale d'échantillonnage est de 100KHz.
- Gamme des entées analogiques est programmables et contrôlable par software
- Chaque canal à sa gamme individuelle stockée dans la RAM de la carte
- 2 sorties analogiques (convertisseur D/A)
- 16 canaux d'entées digitales

- 16 canaux de sorties digitales
- Un compteur/timer programmable
- Scanne automatique des gains/canaux.

Son principal rôle dans notre application, c'est qu'elle permet la commande digitale d'un système continu à travers un PC, en convertissant les signaux analogiques et numériques et vice versa. Dans notre cas, on utilise :

- Une sortie analogique (convertisseur D/A) pour délivrer la tension de commande de référence.
- Les entrées digitales des deux encodeurs optiques pour mesurer l'angle du pendule et la position du chariot.
- Une entrée analogique (convertisseur A/D) pour récupérer le retour tachymétrique du moteur.

#### I.4 Environnement de développement

Ce banc d'essai utilise une approche novatrice d'implémentation, qui jouit d'une flexibilité accrue et d'une architecture totalement ouverte, cette approche est appelée HIL pour « **Hardware-In the-Loop** ». Ou bien « **Rapid Prototyping** »

Avec le « hardware-in the-Loop », on peut tester directement le contrôleur qu'on a synthétisé en simulation sur le système physique réel, avec un simple PC de développement. En effet tous ce qu'on a besoin est :

- un PC standard (pour le développement et pour la commande)
- une carte d'acquisition pour la conversion A/D et D/A
- le système physique à commander
- les logiciels nécessaires

Les logiciels utilisés sont :

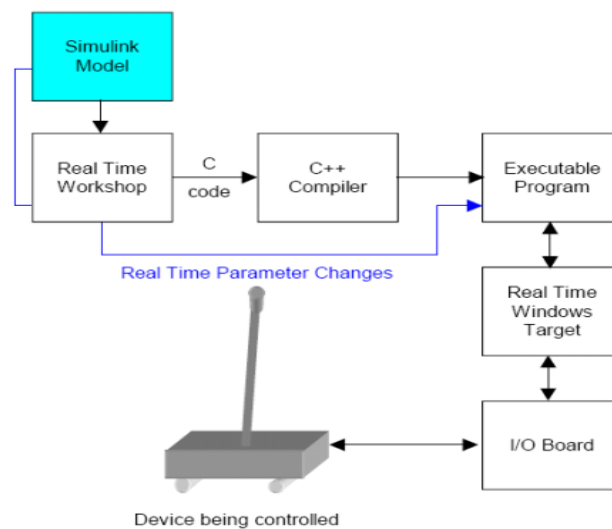
**MATLAB** : il joue le rôle d'une plateforme, où tous les autres composants s'exécutent, c'est l'environnement le plus utilisé dans le monde par les ingénieurs, il fournit plusieurs routines sophistiquées de calculs numériques .

**SIMULINK** : C'est un langage de haut niveau graphique, avec lequel on programme avec des objets ou blocks, ces objets peuvent être soit des blocks standards ou bien des blocks spécialisés écrit par l'utilisateur comme des S-fonctions

**REAL TIME WORKSHOP** : c'est le programme le plus important, qui génère automatiquement du code source C++ optimisé, à partir du modèle Simulink. De plus, ce code est paramétrable pour plusieurs targets (cible) d'implémentation.

**Compilateur C++** : il compile le code généré par real time workshop et fait l'édition des liens pour générer un exécutable qui communique avec la cible d'implémentation (Target), dans notre cas, le compilateur est VISUAL C++ 6.0 PRO.

**REAL TIME WINDOWS TARGET** : Dans le cas d'un environnement WINDOWS, ce petit noyau, est essentiel, son rôle est primordial, il assure le temps réel pour notre régulateur. Car WINDOWS est un OS événementiel donc il n'est pas temps réel. Il s'exécute comme un service résident dans le niveau zéro (mode noyau) et intercepte les interruptions matérielles avant WINDOWS, par la suite, il communique avec l'exécutable du régulateur et interface avec le système physique à travers la carte d'acquisition, en vue de contrôler le flux de données et de signaux du modèle (maintenant exécutable) vers le système physique et vice versa. La figure (I.3) montre le schéma qui illustre la relation qui existe entre les différents modules



**Figure I.3** : Processus de génération du code exécutable

#### I.4.1. Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement du système est très simple en théorie : quand le pendule penche vers la gauche, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la gauche. Et quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite, jusqu'à la stabilisation du pendule

### I.4.2. Particularités du système

- Instable.
- Non-linéaire.
- Modèle de connaissance incomplet.
- Un seul actionneur (sous actionné).
- Deux grandeurs à asservir (multi variables).

### I.4.3. Coordonnées généralisées du système

L'ensemble du chariot pendule à deux degrés de liberté qui sont représentées par deux coordonnées généralisées,  $x$  pour le déplacement horizontal du chariot,  $\theta$  pour la rotation du pendule. La direction positive de  $x$  est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens aiguilles d'une montre en radian. [13]

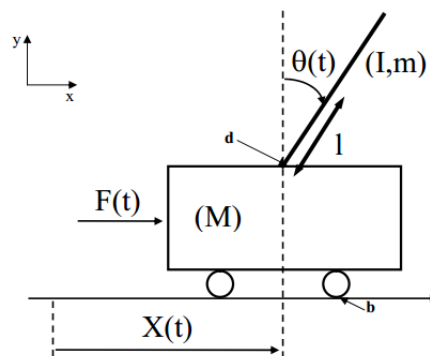


Figure I.4 : Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé

Soit :

$m$  : masse du pendule.

$b$  : frottement de déplacement du chariot.

$M$  : masse du chariot.

$x(t)$  : position du chariot.

$l$  : demi longueur du pendule.

$\theta(t)$  : l'angle du pendule.

$F(t)$  : force exercée sur le chariot.

$g$  : intensité de pesanteur.

$d$  : frottement du pendule.

Les variables et les paramètres du système chariot pendule sont :

M	M	G	l	I	b	d
2.4kg	0.23kg	9.81 m/s <sup>2</sup>	0.4m	0.09kg.m <sup>2</sup>	0.05Ns/m	0.005Nms/rad

Tableau 1.1 : Les paramètres du système du pendule inversé

La méthode utilisée pour déterminer le modèle est celle des équations du mouvement données par les équations d'Euler-Lagrange.

### I.5 Modélisation d'un pendule inversé

En utilisant la méthode de Lagrange qui est définie par l'équation suivante :

$$L = T - V$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varepsilon}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varepsilon_j} + \left( \frac{\partial D}{\partial \varepsilon_j} \right) = F_j \quad (I.1)$$

Tel que :

$T$  : énergie cinétique.

$V$  : énergie potentielle.

$\mathcal{E}$ : degré de liberté (dans notre cas  $x(t)$  et  $\theta(t)$ ).

$D$  : énergie dissipée par frottement.

$F_j$  : force généralisée dans le sens de degré de liberté. [15]

#### I.5.1 Énergie cinétique du système en mouvement

L'énergie cinétique du chariot :

$$T_M = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (I.2)$$

L'énergie cinétique du pendule :

$$T_m = \frac{1}{2} m v_c \times v_c + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (I.3)$$

La position de centre de gravité de pendule à partir de ces coordonnées :

$$r_c = (x + l \sin \theta) \hat{i} + l \cos \theta \hat{j} \quad (I.4)$$

D'où là

Vitesse de centre de gravité est donnée par :

$$V_c = \frac{dr_c}{dt} = (\dot{x} + l \cos \theta \dot{\theta}) \hat{i} - (l \sin \theta \dot{\theta}) \hat{j} \quad (I.5)$$

En remplace (1.5) dans (1.3) on obtient :

$$T_m = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + l^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (I.6)$$

L'énergie cinétique du pendule devient alors :

$$T_m = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (I.7)$$

Et l'énergie cinétique de l'ensemble chariot et pendule est exprimée par :

$$T = T_M + T_m = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (I.8)$$

### I.5.2 L'énergie potentielle du système

L'énergie potentielle de centre de gravité de la barre est donnée par :

$$V = mg l \cos \theta \quad (\text{I.9})$$

### I.5.3 Équation de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varepsilon}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varepsilon_j} + \left( \frac{\partial D}{\partial \varepsilon_j} \right) = F_j \quad (\text{I.10})$$

Le Lagrangien de système en utilisant (1.8) et (1.9) :  $L = T - V$

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 - m g l \cos \theta \quad (\text{I.11})$$

### I.5.4 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\mathcal{E}(t) = x(t)$

$$D = \frac{1}{2} b \dot{x}^2 \quad (\text{I.12})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = F - b \dot{x} \quad (\text{I.13})$$

La première équation de Lagrange :

$$(M + m) \ddot{x} + m l \cos \theta \ddot{\theta} - m l \sin \theta \dot{\theta}^2 = F - b \dot{x} \quad (\text{I.14})$$

### I.5.5 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\mathcal{E}(t) = \theta(t)$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -d \dot{\theta} \quad (\text{I.15})$$

La deuxième équation de Lagrange :

$$(m l^2 + I) \ddot{\theta} + m l \ddot{x} \cos \theta + m l \dot{x} \sin \theta \dot{\theta} - m l \dot{x} \sin \theta \dot{\theta} - m g l \sin \theta = -d \dot{\theta} \quad (\text{I.16})$$

Le modèle de connaissance du système chariot-pendule est donné par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} (M + m) \ddot{x} + b \dot{x} + m l \cos \theta \ddot{\theta} - m l \sin \theta \dot{\theta}^2 = F \\ m l \ddot{x} \cos \theta + (m l^2 + I) \ddot{\theta} + d \dot{\theta} - m g l \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

## I.6 Linéarisation du modèle autour des points d'équilibres

Il existe deux points d'équilibre, la première instable ( $\theta = 0$ ) et l'autre stable ( $\theta = \pi$ ), on fait la linéarisation des équations différentielles obtenues autour de ces points d'équilibres.

Pour des petites variations de  $\theta$  autour de point d'équilibre  $\theta_0$ . [14]

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 + \varepsilon \\ \dot{\theta} = \dot{\varepsilon} \end{cases}$$

Le développement en série de Taylor du premier ordre d'une fonction de  $\theta$  est donné par :

$$f(\theta) \approx f(\theta_0) + \varepsilon \frac{df}{d\theta}(\theta_0)$$

Les termes du haut ordre sont négligés :  $\varepsilon^2 \approx 0$

### I.6.1. Position d'équilibre instable ( $\theta = 0$ )

Ce point d'équilibre instable correspondre à la position verticale de la barre.

$$\text{Pour } \theta_0 = 0 \text{ on a : } \begin{cases} \cos\theta \approx \cos(0) + \theta[-\sin(0)] = 1 \\ \sin(\theta) \approx \sin(0) + \theta[\cos(0)] = \theta \\ \dot{\theta}^2 = 0 \end{cases}$$

En substituant ces linéarisations dans le système d'équation (1.17) et en négligeant les termes du haut ordre, on trouve le système d'équation linéarisé suivant :

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + m l \ddot{\theta} = F \\ m l \ddot{x} + (m l^2 + I)\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + m g l \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

En appliquant la transformée de Laplace sur le système d'équation, on trouve :

$$\begin{cases} (M + m)s^2 X(s) + b s X(s) + m l s^2 \Theta(s) = F(s) \\ m l s^2 X(s) + (m l^2 + I)s^2 \Theta(s) + d \Theta(s) + m g l \Theta(s) = 0 \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

En substituant pour éliminer  $X(s)$  ou  $\Theta(s)$  dans (1.19), on trouve les deux fonctions de transfert suivantes :

$$G_1(S) = \frac{X(S)}{F(S)}$$

$$= \frac{(m l^2 + I)s^2 + d(s) + m g l}{((M + m)(m l^2 + I) - m^2 l^2)s^4 + [(M + m)d + (m l^2 + I)b]s^3 + [-(M + m)mgl + db]s^2 - mglbs}$$

$$G_2(S) = \frac{\Theta(S)}{F(S)} = \frac{-m l s}{((M + m)(m l^2 + I) - m^2 l^2)s^3 + [(M + m)d + (m l^2 + I)b]s^2 + [-(M + m)mgl + db]s - mglb}$$

### I.6.2. Position d'équilibre stable ( $\theta = \pi$ )

$$\text{Pour } \theta_0 = \pi \text{ on a : } \begin{cases} \cos\theta \approx \cos(\pi) + (\pi - \theta)[- \sin(\pi)] = -1 \\ \sin(\theta) \approx \sin(\pi) + (\pi - \theta)[\cos(\pi)] = -\theta \\ \dot{\theta}^2 = 0 \end{cases}$$

En substituant ces linéarisations dans le système d'équation (1.17) et en négligeant les termes du haut ordre, on trouve le système d'équation linéarisé suivant :

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + m l \ddot{\theta} = F \\ -m l \ddot{x} + (m l^2 + I)\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + m g l \theta = 0 \end{cases} \quad (I.20)$$

En appliquant la transformée de Laplace sur le système d'équation, on trouve :

$$\begin{cases} (M + m)s^2X(s) + b sX(s) + m l s^2\theta(s) = F(s) \\ -m l s^2X(s) + (m l^2 + I)s^2\theta(s) + d\theta(s) + m g l \theta(s) = 0 \end{cases} \quad (I.21)$$

En substituant pour éliminer  $X(s)$  ou  $\theta(s)$  dans (1.21), on trouve les deux fonctions de transfert suivantes :

$$G_1(S) = \frac{X(S)}{F(S)} = \frac{(m l^2 + I)s^2 + d(s) + m g l}{((M + m)(m l^2 + I) - m^2 l^2)s^4 + [(M + m)d + (m l^2 + I)b]s^3 + [(M + m)mgl + db]s^2 + mglbs}$$

$$G_2(S) = \frac{\theta(S)}{F(S)} = \frac{mls}{((M + m)(m l^2 + I) - m^2 l^2)s^3 + [(M + m)d + (m l^2 + I)b]s^2 + [(M + m)mgl + db]s + mglb}$$

### I.6.3 Représentation d'état

La représentation d'état des systèmes linéaires est de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BF \\ y = Cx \end{cases}$$

On pose le vecteur d'état :  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T$

$\theta$ : l'angle

$\dot{\theta}$  : la vitesse de rotation de la barre.

$x$  : La position du chariot

$\dot{x}$  : la vitesse linéaire du chariot

Tel que  $\dot{x}_1 = x_2$  et  $\dot{x}_3 = x_4$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{x} = \frac{-b(ml^2 + I) - m^2 l^2 g \sin x_3 \cos x_3 + m l \sin x_3 (ml^2 + I)x_4^2 + F(ml^2 + I)}{(ml^2 + I)(M + m) - m^2 l^2 \cos x_3}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\theta}$$

$$= \frac{-ml \cos x_3 F + ml b \cos x_3 x_2 - m^2 l^2 \sin x_2 \cos x_2 x_4^2 - d(M + m)x_4 m g l \sin x_3 (M + m)}{(ml^2 + I)(M + m) - m^2 l^2 \cos^2 x_3}$$

Notre travail consiste à réaliser des contrôleurs en appliquant les équations obtenues de la représentation d'état qui représentent le système étudié.

La commande de ce système doit réaliser :

La régulation sur l'angle  $\theta$ , en partant d'une condition initiale comprise dans l'intervalle  $[-1, +1]$

La régulation et la poursuite sur la position  $X$ , en partant d'une condition initiale comprise dans l'intervalle  $[-1m, +1m]$ .

## I.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le système sur lequel nous avons travaillé, c'est-à-dire le pendule inversé, ainsi que nous avons fait une modélisation de ce procédé pour obtenir des équations qui représentent ce dernier.

L'objectif de notre travail étant de commander le pendule inversé à l'aide des différentes méthodes heuristiques.

Nous allons maintenant introduire une méthode de commande par la logique floue qui font l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre II

## Le contrôleur floue

II.1. Introduction

II.2. Historique

II.3. Domaines d'application

II.4. La logique floue

II.5. Structure d'un régulateur floue

II.6. Avantages et inconvénients du régulateur par logique floue

II.7. Conclusion

## II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter une nouvelle méthode de commande qui est souvent utilisée et en cours de développement, il existe beaucoup de recherches sur cette technologie qui peuvent changer le monde de l'automatique. La logique floue est le plus utilisé dans le cadre de la commande des systèmes non linéaires complexes. L'approche utilisée repose sur la propriété d'approximation universelle des systèmes flous. Cette approche de commande floue a pour objectif le traitement des problèmes de commande de processus qui sont, soit difficilement automatisables par une approche classique, soit les sources d'information sont jugées non précises ou incertaines, et cela à partir des connaissances des experts ou d'opérateurs qualifiés travaillant sur le processus. La particularité de cette commande est de reproduire le comportement humain plutôt que de réaliser un modèle mathématique du système, et le contrôleur flou peut ainsi être vu comme un algorithme qui peut convertir une stratégie formelle de commande basée sur les connaissances d'un expert en une stratégie automatique de commande. Cet algorithme de commande se base sur une collection de règles floues appelée base de règles. L'ensemble des règles de la commande sont reliées par les concepts d'implication, de composition floue et des règles d'inférence floue.

## II.2. Historique

- 1965, naissance du concept flou avec le Pr. Zedeh Lofti (Californie) « Un contrôleur électromécanique doté d'un raisonnement humain serait plus performant qu'un contrôleur classique. » Théorie des « sous-ensembles flous ».
- 1973, Zadeh introduit la notion de variables linguistiques.
- 1974, Mamdani (Londres) réalise un contrôleur flou pour moteur à vapeur.
- 1987, explosion du flou au Japon et qui atteint son apogée en 1990.
- 1995 J. S. R. Jang Logique floue élargie aux systèmes à réseaux de neurones et l'Intelligence Artificielle [16] [17] .

### II.3. Domaines d'application

Les domaines d'applications pratiques déjà connues sont innombrables, nous en citons quelques-uns [18]:

- l'intelligence artificielle.
- La robotique.
- Le contrôle des machines.
- L'informatique.
- Le traitement des données.
- La communication homme-machine.
- La reconnaissance des formes.
- La médecine.
- Les transports

### II.4. La logique floue

La théorie de la logique floue « fuzzy logic FL » a été développée par Lotfi Zadeh en 1960. C'est une méthodologie de calcul basée non pas sur des valeurs numériques mais sur des variables linguistiques prenant des valeurs linguistiques appartenant au langage humain.

Cette théorie a des applications dans plusieurs domaines les plus populaires sont dans le domaine automatique pour la commande est la modélisation des systèmes. Le premier contrôleur à la logique floue a été proposé par Mamdani en 1974, mais l'essor véritable de la commande à la logique floue commencé au Japon en début des années 1980 travaux de Takagi Sugeno et Tongin. [19]

#### II.4.2. Les concepts de bases

##### II.4.2.1. L'ensemble flou

La théorie des ensembles flous est une théorie mathématique dont l'objectif principal est la modélisation des notions vagues et incertaines du langage naturel. Cette théorie permet d'exprimer l'idée d'une appartenance partielle d'un élément à un ensemble [13]. En théorie classique des ensembles, un sous ensemble  $A$  de  $B$  est défini par une fonction d'appartenance

$$u_A = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

En logique floue, un sous ensemble  $A$  de  $B$  est défini par une fonction d'appartenance  $u_A(x)$  pouvant prendre différentes valeurs comprises entre 0 et 1, selon le degré d'appartenance de l'élément  $x$  au sous-ensemble  $A$ .

$$u_A(x) \in [0 \ 1] \quad (\text{II.2})$$

#### II.4.2.2. Univers de discours

C'est l'ensemble des valeurs réelles (l'intervalle numérique) qui peut prendre la variable floue, en général l'univers de discours est noté par des lettres en majuscule « U, W, ... ». Les valeurs linguistiques seront alors projetées dans l'univers de discours pour définir les sous ensemble associés à chaque valeur linguistique. [20]

#### II.4.2.3. Les variables et les valeurs linguistiques

La logique floue se repose sur des variables floues dites variables linguistiques à valeurs linguistiques dans l'univers de discours U. Une variable linguistique représente un état dans le système à régler ou une variable de réglage dans un contrôleur flou. Chaque valeur constitue un ensemble flou de l'univers de discours.

Une variable linguistique est généralement caractérisée par [21] :

- Un nom de la variable linguistique.
- Un ensemble des valeurs linguistique qui peut prendre la variable linguistique.
- L'univers de discours, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs numérique sur lesquelles est défini.

#### Exemple :

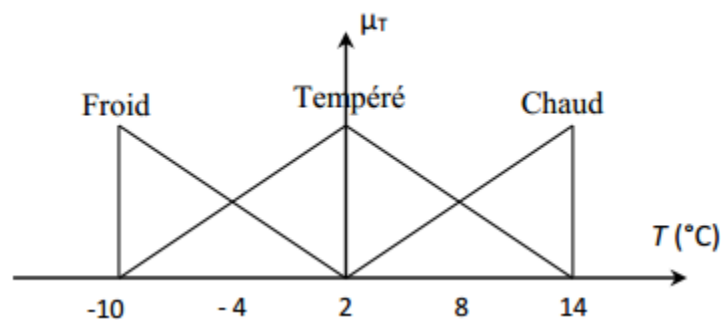


Figure II.1 : Exemple d'une variable linguistique.

- Univers de discours : Gamme de température de  $-10^{\circ}\text{C}$  à  $14^{\circ}\text{C}$ .
- Variable linguistique : La température.
- Valeurs linguistiques : « chaud » « tempéré » « froid »

### II.4.2.4. Fonction d'appartenance

Il s'agit d'établir une relation entre le degré de vérité de la variable floue et la grandeur d'entrée correspondante, les sous-ensembles flous sont ceux caractérisés par une fonction d'appartenance notée  $\mu_A(x)$  définie sur  $[0,1]$ .

Les fonctions d'appartenance les plus utilisées sont représentées dans le tableau suivant : [22] [23]

Fonction	Forme algébrique	Forme graphique
<b>Fonction triangulaire</b>	$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x < c \\ 0 & x > c \end{cases}$	
<b>Fonction trapézoïdale</b>	$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ 1 & b \leq x < c \\ \frac{d-x}{d-c} & c \leq x \leq d \\ 0 & x > d \end{cases}$	
<b>Fonction gaussien</b>	$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right)$	
<b>Fonction singleton</b>	$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x = a \\ 0 & x \neq a \end{cases}$	

Tableau II.1 : fonctions d'appartenance de la logique floue

Le choix des formes des fonctions d'appartenance est arbitraire. Des études comparatives ont montré qu'avec les différentes formes des fonctions d'appartenance, les résultats sont

pratiquement similaires en boucle fermée. La forme la plus fréquemment utilisée en commande floue est la forme triangulaire. Le nombre de fonctions d'appartenance est généralement impair et se répartissent autour de zéro. En général, on introduit pour une variable linguistique trois, cinq ou sept ensembles flous. Le choix du nombre dépend de la précision souhaitée. Les fonctions d'appartenance peuvent être symétriques, non symétriques et équidistantes ou non équidistantes. [24]

#### II.4.2.5. Opérateurs de la logique floue

Soit d'ensemble flou  $A$  et  $B$  définies sur des univers de discours  $V$  et  $W$ , avec une fonction d'appartenance  $\mu_A$  et  $\mu_B$  respectivement : [13]

Union de l'ensemble flou (Union flou)

- La fonction d'appartenance d'union  $\mu_A$  et  $\mu_B$  est définie par :

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A, \mu_B) \quad (\text{II.3})$$

L'intersection floue

- La fonction d'appartenance de l'intersection  $\mu_A$  et  $\mu_B$  est donnée par :

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A, \mu_B) \quad (\text{II.4})$$

Le complément flou

- Le complément  $\bar{A}$  de  $A$  de l'ensemble flou incluse dans  $V$  avec la fonction d'appartenance définie par :

$$\mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A \quad (\text{II.5})$$

#### II.4.2.6. Règles linguistiques

L'idée principale des systèmes basés sur la logique floue est d'exprimer la connaissance humaine sous la forme de règles linguistiques de forme si, alors. Chaque règle à deux parties [19]:

1. Partie antécédente (prémisse ou condition), exprimée par Si...
2. La partie conséquente (conclusion), exprimée par alors...

La Partie antécédente est la description de l'état du système.

La partie conséquente exprime l'action que l'opérateur qui contrôle le système doit exécuter. Chaque règle floue est basée sur l'implication floue.

Zedah a été le premier à introduire la notion de règle floue sous la forme :

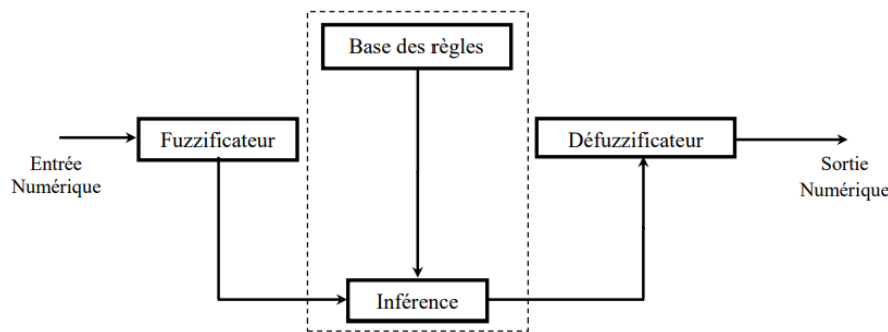
**Règle : Si  $x$  est  $A$  alors  $y$  est  $B$**

## II.5. Structure d'un régulateur flou

Il existe trois modules pour un régulateur à logique floue [22] :

1. La fuzzification des entrées et sorties
2. L'inférence floue selon une base de règle
3. La défuzzification des sorties.

L'architecture d'un contrôleur flou est donnée par le schéma suivant :



**Figure II.2 :** Schéma synoptique d'un contrôleur flou

### II.5.1. Fuzzification

C'est le mécanisme réalisant l'interface "Numérique - linguistique". Les variables d'entrée et de sortie choisies pour modéliser ou commander un système sont des grandeurs numériques. L'étape de fuzzification consiste à transformer ces grandeurs réelles en variables linguistiques en vue d'un traitement d'inférence. Ainsi, à chaque variable d'entrée et de sortie est associé des ensembles caractérisant les termes linguistiques pris par ces variables. Ces termes seront utilisés pour écrire les règles d'inférence. [24]

Le bloc de fuzzification effectue les fonctions suivantes :

- Définition des fonctions d'appartenance de toutes les variables d'entrées ;
- Transformation des grandeurs physiques (réelles ou numériques) à des grandeurs linguistiques ou floues ;
- Représentation d'échelle transférant la plage des variables d'entrées aux univers de discours correspondants.

### II.5.2. Base de règle

Ce bloc est une base de connaissance qui correspond à l'expertise ou au savoir-faire de l'opérateur sur le comportement du système. Elle est composée de l'ensemble des informations et des connaissances dans le domaine d'application et le résultat de commande prévu. Elle permet de déterminer le signal de sortie du contrôleur flou et exprime la relation

qui existe entre les variables d'entrées transformées en variables linguistiques et les variables de sortie converties également en variables linguistiques [20]. Ainsi, elle est constituée par une collection de règles données sous la forme « Si...Alors... ». D'une manière générale, on peut exprimer la  $i^{\text{ème}}$  règle floue par la relation suivante :

•Modèle de Mamdani :

$$R^i : \text{Si } x_1 \text{ est } F_1^i \text{ et } x_2 \text{ est } F_2^i \text{ et } \dots x_n \text{ est } F_n^i \text{ Alors } y_j \text{ est } G_j$$

• Modèle de Takagi Su Geno :

$$R^i : \text{Si } x_1 \text{ est } F_1^i \text{ et } x_2 \text{ est } F_2^i \text{ et } \dots x_n \text{ est } F_n^i \text{ Alors } y_i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_n^i x_n$$

Où :  $i = 1, \dots, m$  est le nombre total des règles.

- $F_1, F_2, \dots, F_n$  sont les ensembles flous (valeurs linguistique) des entrées ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ )
- $G_j$  est l'ensemble flou correspondant à la sortie  $y_j$ .
- les  $a_0^i, a_1^i, \dots, a_n^i$  sont paramètres ajustables des conséquences de la règle  $R^i$ .

On peut écrire les règles d'inférence sous forme d'une matrice appelée Matrice d'inférence, qui est généralement antisymétrique. A titre d'exemple, si on considère un contrôleur flou à deux entrées caractérisées par trois ensembles flous et une sortie, alors la matrice d'inférence peut prendre la forme suivante :

$x_2 \backslash x_1$	$F_1^1$	$F_1^2$	$F_1^3$
$F_2^1$	$G_1$	$G_4$	$G_7$
$F_2^2$	$G_2$	$G_5$	$G_8$
$F_2^3$	$G_3$	$G_6$	$G_9$

Tableau II.2 : Matrice d'inférence floue

### II.5.3. Mécanisme d'inférence flou

L'inférence floue ou la logique de prise de décision est le cœur du contrôleur flou qui possède la capacité de simuler les décisions humaines et de déduire (inférer) les actions de commande floue à l'aide de l'implication floue et des règles d'inférence de la logique floue. Elle utilise les variables floues transformées par la fuzzification et les règles d'inférence pour créer et déterminer les variables floues de sortie, en se basant sur des opérations floues appliquées aux fonctions d'appartenance. [18]

Comme on l'a mentionné, il existe plusieurs possibilités pour réaliser les opérateurs flous qui

s'appliquent aux fonctions d'appartenance. On introduit la notion de mécanisme ou méthode d'inférence, qui dépend des relations utilisées pour réaliser les différents opérateurs dans une inférence, permettant ainsi un traitement numérique de cette dernière.

Pour le réglage par logique floue, on utilise en général l'une des trois méthodes suivantes :

- Méthode d'inférence Max - Min (Méthode de Mamdani) ;
- Méthode d'inférence Max - Produit (Méthode de Larsen) ;
- Méthode d'inférence Somme - Produit.

#### II.5.4. Défuzzification

La dernière étape pour avoir un système flou opérationnel s'appelle la défuzzification, c'est une interface "linguistique - Numérique". Lors de la seconde étape, on a généré un tas de commandes sous la forme de variables linguistiques (une commande par règle). Le but de la défuzzification est de fusionner ces commandes et de transformer les paramètres résultants en donnée numérique. L'étape de défuzzification se déroule en deux temps : [5] [18]

D'abord, il faut fusionner les variables linguistiques communes à l'aide d'un opérateur de la logique floue choisi par le concepteur du système. Si on a plusieurs règles d'inférences qui génèrent plusieurs valeurs de la même variable linguistique, on peut choisir un opérateur pour combiner les valeurs de la variable. Cet opérateur sera dans la grande majorité des cas, le OU logique utilisant l'opérateur de maximalité.

Dans un second temps, nous pouvons réellement entamer la partie délicate de la défuzzification. On a une série de variables linguistiques qui caractérisent une seule et même donnée, défuzzifier la donnée revient donc à trouver la meilleure valeur quantitative en fonction des fonctions d'appartenances des variables linguistiques.

Il existe plusieurs méthodes de défuzzification, la plus utilisée est la méthode du centre de gravité. [25]

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{N_C} \mu_{ci}(y) \omega_i}{\sum_{i=1}^{N_C} \mu_{ci}(y)} \quad (\text{II.6})$$

Où :

- $\bar{y}$  : La valeur numérique de sortie.
- $N_C$  : Le nombre de valeur linguistique de conséquence.
- $\omega_i$  : Les sommets des ensembles flous de conséquence.
- $\mu$  : La valeur d'appartenance.

## II.6. Avantages et inconvénients du régulateur par logique flou

Le réglage par logique floue réunit un certain nombre d'avantages et inconvénients essentiels [26].

**Les avantages sont :**

- Le non nécessité d'une modélisation du système à régler.
- La possibilité d'implémenter des connaissances (linguistique) de l'opérateur processus,
- La maîtrise du système à régler avec un comportement complexe (fortement non linéaire et difficile à modéliser).
- L'emploi possible aussi pour les processus rapides (grâce à des processeurs dédiés).
- La disponibilité de systèmes de développement efficaces soit pour micro processeurs ou PC (solution logicielle), soit pour circuit intégrés (processeur dédiés, solution matérielle).

**Par contre, les inconvénients sont :**

- Le manque de directive précise pour la conception d'un réglage (choix des grandeurs à mesurer, détermination de la fuzzification, des inférences et de la défuzzification).
- L'approche artisanale et non systématique (implémentation des connaissances de l'opérateur souvent difficile).

## **II.7. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons abordé principalement une technique de commande intelligente c'est la logique floue.

# Chapitre III

## Application à la commande d'un pendule inversé

III.1. Introduction

III.2. La commande classique PID et leur application sur le pendule inversé

III.3. Application de la commande floue sur le pendule inversé

III.4. Test de de robustesse

III.5. Comparaison des résultats obtenus

III.6. Conclusion

### III.1. Introduction

Le pendule inversé est un système non linéaire instable, et souvent utilisé dans l'automatique pour tester la validation des lois de commande. Dans ce chapitre, on a appliqué deux contrôleurs différents qui sont la logique floue et le contrôleur PID sur ce système pour comparer entre les deux

#### III.1.1. Analyse de problème

L'objet de notre travail consiste à assurer la stabilité du pendule inverse. Les contrôleurs sont caractérisés par deux entrées (l'angle et la vitesse angulaire) et une seule sortie (la commande du pendule) [13].

### III.2. La commande classique PID et leur application sur le pendule inversé :

#### III.2.1 La commande classique PID

Les régulateurs PID répondent à plus de 90% aux besoins industriels et le nombre de régulateurs installés dans une usine pétrolière, par exemple, se compte par milliers. Parmi les innombrables méthodes de réglage PID, cette section expose la plus utilisée dans le contrôle des procédés industriels. La méthode universelle de réglage n'existe pas, et il est important de comprendre que c'est la connaissance comportementale du procédé qui induit la méthode à appliquer pour obtenir les paramètres PID d'un réglage satisfaisant.

#### ➤ Fonction de transfert de régulateur PID et leur structure

$$C(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i \cdot S} + \tau_d \cdot s \right)$$

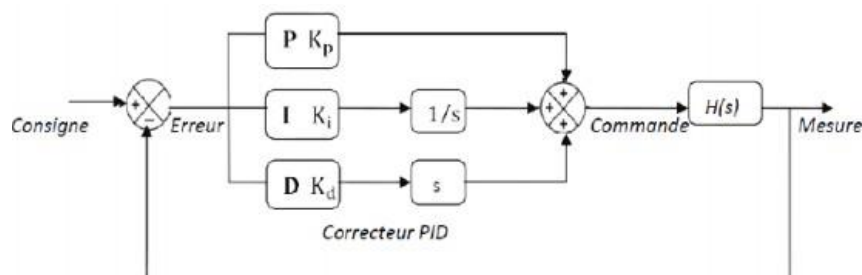


Figure III.1 : la structure de PID

### III.2.2 Actions du régulateurs PID : [13]

Il existe trois actions correctives élémentaires qui permettent, individuellement, de corriger telle ou telle performance. Elles sont relativement simples à réaliser mais, en général, dégradent d'autres performances. Elles sont utilisables lorsque le cahier des charges est peu exigé. Dans le cas contraire, il faut envisager de combiner ces différentes actions au sein d'un correcteur plus complexe.

#### ➤ L'action proportionnelle

Elle permet d'agir directement en fonction de l'erreur de la sortie par rapport à la Consigne. Par conséquent, plus le gain proportionnel est grand, plus la réponse est rapide et plus l'erreur statique est petite, mais plus le gain proportionnel est grand, plus les oscillations sont importantes durant la phase transitoire. Cependant, un gain proportionnel trop grand pourrait causer l'instabilité de la boucle fermée. Cette action peut être modélisée par la fonction de transfert suivante

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

#### ➤ L'action intégrale

Elle permet d'annuler l'erreur statique, si le système initial n'a pas d'intégration, plus la constante  $T_i$  est petite plus l'action est forte. Une action excessive ( $T_i$  trop petite) conduit à une instabilité. Elle est donnée par la fonction de transfert qui est ci-après :

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \frac{1 + s \cdot T_i}{s \cdot T_i}$$

#### ➤ L'action dérivée :

Plus la constante  $T_d$  est grand plus l'action dérivée est forte, elle permet de réduire le dépassement et les oscillations obtenues en action proportionnelle seule, mais elle amplifie les bruits de mesure et de plus un excès de cette action peut conduire à l'instabilité du système bouclé.

L'action dérivée est représentée par la fonction de transfert suivante :

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot (1 + s \cdot T_d)$$

### III.2.3 Méthodes de Ziegler et Nichols [27]

En 1942, Ziegler et Nichols ont proposé deux approches heuristiques basées sur leur expérience et quelques simulations pour ajuster rapidement les paramètres des régulateurs P, PI et PID. La première méthode nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle en boucle ouverte, alors que la deuxième permet d'amener le système bouclé à sa limite de stabilité.

#### III.2.3.1 Méthode de la réponse indicielle

Pour obtenir les paramètres du régulateur PID, il suffit d'enregistrer la réponse indicielle du processus seul (c'est-à-dire sans le régulateur), puis de tracer la tangente au point d'inflexion de la courbe. On mesure ensuite sa pente  $p$ , le retard apparent  $L$  correspondant au point d'intersection de la tangente avec l'abscisse et le gain  $K_0 = y_\infty / E$ . On peut alors calculer les coefficients du régulateur choisi à l'aide du tableau 1.

Généralement, les gains  $K_p$  proposés par Ziegler-Nichols sont trop élevés et conduisent à un dépassement supérieur à 20%. Il ne faut donc pas craindre de réduire  $K_p$  d'un facteur 2 pour obtenir une réponse satisfaisante.

Type	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$1 / (pLK_0) = 1 / (aK_0)$		
PI	$0.9 / (pLK_0) = 0.9 / (aK_0)$	$3L$	
PID	$1.2 / (pLK_0) = 1.2 / (aK_0)$	$2L$	$0.5L$

Tableau III.1: Paramètres PID obtenus à partir d'une réponse indicielle (ZNT)

#### III.2.3.2 Méthode du point critique :

Cette méthode est basée sur la connaissance du point critique du processus. Expérimentalement, on boucle le processus sur un simple régulateur proportionnel dont on augmente le gain jusqu'à amener le système à osciller de manière permanente ; on se trouve ainsi à la limite de stabilité. Après avoir relevé le gain critique  $K_{cr}$  du régulateur et la période d'oscillation  $T_{cr}$  de la réponse, on peut calculer les paramètres du régulateur choisi à l'aide du tableau III.2

Ici également, les valeurs proposées conduisent à un temps de montée relativement court malheureusement assorti d'un dépassement élevé. Cette situation n'étant pas toujours satisfaisante, on peut être amené à corriger les coefficients proposés et, en particulier, à diminuer le gain  $K_p$ . On notera que les paramètres  $T_i$  et  $T_d$  proposés par les deux méthodes de Ziegler-

Nichols est dans un rapport constant égal à 4 Le régulateur possède donc deux zéros confondus valant  $-1/(2T_d) = -2/T_i$ .

Type	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$0.5. K_{cr}$	-	-
PI	$0.45. K_{cr}$	$0.83.T_{cr}$	-
PID	$0.6. K_{cr}$	$0.5. T_{cr}$	$0.125.T_{cr}$

Tableau III.2 : Paramètres PID selon Ziegler-Nichols [27]

➤ **Calculer Les Paramètres de PID selon Ziegler-Nichols :**

On 'a la fonction de transfert de pendule inverse :

$$G_2(S) = \frac{\theta(S)}{F(S)}$$

$$= \frac{-m l s}{(M + m)(m l^2 + I) - m^2 l^2} s^3 + [(M + m)d + (m l^2 + I)b] s^2 + [-(M + m)mgl + db] s - mglb$$

Fonction de transfert de PID :

$$C(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i \cdot s} + \tau_d \cdot s \right)$$

D'après les valeurs de Tableaux I.1 (chapitre I):

$$G_2(S) = \frac{\theta(S)}{F(S)} = \frac{-0.0292s}{0.23425s^3 + 0.01994s^2 + 2.3738s - 0.045126}$$

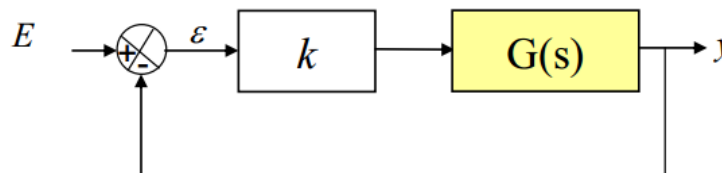


Figure III.2 : la Schéma d'asservissement [25]

$$G_{BF} = \frac{G_{BO}}{1 + G_{BO}} = \frac{kG_{BO}}{1 + kG_{BO}}$$

$$G_2(S) = \frac{\theta(S)}{F(S)} = \frac{-0.0292Ks}{0.23425s^3 + 0.01994s^2 + (2.3738 - 0.092K)s - 0.045126}$$

• Tableaux de Routh:

$s^3$	0.23425	$(2.3738 - 0.092K)$
$s^2$	0.01994	0.045126
$s^1$	$\frac{0.03318654 - 0.0018344K}{0.01994} > 0$	-
$s^0$	0.045126	-

Tableau III. 3: Tableaux de Routh

Pour que le system soit stable :

$$(0.028837 - 0.001622K) > 0$$

$$(0.028837) > 0.001622K$$

$$K = \frac{0.028837}{0.001622} = 17,7786683107275$$

$$K_{cr} > 17,77$$

- On utilise le polynôme  $s^2$  puis remplaçant  $s=j\omega_c$

$$\begin{cases} 0.019590s^2 - 0.04061 = 0 \\ 0.019590(j\omega_c)^2 - 0.04061 = 0 \end{cases}$$

$$\omega_c = 1.439835 \text{ et la période } T_{cr} = \frac{2\pi}{\omega_c} = 4.36382$$

$$\begin{cases} K_P = 0.6 \cdot K_{cr} = (0.6)(17,77) = 10.66 \\ K_i = 0.5 \cdot T_{cr} = (0.5)(4.36382) = 2.18 \\ K_d = 0.125 \cdot T_{cr} = (0.125)(4.36382) = 0.54 \end{cases}$$

III.2.4 Application de PID pour le pendule inversé

Dans cette partie nous proposons d'utiliser une commande PID pour stabiliser le pendule inversé

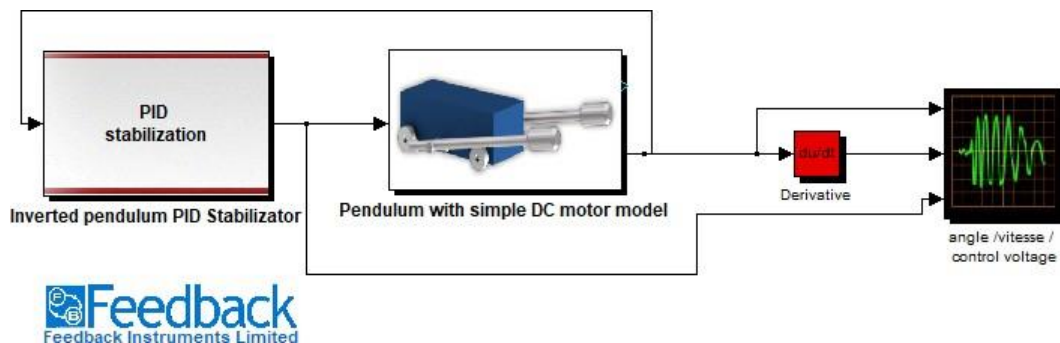


Figure III.3: schéma fonctionnel de PID pour le pendule inversé

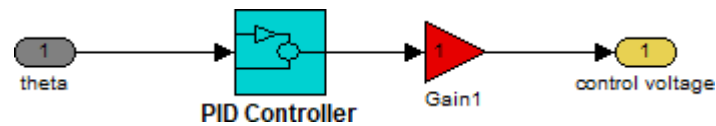


Figure III.4: Schéma fonctionnel de contrôleur PID

➤ **Les gains de la commande PID utilisés sont :**

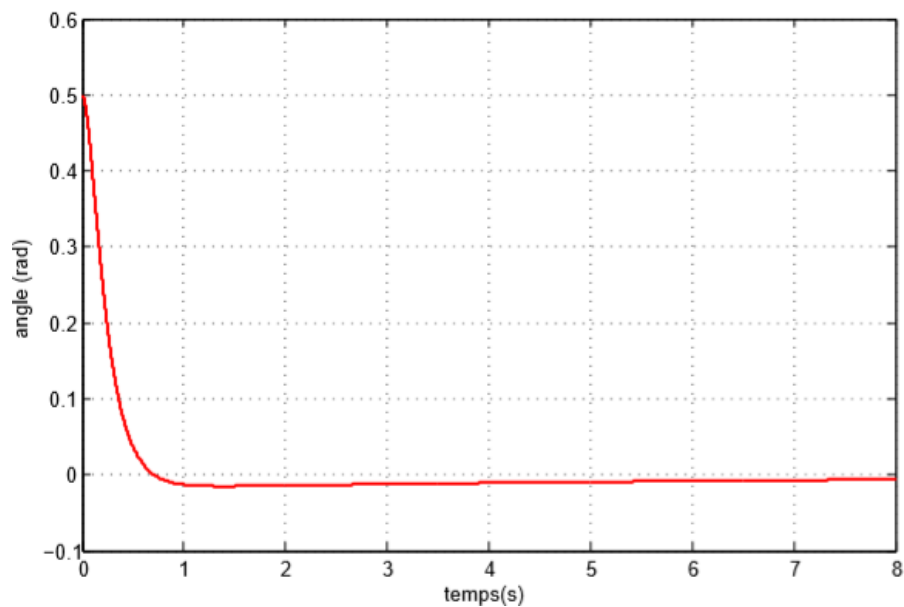
On a pris le gain à partir d'une simulation pendule inverse qui appartient à l'entreprise feedback, du labo de département génie électrique de l'université de M'sila

$K_p$	$K_i$	$K_d$
40	9	5

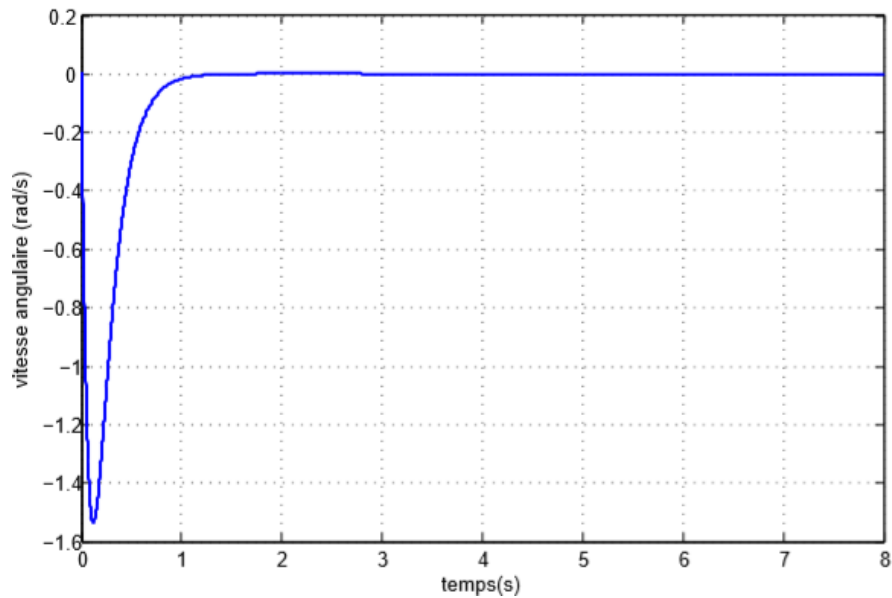
Tableau III.4 : Les gains de la commande PID

➤ **Le résultat de simulation sans perturbation :**

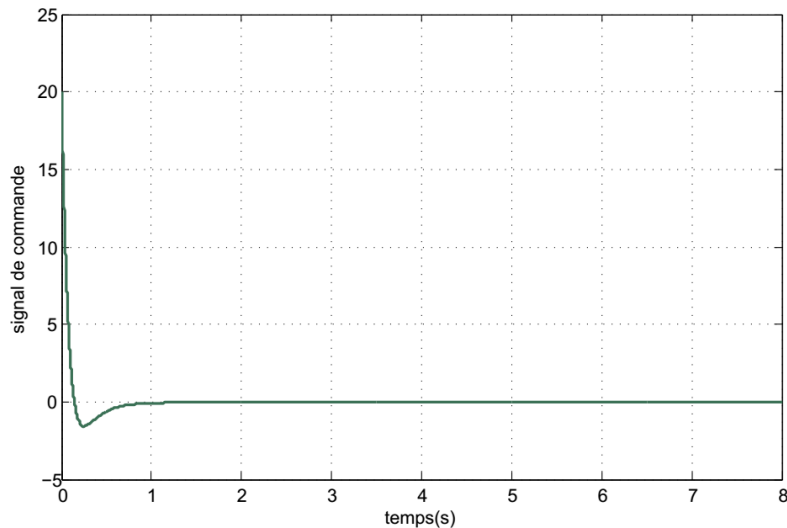
Les résultats de simulation de l'angle  $\theta$  et de la vitesse angulaire et le signal de commande PID sont donnés sur les Figures III.5



(a)



(b)



(c)

**Figure III.5:** Résultat de commande PID pour le pendule inverse sans perturbation

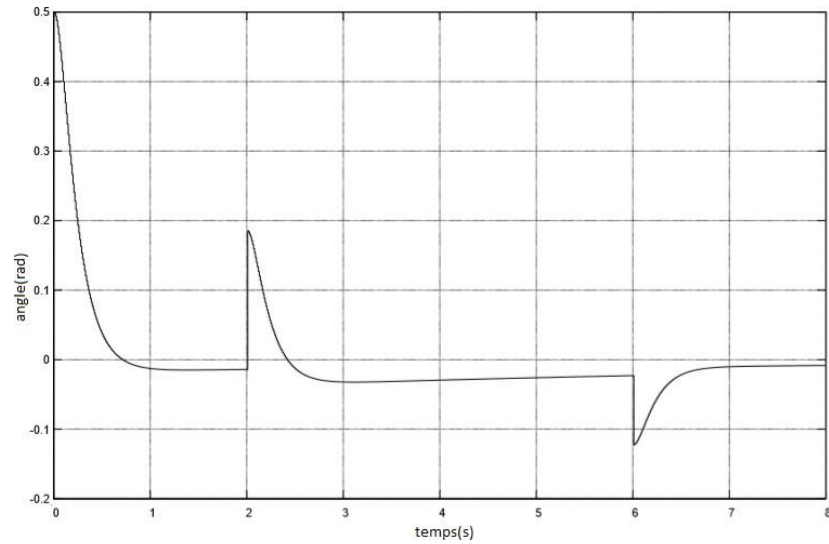
- **Commentaire :**

La commande PID à régler le système, qui est l'origine de sa stabilité, avec un bon temps de réponse, malgré la présence d'une petite erreur statique et un dépassement pas très important

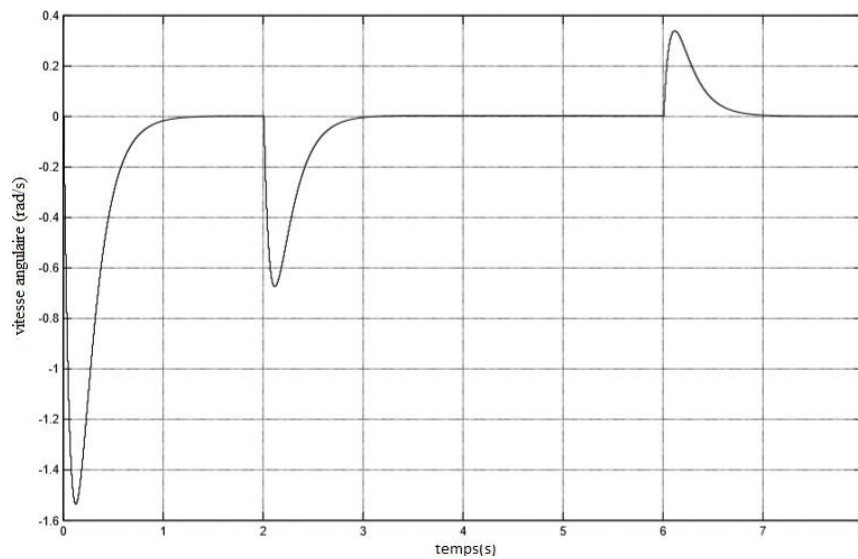
- **b) Résultat de simulation avec perturbation :**

Afin de tester l'efficacité de la commande PID proposée une perturbation avec une variance de 0.2 à l'intervalle de temps  $T= 2s$  et -0.1 l'intervalle de temps  $T= 6s$ . Les résultats de simulation

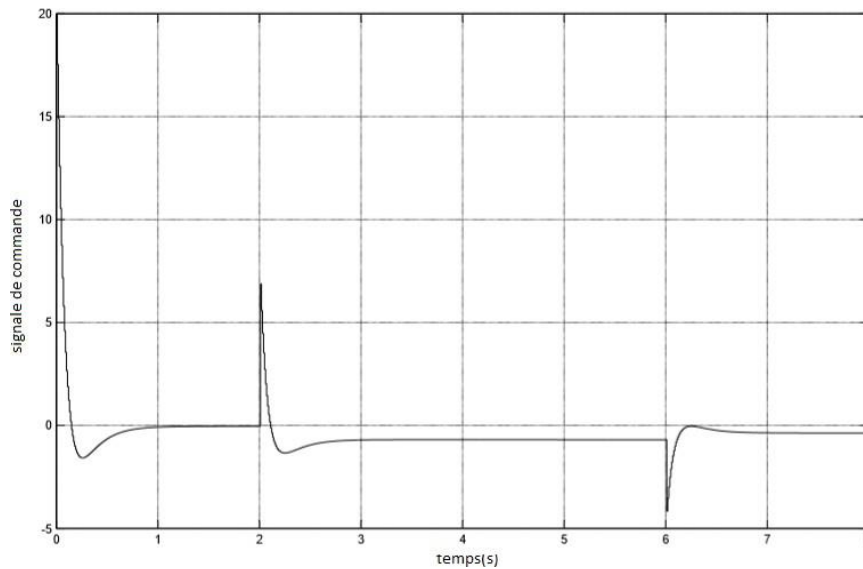
de l'angle et de la vitesse angulaire de  $\theta$  et la commande sont donnés respectivement sur les Figures III.6. On remarque que le correcteur arrive à stabiliser le pendule même en présence de la perturbation externe.



(a)



(b)



(c)

Figure III.6 : Résultat de commande PID pour le pendule inversé avec perturbation

• **Commentaire :**

La commande PID est influencé par les perturbations auquel elle est exposée, du coup le système fait un bref temps avant de reprendre sa stabilité

**III.3. Application de la commande floue pour le pendule inversé**

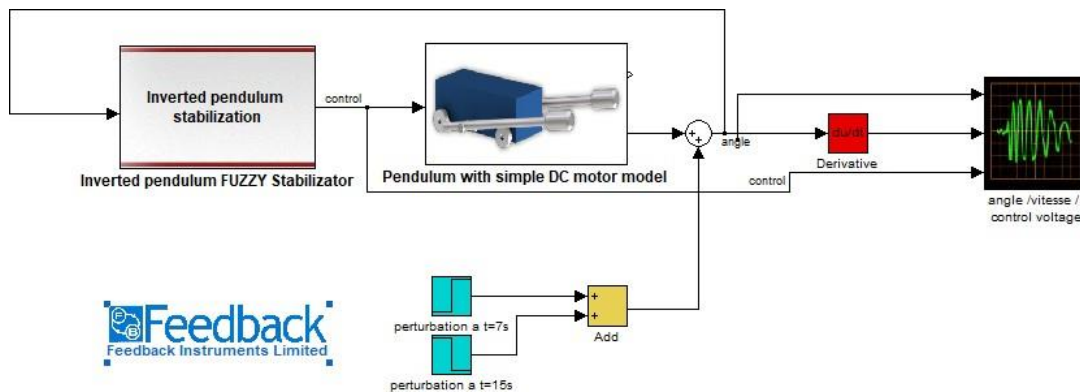


Figure III.7 : Schéma fonctionnel de contrôleur FL pour le pendule inversé

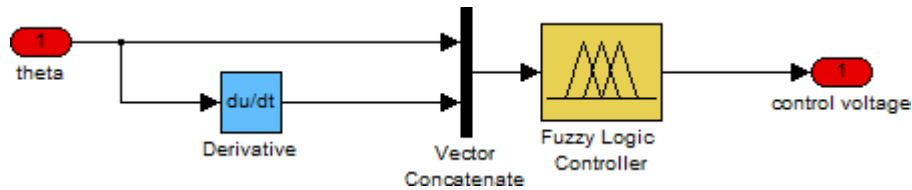


Figure III.8 : Schéma fonctionnel de contrôleur logique flou

### III.3.1. Énoncé de la méthode

La commande floue repose sur l'élaboration de règles décrivant du pendule. Un raisonnement physique appliqué à l'équilibre du bras du pendule, nécessite l'utilisation de deux informations, savoir :

- La déviation de l'angle
- La vitesse de la déviation de l'angle.

Dans ce raisonnement, la position du chariot n'est pas prise en compte.

### III.3.2. Choix des éléments des régulateurs flous

#### III.3.2.1. Choix de la forme des classes

Pour permettre une commande progressive et non pas par paliers, la forme triangulaire semble préférable pour toutes les classes des variables d'entrée et de sortie, ce qui permet également de simplifier les calculs.

#### III.3.2.2. Définition des classes pour les deux variables d'entrées

Dans le but d'effectuer la transformation numérique symbolique, il est nécessaire de connaître la plage de variation réelle de chaque grandeur d'entrée afin d'y faire correspondre son ensemble flou ce dernier étant lui-même divisé en sous-ensembles flous. Nous avons donc défini 5 sous-ensembles flous (ou classes) respectivement nommés :

- Grand Négatif (GN)
- Petit Négatif (PN)
- Zéro (ZR)
- Petit Positif(PP)
- Grand Positif(GP)

#### ➤ L'angle

Il est calculé par différence entre la consigne angulaire et l'inclinaison prise par le bras du pendule.

Les limites physiques de la mesure de l'angle sont fixées entre -0.5 et 0.5 et rad [10]

### ➤ Vitesse angulaire

Après des expériences de mesure sur le système utilisé, les limites de la vitesse angulaire été fixé,

soit une vitesse angulaire entre  $-2.5$  et  $2.5$  rad/s [14]

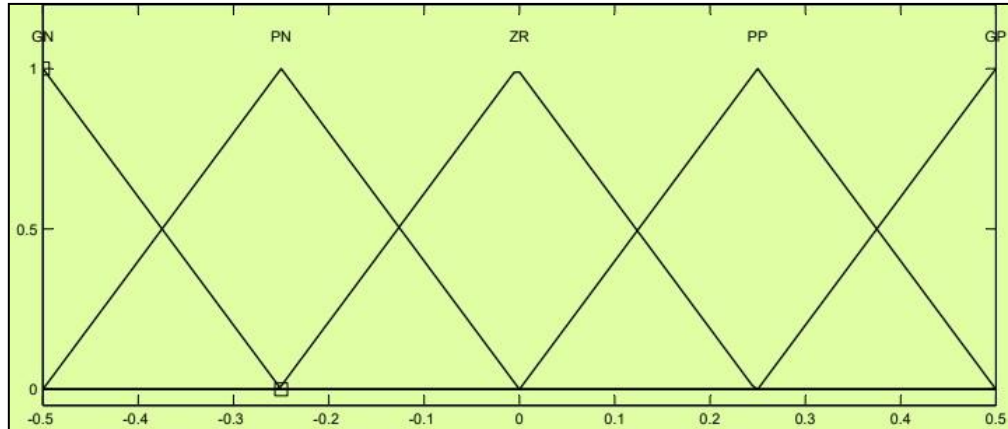


Figure III.9 :définitions des classes de l'angle

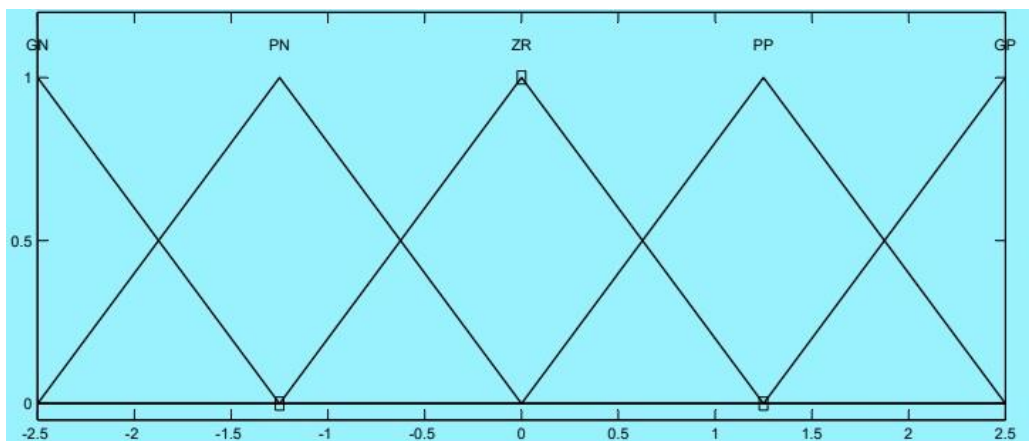


Figure III.10 :définitions des classes de la vitesse angulaire du pendule

### III.3.2.3. Définition des classes de sortie

La grandeur de sortie, exprimée sous forme symbolique à convertir en valeur numérique est la tension de commande de moteur fournie par le régulateur. La forme de classes sera triangulaire et trapézoïdale, même le nombre de sous-ensembles flous reste à cinq (voir figure 3.2).

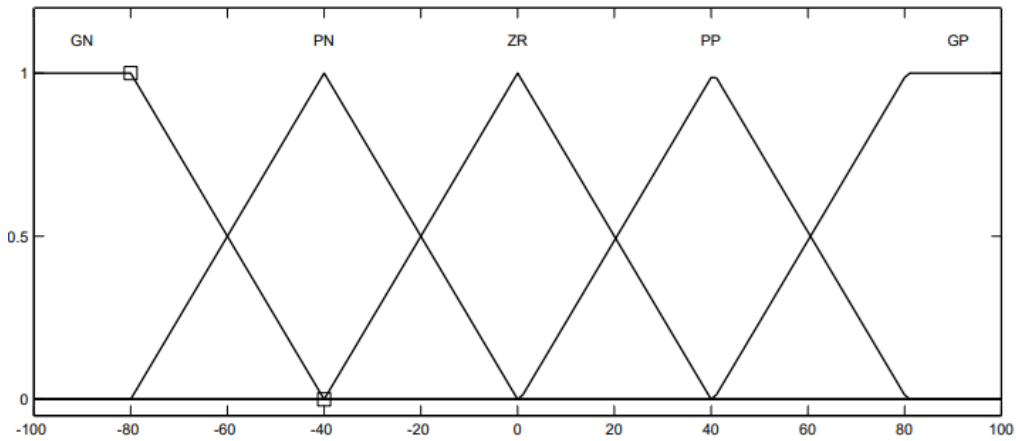


Figure II.11 : Définition des classes de la commande

**III.3.2.4. Matrice d'inférence**

La base de connaissance de contrôleur flou peut être synthétisée sous forme d'un tableau de règles où chaque règle associe sous forme conditionnelle les états des variables d'entrées à une caractéristique de la variable de sortie. Comme chacune des deux entrées est fuzzifiée en cinq classes, on obtient un jeu de 25 règles

Les règles du contrôleur gérant la stabilisation de pendule sont simples à élaborer. Par exemple, si le bras tombe vers la droite très rapidement alors le chariot doit se déplacer très vite vers la droite pour rétablir l'équilibre. Le tableau suivant présente les règles de régulateur

	GN	PN	ZR	PP	GP
GN	GN	GN	GN	PN	ZR
PN	GN	GN	PN	ZR	PP
ZR	GN	PN	ZR	PP	GP
PP	PN	ZR	PP	GP	GP
GP	ZR	PP	GP	GP	GP

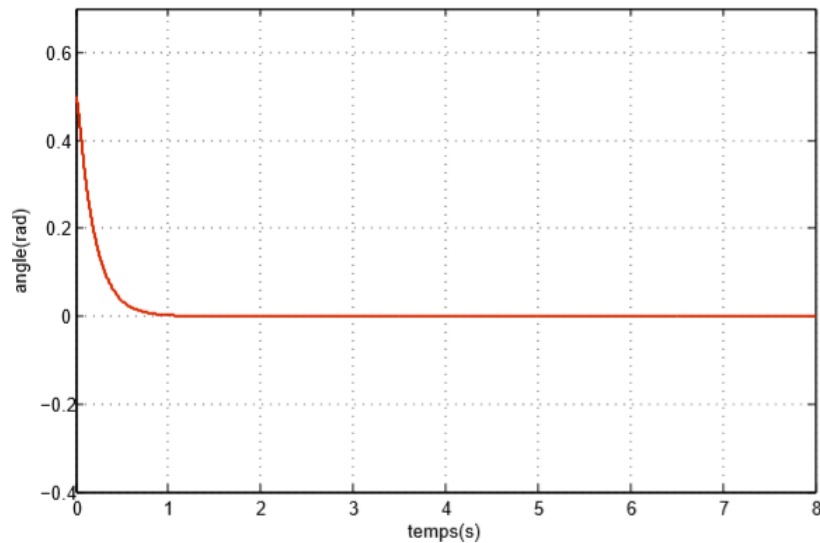
Tableau III.5: la matrice d'inférence du contrôleur flou [14]

Ceci peut se traduire par une règle exprimée sous la forme conditionnelle suivante : Si l'angle  $\theta$  est très positif entraînant un écart angulaire très négatif et que les variation angulaire est aussi très positive alors la force appliquée au chariot doit être très grande et dirigée vers la droite donc très positive.

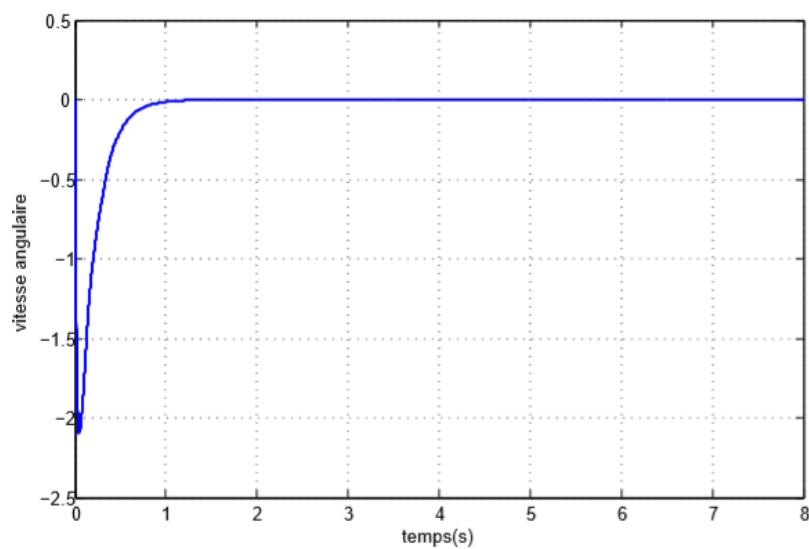
### III.3. 3.Résultats de simulation

Les figures suivantes représentent la variation de l'angle  $\theta$  et de la vitesse angulaire et le signal de commande sans perturbation et avec perturbation variance de 0.2 à l'intervalle de temps  $T=2s$  et -0.1 l'intervalle de temps  $T=6s$

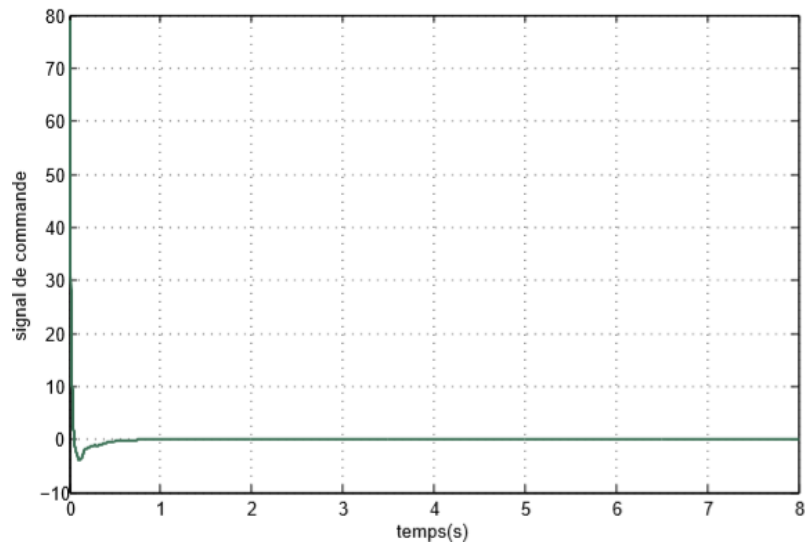
➤ Résultats de simulation sans perturbation



(a)



(b)



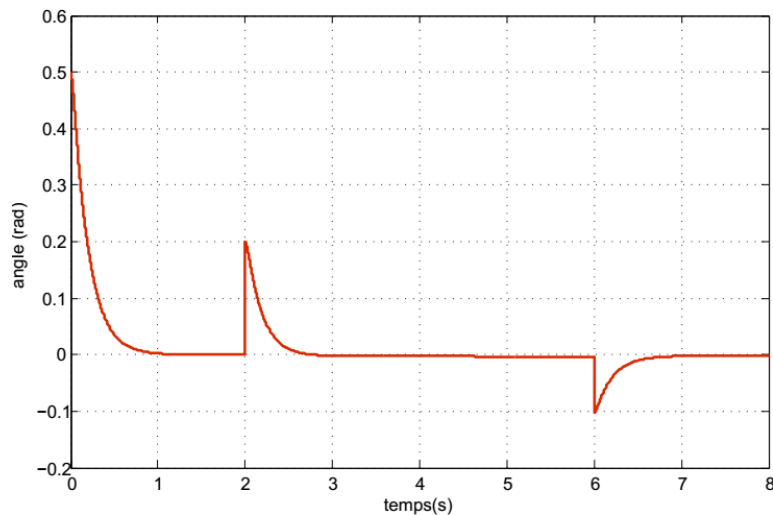
(c)

**Figure III.12 :** Résultats de commande LF pour pendule inverse sans perturbation

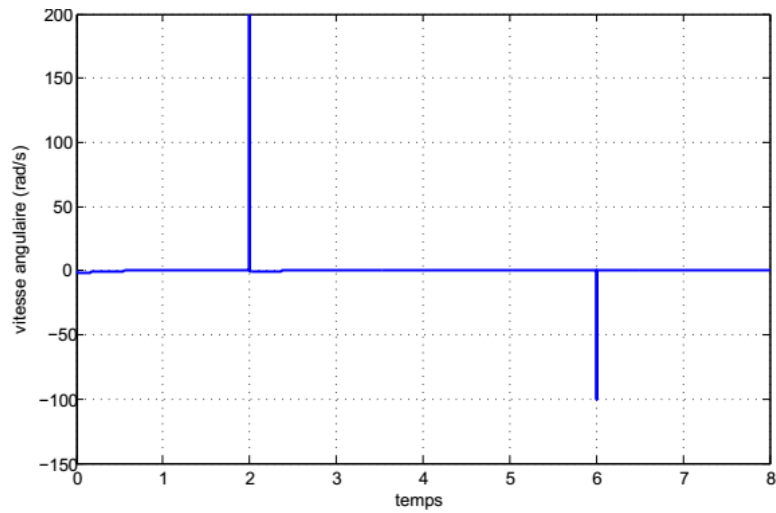
- **Commentaire :**

En remarque que la commande par logique floue a abouti à des meilleurs résultats par rapport à la commande PID, le système est réglé sans aucune erreur statistique, ni dépassement, et avec un temps de réponse réduit ce qui fait de lui un meilleur temps de réponse

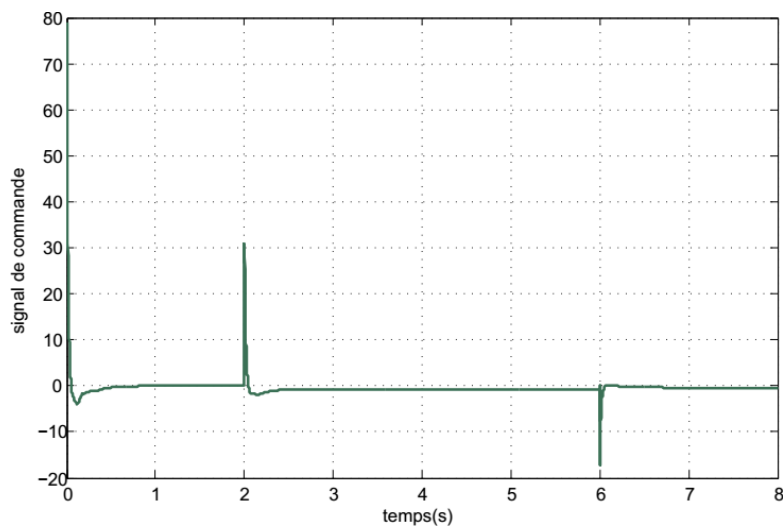
➤ **Résultats de simulation avec perturbation**



(a)



(b)



(c)

Figure III.13 : Résultats de la commande LF sur pendule inverse avec perturbation

- **Commentaire :**

En remarque que la logique floue elle présente une réponse rapide (reprend son équilibre rapidement) après son exposition aux perturbations

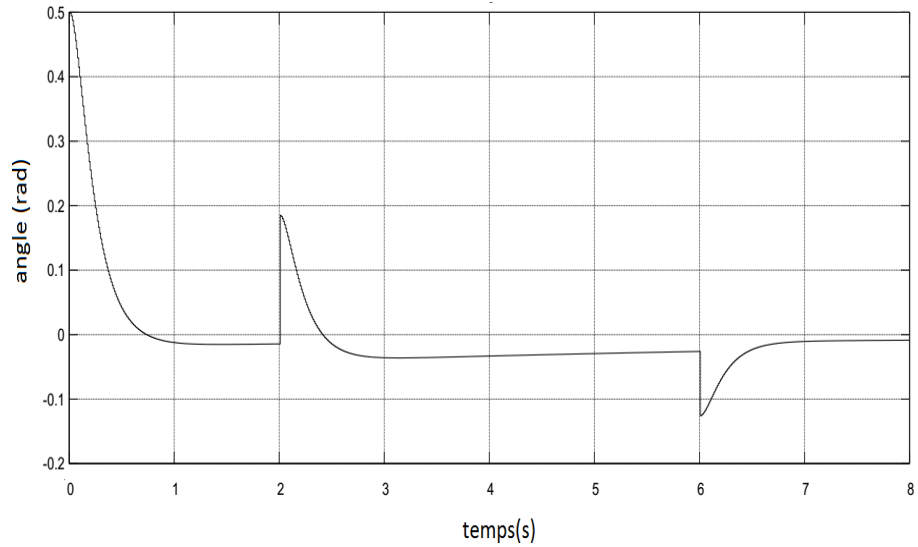
### III.4. Test de de robustesse

Pour faire un test de robustesse on a changé les paramètres de pendule inverse le tableau suivant représente les nouvelles valeurs utilisées

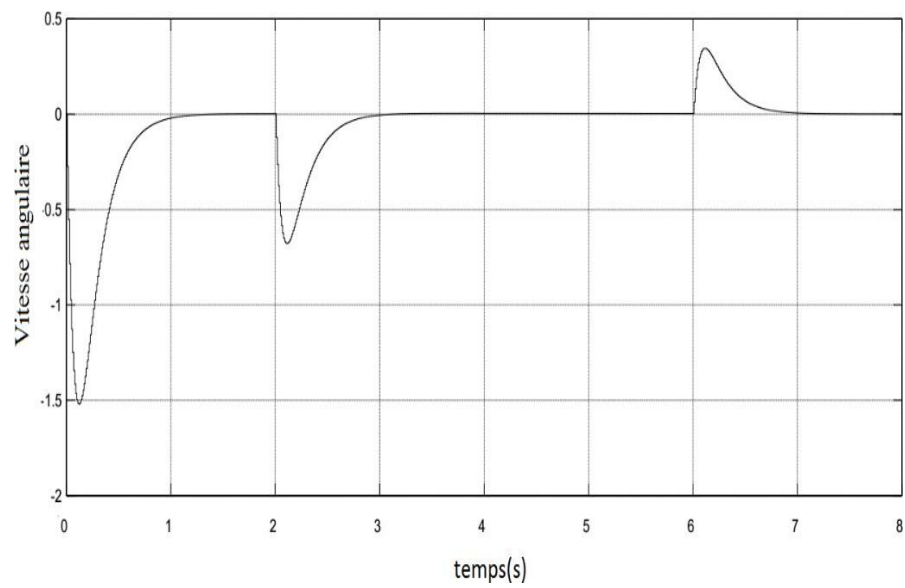
M	M	G	L	I	b	d
2.9kg	0.28kg	9.81 m/s <sup>2</sup>	0.6m	0.1kg.m <sup>2</sup>	0.08Ns/m	0.008Nms/rad

**Tableau III.6:** les nouveaux paramètres de pendule inversé

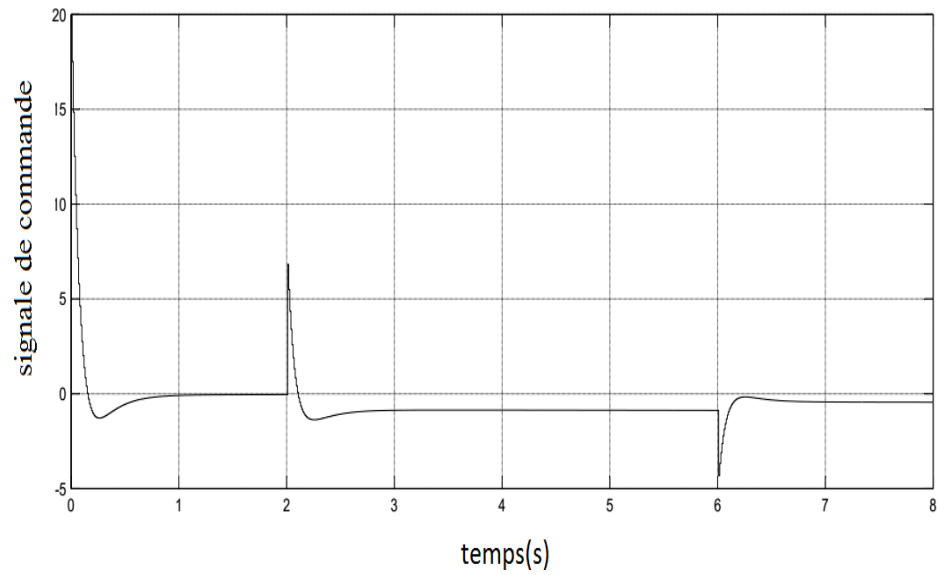
- **Résultats obtenus par le contrôleur PID**



**(a)**



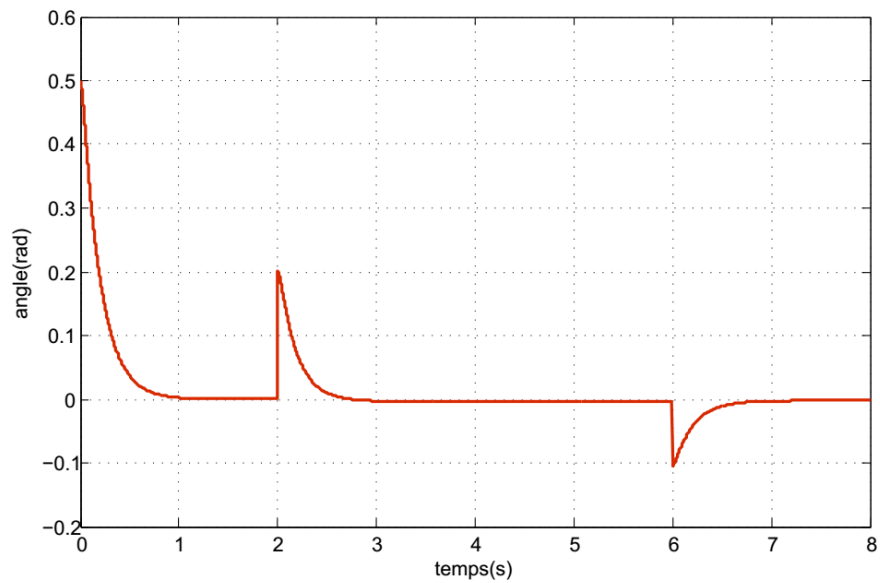
**(b)**



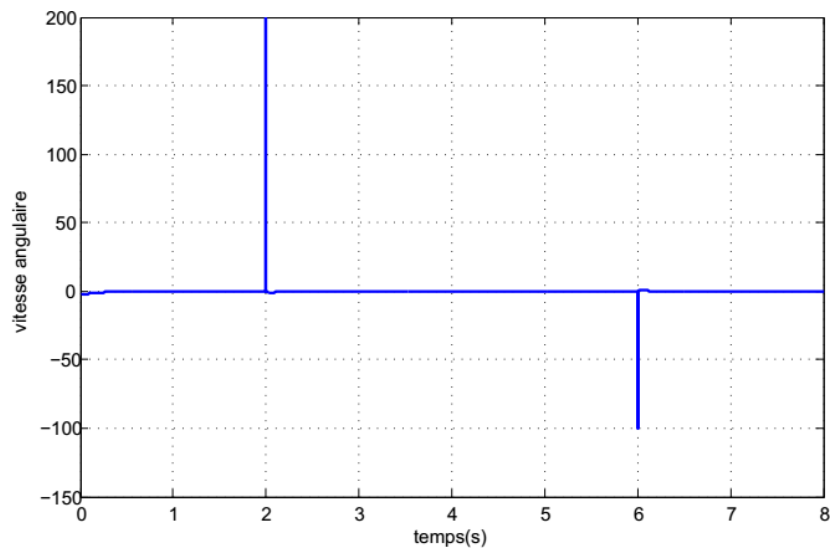
(c)

Figure III.14 : Résultat de test robustesse de la commande PID pour pendule inverse

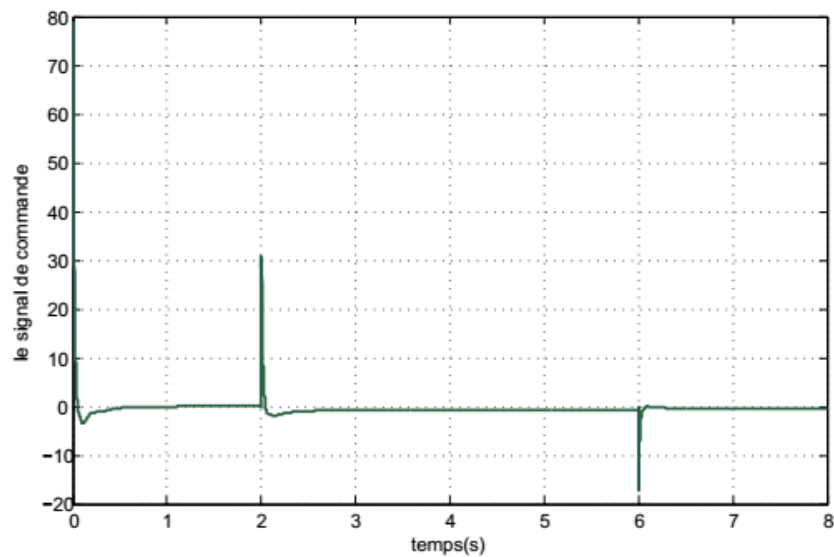
- Résultats obtenus par le contrôleur flou



(a)



(b)



(c)

Figure III.15: : Résultat de test robustesse de la commande LF pour pendule inversé

- **Commentaire :**

Après avoir effectué un test robustesse, qu'on a obtenus les mêmes résultats, aussi bien en utilisant le contrôle par PID ou le contrôleur floue

### III.5. Comparaison des résultats obtenus

#### ➤ Résultats de simulation sans perturbation

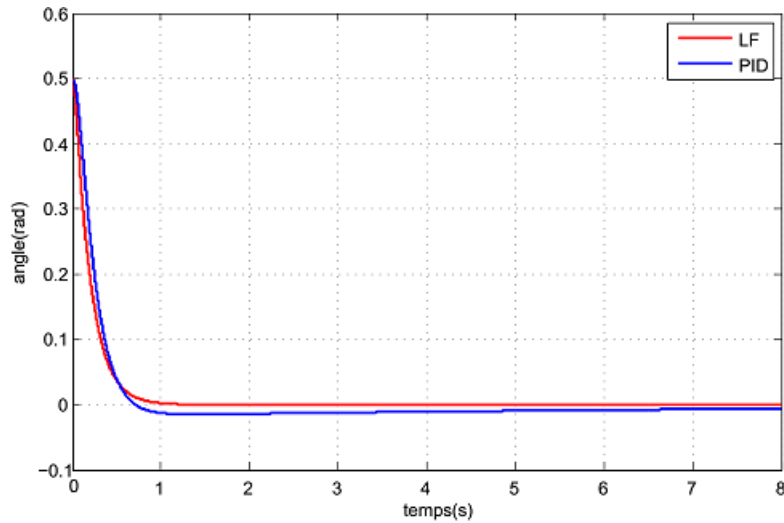


Figure III.16 : comparaisons les résultats de l'angle entre les deux contrôleurs sans perturbations

#### ➤ Résultats de simulation avec perturbation

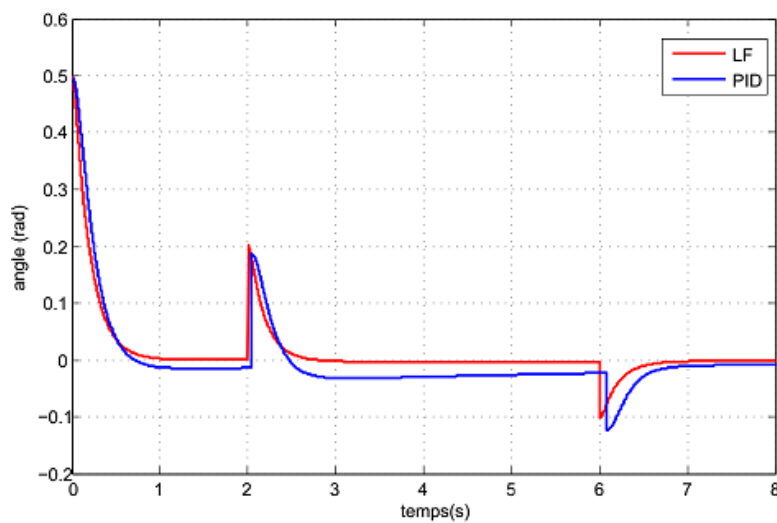


Figure III.17 : comparaison les résultats de l'angle entre les deux contrôleurs avec perturbation

- **Commentaire :**

Après avoir comparé entre les caractéristiques des deux commandes, on déduit que la logique floue est la meilleure

### III.6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les méthodes de contrôle de pendule inversé avec un régulateur PID et un régulateur logique floue

Ensuite, nous avons présenté les résultats de simulation obtenue par l'application de la commande PID et la commande floue

## Conclusion Générale

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire porte sur l'étude de deux commandes PID et de la logique floue pour le contrôle d'un pendule inversé. L'objectif est de comparer deux types de commandes d'intelligence artificielle, et montre qu'ils peuvent être utilisés pour commander des systèmes non linéaires.

Les lois de commande proposées sont appliquées à la stabilisation d'un pendule inversé, qui est un système instable, SIMO, sous actionné, et non-linéaire. C'est un outil didactique et un problème classique souvent utilisé pour tester les caractéristiques des nouvelles lois de commande.

# Références bibliographiques

- [1] M. BAUER « Application de contrôleurs à logique floue pour la commande vectorielle des machines à induction : commande en vitesse et en position » Rapport de stage ingénieur- ESIM-22 Février 1995
- [2] B. DEMAYA « Commande floue des systèmes à dynamiques complexes- Application à la commande d'un moteur thermique "- Thèse de Docteur LAAS Toulouse - 17 Octobre 1994
- [3] K. ZINSER, R. SCHREIBER « La logique floue : une nouveauté prometteuse de la technique d'automatisation » La Technique moderne- N° 1-2- 1994
- [4] Sofiane IAMARENE, Ferhat AISSANI : "Commande d'un pendule inversé". Mémoire de Master. Université Abderrahmane Mira, Bejaia. 2015.
- [5] Laurant F. Sylvie G. Andre T. "Commande floue 2, de l'approximation à l'apprentissage " Paris, Hermès Sciences Publication, 2003.
- [6] K.J. Aström, K. Furuta, « Swinging up a pendulum by energy control », Automatica, Vol. 36, N°. 2, 2000, pp. 287 -295, 2000.
- [7] Vermeiren L, « proposition de loi commande pour la stabilisation de modèles flous thèse de doctorat, université valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 1998 »
- [8] Wei Q.F., Dayawansa W.P., LEVIN W.S., « Nonlinear controller for an inverted pendulum having Restricted Travel », Automatica, Vol. 31, N°.6, p. 161 - 180, 1995.
- [9] Anderson C.W., « learning to control an inverted pendulum using neural networks », IEEE control system magazine, vol.9 page 31-37, 1989.
- [10] Kandel A, « fuzzy inference and its applicability to control system », Fuzzy set and systems, vol.7, page 99-111,1993.
- [11] Bastin A., « handling the nonlinearity of a fuzzy logic controller at the transition between rules » Fuzzy set and systems, vol.71, page 369-387,1995.
- [12] Yamakawa T., « stabilisation of inverted pendulum by a high-speed fuzzy logic controller hardware system », Fuzzy set and systems, vol.32, page 161-181,1989

- [13] Ferhat Lahouazi : ‘mise en œuvre d’une stratégie de commande neuro floue’, application à un Pendule inversé, mémoire de magister en Automatique, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, 16.03.2011.
- [14] Fouad Alouani : ‘Commande par Logique Floue Appliquée aux pendules inversés et au Simulateur de Vol d’Hélicoptère : Simulation et Expérimentation’ magister en Electronique, Option Control, Université de Mohamed Boudiaf de M’sila, juin 2006
- [15] Wang, Y.; Douglas, G. B.; Waghorn, G. C.; Barry, T. N.; Foote, A. G.; Purchas, R. W., 1996. Effet des tanins condensés sur les performances des agneaux broutant le Lotus corniculatus et la luzerne (*Medicago sativa*). J. Agric. Sei., 126 (1) : 87-98
- [16] N.N. Karnik et J.M. Mendel: ‘An introduction to type-2 Fuzzy Logic Systems’, Technical Report, University of Southern California, 1998.
- [17] Oumaya Mohamed et Limam Mohammed Lakhdar : ‘Commande par réseaux d’ondelette-floue’, mémoire de Master en Automatique, Université Kasdi Merbah, Ouargla, 2011/2012.
- [18] Pierre GABRIEL : ‘Introduction à la Logique Floue et à la Commande Floue’ exposé, 2000-2001.
- [19] Faucher J, ‘les plans d’expériences pour le réglage et commande à base logique floue’ Thèse de Doctorat Spécialité Génie Électrique et Automatique, Institut national polytechnique de Toulouse.
- [20] M Madaoui : ‘commande floue et neuro-floue d’un convertisseur direct AC/AC monophasé à structure minimale, Application à l’alimentation d’une machine asynchrone monophasé’, Thèse de Magister, ENP Alger, février 2007.
- [21] K. wang et H. Lee: ‘First Course on Fuzzy Theory and Applications’, Springer, Berlin, 2005.
- [22] Antoine Cornuéjols : ‘Introduction à la logique floue’, présentation, janvier 2008.

[23] Gacogne. Louis, 'Eléments de logique floue', Paris, Hermès, 1997

[24] Nakoula Y : 'Apprentissage des Modèles linguistiques flous, par jeu de règles

Pondérées', Thèse de Doctorat, Université de Savoie, France, juillet 1997.

[25] R Mellah : 'contribution la commande adaptative neuro-floue, application à la robotique' Thèse de Doctorat, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Alger, Mai 2006.

[26] KHEMIS Abderrahmane : 'Application de la logique floue type-2 intervalle à la commande adaptative de la machine asynchrone' mémoire de Magister en Électrotechnique, électricité industrielle, Université Mohamed Khider, Biskra, 10/04/2011.

[27] J.G. Ziegler, N.B. Nichols (1942): "Optimum settings for automatic controllers" Trans. ASME, 64, pp. 759-768